

## Лекция 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТИРНЫХ УГЛОВ

### Оглавление

1. Поправка направления (связь дирекционных углов с географическим и магнитным азимутами) .....	1
2. Румбы .....	2
3. Схема взаимосвязи азимутов и румбов .....	3
4. Пересчёт углов.....	4
5. Связь дирекционных углов двух линий с горизонтальным углом между ними.....	6
6. Прямая и обратная геодезические задачи.....	8
6.1. Прямая геодезическая задача.....	8
6.2. Обратная геодезическая задача .....	9

### 1. Поправка направления (связь дирекционных углов с географическим и магнитным азимутами)

Пересчитывать углы можно не делая схемы, через поправку направления. Однако надо знать как вычислить эту поправку, по каким формулам затем вычислить углы. Выведем формулу для вычисления поправки направления [1].

Из вышеизложенного известно:

$$A_{\Gamma} = \alpha + (\pm \gamma), \quad A_{\Gamma} = A_M + (\pm \delta).$$

Приравнивая правые и левые части, получим поправку направления:

$$\alpha + (\pm \gamma) = A_M + (\pm \delta); \quad (\pm \delta) - (\pm \gamma) = \alpha - A_M; \quad \text{ПН} = (\pm \delta) - (\pm \gamma). \quad (3)$$

Поправка направления (рис. 3.10) равна алгебраической разнице магнитного склонения и сближения меридианов.

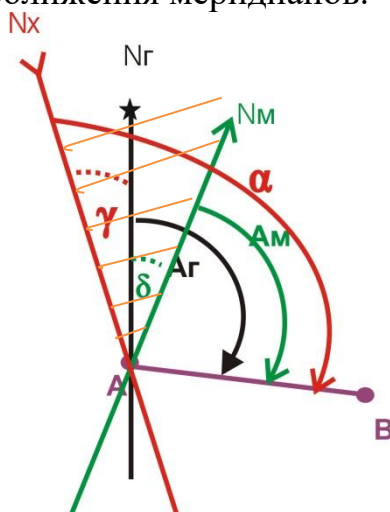


Рис. 3.10. Поправка направления для случая «плюс»  $\delta$ , «минус»  $\gamma$

Данные о поправке направления необходимы для того, чтобы можно было быстро переходить от дирекционных углов, измеренных по карте, к соответствующим им магнитным азимутам и обратно.

$$\text{ПН} = \alpha - \text{Ам}; \quad \alpha = \text{Ам} + \text{ПН}; \quad \text{Ам} = \alpha - \text{ПН}. \quad (4)$$

Различные варианты взаиморасположения меридианов приведены на рис. 3.11.

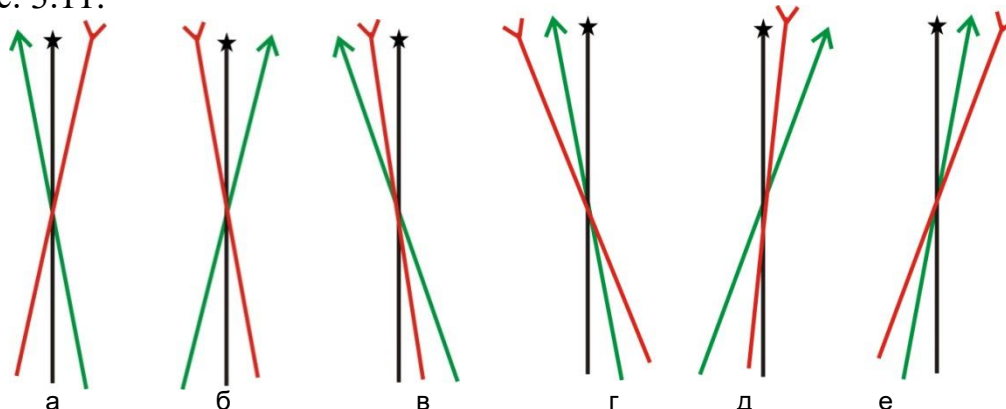


Рис. 3.11. Варианты взаиморасположения меридианов

Для варианта б) на рис 3.11 поправка направления будет равна

$$\text{ПН} = \delta + \gamma.$$

Для варианта а) на рис 3.11 поправка направления будет равна

$$\text{ПН} = -\delta - \gamma.$$

Для варианта г) на рис 3.11 поправка направления будет равна

$$\text{ПН} = \gamma - \delta.$$

**Пример 1.** Найдите поправку направления, если магнитное склонение  $5^{\circ}55'$ , сближение меридианов  $2^{\circ}22'$  (рис. 3.11, д).

