



Специальная теория относительности «СТО»

Рабочая тетрадь по физике

студента группы

№ _____

ФИО _____

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ «СТО»

Рабочая тетрадь для практических занятий
по курсу « Общая физика»
для студентов I-II курсов, обучающихся по всем специальностям

Составитель А.В. Макиенко

Издательство
Томского политехнического университета
2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

Специальная теория относительности была разработана в начале XX века усилиями Г. А. Лоренца, А. Пуанкаре, А. Эйнштейна и других учёных.

Экспериментальной основой для создания СТО послужил опыт Майкельсона.

Понятия и релятивистские явления СТО сложны и необычны и плохо усваиваются при изучении этого раздела в курсе «Общая физика».

Данная рабочая тетрадь – это методическая помощь студентам I-II курсов при изучении специальной теории относительности (СТО) в курсе общей физики. Студентам предлагается ответить на теоретические вопросы, выполнить упражнения, решить задачи и ответить на вопросы контрольных тестов.

В тетрадь включены два раздела СТО: «Геометрия пространства-времени» и «Импульс, энергия». В первом разделе рассматриваются следующие понятия: инерциальные системы отсчета, преобразования Галилея, классический закон сложения скоростей, преобразования Лоренца, следствия преобразований Лоренца – лоренцево сокращение, замедление течения времени.

Второй раздел посвящен понятиям «релятивистский импульс», «релятивистская энергия», связи изменения массы с изменением энергии.

То, что все вопросы, упражнения и задачи собраны в одной тетради и в определенной последовательности, поможет студентам лучше понять явления теории относительности, которые для недавних школьников представляются весьма туманными.

Так как теория относительности стала в наши дни краеугольным камнем общечеловеческой культуры, то любая методическая работа в этом направлении, в том числе и предлагаемая рабочая тетрадь, будет полезна всем студентам, изучающим естественные науки.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
 РАЗДЕЛ I «ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА –ВРЕМЕНИ»	
1.1. Инерциальные системы отсчета и принцип относительности	5
1.2. Физические преобразования координат.....	6
1.2. Преобразования Лоренца.....	9
1.4. Следствия преобразований Лоренца.....	10
Контрольные тесты	13
Задачи.....	14
 РАЗДЕЛ II «ИМПУЛЬС И ЭНЕРГИЯ»	
2.1. Импульс и кинетическая энергия в ньютоновской механике	16
(при $V \ll c$)	
2.2. Релятивистский импульс.....	16
2.3. Эквивалентность энергии и массы покоя (энергия покоя).....	17
2.4. Релятивистское выражение для кинетической энергии.....	18
2.5. Столкновения.....	19
Контрольные тесты	20
Задачи.....	21
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	23
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	23

*Физика проста, лишь
если ее рассматривать
локально.*

РАЗДЕЛ I

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА - ВРЕМЕНИ

1.1. Инерциальные системы отсчета и принцип относительности

Определение инерциальной системы отсчета _____

Сохраняют ли справедливость во всех инерциальных системах отсчета законы Ньютона и другие законы физики? _____

Принцип относительности утверждает _____

1.2. Физические преобразования координат

Событие – одно из основных понятий физики. Чем характеризуется событие? _____

Координаты события на пространственно – временной диаграмме (сколько их и какие)? _____

Различные события могут быть описаны как по отношению к одной инерциальной системе, так и по отношению к другой.

Преобразования Галилея – формулы преобразования координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой при обычных скоростях движения, т.е. при $v \ll c$ (где c - скорость света) _____

Какие величины называются инвариантами преобразований?

Упражнение №1. Покажите, что длина стержня является инвариантом преобразований Галилея. _____

Упражнение №2. Постройте преобразования координат Галилея для случая, когда при $t = 0$ начала двух инерциальных систем координат отстают друг от друга на величину x_0 . _____

Закон сложения скоростей в классической механике является следствием преобразований координат и времени Галилея.

