ФИЗИКА 2

«ЭЛЕКТРОСТАТИКА, ПОСТОЯННЫЙ ТОК, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ»

Автор
МАКИЕНКО А.В.

Лекция 1

- **ВВЕДЕНИЕ**
- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

1. **Свойства электрического заряда**
2. **Закон Кулона, принцип суперпозиции кулоновских сил**

Учебный план:

Лекции → 32 часа
Практ. занятия →32 часов
Лаб. занятия → 16 часов
ИТОГО: 80 часов

ЛИТЕРАТУРА

1. **Яворский В. М. , Детлаф А. А.** Курс физики, т. 2
2. **Савельев И. В.** Курс общей физики, т. 2, 3
3. **Трофимова Г. Н.** Курс физики
4. **Калашников С. Г.** Электричество
5. **Чертов А. Г., Воробьёв А.А.** Задачник по физике.
6. **Волькенштейн В. С.** Сборник задач по общему курсу физики

РЕЙТИНГ-ПЛАН

Вид работы	Количество баллов	Примечание
Лекции	5	Рефераты, презентации
Практические занятия		
Лабораторные занятия	**5·3 = 15**	1б –допуск, 1б – выполн., 1б - отчет
Индивидуальное задание №1	**6·1,0 = 6**	1 задача – 1,0 бал. (**8я неделя**)
Индивидуальнее задание№2	**6·1,0 = 6**	1 задача – 1,0 бал. (**16я неделя**
Контрольная работа №1, №2	**4·2 = 8**	К.Р.– 2 бал (**8я неделя,16я неделя**)
Теорет.коллокв. №1, №2	**1·10 = 10** **1·10 = 10**	**9я неделя** **17я недля**
ИТОГО:	**Максимум - 60**	**Допуск к экз. – ≥33 бал.**

(Невыполненные задания в срок снижают рейтинг в 2раза.)

Существует 4 основных вида взаимодействий, к которым сводятся все известные силы во Вселенной

Вид взаимодействия	
1. Сильное (ядерное, адронное)	Связывает протоны и нейтроны в ядре
2. Электромагнитное взаимодействие	Связывает электроны и ядра в атомы, а атомы в молекулы.
3. Слабое взаимодействие	Существует между любыми парами элементарных частиц, оно является единственным между электроном и нейтрино.
4. Гравитационное	Связывает большие массы вещества – планеты и звезды - в космические системы.

В курсе «ФИЗИКА-II» мы будем изучать электромагнитные явления, которые связаны с электромагнитным взаимодействием.

Электромагнитные явления обусловлены способностью некоторых частиц – фермионов (электрон, протон) взаимодействовать путём обмена **фотонами.**
Эта способность названа электрическим зарядом

В настоящее время твердо установлено, что электрические заряды существуют в виде элементарных заряженных частиц – **электронов и протонов**

Условно считают, что **электрон** является носителем элементарного отрицательного заряда, а **протон** – элементарного положительного заряда.

$$q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$q_p = +1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Электрон происходит от греческого «янтарь» То, что янтарь, натертый о шерсть, приобретает способность притягивать легкие предметы, известно было в глубокой древности.

Несмотря на обилие веществ в природе, существуют только два вида электрических зарядов – **отрицательные и положительные.**

Свойства электрического заряда

1. Дискретность (квантованность) электрического заряда.

Любой заряд в целое число раз больше элементарного заряда (заряда электрона), то есть заряд может принимать только строго определенные значения, а не любые.

$$\boxed{Q = n\,|e|,}$$ где n = 1, 2, 3,…..

Такие величины, которые могут изменяться только на определенные порции (кванты), называют **квантованными или дискретными.**

2. Инвариантность заряда.

Электрический заряд не зависит от того, движется он или покоится, то есть он **инвариантен** по отношению к системе отсчета.

3. Закон сохранения заряда.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} q_i = const}$$

В замкнутой системе суммарный электрический заряд (алгебраическая сумма зарядов) остается постоянным.

За единицу эл. заряда в системе СИ принят 1Кл (Кулон) – заряд, проходящий за 1с. через сечение проводника, в котором имеется не изменяющийся ток силой в 1А..

Телу можно сообщить заряд, перенося на него электроны или удаляя с него электроны. Тело, **имеющее избыток электронов**, заряжено **отрицательно**, тело, **имеющее недостаток электронов** – заряжено **положительно.**

Опыт Милликена (1911 г.)

- Эксперимент американского физика, лауреата Нобелевской премии Роберта Милликена, в котором был измерен заряд электрона. Непосредственно в эксперименте исследовалось поведение заряженных капель масла в электрическом поле конденсатора. Освещением рентгеновскими лучами можно слегка ионизировать воздух между пластинами конденсатора и изменять заряд капли. **Милликен установил, что заряд капли изменялся дискретно на одну и ту же величину *e*.**

Электростатика рассматривает статические, то есть неподвижные заряды и статические, не меняющиеся со временем электрические поля

Для того, чтобы отвлечься от формы и размеров взаимодействующих тел вводится понятие **точечного заряда**. Это одна из моделей, с помощью которой изучаются явления электромагнетизма.

Под **точечным зарядом** понимают заряженное тело, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до других зарядов.

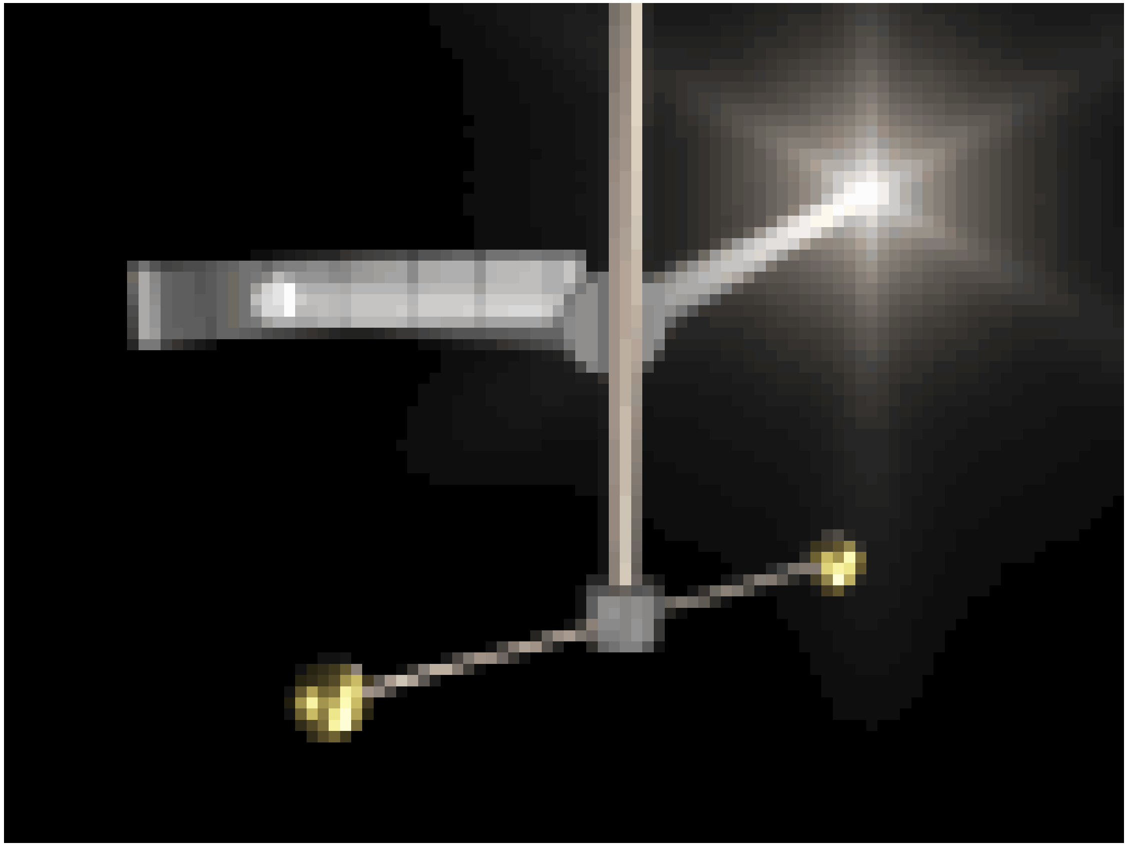
Закон Кулона

Сила взаимодействия 2х неподвижных точечных зарядов пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{\ell}_r$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц (в СИ→ k = 1/4πε₀, где ε_0 = 8,85·10^{-12} ф/м —электрическая постоянная); $\vec{\ell}_r = \frac{\vec{r}}{r}$ — единичный вектор, направленный по прямой, соединяющей заряды q1 и q2.

Этот закон Кулон установил опытным путём, используя крутильные весы (1785 г.)

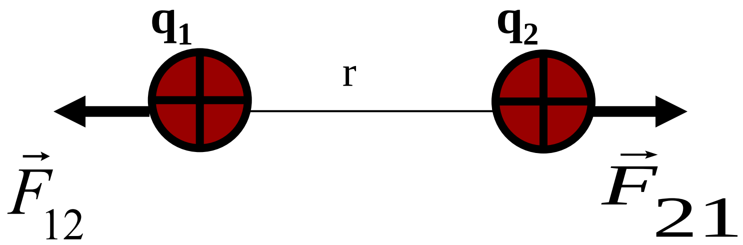


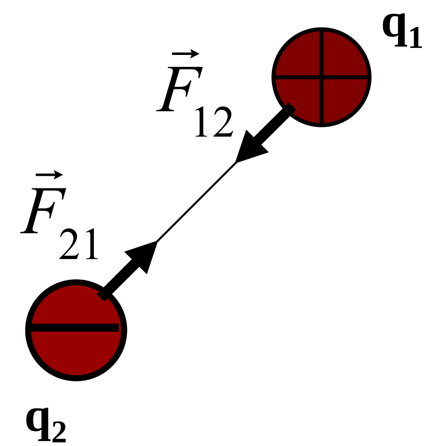
На тонкой кварцевой нити был подвешен горизонтальный стержень с маленьким заряженным шариком на конце. Второй заряженный шарик подносился к первому на некоторое расстояние в той же горизонтальной плоскости. В результате электростатических сил притяжения или отталкивания (в зависимости от знаков обоих зарядов) упругая нить закручивалась на некоторый угол, тем больший, чем больше была сила взаимодействия между зарядами

Величина кулоновской силы:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Сила $\vec{F}$ называется кулоновской силой и направлена по прямой, соединяющей заряды.



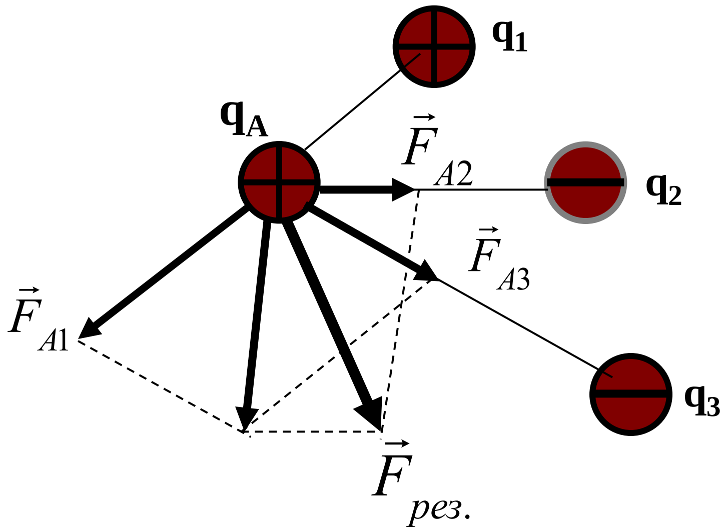


В случае **одноименных зарядов** она соответствует **отталкиванию,**
в случае **разноименных – притяжению.**

Принцип суперпозиции кулоновских сил.

Опыт показывает, что **сила взаимодействия двух данных зарядов не изменится, если вблизи них поместить еще какие – либо заряды.**

Пусть имеется точечный заряд **q_A** и кроме того N точечных зарядов: **q_1, q_2, q_3,……q_N.**



Результирующая сила , с которой действуют все N зарядов на заряд **q_A** определяется формулой

$$\vec{F}_{рез.} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{Ai}$$

где - $\vec{F}_{Ai}$ сила, с которой действует на **q_A** i-ый заряд в отсутствии остальных.

Формула представляет собой математическое выражение **принципа суперпозиции кулоновских сил.**

Закон Кулона и принцип суперпозиции позволяют вычислить силу взаимодействия между заряженными телами, между заряженным телом и точечным зарядом.

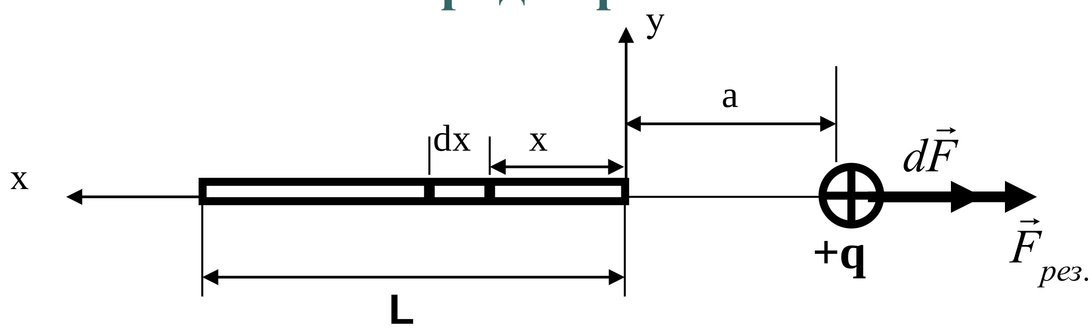
Для этого надо:

1. Тела разбить на элементарные участки зарядом **dq,** которые можно считать точечными;
2. Найти силу взаимодействия между зарядами **dq** попарно по закону Кулона;
3. По принципу суперпозиции найти результирующую силу

Пример:

Определить силу взаимодействия равномерно заряженного тонкого стержня и точечного положительного заряда **q.**
Длина стержня – **L,** линейная плотность заряда - **+τ.** Заряд находится на продолжении оси стержня на расстоянии **a** от его конца.

Порядок решения



1. Выбираем систему координат (ось x пусть совпадает с длиной стержня, начало отсчета – с концом стержня).

2. Выделяем на стержне элементарный участок **dx → dq** на расстоянии **x** от начала координат.

Учитывая, что заряд, распределенный по длине, характеризуется линейной плотностью τ =q/L, найдем, что **dq = τdx**

3. По закону Кулона находим направление и величину силы $d\vec{F}$ - силы взаимодействия между **dq** и **q**.

$$dF = k\frac{q\cdot dq}{(a+x)^2} = k\frac{q\tau\cdot dx}{(a+x)^2}$$

4. По принципу суперпозиции находим $\vec{F}_{рез.} = \vec{F} = \sum d\vec{F}$

$$F = kq\tau\int_0^L \frac{dx}{(a+x)^2} = -kq\tau\frac{1}{(a+x)}\Bigg|_0^L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\tau L}{a(a+L)}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\tau L}{a(a+L)}$$

Лекция 2

- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

1. **Электростатическое поле, напряженность поля**
2. **Принцип суперпозиции электростатических полей**
3. **Расчет напряженности полей, создаваемых различными системами зарядов**

Электростатическое поле

Совокупность значений физической величины в зависимости от координат образуют поле этой величины.

Например, состояние тела можно описать полем температур **T(r)**. Так как температура – величина **скалярная,** то и поле температур – **скалярное.**

Силовое взаимодействие частиц можно описать полем сил , которое является **векторным,** так как **сила – величина векторная**.

Электростатическое поле это способ описания взаимодействия электрических зарядов. Однако это непросто формальное понятие, а реально существующий вид материи, который действует с силой на электрические заряды.

Напряженность электростатического поля.

Изучение свойств электростатического поля можно производить, помещая в окружающее пространство точечные заряды (называемые пробными) и рассматривая силы, действующие на эти пробные заряды. Отношение силы к величине пробного заряда q не зависит от величины заряда и может характеризовать данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (2.1)$$

где q – пробный заряд, $\vec{F}$ - сила.

Эту физическую величину, характеризующую электростатическое поле, называют **напряженностью электростатического поля.**

Напряженность электростатического поля в некоторой точке это физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$\vec{E}$ - силовая характеристика поля, которая определяет силу, действующую на произвольный точечный заряд

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$$

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением вектора силы $\vec{F}$

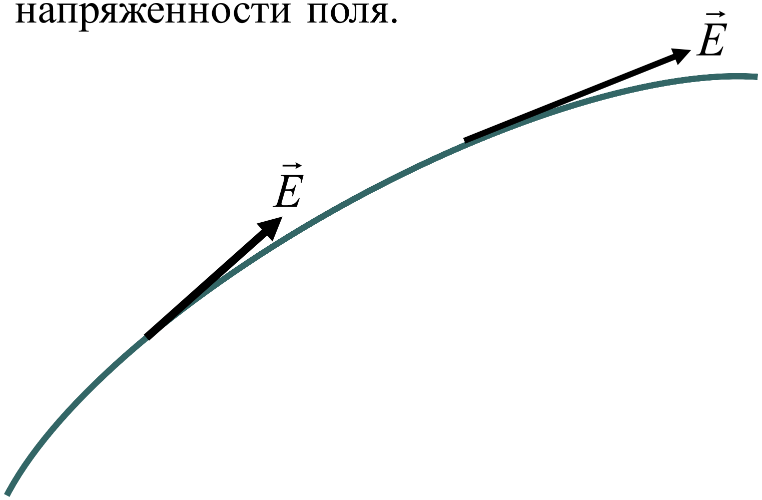
За единицу напряженности в системе СИ принимается напряженность в такой точке поля, где на заряд в **1Кл** действует сила в **1Н.**

$$[E] = 1\frac{В}{м}$$

Для того, чтобы описать электростатическое поле нужно задать вектор напряженности в каждой точке поля. Эту зависимость можно представить не только аналитически, но и графически.
Для этого пользуются, так называемыми, **линиями напряженности**

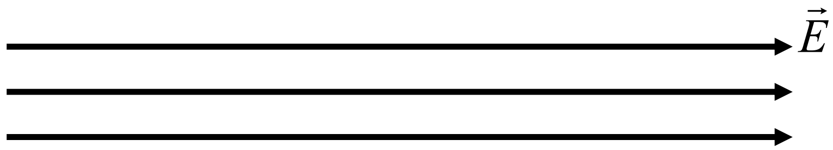
Линии напряженности.

Линией напряженности называют линию, проведенную в электростатическом поле, для которой направления касательной в любой точке совпадают с направлением вектора напряженности поля.

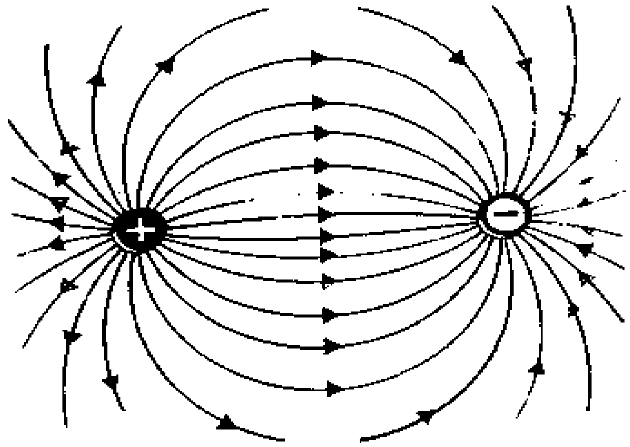


Чтобы с помощью линий напряженности изобразить не только направление, но и величину напряженности поля, условились проводить на графиках линии напряженности с определенной густотой так, чтобы число линий напряженности, проходящих через единицу поверхности перпендикулярной к силовым линиям было численно равно величине напряженности поля в данном месте.

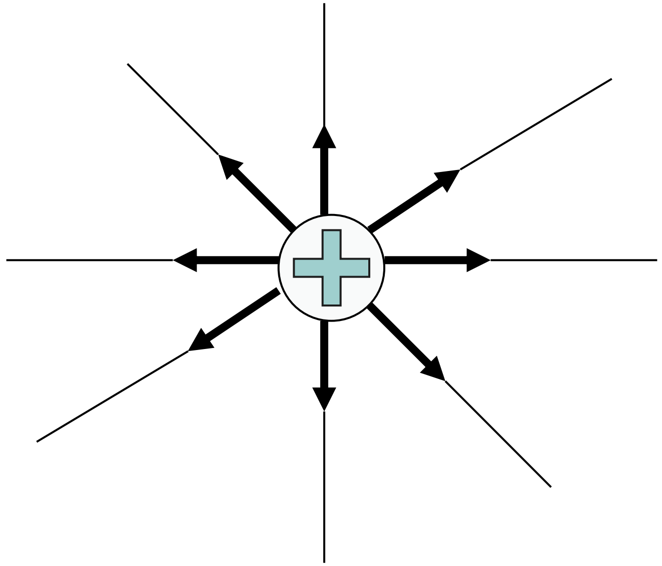
Поле, во всех точках которого напряженность имеет одно и тоже значение по величине и направлению, называется **однородным.**



Электрические силовые линии начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах (направление условное).



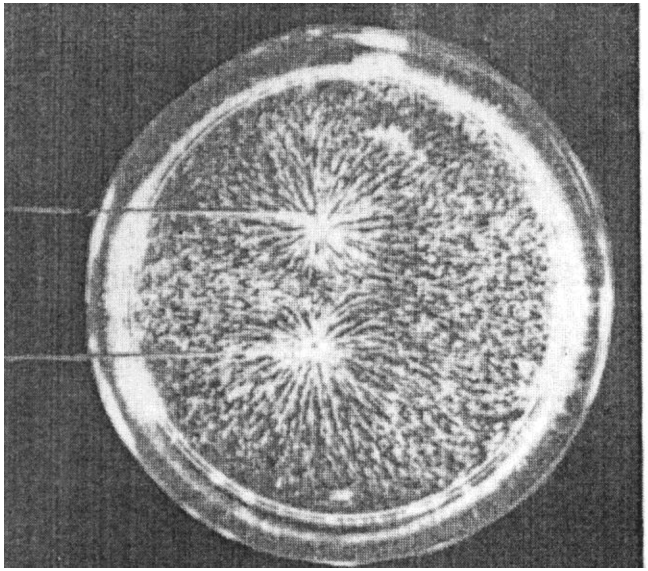
Если заряд изолирован, то силовые линии уходят в ∞ от положительного заряда и приходят из ∞ к отрицательному заряду



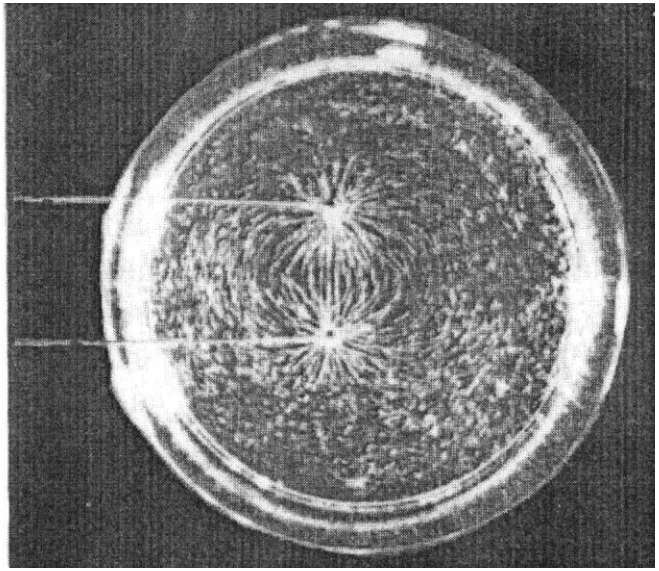
Однако существование изолированного заряда физически невозможно. В макроскопических объектах все вещество (и, по видимому, вся Вселенная) состоят из одинакового числа положительных и отрицательных зарядов и поэтому электрически нейтрально. Отдельные тела могут быть заряжены, но это достигается пространственным разделением положительных и отрицательных зарядов.

Картину силовых линий различных геометрических конфигураций зарядов можно получать на опыте :

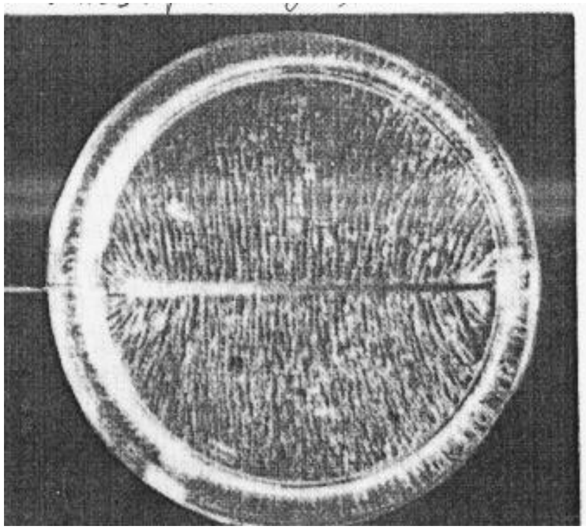
в непроводящую электричество жидкость, например, глицерин, помещают взвешенную пыльцу растений, а затем эту смесь заливают вокруг изучаемой системы зарядов; электрическое поле вызывает разделение зарядов на частичках пыльцы; поляризованные частички ориентируются вдоль силовых линий, тем самым делая видимой их форму.



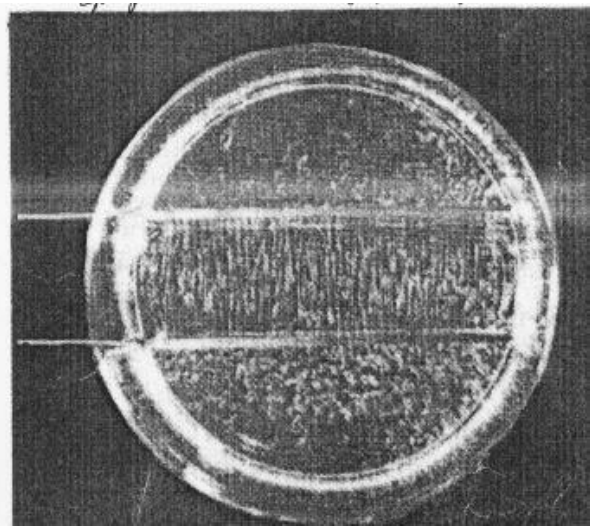
Два одноименных заряда



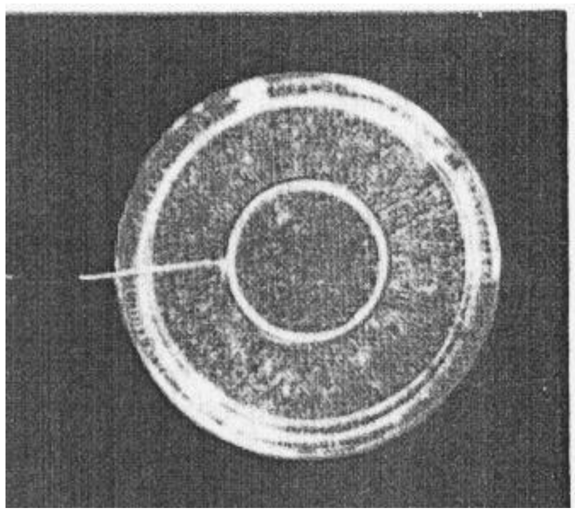
Два разноименных заряда



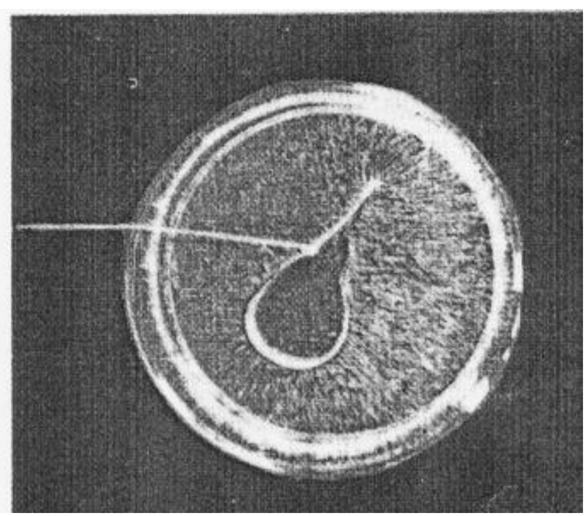
Заряженная пластина



Пара пластин, равномерно заряженных равными разноименными зарядами



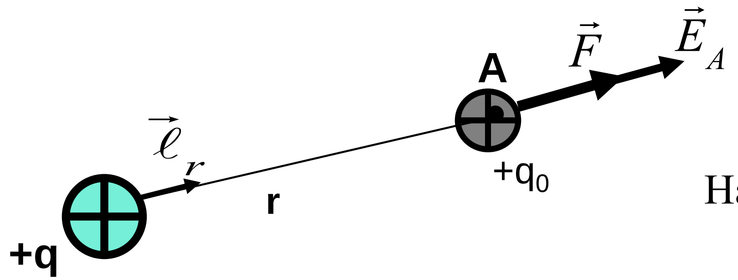
Заряженное кольцо (поле внутри кольца равно нулю)



Заряженный проводник произвольной формы (поле внутри – нуль)

Напряженность поля точечного заряда.

Пусть поле создается точечным зарядом **+q.** Найдем напряженность в точке **A**



Для этого поместим в точку А пробный точечный положительный заряд q_0.

Найдем силу, действующую на q_0 со стороны заряда **+q**

По закону кулона сила, действующая на q_0 со стороны q, будет равна:

$$\vec{F} = k\frac{q \cdot q_0}{r^2}\vec{\ell}_r$$

По определению напряженности электростатического поля (см. форм. 2.1) находим, что

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}}{q_0} = k\frac{q \cdot q_0}{r^2 q_0}\vec{\ell}_r = k\frac{q}{r^2}\vec{\ell}_r$$

Из этой формулы видно, что направление вектора напряженности совпадает с направлением вектора силы, то есть вектор направлен по линии, соединяющей заряд **q** и точку **A.**

Если заряд положительный, то от заряда, если заряд отрицательный – к заряду

Величина напряженности поля точечного заряда будет определяться по формуле

$$E_A = k\frac{q}{r^2}$$

r – расстояние от заряда до той точки, в которой определяется напряженность поля.

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей.

Электростатическое поле также как и поле тяготения обладает очень важным свойством:

результирующая напряженность поля, созданного системой точечных зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, которые создал бы каждый из них в отдельности.

$$\vec{E}_{рез.} = \sum_{\iota=1}^{n} \vec{E}_{\iota} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\iota=1}^{n} \frac{q_{\iota}}{r_{\iota}^2} \vec{\ell}_{r_{\iota}}$$

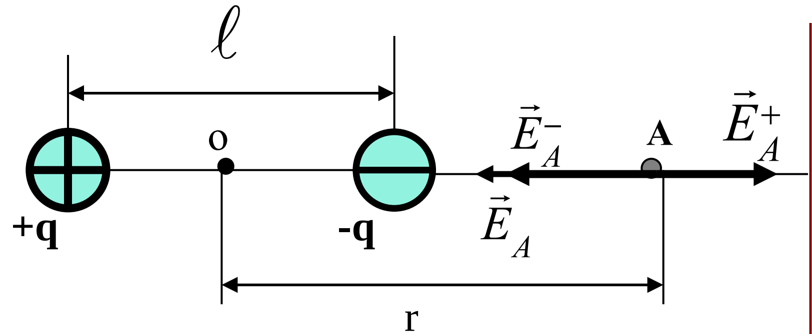
Пользуясь этим принципом, можно найти напряженность поля любой системы зарядов.

Надо отметить, что справедливость принципа заранее не очевидна и в его правильности нас убеждает только опыт. А именно, вычисляя электрические поля с помощью этого принципа, всегда получают результаты, согласующиеся с опытом. Однако при очень малых расстояниях ($\approx 10^{-13}$ см.) и экстремально сильных электрических полях принцип суперпозиции, возможно, не работает.

Примеры расчета напряженности электростатических полей.

1. Напряженность поля диполя.

Электрический диполь – это два одинаковых по величине и разноименных по знаку точечных заряда, находящихся на некотором расстоянии друг от друга.



Если $\ell \ll r$ (r - расстояние от центра диполя), то диполь считается **точечным**. Примером может служить полярная молекула, в которой положительные и отрицательные заряды смещены друг относительно друга.

Линия, соединяющая заряды +**q** и –**q**, называется **осью диполя,** т. **о – центр диполя**

Найдем напряженность поля в т. А, лежащей на оси диполя на расстоянии r от центра диполя.

Рассмотрим случай, когда ***l*** << r (точечный диполь)

По принципу суперпозиции: $$\vec{E}_A = \vec{E}_A^- + \vec{E}_A^+$$

$$E_A = E_A^- - E_A^+ = kq\left(\frac{1}{\left(r-\frac{\ell}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r+\frac{\ell}{2}\right)^2}\right) = kq\frac{2\ell}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q\ell}{r^3}$$

Произведение (q·***l***) = P называют **электрическим моментом диполя.**

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2\vec{P}}{r^3} \qquad \vec{P}\uparrow\uparrow\vec{E}$$

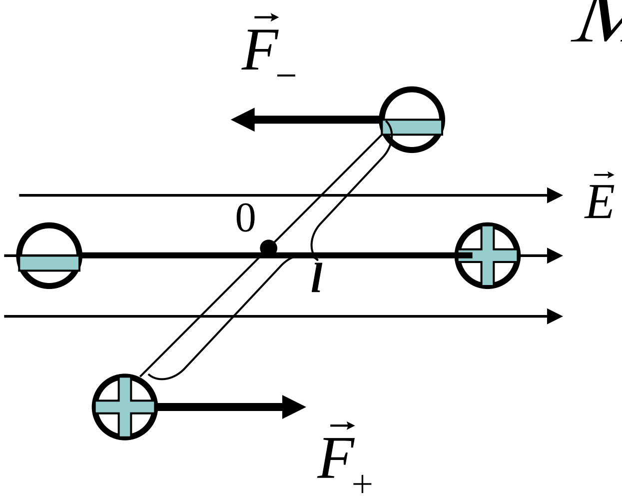
Диполь в электрическом поле

Как и точечный заряд, диполь не только сам создает поле, но и реагирует на поле, созданное другими источниками. Если поле однородное, то возникает пара сил

$$\left|\vec{F}_+\right| = \left|\vec{F}_-\right| = qE$$

Момент пары сил приводит к повороту диполя вокруг центра инерции.

$$\vec{M} = \left[\vec{P}\vec{E}\right]$$



В однородном электрическом поле диполь стремится установиться так, чтобы направление вектора $\vec{P}$ совпадало с направлением вектора $\vec{E}$

В неоднородном электрическом поле, диполь сначала поворачивается, а потом втягивается в область с более сильным полем. Причем сила действия на диполь тем больше, чем больше градиент напряженности электрического поля.

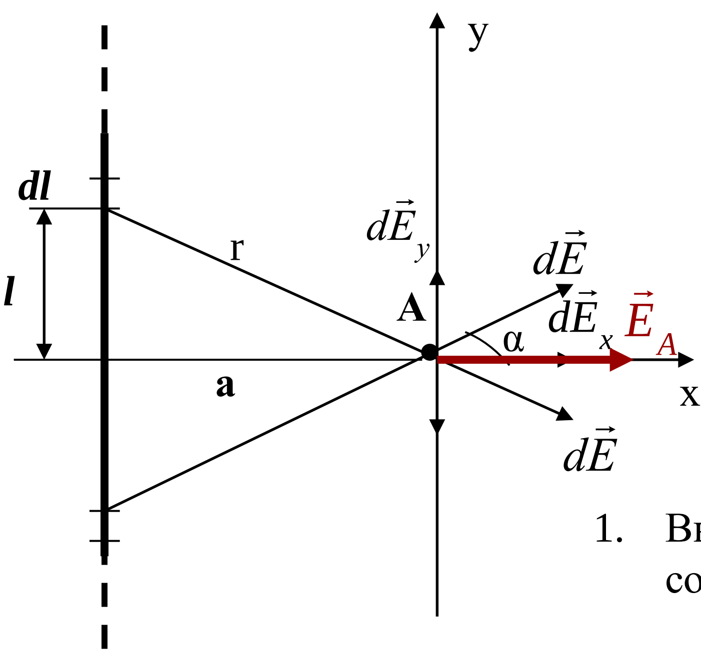
Поведение электрических диполей определяет свойства диэлектриков, которые мы будем рассматривать позднее

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью

Если одноименных точечных зарядов очень много и они очень близко расположены друг от друга, то расстояние между соседними зарядами практически не влияет на вычисление напряженности поля. В этом случае говорят заряд **распределен непрерывно**. Такое распределение зарядов характеризуется **плотностью заряда**. В случае равномерного распределения заряда по длине, как в данном случае, характеристикой является линейная плотность заряда τ

$$\tau = \frac{q}{\ell}$$

Рассмотрим равномерно заряженную бесконечно длинную нить с линейной плотностью +τ



Найдем напряженность поля в т. **A**, которая лежит на перпендикуляре к нити на расстоянии **a** от нити

$$\vec{E}_A \text{ - ?}$$

Применим тот же метод разделения распределенного заряда на элементарные заряды dq (метод дифференцирования), который мы применяли для вычисления силы взаимодействия заряженных тел.

1. Выбираем систему отсчета (ось y параллельна нити, ось x совпадает с перпендикуляром, начало отсчета - с точкой А).

2. Разбиваем заряженную нить на элементарные участки $d\ell$, заряд которых $dq = \tau d\ell$

3. Определяем направление и величину напряженности поля $d\vec{E}$,создаваемого участками dq по формуле напряженности поля точечного заряда

$$d\vec{E} = k\frac{\tau d\ell}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r} \qquad\qquad dE = k\frac{\tau d\ell}{r^2}$$

4. По принципу суперпозиции находим напряженность поля, создаваемого всей заряженной нитью

$$\vec{E} = \sum d\vec{E}$$

Так как вектора $d\vec{E}$ от различных элементов будут иметь различное направление, суммирование надо вести по составляющим этих векторов.

Разложим вектор $d\vec{E}$ на составляющие $d\vec{E}_x$ и $d\vec{E}_y$

$\sum d\vec{E}_y = 0$ (в силу симметрии задачи). Поэтому $\vec{E}_A = \sum d\vec{E}_x$ или

$$E_A = \int dE_x \qquad (2.2)$$

где $$dE_x = dE\cdot\cos\alpha = k\frac{\tau d\ell}{r^2}\cdot\cos\alpha$$

Чтобы проинтегрировать это выражение, нужно привести его к одной переменной, например к α

Для этого выразим все переменные через α. Из геометрии рисунка видно, что

$$r = a/\cos\alpha \qquad \ell = a\cdot tg\alpha \Rightarrow d\ell = \frac{a}{\cos^2\alpha}d\alpha$$

Подставим эти формулы в выражение для $d\vec{E}_x$

$$dE_x = dE\cdot\cos\alpha = k\frac{\tau d\ell}{r^2}\cdot\cos\alpha = k\tau\frac{a\cdot d\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{\cos^2\alpha}{a^2}\cdot\cos\alpha = \frac{k\tau}{a}\cos\alpha\cdot d\alpha$$

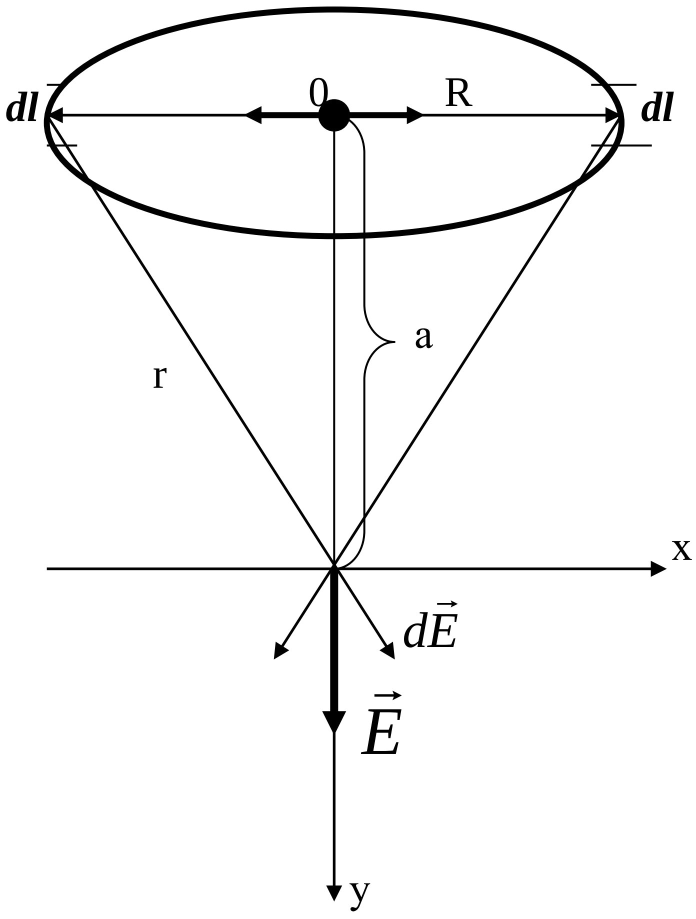
Подставив это выражение под интеграл (2.2), получим:

$$E_A = \frac{k\tau}{a}\cdot\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\cdot d\alpha = \frac{2k\tau}{a}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a} \qquad (2.3)$$

Формула (2.3) определяет напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной нитью на расстоянии **a** от нити. Направлен вектор перпендикулярно нити, если **+τ** - от нее, если **–τ** , то к нити.