Решение.  $\text{ПН} = \delta - \gamma = 5^{\circ}55' - 2^{\circ}22' = 3^{\circ}33'$ .

**Пример 2.** Найдите поправку направления, если магнитное склонение  $2^{\circ}22'$ , сближение меридианов  $5^{\circ}55'$  (рис. 3.11, е).

Решение.  $\text{ПН} = \delta - \gamma = 2^{\circ}22' - 5^{\circ}55' = -3^{\circ}33'$ .

**Пример 3.** Найдите поправку направления, если магнитное склонение  $-5^{\circ}55'$ , сближение меридианов  $2^{\circ}22'$  (рис. 3.11, а).

Решение.  $\text{ПН} = -\delta - \gamma = -5^{\circ}55' - 2^{\circ}22' = -8^{\circ}17'$ .

## 2. Румбы

В некоторых случаях практики (например, в морском деле) ориентирование линий на местности производится при помощи румбов (табличных углов) (рис. 3.12).

Румбом называется острый угол, отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления исходного меридиана до ориентированного направления [2].

Величина румба может изменяться от 0 до 90°. Обозначение румба сопровождается наименованием четверти относительно стран света:  $r_{AB} = СЗ:58^{\circ}25'$

Румбы одной линии прямого и обратного направлений равны по абсолютному значению и противоположны по знаку.

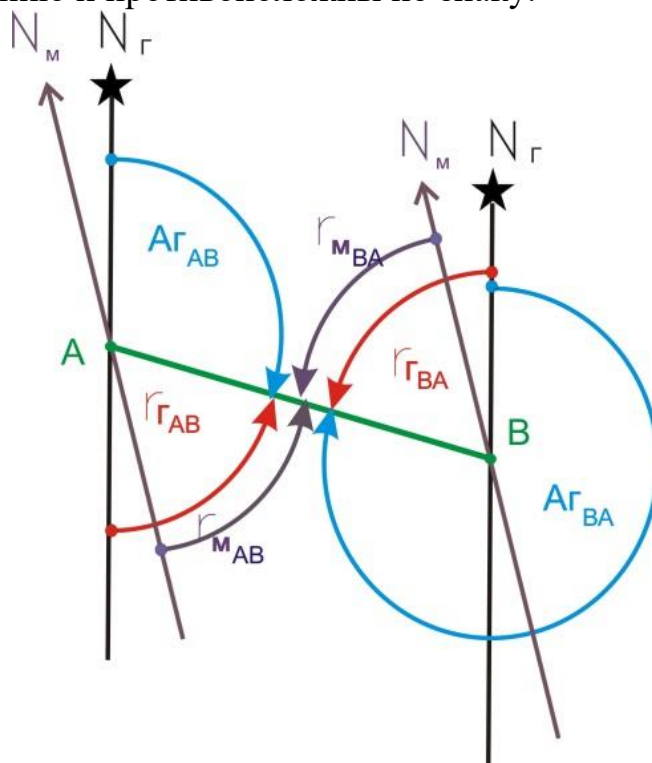


Рис. 3.11. Румбы географические и магнитные

### 3. Схема взаимосвязи азимутов и румбов

На представленной схеме (рис. 3.13) показана взаимосвязь азимутов и румбов на примере дирекционных углов и румбов [1, 3].