Найдите формулы сложения скоростей _____

Упражнение №3. Покажите с помощью формул сложения скоростей, что ускорение инвариантно относительно преобразований Галилея _____

Как из инвариантности ускорения вытекает доказательство механического принципа относительности? _____

Задачи

скоростью v относительно вокзала. Ответ: $z' = z_0 - \frac{u}{v} x'$.

[illegible]

2. Скорость движения лодки относительно воды в 5 раз больше скорости течения реки. Используя закон сложения скоростей, найдите во сколько раз больше занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению. Ответ: в 1,5 раза.

[illegible]

Постоянство скорости света:

Во всех инерциальных системах отсчета скорость света в вакууме имеет одно и то же значение: $c \approx 10^8$ м/с.

Принцип относительности:

Во всех инерциальных системах отсчета все явления природы протекают одинаково.

Эти утверждения лежат в основе СТО.

Так как скорость света не подчиняется галилеевскому правилу сложения скоростей, преобразования Галилея для $v \sim c$ заменяются преобразованиями Лоренца.

1.3. Преобразования Лоренца

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + v/c^2 x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

где v – скорость инерциальной системы k относительно инерциальной системы k' вдоль x ,

$\sqrt{1 - \beta^2}$ – релятивистский множитель, $\beta = v/c$

Преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея, если $v/c \rightarrow 0$, то есть преобразования Галилея можно рассматривать как предельный случай преобразований Лоренца.

Упражнение №4. Покажите, что пространственно-временной интервал между двумя событиями

$$\Delta s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2}$$

является инвариантом преобразований Лоренца.

1.4. Следствия преобразований Лоренца

Лоренцево сокращение длины

Покажите, используя преобразования Лоренца, что длина движущегося стержня, расположенного в направлении движения, меньше длины покоящегося, то есть

$$e' = e\sqrt{1 - \beta^2}$$

Что произойдет, если стержень расположить перпендикулярно направлению движения, например, вдоль y' или z' ?

Что такое «собственная» длина?

Замедление течения времени

Что это означает по отношению к часам?

Покажите, используя преобразования Лоренца, что интервал времени, измеренный в движущейся инерциальной системе, продолжительнее интервала времени в покоящейся системе, то есть

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Что называют собственным интервалом времени? _____

Задача

Два события происходят в лабораторной системе отсчета в одном и том же месте, но отстают во времени на 3 сек. Чему равно расстояние в пространстве между этими событиями в системе отсчета ракеты, если промежуток времени между событиями в ней равен 5 сек?

Ответ: $\Delta x' = 12 \cdot 10^8$ м.

Релятивистский закон сложения скоростей

Покажите из преобразований Лоренца, что

$$U_x = \frac{U'_x + V}{1 + \frac{VU'_x}{c^2}}$$

$$U_y = \frac{U'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{VU'_x}{c^2}}$$

$$U_z = \frac{U'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{VU'_x}{c^2}}$$

V – относительная скорость систем отсчета K и K' .

U – скорость тела относительно системы K .

U' – скорость тела относительно системы K' .

Упражнение №5. Покажите, пользуясь законом сложения скоростей, что если в какой-либо инерциальной системе координат скорость частицы равна c , то и в любой другой инерциальной системе она равна c .

Контрольные тесты

Тест 1

Квант света, излучаемый в направлении Земли со скоростью равной скорости света c звездой, которая движется к Земле со скоростью V , приближается к Земле со скоростью

- 1) $c + V$; 2) c ; 3) $c - V$.

Тест 2

Скорость света является

- 1) предельной скоростью относительно движения объектов;
2) предельной скоростью передачи информации;
3) единственным инвариантом СТО.

Тест 3

Наблюдатель движется мимо метровой линейки со скоростью, равной половине скорости света. Какой длины по его измерениям окажется его линейка?

- 1) 1 м; 2) 1,2 м; 3) 0,866 м.