Аналогично можно найти напряженность электрического поля, создаваемого равномерно заряженным проволочным кольцом, радиус которого R, заряд - q



В центре кольца напряженность поля равна нулю (в силу симметрии задачи)

$$\vec{E}_0 = 0$$

На оси перпендикулярной плоскости кольца

$$E = \frac{q \cdot a}{4\pi\varepsilon_0 \left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

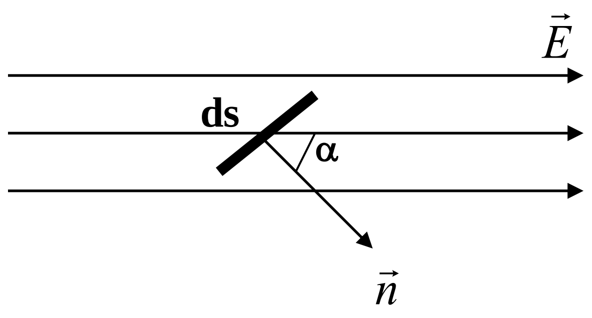
Лекция 3

- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

1. **Поток вектора напряженности через заданную поверхность**
2. **Теорема Гаусса в интегральной форме**
3. **Применение теоремы Гаусса для расчета электростатических полей**

Поток вектора напряженности $\vec{E}$ через заданную поверхность

Так как электростатическое поле является векторным полем, которое можно изображать графически с помощью электрических силовых линий, к нему применимо понятие **"поток"**.



Рассмотрим в однородном поле $\vec{E}$ элементарную площадку **ds**, ориентированную под углом **α** к $\vec{E}$, где α - угол между нормалью $\vec{n}$ и вектором $\vec{E}$

Поток вектора напряженности сквозь элементарную площадку ds зависит от величины вектора напряженности и от ориентации этой площадки по отношению к линиям напряженности.

$$d\Phi = E \cdot ds \cdot \cos\alpha \quad (3.1)$$

Для произвольной поверхности и произвольного поля поток вектора через эту поверхность будет равен

$$\Phi_E = \int_S \left(\vec{E}d\vec{s}\right) = \int_S E \cdot ds \cdot \cos\alpha \quad (3.2)$$

где $E \cdot \cos\alpha = E_n$ – проекция вектора напряженности на направление нормали.

Если поле однородное, то $\mathbf{\Phi_E = E \cdot S\cos\alpha}$

нормаль это вектор перпендикулярный к площадке ds; выбор направления вектора условен, его можно направить как в одну сторону от площадки, так и в другую; для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью

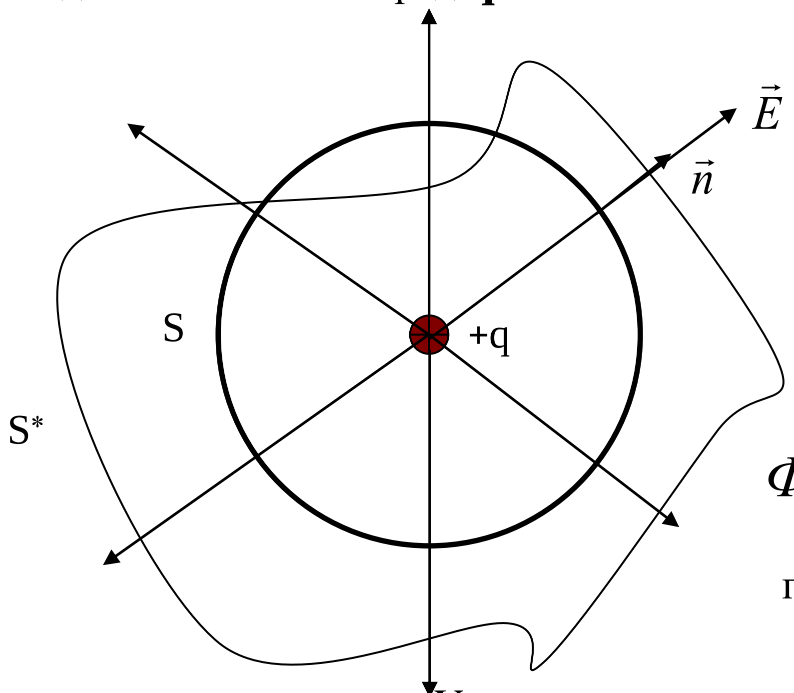
Как видно из формул $\mathbf{\Phi_E > 0}$**,** если α – угол острый и $\mathbf{\Phi_E < 0}$**,** если α – угол тупой

Теорема Остроградского – Гаусса

Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком **М.В. Остроградским** (1801 – 1862 г.), а затем независимо от него применительно к электростатическому полю – **Гауссом**.

Расчеты электростати - ческого поля могут быть значительно упрощены, если использовать эту теорему

Рассмотрим сферическую замкнутую поверхность **S,** в центре которой находится точечный заряд **q**



Линии напряженности поля, создаваемого зарядом **q** направлены от заряда радиально

$$\vec{n} \uparrow\uparrow \vec{E}$$

Найдем поток вектора напряженности через эту замкнутую поверхность по формуле (3.2)

$$\Phi_E = \oint_S E \cdot ds \cdot \cos\alpha = E \oint_S ds = E \cdot S = E \cdot 4\pi R^2$$

где R – радиус сферы.

Учитывая, что напряженность поля точечного заряда равна $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R^2}$

получим:

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (3.3)$$

Изменим замкнутую сферическую поверхность **S** на произвольную замкнутую поверхность **S∗**.

Из рисунка видно, что число линий вектора $\vec{E}$, пересекающих поверхность **S∗**, осталось таким же.

Следовательно поток вектора $\vec{E}$ не изменится и будет определяться формулой (3.3),

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Если поле создается не одним точечным зарядом, а системой точечных зарядов, то по принципу суперпозиции

$$\oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{s}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i \qquad (3.4)$$

Формула (3.4) является математическим выражением **теоремы Гаусса** в системе СИ.

Она утверждает: **поток вектора напряженности через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, которые она охватывает**

Если заряд распределен в объеме замкнутой поверхности непрерывно, то формула (3.4) будет иметь вид:

$$\oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{s}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho_q \cdot dv \qquad (3.5)$$

$\rho_q = \frac{dq}{dv}$ - объемная плотность заряда.

Эта теорема является обобщением закона Кулона на основе принципа суперпозиции.

Выражение (3.5) это **интегральная форма** записи **теоремы Гаусса**

Алгоритм расчета

1. Используя симметрию распределенного заряда, нужно выбрать, так называемую, Гауссову поверхность (она должна быть **замкнутой** и **эквипотенциальной** – во всех точках поверхности **E** одинаковое).

2. Вычислить поток вектора напряженности через выбранную поверхность по формуле:

$$\Phi_E = E\oint ds \cdot \cos\alpha = E \cdot S \cdot \cos\alpha$$

3. Приравняв по теореме Гаусса этот поток заряду внутри замкнутой поверхности, найти значение напряженности:

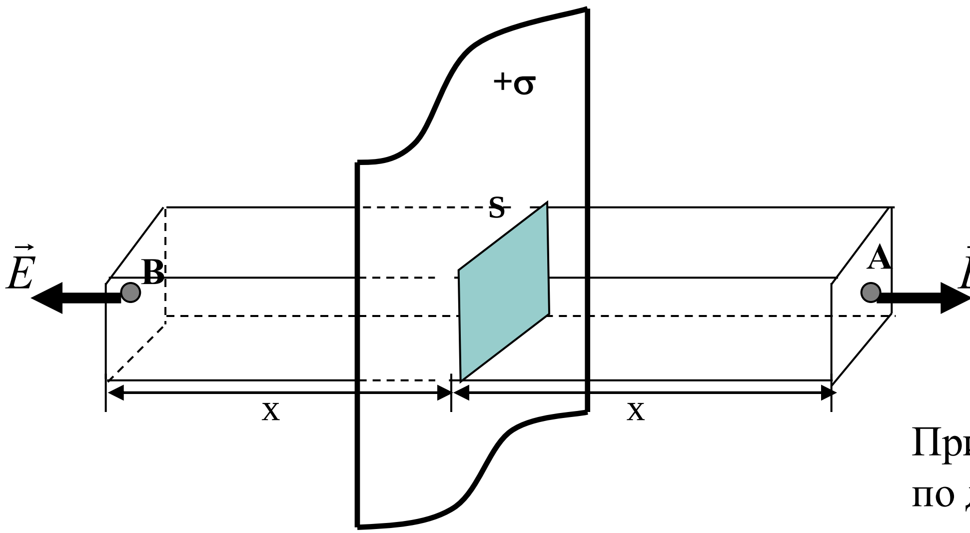
$$E \cdot S \cdot \cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i \rightarrow \mathbf{E}$$

Для дискретного распределения зарядов

$$E \cdot S \cdot \cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \rightarrow \mathbf{E}$$

Для объемного непрерывного распределения зарядов

• Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости



+σ – поверхностная плотность заряда

Найдем напряженность поля в точке **А**.

Из симметрии задачи видно, что линии напряженности поля перпендикулярны плоскости и густота их везде одинаковая

Причем в "зеркальной" точке **В,** лежащей по другую сторону плоскости на таком же расстоянии, поле такое же, но противоположно направлено.

Исходя из этого выберем замкнутую поверхность, проходящую через точки А и В. Это может быть параллелепипед длиной **2х,** четыре грани которого совпадают с $\vec{E}$ а две грани перпендикулярны $\vec{E}$, а может быть цилиндр, ось которого совпадает с $\vec{E}$

Найдем поток вектора напряженности через замкнутую поверхность (параллелепипед).

$$\Phi = 4\Phi_{бок.} + 2\Phi_{осн.}$$

Фбок. = 0, т.к. $\vec{E}\uparrow\uparrow$ боковой плоскости, или $\vec{E}\perp\vec{n}$(n – нормаль);

$$\Phi_{осн.} = \int_S \vec{E}d\vec{s} = E\cdot S_{осн.}$$

S - часть заряженной плоскости внутри замкнутой поверхности

Следовательно, полный поток через замкнутую поверхность равен

$$\mathbf{\Phi = 2\Phi_{осн} = 2E \cdot S_{осн}.}$$

Приравняем этот поток по теореме Гаусса сумме зарядов, находящихся внутри параллелепипеда (это часть заряженной плоскости площадью S)

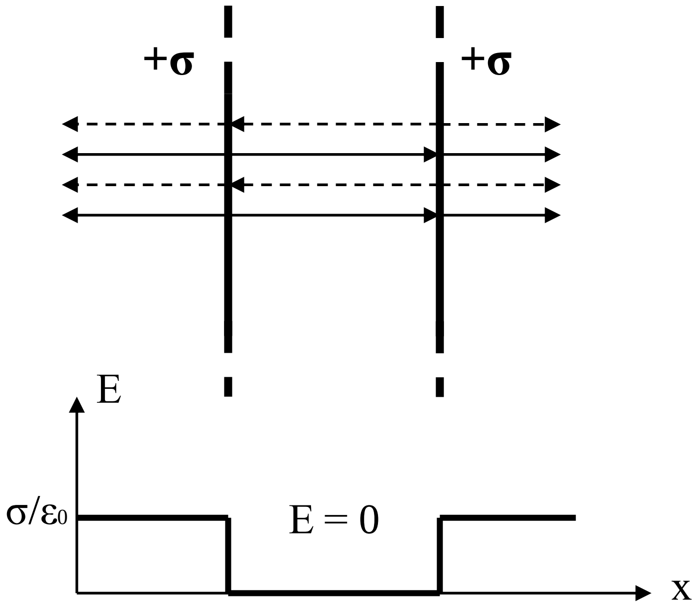
$$2E \cdot S_{осн.} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_S \sigma \cdot ds = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot S \qquad (3.6)$$

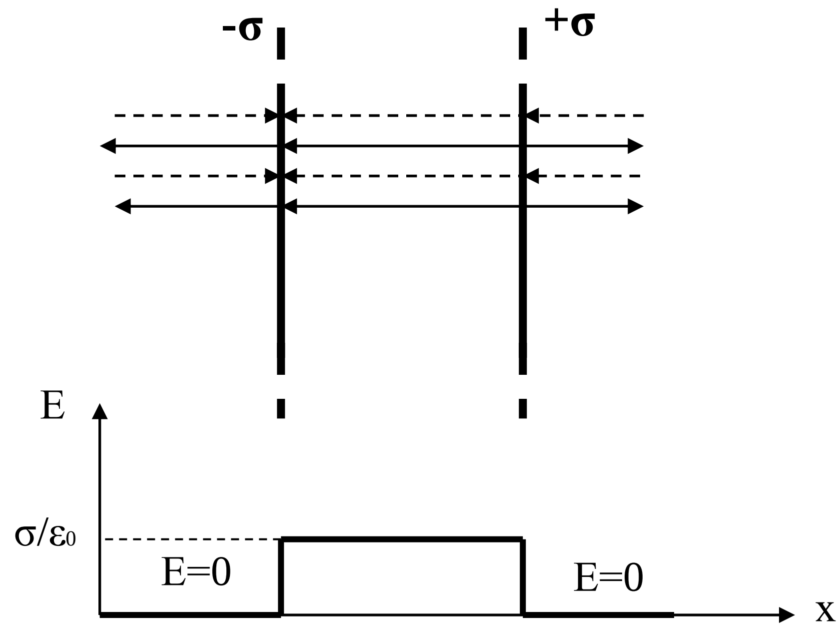
Из уравнения (3.6) получим

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (3.7)$$

Из формулы (3.7) видно, что напряженность не зависит от положения точки A, то есть поле, создаваемое равномерно заряженной бесконечной плоскостью, **однородное и направлено перпендикулярно плоскости**

• Поле, создаваемое двумя равномерно заряженными бесконечными плоскостями (пластинами)





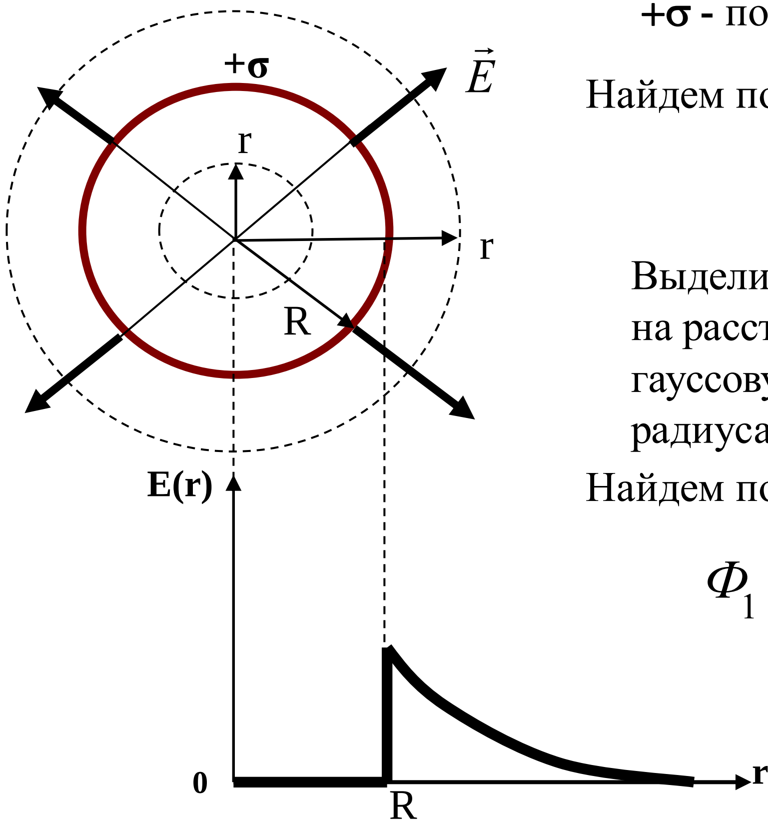
Поле 2х одноименно заряженных пластин

Поле 2х разноименно заряженных пластин

• Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Поле , создаваемое сферической поверхностью является **центрально – симметричным**.

Это означает, что направление вектора **E** в любой точке проходит через центр сферы, а величина вектора **E** является функцией расстояния **r** от центра сферы.



+σ - поверхностная плотность заряда, **R -** радиус сферы.

Найдем поле внутри сферы и вне сферы: **E1(r) – ?** **E2(r) - ?**

Поле внутри сферы E1(r)

Выделим внутри заряженной сферы точку, расположенную на расстоянии **r** от центра и проведем через нее замкнутую гауссову поверхность. Это будет сферическая поверхность радиуса **r**.

Найдем поток вектора напряженности через эту поверхность.

$$\Phi_1 = \oint_S \vec{E}_1 d\vec{s} = E_1(r) \cdot \oint_S ds = E_1(r) \cdot S = E_1(r) \cdot 4\pi r^2$$

Приравняем поток **Ф1** по теореме Гаусса заряду внутри выделенной замкнутой поверхности и из уравнения найдем **E1(r)**

$$E_1(r) \cdot 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E_1(r) = 0$$

Поле вне сферы E2(r)

Выделим теперь точку **r** вне заряженной поверхности и проведем через нее замкнутую сферическую поверхность.

Поток **Ф2** определится по формуле:

$$\Phi_2 = \oint_S \vec{E}_2 d\vec{s} = E_2(r)\cdot S = E_2(r)\cdot 4\pi r^2$$

Приравняв его по теореме Гаусса заряду

$$q = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

т.к. внутри выделенной замкнутой поверхности находится вся заряженная сфера, получим:

$$E_2(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\cdot 4\pi R^2 \Rightarrow E_2(r) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$$

q – заряд сферы, распределенный по поверхности с плотностью σ.

Таким образом, внутри сферической поверхности, заряженной с постоянной плотностью σ, поле отсутствует; вне этой поверхности поле тождественно с полем точечного заряда той же величины, помещенного в центр сферы

• **Поле, создаваемое бесконечным равномерно заряженным цилиндром (заряд распределен по поверхности цилиндра):**

$$E(r)=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$ (r ≥ R)

$$E(r)=0$$ (r < R)

где **R** – радиус цилиндра, **σ** - поверхностная плотность заряда.

Получить самостоятельно!

Лекция 4

- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

1. **Теорема Гаусса в дифференциальной форме**
2. **Работа сил электростатического поля**
3. **Потенциальная энергия, потенциал, разность потенциалов**

Теорема Гаусса в дифференциальной форме

Написание формул векторного анализа значительно упрощается, если ввести векторный дифференциальный оператор $\vec{\nabla}(\textit{набла})$

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

Сам по себе этот вектор смысла не имеет. Он приобретает смысл в сочетании со скалярной или векторной функцией, на которую он действует.

Если подействовать им на вектор в виде скалярного произведения, то получится скаляр, называемый **дивергенцией вектора**:

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \qquad \vec{\nabla}\vec{E} \equiv div\vec{E}$$

Зная дивергенцию вектора в каждой точке пространства, можно вычислить поток этого вектора через любую замкнутую поверхность конечных размеров

$$\oint_S \vec{E} d\vec{s} = \int_V div\vec{E} dv \quad (4.1)$$

Формула (4.1) описывает **теорему дивергенции**

Произведение $div\vec{E}\cdot dv$ дает мощность источников поля, заключенных в объеме d***v***.

Запишем теорему Гаусса в интегральной форме

$$\oint_S \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\int_V \rho dv \quad (4.2)$$

Сравнивая выражения (4.1) и (4.2), получим:

$$\int_V div\vec{E} dv = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dv \quad (4.3)$$

Это возможно, если значения под интегральных выражений в каждой точке одинаковые

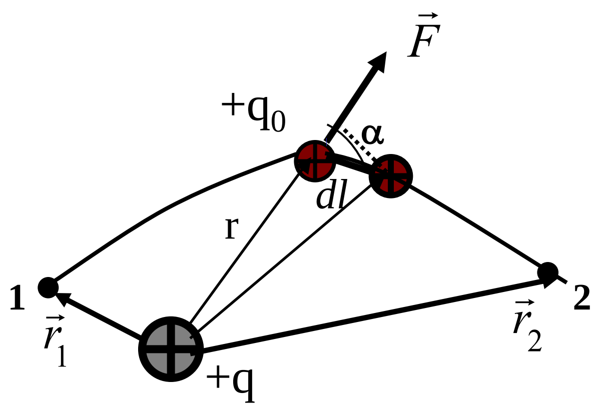
Следовательно, $div\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$ (4.4) или $\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (4.5)

Равенства (4.4) и (4.5) выражают теорему Гаусса в дифференциальной форме. Они говорят о том, что электростатическое поле имеет **источники – заряды.**

Работа сил электростатического поля

При перемещении зарядов в электростатическом поле совершается работа, поскольку на заряд в электростатическом поле действует **кулоновская сила.**

Предположим, что электрический заряд **+q0** перемещается в поле точечного заряда **+q** из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории.



На заряд q_0 будет действовать кулоновская сила

$$\vec{F} = k\frac{qq_0}{r^2}\vec{l}_r$$

Эта сила будет совершать работу. Так как сила зависит от перемещения, то найдем сначала работу на бесконечно малом участке ***dl***

$$dA = F\cdot dl\cdot\cos\alpha = k\frac{q\cdot q_0}{r^2}\cdot dl\cdot\cos\alpha$$

где α - угол между $\vec{F}$ и $d\vec{l}$

Из геометрии рисунка видно, что $dl\cdot\cos\alpha = dr$ – величина приращения вектора $\vec{r}$

Следовательно $dA = k\dfrac{q\cdot q_0}{r^2}\cdot dr$

Работа по перемещению заряда **q₀** из точки 1 в точку 2 будет равна

$$A_{12} = \int_1^2 dA = kqq_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = kqq_0\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$A_{12} = kqq_0\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (4.6)$$

Из формулы (4.6) видно, что работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положением заряда $\mathbf{q_0}$.

Электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы – консервативными.

Исходя из этого работа кулоновских сил при перемещении заряда по замкнутому контуру будет равна нулю

$$\oint dA = 0 \qquad (4.7)$$

Потенциальная энергия

Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которой обладает точечный заряд $\mathbf{q_0}$ в начальной и конечной точках поля заряда **q**

$$A_{12} = k\frac{qq_0}{r_1} - k\frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2 \quad (4.8)$$

Из (4.8) следует, что потенциальная энергия заряда $\mathbf{q_0}$ в поле заряда **q** равна

$$W = k\frac{qq_0}{r} + C$$

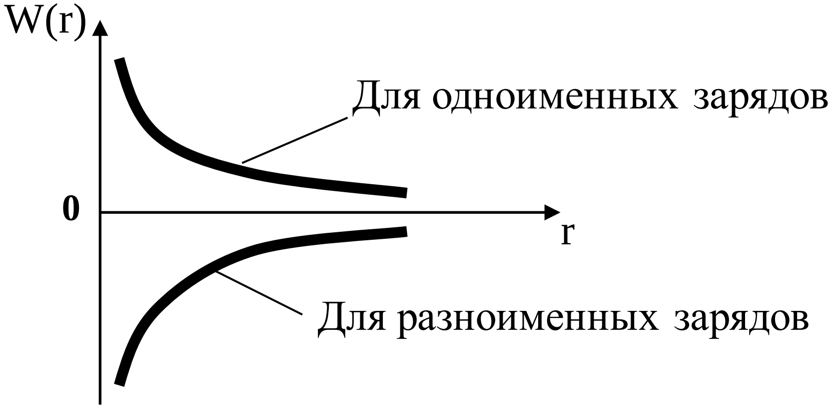
Определяется с точностью до произвольной постоянной C, которая зависит от выбора системы отсчета

Если, например, при $\mathbf{r} \to \infty$ **W = 0**, то **C = 0** и тогда

$$W = k\frac{qq_0}{r} \quad (4.9)$$

– **потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов**

График зависимости потенциальной энергии от расстояния r имеет вид:



Для одноименных зарядов **W > 0** – **отталкивание;**
для разноименных зарядов **W < 0** – **притяжение.**

Если поле создается системой точечных зарядов, то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом q_0 равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности.

Поэтому потенциальная энергия заряда $\mathbf{q_0}$, находящегося в этом поле, равна сумме потенциальных энергий заряда $\mathbf{q_0}$ в поле каждого из зарядов, то есть

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = kq_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \quad (4.10)$$

Таким образом, $W(r) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i \neq j} \frac{q_j q_i}{r_{ji}}$ **–потенциальная энергия взаимодействия системы точечных зарядов**

• Потенциал электростатического поля

Из формул (4.9) и (4.10) следует, что отношение **W/q₀** не зависит от **q₀** и поэтому является энергетической характеристикой электростатического поля, которую называют **потенциалом**

$$\varphi = \frac{W}{q_0} \qquad (4.11)$$

Потенциал φ в какой – либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом **q** равен

$$\varphi = k\frac{qq_0}{rq_0} = k\frac{q}{r}$$

Потенциал поля, созданного системой точечных зарядов, будет равен

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i = k\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

, где φ_i – потенциал поля, созданного i ым зарядом.

Если поле создаётся непрерывным распределением зарядов, то потенциал определяется по формуле

$$\varphi = k\int \frac{dq}{r}$$

Объединяя в электростатическом поле точки, обладающие одинаковым потенциалом, получим некоторые поверхности, которые называются **эквипотенциальными** .

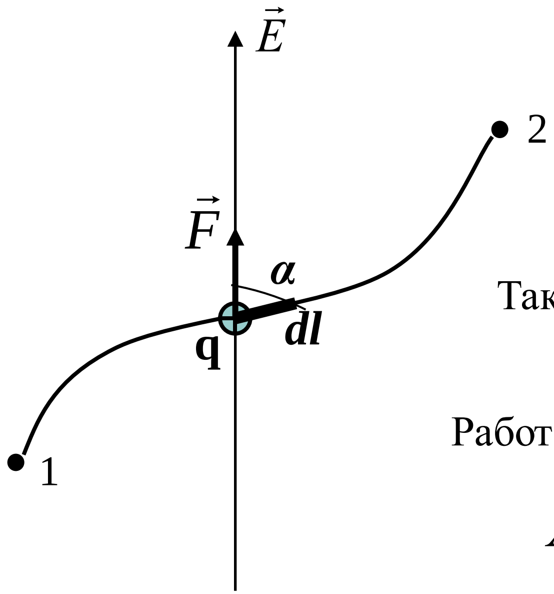
Так как все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, то перемещение вдоль нее не требует работы.

Это значит, что **сила**, действующая на заряд, все время **перпендикулярна к перемещению.**
Следовательно, **линии напряженности всегда перпендикулярны к эквипотенциальным линиям**, так как $\vec{F} = q\vec{E}$

Зная эквипотенциальные поверхности, можно всегда построить линии напряженности и наоборот.

• Разность потенциалов

Для понимания свойств электростатического поля большое значение имеет понятие **разности потенциалов** или **электрического напряжения**.



Предположим, что в некотором поле $\vec{E}$ из точки 1 в точку 2 перемещается положительный заряд **q = +1.**

Работа на элементарном участке **dl** определится по формуле:

$$dA = F \cdot dl \cdot \cos\alpha = E \cdot q \cdot dl \cdot \cos\alpha$$

Так как заряд выбран определенный (+1), то эта работа будет равна

$$dA = E \cdot dl \cdot \cos\alpha$$

Работа на участке (1→2) будет равна сумме работ на всех участках

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 E \cdot dl \cdot \cos\alpha = \int_1^2 (\vec{E}d\vec{l}\,) \quad (4.12)$$

Так как работа сил электростатического поля не зависит от формы пути , интеграл (4.12) может служить характеристикой поля.

Учитывая, что $\boldsymbol{A_{12} = W_1 - W_2 = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_2}$, т.к. q = 1

и сравнивая это выражение с (4.12), получим: $$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = \int_1^2 (\vec{E} \cdot d\vec{l}\,) \quad (4.13)$$

Формула (4.13) представляет собой **разность потенциалов** двух точек в данном электростатическом поле или **напряжение** между точками 1 и 2.

Разность потенциалов двух точек в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из одной точки в другую.

Интеграл $\int_1^2 \left(\vec{E}d\vec{l}\right)$ называют **линейным интегралом поля** и его величина не зависит от формы линии, соединяющей точки 1 и 2, так как работа не зависит от траектории.

Если в электрическом поле перемещается не единичный заряд, а заряд произвольной величины **q**, то в каждой точке сила, действующая на заряд, увеличится в **q** раз.

Поэтому работа ***A12,*** совершаемая силами поля при перемещении заряда **q,** будет равна

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_{12} \quad \text{или} \quad A_{12} = q\int_1^2 \left(\vec{E}d\vec{l}\right) \qquad (4.14)$$

Если перемещать заряд **q** из произвольной точки в **∞,** где потенциал равен **0**, то работа сил электростатического поля согласно (4.14) будет иметь вид:

$$A_{1\infty} = q \cdot \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{A_{1\infty}}{q}$$

Потенциал – физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Так как работа по замкнутому контуру в электростатическом поле равна 0 ,

то есть $\oint dA = 0$, то и $\oint \vec{E}d\vec{l} = 0$ (4.15)

Выражение (4.15) – это **условие потенциальности электростатического поля**

Криволинейный интеграл по замкнутому контуру $\oint \vec{E}d\vec{l}$

называют **циркуляцией вектора напряженности**.

Обращение циркуляции вектора напряженности в нуль говорит о том, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и заканчиваются на зарядах или уходят в ∞.

В системе СИ за единицу разности потенциалов принимается **1В** – разность потенциалов между двумя точками, если при перемещении заряда в **1К** совершается работа в **1Дж**

Энергия, которую приобретает частица с зарядом ***e***, пробегая в вакууме разность потенциалов **1В**, равна **1эВ** (один электронвольт – это внесистемная единица измерения энергии)

$$1эВ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж$$

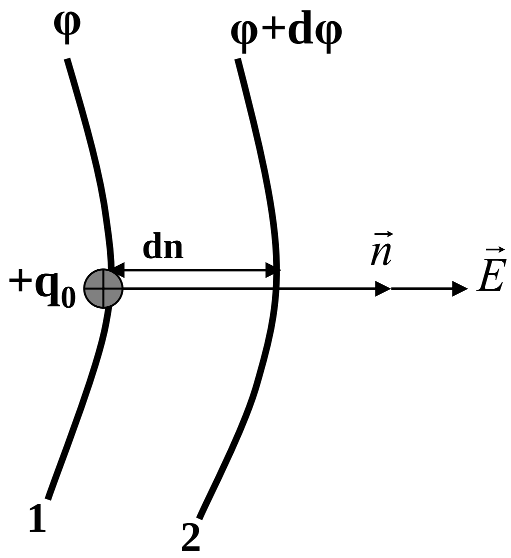
Лекция 5

- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

1. **Связь между напряженностью и потенциалом.**
2. **Поле внутри и вне проводника.**
3. **Электрическое поле в диэлектриках**

1. Связь между напряженностью и потенциалом

Рассмотрим две бесконечно близких эквипотенциальных поверхности 1 и 2.



Потенциал поверхности 1 → **φ**
Потенциал поверхности 2 → **φ+dφ**

Будем перемещать точечный заряд +$\mathbf{q_0}$ с поверхности 1 на поверхность 2 по кратчайшему пути (по нормали n).

$\vec{E}$ в пределах dn const

Работа по перемещению заряда +$\mathbf{q_0}$ будет равна:

с одной стороны $dA = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0[\varphi - (\varphi + d\varphi)] = -q_0\, d\varphi$;

с другой стороны $dA = q_0 E\, dn$.

Приравнивая оба выражения для работы, получим $q_0 E\, dn = -q_0\, d\varphi \rightarrow E = -\frac{d\varphi}{dn}$

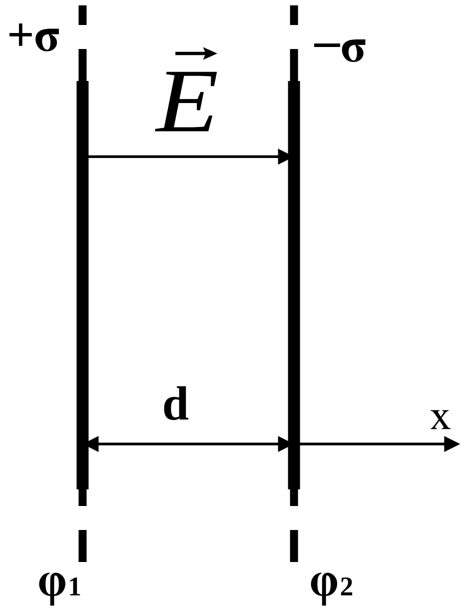
Изменение потенциала в выбранном направлении называют **градиентом скалярной величины φ**, то есть $\frac{d\varphi}{dn} = grad\varphi = \vec{\nabla}\varphi$

Следовательно $\vec{E} = -grad\varphi = -\vec{\nabla}\varphi$ (5.1)

Знак (−) говорит о том, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала.

Формула (5.1) позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов.

Пример: найти разность потенциалов между двумя разноименно заряженными бесконечными плоскостями, расстояние между которыми равно **d**



Напряженность поля между двумя бесконечными разноименно заряженными пластинами направлена от плюсовой пластины к минусовой

и по величине равна $E = 2\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Применяя формулу (5.1), $E = -grad\,\varphi = -\dfrac{d\varphi}{dx}$

где x − направление, в котором изменяется потенциал

получим: $d\varphi = -Edx$

Проинтегрировав это выражение, найдем $-\int_1^2 d\varphi = \int_0^d Edx = E\cdot d = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$

Следовательно, разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$ или напряжение $U = E\cdot d$

2. Поле внутри и вне проводника

На характеристики электрического поля существенное влияние оказывает внесение в него какого – либо вещества.

В обычном состоянии вещество нейтрально. Однако **под воздействием электрического поля** его положительные и отрицательные заряды смещаются в разные стороны и образуют **собственное электрическое поле**

Это явление называется электрической индукцией, а разделенные заряды – индуцированными.

В результате возникает **поле**, которое по принципу суперпозиции **определяется сложением внешнего и индуцированного.**

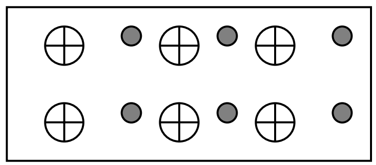
Распределение индуцированных зарядов и создаваемое ими поле зависят от свойств вещества.

Проводники – вещества, содержащие **большое количество свободных зарядов** (металлы, плазма, растворы и расплавы).

Рассмотрим идеальные проводники - **металлы**

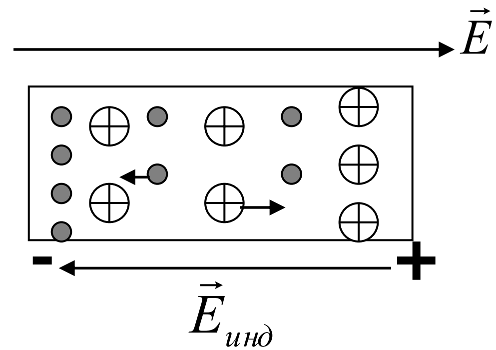
Металл можно представить в виде кристаллической решетки, образованной из положительных ионов, находящихся в узлах кристаллической решетки, и электронов, которые могут свободно перемещаться по объему.

Внешнее поле равно 0



Электрические заряды находятся в равновесии

Поместим металлический проводник в электрическое поле



Происходит разделение зарядов до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов

Равновесное (статическое) состояние устанавливается очень быстро.

Индуцированное поле в этом состоянии скомпенсировано внешним.

Поле внутри проводника при этом обращается в нуль ($E_{вн} = 0$).

Это означает, что $$\frac{d\varphi}{dn} = 0 \Rightarrow \varphi = const$$ n – нормаль

то есть весь **объем проводника** является **эквипотенциальной областью**, а **поверхность проводника – эквипотенциальной поверхностью**

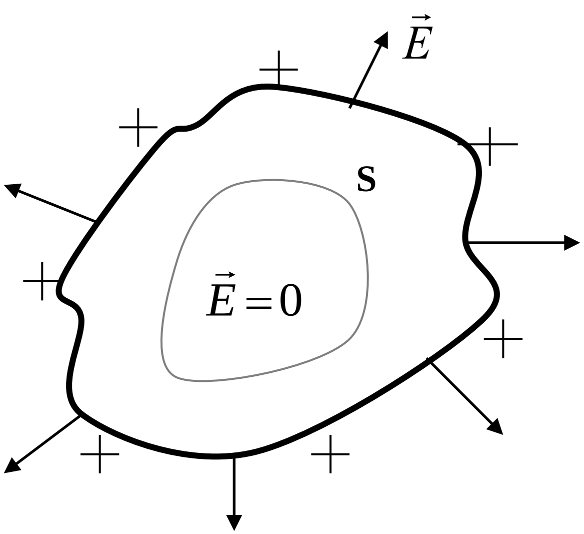
На больших расстояниях, где пр-к можно считать точечным зарядом, эквипотенциальные поверхности имеют сферическую форму, а вблизи пр-ка они повторяют форму его поверхности.

Эквипотенциальность поверхности говорит о том, что вектор напряженности на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой его точке (при равновесном распределении зарядов).

В этом случае работа равна нулю $A = q \cdot \int(\vec{E}d\vec{l}\,) = 0$, так как $\vec{n} \perp d\vec{l}$

Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей $\vec{E}$ заряды начали бы перемещаться по поверхности и равновесие нарушилось.

Если проводнику сообщить заряд Q, то **не скомпенсированные заряды располагаются только на внешней поверхности проводника** (в очень тонком слое, порядка межатомных расстояний).



Это видно из теоремы Гаусса.

Выделим внутри некоторого заряженного проводника замкнутую поверхность S

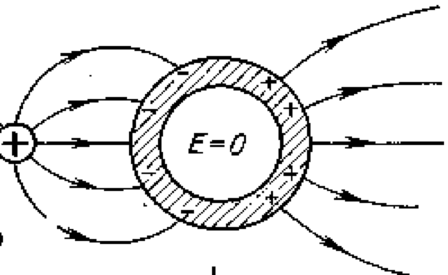
По теореме Гаусса $\oint\limits_S \vec{E}_n d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q = 0$

(так как напряженность поля внутри проводника равна нулю)

Следовательно сумма зарядов внутри проводника равна нулю, то есть

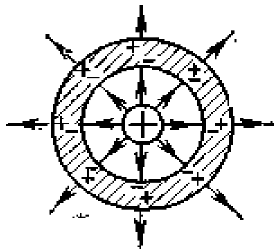
$$\sum q_{вн.} = 0$$

Если удалить вещество из внутренней области проводника, то распределение его заряда не изменится – **в полом проводнике также как и в сплошном заряды располагаются только на внешней поверхности**, а на внутренней, как и во всем объеме **E = 0.**



а)

а) Индуцированные заряды будут сосредоточены только на внешней поверхности. Поле внутри полости и в толще металла равно нулю. Поэтому **полый металлический проводник экранирует электрическое поле всех внешних зарядов** (этим пользуются на практике для устройства электростатической защиты).

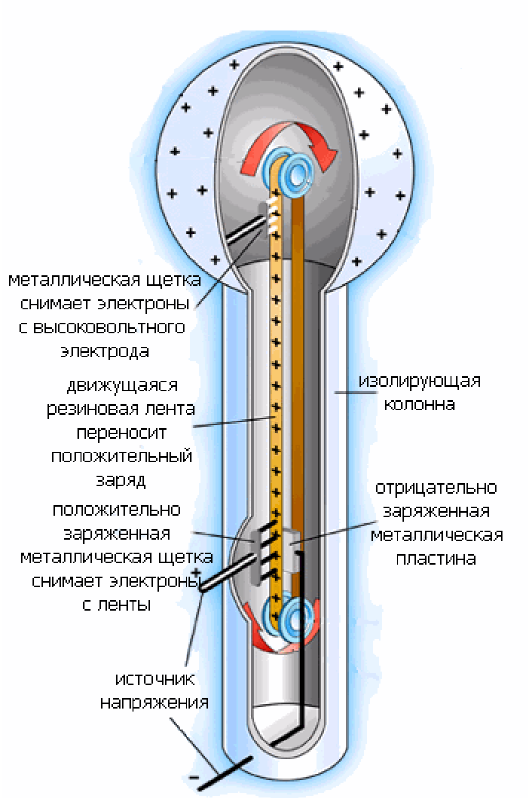


б)

б) **Полый проводник не экранирует поле электрических зарядов, помещенных внутри полости**. Индуцированные заряды распределятся так, что полное поле, создаваемое внесенным зарядом и индуцированными зарядами будет равно нулю в толще металла. Однако внутри полости поле не будет равно 0.