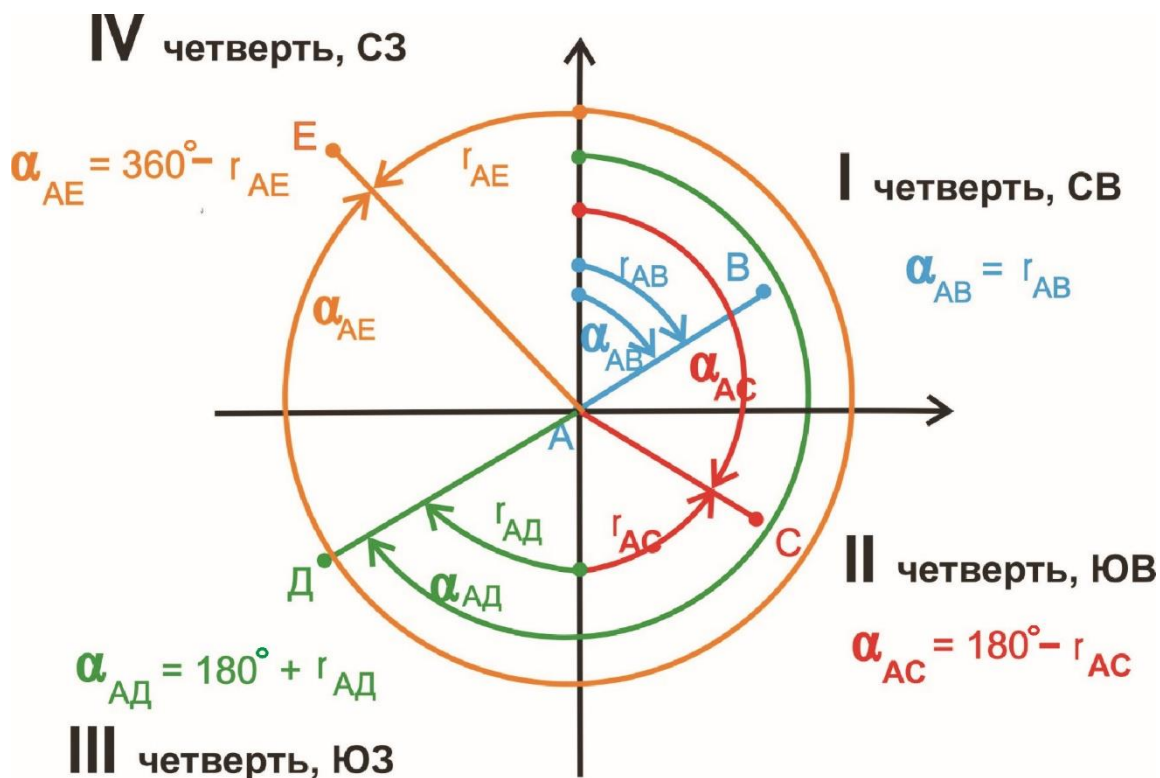


Рис. 3.13. Взаимосвязь азимутов и румбов

#### 4. Пересчёт углов

Используя формулы взаимосвязи азимутов и румбов, поправку направления можно пересчитывать углы.

**Пример 3.1.** На топографической карте измерен дирекционный угол  $\alpha = 123^\circ 40'$ . Сближение меридианов восточное  $\gamma = 1^\circ 43'$ . Склонение магнитной стрелки на 1994 год западное  $\delta = -4^\circ 33'$ . Годовое изменение магнитного склонения восточное  $\Delta\delta = 0^\circ 06'$ . Определите географический азимут, магнитный азимут и поправку в дирекционный угол при переходе от магнитного азимута к дирекционному углу в 2000 г.

Решение. Составим схему, обозначим углы, которые известны и которые необходимо найти (рис. 3.14).

Вычислим магнитное склонение на 2000 г.

$$\delta_{2000} = \delta_{1994} - \Delta\delta \cdot (2000 - 1994) = -4^\circ 33' + 0^\circ 06' \cdot 6 = -3^\circ 57'.$$

Величину географического азимута найдём согласно схеме.

$$A_r = \alpha + \gamma = 123^\circ 40' + 1^\circ 43' = 125^\circ 23'.$$

Значение магнитного азимута на 2000 год найдём также по схеме (рис. 3.13):

$$A_m 2000 = A_r + \delta_{2000} = 125^\circ 23' + 3^\circ 57' = 129^\circ 20'.$$

Поправка в дирекционный угол ПН =  $-3^{\circ}57' - 1^{\circ}43' = -5^{\circ}40'$ .  
**Ответ:**  $A_{\Gamma} = 125^{\circ}23'$ ;  $A_{M2000} = 129^{\circ}20'$ . ПН =  $-5^{\circ}40'$ .