Тест 4

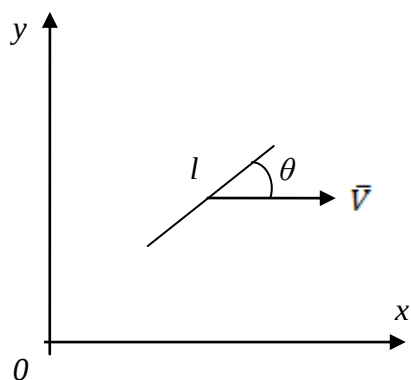
Одновременны ли события в инерциальной системе k' , которая движется с постоянной скоростью относительно системы k , если в системе k они происходят в одной точке и одновременны?

- 1) одновременны; 2) неодновременны.

Задачи

1. Найти собственную длину стержня, если в лабораторной системе отсчета его скорость $V = c / 2$, длина $l = 1$ м и угол между ним и направлением движения $\theta = 45^\circ$ (см. рис.). Ответ: 1,08 м.

2. В верхних слоях атмосферы рождается μ - мезон, движущийся со скоростью $V = 0,99 c$. До распада он успевает пролететь 5 км. Чему равна толщина слоя атмосферы, пройденного мезоном в его «собственной» системе координат? Ответ: 0,7 км.



3. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $V = 0,6 c$. Во сколько раз замедляется ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя? Ответ: 1,25.

4. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $V_1 = 0,6c$ и $V_2 = c$ вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость, если частицы движутся в противоположных направлениях. Ответ: $0,974c$.

РАЗДЕЛ II

ИМПУЛЬС И ЭНЕРГИЯ

2.1. Импульс и кинетическая энергия в ньютоновской механике (при $V \ll c$)

$$P =$$

$$T =$$

2.2. Релятивистский импульс

Из закона сохранения импульса следует, что релятивистская формула для импульса

$$\vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau},$$

где $\frac{d\vec{r}}{d\tau}$ перемещение за единицу собственного времени.

Внимание! Собственное время между двумя событиями одинаково во всех системах отсчета.

Упражнение №1. Используя преобразования Лоренца для времени, выразите релятивистский импульс через скорость, заменив $d\tau$ на dt .

Упражнение №2. Покажите, что при малых скоростях релятивистское выражение для импульса совпадает с ньютоновским.

Из исследования импульса видно, что масса это есть независящий от скорости коэффициент в выражении для импульса, одинаковый для всех скоростей, всех положений и всех моментов времени, то есть m - это масса в том смысле, в каком ее понимают в ньютоновской механике.

В некоторых изложениях теории относительности ньютоновское выражение для импульса $\left(m \frac{dx}{dt}\right)$ исправлялось не путем замены dt на $d\tau$, а путем введения «массы движения», а именно $m_{\text{дв}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$; что с точки зрения определения массы согласно ньютоновской механике неверно.

2.3. Эквивалентность энергии и массы покоя (энергия покоя)

Какие свойства тела выражает энергия покоя? _____

Чтобы удовлетворить требованию сохранения импульса и энергии во всех инерциальных системах отсчета, необходимо учитывать, что релятивистская энергия частицы складывается из двух частей: энергии покоя частицы и энергии движения.

$$E = E_{\text{пок}} + T,$$

где T – кинетическая энергия (энергия движения).

Выражение для релятивистской энергии E может быть записано множеством способов, в зависимости от обстоятельств.

Так, например,

$$E = m \frac{dt}{d\tau} = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} - \text{релятивистская энергия в единицах массы}$$

или

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \text{в энергетических единицах.}$$

2.4. Релятивистское выражение для кинетической энергии

Упражнение №3. Получите, исходя из выше изложенного, выражение для кинетической энергии релятивистской частицы.

Упражнение №4. Используя выражение для релятивистского импульса и полной энергии, найдите между ними связь; покажите, что

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4.$$

[illegible]

