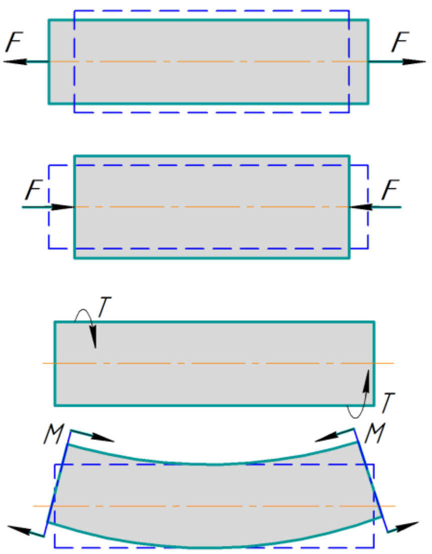
Лекция 1

Сопротивление материалов -это наука о прочности, жесткости и устойчивости элементов машин и сооружении. На рисунке показана схема задачи по сопротивлению материалов.

Деформация тел под действием внешних сил.

На все детали машин и сооружений вовремя их работы действуют различные внешние силы. Под действием приложенных к ним сил в той или иной степени тела меняют свою форму и размеры, т. е. деформируются. Деформация, полностью исчезающая после прекращения действия внешних сил, называется *упругой*. Если после снятия нагрузки тело не восстанавливает прежней формы, то деформация является *остаточной*, или *пластической*.

Характер деформации зависит от значения силы, действующей на тело, размеров тела и механических свойств материала. В зависимости от направления и плоскости действия сил, приложенных к телу, могут возникать различные виды деформаций: *растяжение, сжатие, кручение, изгиб*. В дальнейшем для упрощения отдельные виды деформации будем рассматривать применительно к телу наиболее простой формы, каким является прямолинейный *брус* — тело с прямой осью, у которого длина значительно больше поперечных размеров.

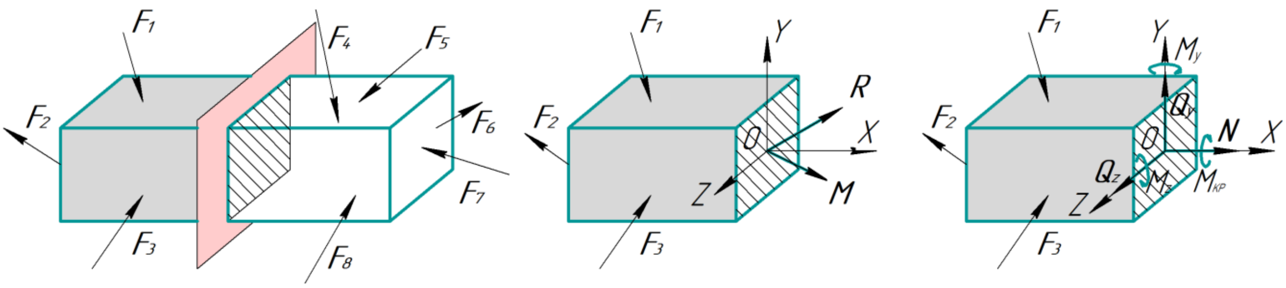


Чтобы любая деталь машины была работоспособна, т. е. могла работать безопасно и быть достаточно долговечной, она не только не должна разрушаться, но и деформации, возникающие в ней под действием сил, должны быть весьма малыми и обязательно упругими. Определить минимальные размеры детали, необходимые для обеспечения ее работоспособности в соответствии с действующими на нее силами и свойствами материала, из которого эта деталь изготовлена, можно методами, изучаемыми в разделе механики «Сопротивление материалов».

Внешние и внутренние силы.

Нагрузки, действующие на тело при взаимодействии его с другими телами, являются внешними силами. По способу приложения они могут быть *сосредоточенными* и *распределенными.* Сосредоточенные внешние силы действуют на тело через очень маленькие площадки и с достаточной степенью точности могут считаться приложенными в точке. По характеру действия внешние силы делятся на *постоянные* и *переменные*.

Как было отмечено, под влиянием внешних сил ($\boldsymbol{F_1}, \boldsymbol{F_2}, \boldsymbol{F_3}$...) тело деформируется. При этом молекулярные силы взаимного сцепления между частицами материала оказывают противодействие внешним силам—так возникают *внутренние силы*. Мера внутренних сил, возникающих в теле под влиянием внешних воздействий, называется *механическим напряжением*.



Для определения величины внутренних сил пользуются методом сечении:

–нагруженное тело в интересующем месте мысленно рассекается плоскостью на две части;

–отбрасывается условно одна из частей (правая на приведенном рисунке);

–действие отброшенной части на оставшуюся заменяется внутренними силами, которые можно привести к одной силе $\boldsymbol{R}$-главному вектору, приложенному в центре тяжести сечения *O* и $\boldsymbol{M}$-главному моменту сил. Представим силу и момент в принятой системе координат *Oxyz* в виде суммы составляющих:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{Q}_Y + \boldsymbol{Q}_Z; \ \boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_{KP} + \boldsymbol{M}_Y + \boldsymbol{M}_Z,$$

где: $\boldsymbol{N}$-*продольная сила*; $\boldsymbol{Q}_Y$, $\boldsymbol{Q}_Z$-*поперечные силы*; $\boldsymbol{M}_{KP}$-*крутящий момент*; $\boldsymbol{M}_Y$, $\boldsymbol{M}_Z$ –*изгибающие моменты*.

Этим видам внутренних усилий соответствуют следующие виды деформации: $\boldsymbol{N}$-растяжение или сжатие; $\boldsymbol{Q}_Y, \boldsymbol{Q}_Z$ – деформация сдвига; $\boldsymbol{M}_{KP}$ – кручение;

$\boldsymbol{M}_Y$, $\boldsymbol{M}_Z$ – деформация изгиба.