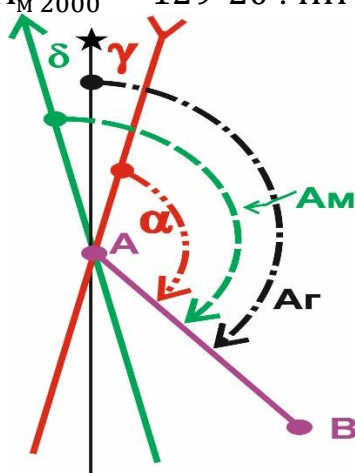


Рис. 3.14. Схема углов к примеру 3.1

**Пример 3.2.** Известен румб магнитный  $r_M = ЮЗ: 57^{\circ}57'57''$ .  
 Рассчитайте углы ( $A_M, A_{\Gamma}, \alpha, r_{\alpha}$ ), если сближение меридианов западное  $2^{\circ}22'$ , магнитное склонение восточное  $6^{\circ}26'$ . Решите задачу двумя способами – составив схему углов и через поправку направления (формулы 3.4). Сделайте вывод о трудоёмкости расчётов.

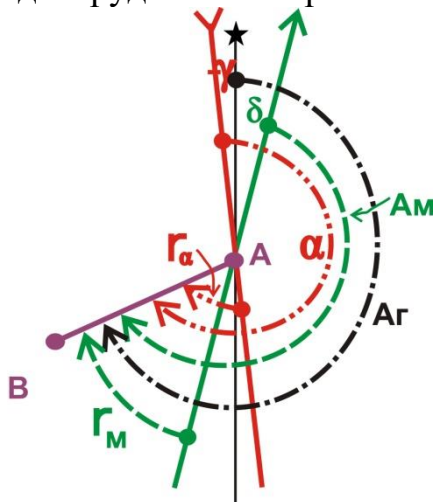


Рис. 3.15. Схема углов к задаче 3.2

Решение (1-й способ).

Сначала составим схему, обозначив известные углы (рис. 3.15).

Обозначая неизвестные углы, вычисляем их.

$$A_M = r_M + 180^{\circ} = 57^{\circ}57'57'' + 180^{\circ} = 237^{\circ}23'57''..$$

$$A_{\Gamma} = A_M + \delta = 237^{\circ}23'57'' + 6^{\circ}26' = 244^{\circ}23'57''.$$

$$\alpha = A_{\Gamma} + \gamma = 244^{\circ}23'57'' + 2^{\circ}22' = 246^{\circ}45'57''.$$

$$r_{\alpha} = \alpha - 180^{\circ} = 246^{\circ}45'57'' - 180^{\circ} = 66^{\circ}45'57'' : ЮЗ.$$

Решение (2-й способ).

$$\text{ПН} = (\pm\delta) - (\pm\gamma) = 6^\circ 26' + 2^\circ 22' = 8^\circ 48'.$$

$$A_M = r_M + 180^\circ = 237^\circ 57' 57''.$$

$$\alpha = A_M + \text{ПН} = 237^\circ 57' 57'' + 8^\circ 48' = 246^\circ 45' 57''.$$

$$A_r = \alpha + (\pm\gamma) = 246^\circ 45' 57'' - 2^\circ 22' = 244^\circ 23' 57''.$$

**Ответ:**  $A_r = 244^\circ 23' 57''$ .  $A_M = 237^\circ 57' 57''$ .  $\alpha = 246^\circ 45' 57''$ .  $r_\alpha = \text{ЮЗ: } 66^\circ 45' 57''$ .

## 5. Связь дирекционных углов двух линий с горизонтальным углом между ними

В практике геодезических работ часто приходится определять дирекционный угол какого-либо отрезка по дирекционному углу другого отрезка и горизонтальному углу между ними [4].

Пусть два отрезка 1–2 и 2–3 образуют между собой угол  $\beta_2$  (рис. 3.15), лежащий справа по ходу. Если известны дирекционный угол стороны 1–2 и горизонтальный угол  $\beta_{2п}$ , справа по ходу лежащий, то можно рассчитать дирекционный угол последующей стороны 2–3 ( $\alpha_{2-3}$ ):

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + x.$$

Согласно схеме  $x = 180^\circ - \beta_{2п}$ ; тогда  $\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + 180^\circ - \beta_{2п}$ . (5)