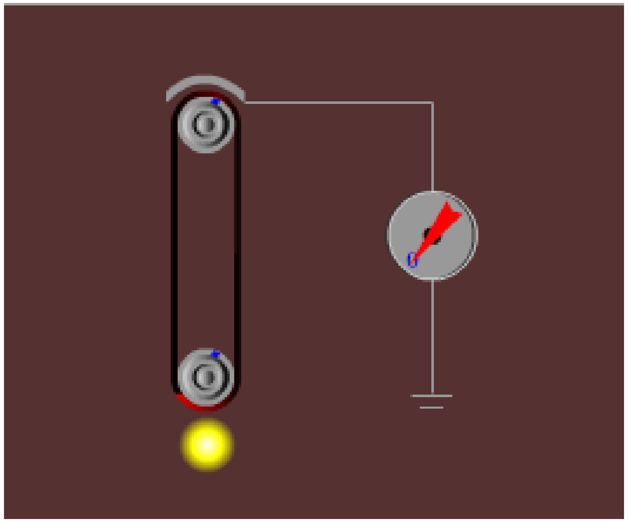
Свойство зарядов располагаться на внешней поверхности проводника используется для устройства **электростатических генераторов – генераторов Ван-де-Граафа**, которые служат для накопления больших зарядов и достижения разности потенциалов в несколько миллионов вольт.

Высоковольтный электростатический генератор был изобретён в 1931 году Робертом Дж. Ван-де-Граафом в Массачусетстком технологическом институте, используется для ускорения заряженных частиц (электронов, протонов, ионов и т.д.)



Потенциал шара ограничен напряженностью пробоя воздуха (30 кВ/см).

Большой полый металлический электрод, имеющий вид полусферического купола, установлен на высоковольтной изолирующей колонне. В полость электрода заходит верхний конец ленточного транспортера электрических зарядов, представляющий собой бесконечный резиновый ремень на текстильной основе, натянутый на два металлических шкива и движущийся обычно со скоростью 20 - 40 м/сек. Нижний шкив, установленный на металлической плите, вращается электродвигателем. Верхний шкив размещается под высоковольтным электродом-куполом и находится под полным напряжением машины.

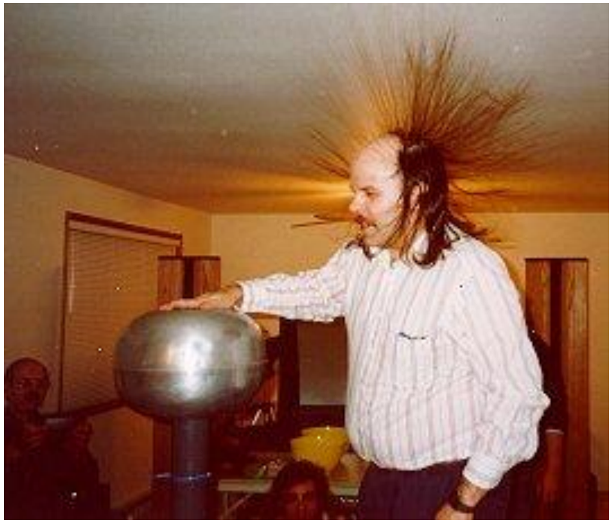


Нижний конец ленты проходит мимо электрода поддерживаемого обычным высоковольтным источником под высоким относительно земли напряжением до 100 кВ. В результате коронного разряда электроны с ленты переносятся на электрод

Предельная разность потенциалов, которую можно получить с помощью генератора Ван-де-Граафа, составляет 10 МВ.

Применение:

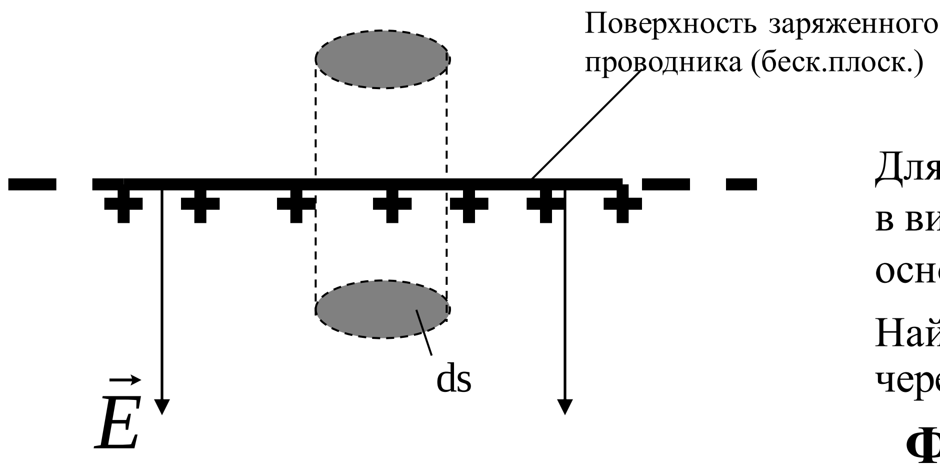
- *Расходимость пучка генератора (до миллирадиан) значительно меньше, чем у линейных ускорителей и циклотронов, поэтому он используется практически всеми лабораториями ядерной физики, работающими с частицами низких и средних энергий. Применяется как для проведения ядерных реакций, так и для инжектирования частиц в ускорители.*



- В настоящее время по мере развития иных способов ускорения частиц их роль в ядерных исследованиях постепенно сошла практически на нет, но до сих пор они используются для моделирования процессов происходящих при ударе молний, для имитации грозовых разрядов на земле.

• Напряженность поля у поверхности проводника.

Рассмотрим заряженный проводник, поверхность которого является бесконечной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ



Найдем величину $\vec{E}$, используя теорему Гаусса.

Для этого проведем замкнутую поверхность в виде малого цилиндра с площадью основания **ds**.

Найдем поток вектора $\vec{E}$ через цилиндрическую поверхность

$$\mathbf{\Phi_E = \underset{0}{\Phi бок..} + 2\Phi осн.}$$

Одно основание (верхнее) находится внутри проводника, где Е = 0. Поэтому поток через это основание будет равен нулю.

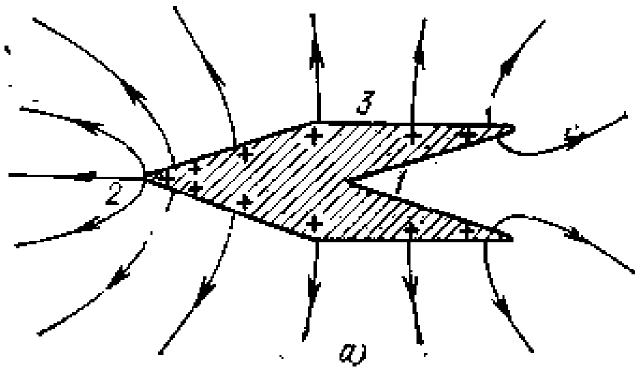
Следовательно, поток вектора через цилиндрическую поверхность определится как $\mathbf{\Phi_E = E \cdot ds}$

Приравняем этот поток по теореме Гаусса сумме зарядов внутри цилиндра $E \cdot ds = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sigma \cdot ds$

откуда получим, что $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (5.2)

где **σ = q/s**

Из формулы (5.2) видно, что напряженность пропорциональна σ, следовательно Е мало в углублениях и велико на остриях, так как σ различна в разных точках проводника. **Чем меньше радиус кривизны, тем напряженность выше.**



Это иногда приводит к тому, что заряды "стекают " с острия в окружающее пространство. Такое явление используют, например, в ионизаторах воздуха.

(**свечение** шпилей, зданий, мачт судов и т. п. связано тоже с этим явлением)

«**Электрический ветер**» − если соединить изолированное металлическое остриё с источником высокого напряжения, то возникает «стекание индуцированных зарядов».

Напряженность поля E пропорциональна плотности заряда σ **($E = \sigma/\varepsilon_0$)**

Поэтому **напряженность поля возле острия очень большая**, так как **σ − велико**

При достаточно большой напряженности в окружающем воздухе **начинается ионизация** и **появляются положительные и отрицательные ионы.** Заряды с тем же знаком, что и остриё движутся от острия, а с противоположным − к острию, уменьшая его заряд.

Ионы, которые движутся от острия, увлекают в своем движении молекулы воздуха, отчего возникает течение воздуха от острия, т.н. **«электрический ветер»**

(обнаружить можно, если поднести зажженную свечу, пламя отклоняется от острия)

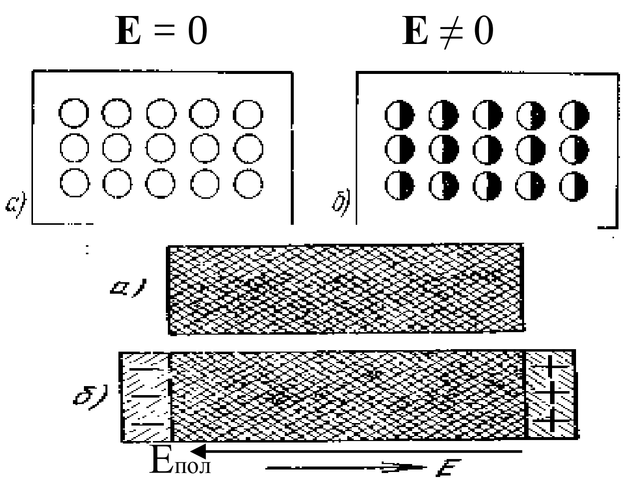
Свечение возникает в следствии образования сильного электрического поля в остроконечных частях корабля, которое отрывает электроны от молекул воздуха. Это явление появляется во время грозы и называется огнями Святого Эльма.

3. Электрическое поле в диэлектриках

Диэлектрики – вещества, содержащие связанные друг с другом положительные и отрицательные заряды (свободные заряды отсутствуют).

При внесении диэлектрика в электрическое поле, электрическое поле изменяется. Это происходит потому, что в первоначально незаряженных диэлектриках, помещенных в электрическое поле, появляются **поляризационные заряды.**

Явление возникновения поляризационных электрических зарядов в диэлектрике, помещенном в электрическое поле, называется **поляризацией.**



Поляризация диэлектриков

а) – **неполяризованный диэлектрик** (положительные и отрицательные заряды расположены равномерно по объему молекулы).

б) - **поляризованный диэлектрик** (заряды в каждой молекуле смещаются в противоположные стороны; при этом каждая молекула превращается в электрический диполь).

При этом внутри диэлектрика все равно количество положительного заряда равно количеству отрицательного, но **на одном конце поверхности** возникает **тонкий слой с некомпенсированным положительным зарядом, на другом – с некомпенсированным отрицательным.**

Возникнут поляризационные заряды

Их нельзя отделить друг от друга, нельзя отделить от диэлектрика и располагаются они в тонком слое на поверхности диэлектрика.

• Вектор поляризации

При поляризации диэлектрика **каждая молекула становится электрическим диполем**, а следовательно приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = q \cdot \vec{\ell}$$

где $\vec{\ell}$ – вектор смещения, направленный от $+$ к $-$

то есть по полю $\vec{E}_{пол} = E'$

Дипольный момент всего диэлектрика, помещенного во внешнее электрическое поле, равен сумме дипольных моментов отдельных молекул

$$\vec{p}_v = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

, где $\vec{P}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется физическая величина – **вектор поляризации**

Вектор поляризации $\vec{P}$ – это физическая величина равная дипольному моменту единицы объема

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V} \qquad (5.3)$$

$[P] = Кл/м^2$

Поверхностная плотность поляризационных (связанных) зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности:

$$\sigma' = P_n$$

Для **изотропных диэлектриков**, в которых поляризация не зависит от направления поля

$$\vec{P} = \alpha\varepsilon_0\vec{E} \qquad (5.4)$$

где $\vec{E}$ – поле в диэлектрике;

α – **диэлектрическая восприимчивость вещества**, величина безразмерная (всегда больше 0)

Для большинства диэлектриков α составляет несколько единиц (например, для **H_2O → α = 80**, для **спирта → α = 25)**

В **анизотропных диэлектриках** $\vec{E}$ и $\vec{P}$ не совпадают

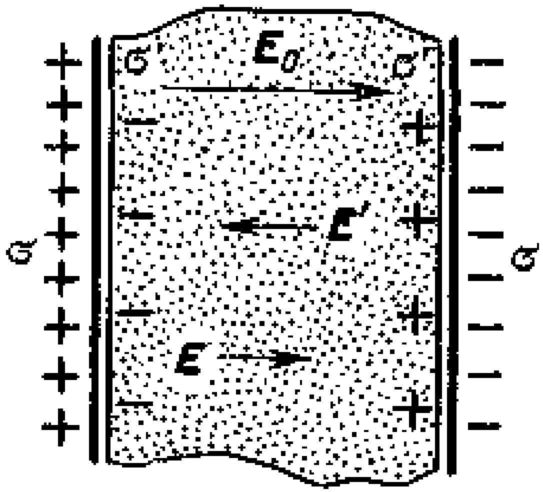
Лекция 6

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. **Напряженность поля в диэлектрике**
2. **Вектор электрического смещения**
3. **Особые диэлектрики**

1. Напряженность поля в диэлектрике

Пусть поле создается двумя бесконечно заряженными разноименными пластинами.



Поле внутри пластин будет однородное и равно $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

где σ - поверхностная плотность зарядов на пластинах.

При внесении в электрическое поле $\vec{E}_0$ изотропного диэлектрика появятся поляризационные заряды (+σ′,−σ′) и соответственно дополнительное поле

$$\vec{E}' = \sigma' / \varepsilon_0$$

Так как σ′< σ, то не все поле $\vec{E}_0$ компенсируется полем $\vec{E}'$

Результирующее поле внутри диэлектрика будет равно $E = E_0 - E' = E_0 - \sigma' / \varepsilon_0$

Учитывая, что в изотропном диэлектрике $\sigma' = \mathrm{P} = \alpha\varepsilon_0 E$, получим

$$E = E_0 - \frac{\alpha\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \alpha E \Rightarrow E = \frac{E_0}{1+\alpha}$$

Величина (1+α) – безразмерная и ее называют **диэлектрической проницаемостью среды ε.**

Таким образом, **напряженность поля в диэлектрике равна**

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad (6.1)$$

Поле в диэлектрике, помещенном в электрическое поле E0, ослабляется в ε раз.

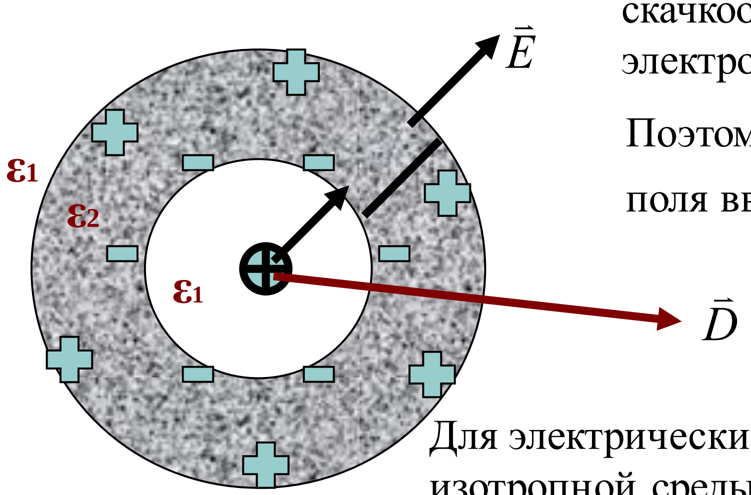
Диэлектрическая проницаемость среды ε показывает во сколько раз поле ослабляется диэлектриком и **характеризует поляризационные свойства диэлектрика.**

Сила взаимодействия точечных зарядов (**закон Кулона**) в диэлектрике запишется в виде:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \vec{l}_r$$

2. Вектор электрического смещения

Вектор напряженности $\vec{E}$, переходя через границу диэлектриков с различными **ε,** скачкообразно изменяется и это создает неудобства при расчете электростатических полей.



Поэтому помимо вектора напряженности $\vec{E}$ для характеристики поля ввели **вектор электрического смещения** $\vec{D}$

Поле $\vec{D}$ также как и поле $\vec{E}$ изображается с помощью электрических линий. Если **линии E** могут начинаться и заканчиваться **на любых зарядах** – **свободных и связанных**, то **линии D** – **только на свободных зарядах**.

Для электрически изотропной среды $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot \vec{E}$

Для любого диэлектрика $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

• Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\oint_S \left(\vec{D}\cdot d\vec{s}\right) = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

Поток вектора электрического смещения сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, охваченных этой поверхностью (независимо от того, есть поляризационные заряды или нет)

В дифференциальной форме теорема Гаусса запишется в виде: $\mathbf{div}\,\vec{D} = \boldsymbol{\rho}$ (6.2)

где ρ − объёмная плотность свободных зарядов

Формулу (6.2) называют **уравнением Пуассона**

Вектор $\vec{D}$ удобен тем, что его можно рассчитать только по одним свободным зарядам, и по формуле $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_{0.}\cdot\vec{E}$ можно найти $\vec{E}$

Особые диэлектрики

- Поляризованность большинства диэлектриков исчезает если убрать внешнее поле. Однако существуют такие в которых поляризованность сохраняется после снятия внешнего электрического поля. Их принято объединять в отдельные группы.

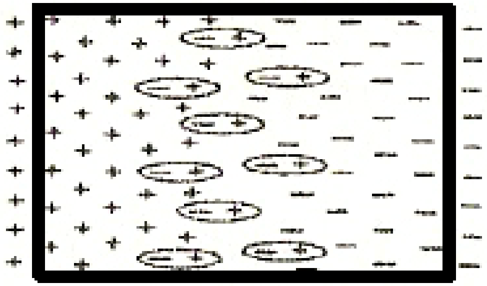
• Электреты

Электретами становятся диэлектрики в результате специальных технологических операций

Есть много способов получения электретов: термоэлектреты, фотоэлектреты, радиоэлектреты, электроэлектреты и др.

Термоэлектреты

Сначала материал нагревают, а затем охлаждают в постоянном электрическом поле. При этом диполи поляризуются так, что отрицательные окончания направлены в сторону положительного электрода. После снятия внешнего напряжения диполи создают собственное поле, при этом положительные ионы смещаются вправо.



- **Термоэлектреты** – самые устойчивые электреты. Время их жизни может достигать нескольких десятков лет. Термоэлектреты использовались для создания телефонной связи внутри помещений, морских караблей.

Сегнетоэлектрики

Некоторые химические соединения в твердом состоянии имеют весьма необычные и интересные диэлектрические свойства. Первоначально эти свойства были обнаружены в **кристаллах сегнетовой соли**, и поэтому все подобные диэлектрики получили название **сегнетоэлектриков**. Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли было впервые произведено в 1930-1934 гг. И.В. Курчатовым и П.П. Кобеко, которыми были установлены все основные свойства сегнетоэлектриков.

В таких диэлектриках есть отдельные области, которые обладают самопроизвольной поляризованностью. Эти области называются **доменами**.

В обычном состоянии дипольные моменты доменов ориентированы произвольно. Поэтому в целом поляризованность сегнетоэлектриков равна нулю.

Однако под действием внешнего электрического поля объемы доменов, поляризовнных по полю растут, а против поля – уменьшаются, в результате

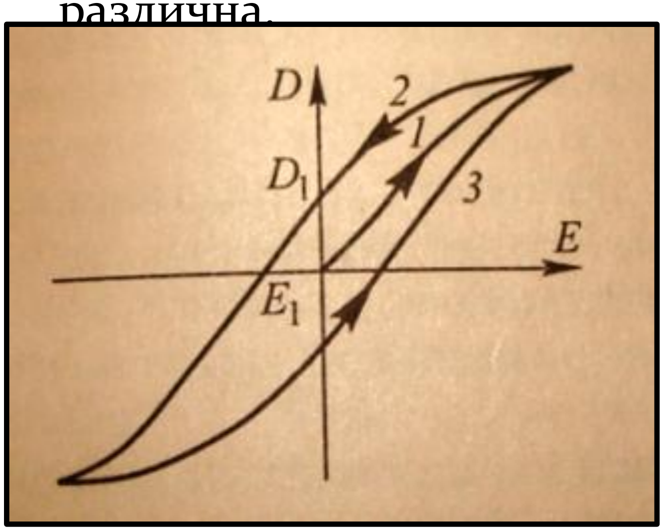
поляризованность диэлектрика резко возрастает

Особенности сегнетоэлектриков

1. В некотором температурном интервале диэлектрическая проницаемость весьма велика и достигает огромного значения: около **10 000.**

Поляризованность сильно увеличивается уже при небольших напряженностях внешнего поля.

2. При исследовании зависимости электрического смещения от напряженности поля **смещение D оказывается не пропорциональным полю**, а значит, диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности поля. Эта зависимость для разных сегнетоэлектриков различна.



Третья особенность состоит в том, что значение электрического смещения в сегнетоэлектриках определяется не только значением напряженности поля, но зависит еще от предшествовавших состояний поляризации. Это явление называется **диэлектрическим гистерезисом**. Зависимость смещения D от напряженности поля E имеет вид, изображенный на рисунке (**петля гистерезиса**)

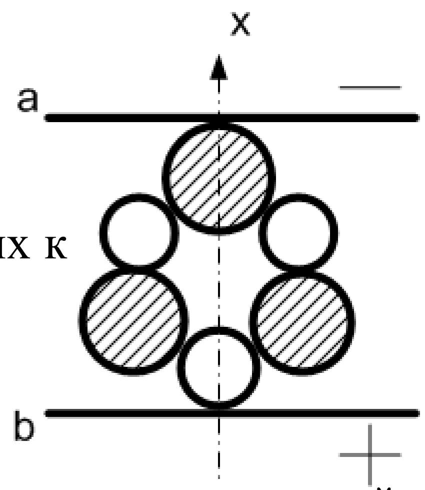
Свойства сегнетоэлектриков сильно зависят от температуры. При температурах $\mathbf{T_{кр}}$ (температура Кюри) они исчезают и образец превращается в обычный диэлектрик.

Пьезоэлектрики

Пьезоэлектрики — диэлектрики, в которых наблюдается **пьезоэффект** – поляризация кристаллов под действием механических деформаций (**прямой пьезоэффект**), либо возникновение механических деформаций под влиянием внешнего электрического поля (**обратный пьезоэффект**).

(это явление открыто в 1880г. Пьером и Жаком Кюри)

К таким кристаллам относится, например, **кварц**



Рассмотрим кварцевую пластинку, вырезанную перпендикулярно к пьезоэлектрической оси x

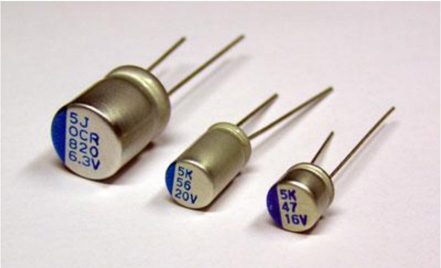
При растяжении пластины вдоль оси x на перпендикулярных к ней гранях появятся поляризационные заряды.

Если заменить растяжение на сжатие, то знак поляризационных зарядов изменится на обратный.

При сжатии вдоль оси X элементарная ячейка деформируется. При этом положительный ион и отрицательный ион «вдавливаются» внутрь ячейки, отчего выступающие заряды (положительный на плоскости a и отрицательный на плоскости b) уменьшаются, что эквивалентно появлению отрицательного заряда на плоскости a и положительного заряда на плоскости b.

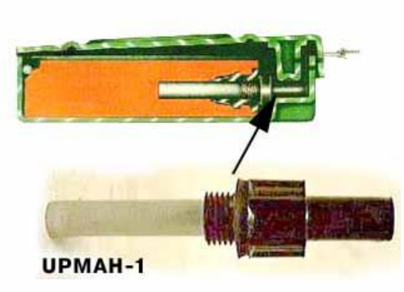
Пьезоэлектрики широко используются в современной технике:

конденсаторы



датчики давления

пьезоэлектрические детонаторы



Лекция 7

1. Электроёмкость проводников, конденсаторов
2. Энергия заряженного проводника, заряженного конденсатора.
3. Энергия электрического поля.

Электроёмкость проводников

Опыт показывает, что разные проводники, будучи заряженными одинаковым количеством электричества, принимают разные потенциалы.

Для уединенного проводника, который удален от других тел и зарядов, можно записать

$$\mathbf{Q = C \cdot \varphi} \qquad (6.3)$$

Из формулы (6.3) следует, что потенциал пропорционален заряду.

Это видно из того, что увеличение заряда увеличивает во столько же раз напряженность поля, а следовательно **и работу**, необходимую для перемещения заряда из ∞ на поверхность проводника $A = q(\varphi - \varphi_\infty) = q\cdot\varphi$, **и потенциал.**

Величину $C = \dfrac{Q}{\varphi}$ называют **электроёмкостью** или просто **ёмкостью уединенного проводника**

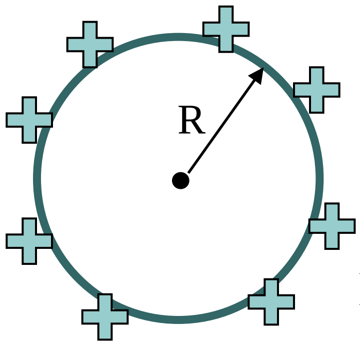
Электроёмкость уединенного проводника – это физическая величина, численно равная заряду, который надо сообщить незаряженному проводнику, чтобы потенциал его стал равен единице потенциала

[C] = 1Ф (фарада) = 1Кл/В

1 Фарада – это ёмкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда в 1Кл

Ёмкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала и агрегатного состояния (это связано с тем, что заряды распределяются на внешней поверхности проводника).

• Ёмкость уединенной сферы



R − радиус сферы, q − заряд, сообщенный сфере

C - ?

По определению $C = \dfrac{q}{\varphi}$ (6.3) ($\boldsymbol{\varphi}$ − потенциал на поверхности)

Найдем $\boldsymbol{\varphi}$, используя связь между **E** и $\boldsymbol{\varphi}$ $E = -grad\varphi = -\dfrac{d\varphi}{dr}$

или $d\varphi = -Edr$ (6.4) , где $E(r) = k\dfrac{q}{r^2}$

Интегрируя (6.4), получим $\varphi(r) = -\int Edr = -\int k\dfrac{q}{r^2}dr = -kq\int\dfrac{dr}{r^2} = -kq\left(-\dfrac{1}{r}\right) = k\dfrac{q}{r}$

Так как напряженность поля внутри сферы равна нулю, то потенциал внутри сферы − величина постоянная и равна потенциалу на поверхности

$$\varphi = k\frac{q}{R}$$

Подставив значение $\boldsymbol{\varphi}$ в формулу (6.3), найдем **ёмкость сферы** $C = \dfrac{q \cdot R}{k \cdot q} = 4\pi\varepsilon_0 R$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad (6.5)$$

Из формулы (6.5) следует, что ёмкостью в **1Ф** обладала бы уединенная сфера, находящаяся в вакууме и имеющая радиус

$$R = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \approx 9 \cdot 10^9\ м$$

Этот радиус примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (**Сз ~ 0.7 мФ**). **1Ф** − очень большая величина

• Конденсаторы

Ёмкость проводника зависит от тел, окружающих данный проводник, так как потенциал зависит не только от заряда на проводнике, но и от заряда окружающих его тел.

Даже, если окружающие тела не были первоначально заряжены, они заряжаются за счет электростатической индукции и изменяют потенциал на данном проводнике.

Однако существуют системы проводников, ёмкость которых практически не зависит от окружающих тел. Такие системы называют **конденсаторами.**

Конденсатор – это система близко расположенных проводников, имеющих одинаковые по модулю, но противоположные по знаку заряды.

Проводники, образующие конденсатор, называют **обкладками.**

В зависимости от формы обкладок конденсаторы могут быть:
- **плоские**
- **цилиндрические**
- **сферические**

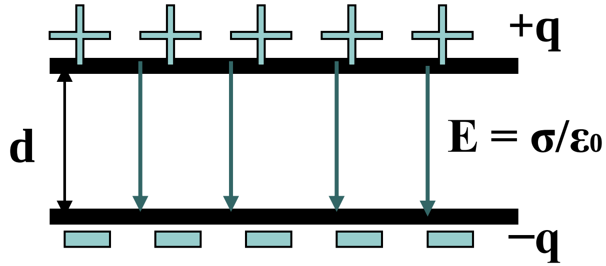
Ёмкость конденсатора – это **величина, измеряемая отношением заряда на одной из обкладок к разности потенциалов между его обкладками**

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U_{12}}}$$

• Ёмкость плоского конденсатора

Плоский конденсатор состоит из 2х параллельных металлических пластин, расположенных друг от друга на малом расстоянии, по сравнению с их собственными размерами.

d – расстояние между пластинами, **S** – площадь пластин



C - ?

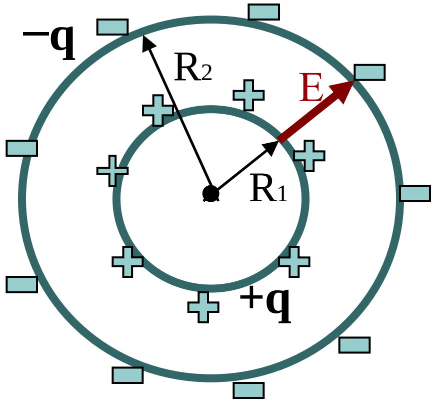
По определению $C = \dfrac{q}{U_{12}}$

Учитывая, что U = E·d , получим $C = \dfrac{q}{E \cdot d} = \dfrac{q \cdot \varepsilon_0}{\sigma \cdot d} = \dfrac{q \cdot \varepsilon_0 \cdot s}{q \cdot d} = \dfrac{\varepsilon_0 \cdot s}{d}$

$$C = \frac{s \cdot \varepsilon_0}{d}$$ – для вакуумного или воздушного конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot s}{d}$$ – для конденсатора с диэлектриком

Ёмкость сферического конденсатора



q – заряд на обкладках конденсатора

R_1 – радиус одной сферы, **R_2** – радиус другой сферы

C - ?

По определении $C = \dfrac{q}{U_{12}}$ (6.6)

Поле между обкладками создается только сферой **R_1**

$$E(r) = E_1(r) = k\frac{q}{r^2}$$

По определению разность потенциалов между двумя точками поля имеет вид

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = \int_1^2 E(r)dr \qquad (6.7)$$

Подставив в формулу (6.7) ***E(r)***, получим $U_{12} = kq\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = kq\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

Из формулы (6.6) найдем **ёмкость сферического конденсатора**

$$C = \frac{q \cdot 4\pi\varepsilon_0}{q \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$ – для вакуума и воздуха

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$ – с учетом диэлектрика

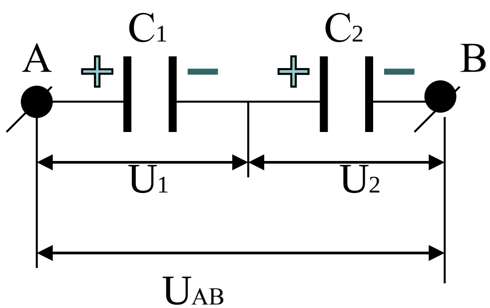
Если $R_2 >> R_1$, то **$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1$** совпадает с ёмкостью уединенной сферы

Если $d = (R_2 - R_1) << R_1$, то **$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$** совпадает с ёмкостью плоского конденсатора

• Соединения конденсаторов

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи. Соединение возможно **последовательное** и **параллельное**.

Особенности последовательного соединения



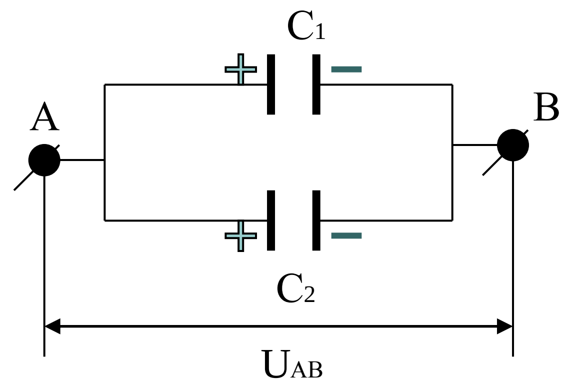
1. Заряды всех обкладок равны по модулю
   $|q_1| = |q_2| = ...q$
2. Разность потенциалов на зажимах батареи **$U_{AB} = \sum U_i$, где $U_i = q/C_i$**

Учитывая эти особенности, получим **ёмкость батареи последовательного соединения**

$$C = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{q}{\sum U_i} = \frac{q}{\sum q/C_i} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} .... \frac{1}{C_n}$$

Особенности параллельного соединения



1. Напряжения на обкладках конденсаторов одинаковые и равны напряжению на зажимах батареи **$U_1 = U_2 = ... U_{AB}$**
2. Заряд батареи конденсаторов **$q = \sum q_i$**

Следовательно, **ёмкость батареи параллельного соединения**

$$C = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{\sum q_i}{U_{AB}} = \frac{\sum C_i U_i}{U_{AB}} = \frac{U_i \sum C_i}{U_{AB}} \Rightarrow$$

$$C = \sum C_i = C_1 + C_2 ....C_n$$

1. Энергия заряженного проводника

Предположим, что уединенный проводник, первоначально незаряженный, заряжают определенным количеством электричества **q** и его потенциал становится **φ**.

Для того, чтобы зарядить проводник, необходимо затратить **работу**, которая и будет **мерой энергии заряженного проводника.**

Найдем эту работу.

Чтобы увеличить заряд проводника на **dq** надо перенести этот заряд **dq** из ∞ на проводник.

При этом затратится работа **$dA = dq\,(\varphi - \varphi_\infty) = dq\cdot\varphi = \varphi\cdot dq$**

Полная работа, которую надо затратить, чтобы зарядить проводник до заряда **q,** равна сумме элементарных работ **dA**, то есть

$$A = \int dA = \int \varphi \cdot dq = \int_0^{\phi} C\varphi \cdot d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

, так как $\boldsymbol{q = C\cdot\varphi \rightarrow dq = C\cdot d\varphi}$

Эта работа определяет энергию заряженного проводника $$W = \frac{C\varphi^2}{2} \quad (7.1)$$

Учитывая, что **C =q/φ**, формула (7.1) преобразуется к видам

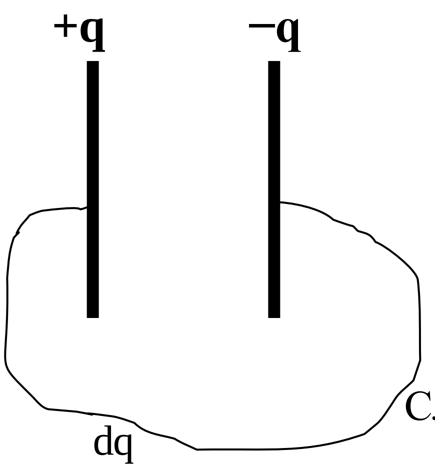
$$W = \frac{1}{2} q\varphi \quad (7.2)$$

$$W = \frac{q^2}{2C} \quad (7.3)$$

• Энергия заряженного конденсатора

Этот же метод можно применить и для заряженного конденсатора.

Рассмотрим плоский конденсатор и найдем работу по перемещению заряда dq с одной пластины на другую(это работа источника)



$$\mathbf{dA = dq\,(\varphi_1 - \varphi_2) = U \cdot dq}$$

Полная работа зарядки конденсатора будет равна

$$A = \int dA = \int U \cdot dq = \int_0^q \frac{q}{C} \cdot dq = \frac{q^2}{2C}$$

C = q/U – ёмкость конденсатора

Следовательно, **энергия заряженного конденсатора** будет иметь вид

$$W = \frac{q^2}{2C}$$ или $$W = \frac{CU^2}{2}$$ или $$W = \frac{1}{2} q \cdot U$$

Конденсаторы обладают способностью запасать в себе энергию.

Где именно сосредоточена энергия, где она локализована?
На электрических зарядах или в поле?

Опыт показывает **Энергия сосредоточена в поле**

Энергия электрического поля

Рассмотрим электрическое поле плоского конденсатора, которое заключено в пространстве между пластинами и является однородным.

Преобразуем формулу энергии конденсатора $W = \dfrac{CU^2}{2}$ так, чтобы туда вошла характеристика поля − **напряженность E**

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{2d} \cdot U^2 = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{2d} \cdot U^2 \cdot \frac{d}{d} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 (Sd)$$

Учитывая, что $E = \dfrac{U}{d}$, а $\boldsymbol{S \cdot d = V}$ **−** объём, занимаемый полем, получим

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot V \qquad (7.4)$$

Энергию, приходящуюся на единицу объёма, называют **объёмной плотностью энергии**

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (7.5)$$

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно найти **энергию любого поля, заключенного в любом объёме.** Для этого нужно вычислить интеграл

$$W = \int_V \omega \cdot dV = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\int_V E^2 \cdot dV \qquad (7.6)$$

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot V$$

− для однородного поля

E = const

Лекция 8

1. **Постоянный электрический ток, его характеристики.**
2. **Уравнение непрерывности.**
3. **ЭДС источника тока, падение напряжения**
4. **Законы постоянного тока**

Электрический ток

Электрическим током называют направленное движение электрических зарядов

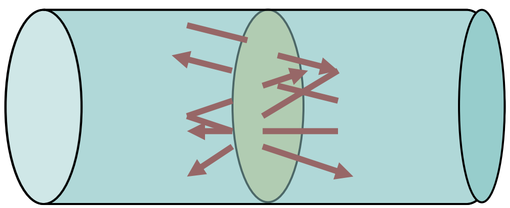
В **металлах** – это **движение электронов проводимости**

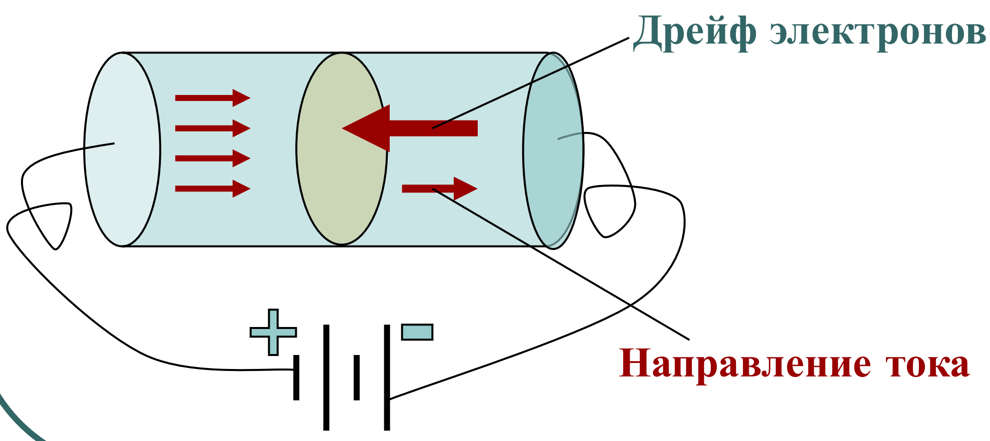
В **растворах** – это **движение ионов**

В **газах** – это **движение электронов и ионов** одновременно

Если, например, к металлическому проводнику не приложено электрическое поле, свободные электроны движутся хаотично. Через любое сечение проводника в одну сторону проходит столько же электронов, сколько в противоположную. Поэтому результирующего переноса электронов через сечение нет, и **электрический ток равен нулю.**

Движение электрических зарядов лежит в основе многого, что происходит во Вселенной. Практически нет такой области деятельности современного общества, которая не зависела бы от эффектов, порождаемых движением электрических зарядов





Если концы проводника присоединить к зажимам батареи, то в нём возникнет электрическое поле. Теперь через сечение проводника появится результирующий перенос электронов (**дрейф электронов,** противоположно направлению силовых линий)

За направление тока принято направление ***условного тока***, совпадающее с электрическими силовыми линиями

Условились считать **направление тока** от + к –

Условия возникновения тока:

1. **наличие свободных электрических зарядов;**
2. **разность потенциалов на концах проводника;**
3. **поддержание разности потенциалов.**

Для количественной **характеристики электрического тока** используют две основных величины:

плотность тока (j) и **силу тока (i)**

Плотность тока − это физическая величина, равная величине заряда, проходящего через единицу поверхности в единицу времени

$$j = \frac{dq}{ds \cdot dt} \quad (7.7)$$

Сила тока − это физическая величина, равная величине заряда, проходящего через поперечное сечение проводника в единицу времени

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (7.8)$$

Подставив из формулы (7.7) $dq = j \cdot ds \cdot dt$ в формулу (7.8), получим **связь силы тока и плотности тока** (вектор $j \perp ds$)

$$i = j \cdot ds \quad (7.9)$$

Для любого сечения и, если вектор j не перпендикулярен ds

$$I = \int_s (\vec{j} \cdot d\vec{s}) = \int_s j \cdot ds \cdot \cos\alpha$$

это − **интегральный ток**

Если сила тока и плотность тока не изменяются во времени, то говорят, что по проводнику течет **постоянный ток**

[I] =1А = 1Кл/1с

Уравнение непрерывности

Рассмотрим внутри проводника какую-либо замкнутую поверхность и найдем поток вектора j через эту поверхность

$$\Phi_j = \oint_s (\vec{j}d\vec{s})$$

Это выражение дает заряд, выходящий из объёма замкнутой поверхности в единицу времени

Уравнение непрерывности в интегральной форме

$$\oint_s (\vec{j}d\vec{s}) = -\frac{dq}{dt} \quad (7.10)$$

(−) соответствует убыли заряда

С другой стороны по теореме дивергенции

$$\oint_s (\vec{j}d\vec{s}) = \int_V div\vec{j}dV \quad (7.11)$$

Из сравнения (7.10) и (7.11) видно

$$\int_V div\vec{j}dV = -\frac{dq}{dt}$$

Учитывая, что $q = \int_V \rho_q dV$,

получим

$$\int_V div\vec{j}dV = -\int_V \frac{d\rho}{dt}dV \longrightarrow div\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \quad (7.12)$$

Уравнение непрерывности в дифференциальной форме

В случае **постоянного тока**, все параметры не зависят от времени, поэтому

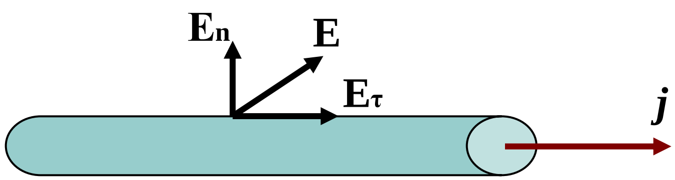
$$div\vec{j} = 0 \quad (7.13)$$

Уравнение (7.13) говорит о том, что в случае постоянного тока вектор $\boldsymbol{j}$ не имеет источников. Это означает, что линии тока нигде не начинаются и нигде не оканчиваются

Линии постоянного тока всегда замкнуты

При наличии тока в проводнике существует **падение напряжения** (разность потенциалов) вдоль проводника

Это означает, что внутри проводника имеется **электрическое поле**



То есть существует составляющая напряженности поля **Eτ,** направленная вдоль проводника. Это значит, что напряженность поля **E** у проводника с током, а следовательно и линии напряженности уже не перпендикулярны к поверхности проводника

3. Электродвижущая сила (ЭДС) источника тока

Если в проводнике создать разность потенциалов и не поддерживать её, то поле внутри проводника исчезнет и ток прекратится.