Если действует только один силовой фактор, деформация будет простой. При одновременном действии нескольких внутренних силовых факторов деформация будет сложной. Это будет так называемое сложное сопротивление.

В общем случае значения внутренних силовых факторов зависит от положения секущей плоскости: являются функциями продольной координаты сечения. Графическое представление указанной зависимости называется *эпюрой* соответствующего внутреннего силового фактора.

Построение эпюр внутренних силовых факторов.

Некоторые правила, применяемые при построении эпюр:

1. Ось, на которой строится эпюра, выбирают параллельной с осью стержня.
2. Ординаты эпюры откладывают от оси эпюры по перпендикуляру.
3. Штриховать эпюры принято линиями, перпендикулярными к оси.

4. Для сил и моментов выбирают масштаб. Кроме того, на эпюрах проставляют числа, показывающие величины характерных ординат, а в поле эпюры в кружочке ставят знак усилия.

Эпюры продольных сил.

Продольная сила считается положительной, если она вызывает растяжение, и отрицательной если вызывает сжатие.

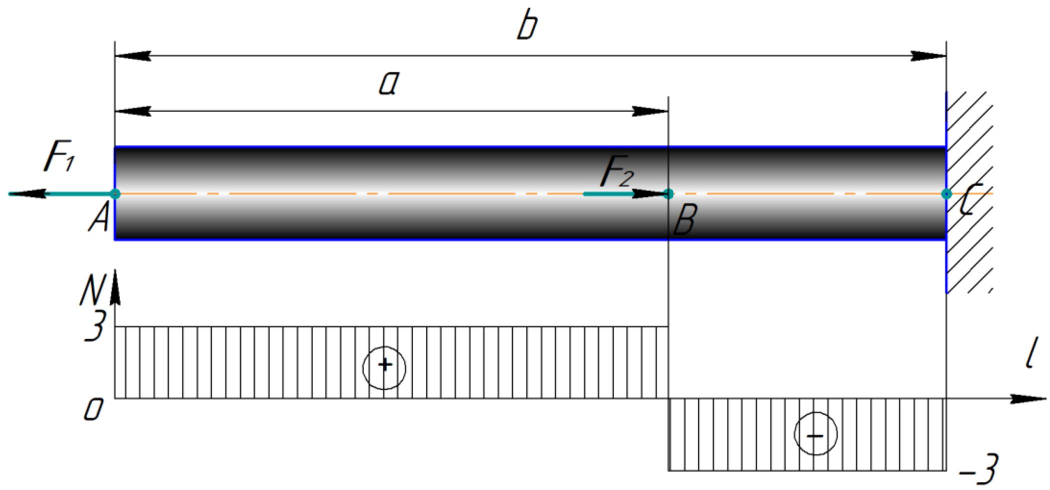
Рассмотрим примеры построения эпюр.

Пример 1.

Стержень нагружен сосредоточенными силами $\boldsymbol{F_1}$, $\boldsymbol{F_2}$, приложенными в точках A, B и реакцией опоры в точке C. Силы равны: F_1=3Н, F_2=6Н.

Эпюру будем строить в системе координат ONl [*]. Для построения эпюры составляем выражения предварительно разбив стержень на два участка AB и BC:

$$N = \begin{cases} F_1 = 3\text{Н, при } l \in (0, a); \\ F_1 - F_2 = (3-6)\,\text{Н} = -3\text{Н, при } l \in (a, b). \end{cases}$$



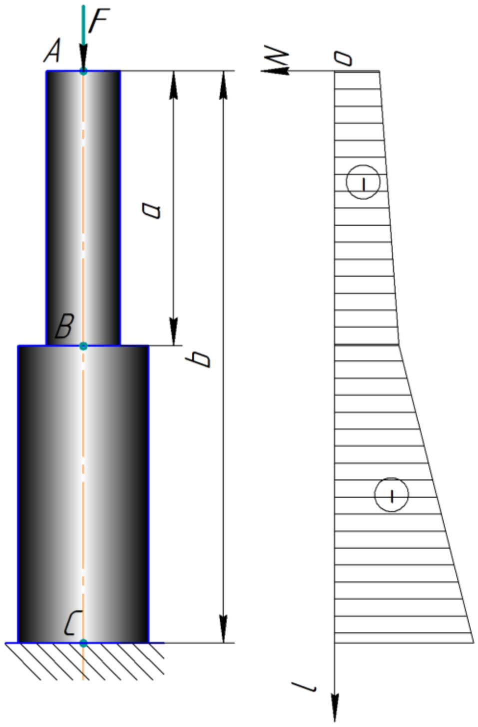
Пример 2.

Построить эпюру N для ступенчатого стержня с учетом его собственного веса. Площадь стержня верхней части–S_1, нижней–S_2. Удельный вес γ, Н/м^3.

Задачу будем решать в общем виде (без численных значений).

---

[*] Нет особых ограничений при выборе системы координат: ось абсциссы принимаем параллельной с осью тела, положительное направление оси абсциссы устанавливаем из условия упрощения расчетов



Для построения эпюры выберем систему координат ONl. Разбиваем стержень на два участка AB и BC и составляем уравнения:

$$N = \begin{cases} -F - \gamma S_1 l, \text{ при } l \in (0, a); \\ -F - \gamma S_1 a - \lambda S_2 (l - a), \text{ при } l \in (a, b). \end{cases}$$

Эпюры крутящих моментов.