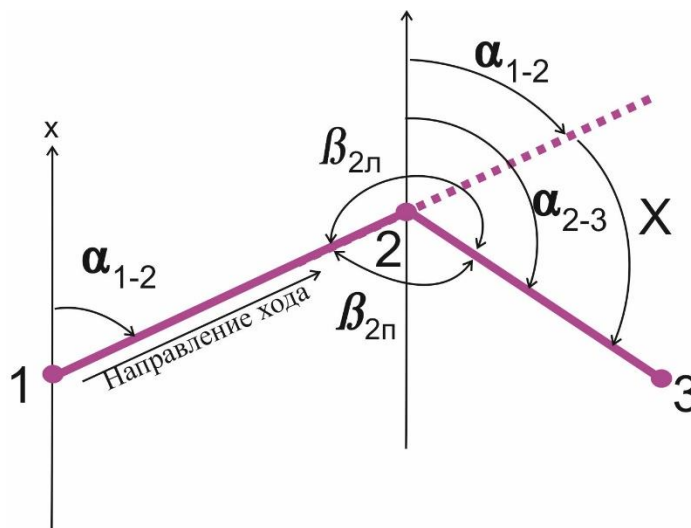


Рис. 3.16. Связь дирекционных углов двух линий с горизонтальным углом между ними

Если известен горизонтальный угол  $\beta_{2л}$ , лежащий слева по ходу, то дирекционный угол  $\alpha_{2-3}$  определится:

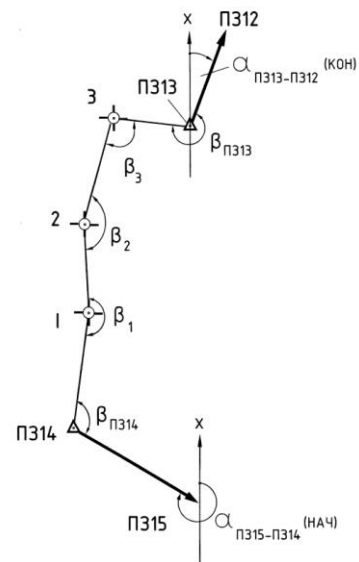
$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + x; \quad \text{согласно схеме } x = \beta_{2л} - 180^\circ;$$

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} - 180^\circ + \beta_{2л.} \quad (6)$$

Полученные формулы 5, 6 справедливы для определения дирекционного угла любой последующей стороны.

**Пример 11.1.** Рассчитайте дирекционные углы всех сторон теодолитного хода (рис. 3.17), если известны: дирекционные углы начальной и конечной сторон ( $\alpha_{ПЗ15-ПЗ14} = 312^\circ 22,2'$ ;  $\alpha_{ПЗ13-ПЗ12} = 42^\circ 32,9'$ ), горизонтальные углы между сторонами, лежащие справа по ходу ( $\beta_{ПЗ14} = 112^\circ 35,7'$ ,  $\beta_1 = 190^\circ 03,8'$ ,  $\beta_2 = 162^\circ 27,3'$ ,  $\beta_3 = 98^\circ 36,8'$ ,  $\beta_{ПЗ13} = 246^\circ 05,7'$ ). Используйте формулы 5, 6.

Рис. 3.17. Схема теодолитного хода



Решение:

$$\begin{aligned} \alpha_{ПЗ14-1} &= \alpha_{ПЗ15-ПЗ14} + 180^\circ - \beta_{ПЗ14} \\ &= 312^\circ 22,2' + 180^\circ - 112^\circ 35,7' \\ &= 379^\circ 46,5'. \end{aligned}$$

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{ПЗ14-1} + 180^\circ - \beta_1 = 379^\circ 46,5' + 180^\circ - 190^\circ 03,8' = 369^\circ 42,7'.$$

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + 180^\circ - \beta_2 = 369^\circ 42,7' + 180^\circ - 162^\circ 27,3' = 387^\circ 15,4'.$$

$$\alpha_{3-ПЗ13} = \alpha_{2-3} + 180^\circ - \beta_3 = 387^\circ 15,4' + 180^\circ - 98^\circ 36,8' = 108^\circ 38,6'.$$

Контроль:

$$\begin{aligned} \alpha_{ПЗ13-ПЗ12} &= \alpha_{3-ПЗ13} + 180^\circ - \beta_{ПЗ13} = 108^\circ 38,6' + 180^\circ - 246^\circ 05,7' \\ &= 42^\circ 32,9'. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\alpha_{ПЗ14-1} = 379^\circ 46,5'$ ;  $\alpha_{1-2} = 369^\circ 42,7'$ ;  $\alpha_{2-3} = 387^\circ 15,4'$ ;  $\alpha_{3-ПЗ13} = 108^\circ 38,6'$ .

## 6. Прямая и обратная геодезические задачи

### 6.1. Прямая геодезическая задача

В геодезической практике часто встречаются две типичные задачи, получившие название прямой и обратной геодезических задач. Решение прямой и обратной геодезических задач связано с обработкой результатов измерений на местности, проводимой при составлении планов, решении ряда задач при проектировании сооружений, при выносе проекта в натуру [2, 3].