Для поддержания тока в электрической цепи на заряды должны действовать **сторонние силы**

Сторонние силы характеризуются работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами

Всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, разделяющие электрические заряды, называют **источником тока** (аккумуляторы, генераторы и т. д.)

Величину, равную работе сторонних сил над единичным положительным зарядом, называют электродвижущей силой (ЭДС)

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}$$

Если ввести ***Ecm*** − напряженность поля сторонних сил, то работа сторонних сил на участке (1-2) будет равна $A_{cm} = q\int_1^2 (\vec{E}_{cm} d\vec{l})$, а ЭДС $\varepsilon_{12} = \int_1^2 (\vec{E}_{cm} d\vec{l})$ **[ε] = 1В**

• Падение напряжения

Кроме сторонних сил на заряд в проводнике действуют силы электростатического поля

$\vec{F} = q\vec{E}$, где $\vec{E}$ − напряженность электрического поля

Следовательно, **суммарная работа на участке (1-2)** будет равна

$$A_{12} = \underbrace{q\int_1^2 (\vec{E}_{cm} d\vec{l}\,)}_{\boldsymbol{\varepsilon}} + \underbrace{q\int_1^2 (\vec{E} d\vec{l}\,)}_{(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

или

$$A_{12} = q\varepsilon + q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Отношение $\dfrac{A_{12}}{q} = \varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)$ называют **падением напряжения** на данном участке цепи

Падение напряжения числено равно работе электростатических и сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда

Участок, на котором действуют сторонние силы, называют **неоднородным**

для него $\boldsymbol{U_{12} = \varepsilon + (\varphi_1 - \varphi_2)}$ (7.14)

Участок, на котором не действуют сторонние силы, называют **однородным**

для него $\boldsymbol{U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2}$ (7.15)

Законы постоянного тока

• Закон Ома в интегральной форме

Если состояние проводника остается неизменным, то для каждого проводника существует некоторая зависимость между напряжением **U**, приложенным к концам проводника и силой тока **I**

$$\mathbf{I = f\,(U)}$$

Эту зависимость называют **вольтамперной характеристикой** данного проводника

Для многих проводников, в особенности **для металлов**, эта зависимость проста и имеет вид:

$$\mathbf{I = \sigma U} \quad (8.1)$$

, где **σ** – коэффициент пропорциональности, который называют **электрической проводимостью**

Величину, обратную **σ** называют **электрическим сопротивлением** $\mathbf{R = 1/\sigma}$ (8.2)

Для **цилиндрических проводников** с постоянным поперечным сечением

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad (8.3)$$

ρ – удельное сопротивление проводника, ***l*** – длина , ***S*** – сечение проводника

С учетом соотношения (8.2) формула (8.1) будет иметь вид:

$$I = \frac{U}{R} \quad (8.4)$$

Формула (8.4) описывает **закон Ома в интегральной форме для однородного участка** цепи, где $\mathbf{U = \varphi_1 - \varphi_2}$

Для **неоднородного участка** цепи **закон Ома** запишется в виде $$I = \frac{\varepsilon_{12} + U_{12}}{R}$$

Для замкнутой цепи **$\varphi_1 = \varphi_2$,** следовательно **$U_{12} = 0$** и выражение закона Ома будет иметь вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$ **– закон Ома для замкнутой цепи**

(R + r) – суммарное сопротивление всей цепи,
ε – Э.Д.С., действующая в цепи,
r – внутреннее сопротивление источника тока

Если внешнее сопротивление цепи ***R* = 0**, то это **режим короткого замыкания**, для которого

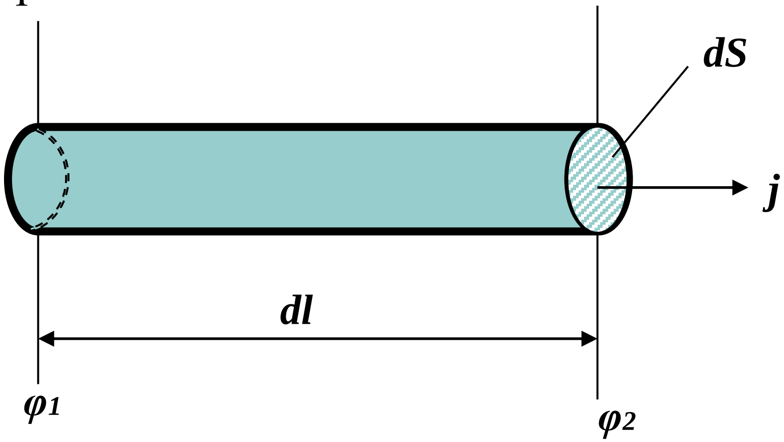
$$I_{к.з} = \frac{\varepsilon}{r}$$

Закон Ома в интегральной форме удобен для расчета тока в том случае, когда проводники имеют постоянное сечение. Однако часто приходится вычислять силу тока в проводящих средах с непостоянным сечением.

В этих случаях применяют **закон Ома в дифференциальной форме**

• Закон Ома в дифференциальной форме

Рассмотрим однородную изотропную проводящую среду и выделим в ней мысленно элементарный цилиндрический объём между близкими эквипотенциальными поверхностями



$\varphi_2 - \varphi_1 = d\varphi$ $\quad \vec{j} \perp ds$

dl – длина цилиндра

По определению сила тока $i = j \cdot dS$ (8.5)

По закону Ома

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = -\frac{d\varphi}{R} = -\frac{d\varphi \cdot ds}{\rho \cdot dl} \qquad (8.6)$$

Приравнивая выражения (8.5) и (8.6), получим $jds = -\frac{d\varphi}{dl}\frac{ds}{\rho} \Rightarrow j = -\frac{1}{\rho}\frac{d\varphi}{dl}$

Учитывая, что $E = -grad\varphi = -\frac{d\varphi}{dl}$, а $\frac{1}{\rho} = \gamma$ – **удельная проводимость**

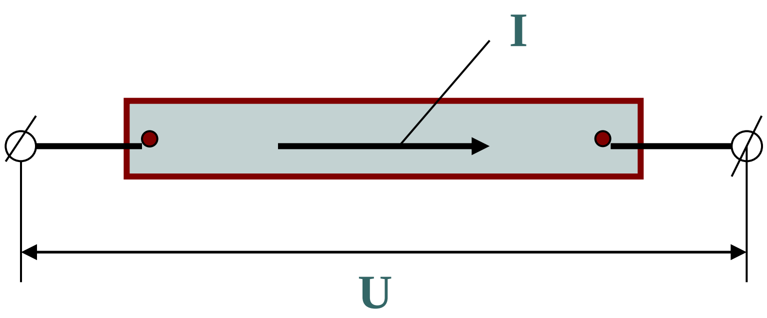
получим $\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$ (8.7) – **Закон Ома в дифференциальной форме** (характеризует электрическое состояние среды в одной и той же точке)

Плотность тока пропорциональна напряженности поля в рассматриваемой точке

Работа и мощность тока

Электрический ток совершает на любом участке цепи определенную работу.

Рассмотрим участок цепи, между концами которого существует напряжение **U**, а сила тока в цепи **I**



За время **t** через поперечное сечение проводника пройдет заряд **q = I · t**

Работа по перемещению этого заряда будет равна

$$A = qU = IUt \quad (8.8)$$

Формула (8.8) справедлива для постоянного тока в любом случае и для какого угодно участка цепи

Учитывая соотношение между **U** и **I** по закону Ома, формула (8.8) запишется в виде:

$$A = I^2 R \cdot t \quad (8.9) \qquad A = \frac{U^2}{R} \cdot t \quad (8.10)$$

Мощность – это работа в единицу времени.

Следовательно, **мощность тока** будет равна **P = U· I** $\quad P = I^2 R \quad P = \frac{U^2}{R}$

• Закон Джоуля - Ленца в интегральной форме

Если проводник неподвижный, то механическая работа равна нулю и, если нет никаких химических реакций, то вся работа тока превращается в тепло

A = Q

Если проводник однородный и подчиняется закону Ома, то

$$Q = I^2 R \cdot t \qquad Q = \frac{U^2}{R} \cdot t \qquad (8.11)$$

Формулы (8.11) описывают **закон Джоуля – Ленца для постоянного тока**

Если **сила тока изменяется со временем**, то
$$Q = \int_0^t I^2(t) R dt \qquad (8.12)$$

Используя законы сохранения и превращения энергии при прохождении тока в замкнутой цепи, можно получить выражение закона Ома для полной цепи.

Работа всех сил (сторонних и электрических) **по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте**, выделяемой на участке

$$A_{12} = q\varepsilon_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) = Q = I^2 R^{\bullet} \cdot t = IR^{\bullet}(I \cdot t)$$

или $q\varepsilon_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) = IR^{\bullet} q$ (8.13) , где $\boldsymbol{I \cdot t = q}$, $R^{\bullet} = R + r$ – сопротивление участка цепи

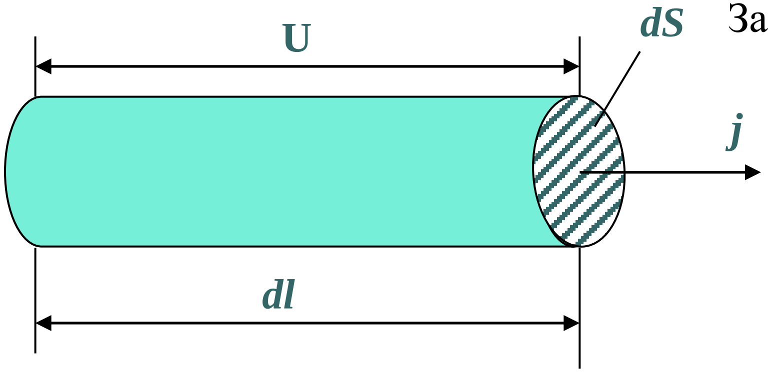
Из формулы (8.13) получится $I = \dfrac{\varepsilon_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R + r}$

Для замкнутой цепи **$\varphi_1 = \varphi_2$**, поэтому
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

• Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

Этот закон характеризует выделение тепла в данной точке или удельную тепловую мощность тока

Выделим в однородной проводящей среде элемент объёма в виде цилиндра сечением ***dS*** и длиной ***dl***



За время ***dt*** в таком проводнике выделится количество тепла

$$dQ = I^2 R \cdot dt = \rho \frac{dl}{ds}(jds)^2 dt$$

или $$dQ = \rho j^2 (dl \cdot ds)dt = j^2 \rho dV dt \quad (8.13),$$

где ***dV*** – элемент объёма цилиндра

Разделив выражение (8.13) на ***dV*** и ***dt***, получим удельную тепловую мощность $\frac{dQ}{dVdt} = Q_{уд}$

или $Q_{уд} = j^2 \rho$ (8.14) , где $\rho = \frac{1}{\gamma}$ – удельное сопротивление

С учетом закона Ома в дифференциальной форме $\boldsymbol{j = \gamma E}$, получим $Q_{уд} = \gamma \cdot E^2$ (8.15)

Удельная тепловая мощность тока пропорциональна квадрату напряженности поля в данной точке

Для расчета разветвленных цепей на основе закона Ома и уравнения непрерывности разработаны специальные методы, например, правило Кирхгофа, метод эквивалентного генератора и т. д.
(изучать будете в курсе электротехники)

Лекция 9

1. **Классическая электронная теория металлов**
2. **Явление сверхпроводимости**
3. **Работа выхода электронов из металла**
4. **Явление термоэлектронной эмиссии**
5. **Полупроводники**

Классическая электронная теория металлов

Это теория, которая объясняет свойства вещества с точки зрения существования и движения в нем электронов. Она строится на следующих предположениях:

1. Движение электронов описывается законами классической механики.
2. Электроны не взаимодействуют между собой.
3. Взаимодействие электронов с ионами решетки сводится только к соударениям.

Электроны – это идеальный «электронный» газ, подобно идеальному газу в молекулярной физике

Электронная природа тока в металлах доказывается с помощью известных опытов, таких как **опыт Толмена и Стюарта**, **опыт Рикке**.

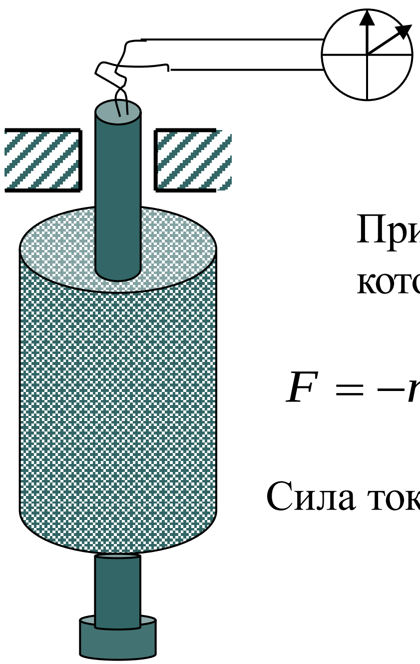


Схема опыта Толмена и Стюарта

Катушка с большим числом витков приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси, потом резко тормозилась. В цепи возникал кратковременный ток за счет инерции электронов, так как они обладают массой.

При торможении катушки на электроны действует сила инерции, которая и является в данном случае сторонней силой

$$F = -m\frac{dV}{dt} = E_{cm}e \Rightarrow E_{cm} = -\frac{m}{e}\frac{dV}{dt}$$

$$\varepsilon = -\oint_l \frac{m}{e}\frac{dV}{dt}dl = -\frac{m}{e}\frac{dV}{dt}l$$

Сила тока, вызываемая этой Э.Д.С., равна $i = -\frac{m}{e}\frac{l}{R}\frac{dV}{dt}$

$$q = \int_{V_0}^{0} i\,dt = -\frac{m}{e}\frac{l}{R}\int_{V_0}^{0} dV = \frac{m}{e}\frac{lV_0}{R}$$

Классическая электронная теория металлов дает следующие результаты:

- **Плотность тока** $\vec{j} = ne\vec{V}$ (8.16), где n – концентрация электронов, e – заряд электрона, V – средняя скорость упорядоченного движения электронов(скорость дрейфа)

Чтобы получить (8.16) нужно найти число частиц, прошедших через площадку dS за время dt

Так как электроны – это идеальный «электронный» газ, то получим:

$dN = n \cdot dv$ – число частиц в элементе объёма $dv = dl \cdot dS = Vdt \cdot dS$

Заряд, переносимый этими электронами dN, будет равен $dq = e \cdot dN = e \cdot n \cdot Vdt \cdot dS$

По определению плотности тока $j = \dfrac{dq}{dsdt}$, следовательно $j = \dfrac{enVdtds}{dsdt} = enV$ (8.17)

- **Скорость дрейфа** $V = bE$, где $b = (e/2m) \cdot \tau$ – **подвижность электронов**

Скорость дрейфа пропорциональна напряженности поля

τ – среднее время свободного пробега электронов

- **Закон Ома** $j = \gamma E$ Подставив V в (8.17), найдем $j = \dfrac{ne^2\tau}{2m}E$

где $\dfrac{ne^2\tau}{2m} = \gamma$ – **удельная электропроводность**

Электроны движутся в металле не свободно, а испытывают соударения с ионами решетки
Это объясняет наличие **сопротивления**

• Зависимость сопротивления от температуры

Для большинства металлов при температурах близких к комнатным зависимость удельного сопротивления от температуры имеет вид:

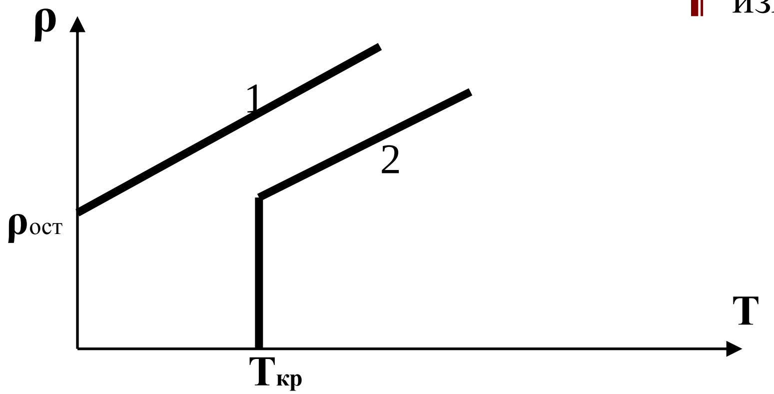
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

, где ρ_0 – величина удельного сопротивления при $t = 0^oC$, α – температурный коэффициент сопротивления металлов

или $\rho \sim T$

Для чистых металлов $\alpha = 1/\ 273\ K^{-1}$

Для некоторых сплавов α – мало, что позволяет изготовлять из них образцы сопротивлений



$\rho_{ост}$ – зависит от чистоты материала

Однако при низких температурах наблюдается отступление от этого закона.

$T_{кр}$ – критическая температура, у каждого вещества своя

У большой группы металлов и сплавов при **температуре несколько Кельвин сопротивление скачком обращается в нуль** – это **сверхпроводимость**

Сверхпроводимость обладает удивительными свойствами

1. Однажды возбужденный электрический ток длительное время может существовать без источника тока
2. Внутри вещества в сверхпроводящем состоянии магнитная индукция равна нулю

Сверхпроводимость – это пример несостоятельности классической электронной теории

Явление сверхпроводимости

Резкое уменьшение электростатического сопротивления до нуля, наблюдаемое в некоторых материалах при низких температурах, получило название ***явления сверхпроводимости***.

Явление было открыто в 1911 г. **Каммерлинг - Оннесом,** который обнаружил, что при Тк = 4,2 К сопротивление ртути падало до нуля.

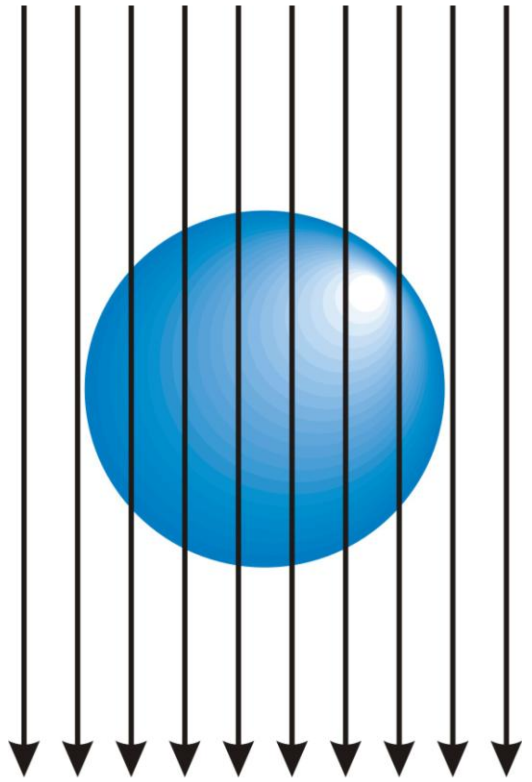
- Температура перехода в сверхпроводящее состояние **Тк** называется ***критической***. Величина ее различных сверхпроводников изменяется в пределах от 0,01 до 20 К.

Элемент	$T_к$, ^oK	*Элемент*	$T_к$, ^oK
Ниобий	9,22	**Алюминий**	1,20
Свинец	7,22	**Цинк**	0,91
Висмут	6,00	**Кадмий**	0,56
Тантал	4,40	**Титан**	0,40
Ртуть	4,15	**Железо**	4,20
Олово	3,73	**Цирконий**	0,70
Индий	3,37	**Таллий**	2,38

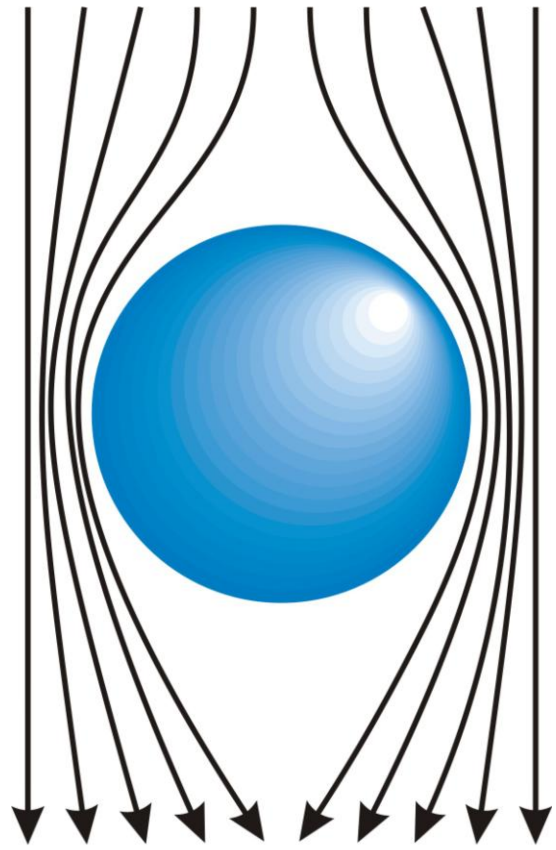
- **В настоящее время сверхпроводящими свойствами обладают свыше 20 чистых металлов и несколько сотен сплавов и химических соединений.**

Эффект Майснера

- Магнитная проницаемость вещества в сверхпроводящем состояние **μ = 0**, а магнитная восприимчивость **χ = -1. В отличие от обычных проводников магнитное поле выталкивается из сверхпроводника.** Явление это, присущее идеальным диамагнетикам, называется **эффектом Майсснера**, открывшего его в **1933** г. Из **эффекта Майсснера** следует, что токи в сверхпроводнике текут по его поверхности.

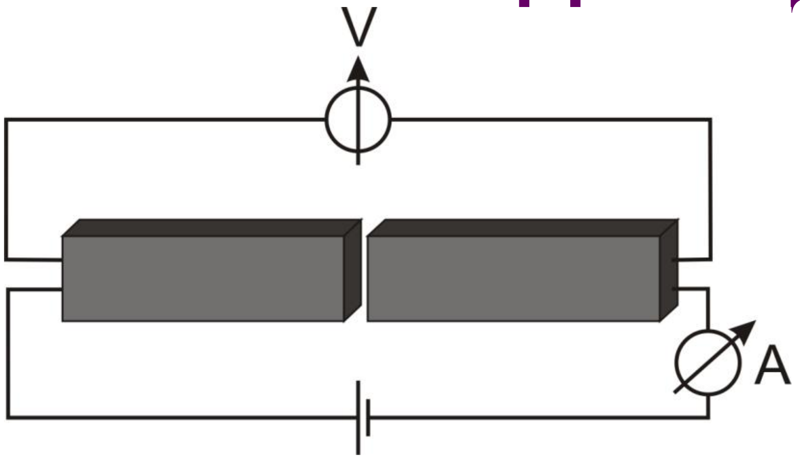


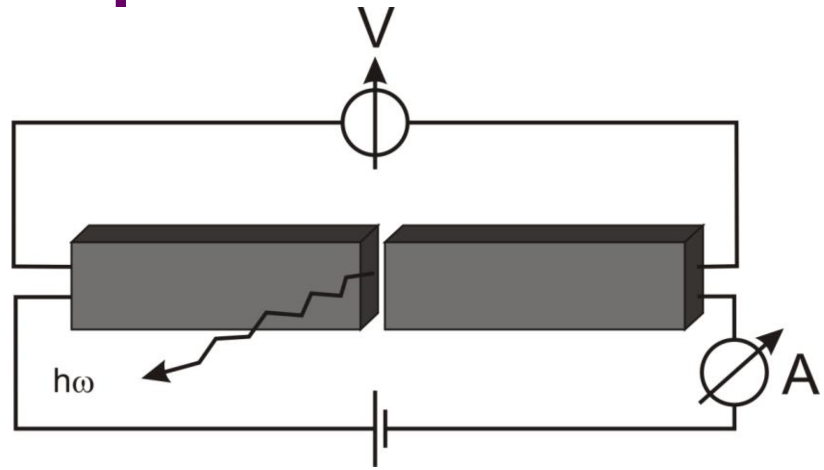
Если поместить образец в магнитное поле и охладить его ниже температуры перехода в сверхпроводящее состояние, то магнитный поток, первоначально пронизывающий образец, окажется вытолкнутым из него.



12009124029625 7.mpg

Эффекты Джозефсона





1962 г. Английский физик Б. Джозефсон на основе чисто теоретического анализа явления сверхпроводимости предсказал возможность протекания сверхпроводящего тока через диэлектрический зазор, разделяющий два сверхпроводника, если этот зазор достаточно мал. При этом туннелирование куперовских пар через диэлектрик может протекать в двух формах, которые в дальнейшем наблюдались экспериментально и получили название **эффектов Джозефсона.**

- сверхпроводящий ток может протекать не только по этим двум частям сверхпроводника, но и по зазору между ними.

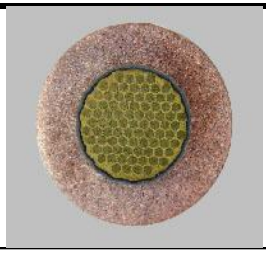
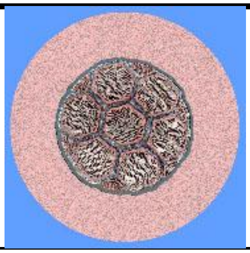
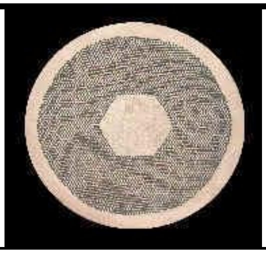
  Это явление получило название ***стационарного эффекта Джозефсона,*** или ***эффекта постоянного тока.***

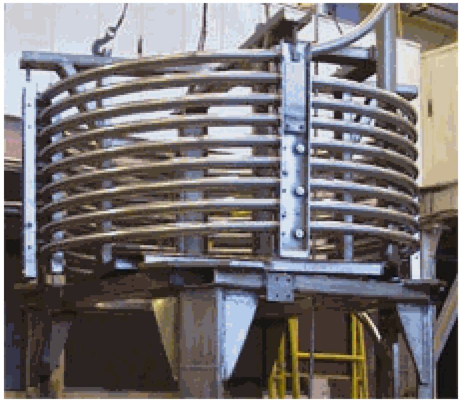
- по-прежнему протекает постоянный ток, однако возникает постоянная разность потенциалов, отличная от нуля, и одновременно от зазора исходит электромагнитное излучение высокой частоты. Излучение свидетельствует о появлении в зазоре переменного тока высокой частоты. Это явление ***нестационарного эффекта Джозефсона***, или ***эффекта переменного тока.***

Применение:

- **Длинномерные сверхпроводящие материалы на основе Nb3Sn и NbTi**

(магниторезонансные медицинские томографы, магниты для ускорителей, индуктивные накопители электроэнергии, высокополевые магниты для установок термоядерного синтеза, вигглеры и ондуляторы для источников синхротронного излучения и поддержки новых разработок сверхпроводящих линий электропередач, электрических трансформаторов и генераторов).

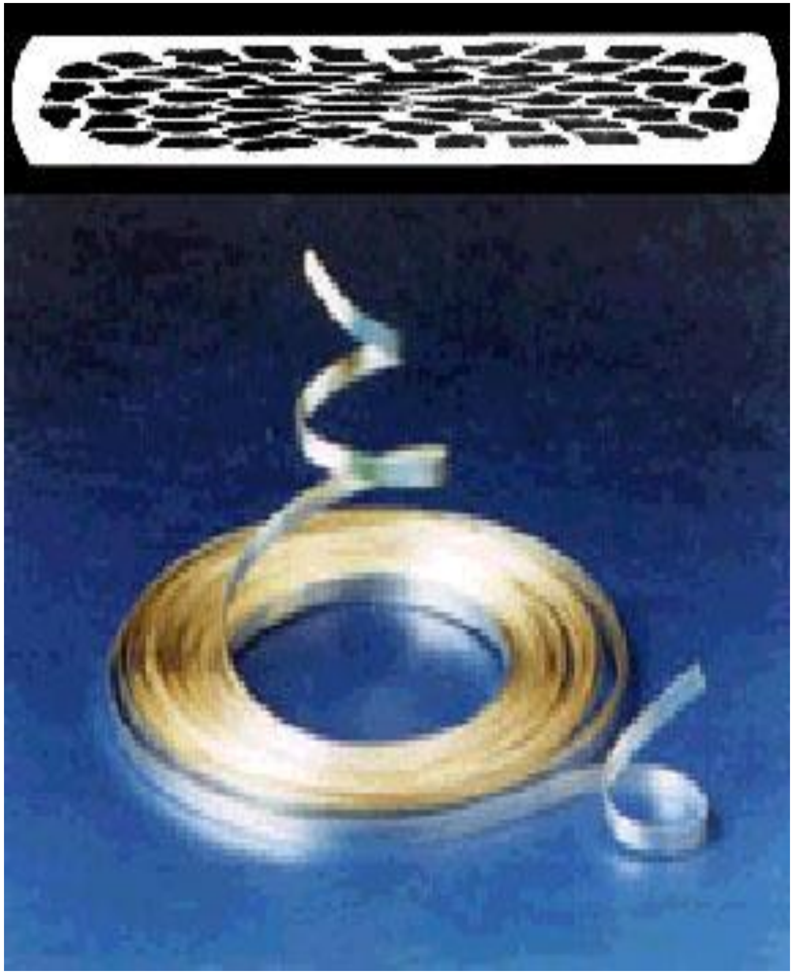
		
Поперечное сечение сверхпроводящего провода на основе интерметаллического соединения Nb3Sn (диаметр - 0,8мм, число волокон – 7225, критическая плотность тока в поле 12 Тл, при 4,2 К - 550А/мм²)	Поперечное сечение сверхпроводящего провода на основе соединения Nb3Sn (диаметр - 0,8мм, число волокон - 3168, критическая плотность тока в поле 12 Тл, при 4,2 К - 750-2000 А/мм²)	Поперечное сечение сверхпроводящего NbTi провода (диаметр 0,7мм, число волокон - 3918, критическая плотность тока в поле 5 Тл при 4,2 К - 2900 А/мм²)



Одним из примеров эффективного использования низкотемпературных сверхпроводящих кабелей на основе NbTi является совместная разработка и изготовление сверхпроводящей катушки на основе NbTi для термоядерного реактора в рамках международного проекта ITER.

•**Длинномерные высокотемпературные сверхпроводники Bi-2223/Ag**

(постоянные магниты, вставки для высокополевых магнитов, ограничители аварийных токов, токовводы, накопители электроэнергии, эффективные линии электропередач, электрические трансформаторы и генераторы).



Длинномерные композиционные сверхпроводники ленточного типа состоят из серебряной оболочки (или из сплава на основе серебра), внутри которой заключена 61 жила из ВТСП керамики фазы Bi-2223. Провода ленточного типа на основе этой системы можно использовать или при температуре жидкого азота (77 К) или, при более низкой, обычно, 30 К.

Работа выхода электронов из металла

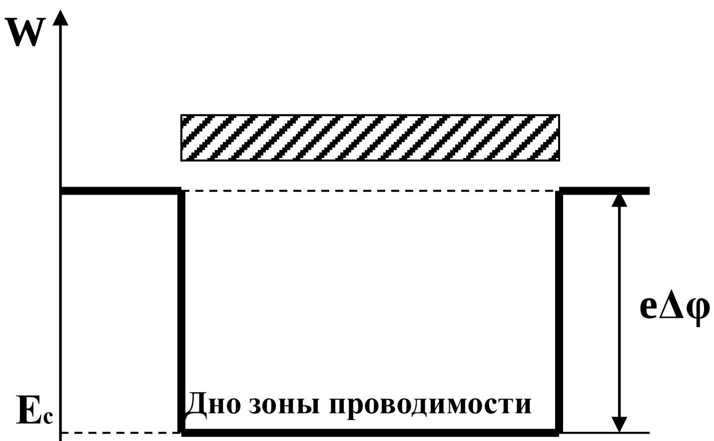
Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах практически не покидают металл. Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть **задерживающее электрическое поле**, которое препятствует выходу электронов из металла.

Оно возникает вследствие притяжения между электронами и положительными ионами решетки:

электроны при своем движении внутри металла вылетают за пределы его границы (на расстояния атомных размеров) и создают над поверхностью металла «**электронное**» облако, которое вместе с наружным слоем положительных ионов образуют **двойной электрический слой**.

Поле этого слоя подобно полю конденсатора

Распределение потенциальной энергии электрона имеет вид потенциальной ямы



Δφ – разность потенциалов в поверхностном слое или поверхностный скачок потенциала

Наименьшая энергия, которую необходимо сообщить электрону, чтобы удалить его из металла в вакуум, называется работой выхода

$$A_{вых} = e\,\Delta\varphi$$

$A_{вых}$ зависит от химической природы металлов, от чистоты их поверхности. По порядку величины составляет **несколько эВ**

Чтобы электроны могли покинуть металл, им необходимо сообщить **энергию больше $A_{вых}$**

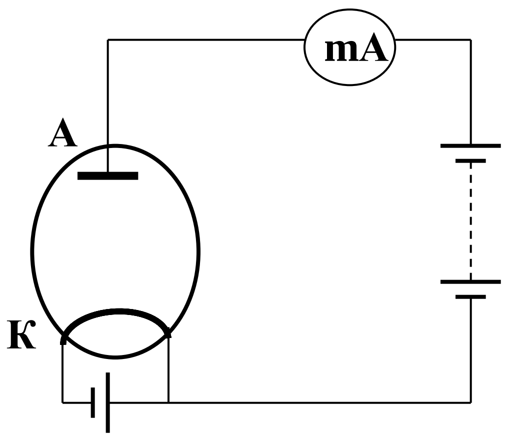
Явление испускания электронов металлами называют **электронной эмиссией**

В зависимости от способа сообщения энергии различают:

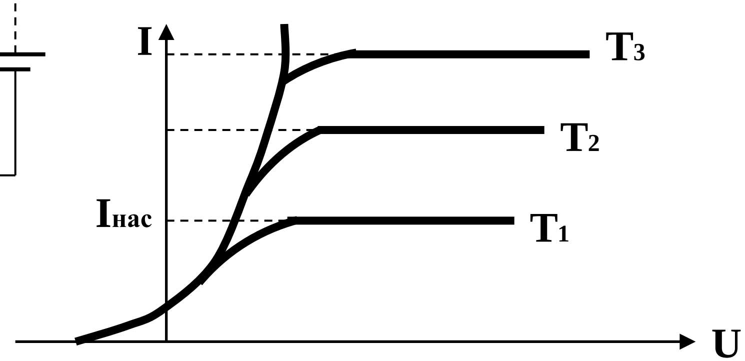
1. **Термоэлектронную эмиссию** – испускание электронов нагретыми телами
2. **Фотоэлектронную эмиссию** – испускание электронов под действием света
3. **Автоэлектронную эмиссию (холодную эмиссию)** – под действием сильного внешнего поля

4. Явление термоэлектронной эмиссии (используется в электронных лампах)

Рассмотрим закономерности этого явления на примере **вакуумного диода**

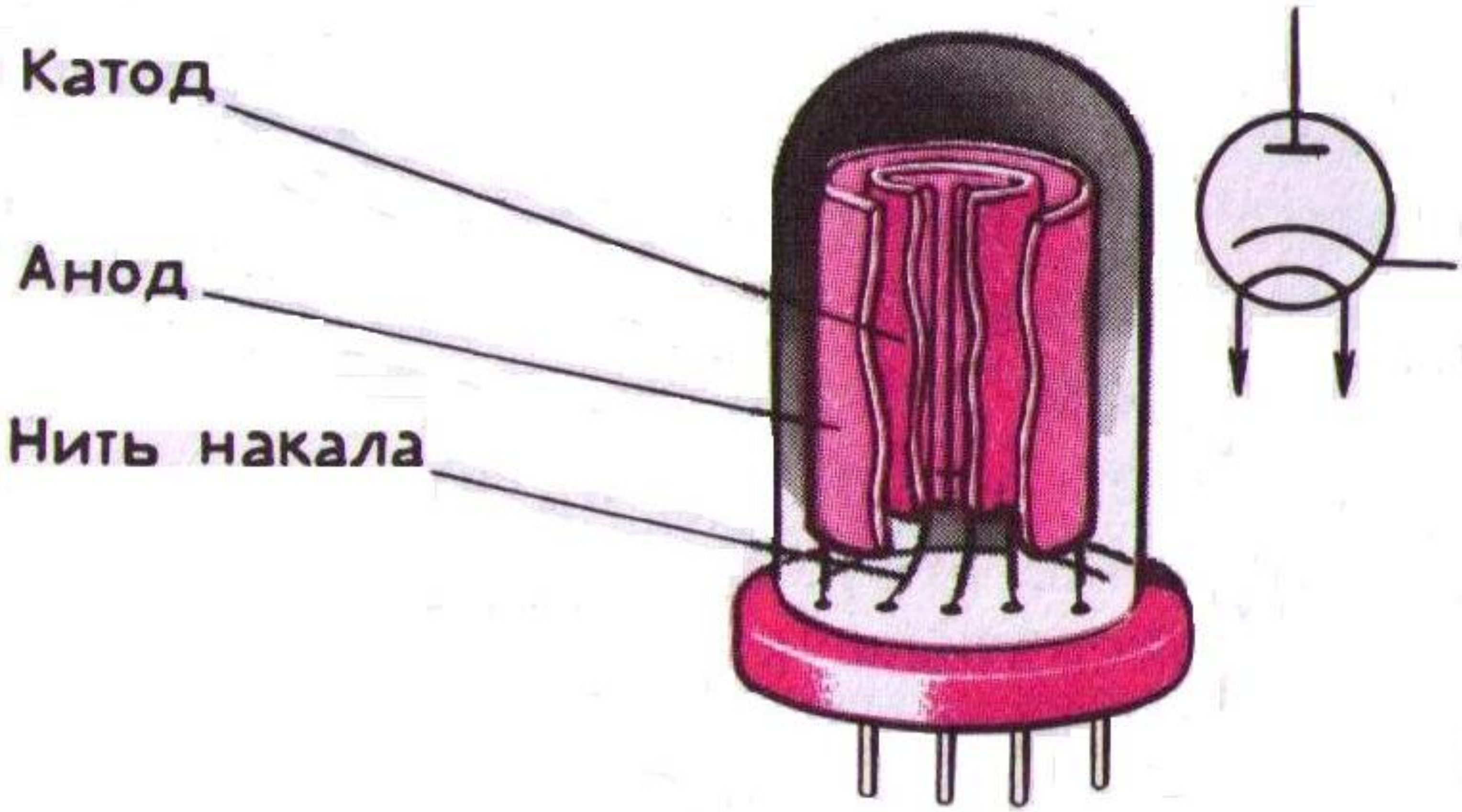


Если катод нагреть, пропуская ток через нить накала, и постепенно увеличивать напряжение между анодом и катодом лампы, то анодный ток будет увеличиваться, пока не достигнет насыщения



Вольт-амперные характеристики диода при различной температуре катода

Iнас – ток насыщения (характеризует эмиссионную способность металла, зависит от **T** катода)


Катод
Анод
Нить накала

Как видно из графика, **вольт-амперная характеристика диода нелинейная.**

Вакуумный диод – это пример проводника, который не подчиняется закону Ома в области малых напряжений.