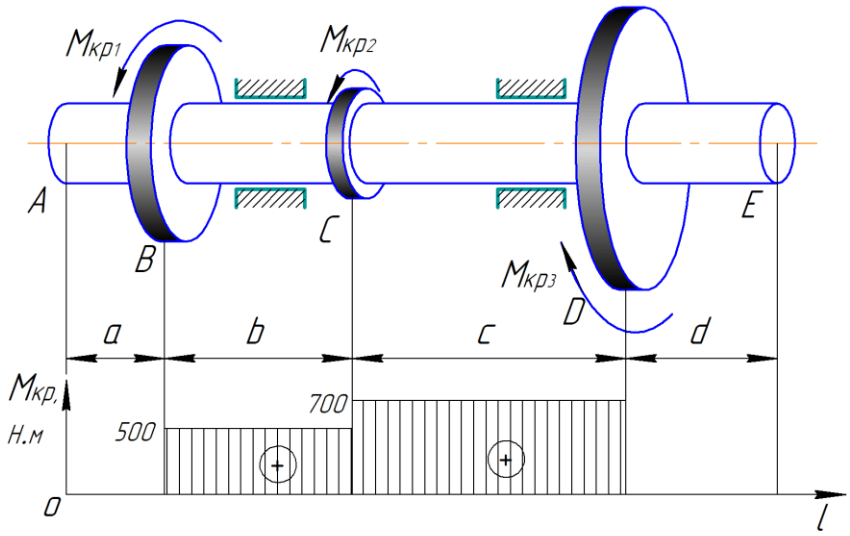
Деформация кручения наиболее распространена в валах. Крутящий момент $M_{кр}$ будем считать положительным, если при наблюдении с торца вдоль оси рассматриваемой части он стремится вращать по часовой стрелке.

Пример 3.

Построить эпюру крутящих моментов для нагруженного вала, изображенного на рисунке. Моменты равны:

$$M_{кр_1} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}; \; M_{кр_2} = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}; \; M_{кр_3} = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Предварительно разбив вал на четыре участка (*AB, BC, CD, DE*), запишем уравнения моментов:

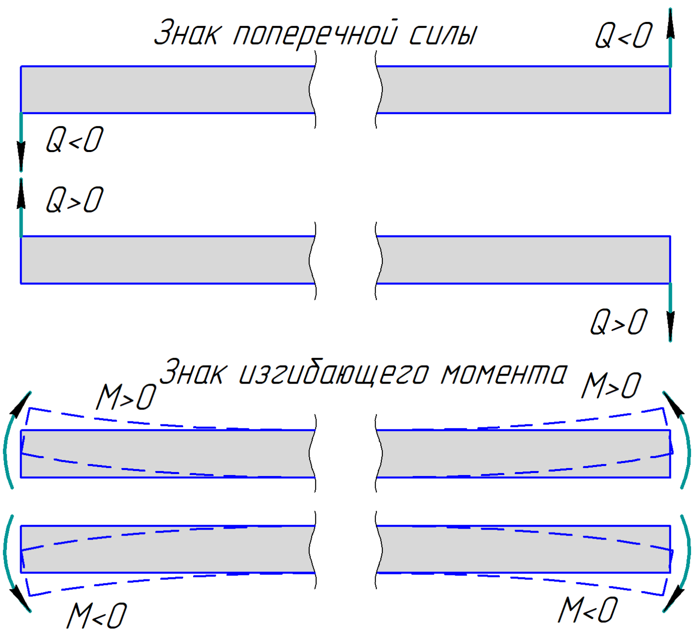


$$M_{кр} = \begin{cases} 0, \text{ при } l \in (0, a); \\ M_{кр_1} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}, \text{ при } l \in (a, a+b); \\ M_{кр_1} + M_{кр_2} = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}, \text{ при } l \in (a+b, a+b+c); \\ 0, \text{ при } l \in (a+b+c, a+b+c+d). \end{cases}$$

Эпюра, построенная в системе координат $OM_{кр}l$, представлена на рисунке.

Поперечные силы и моменты в сечениях балки.

Балками будем называть прямолинейные стержни, работающие на изгиб.



На расчетной схеме балку принято заменять ее осью. При этом все нагрузки должны быть приведены к оси балки и находиться в плоскости чертежа. В сечениях балки считаются не равными нулю только две величины: поперечная сила Q и изгибающий момент M.

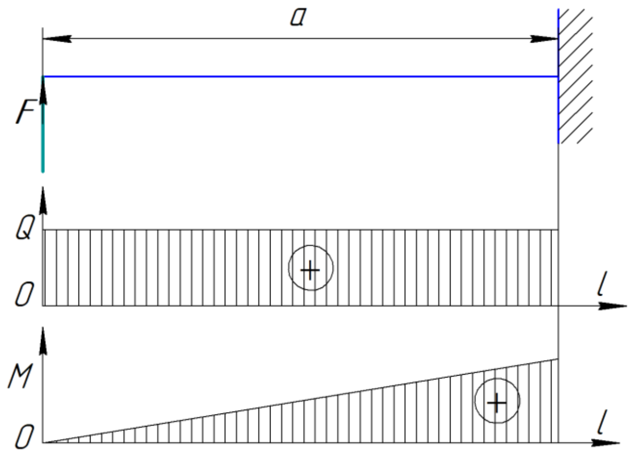
Приняты следующие правила знаков для Q и M в балках:

1. Поперечная сила Q в сечении положительна, если ее векторы стремятся вращать части рассеченной балки по часовой стрелке.
2. Изгибающий момент M в сечении положителен, если он вызывает сжатие в верхних волокнах балки.

Построение эпюр внутренних силовых факторов (Q, M) при поперечном изгибе в балках.