Решение прямой геодезической задачи применяется для расчёта координат точек теодолитного хода. Сущность задачи (рис. 3.18): если известны координаты точки 1 ( $x_1, y_1$ ) начала отрезка 1–2, дирекционный угол этого отрезка  $\alpha_{1-2}$  и горизонтальное проложение  $d_{1-2}$ , то можно вычислить координаты конца отрезка точки 2 ( $x_2, y_2$ )<sup>1</sup>.

Решение.

Из чертежа следует

$$x_2 = x_1 + \Delta x_{1-2}; \quad y_2 = y_1 + \Delta y_{1-2}.$$

Из формул неизвестными являются  $\Delta x_{1-2}$  и  $\Delta y_{1-2}$ . Найдя их, мы решим задачу.

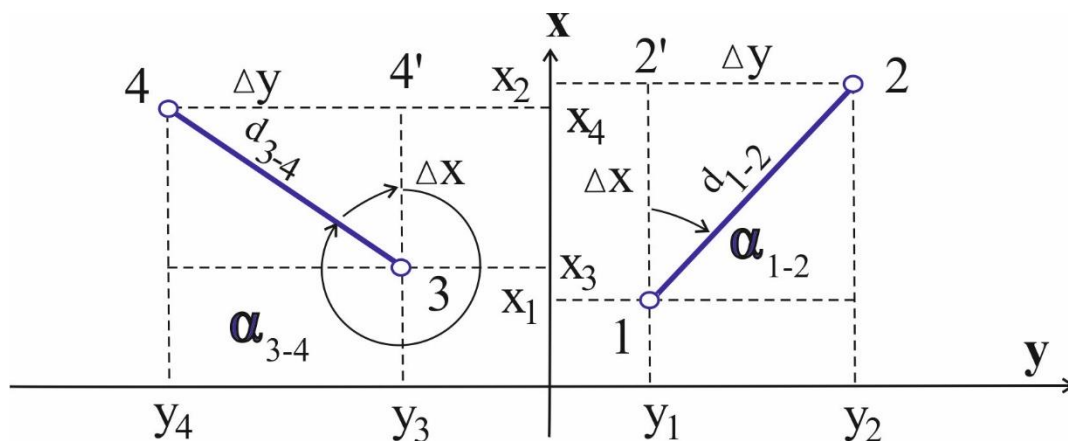


Рис. 3.18. Прямая и обратная геодезические задачи

Обращаемся к прямоугольному треугольнику 1–2'–2, в котором известны гипотенуза  $d_{1-2}$  и острый угол  $\alpha_{1-2}$ .

Из решения прямоугольного треугольника  $\Delta y_{1-2} = d_{1-2} \times \sin \alpha_{1-2}$ .

$$\Delta x_{1-2} = d_{1-2} \times \cos \alpha_{1-2}.$$

Следует помнить, что в общем случае знаки приращений координат зависят от четверти, определяемой дирекционным углом заданного

<sup>1</sup> Прямая геодезическая задача (ГОСТ 22268-76) – определение координат конечной точки линии по её длине, направлению и координатам начальной точки [5].



направления (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Связь азимутов и румбов

Четверти и их наименования	Значения дирекционных углов (азимутов)	Связь румбов (табличных углов) с дирекционными углами (азимутами)	Знаки приращений координат	
			$\Delta x$	$\Delta y$
I – СВ	$0 - 90^\circ$	$r = \alpha$	+	+
II – ЮВ	$90 - 180^\circ$	$r = 180^\circ - \alpha$	-	+
III – ЮЗ	$180 - 270^\circ$	$r = \alpha - 180^\circ$	-	-
IV – СЗ	$270 - 360^\circ$	$r = 360^\circ - \alpha$	+	-

Координаты искомой точки 2 определяются по формулам

$$x_2 = x_1 + d_{1-2} \times \cos \alpha_{1-2};$$

$$y_2 = y_1 + d_{1-2} \times \sin \alpha_{1-2};$$

Контроль:  $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ .

Приращения координат и координаты искомой точки вычисляются с точностью, соответствующей точности измерения горизонтальной длины линии.