Зависимость анодного тока от анодного напряжения в области малых напряжений описывается **законом трёх вторых** – **законом Богуславского - Лэнгмюра**

$$I = BU^{3/2}$$

, где $\boldsymbol{B}$ – коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также от их взаимного расположения

Движение электрических зарядов в вакууме называют током в вакууме

Если ввести в лампу дополнительный электрод – **сетку**, то, изменяя потенциал на сетке, **можно управлять анодным током**. Можно запирать лампу – **это выпрямитель**, можно усиливать ток – **это усилитель**

Одно из следствий теории термоэлектронной эмиссии – **контактная разность потенциалов**

Она возникает при контакте двух разных металлов (с различными работами выхода)
Несмотря на то, что она мала, её необходимо учитывать при различных точных измерениях

ЭДС цепи, составленной из какого угодно числа разнородных проводников при неодинаковой температуре контактов не равна 0. Это явление называют **термоэлектричеством (термо-ЭДС) или явлением Зеебека**

Полупроводники

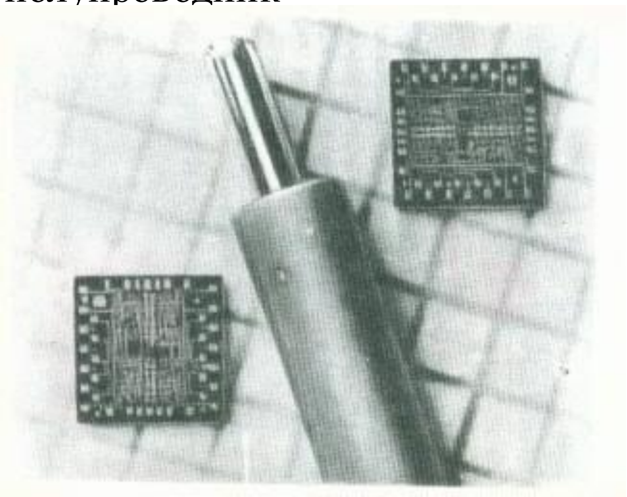
Наряду с металлами, в которых концентрация электронов практически не зависит от температуры, концентрация носителей заряда в полупроводниках сильно увеличивается с увеличением температуры.
При низких температурах эти вещества имеют очень большое удельное сопротивление и практически являются изоляторами.
Однако при увеличении температуры их удельное сопротивление уменьшается и при достаточно высоких температурах их электропроводность становится высокой.
Электропроводность полупроводника повышается также под действием света (это фотополупроводники).

Кремний и германий – типичные представители полупроводниковых материалов.

Полупроводники → **Полупроводники n - типа**

Полупроводники → **Полупроводники p - типа**

Зависит от примесей, введенных в полупроводник



Полупроводниковые приборы: диоды (выпрямители), транзисторы (усилители).

В последнее время большое распространение получили электронные блоки, состоящие из большого числа элементов, собранных на одной пластинке из полупроводникового материала (чипе).
Используются в сверхбыстродействующих ЭВМ, на космических кораблях и т. д.

Лекция 10

1. **Ток в газах**
2. **Виды газового разряда**
3. **Газоразрядная плазма**

Ток в газах

Газы в естественном состоянии не проводят электричество

Если же газ подвергнуть внешнему воздействию (нагреванию, облучению и т.д.),

то в газе образуются **ионы и электроны:**

от нейтрального атома отрывается 1, 2 электрона и атом превращается в **положительно заряженный ион**; часть оторвавшихся электронов может быть захвачена другими нейтральными атомами и тогда появляются еще **отрицательные ионы.**

Процесс образования ионов в газах называют **ионизацией**

Приборы, способные возбудить ионизацию, называют **ионизаторами** (горелка, источник ультрафиолетового излучения и т. д.)

Энергия, которая затрачивается на ионизацию атомов, называется **энергией ионизации**

После прекращения внешнего воздействия ионы и электроны при тепловом движении соударяются друг с другом и образуются нейтральные атомы.

Процесс взаимной нейтрализации ионов называют **рекомбинацией**

При рекомбинации энергия выделяется (в виде тепла, либо в виде свечения)

Если в газе создать электрическое поле, то возникнет упорядоченное движение ионов

Процесс протекания электрического тока в газах при наличии электрического поля называют газовым разрядом

Газовый разряд

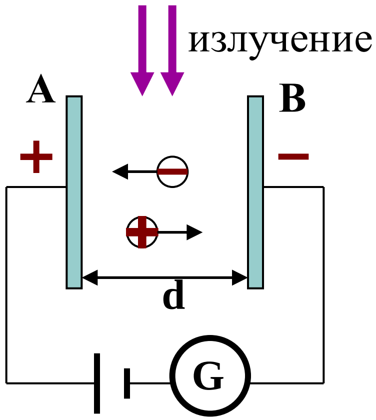
Чистый сухой воздух − хороший изолятор

несамостоятельный

Носители тока возникают в результате внешних воздействий, не связанных с наличием электрического поля. Газовый разряд прекратится, если ионизатор убрать.

самостоятельный

Это такой газовый разряд, который продолжается при прекращении действия ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называют **напряжением зажигания** газового разряда.



Пусть газ находится между электродами **A** и **B** и подвергается непрерывному постоянному воздействию ионизатора, например, излучения.

Под действием излучения в газе образуются положительные и отрицательные ионы

1. **Если между электродами поля нет**, то через некоторое время наступит равновесие − число, возникающих в ед. времени в ед. объёма ионов, равно числу рекомбинирующих ионов

$$\Delta n_i = \Delta n_r = rn^2 \quad (9.1)$$

, где **r** − коэффициент рекомбинации

Из формулы (9.1) получается формула для равновесной концентрации ионов

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} \quad (9.2)$$

В атмосферном воздухе под действием космического излучения равновесная концентрация ~10³ , что недостаточно для заметной проводимости

2. Если подать напряжение на электроды, то возникнет упорядоченное движение положительных ионов к отрицательному электроду, а отрицательных ионов – к положительному электроду

Скорость упорядоченного движения ионов пропорциональна напряженности поля **E**

$$\mathbf{V_+ = b_+ \cdot E}$$
$$\mathbf{V_- = b_- \cdot E}$$

, где $\mathbf{b_\pm}$ – подвижность ионов

Эти соотношения справедливы в том случае, если число соударений достаточно велико, то есть средняя длина пробега значительно меньше расстояния между электродами **d**

Определим величину **плотности тока**, протекающего в газе при наложении электрического поля

Пусть Δn_j – концентрация пар ионов, которые убывают за счет приложенного поля **E**, **q** – заряд иона

Тогда ток будет равен $I = q\,\Delta n_j\, S\cdot d$ (9.3) , где **S·d** – это объём, занимаемый газом

Из формулы (9.3) найдем $\Delta n_j = \dfrac{I}{sqd} = \dfrac{j}{qd}$

При наличии тока условие равновесия будет иметь вид: $\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j = rn^2 + \dfrac{j}{qd}$ (9.4)

где $\mathbf{j = q\, n\, (V_+ + V_-) = ze \cdot n\, (b_+ + b_-)\, E}$ (9.5) **n** – концентрация имеющихся ионов

Рассмотрим два случая:

1. **Поле слабое** – плотность тока мала (в этом случае величиной $\frac{j}{qd}$ можно пренебречь и тогда убыль ионов будет определяться только рекомбинацией)

$$\Delta n_i = \Delta n_r = n^2 r \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}$$

Плотность тока в этом случае будет равна $\vec{j} = \underbrace{ze\sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}(b_+ + b_-)}_{\text{const}}\vec{E}$

или $\vec{j} = const\vec{E}$ (9.6)

В слабых полях плотность тока пропорциональна напряженности поля E, то есть подчиняется закону Ома j =γ·E

2. **Поле сильное** – плотность тока велика (в этом случае величиной **r·n²** в формуле (9.4) можно пренебречь по сравнению с $\frac{j}{qd}$)

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j = rn^2 + \frac{j}{qd} \quad (9.4)$$

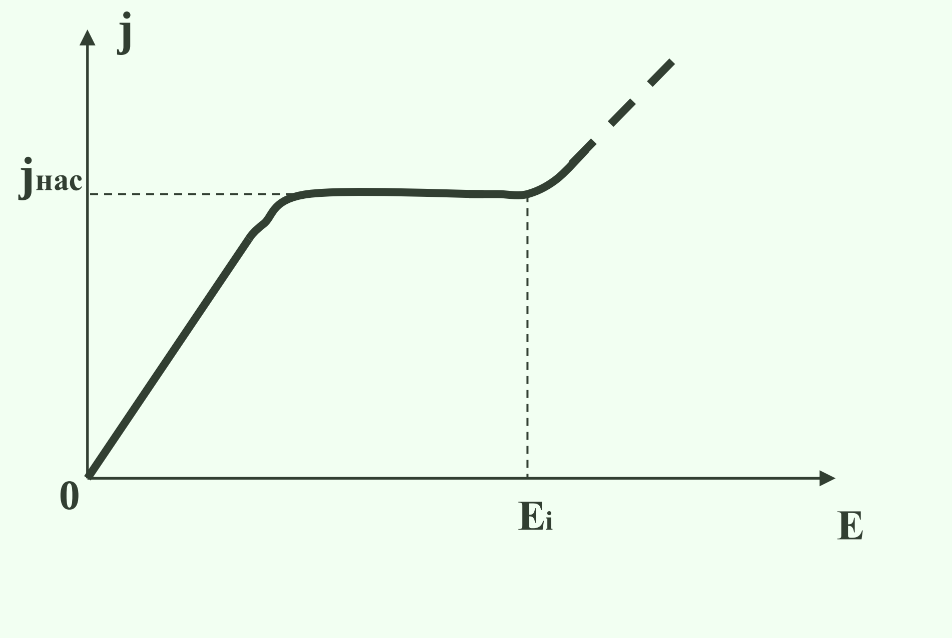
Это означает, что практически все возникающие ионы достигают электродов, не успев рекомбинировать, то есть $\Delta n_i = \frac{j}{qd} \Rightarrow j = \Delta n_i \cdot q \cdot d$ (9.7)

Эта плотность тока создается всеми ионами, которые порождает ионизатор

Плотность тока (9.7) **наибольшая** при данной интенсивности ионизатора и данном расстоянии между электродами. **Она не зависит от напряженности поля E.**

Её называют **плотностью тока насыщения $j_{нас}$.**

График зависимости плотности тока от напряженности поля (вольт-амперная характеристика газового разряда)



При некотором **E_i** происходит резкое возрастание тока. Это объясняется тем, что электроны, пройдя эту разность потенциалов, приобретают энергию, достаточную для ионизации.

Наблюдается лавинообразный процесс. Он прекратится, если убрать ионизатор

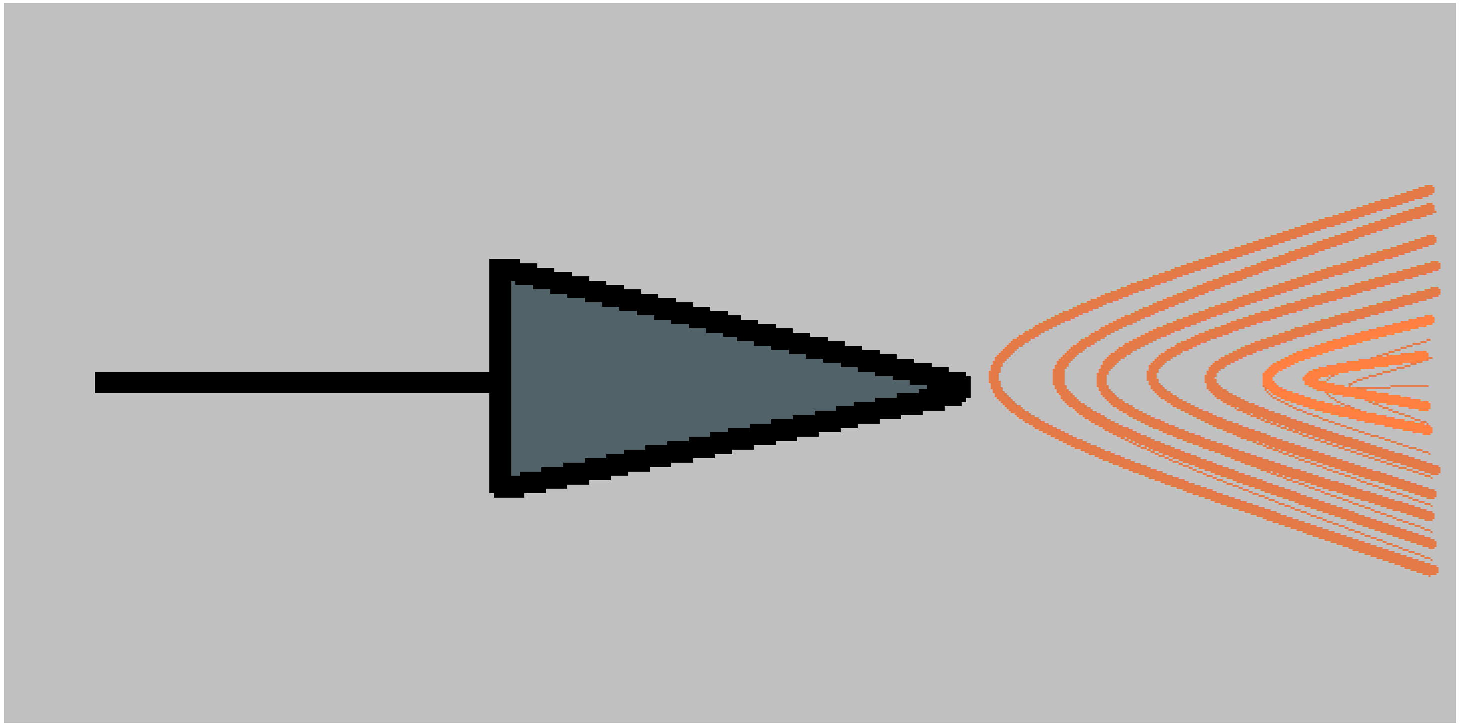
Это несамостоятельный разряд

Самостоятельный разряд продолжается при прекращении действия ионизатора.

В зависимости от того, какие именно процессы образования ионов в разряде играют роль, различают следующие типы самостоятельных разрядов: **коронный, дуговой, искровой, тлеющий.**

Коронный разряд

Коронный разряд возникает в сильно неоднородном электрическом поле при сравнительно высоких давлениях (порядка атмосферного), такое поле можно получить между двумя электродами, поверхность одного из которых обладает большой кривизной (тонкая проволока, остриё).

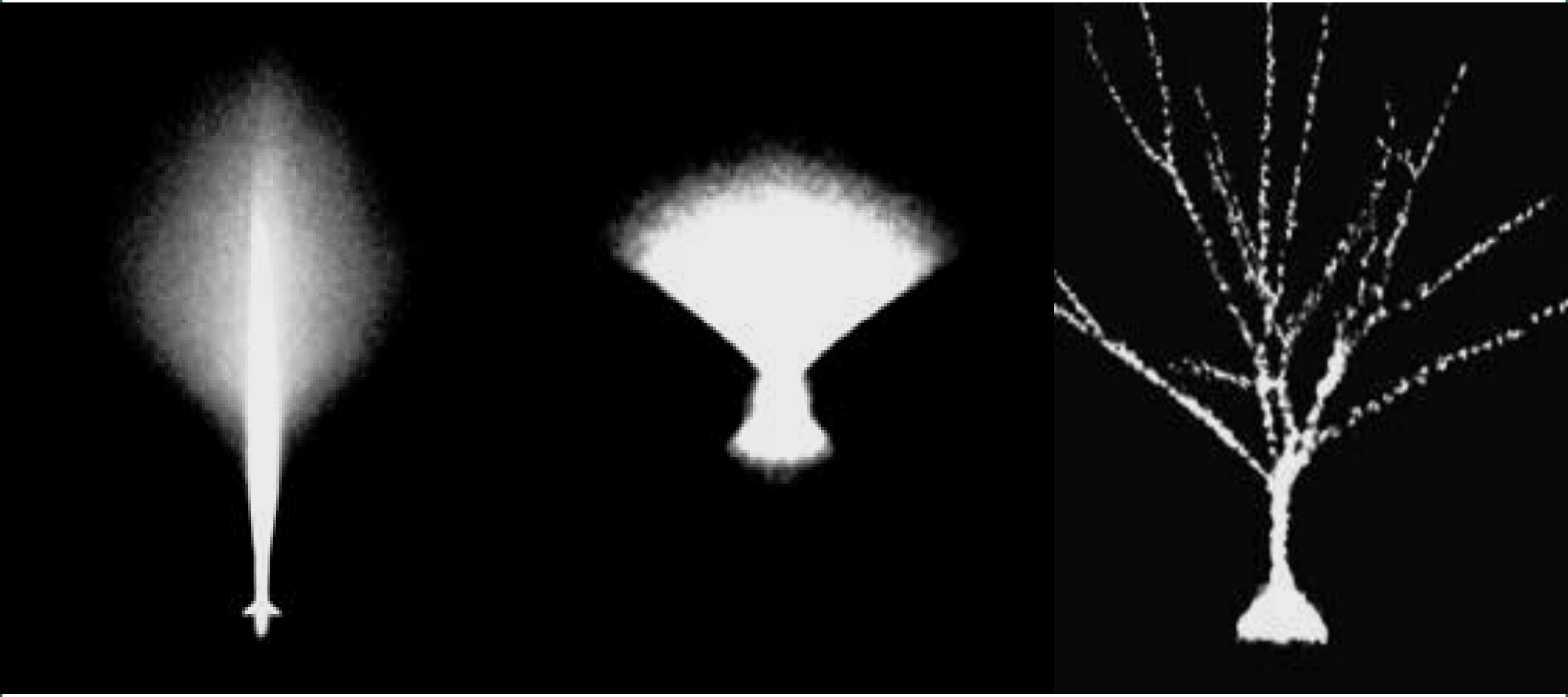


При напряженности $E = 3 \cdot 10^6$ В/м зажигается разряд – **свечение в виде короны**.

Электронная лавина зарождается у поверхности проволоки и распространяется на расстояние, при котором напряженность поля уменьшается.

Кистеобразный коронный разряд в атмосфере

Он возникает иногда в природе под влиянием атмосферного электрического поля на верхушках деревьев, корабельных мачт и т. д.



Коронный разряд наблюдается при сравнительно высоких давлениях в сильно неоднородных полях, Электроды должны иметь очень неодинаковые поверхности (при $E = 3 \cdot 10^6$ В/м зажигается разряд –

свечение в виде короны

Свечение, возникающее в остроконечных частях корабля во время грозы называют **огнями Святого Эльма.**

Дуговой разряд

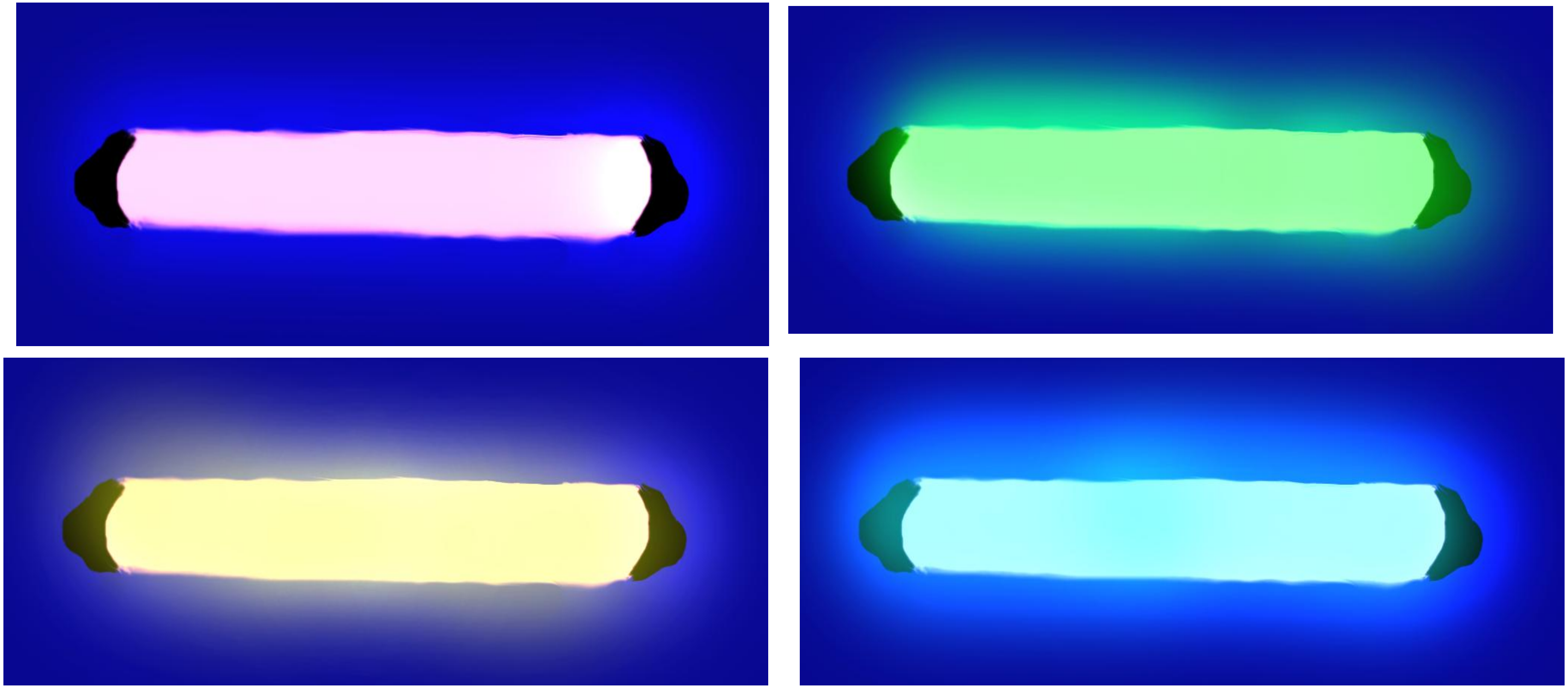
Электроды, например, уголь и медная пластина.

Причина – термоэлектронная эмиссия вследствие разогревания катода

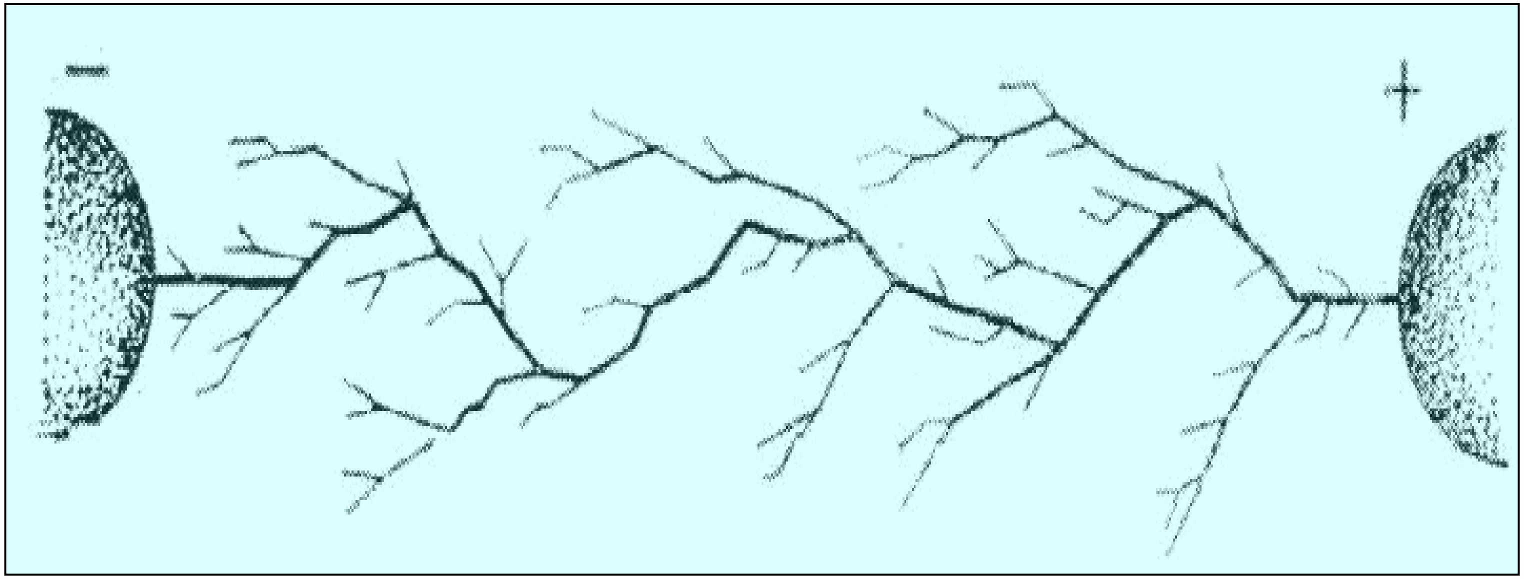
Дуговой разряд применяют для освещения, сварки, резания металлов, для плавки стали и т.д.

Тлеющий разряд

Применяется в лампах дневного света (цвет свечения зависит от газа, находящегося в лампе.)



Искровой разряд



Если увеличивать напряжение между двумя электродами, например большими шарами, находящимися в атмосферном воздухе, то при напряжении $E_{кр} = 3 \cdot 10^6$ В/м – возникает **электрическая искра**, которая имеет вид ярко светящегося тонкого канала, соединяющего электроды

Газ вблизи искры нагревается до высокой температуры и внезапно расширяется, отчего возникают звуковые волны, и мы слышим характерный треск.

120119459466777.mpg

Молния

Красивое и небезопасное явление природы – **молния – представляет собой искровой разряд в атмосфере.**

Проходя над Землей, грозовое облако создает на ее поверхности большие индуцированные заряды, и поэтому облако и поверхность Земли образуют две обкладки большого конденсатора. Разность потенциалов между облаком и Землей достигает сотен миллионов вольт, и в воздухе возникает сильное электрическое поле. Если напряженность этого поля делается достаточно большой, то может произойти пробой, т.е. молния, ударяющая в Землю.

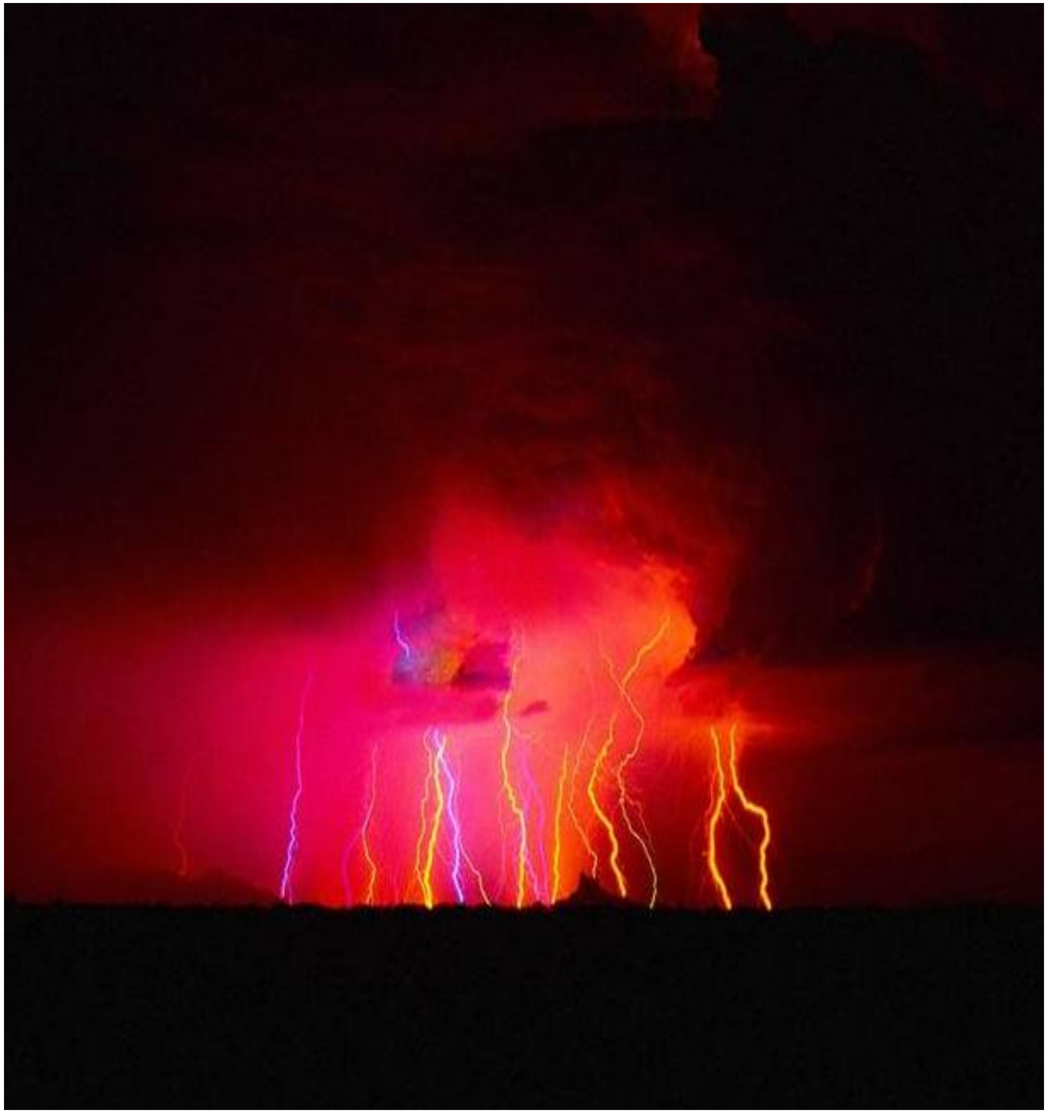
Уже в середине 18-го века обратили внимание на внешнее сходство молнии с электрической искрой. Это было доказано на опыте 1752-53 г.г. Ломоносовым и американским ученым Бенджамином Франклином (1706-90), работавшими



Удары молнии

Гром

Гром, возникающий после молнии, имеет такое же происхождение, как и треск при проскакивании лабораторной искры. Воздух внутри канала молнии сильно разогревается и расширяется, отчего и возникают звуковые волны. Эти волны, многократно отражаясь от облаков, гор, создают длительное эхо – громовые раскаты.



Согласно многочисленным исследованиям, произведенным над молнией, искровой разряд характеризуется следующими примерными числами:

- Напряжение между облаком и Землей 108 В
- Сила тока в молнии 105 А
- Продолжительность молнии 10 - 6 с
- Диаметр светящегося канала 10 - 20 см

Известно, что в атмосфере всего земного шара происходит одновременно около **1800 гроз**, которые дают около **100 молний** в секунду. Хотя вероятность поражения молнией какого-либо отдельного человека ничтожно мала, тем не менее молнии причиняют немало вреда. В настоящее время около половины всех аварий в крупных линиях электропередачи вызывается молниями. Поэтому, **защита от молнии - важная задача**

Разряд молнии, вызванный запуском ракеты с медным проволочным хвостом в грозовое облако.

Фото: *Florida Lightning Research Group*

Газоразрядная плазма

Состояние газа с высокой концентрацией заряженных частиц – ионов и электронов.

Нейтральная плазма – содержит практически одинаковое количество ионов и электронов.

Если плазма находится в электрическом поле, то в ней возникает электрический ток и выделяется тепло.

Температура в плазме при давлении ~ 0,1 мм. рт. ст. может достигать 10^5 К

Это дает возможность использовать плазму для осуществления термоядерных реакций.

В противоположность слабоионизованному газу в плазме:

1. ионы и электроны взаимодействуют между собой с помощью кулоновских сил;

2. в магнитном поле на частицы действуют большие силы (силы Лоренца).

Турбулентное состояние плазмы

Наиболее часто плазма встречается в космосе. Основная масса вещества космоса практически полностью ионизирована вследствие высокой температуры и действия различных излучений и находится в состоянии сильно ионизованной плазмы.

Лекция 11

1. **Магнитное поле тока**
2. **Закон Био-Савара-Лапласса**
3. **Применение закона Био-Савара-Лапласса к расчету магнитных полей**
4. **Сила Ампера**

1. Магнитное поле тока

Подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электрическое поле,

в пространстве, окружающем проводники с токами, существует магнитное поле

Связь **электрического тока и магнетизма** обнаружил **Эрстед** в 1820г.

(Опыты Эрстеда)

Это можно сделать, помещая вокруг проводника с током магниты, закрепленные на оси (**магнитные стрелки**).

Особенность магнитного поля: **оно действует только на движущиеся заряды, то есть на ток**

Явление магнетизма – свойство магнитов притягивать к себе железо – было известно уже в древности. До начала XIX века считали, что электричество и магнетизм не связаны

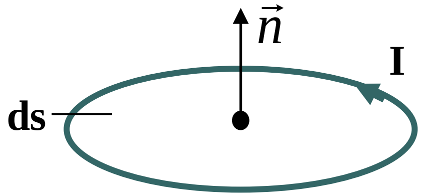
Характер воздействия зависит от формы проводника, от расположения проводника и от направления тока.

Чтобы характеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

Подобно точечному заряду, который используется для исследования электрического поля, **для исследования магнитного поля применяют**

элементарный виток с током

(его размеры малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле)



ds – площадь витка

n - нормаль

За положительное направление нормали принимается направление, связанное с током правилом правого винта (буравчика)

Характеристикой элементарного витка с током является **МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ**

$\vec{P}_m = \left[\vec{I} \cdot d\vec{s}\right]$, где $d\vec{s} = ds \cdot \vec{n}$ или $P_m = Ids$, так как $\vec{n} \perp ds$

Вектор **магнитного момента** направлен по нормали $\vec{P}_m \uparrow\uparrow \vec{n}$

Индукция магнитного поля

Если в данную точку поля помещать элементарные витки с разными токами, а следовательно с разными магнитными моментами **Pm,** то на них будут действовать различные вращающие моменты **M.**

Однако отношение $\dfrac{M_{\max}}{P_{\max}}$ для всех витков будет одно и тоже и может служить характеристикой магнитного поля. Эту величину называют **индукцией магнитного поля**

$$B = \frac{M_{\max}}{P_{\max}} \qquad (10.1)$$

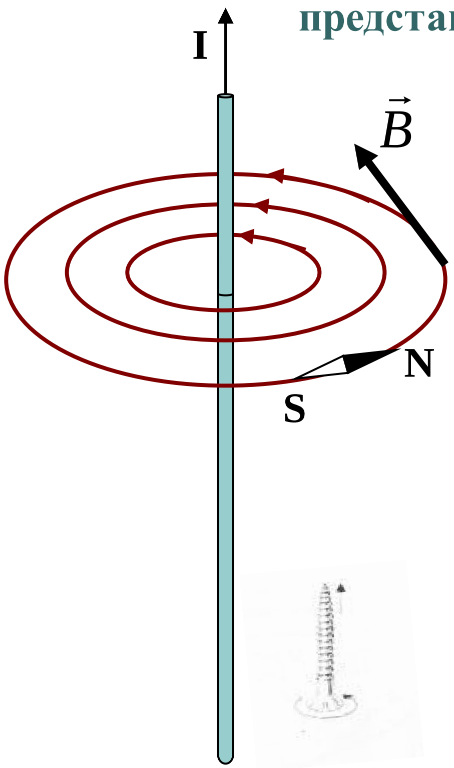
Индукция магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на элементарный виток с магнитным моментом равным единице, когда нормаль витка перпендикулярна направлению поля B

Так как магнитное поле – это силовое поле, то по аналогии с электрическим, его изображают с помощью **магнитных силовых линий** (**линии магнитной индукции**)

Линии магнитной индукции – это такие линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводник с током

Например: **силовые линии прямолинейного проводника (прямого тока) представляют собой окружности**



Направление вектора $\vec{B}$ задается правилом правого винта (правило буравчика):

поступательное движение винта совпадает с током, а вращение головки винта с направлением линий магнитной индукции.

Вектор $\vec{B}$ лежит в плоскости перпендикулярной той, в которой лежит проводник с током.

Постулат Ампера:

действие на окружающую среду элементарного витка с током и элементарного магнита эквивалентны

И в том и другом случае действие на окружающую среду обеспечивается магнитным полем

Это фактически был I-ый закон, который позволил описывать магнитное поле.

2. Закон Био-Савара-Лапласса

Он позволяет вычислить величину **индукции магнитного поля**

Согласно постулату Ампера по аналогии с потенциалом электростатического поля

$$\varphi(r) = k\int \frac{dq}{r}$$

, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

можно ввести **электромагнитный потенциал магнитного поля**, только это **вектор**

$$\vec{A}(r) = kI\oint \frac{dl}{|\vec{r}|} \quad (10.2)$$

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}, где\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$$

Замкнутый интеграл говорит о том, что **магнитное поле создается только замкнутыми токами**

Если напряженность электрического поля определяется по формуле: $\vec{E} = -(\vec{\nabla}\varphi) = -gra\vec{d}\varphi$

то индукция магнитного поля будет определятся по формуле: $\vec{B} = \left[\vec{\nabla}\vec{A}\right] = rot\vec{A}$

Взяв rot от (10.2), получим

$$rot\vec{A} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_l \frac{\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3} \quad (10.3)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_l \frac{Idl \cdot \sin\alpha}{r^2} \quad (10.4)$$

Эти выражения описывают **закон Био-Савара-Лапласса**

α − угол между вектором ***r*** и элементом тока ***Idl***

3. Применение закона Био-Савара-Лапласса к расчету магнитных полей

1. Разбить проводник с током на элементы тока (***Idl***) и определить направление и величину индукции поля ***dB***

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{r^3} \qquad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \sin\alpha \qquad (10.5)$$

2. Проинтегрировав выражение (10.5) , найти величину **B**

$$\vec{B} = \oint_l d\vec{B}$$

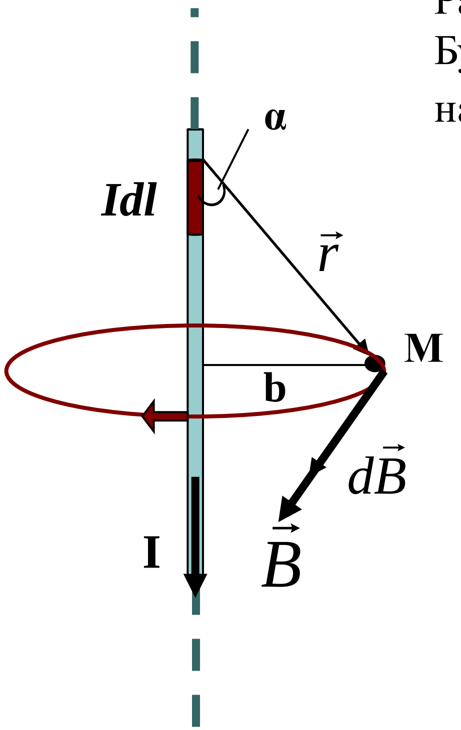
Опыт показывает, что для магнитного поля, так же как и для электрического, в широкой области изменения магнитной индукции справедлив принцип суперпозиции:

если имеется несколько контуров с током, каждый из которых создаёт магнитные индукции, то магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме индукций отдельных контуров, то есть $\vec{B} = \sum_l \vec{B}_l$

Изолированный элемент с током создать невозможно. Ток всегда течет в замкнутой цепи по проводникам конечных размеров. Поэтому **формула (10.5)** имеет смысл только как **один из этапов применения принципа суперпозиции.**

Примеры:

- ## Магнитное поле прямого тока бесконечной длины



Рассмотрим бесконечно длинный проводник, по которому течет ток **I** Будем определять индукцию магнитного поля в точке **M**, которая находится на расстоянии **b** от проводника

$$\vec{B}_M = ?$$

Порядок расчета

1. Выделим элемент тока (***Idl***); $\vec{r}$ − радиус-вектор, определяющий расстояние между элементом тока и точкой **M**; **α** − угол между (***Idl***) и вектором **r**.
2. Проведем через точку **M** магнитную силовую линию, которая представляет собой окружность радиусом **b**, плоскость которой перпендикулярна проводнику с током.
3. Найдем направление вектора **dB** и **B** в т. **M** по правилу буравчика.
4. Запишем выражение для dB: $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\sin\alpha}{r^2} dl$$

5. По закону Био-Савара-Лапласса находим ***B***: $$\vec{B} = \oint_l d\vec{B}$$

$$B = \oint_l dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\alpha}{r^2} dl \quad (10.6)$$

, так как проводник замкнут на ∞

Чтобы взять интеграл (10.6) приведём под интегральное выражение к одной переменной, например к α . Для этого выразим ***dl*** через **dα** , а ***r²*** − через **α .**

Из геометрии рисунка видно, что $r = \dfrac{b}{\sin\alpha}$, $l = b\cdot ctg\,\alpha \Rightarrow dl = \dfrac{b}{\sin^2\alpha}d\alpha$ (10.7)

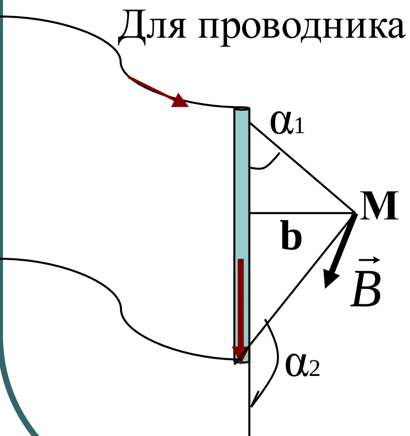
Подставим (10.7) в (10.6):

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b\sin\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot b^2}d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\int_0^{\pi}\sin\alpha\cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}(-\cos\alpha)\Big|_0^{\pi} \qquad (10.8)$$

Получим $\boxed{B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2I}{b}}$ (10.9)

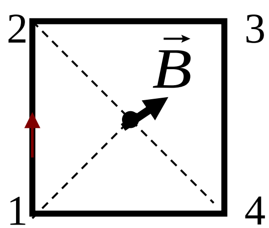
Индукция магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным проводником на расстоянии **b** от проводника

Для проводника конечной длины в выражении (10.8) нужно заменить пределы интегрирования



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Для рамки с током

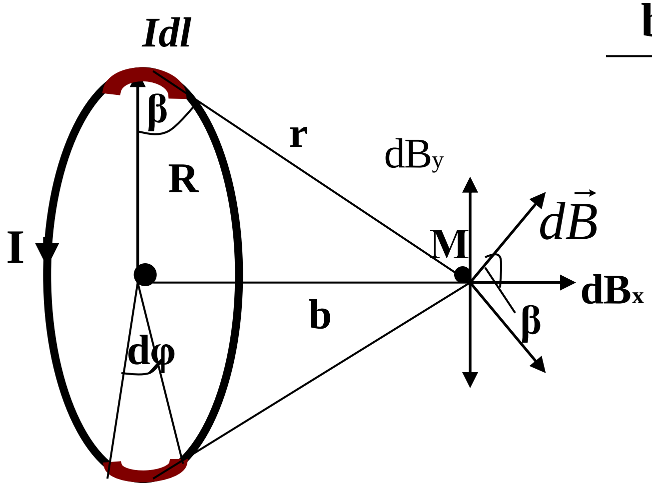


$$\vec{B} = \vec{B}_{12} + \vec{B}_{23} + \vec{B}_{34} + \vec{B}_{41}$$

Магнитное поле на оси кругового тока

I – сила тока в витке, **R** – радиус витка
b – расстояние от центра витка до точки **M**

$\vec{B}_M - ?$



1. Выделим симметричные элементы тока (***Idl***) в верхней части витка и в нижней
   r – расстояние от элемента (***Idl***) до точки M
2. Определим направление $d\vec{B}$ по правилу буравчика ($d\vec{B} \perp \vec{r}$ и лежит в плоскости листа)
3. Так как $d\vec{B}$ от всех элементов витка будут направлены под углом друг к другу, будем складывать $d\vec{B}$ по проекциям

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(b^2+R^2)^{3/2}} \quad (10.10)$$

В силу симметрии задачи $\vec{B}_y = \sum d\vec{B}_y = 0$; Следовательно, $\vec{B} = \vec{B}_x = \sum d\vec{B}_x = \int d\vec{B}_x$

Из геометрии видно, что $dB_x = dB \cdot \cos\beta$ $\cos\beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{b^2+R^2}}$ **, *dl* = *Rdφ***

4. Составим выражение для dB: $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\sin\alpha}{r^2} dl$, где sinα =1, т. к. **α = 90º**

Тогда $dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \cdot \cos\beta$, а $B = \int dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\int \cos\beta \cdot dl$ или $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR^2}{r^3}\int_0^{2\pi} d\varphi$

Формула (10.10) описывает индукцию магнитного поля на оси кругового тока

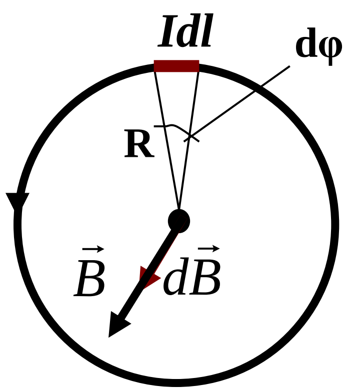
• Магнитное поле в центре кругового тока

а) Можно найти, проанализировав формулу (10.10):

если устремить **b** к нулю, то получим формулу для индукции магнитного поля в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (10.11)$$

b) Можно воспользоваться алгоритмом Био-Савара-Лапласа:



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{R^2} \cdot \sin\alpha$$

sinα = 1, ***dl*** = Rdφ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \cdot d\varphi$$

$$B = \oint_l dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Лекция 12

1. Сила Ампера

2. Взаимодействие параллельных бесконечно длинных проводников с токами

3. Контур с током в магнитном поле, магнитный поток

4. Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле

5. Теорема о циркуляции вектора B (закон полного тока)

6. Расчет магнитного поля соленоида с помощью теоремы о циркуляции вектора B

1. Сила Ампера

Ампер опытным путём установил:

сила, действующая на линейный проводник с током, помещенным в однородное магнитное поле **пропорциональна силе тока**, зависит от **величины индукции поля**, **длины проводника** и **расположения проводника** по отношению к линиям поля

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha \quad (11.1)$$

где B = const

Чтобы найти силу, действующую на любой проводник с током, находящийся в любом магнитном поле, нужно разбить проводник на элементы тока (***Idl***) и найти силу, действующую на элемент тока, а затем все силы просуммировать.

$$d\vec{F} = I\left[\vec{B}d\vec{l}\,\right] \qquad dF = IBdl\sin\alpha$$

$$\vec{F} = \oint_l d\vec{F} = I\oint_l \left[\vec{B}d\vec{l}\,\right] \quad (11.2) \qquad F = I\oint_l Bdl\sin\alpha \quad (11.3)$$

Все эти соотношения (11.1), (11.2), (11.3) называют **силой Ампера**

Из выражения (11.1) можно определить единицу измерения индукции магнитного поля

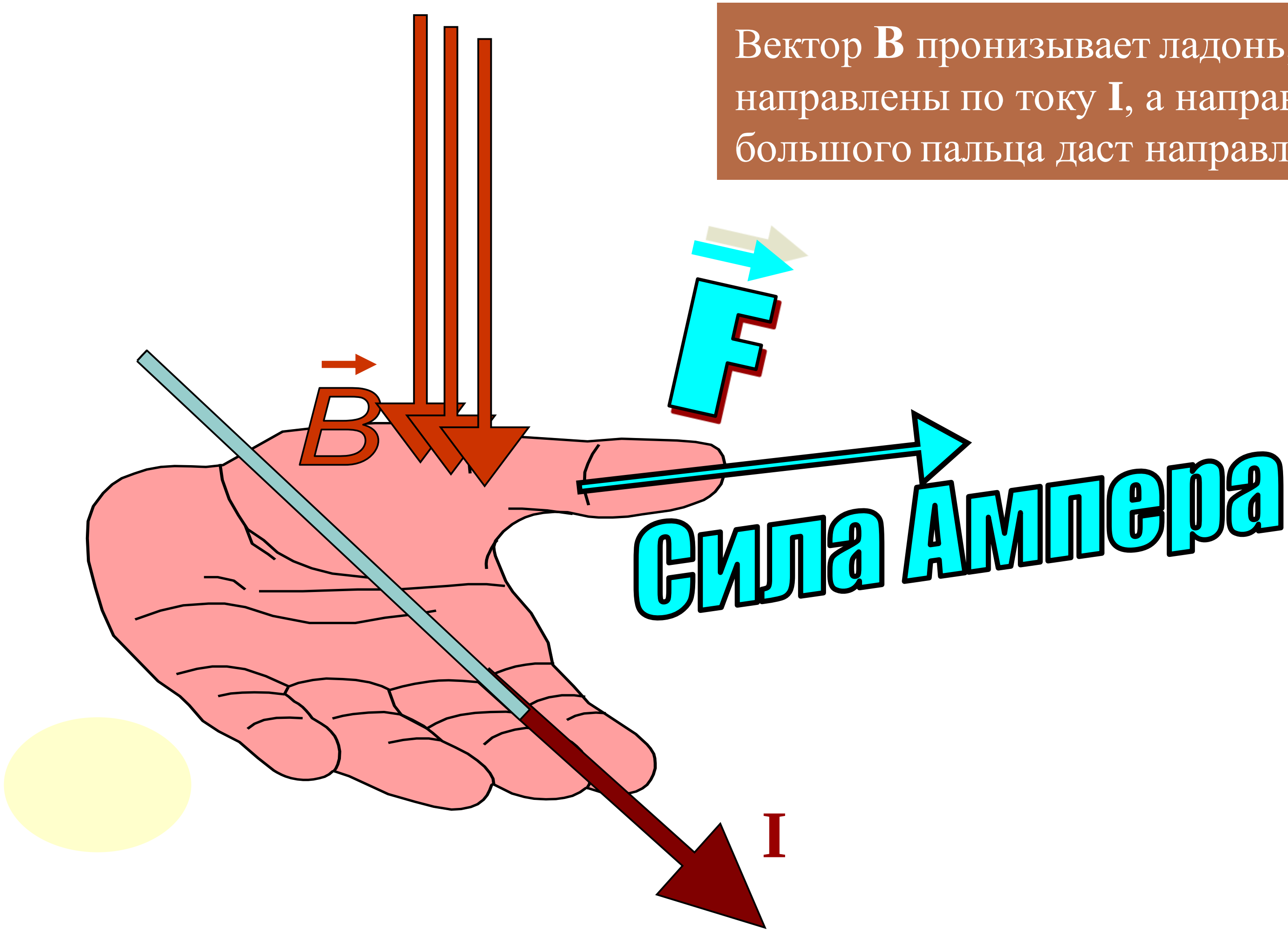
$$B = \frac{F}{Il\sin\alpha}; \quad [B] = н/Ам = 1Тл$$

1Тл (тесла) − это индукция однородного поля, в котором на **1м длины** проводника, перпендикулярного к вектору **B**, по которому течет **ток 1A**, действует сила **1H**.

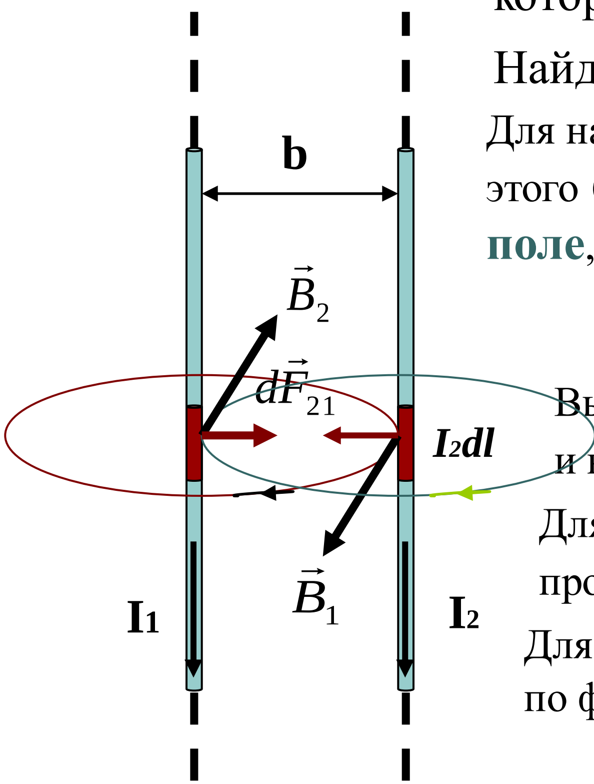
Для определения направления **силы Ампера** используют

Правило левой руки

Вектор **B** пронизывает ладонь, четыре пальца направлены по току **I**, а направление большого пальца даст направление силы **F**



2. Взаимодействие параллельных бесконечно длинных проводников с токами



Рассмотрим два бесконечно длинных проводника с токами, которые находятся на расстоянии **b** друг от друга.

Найдем силы, действующие на проводники: $\vec{F}_{12} - ?$ $\vec{F}_{21} - ?$

Для нахождения силы взаимодействия применим **закон Ампера**, для этого будем считать, что **один из проводников создает магнитное поле**, а **второй находится в этом поле**

Пусть $\mathbf{I_1}$ создает поле $\mathbf{B_1}$, а $\mathbf{I_2}$ находится в этом поле.

Выделим на проводнике $\mathbf{I_2}$ элемент тока ($\boldsymbol{I_2 dl}$) и найдем направление и величину $\mathbf{B_1}$ в этом месте

Для определения $\mathbf{B_1}$ радиусом **b** проведем окружность вокруг проводника $\mathbf{I_1}$ и по правилу буравчика найдем $\mathbf{B_1}$

Для бесконечно длинного проводника с током величина $\mathbf{B_1}$ находится по формуле

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{b}$$

По правилу левой руки найдем направление **силы Ампера** $d\vec{F}_{21}$ и величину по формуле

$dF_{21} = B_1 I_2 dl \sin\alpha$ Сила, действующая на проводник с током длиной ***l*** будет равна

$$F_{21} = \oint_l dF_{21} = B_1 I_2 \oint_l dl = B_1 I_2 l$$

или

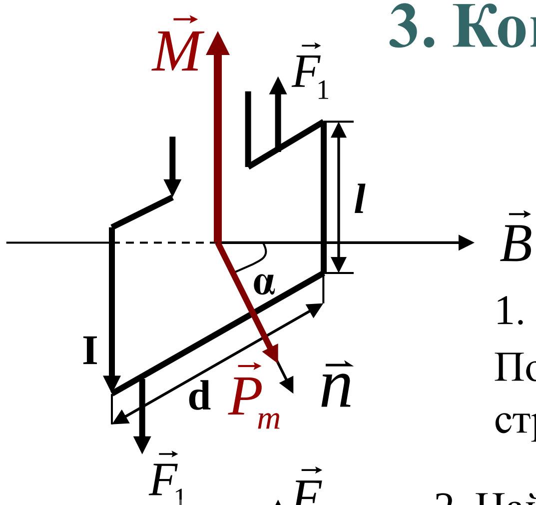
$$F_{21} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{b} l$$

Sinα = 1, т.к. α =90º

На единицу длины проводника $f_{21} = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{b}$ (11.4) следовательно $f_{21} = -f_{12}$

Из формулы (11.4) определяется единица измерения силы тока

1А – это сила такого постоянного тока, который проходя по двум параллельным бесконечно длинным проводникам, расположенным на расстоянии 1м друг от друга в вакууме, вызывает силу $2\cdot10^{-7}$ Н **на каждый метр**



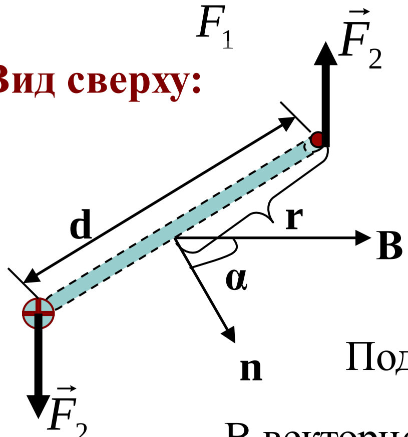
3. Контур с током в магнитном поле

Поместим рамку с током **I** и сторонами ***l*** и **d** в магнитное поле **B**
n –нормаль, **α** – угол между **n** и **B**

$\vec{P}_m$ – магнитный момент рамки

1. Найдем силы, действующие на верхнюю и нижнюю стороны рамки. По правилу левой руки силы **F₁** направлены в разные стороны и стремятся растянуть рамку

Вид сверху:



2. Найдем силы, действующие на боковые стороны рамки

По закону Ампера **F_2 = I B *l*** (11.5)

Пара сил F_2 создает вращающий момент $\vec{M} = \left[\vec{F}_2\vec{r}\right]$

$$M = M_1 - M_2 = F_2\frac{d}{2}\sin\alpha - F_2(-\frac{d}{2})\sin\alpha = F_2 d\sin\alpha \quad (11.6)$$

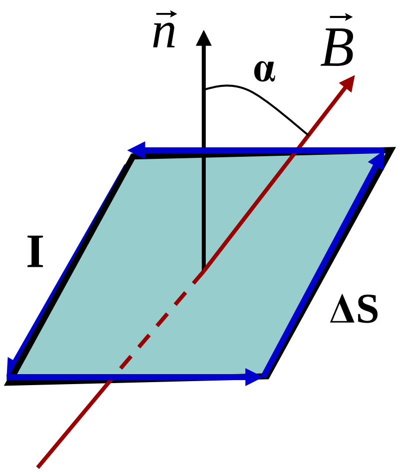
Подставив (11.5) в (11.6), получим: **M = I B *l*d sinα = I S B sinα = P_m B sinα**

В векторной форме $\vec{M} = \left[\vec{P}_m\vec{B}\right]$

Вектор M направлен по оси вращения (по правилу правого винта)

На контур с током, помещенном в однородное магнитное поле $\vec{B}$, действует вращающий магнитный момент $\vec{M}$

При этом контур стремится установиться таким образом, чтобы магнитный момент контура $\vec{P}_m$ совпал с направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$



Магнитный поток

Рассмотрим площадку **ΔS,** охватываемую током **I** и находящуюся в однородном магнитном поле $\vec{\mathbf{B}}$

Магнитное поле векторное и для него, также как и для электростатического поля, применимо понятие «**поток**»

Магнитным потоком или **потоком вектора B** сквозь площадку ΔS, охватываемую током, называют величину равную

$$\mathbf{\Phi = B\,\Delta S\cos\alpha}$$ (11.7) где **α** – угол между вектором **B** и нормалью **n**

Формулу (11.7) можно записать в виде: $\varPhi = \left(\vec{B}\cdot\Delta\vec{S}\right)$ (11.8) , где $\Delta\vec{S} = \Delta S\cdot\vec{n}$

Поток – это **величина скалярная**

Из формулы (11.7) видно, что поток может быть больше нуля и меньше нуля (определяется знаком cosα)

Единица измерения магнитного потока **[Ф] = 1Тл·1м² =1Вб (вебер)**

Если поле неоднородное, то $\Phi = \int_S (\vec{B}d\vec{S})$ или $\Phi = \int_S BdS\cos\alpha$ (11.7)

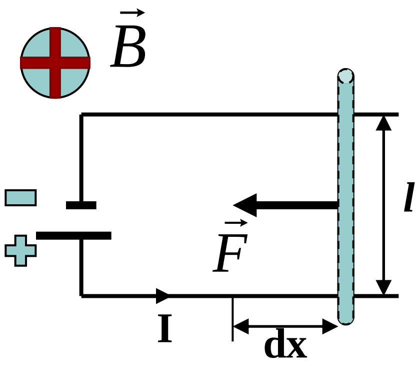
Магнитный поток сквозь замкнутую поверхность всегда равен 0, так как магнитные силовые линии замкнуты

$$\oint_S (\vec{B}d\vec{S}) = 0$$

(11.8) – это **теорема Гаусса для магнитного поля**

Линии вектора **B** всегда охватывают движущиеся заряды (токи). Они нигде не начинаются и нигде не оканчиваются. Это значит, что **в природе отсутствуют магнитные заряды**

4. Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле



Рассмотрим контур с током, у которого имеется скользящий проводник l

Поместим такой контур в магнитное поле

Под действием силы Ампера скользящий проводник будет перемещаться в магнитном поле

Найдем работу силы Ампера для бесконечно малого перемещения dx

$$\mathbf{dA = B\,I\,\underbrace{l\,dx} = B\,I\,dS}$$, где $dS = S' - S$

S' – площадь контура в конечном положении

S – площадь контура в начальном положении

Учитывая, что **B dS = dΦ**, получим **$dA = I\,d\Phi$** (11.9), где dΦ − изменение потока при перемещении dx

Чтобы найти работу для произвольного перемещения, нужно выражение (11.9) проинтегрировать

$$A = \int_1^2 I \cdot d\Phi = I\int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$\mathbf{A = I\,(\Phi_2 - \Phi_1)} \quad (11.10)$$

Φ_2 − магнитный поток через контур в конечном положении,

Φ_1 − в начальном положении

Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле, равна произведению силы тока на изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром с током

5. Теорема о циркуляции вектора B (Закон полного тока)

В электростатическом поле мы ввели понятие циркуляции вектора $\vec{E}$ вдоль замкнутого контура ***l***, которая для электростатического поля равна нулю

$$\oint_l (\vec{E}d\vec{l}\,) = 0$$

Это свойство поля говорит о том, что линии напряженности поля всегда разомкнуты – они начинаются на + и оканчиваются на −

Аналогично для магнитного поля введено понятие циркуляции вектора $\vec{B}$

Однако циркуляция вектора $\vec{B}$ не равна нулю

$$\oint_l (\vec{B}d\vec{l}\,) = \mu_0 I$$

(11.11), где ***I*** – ток, охватываемый контуром ***l***

Формула (11.11) справедлива для случая, когда контур охватывает один провод с током

Если же контур охватывает несколько проводников с токами, то

$$\oint_l (\vec{B}d\vec{l}\,) = \mu_0 \sum_k I_k \quad (11.12)$$

(11.12) − это математическое выражение **теоремы о циркуляции вектора** $\vec{B}$

Циркуляция вектора $\vec{B}$ вдоль замкнутого контура ***l*** равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

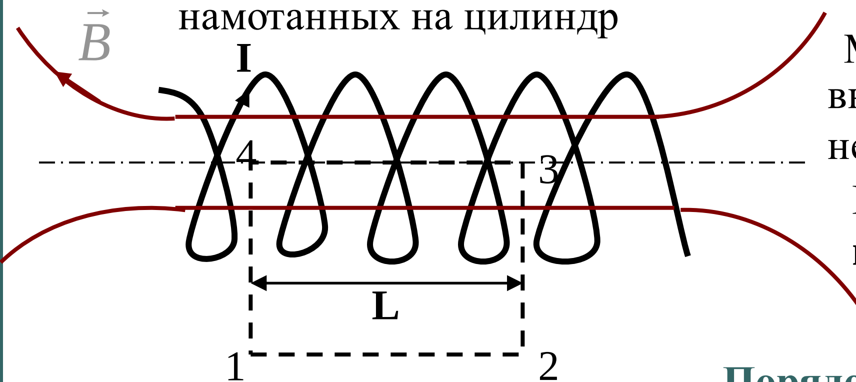
Поле, у которого циркуляция отлична от нуля, называют **вихревым** или **соленоидальным**

6. Расчет магнитного поля соленоида с помощью теоремы о циркуляции вектора B

Теорема о циркуляции вектора **B** позволяет во многих случаях просто вычислить индукцию магнитного поля.

Поле бесконечно длинного соленоида

Соленоид – это проводник в виде параллельных витков, имеющих общую ось и намотанных на цилиндр



Магнитное поле $\vec{B}$ в достаточно длинном соленоиде внутри можно считать однородным, вне соленоида поля нет. **Всё поле сосредоточено внутри и вблизи соленоида**

Пусть **I** – ток, протекающий в соленоиде;

n = N/L – число витков, приходящееся на единицу длины

Найти **B.**

Порядок расчета

1. Выделим мысленно участок длиной **L** и проведем через него замкнутый прямоугольный контур (1 2 3 4)

2. Найдем циркуляцию вектора $\vec{B}$ для этого контура

$$\oint_l (\vec{B}d\vec{l}\,) = \cancel{\int_1^2 (\vec{B}d\vec{l}\,)} + \cancel{\int_2^3 (\vec{B}d\vec{l}\,)} + \int_3^4 (\vec{B}d\vec{l}\,) + \cancel{\int_4^1 (\vec{B}d\vec{l}\,)} \Longrightarrow \oint_l (\vec{B}d\vec{l}\,) = \int_3^4 (\vec{B}d\vec{l}\,) = B\int_3^4 dl = B \cdot L$$

0, т.к. B=0 0, т.к. $\vec{B} \perp$ dl 0, т.к. $\vec{B} \perp$ dl

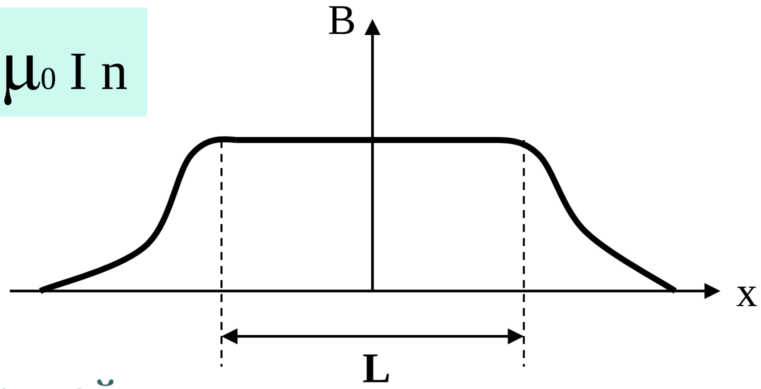
3. По теореме о циркуляции $\oint_l (\vec{B}d\vec{l}\,) = \mu_0 \sum_k I_k$ составим уравнение, из которого найдем B

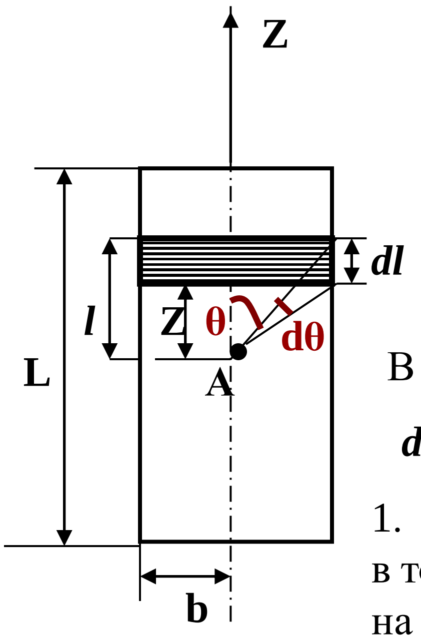
$$B \cdot L = \mu_0 I \cdot N \Rightarrow B = \mu_0 I \frac{N}{L} = \mu_0 I \cdot n$$

Для бесконечно длинного соленоида $B = \mu_0 I n$

где **(I n)** − число ампер-витков

Для соленоида конечной длины





Поле соленоида конечной длины

Проволока распределена плотно и равномерно, поэтому число витков обмотки на единицу длины вдоль цилиндра является величиной постоянной и равна

n = N / L , **b** – радиус цилиндра

В этом случае можно рассматривать соленоид как совокупность колец с током.

dl – ширина кольца, **dI = I·n·*dl*** – ток в этом кольце

1. Найдем индукцию поля , создаваемую этим витком в точке **A**, для этого воспользуемся формулой для **B** на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I R^2}{(R^2+Z^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi dI b^2}{(b^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{b^2}{r^3} I \cdot n \cdot dl$$

$$r = \sqrt{b^2+z^2}$$

Учитывая, что $l = b \cdot ctg\,\theta \rightarrow dl = b\dfrac{d\theta}{\sin^2\theta}$, $r = \dfrac{b}{\sin\theta}$

получим $dB = \dfrac{\mu_0}{2} In \cdot \sin\theta \cdot d\theta$

2. По закону Био-Савара- Лапласса

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I \cdot n}{2}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 I \cdot n}{2}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

7. Сила Лоренца

Так как **сила Ампера** – это сила, действующая на ток в магнитном поле, а всякий ток есть движение заряженных частиц, то отсюда следует, что на **движущийся заряд в магнитном поле действует сила**

Найдем эту силу, зная силу Ампера $\boldsymbol{F_A = I\,B\,l\sin\alpha}$ здесь $\boldsymbol{B = const}$

Учитывая, что **I = Nq/ t,** где N – число частиц, q – заряд частицы, получим:

$$F_A = \frac{Nq}{t} Bl\sin\alpha \text{ , где } \frac{l}{t} = V \text{ – это скорость частицы}$$

Следовательно, $\boldsymbol{F_A = N\,q\,B\,V\sin\alpha}$ (12.1)

Из (12.1) следует, что сила, действующая на проводник с током, пропорциональна числу движущихся частиц.

Поэтому, **сила, действующая на одну частицу, будет равна**

$$F_л = \frac{F_A}{N} = qBV\sin\alpha \quad \text{или} \quad \vec{F}_л = q\left[\vec{V}\vec{B}\right]$$

(12.2) , где α – угол между векторами **V** и **B**

Сила (12.2) была впервые получена Лоренцом и её называют **силой Лоренца**

Лекция 13

1. **Сила Лоренца**
2. **Закономерности движения заряженных частиц под действием силы Лоренца**
3. **Циклотрон, эффект Холла**

1. Сила Лоренца

Так как **сила Ампера** – это сила, действующая на ток в магнитном поле, а всякий ток есть движение заряженных частиц, то отсюда следует, что на **движущийся заряд в магнитном поле действует сила**

Найдем эту силу, зная силу Ампера $\boldsymbol{F_A = I\,B\,l\,sin\alpha}$ здесь $\boldsymbol{B = const}$

Учитывая, что **I = Nq/ t,** где N – число частиц, q – заряд частицы, получим:

$$F_A = \frac{Nq}{t} Bl\sin\alpha \quad \text{, где } \frac{l}{t} = V \text{ – это скорость частицы}$$

Следовательно, $\boldsymbol{F_A = N\,q\,B\,V\,sin\alpha}$ (13.1)

Из (12.1) следует, что сила, действующая на проводник с током, пропорциональна числу движущихся частиц.

Поэтому, **сила, действующая на одну частицу, будет равна**

$$F_л = \frac{F_A}{N} = qBV\sin\alpha \quad \text{или} \quad \vec{F}_л = q\left[\vec{V}\vec{B}\right]$$

(13.2) , где α – угол между векторами **V** и **B**

Сила (13.2) была впервые получена Лоренцом и её называют **силой Лоренца**

Особенности силы Лоренца

1. Сила Лоренца действует только на движущийся заряд.
2. Направление этой силы перпендикулярно к направлению вектора скорости и к направлению вектора магнитной индукции (определяется по правилу левой руки).
3. Работа силы Лоренца равна нулю, так как $\vec{F}_л \perp \vec{V}$,следовательно $\vec{F}_л \perp d\vec{s}$

$$A = (\vec{F}_л d\vec{s}) = F_л ds \cos 90^0 = 0$$

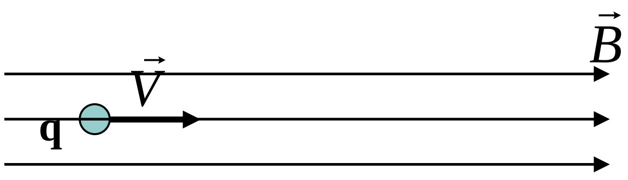
(поэтому энергия магнитного поля не может быть передана движущейся заряженной частице)

2. Закономерности движения заряженных частиц под действием силы Лоренца

Для вывода общих закономерностей будем считать, что магнитное поле однородное $\vec{B} = const$

• **Заряженная частица q движется в магнитном поле** $\vec{B}$ **со скоростью** $\vec{V}$

вдоль линий магнитной индукции, то есть $\vec{V} \uparrow\uparrow \vec{B}$ (это значит, что α = 0 или α = π)



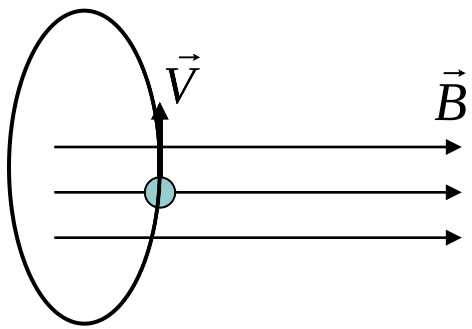
Сила Лоренца в этом случае будет равна нулю

$$\mathbf{F_л = q\,V\,B\,sin\alpha = 0} \qquad (13.3)$$

Магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно

• **Заряженная частица движется в магнитном поле** $\vec{B}$ **с постоянной скоростью**

$$\vec{V} \perp \vec{B} \quad (\alpha = 90^\circ)$$



Так как $|\vec{V}| = const$ и $|\vec{B}| = const$, то сила Лоренца остается постоянной и равна: $\mathbf{F_л = q\,V\,B}$

Сила Лоренца всегда перпендикулярна к направлению движения, поэтому **частица будет двигаться по окружности с центростремительным ускорением**, которое изменяет скорость только по направлению.

Частица вращается в плоскости перпендикулярной полю **B**

Радиус окружности находится из уравнения движения частицы по окружности

$$\frac{mV^2}{R} = qVB \Rightarrow R = \frac{mV}{qB} = \frac{V}{\left(q/m\right)\cdot B}$$

(13.4), где q/m – удельный заряд частицы

Период вращения – это время, затраченное на один оборот

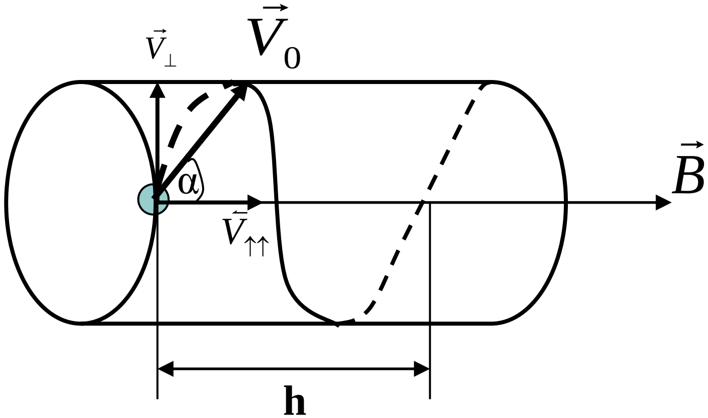
$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi}{\left(\frac{q}{m}\right)\cdot B} \quad (13.5)$$

Циклическая (циклотронная) частота вращения

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \left(\frac{q}{m}\right)\cdot B \quad (13.6)$$

Из формул (13.5) и (13.6) видно, что для данного типа частиц **период и частота не зависят от скорости частицы, а следовательно от энергии частицы**. Зависят только от индукции **B**

- **Начальная скорость частицы направлена под углом α к линиям $\vec{B}$**



$$\left(\vec{V}_0 \,\hat{}\, \vec{B}\right) = \alpha$$

В этом случае удобно разложить скорость $\vec{V}_0$ на две составляющие: параллельную $\vec{B}$ и перпендикулярную $\vec{B}$

$$V_{\uparrow\uparrow} = V_0 \cos\alpha \qquad V_\perp = V_0 \sin\alpha$$

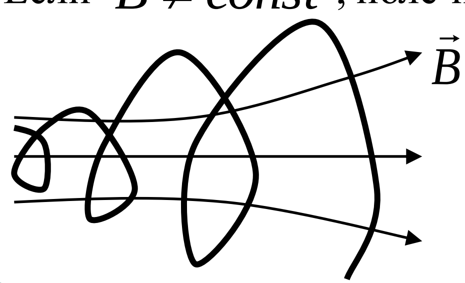
Движение в этом случае можно представить в виде суперпозиции (наложения) двух движений:

равномерного прямолинейного вдоль поля со скоростью $V_{\uparrow\uparrow}$ и движения по окружности в плоскости перпендикулярной полю со скоростью $V_\perp$ и радиусом окружности $R = \dfrac{V_\perp}{\left(q/m\right) \cdot B}$

В результате **частица будет двигаться по цилиндрической спирали**

Шаг спирали определяется по формуле $$h = V_{\uparrow\uparrow} \cdot T = V_0 \cos\alpha \cdot T = \frac{2\pi}{\left(q/m\right) \cdot B} \cdot V_0 \cos\alpha$$

Если $\vec{B} \neq const$, поле неоднородное, то R и h уменьшаются с ростом B



Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда

Применение силы Лоренца

Действие магнитного поля на движущийся заряд широко используют в современной технике.

1. **Фокусирующее действие магнитного поля в телевизионных трубках.**

2. **Масс-спектрографы - разделение частиц по их удельным зарядам (q/m), так как отклонение заряженной частицы зависит от удельного заряда**

$$R = \frac{V}{\left(q/m\right) \cdot B}$$

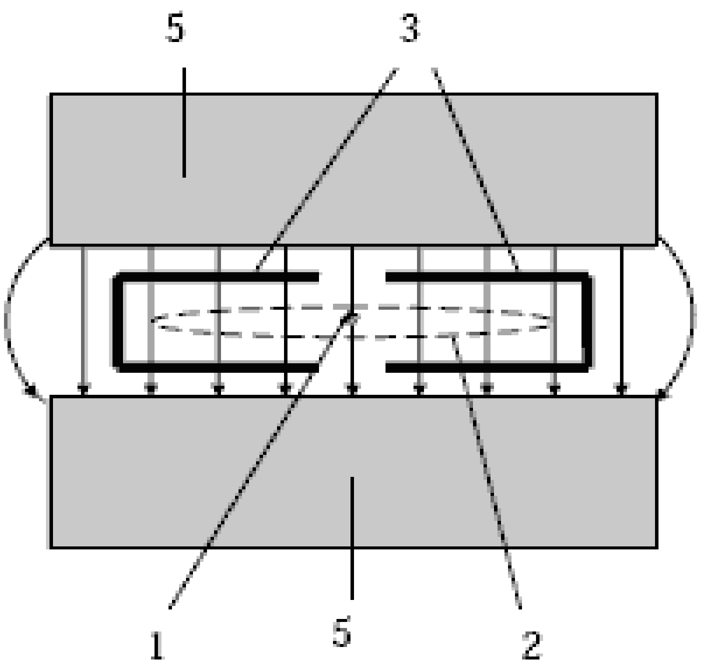
3. Циклотрон – ускоритель заряженных частиц (магнитное поле используется для удержания заряженной частицы на орбите).

4. Эффект Холла

2. Циклотрон

Циклотрон – циклический ускоритель нерелятивистских тяжёлых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором частицы двигаются в постоянном и однородном магнитном поле, а для их ускорения используется высокочастотное электрическое поле неизменной частоты.

Схема циклотрона (вид сбоку):

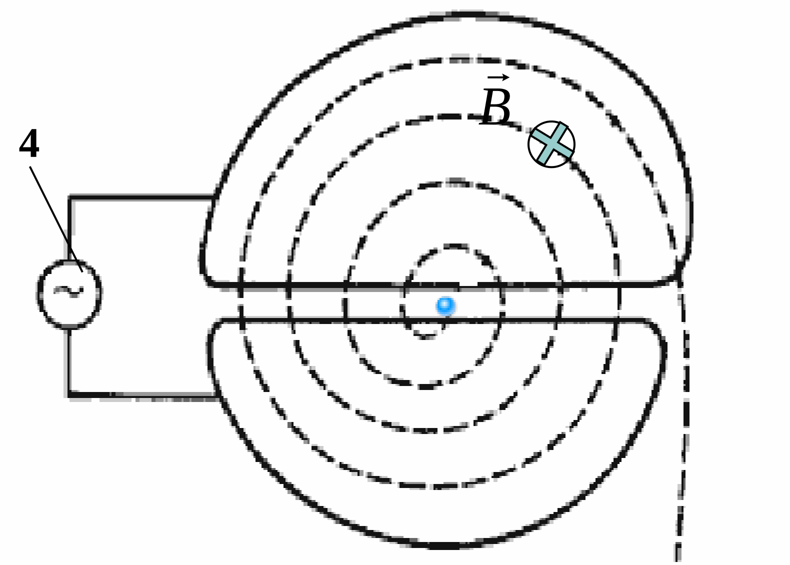


1 - источник тяжелых заряженных частиц ,
2 - орбита ускоряемой частицы,
3 - ускоряющие электроды (**дуанты),**
4 - генератор ускоряющего поля,
5 - электромагнит.

К дуантам приложено переменное напряжение **U** порядка **десятков кВ**. Таким образом, в щели **между дуантами возникает электрическое поле.**

Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости дуантов.

Принцип действия



Каждый ион, попавший в щель ускоряется электрическим полем **E** и под действием магнитного поля **B** описывает в дуантах полуокружность. Через время t = T/2 ион вновь попадает в щель

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \left(\frac{q}{m}\right) \cdot B$$

Циклическая (циклотронная) частота вращения

При не слишком больших скоростях эта частота не зависит от радиуса окружности и скорости частиц, так что в зазор между дуантами частицы попадают всегда через один и тот же промежуток времени.