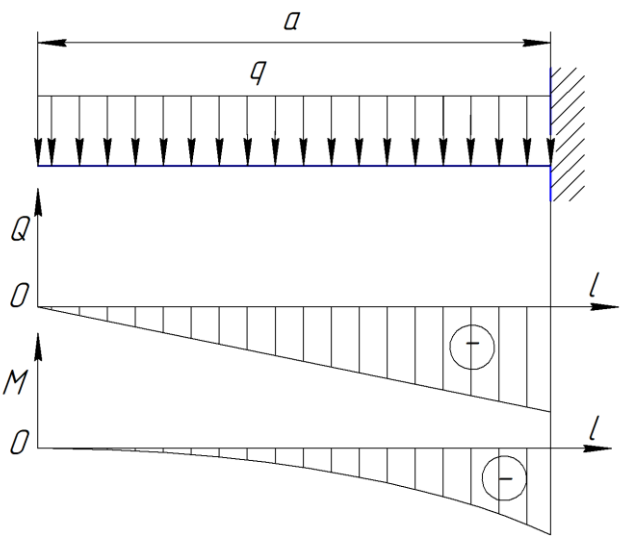
Начнем с простейшего случая.

Пример 4.



Построить эпюры Q и M для балки, нагруженной сосредоточенной силой на свободном конце консоли. Из рисунка следует, что балка имеет лишь один участок. Выбираем две системы координат OQl, OMl начало которых совпадает с концом балки.

Построим эпюры предварительно состав уравнения с учетом принятых правил знаков: $Q = F$, при $l \in (0, a)$; $M = F\,l$, при $l \in (0, a)$.



Пример 5.

Построить эпюры Q и M для балки, нагруженной равномерно распределенной силой интенсивностью q, Н/м на консоли. Как и в предыдущем случае устанавливаем системы координат OQl, OMl начало которых совпадает с концом балки. Для построения эпюр составляем выражения:

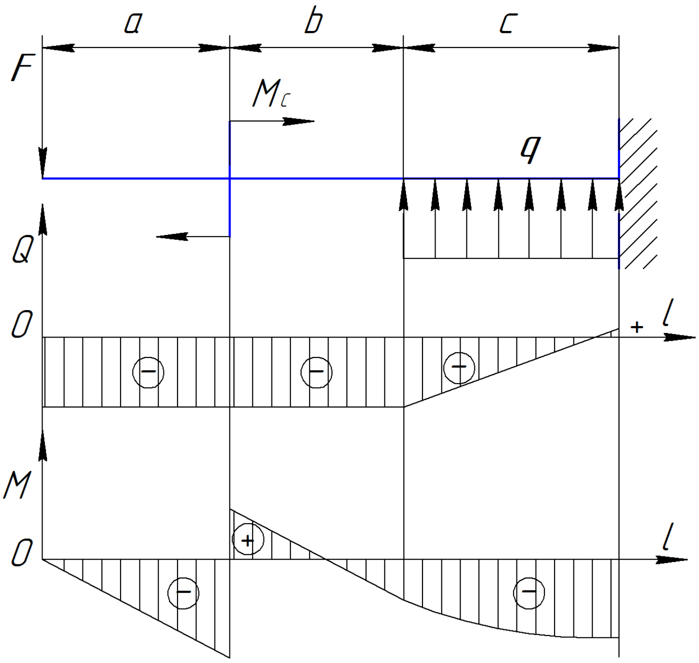
$$Q = -q\,l, \text{ при } l \in (0, a);$$

$$M = -\frac{ql^2}{2}, \text{ при } l \in (0, a).$$

Из уравнений и графиков следует, что поперечная сила Q является линейной функцией, а изгибающий момент M меняется по параболическому закону.

Пример 6.

Построить эпюры Q и M для балки, нагруженной сосредоточенной F, Н и распределенной q, Н/м силами, а также сосредоточенным моментом M_c, Н·м.



Для решения задачи разбиваем балку на три участка, выбираем две системы координат OQl, OMl и к принятым системам координат составляем выражения для искомых величин:

$$Q = \begin{cases} -F, \text{ при } l \in (0, a); \\ -F, \text{ при } l \in (a, a+b); \\ -F + q(l-a-b), \text{ при } l \in (a+b, a+b+c). \end{cases}$$

$$M = \begin{cases} -Fl, \text{ при } l \in (0, a); \\ -Fl + M_c, \text{ при } l \in (a, a+b); \\ -Fl + M_c + \dfrac{q(l-a-b)^2}{2}, \text{ при } l \in (a+b, a+b+c). \end{cases}$$

Эпюры представлены на рисунке.

Связь между поперечной силой и изгибающим моментом. Дифференциальные зависимости при изгибе.

Инженером Д.И. Журавским были установлены весьма важные связи, упрощающие построения графиков: $\dfrac{dM}{dl} = Q$; $\dfrac{dQ}{dl} = \dfrac{d^2M}{dl^2} = q.$

Лекция 8

Напряжения.

Внутренние силы распределены по поверхности сечения. Внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади, называется напряжением:

$$\boldsymbol{P} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta S} = \frac{d\boldsymbol{F}}{dS},$$

где $\Delta \boldsymbol{F}$–элементарная сила, действующая на элементарной площадке ΔS.