**Пример 12.1.** Рассчитайте координаты точки 1 из примера 11.1, решив прямую геодезическую задачу. Известно:  $X_{ПЗ14}=1000$  м,  $Y_{ПЗ14}=1000$  м, расстояние между точками ПЗ14-1 равно 124,08 м.

Решение.

$$\Delta X_{ПЗ14-1} = d_{ПЗ14-1} \cdot \cos \alpha_{ПЗ14-1} = 124,08 \text{ м} \cdot \cos 19^\circ 46,5' = 116,76 \text{ м}.$$

$$X_1 = X_{ПЗ14} + \Delta X_{ПЗ14-1} = 1000 \text{ м} + 116,76 \text{ м} = 1116,76 \text{ м}.$$

**Ответ:** 1116, 76 м.

## 6.2. Обратная геодезическая задача

Решение обратной геодезической задачи применяется для выноса точки в натуру. Сущность задачи: если известны координаты концов отрезка – точек 3 ( $x_3, y_3$ ) и 4 ( $x_4, y_4$ ), то можно определить горизонтальное

положение отрезка  $d_{3-4}$  и его дирекционный угол  $\alpha_{3-4}$ <sup>2</sup> [2, 3](рис. 3.19).

Сначала по схеме находим приращения координат

$$\Delta x_{3-4} = x_4 - x_3; \Delta y_{3-4} = y_4 - y_3.$$

По найденным значениям приращений координат  $\Delta x_{3-4}$  и  $\Delta y_{3-4}$ , в прямоугольном треугольнике, находим тангенс угла (из тригонометрии тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему):  $tg r_{3-4} = \frac{\Delta y_{3-4}}{\Delta x_{3-4}}$ . Откуда  $r = \arctg \frac{\Delta y_{3-4}}{\Delta x_{3-4}}$ .

По знакам приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  определяем, в какой четверти лежит данное направление. Затем, руководствуясь соотношением между табличными и дирекционными углами, находим дирекционный угол направления. Например, в рассматриваемом случае знаки приращений координат показывают, что отрезок 3–4 расположен в IV четверти, тогда  $\alpha_{3-4} = 360^\circ - r$ .

Зная дирекционный угол отрезка и приращения координат по осям, определяем горизонтальное проложение

$$d_{3-4} = \frac{\Delta x}{\cos r_{3-4}} = \frac{\Delta y}{\sin r_{3-4}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}.$$

Значение горизонтального проложения необходимо определять трижды; сходимость результатов служит надежным контролем решения задачи. Наибольшее внимание при решении обратной задачи следует уделять вычислению приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .

**Пример 12.2.** Рассчитайте разбивочные элементы (полярный угол и полярное расстояние) для выноса точки А (с координатами  $x_A=2630,4$  м,  $y_A=4308,8$  м) в натуру относительно точек теодолитного хода 20 и 21 с координатами ( $x_{20}=2590,4$  м,  $x_{21}=2594,4$  м,  $y_{20}=4257,5$  м,  $y_{21}=4358,3$  м). Составьте разбивочный чертёж.

Решение.

Для расчета полярного угла  $\beta_1$  (рис. 3.20) определяем тангенс румба стороны 20-А:

$$tg r_{20-A} = \left| \frac{\Delta Y_{20-A}}{\Delta X_{20-A}} \right| = \frac{Y_A - Y_{20}}{X_A - X_{20}},$$

где  $Y_A, X_A$  – координаты конечной точки стороны 20-А,

$Y_{20}, X_{20}$  – координаты начальной точки стороны 20-А.

Подставляем числа:

---

<sup>2</sup> Обратная геодезическая задача (ГОСТ 22268-76) – определение длины и направления линии по данным координатам ее начальной и конечной точек [5].

$$\operatorname{tg} r_{20-A} = \frac{Y_{\text{кон}} - Y_{\text{нач}}}{X_{\text{кон}} - X_{\text{нач}}} = \frac{4308,80 - 4257,50}{2630,40 - 2590,40} = \frac{+51,30}{+40,00} = 1,2825 .$$

По знакам приращения координат  $\Delta X$  и  $\Delta Y$  (плюс в числителе и плюс в знаменателе) определяем наименование румба линии 20-А как северо-восток (табл. 3.1). По полученному тангенсу рассчитываем величину румба этой стороны:

$$r_{20-A} = \operatorname{arctg} 1,2825 = \text{СВ } 52^{\circ}03'23'' .$$

Аналогично определяем румб второй стороны (20-21). Он равен:

$$r_{20-21} = \text{СВ } 87^{\circ}43'39'' .$$

Согласно схеме (рис. 3.20):

$$\beta_1 = r_{20-21} - r_{20-A} = 87^{\circ}43'39'' - 52^{\circ}03'23'' = 35^{\circ}40'16'' .$$