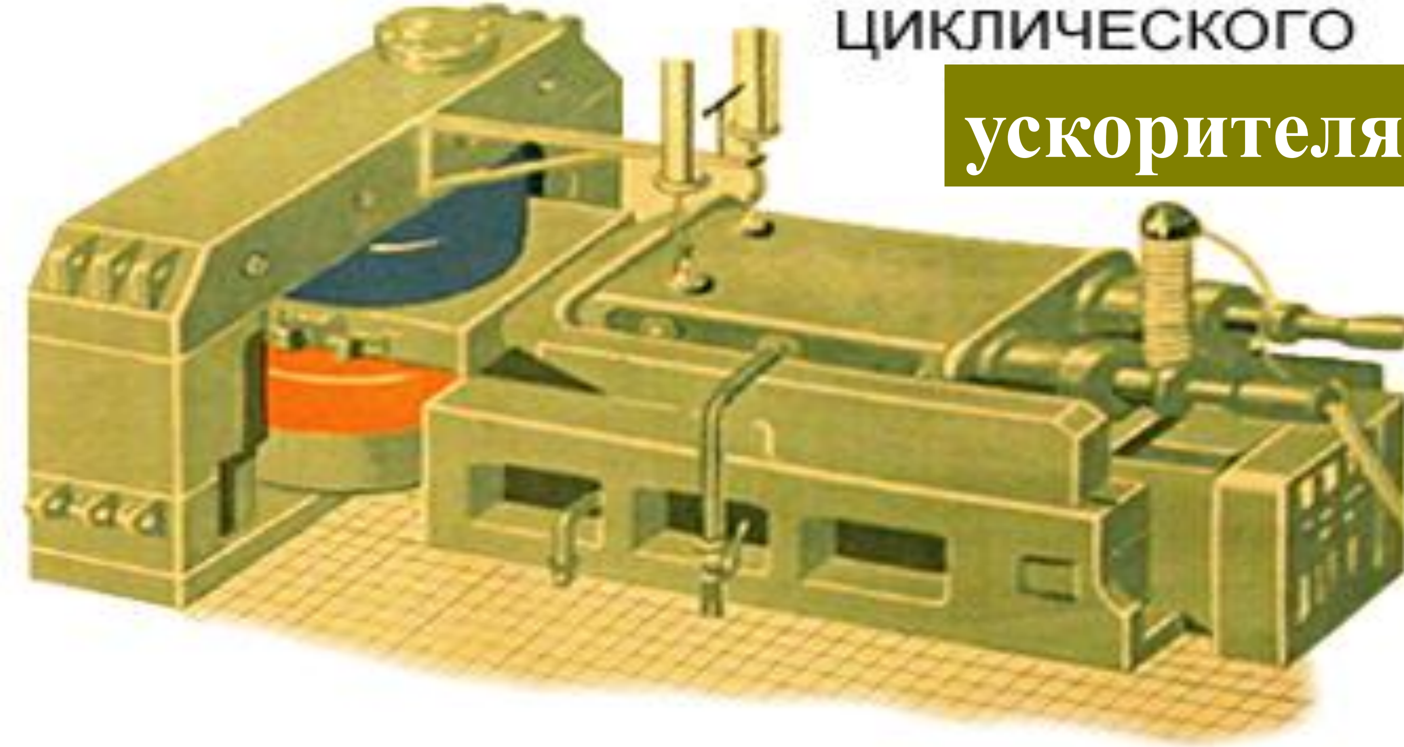
Если $\omega_{ген} = \omega_c$ – условие резонанса,

то к этому времени электрическое поле изменит направление на обратное и ион снова получит ускорение и будет двигаться по окружности большего радиуса.

Частицы с зарядом q и массой m движутся в постоянном магнитном поле B, направленном перпендикулярно плоскости движения частиц, по раскручивающейся спирали

На последнем витке этой спирали включается дополнительно отклоняющее поле, и пучок ускоренных частиц выводится наружу.

ВНЕШНИЙ ВИД ЦИКЛИЧЕСКОГО ускорителя



Предельная энергия ~ (10 ÷ 20) МэВ

Дальнейшее **увеличение энергии ограничивают релятивистские эффекты**, которые приводят к нарушению резонанса. Поэтому циклотрон не применим для ускорения электронов, так как релятивистский эффект значителен уже при малых энергиях (~ 0,5 МэВ)

Существуют различные способы поддержания резонанса и осуществляется это в следующих ускорителях: **"фазотроне"** , **"синхротроне"**, **"синхрофазотроне"**

Основные области использования циклотрона:

- исследования и разработка технологии получения радионуклидов для ядерной медицины;
- синтез радиофармпрепаратов для медицинской диагностики;
- производство трековых мембран для изготовления фильтров очистки воды;
- нейтронная терапия онкологических больных;
- активационный анализ на заряженных частицах;
- облучение образцов материалов пучками заряженных частиц для исследования и модификации поверхности материалов;
- структурно-фазовый анализ сплавов стали и геологических образцов.

Циклотрон широко применяется в медицине.

Электромагнитное излучение, которое возникает в циклотроне обладает очень высокой энергией и применяется для лечения некоторых видов злокачественных новообразований, особенно глаз. В настоящее время, правда, применяется сравнительно редко из-за интенсивного поражения тканей, которое оказывает это излучение в процессе лечения.

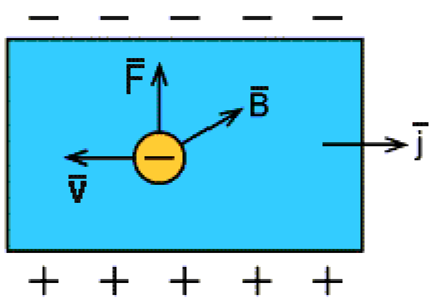
Как известно, радиоактивные изотопы, на использовании которых основана ядерная медицина, в природе в свободном виде не существуют. Основными источниками их получения являются атомный реактор и циклотрон. Поскольку в последние годы новые атомные реакторы в России практически не строятся, то на первое место выходят циклотроны, как наиболее безопасные и надежные технологические установки. К тому же номенклатура циклотронных изотопов во много раз шире и разнообразнее, они превосходят реакторные изотопы и по своим качественным характеристикам.

ЭФФЕКТ ХОЛЛА (1880г)

- **Эффект Холла** - это возникновение поперечного электрического поля и разности потенциалов в проводнике или полупроводнике, по которым проходит электрический ток, при помещении их в магнитное поле, перпендикулярное к направлению тока.

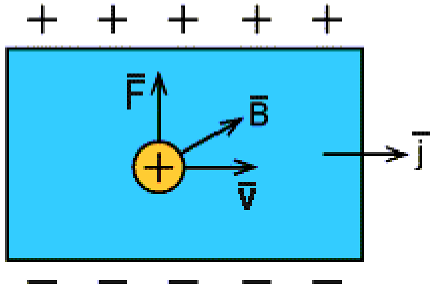
Если в магнитное поле с индукцией **B** поместить проводник или электронный полупроводник, по которому течет электрический ток плотности **j**, то на электроны, движущиеся со скоростью **v** в магнитном поле, действует сила Лоренца **F**, отклоняющая их в определенную сторону

Действие силы Лоренца на движущийся отрицательный заряд



В результате действия силы Лоренца **$F_л = e\,BV$** на верхней грани будет повышенная концентрация электронов (**она заряжается отрицательно**), а на нижней – их недостаток (**она заряжается положительно**)

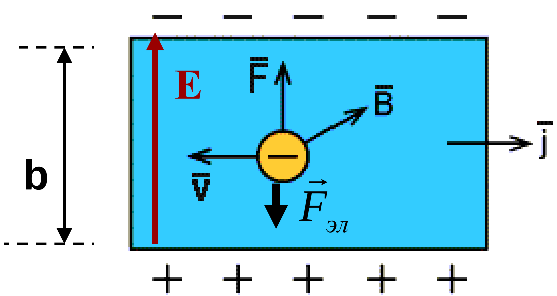
Действие силы Лоренца на движущийся положительный заряд



В дырочном полупроводнике знаки зарядов на поверхностях меняются на противоположные.

Возникнет электрическое поле **E**. Это поле будет действовать на электроны с силой **$F_{эл} = e\,E$**

• Напряженность поперечного электрического поля



b – толщина пластины, **j** – плотность тока, $\vec{B} \perp \vec{j}$

Разделение зарядов будет происходить до тех пор, пока не установится стационарное распределение зарядов, то есть пока **сила электрическая не уравновесит силу Лоренца**

$$\mathbf{F_{эл} = F_{л}} \quad \text{или} \quad \mathbf{eV\,B = e\,E} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{E = V\,B}} \qquad (13.7)$$

Выразим скорость электронов **V** через плотность тока **j** и концентрацию электронов **n**

$$\mathbf{j = e\,n\,V} \rightarrow \quad V = \frac{j}{en} \qquad (13.8)$$

Подставим (13.8) в (13.7) $\quad E = \dfrac{j}{ne}\cdot B \quad$ где $\quad \dfrac{1}{en} = R$ – **постоянная Холла** (зависит от свойств вещества)

напряженность поперечного электрического поля определяется соотношением

$$\boxed{\mathbf{E_{п} = R\,j\,B}} \qquad (13.9)$$

• Холловская разность потенциалов (ЭДС Холла)

Холловская разность потенциалов или ЭДС Холла определится по формуле $\mathbf{U = \varphi 1 - \varphi 2 = E \cdot b}$

$$\boxed{U = R\, j\, B\, b} \quad (13.10)$$

b –толщина пластинки
j – плотность тока
B – магнитная индукция
R – постоянная Холла (коэффициент пропорциональности)

или $\mathbf{U = R\, I/S\, B\, b = R\, (B\, I)/d}$

$$\boxed{ЭДС_{хол} = R\,(B \times I\,/d),} \quad (13.11)$$

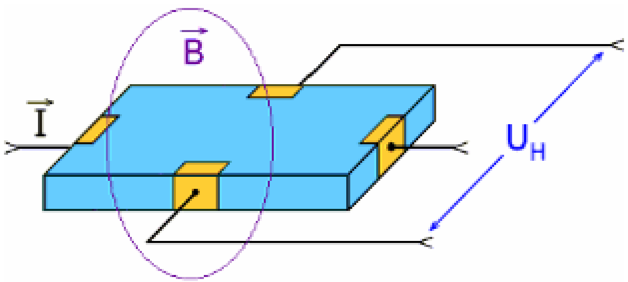
где I - сила тока; d - линейный размер образца в направлении вектора **B**;
***R* - постоянная Холла**.

ЭДС Холла прямо пропорциональна силе тока и обратно пропорциональна ширине пластины

Применение эффекта Холла

- По знаку постоянной Холла определяют тип проводимости полупроводника или проводника: при электронной проводимости $q = -e$ (e − заряд электрона) и $R < 0$; при дырочной проводимости $q = e$ и $R > 0$. **По величине *R* можно определить концентрацию носителей тока.**

- **Технические реализации эффекта: датчик Холла**



В магнитном поле с индукцией **B** находится полупроводниковая пластинка, например, из арсенида иридия или антимонида индия, через которую протекает электрический ток **I**. Действие эффекта Холла заключается в том, что на боковых сторонах пластинки перпендикулярно направлению тока возникает разность потенциалов - напряжение Холла или ЭДС Холла **U**н. Максимальное значение **U**н принимает при совпадении вектора **B** с нормалью к пластинке.

Датчики Холла применяются в **генераторах Холла и датчиках тока.**

Генератор Холла - измерительный прибор для определения индукции магнитного поля

Лекция 14

1. **Явление электромагнитной индукции**
2. **Явление самоиндукции**
3. **Индуктивность соленоида**
4. **Экстратоки замыкания, размыкания цепи**

Электрический ток вызывает появление магнитного поля

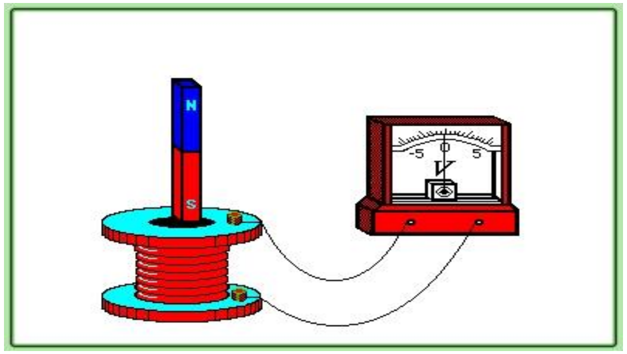
Существует и обратное явление :

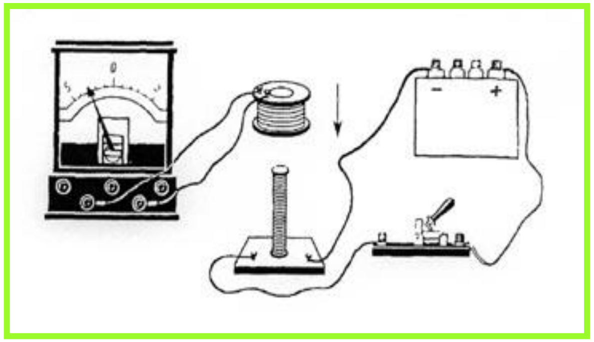
магнитное поле вызывает появление электрического тока

1. Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции – это **явление возникновения электрического тока в проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром.**

Это явление было обнаружено английским физиком **Фарадеем** в 1831 году.



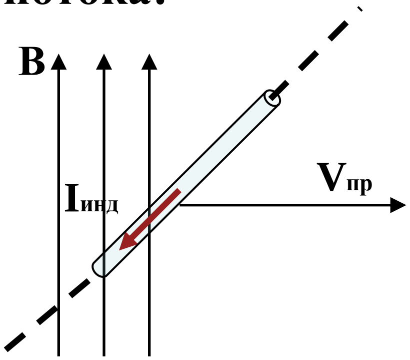


Опыты Фарадея показали, что **значение индукционного тока** совершенно **не зависит от способа изменения магнитного потока**, а **определяется** лишь **скоростью его изменения.**

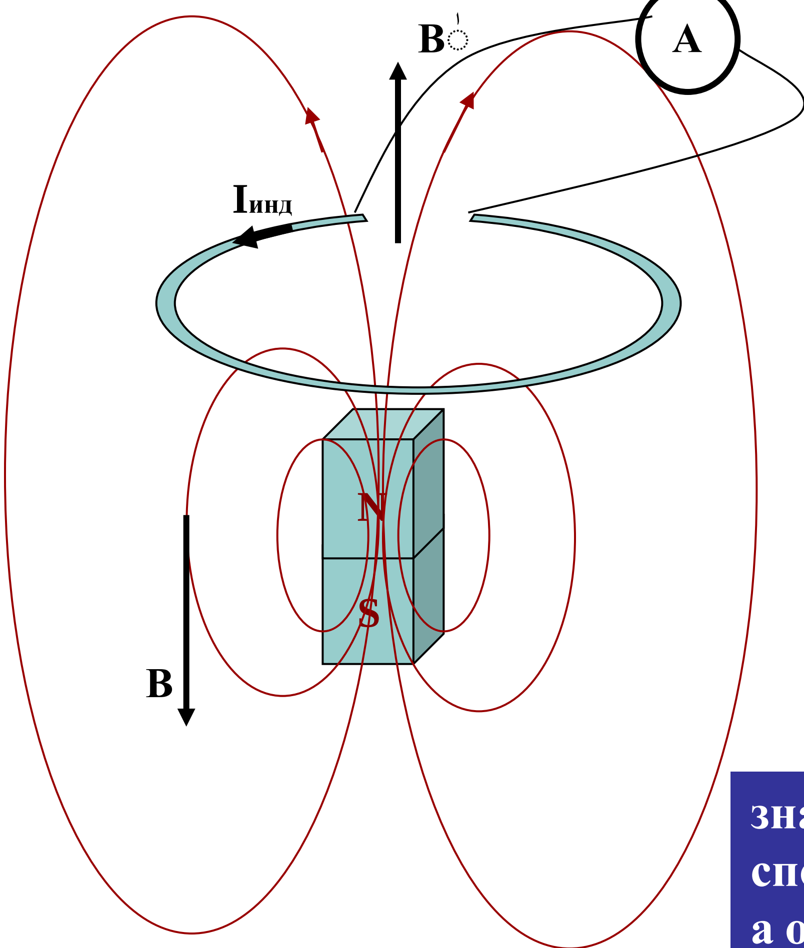
Способы изменения магнитного потока:

1. При относительном движении проводника и поля

а) проводник движется относительно поля

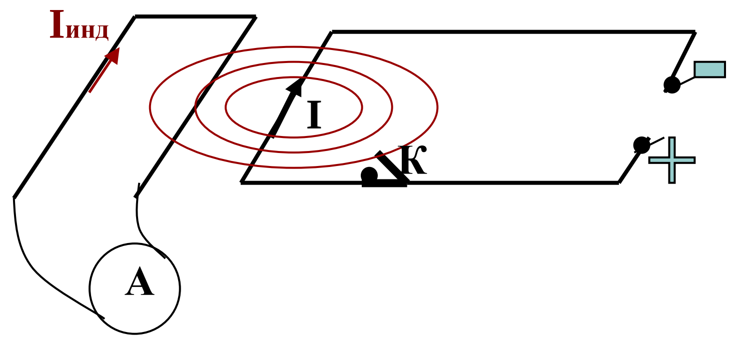


б) проводник покоится, движется магнитное поле (магнит, например)



Эйнштейн про Фарадея писал : идея поля была самым важным открытием со времен Ньютона. Надо было иметь могучий дар научного предвидения чтобы распознать, что суть электрических явлений описывают не заряды и не частицы, а скорее пространство между ними

2. При изменении тока в проводнике со временем



Индукционный ток в контуре возникает в момент включения и выключения ключа К

Опытным путем было установлено:

значение индукционного тока не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется только скоростью его изменения.

Все эти опыты говорят о том, что **переменный магнитный поток создает электрическое поле**, которое и приводит заряды в движение (магнитное поле на покоящиеся заряды не действует).

Закон Фарадея

ЭДС, возникающая в контуре, описывается **законом Фарадея**

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (14.1)$$

ЭДС электромагнитной индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока через площадь, ограниченную проводящим контуром

Знак (−) отражает **правило Ленца**

Правило Ленца

Индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным потоком стремится противодействовать причине его породившей

используется для нахождения направления индукционного тока:

1. Найти направление линий индукции **B** внешнего магнитного поля.
2. Выяснить увеличивается или уменьшается магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром.
3. Если **ΔФ > 0**, то $\mathbf{B}'$ магнитного поля, создаваемого индукционным током, противоположно **B,** если **ΔФ < 0**, то $\mathbf{B}'$ совпадает с **B**.
4. По правилу буравчика находим направление индукционного тока $\mathbf{I}_{\text{инд}}$

Индукционный ток, возникающий в проводящем замкнутом контуре, равен $I_{инд} = \dfrac{\varepsilon_i}{R}$

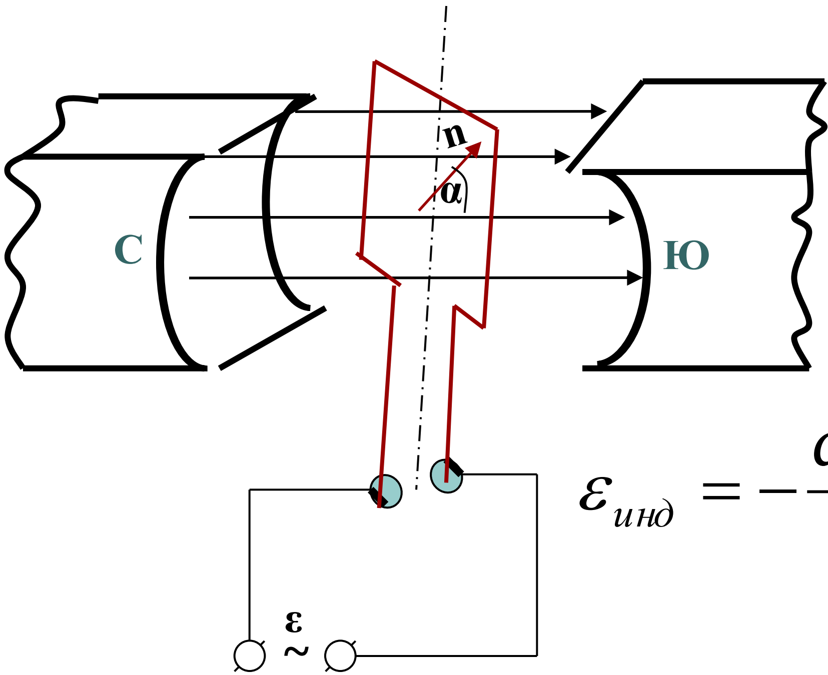
Если контур состоит не из одного витка, а из N витков, то

$$\varepsilon_i = -\sum \frac{d\Phi_k}{dt} = -\frac{d}{dt}\Big(\sum_k \Phi_k\Big)$$, где $\sum_k \Phi_k = \psi$ – **потокосцепление** или полный магнитный поток

ЭДС в сложном контуре $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$

Явление электромагнитной индукции позволяет преобразовывать энергию механического движения в энергию электрического тока

Простейшая модель генератора переменного тока:



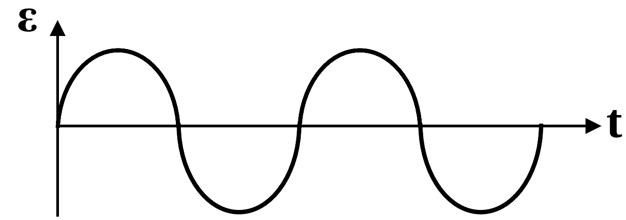
Магнитный поток, сцепленный с рамкой, равен

$$\mathbf{\Phi = BS\cos\alpha}$$

При равномерном вращении рамки с угловой скоростью **ω** угол **α** будет расти со временем линейно по закону **α = ω·t**

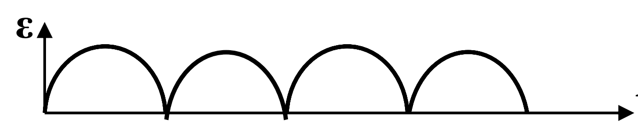
В рамке будет возникать переменная Э.Д.С. индукции

$$\varepsilon_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{макс}\sin\omega t$$



Переменное напряжение снимается с вращающегося витка с помощью щеток.

Изменив схему коммутации, можно получить постоянный ток (постоянный по направлению, но пульсирующий по величине)



2. Явление самоиндукции

Изменяющийся во времени магнитный поток может создаваться переменным током, протекающем в самом контуре: **переменный ток создает переменное магнитное поле, а следовательно переменный магнитный поток, пронизывающий контур**

В результате, в контуре, по которому течет переменный ток, возникнет **ЭДС электромагнитной индукции**

Явление возникновения индукционного поля в цепи при изменении в ней силы тока со временем называют **явлением самоиндукции**

Явление самоиндукции − это частный случай явления электромагнитной индукции

Следовательно

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (14.2)$$

Так как по закону Био-Савара-Лапласса магнитная индукция **B ~ I,** то и **Ф ~ I**, т.к. Ф ~ В

$$\boldsymbol{\Phi = L\,I} \quad (14.3)$$

где L − коэффициент пропорциональности, который называют **индуктивностью контура** (зависит от геометрических размеров проводника, его формы, среды, в которой находится проводник и не зависит от силы тока)

[L] = **1Гн (генри) −** это индуктивность такого проводника, у которого при силе тока в **1А** возникает сцепленный с ним поток, равный **1Вб**

Подставив (14.3) в (14.2), получим

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}$$

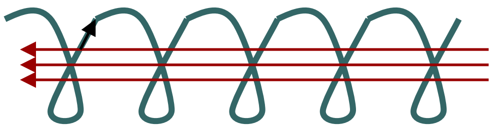
$$\varepsilon_{is} = -L\frac{dI}{dt} \quad (14.4)$$

ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна скорости изменения тока

Знак (−) отражает правило Ленца

3. Индуктивность соленоида

Рассмотрим длинный соленоид, состоящий из **N** витков:
S – площадь витка, ***l*** – длина соленоида, **I** – ток в соленоиде



Запишем формулы для магнитного потока через соленоид:

С одной стороны ⟹ $\boldsymbol{\Phi = L\,I}$, где $\boldsymbol{L}$ − индуктивность соленоида

С другой стороны ⟹ $\boldsymbol{\Phi = B\,N\,S}$, где $B = \mu_0\, n\, I$; $n = N / \boldsymbol{l}$

Из этих уравнений получим: $L \cdot I = B \cdot N \cdot S = \mu_0 \dfrac{N}{l} I \cdot N \cdot S$ ⟹ $L = \mu_0 \dfrac{N^2}{l} \cdot S$ (14.5)

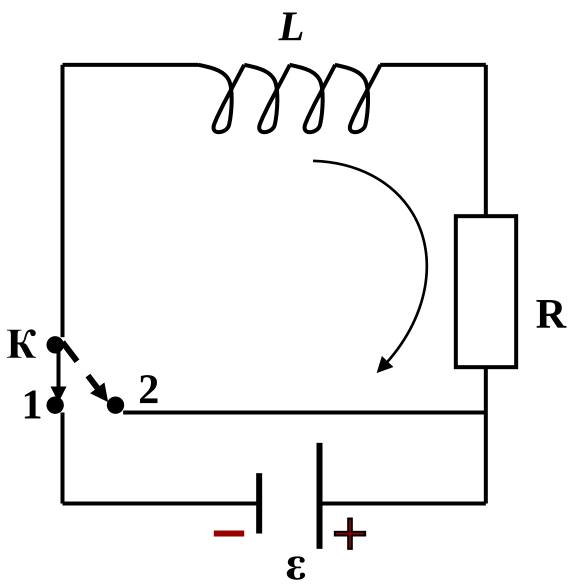
4. Экстратоки замыкания и размыкания цепи

Дополнительные токи, возникающие вследствие самоиндукции, противодействуют изменению силы тока в цепи.

Это **приводит к тому**, что **установление тока при замыкании цепи и убывание тока при размыкании цепи происходит не мгновенно, а постепенно.**

Найдем закон изменения тока при размыкании и замыкании цепи

• Ток размыкания



Рассмотрим цепь, состоящую из индуктивности ***L*,**
сопротивления **R** и источника тока **ε**;
К − ключ замыкания, размыкания

1. Ключ К в положении 1: ток в цепи **I_0 = ε / R**

2. Будем переводить ключ в положение 2:

ток начнет убывать со временем, ЭДС самоиндукции будет противодействовать этому убыванию.

Составим уравнение по 2-му закону Кирхгофа:

$$I \cdot R = \varepsilon_{is} = -L\frac{dI}{dt} \quad \text{или} \quad \boxed{\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0} \qquad (14.6)$$

Уравнение (14.6) − это линейное однородное дифференциальное уравнение Iго порядка, решается методом разделения переменных

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt \qquad (14.7)$$

Проинтегрируем уравнение (14.7)

$$\int\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int dt$$

$$\ln I = -\frac{R}{L}t + \ln C \Rightarrow \ln\frac{I}{C} = -\frac{R}{L}t \qquad (14.8)$$

Потенцируя (14.8), получим: $I = C \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

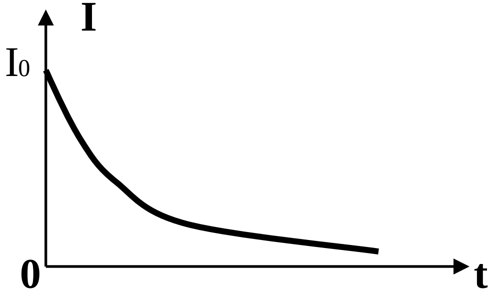
Константу С найдем из начальных условий: при t = 0 I = I_0, то есть **I_0 = C e^0 = C**

В результате получим формулу

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (14.9)$$

Формула (14.9) говорит о том, что после отключения источника тока, **сила тока в цепи** не обращается мгновенно в нуль, а **убывает по экспоненциальному закону**

График зависимости тока от времени имеет вид



$\boldsymbol{\varepsilon}_{is}$ стремится поддержать ток и оказывается приложенной к месту разрыва цепи. Она может быть так велика, что воздушный зазор пробивается газовым разрядом. Поэтому при разрыве сильноточных цепей, например рубильником, может возникнуть **электрическая дуга.**

- **Ток замыкания**

Переведем теперь ключ из 2 в 1, то есть подключим источник тока **ε**. При замыкании ключа в цепи кроме эдс источника тока ε действует эдс самоиндукции $\boldsymbol{\varepsilon}_{is}$

Составим уравнение по правилу Кирхгофа $IR = \varepsilon + \varepsilon_{is} = \varepsilon - L\dfrac{dI}{dt} \Rightarrow \boxed{\dfrac{dI}{dt} + \dfrac{R}{L}I = \dfrac{\varepsilon}{L}}$ (14.10)

Уравнение (14.10) отличается от уравнения (14.6) тем, что в правой части не нуль, а постоянная величина ε / L −это линейное неоднородное диф. уравнение

Общее решение такого уравнения состоит из общего решения однородного уравнения (14.6) плюс частное решение (в данном случае это $\mathbf{I_0 = \varepsilon / R}$ − установившийся ток)

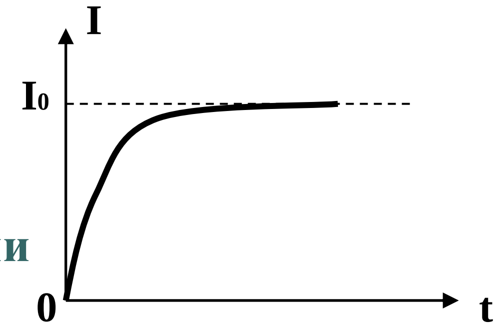
Решение уравнения (14.10) будет иметь вид: $I = Ae^{-\frac{R}{L}t} + I_0$

A найдем из начальных условий: при **t = 0 I = 0**, то есть **0 = A + I_0** → **A = − I_0**

В результате получим: $I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$ (14.11)

Формула (14.11) описывает **нарастание тока в цепи после подключения к ней источника тока**

График зависимости тока от времени будет иметь вид:



$\tau = \frac{L}{R}$ − постоянная времени цепи или **время релаксации**

Формулы (13.9) и (13.11) характеризуют процессы установления тока при переключениях в электрических цепях с индуктивностью.

Они называются переходными процессами или релаксацией.

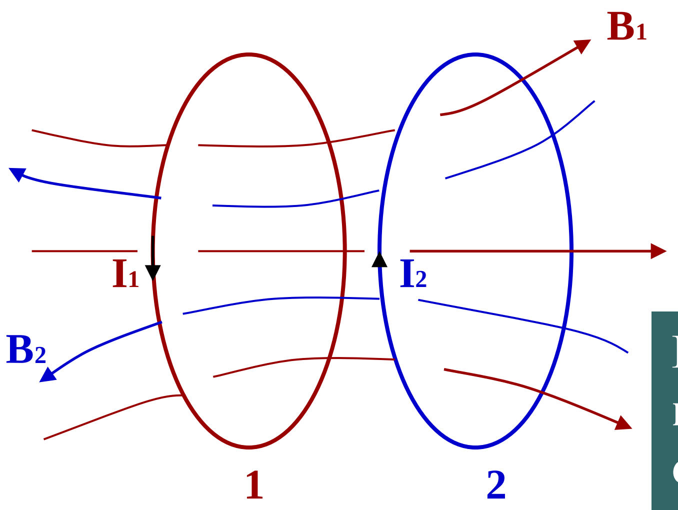
Вследствие явления самоиндукции **ток в катушке обладает «инерционностью»**

Лекция 15

1. **Взаимная индукция**
2. **Магнитная проницаемость вещества, напряженность магнитного поля**
3. **Магнитные свойства веществ**

1. Взаимная индукция

Рассмотрим 2 контура с токами, расположенными близко друг к другу



Часть силовых линий B_1, создаваемых током I_1, будут пронизывать контур 2, а часть силовых линий B_2, создаваемых током I_2, будут пронизывать контур 1

В этом случае говорят, что между контурами имеется **магнитная связь**

Наличие магнитной связи между контурами проявляется в том, что при всяком изменении силы тока в одном из контуров, в другом контуре появляется ЭДС электромагнитной индукции

Согласно закону Фарадея

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_1}{dt}$$

$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_2$ – поток, создаваемый током I_2 и сцепленный с контуром 1

$\Phi_{12} = L_{12} \cdot I_1$ – поток, создаваемый током I_1 и сцепленный с контуром 2

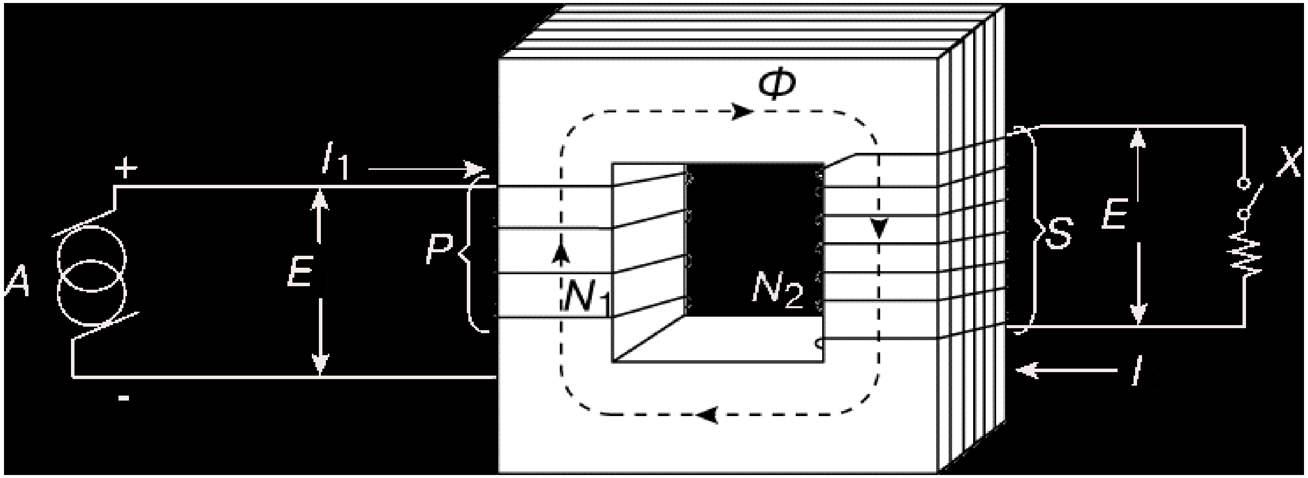
L_{21} **и** L_{12} – это **взаимная индуктивность контуров** (в отсутствии ферромагнетиков $L_{21} = L_{12}$)

Контуры в этом случае называют связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называют взаимной индукцией

Магнитные потоки, явление взаимной индукции широко используют в электротехнике.

Действие мощных **электромагнитов**, мощных **генераторов электрического тока, электродвигателей, трансформаторов** и многих **измерительных приборов** основано на существовании в них магнитных потоков.

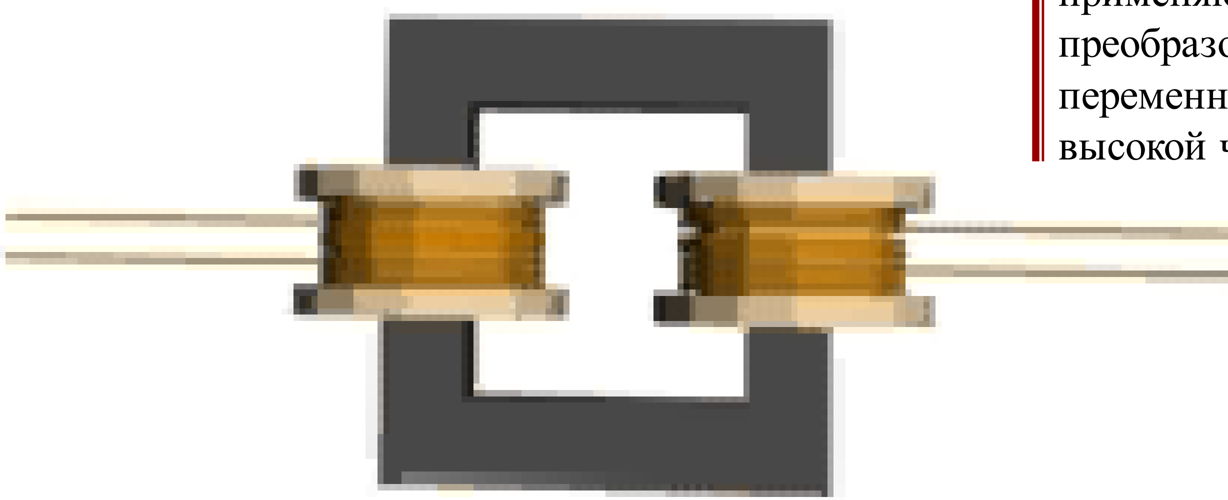
Трансформатором называют статическое электромагнитное устройство предназначенное для преобразования электроэнергии переменного тока одного напряжения в электроэнергию переменного тока другого напряжения



Сборка сердечника.avi

Трансформатор состоит из магнитопровода, представляющего собой набор пластин, которые обычно изготавливаются из кремнистой стали. На магнитопроводе располагаются две обмотки — первичная *P* и вторичная *S*

Схематическое устройство простейшего трансформатора



Иногда магнитопровод отсутствует, такие трансформаторы называются воздушными и применяются для преобразования переменных токов высокой частоты.

Магнитопровод предназначен для усиления магнитной связи между обмотками.

Совокупность тел, внутри которых проходят замкнутые линии магнитной индукции, называют **магнитной цепью**

Связь входного и выходного напряжения

Магнитный поток, созданный током $\mathbf{I_1}$, полностью локализован в железном сердечнике и почти полностью пронизывает витки вторичной катушки $\mathbf{N_2}$

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

Э.Д.С. , возникающая в первичной обмотке

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Э.Д.С. , возникающая во вторичной обмотке

По закону Ома для неоднородного участка найдем напряжение на входе трансформатора и на выходе

$$\boxed{U_1 = I_1R_1 - \varepsilon_1 = I_1R_1 + N_1 d\Phi/dt}$$

$$\boxed{U_2 = I_2 R_2 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 + N_2 d\Phi/dt}$$

Учитывая, что $I_1R_1 << \varepsilon_1$ (это выполняется обычно для всех технических трансформаторов), а также то, что для разомкнутой вторичной обмотки $I_2 = 0$, получим

отношение $$\boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = K} \quad (15.1),$$ которое называют **коэффициентом трансформации**.

Он показывает, во сколько раз вторичное напряжение больше первичного напряжения в режиме холостого хода

Если трансформатор нагружен (вторичная обмотка замкнута), то падением напряжения IR пренебрегать нельзя по сравнению с Э.Д.С. индукции, и вместо формулы (15.1) получится более сложное соотношение.

Для усиления магнитных потоков применяются **ферромагнитные материалы.**

2. Магнитная проницаемость вещества, напряженность магнитного поля

Индуктивность **L** зависит от геометрических размеров проводника, его формы и среды, в которой находится контур.

Пусть $\mathbf{L_0}$ − индуктивность некоторого контура в вакууме, а **L** − индуктивность этого же контура в однородном веществе, заполняющем все магнитное поле

Отношение $$\frac{L}{L_0} = \mu \quad (15.2)$$ называют относительной магнитной проницаемостью вещества или просто **магнитной проницаемостью**

Магнитная проницаемость − это физическая величина, характеризующая магнитные свойства вещества. Она зависит от рода вещества, его состояния (температуры, например)

μ как и **ε** − **величина безразмерная** (она может быть как **> 1**, так и **< 1)**

Тот факт что среда влияет на индуктивность контура, показывает:

с изменением среды изменяется и магнитный поток $\Phi = LI$

Соответственно изменяется и индукция **B** в каждой точке, так как $d\Phi = (\vec{B}d\vec{s})$

Таким образом, на границе раздела двух сред с разными **μ,** линии магнитной индукции **B** преломляются. Вычисление хода линий **B** − это сложная задача даже для тел простой формы.

Поэтому наряду с магнитной индукцией $\vec{B}$ для описания магнитного поля используют физическую величину − **напряженность магнитного поля** $\vec{H}$

Вектор $\vec{B}$ и вектор $\vec{H}$ связаны соотношением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu} \qquad (15.3)$$

Вектор $\vec{H}$ имеет то же направление, что и вектор $\vec{B}$, но по величине в ($\mu\ \mu_0$) раз меньше

$\vec{B}$ характеризует магнитные поля, созданные и **макротоками,** и **микротоками** **(зависит от свойств среды)**

$\vec{H}$ характеризует магнитные поля, созданные только **макротоками** **(не зависит от свойств среды)**

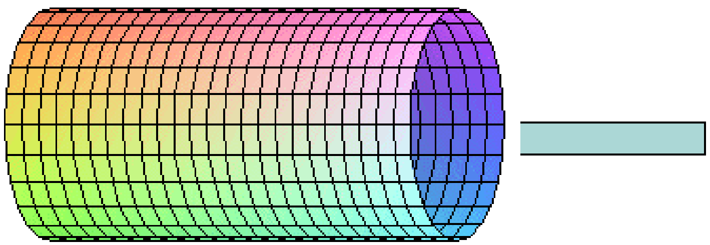
Закон Био-Савара-Лапласса:

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3} \qquad \vec{H} = \frac{1}{4\pi} I \oint \frac{\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3}$$

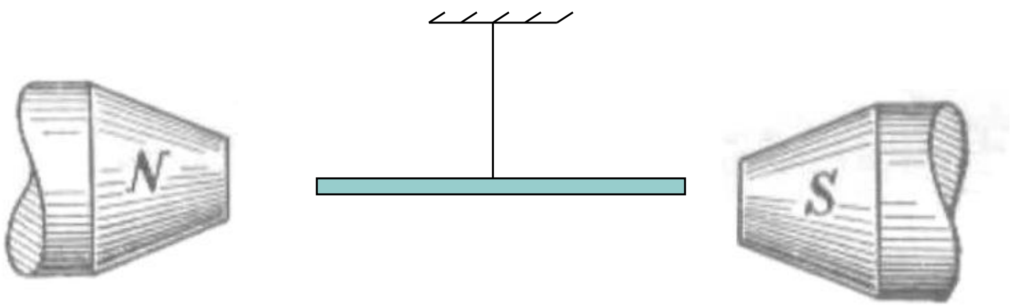
3. Магнитные свойства веществ

Фарадей (50 – е года 19 века): все вещества обладают магнитными свойствами, но степень и характер их взаимодействия с полем у различных веществ различны…

Магнитные явления



Втягивание железного сердечника внутрь катушки с током



Ориентирование железного стержня между полюсами электромагнита

Выталкивание пламени зажженой свечи из пространства между полюсами электромагнита

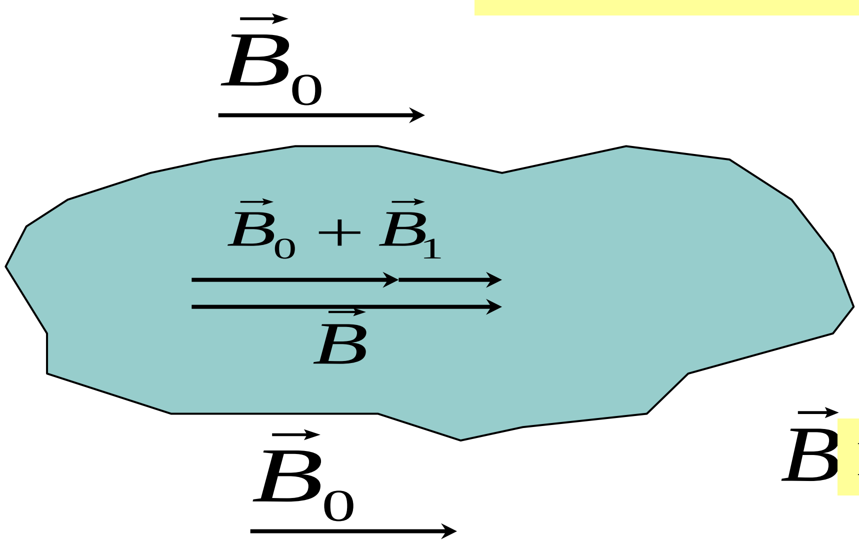
Откуда берутся микротоки, которые увеличивают магнитное поле вещества?

Ампер (начало 19 века): магнитные свойства вещества можно объяснить, если допустить, что атомы вещества представляют собой микроскопические элементарные магниты.

Электрон, циркулируя в атоме, представляет собой элементарный, ток, обладающий магнитным моментом $\vec{p}_m$

Магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов, циркулирующих вокруг ядра

Магнитное поле в веществе



$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$$

$\vec{B}_0$ **Внешнее магнитное по**

$\vec{B}_1$ **Под действием внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении и** $\vec{B}_1$ **возникает**

$\vec{B}$ **Поле внутри вещества**

Величины, характеризующие магнитное поле в веществе

- ***Вектор намагниченности***

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V} \vec{p}_m$$

ΔV – бесконечно малый объем, взятый в окрестности рассматриваемой точки

$\vec{p}_m$ – магнитный момент отдельной молекулы

- ***Магнитная восприимчивость***

$$\chi_m$$

(величина безразмерная)

- ***Магнитная проницаемость вещества***

$$\mu = 1 + \chi_m$$

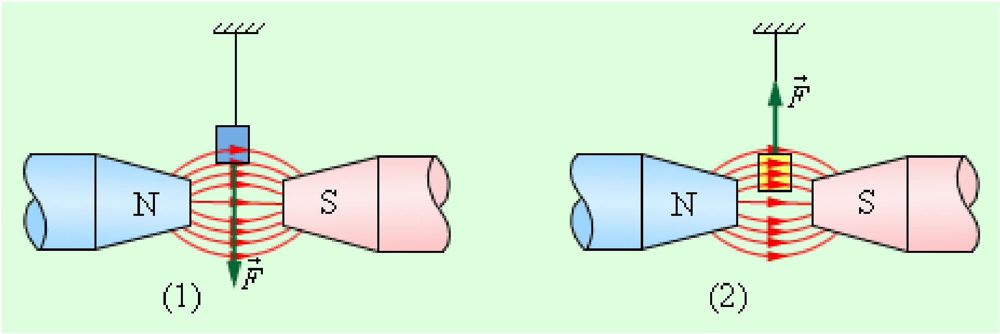
(величина безразмерная)

Вещества, которые так или иначе реагируют на магнитные поля, называют **магнетиками**

Вещества крайне разнообразны по своим магнитным свойствам. У большинства веществ эти свойства выражены слабо. ***Слабо-магнитные вещества*** делятся на две большие группы – ***парамагнетики*** $\vec{J} \uparrow\uparrow \vec{B}$

и ***диамагнетики*** $\vec{J} \uparrow\downarrow \vec{B}$

Они отличаются тем, что при внесении во внешнее магнитное поле **парамагнитные образцы намагничиваются** так, что их собственное магнитное поле оказывается направленным **по внешнему полю**, а **диамагнитные образцы намагничиваются против внешнего поля**. Поэтому у **парамагнетиков $\mu > 1$**, а у **диамагнетиков $\mu < 1$**. Отличие μ от единицы у пара- и диамагнетиков чрезвычайно мало.



Одним из важнейших свойств электрона является наличие у него не только электрического, но и собственного магнитного поля. Собственное магнитное поле электрона называют *спиновым* (spin – вращение). Электрон создает магнитное поле также и за счет орбитального движения вокруг ядра, которое можно уподобить круговому микротоку. Спиновые поля электронов и магнитные поля, обусловленные их орбитальными движениями, и определяют широкий спектр магнитных свойств веществ.

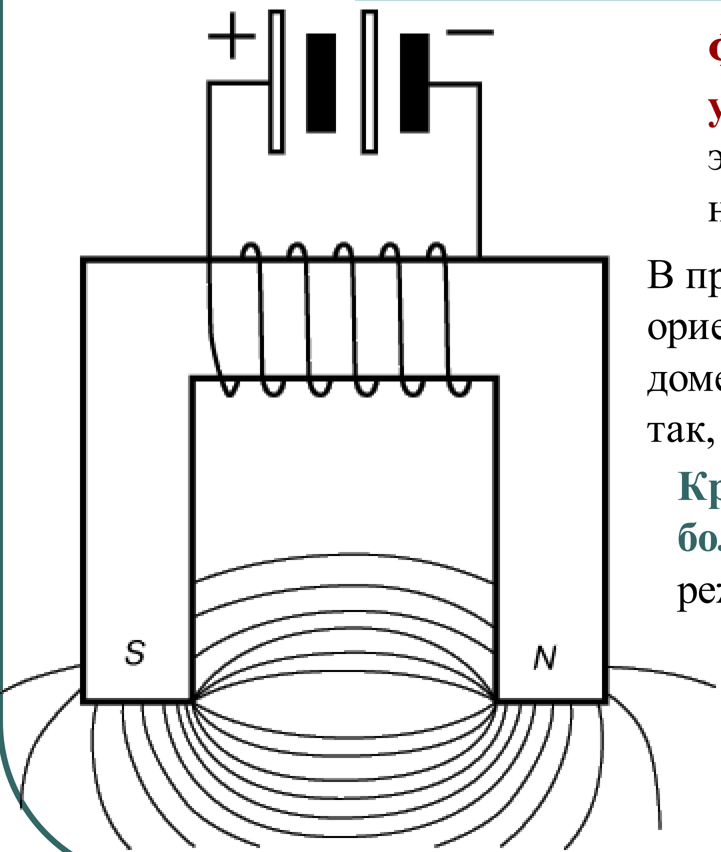
Образцы из пара- и диамагнетика, помещенные в неоднородное магнитное поле между полюсами электромагнита, ведут себя по-разному – **парамагнетики втягиваются в область сильного поля, диамагнетики – выталкиваются**

Вещества, способные сильно намагничиваться в магнитном поле, называются ***ферромагнетиками.***

Магнитная проницаемость ферромагнетиков по порядку величины лежит в пределах $10^2 - 10^5$

Например, у **стали μ ≈ 8000**, у **сплава железа с никелем** магнитная проницаемость достигает значений **250000.**

Большой вклад в экспериментальное изучение свойств ферромагнетиков внес А. Г. Столетов.



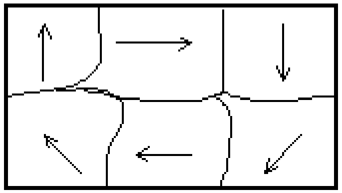
Ферромагнетизм объясняется **самопроизвольным упорядочением спиновых магнитных моментов** электронов **в пределах** областей спонтанного намагничивания **(доменов).**

В пределах одного домена магнитные моменты электронов ориентированы в одном направлении. Магнитные моменты разных доменов в отсутствии внешнего поля ориентированы по разному, так, чтобы энергия созданного ими поля была минимальная

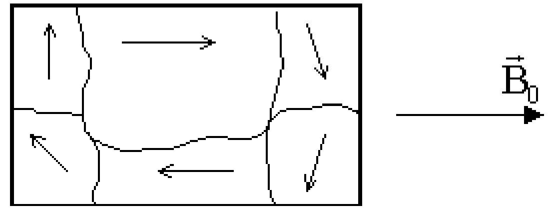
Крупные электромагниты с железными сердечниками и очень большим числом ампер-витков, работающие в непрерывном режиме, обладают большой намагничивающей силой.

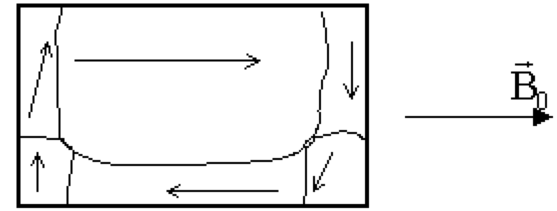
Они создают магнитную индукцию до 6 Тл в промежутке между полюсами; эта индукция ограничивается лишь механическими напряжениями, нагреванием катушек и магнитным насыщением сердечника

Домены – области самопроизвольного намагничивания



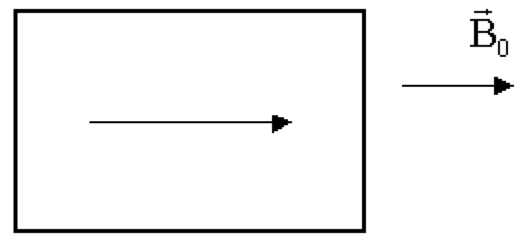
$\vec{B}_0 = 0$





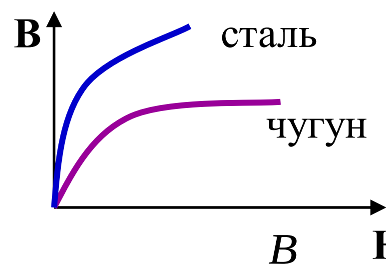
При включении внешнего поля расширяются за счет соседей те домены, которые ориентированы по полю

Затем переориентируются оставшиеся домены, и ферромагнетик намагничивается до насыщения



Особенности ферромагнетиков

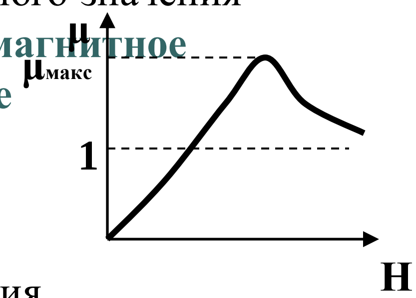
1. **Нелинейная зависимость между B** и **H**



Сначала индукция B быстро увеличивается, но по мере намагничивания магнетика, индукция достигает максимального значения – наступает **магнитное насыщение**

2. Вследствие нелинейной зависимости B от H

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$



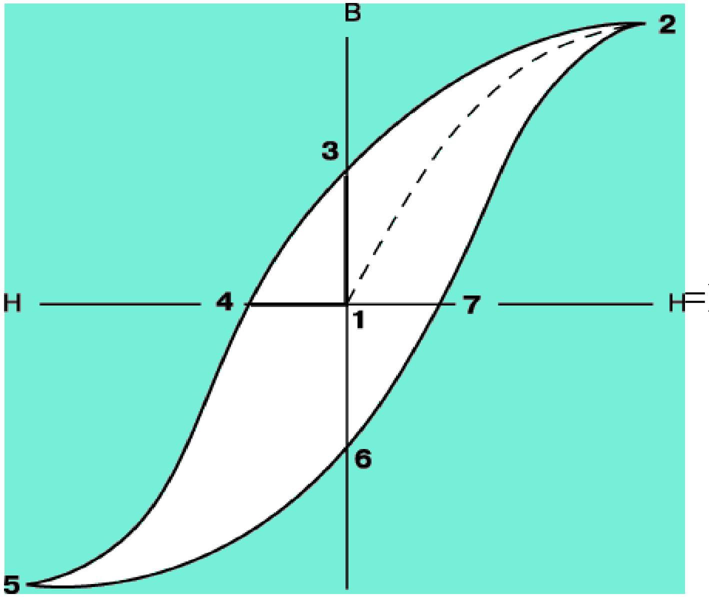
магнитная проницаемость зависит от напряженности магнитного поля

Эти особенности ферромагнетиков показывают, что использовать их для получения сильных магнитных полей эффективно в областях намагничивания, далеких от насыщения.

3. Магнитный гистерезис

Зависимость поля в ферромагнетике $\vec{B}$ от переменного внешнего поля $\vec{B}_0$ имеет вид петли гистерезиса, которую изображают в осях B - H.

ТИПИЧНАЯ ПЕТЛЯ ГИСТЕРЕЗИСА для магнитно-твердого ферромагнитного материала имеет вид:



$=B_0/\mu_0$

В **точке *2*** достигается **магнитное насыщение**. Отрезок ***1–3* определяет остаточную магнитную индукцию**, а отрезок ***1–4*** – **коэрцетивную силу**, характеризующую способность образца противостоять размагничиванию

Чтобы снять остаточную намагниченность, надо приложить поле, направленное против первоначального – это поле и называют **коэрцетивной силой ферромагнетика.**

Гистерезис зависит от состава ферромагнетика и от его обработки.

Для ферромагнетиков существует определенная температура, выше которой они теряют свои ферромагнитные свойства и превращаются в обычные парамагнетики.

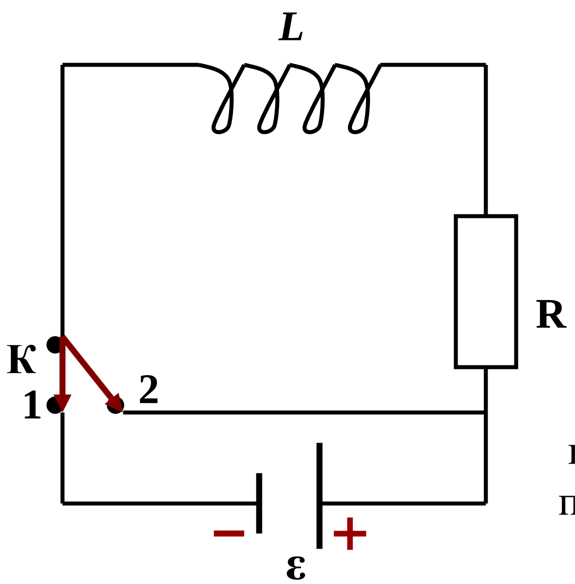
Эту температуру называют **точкой Кюри** (например, для **Fe**$\rightarrow$ $T_к = 770°C$)


Магнитные свойства вещества
МАГНЕТИКИ
СЛАБОМАГНИТНЫЕ ВЕЩЕСТВА
СИЛЬНОМАГНИТНЫЕ ВЕЩЕСТВА
ДИАМАГНЕТИКИ
Водород
Бензол
Вода
Медь
Стекло
Кварц
Каменная соль
Висмут
Графит
ПАРАМАГНЕТИКИ
Азот
Воздух
Кислород
Эбонит
Алюминий
Вольфрам
Платина
ФЕРРОМАГНЕТИК
Железо
Никель
Кобальт
μ⩽1
μ⩾1
μ≫1
μ - магнитная проницаемость вещества

Лекция 16

1. **Энергия магнитного поля**
2. **Вихревое электрическое поле, связь B и Ei**
3. **Применение вихревого электрического поля**
4. **(токи Фуко, бетатрон)**
5. **Ток смещения**
6. **Уравнения Максвелла**

Энергия магнитного поля



Рассмотрим цепь, состоящую из катушки индуктивности ***L***, активного сопротивления **R**, источника **ε** и ключа **К**

Замкнем ключ **К** − в соленоиде установится ток **I**, который создает магнитный поток, сцепленный с витками соленоида

$$\mathbf{\Phi = \mathit{L}\, I}$$

Теперь разомкнем ключ **К** − через сопротивление R будет некоторое время течь постепенно убывающий ток, который поддерживается возникающей в соленоиде ЭДС самоиндукции

За это время током совершается работа $dA = \varepsilon_{is} \cdot dq = \varepsilon_{is} \cdot i \cdot dt = -L\dfrac{di}{dt} i \cdot dt \rightarrow$

$\boldsymbol{dA = -\,Li\,di}$ **;** $A = -L\int\limits_I^0 i \cdot di = \dfrac{LI^2}{2}$ **− эта работа идет на приращение внутренней энергии сопротивления R, соленоида и соединительных проводов**

Совершение работы сопровождается исчезновением магнитного поля, которое первоначально существовало в окружающем соленоид пространстве.

Поскольку никаких других изменений в окружающем пространстве не происходит, то можно утверждать, что магнитное поле и является носителем энергии, за счет которой совершается работа.

Проводник с индуктивностью L, по которому течет ток I, обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2} \qquad (16.1)$$

Энергия $$W = \frac{LI^2}{2}$$ (16.1) **локализована в возбуждаемом током магнитном поле**

Введем в формулу (16.1) величины, характеризующие само магнитное поле, то есть введем **B** и **H**

Индуктивность соленоида с учетом среды $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{L} \cdot S$ (16.2)

Индукция магнитного поля длинного соленоида $B = \mu\mu_0 nI \Rightarrow I = \frac{B}{\mu\mu_0 n}$ (16.3)

Подставим (16.2) и (16.3) в (16.1) $$W = \frac{\mu\mu_0 N^2 S \cdot B^2}{2L(\mu\mu_0)^2 n^2} \cdot \frac{L}{L} = \frac{B^2(LS)}{2\mu\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V \quad (16.4)$$

Поделим выражение (16.4) на объем V $$\frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad (16.5)$$

Величина $\frac{W}{V} = \omega$ – это **плотность энергии магнитного поля**

Из (16.5) следует $\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$ или $\omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ или $\omega = \frac{BH}{2}$

Зная плотность энергии магнитного поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенного в любом объёме, вычислив интеграл

$$W = \int_V \omega dV = \frac{\mu\mu_0}{2} \int_V H^2 dV = \frac{1}{2\mu\mu_0} \int_V B^2 dV$$

Вихревое электрическое поле

Анализируя явление электромагнитной индукции, Максвелл показал, что **причина возникновения ЭДС заключается в возникновении в пространстве, где изменяется магнитное поле, электрического поля.**

Проводники играют в этом случае второстепенную роль и являются как бы прибором, с помощью которого можно обнаружить это поле. Под действием электрического поля свободные электроны приходят в движение и мы обнаруживаем электрический ток.

Электрическое поле индукции, возникающее при явлении электромагнитной индукции, не отличается по своему действию на заряд от **электростатического,** но по своей структуре резко отличается

Структура поля	Электростатическое поле	Электрическое поле индукции
1. **Источники поля**	**электрические заряды**	**не имеет источников**
2. **Линии напряженности**	**не замкнуты**	**замкнуты подобно линиям магнитного поля**
3. **Работа по перемещению заряда**	**не зависит от траектории**	**зависит от траектории**
4. **Работа по замкнутому контуру**	**равна нулю**	**не равна нулю**
Название поля	**потенциальное**	**вихревое**

Всякое **изменение магнитного поля во времени** вызывает **появление вихревого электрического поля**

Это утверждение можно выразить в количественной форме

Найдем связь индукции магнитного поля **B** и напряженности вихревого электрического поля $\mathbf{E}_i$

Если $\mathbf{E}_i$ – это напряженность вихревого электрического поля, то ЭДС, возникающая в замкнутом контуре будет иметь вид:

$$\varepsilon_i = \oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}\,) \qquad (16.6)$$

С другой стороны по закону Фарадея $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$, где $\Phi = \int_S (\vec{B} d\vec{s}\,)$

следовательно $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\int_S (\vec{B} d\vec{s}\,) \qquad (16.7)$

Сравнивая (16.6) и (16.7), получим

$$\oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}\,) = -\frac{d}{dt}\int_S (\vec{B} d\vec{s}\,) \qquad (16.8)$$

Соотношение (16.8) выражает количественную связь между изменяющимся магнитным полем **B** и вихревым электрическим полем $\mathbf{E}_i$ и является одним из уравнений в теории Максвелла, записанное в интегральной форме.

Уравнение (16.8) описывает закон электромагнитной индукции

Дифференциальная форма уравнения

$$\oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}\,) = -\frac{d}{dt}\int_S (\vec{B}d\vec{s}) \quad (16.8)$$

Уравнение (16.8) можно преобразовать в дифференциальную форму, используя теорему Стокса

По теореме Стокса можно записать

$$\oint_l (\vec{E}_i d\vec{l}\,) = \int_S \left[\vec{\nabla}\vec{E}\right] d\vec{s} = \int_s rot\vec{E}_i d\vec{s} \quad (16.9)$$

Сравнивая (16.8) и (16.9), получим

$$\int_S rot\vec{E}_i d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_S (\vec{B}d\vec{s}) \Rightarrow rot\vec{E}_i = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.10)$$

Формула (16.10) описывает связь изменяющегося во времени магнитного поля B и вихревого электрического поля E_i в дифференциальной форме

Теорема Стокса

С использованием оператора «набла» формулу циркуляции вектора ***a*** $\oint_l (\vec{a}d\vec{l}\,)$ можно записать в виде

$$\oint_l (\vec{a}d\vec{l}\,) = \int_S \left[\vec{\nabla}\vec{a}\right] ds$$

где $\left[\vec{\nabla}\vec{a}\right] = rot\vec{a}$

Циркуляция вектора *a* по произвольному замкнутому контуру равна потоку вектора rot *a* через поверхность S,ограниченную данным контуром

Применение вихревого электрического поля

1. **Электрогенераторы** − вращается магнит (**ротор**), а обмотки, в которых возбуждается ЭДС, находятся в неподвижной части (**статоре**): применяют, например, в бесконтактных электронных системах зажигания автомобилей.

2. **Вихревые токи** − если в переменном магнитном поле находится какой-либо массивный проводник, то вихревое электрическое поле вызывает в нем индукционный ток

Плотность тока по закону Ома будет равна $\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}_i$

Так как линии $\boldsymbol{E}_i$ замкнуты, то и линии тока также замыкаются внутри проводника, отчего они и получили название − **вихревые токи (токи Фуко)**

Токи Фуко могут достигать больших значений и **разогревать металлы до температуры плавления.**

Если, например, внутри катушки с переменным током поместить металлический диск, ориентированный перпендикулярно к оси катушки, то диск можно раскалить до высокой температуры и расплавить.

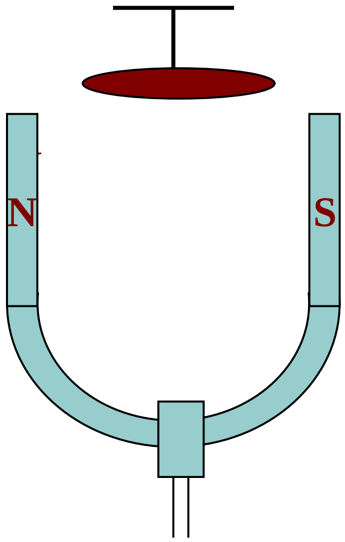
Нагревание проводников вихревыми токами применяют в индукционных металлургических печах для плавления металлов и приготовления их сплавов.

Токи Фуко вызывают и вредные последствия − например, в железных сердечниках трансформаторов и вращающихся частях электрогенераторов они вызывают бесполезное нагревание и снижают КПД устройств.

Поэтому такие детали изготовляют из тонких листов, разделенных тонким слоем изоляции; **изоляция между листами создает электрические разрывы на пути вихревых токов**

Токи Фуко возникают также при движении массивных проводников в магнитном поле.

Взаимодействуя с магнитным полем, вихревые токи вызывают появление сил, действующих на движущееся проводящее тело, которые согласно закону Ленца, всегда противодействуют движению.



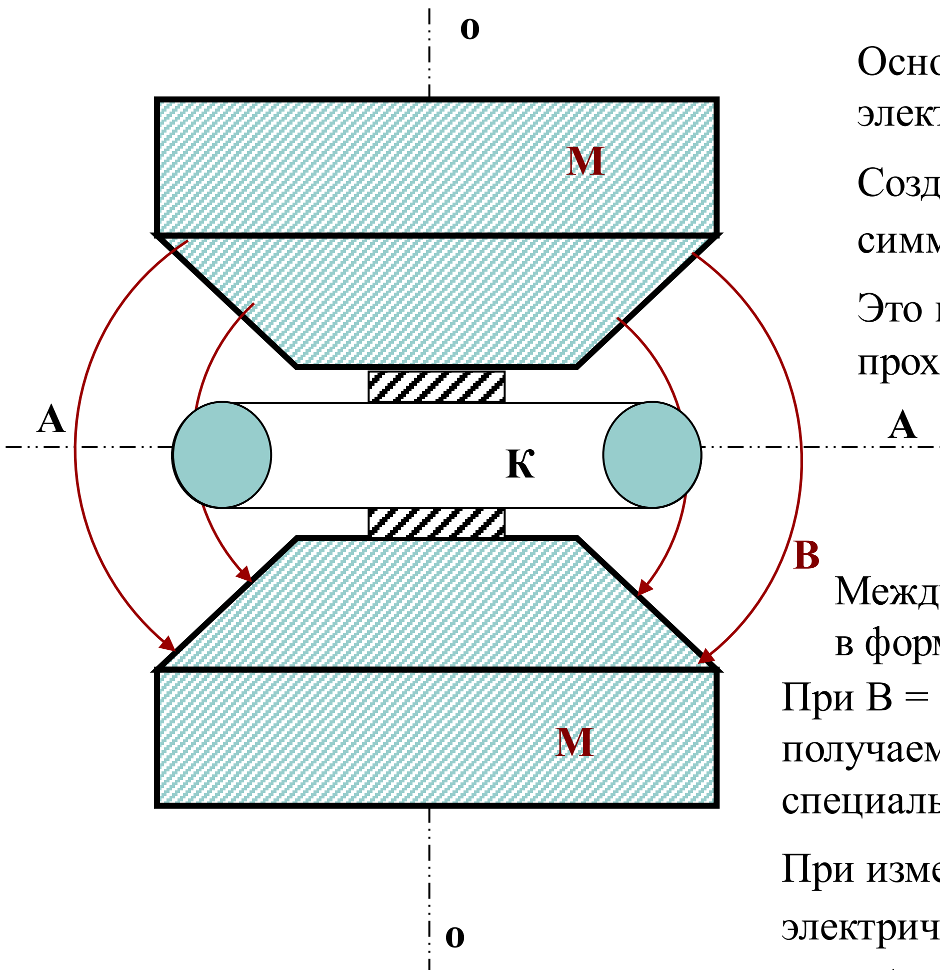
Если расположить медный диск вблизи постоянного магнита и привести магнит во вращение, то диск начинает вращаться в ту же сторону, что и магнит

Силы, вызываемые вихревыми токами и действующие на движущиеся проводники в магнитном поле, используются во многих измерительных приборах (**электрические счетчики, электромагнитное успокоение измерительных приборов –демпферы**, которые служат для устранения вредных колебаний и т. д.)

3. Бетатрон (индукционный ускоритель)

Вихревое электрическое поле получило применение в индукционных ускорителях, **предназначенных для получения пучков электронов большой энергии**.

Схема устройства бетатрона



Основной частью бетатрона является мощный электромагнит **М М**

Создаваемое им в зазоре магнитное поле симметрично относительно оси **оо**

Это поле имеет также плоскость симметрии **АА,** проходящую в середине зазора.

Обмотка соленоида питается переменным током, частота которого имеет порядок сотен герц.

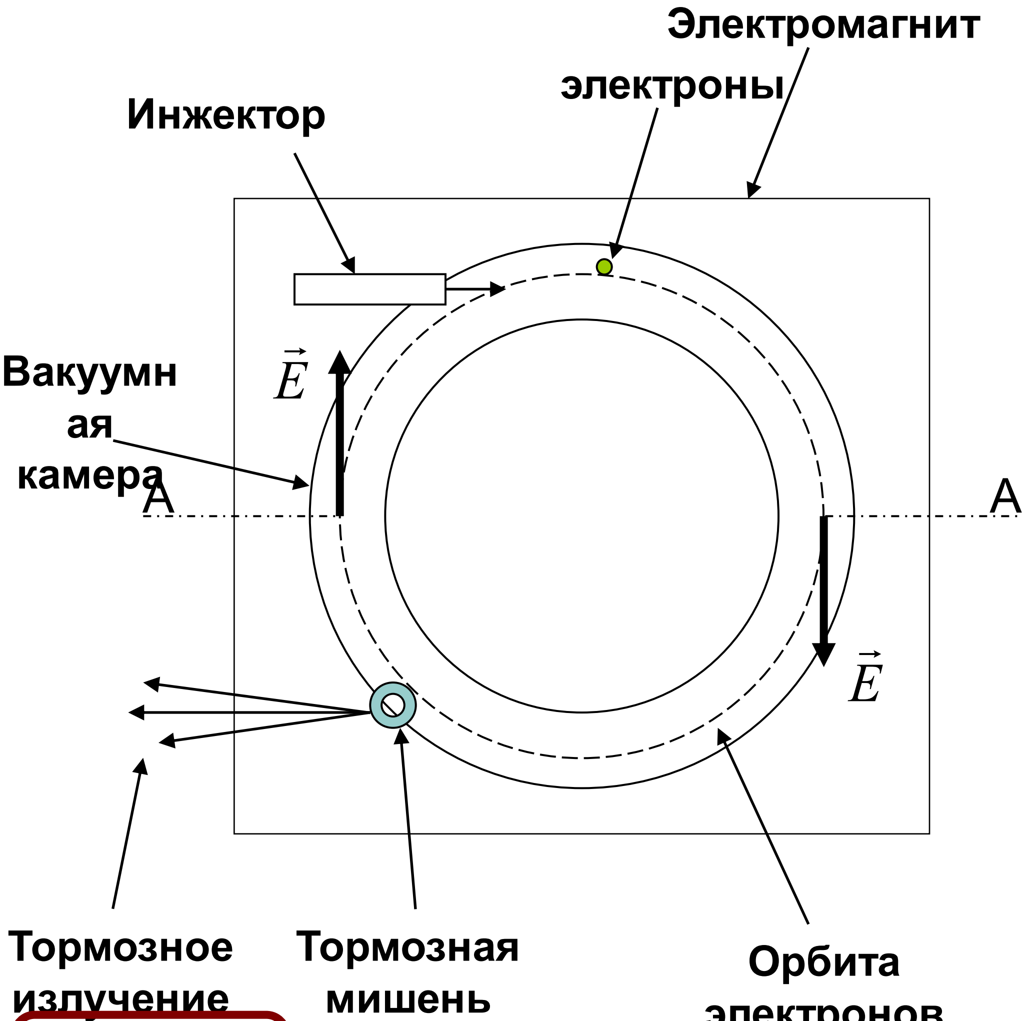
Между полюсами электромагнита находится камера **К** в форме **тороида**, откачиваемая до высокого вакуума.

При В = 0 в камеру попадает пучок электронов, получаемых при помощи термоэлектронной эмиссии в специальном источнике, расположенном внутри камеры.

При изменении **B** со временем появляется вихревое электрическое поле $\mathbf{E_i}$

Теперь на каждый электрон действует сила ($\mathbf{e \cdot E_i}$). Так как линии напряженности $\mathbf{E_i}$ замкнуты, то направление силы будет все время совпадать с направлением движения и поле будет непрерывно увеличивать энергию электронов.

Работа сил электрического поля превращается в кинетическую энергию электронов



$E_{\gamma}^{макс} = E_e$.

Вид сверху

Первый экземпляр был построен в 1940 г. Д. Керстом.

Д. Керст возле своих бетатронов; маленький - на 2.3 МэВ, большой - на 25 МэВ

Электроны, достигшие наибольшей энергии, откланяются дополнительным магнитным полем от равновесной орбиты и направляются на тормозную мишень внутри камеры. Торможение электронов приводит к возникновению электромагнитного тормозного излучения, максимальная энергия которого равна кинетической энергии электронов в конце ускорения:

Переменное магнитное поле выполняет 2 функции:

1. **создает вихревое электрическое поле**
2. **удерживает электроны на орбите**

Чтобы удержать электроны на орбите постоянного радиуса, нужно по мере возрастания его скорости увеличивать индукцию магнитного поля, так как

$$R = \frac{mV}{eB}$$

Это достигается за счет изготовления полюсных наконечников в виде усеченных конусов

Чтобы электрон двигался по круговой орбите постоянного радиуса, должно выполняться условие $B_{упр}(t) = \frac{1}{2} B_{ср}(t)$

Условие $\frac{dB_{ср}(t)}{dt} = 2\frac{dB_{упр}(t)}{dt}$ называют **бетатронным условием, условием Видероэ**

Приобретённый электроном импульс определяется средним значением индукции магнитного поля на орбите. $p(t) = \frac{er}{2} B_{ср}(t)$

Для ускорения могут быть использованы только 2я и 4я четверти периода тока в обмотке электромагнита.

Таким образом, **бетатрон работает в импульсном режиме** и за время нарастания магнитного поля электроны успевают сделать до миллиона оборотов.

Энергия достигает **нескольких сотен МэВ за t ~ 10 ⁻³ с** (время нарастания магнитного поля)

Применение:

1. **Исследования в ядерной физике**
2. **В промышленности (радиационная дефектоскопия)**
3. **Импульсная рентгенография быстропротекающих процессов**
4. **В медицине**

Бетатроны преимущественно используются как источники *тормозного излучения*. Благодаря простоте конструкции и управления, а также дешевизне бетатроны получили широкое применение в прикладных целях в диапазоне энергий **20-50 МэВ**.

Создание бетатронов на более высокие энергии сопряжено с необходимостью использования электромагнитов слишком большого размера и веса (магнитное поле приходится создавать не только на орбите, но и внутри неё).

Малогабаритные импульсные бетатроны используются для радиографического контроля качества материалов и изделий в нестационарных условиях: на монтажных и строительных площадках, на стапелях, при контроле сварных соединений и запорной арматуры нефте– и газопроводов, ремонте энергетических и котельных установок, контроле опор мостов и других ответственных строительных конструкций, а также контроле литья и сварных соединений больших толщин.

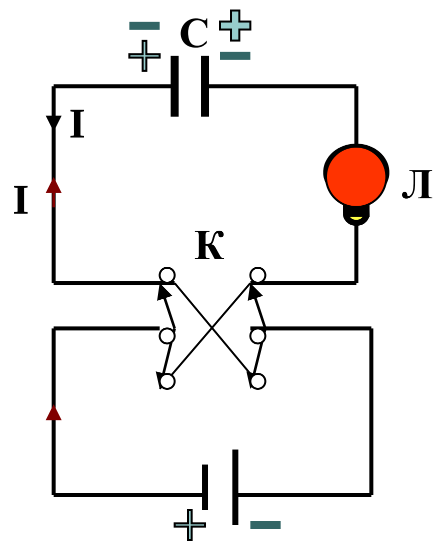
Ток смещения

Максвелл, анализируя электромагнитные процессы, пришел к выводу:

всякое изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля, а всякое изменение электрического поля во времени вызывает появление вихревого магнитного поля

Так как магнитное поле есть основной, обязательный признак всякого тока, то Максвелл назвал переменное электрическое поле **током смещения**, в отличие от тока проводимости, который обусловлен движением заряженных частиц.

Понятие тока смещения можно объяснить при помощи простого опыта: **составим контур, содержащий конденсатор, источник постоянного тока, переключатель и лампочку накаливания**.



При длительном включении источника тока лампочка не горит, тока в цепи нет, так как конденсатор разрывает цепь.

Но в моменты включения и выключения источника тока, когда конденсатор заряжается и перезаряжается, в цепи возникает кратковременный ток (прямого и обратного направления).

При каждом переключении лампочка будет вспыхивать

Если вместо источника постоянного тока и переключателя установить источник переменного тока, то при достаточно большой частоте отдельные вспышки сольются и мы будем видеть, что лампочка горит равномерно.

Таким образом, между обкладками конденсатора может существовать переменный ток, если при этом в конденсаторе имеется

изменяющееся во времени электрическое поле $\left(\frac{dE}{dt}\right)$

В нашем примере электрическое поле **E** между обкладками конденсатора изменяется со временем в моменты включения и выключения ключа **К,** когда изменяется со временем заряд.

Токи проводимости при этом замыкаются токами смещения в диэлектрике

Максвелл сформулировал этот закон количественно:

Изменяющееся электрическое поле в конденсаторе в любой момент времени создает такое же магнитное поле как если бы между обкладками конденсатора существовал ток проводимости, имеющий силу, равную силе тока в металлических проводниках

Найдем плотность **тока смещения** – **jсм**

По определению $j_{см} = \frac{i_{см}}{S}$ (17.1) , где $\boldsymbol{i_{см}}$ – ток смещения, который равен изменению заряда во времени $i_{см} = \frac{dq}{dt}$ (17.2)

Заряд на пластинах конденсатора равен q = σ·S, где σ – поверхностная плотность заряда

Учитывая, что $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, а $\boldsymbol{D = \varepsilon\varepsilon_0 E}$, получим $\boldsymbol{D = \sigma}$, $\boldsymbol{q = DS}$ (17.3)

Подставив (17.3) в (17.2), найдем $i_{см} = \frac{dq}{dt} = S\frac{dD}{dt}$ Из (17.1) теперь видно, что

$$j_{см} = \frac{i_{см}}{S} = \frac{dD}{dt}$$

Следовательно **плотность тока смещения** равна изменению вектора электрического смещения во времени $j_{см} = \frac{dD}{dt}$

Внутри проводника в случае переменного тока имеется в принципе и ток проводимости и ток смещения

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j}_{пр} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$ – **это плотность полного тока**

Название «**ток смещения**» является чисто условным.

По существу ток смещения – это изменяющееся во времени электрическое поле

Основанием для такого названия служит то, что размерность этой величины совпадает с размерностью плотности тока.

Из всех свойств, присущих току проводимости, **ток смещения обладает** лишь одним – **способностью создавать магнитно поле**

Открытие тока смещения позволило Максвеллу создать **единую теорию электрических и магнитных явлений**

Основной вывод из этой теории – это

существование электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью света

Электрические и магнитные поля это проявление единого целого – **электромагнитного поля**

Электромагнитное поле – это особая форма материи, осуществляющее взаимодействие между заряженными частицами

Уравнения Максвелла

Эти уравнения положены в основу теории Максвелла ; для электромагнетизма они играют такую же важную роль как законы Ньютона в механике

в интегральной форме	в дифференциальной форме
1. $\oint_S (\vec{E} d\vec{s}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$ – **теорема Гаусса для электростатического поля**	$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
2. $\oint_S (\vec{B} d\vec{s}) = 0$ – **теорема Гаусса для магнитного поля**	$div\vec{B} = 0$
3. $\oint_l (\vec{E} d\vec{l}) = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B} d\vec{s})$ – **закон электромагнитной индукции**	$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$
4. $\oint_l (\vec{H} d\vec{l}) = \int_S (\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}) ds$ – **теорема о циркуляции вектора Н**	$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$

Систему уравнений дополняют уравнениями: **$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, $B = \mu\mu_0 H$, $j = \gamma E$** ,

которые связывают входящие в систему величины и учитывают свойства среды