Через одну точку оси стержня можем провести много сечений под разными углами к оси стержня. Напряжения будут различными на разных сечениях. Таким образом, говоря о напряжении, нужно указывать сечение. Обозначение $\boldsymbol{P}$ применяется при любом наклоне напряжения к рассматриваемой площадке, буквой σ обозначают напряжение нормальное к площадке, а − τ лежащее в её плоскости, касательное напряжение. Размерность напряжения – Паскаль:

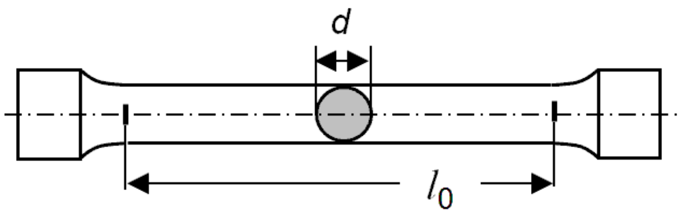
$$1\text{Па} = \frac{1\text{Н}}{1\text{м}^2}$$

Проектируемая конструкция должна быть такой, чтобы возникающие в ней напряжения были меньше тех, при которых материал разрушается или получает остаточные деформации. Имеет место понятие допустимое напряжение $\left[P\right] = \dfrac{P}{n}$, n – коэффициент запаса прочности. Запас прочности – отношение предельно допустимой теоретической нагрузки к той нагрузке, при которой возможна безопасная работа конструкции с учетом случайных перегрузок, непредвиденных дефектов и недостоверности исходных данных для теоретических расчетов. Нормативные коэффициенты запаса прочности зависят: − от класса конструкции (капитальная, временная), − намечаемого срока эксплуатации, − условий эксплуатации (радиация, коррозия, загнивание), − вида нагружения (статическое, циклическое, ударные нагрузки) − неточности задания величины внешних нагрузок, − неточности расчетных схем и приближенности методов расчета − и других факторов. Нормативный коэффициент запаса прочности не может быть единым на все случаи жизни. В каждой отрасли машиностроения сложились свои подходы, методы проектирования и приемы технологии. Вероятность выхода из строя приближенно можно оценить с помощью коэффициента запаса в условии прочности: n = 1 соответствует вероятности невыхода из строя 50 %; n = 1,2 соответствует вероятности невыхода из строя 90 %; n = 1,5 соответствует вероятности невыхода из строя 99 %; n = 2 соответствует вероятности невыхода из строя 99,9 %. Для неответственных деталей $n = 2$ много, а для ответственных – мало.

Испытание материалов.

Испытание материалов на растяжение

Одним из основных видов испытаний материалов является испытание на растяжение, так как при этом обнаруживаются наиболее важные их свойства. Из испытуемого материала изготовляют специальные образцы.



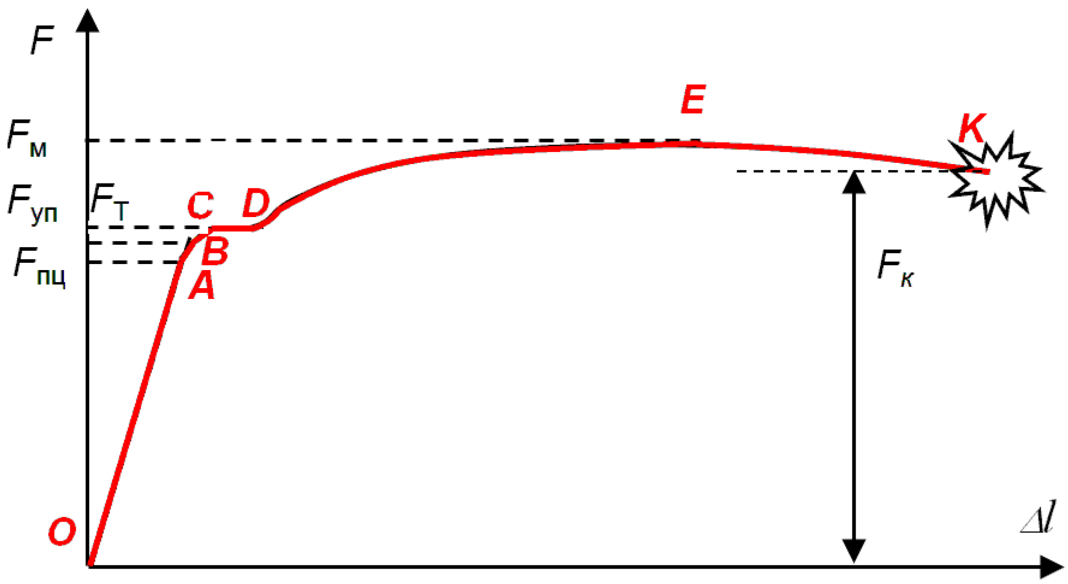
Диаграммы растяжения.

Для испытаний на растяжение применяют разрывные машины, позволяющие в процессе испытания определять усилия и соответствующие им деформации образца.

По этим данным строят первичную диаграмму растяжения, в которой по оси ординат откладывают усилия, а по оси абсцисс соответствующие им удлинения. Характер диаграммы растяжения зависит от свойств испытуемого материала:

1. В начальной стадии (*OA*, до *Fпц*) нагружения удлинение растет прямо пропорционально величине

нагрузки (на этой стадии справедлив закон Гука):



2. Далее (*AB*, до *Fуп*) деформации начинают расти чуть быстрее и не линейно, но остаются малыми и упругими (исчезающими после снятия нагрузки).

3. При дальнейшем нагружении (*BC*, до *Fт*) криволинейная часть переходит в горизонтальную площадку *CD*, на которой деформации растут без увеличения нагрузки (текучесть). Зона *BCD* – зона общей текучести.

4. При дальнейшем нагружении (*DE*, до *Fм*) изменяется структура металла и материал вновь может воспринимать возрастание нагрузки (упрочнение) вплоть до максимальной.

5. Далее (*EK*, до *Fк*) в наиболее слабом месте возникает и развивается локальное уменьшение поперечного сечения (*шейка*). Зона *EK* – зона *местной* текучести. В точке К образец внезапно разрушается с резким ударным звуком.

Введены понятия:

Предел пропорциональности $\sigma_{пц}$ – наибольшее напряжение, до которого существует пропорциональная зависимость между нагрузкой и деформацией

$$\sigma_{пц} = \frac{F_{пц}}{S} .$$

Предел упругости $\sigma_{уп}$– наибольшее напряжение, при котором в материале не обнаруживается признаков пластической (остаточной) деформации

$$\sigma_{уп} = \frac{F_{уп}}{S}.$$

Предел текучести $\sigma_{т}$ – наименьшее напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения растягивающей нагрузки

$$\sigma_{Т} = \frac{F_{Т}}{S}.$$

Предел прочности или временное сопротивление $\sigma_{в}$ – напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца

$$\sigma_{в} = \frac{F_{м}}{S}$$

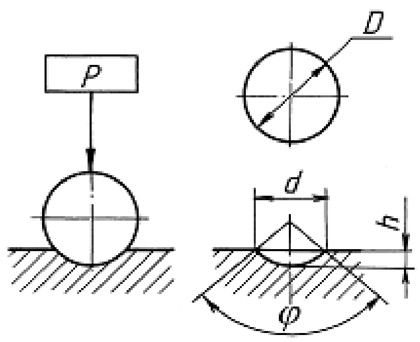
Значения напряжений для различных материалов можно найти в справочной литературе.

Методы измерения твердости.

Основные положения.

Под твёрдостью понимают свойство материала сопротивляться проникновению в него более твёрдого наконечника, не получающего остаточных деформаций. Испытания на твёрдость дают возможность изучать свойства материала не только на опытных образцах, но и на готовых конструкциях и деталях. К тому же имеется возможность по результатам испытаний на твёрдость определить характеристики материала без проведения испытаний материала на растяжение.

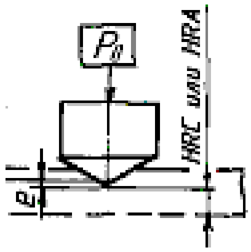
Метод измерения твёрдости по Бринеллю



Сущность метода заключается во вдавливании шарика (стального или из твёрдого сплава) в образец или изделие под воздействием нагрузки, приложенной перпендикулярно поверхности образца, в течение определённого времени и измерении диаметра отпечатка *d* после снятия нагрузки. Диаметр образующегося сферического отпечатка *d* измеряется с помощью микроскопа. Твёрдость по Бринеллю (НВ) численно равна напряжению, выраженному отношением приложенной нагрузке к площади поверхности сферического отпечатка диаметром (размерность при обозначении твёрдости опускается).

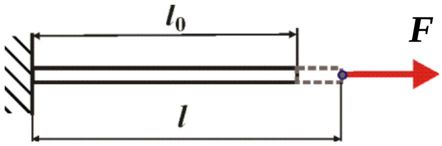
Метод измерения твёрдости по Роквеллу.

Сущность метода заключается во вдавливании наконечника с алмазным конусом или со стальным шариком в испытуемый образец (изделие) под действием нагрузи и в измерении остаточной глубины проникновения этого наконечника (*е*) после снятия основной нагрузки



Деформации при растяжений и сжатии.

Абсолютное удлинение бруса при растяжении определяется по формуле



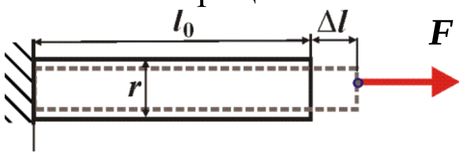
$$\Delta l = l - l_0,$$

где l_0 – начальная длина бруса; l – длина бруса после деформации.

Относительное удлинение бруса (относительная продольная деформация) равно
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}\ .$$

При растяжении $\Delta l > 0$ и $\varepsilon > 0$, при сжатии эти величины отрицательны.

Абсолютное поперечное сужение равно.



$$\Delta r = r - r_0,$$

где r_0 – первоначальный поперечный размер бруса; r – величина поперечного размера бруса после нагружения

Относительное поперечное сужение (относительная поперечная деформация)
$$\varepsilon' = \frac{\Delta r}{r_0}.$$

Абсолютная величина отношения ε'/ε, обозначаемая μ, называется коэффициентом Пуассона. Она является постоянной для каждого материала и характеризует его упругие свойства: $\mu = \left|\dfrac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$

Между нормальным напряжением и относительным удлинением существует прямая пропорциональная зависимость, называемая *законом Гука*:

$$\sigma = \varepsilon E,$$

где σ–нормальное напряжение, равное $\sigma = \dfrac{N}{S}$ в котором N–продольная сила, а S–площадь поперечного сечения;

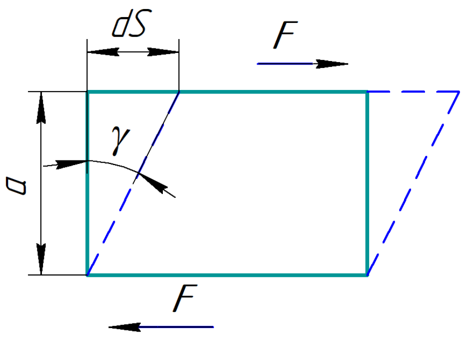
E – коэффициент пропорциональности (модуль упругости первого рода или модуль Юнга).

Модуль упругости – это физическая характеристика материала, измеряемая в тех же единицах, что и нормальное напряжение.

Для сталей E=2·10^{11}–2,2·10^{11}Па.

При N постоянном, учитывая, что $\sigma = \dfrac{N}{S}$ и , $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$ можно записать выражение для вычисления абсолютного удлинения бруса в виде $\Delta l = \dfrac{Nl}{ES}$.

Деформация при действии касательных напряжений τ (σ=0).



В данном случае происходит угловая деформация–сдвиг: внешние силы Q смещают два параллельных плоских сечения кубика одно относительно другого при неизменном расстоянии между ними

$\dfrac{dS}{a} = \tan\gamma \approx \gamma$, где dS–абсолютный сдвиг.

Учитывая, что диаграмма сдвига очень похожа на диаграмму растяжения, по аналогии можем записать

$$\tau = G\gamma.$$

Это закон Гука при сдвиге, в котором G–модуль сдвига, измеряемый в Па.

Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

Условием прочности при растяжении является

$$\sigma = \frac{N}{S} \le [\sigma] \ ,$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение материала бруса.

Допускаемое напряжение [σ] либо задается заранее, либо находится по формуле $[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{опасн}}}{n}$, где $\sigma_{\text{опасн}} = \sigma_{\text{Т}}$ – предел текучести для пластичных материалов; n – запас прочности материала.

Пользуясь приведенной формулой, можно решать три типа задач:

1.Подобрать сечение растянутого (сжатого) бруса, при котором его прочность будет обеспечена. Расчетная формула в этом случае имеет вид

$$S \ge \frac{N}{[\sigma]} \ ,$$

2. Определить допускаемую нагрузку, если известны прочностные свойства материала и площадь поперечного сечения бруса. Расчетная формула, вытекающая из условия прочности $N \le S[\sigma]$ позволяет вычислить наибольшее значение продольной силы *N*, действующей в опасном сечении и, следовательно, величину внешних нагрузок, приложенных к брусу.

3. Проведение поверочного расчета прочности бруса. При поверочном расчете нагрузки, размеры и материал, из которого изготовлен брус, считаются известными. Вычисляется наибольшее нормальное напряжение в опасном поперечном сечении и сравнивается с допускаемым: $\sigma_{\max} = \frac{N}{S} \le [\sigma]$. Если $\sigma_{\max} \le [\sigma]$, то прочность бруса обеспечена.

Расчеты на прочность при сжатии.

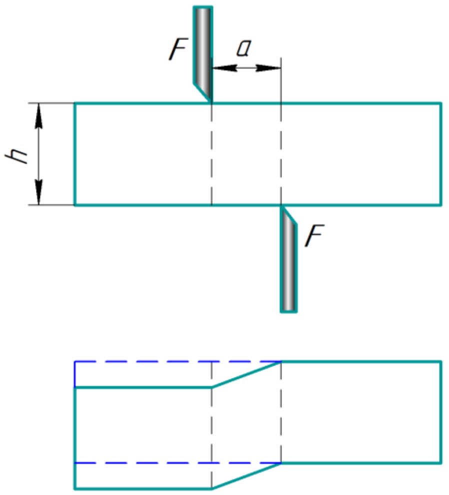
Сжатие происходит, если продольные внутренние силы отрицательны. Условием прочности является $\sigma = \frac{N}{S} \le [\sigma]_{\text{сж}}$, где $[\sigma]_{\text{сж}}$ –допускаемое напряжение на сжатие для данного материала.

Здесь также можно решать три типа задач.

Расчеты на прочность при смятии.

Деформацию смятия можно рассматривать как местное сжатие. Условием прочности является $\sigma = \dfrac{N}{S} \le [\sigma]_{см}$, где $[\sigma]_{см}$ –допускаемое напряжение на смятие.

Расчеты на прочность при сдвиге.



На стержень действуют две равные силы F, перпендикулярные к его оси и направленные в противоположные стороны. При этом в поперечном сечении возникают касательные силы $\boldsymbol{Q}_Z$ и $\boldsymbol{Q}_Y$.

Условие прочности при сдвиге имеет вид $\tau = \dfrac{F}{S} \le [\tau]$, где $[\tau]$–допускаемое напряжение при сдвиге.

Расчеты на прочность при деформации среза.

Данный вид деформации является частным случаем сдвига, когда расстояние, a значительно меньше толщины h. Условие прочности выглядит

$\tau = \dfrac{F}{S} \le [\tau]_{ср}$, где $[\tau]_{ср}$ –допускаемое напряжение при срезе.

Расчеты на прочность при кручении.

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p} \le [\tau],$$

где W_p– *полярный момент сопротивления поперечного сечения.*

Для круглого сечения равен $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$, а для кольцевого сечения–$W_p = \frac{\pi d^3}{16}\left(1 - c^3\right)$, причем $c = \frac{d_c}{d}$. Для сталей– $[\tau] = 20$ МПа.

Деформация вала при кручении (угол поворота).

$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} l}{G I_p},$$

где I_p –*осевой момент инерции*. Для круглого сечения $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$, а для кольцевого сечения $I_p = \frac{\pi d^4}{32}\left(1 - c^4\right)$.

Условие жесткости при кручении.

$$\theta = \frac{M_{\text{кр}}}{G I_p} \frac{180^o}{\pi} \le \left[\theta^o\right].$$

Для сталей $\left[\theta^o\right]$=(0,0003-0,001)град/мм;

Модуль упругости при сдвиге для сталей $G = 8 \cdot 10^4$ МПа .

Расчеты на прочность при изгибе по нормальным напряжениям.

$$\sigma = \frac{M}{W_z} \le [\sigma]_{\text{изг}},$$

где Wz –*осевой момент сопротивления сечения.*

Для прямоугольной формы сечения– $W_z = \frac{bh^2}{6}$.

Для круга–$W_z = \frac{\pi d^3}{32}$.

Для стальных деталей–$[\sigma]_{\text{изг}} = 100$ МПа.

Сложное сопротивление

В общем случае в поперечных сечениях возникают шесть внутренних усилий: действующие в двух плоскостях изгибающие моменты *Mz, My*, поперечные силы *Qz, Qy*, продольная сила *N* и $M_{кр.}$ Такой случай рассматривают как комбинацию простых видов сопротивления и называют сложным сопротивлением. Полные напряжения и деформации, возникающие в упругой системе, определяют путем геометрического сложения напряжений и перемещений, соответствующих простым видам сопротивления. В зависимости от сочетания внутренних усилий сложное сопротивление условно подразделяют на три вида: косой изгиб, изгиб с растяжением, а также изгиб с кручением. Остановимся на последнем случае.