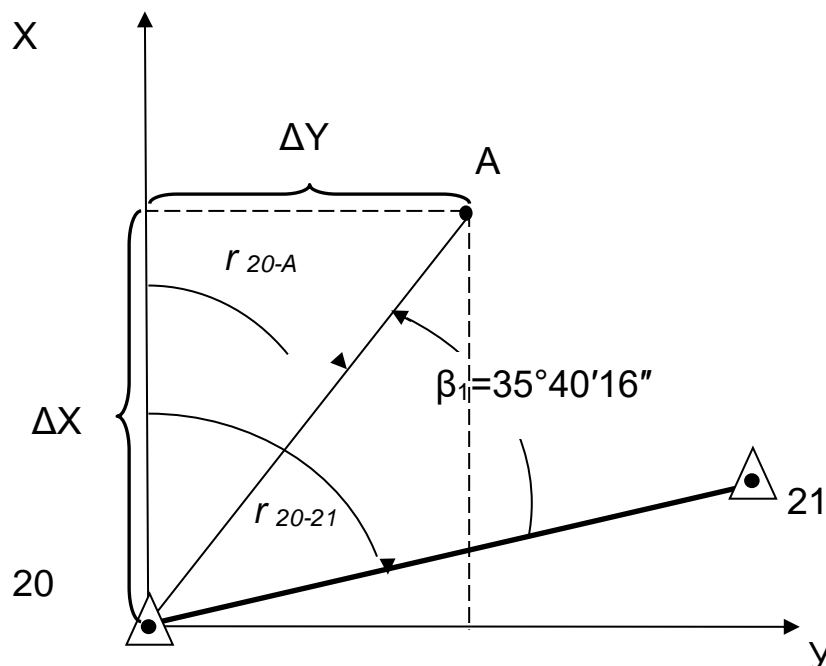


Рис. 3.20. Разбивочный чертёж [1]

Горизонтальное проложение  $d_{20-A}$  вычисляют по трем формулам, что обеспечивает взаимный контроль:

$$d_{20-A} = \sqrt{(\Delta X_{20-A})^2 + (\Delta Y_{20-A})^2} ; \quad (8)$$

$$d_{20-A} = \frac{|\Delta X_{20-A}|}{\cos r_{20-A}} ; \quad (9)$$

$$d_{20-A} = \frac{|\Delta Y_{20-A}|}{\sin r_{20-A}} ; \quad (10)$$

В нашем случае  $d_{20-A}$  равно:

$$d_{20-A} = \sqrt{(40,00)^2 + (51,30)^2} = 65,05 \text{ м.}$$

Контроль:

$$d_{20-A} = \frac{|\Delta X_{20-A}|}{\cos r_{20-A}} = \frac{40,00}{\cos 52^{\circ}03'23''} = 65,05 \text{ м.};$$

$$d_{20-A} = \frac{|\Delta Y_{20-A}|}{\sin r_{20-A}} = \frac{51,30}{\sin 52^{\circ}03'23''} = 65,05 \text{ м.}$$

**Ответ.**  $\beta_1 = 35^{\circ}40'16''$ ;  $d_{20-A} = 65,05 \text{ м.}$

Литература

1. Основы геодезии и топографии: учебное пособие / В.М. Передерин, Н.В. Чухарева, Н.А. Антропова. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 123 с.
2. Маслов А. В., Гордеев А.В., Батраков Ю.Г. Геодезия. – М.: КолосС, 2008. – 598 с Геодезия: учебное пособие для вузов / Поклад Г.Г., Гриднев С.П. - М. : Академический проспект, 2007. - 592 с.
3. Геодезия: Учеб. для вузов / В.Ф. Перфилов, Р.Н. Скогорева, Н.В. Усова. – М. : Высш. шк., 2006. - 350 с.
4. Геодезия: учебное пособие для вузов / Поклад Г.Г., Гриднев С.П. - М. : Академический проспект, 2007. - 592 с.
5. ГОСТ 22268-76. Государственный стандарт Союза ССР. Геодезия. Термины и определения. – Введ. 1981-06-15. – М.: Издательство стандартов, 1981. – 39 с.