Закон сохранения импульса

$$p' = p'_1 + p'_2 = p_2.$$

Закон сохранения энергии

$$E' = E_{\text{нач}} = E_2 + m_1 c^2.$$

Из соотношения энергии и импульса

$$m'^2 c^4 = E'^2 - p'^2 c^2,$$

получим

$$\begin{aligned} m'^2 c^4 &= (E_2 + m_1 c^2)^2 - p_2^2 c^2 = E_2^2 + 2E_2 m_1 c^2 + m_1^2 c^4 - p_2^2 c^2 = \\ &= (E_2^2 - p_2^2 c^2) + 2E_2 m_1 c^2 + m_1^2 c^4 = m_2^2 c^4 + 2E_2 m_1 c^2 + m_1^2 c^4 = \\ &= (m_1^2 + m_2^2) c^4 + 2m_1 c^2 (T + m_2 c^2) = (m_1 + m_2) c^4 + 2m_1 T c^2 + \\ &\quad + 2m_1 m_2 c^4 = (m_1 + m_2)^2 c^4 + 2m_1 T c^2 \\ m'^2 c^4 &= (m_1 + m_2)^2 c^4 + 2m_1 T c^2 \\ m'^2 c^2 &= (m_1 + m_2)^2 c^2 + 2m_1 T \\ m'^2 &= (m_1 + m_2)^2 + 2m_1 \frac{T}{c^2}. \end{aligned}$$

При каких условиях масса покоя составной частицы сводится к ньютоновской величине, то есть

$$m' = m_1 + m.$$

Контрольные тесты

1. Если частица имеет массу покоя не равную нулю в системе κ , то в системе κ' , движущейся со скоростью V относительно системы κ ее масса покоя будет:
а) такой же;
б) больше;
в) меньше.
2. Скорость частицы, кинетическая энергия которой составляет половину энергии покоя, будет:
а) $1 \cdot 10^8$ м/с; б) $2,22 \cdot 10^8$ м/с; в) $5 \cdot 10^8$ м/с.

3. Скоростью света могут обладать:

- а) любые частицы при достаточно долгом разгоне;
- б) никакие частицы;
- в) частицы с массой покоя, равной нулю.

4. При скоростях много меньше скорости света релятивистская энергия приобретает вид:

а) $E = mc^2 + T$;

б) $E = \frac{mv^2}{2}$;

г) $E = mc^2$.

Задачи

1. Электроны, получаемые на выходе стэнфордского линейного ускорителя, имеют скорость на 1,5 см/с меньше скорости света. Какова величина кинетической энергии? Ответ: $\sim 8 \cdot 10^4$ МэВ.

2. Электрон начинает двигаться в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 10$ кВ/см. Через сколько времени после начала движения кинетическая энергия электрона станет равной его энергии покоя? Ответ: $3 \cdot 10^{-9}$ с.

3. Частица массы покоя m_0 , движущаяся со скоростью $0,8c$ испытывает неупругое соударение с покоящейся частицей равной массы. Чему равна скорость образовавшейся составной частицы? Ответ: $1/2 c$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Название	Величина
1. Элементарный заряд	$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
2. Масса электрона	$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
3. Удельный заряд электрона	$e/m = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
4. Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
5. Энергия покоя электрона	$m_0 c^2 = 0,510984 \text{ МэВ}$
6. Масса покоя протона	$m_p = 1,67252 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
7. Энергия покоя протона	$m_p c^2 = 938,232 \text{ МэВ}$

1. Атомная единица массы	$1 a.e.m. = \begin{cases} 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ з} \\ 931.4 \text{ МэВ} \end{cases}$
2. Работа, энергия	$1 \text{ Эв} = \begin{cases} 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\ 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} \end{cases}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Э. Тейлор, Дж. Уиллер.
Физика пространства – времени, изд.-во «Мир», М.: - 1971.
2. Матвеев А.Н.
Учебное пособие для физ. спец. вузов. – М.: Высш.шк. 1986.
3. А.Е. Айзензон
Курс физики, изд.-во Высш. шк., 1986, стр. 45-82
4. Сацункевич И. С.
Экспериментальные корни специальной теории относительности
- 2-е изд. — М.: УРСС, 2003.

Учебное издание

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ «СТО»

Рабочая тетрадь для практических занятий
по курсу « Общая физика»
для студентов I-II курсов, обучающихся по всем специальностям

Составитель
МАКИЕНКО Антонина Васильевна

Подписано к печати . Формат 60х84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл.печ.л. 1,4. Уч.-изд.л. 1,26
Заказ . Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru