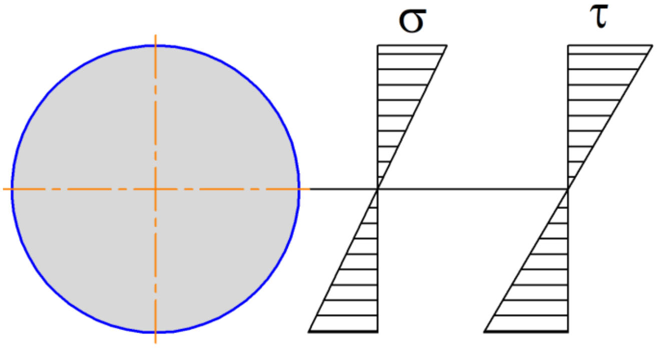
Расчет бруса на совместное действие кручения и изгиба.

Детали машин очень часто работают при совместном действии изгибающих и крутящих моментов (например, валы редукторов и коробок скоростей). Чтобы можно было сравнить два сложных напряженных состояния, вводится понятие эквивалентного напряжения. При совместном действии кручения и изгиба эквивалентное напряжение можно определить по специальной теории прочности.

Расчет круглого бруса (вала) при совместном действии изгиба и кручения.

На вал действуют *Mz, My* и $M_{кр.}$.(влияние *Qz, Qy* незначительны поэтому не учитываются).

Максимальное нормальное напряжение от изгибающего момента возникают в двух точках контура:



$$\sigma_{max} = \frac{\sqrt{M_z^2 + M_y^2}}{W_z}.$$

При этом наибольшее касательное напряжение также возникает в двух крайних точках круглого сечения:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p}.$$

Одновременный учет $\sigma_{\max}$ и $\tau_{\max}$ по 3-ей теории прочности проводят по формуле

$$\left(\frac{M_{экв}^{III}}{W_z}\right)_{\max} \le [\sigma],$$

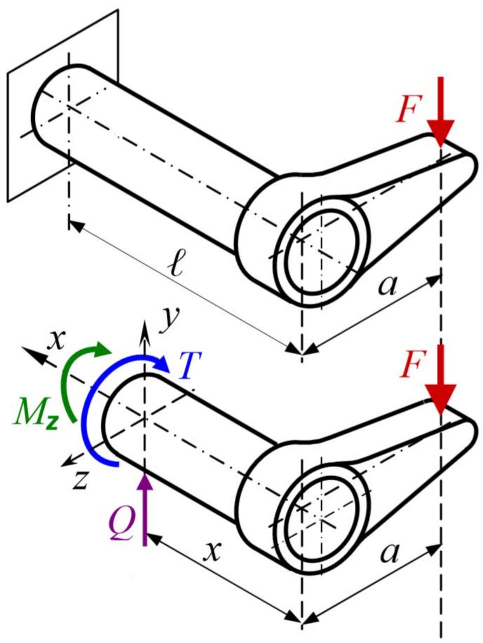
в которой $M_{экв}^{III} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + M_{кр}^2}$.

Так как для круглого сечения $W_z = \dfrac{\pi d^3}{32}$, то из условия прочности следует

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{экв}^{III}}{\pi[\sigma]}}.$$

Пример 7.

Вал с кривошипом нагружен силой F=4 кН. Определить диаметр вала по 3-ей теории прочности при: l=500 мм, a=100 мм и $[\sigma]$ =130 МПа.



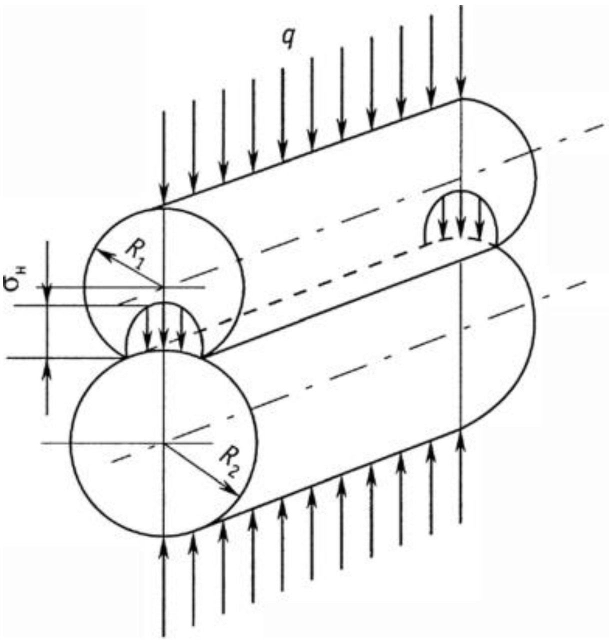
Решение.

Прежде всего необходимо построить эпюры изгибающих и крутящих моментов. Затем визуально найти опасное сечение и вычислить эквивалентный момент. По величине последнего определить искомый диаметр вала

Контактные напряжения (частный случай деформации сжатия).

Контактными называются напряжения и деформации, возникающие при сжатии тел криволинейной формы, причем первоначальный контакт может быть линейным (например, сжатие двух цилиндров с параллельными образующими) или точечным (например, сжатие двух шаров). В результате деформации контактирующих тел начальный точечный или линейный контакт переходит в контакт по некоторой малой площадке. Решение вопросов о контактных напряжениях и деформациях впервые дано в работах Г. Герца.

Для деталей, в поверхностных слоях которых возникают контактные напряжения (например, фрикционные катки, зубчатые колеса, подшипники качения), решающую роль играет прочность рабочих поверхностей — *контактная прочность.*



Рассмотрим несколько случаев.

Случай *контакта двух цилиндров с параллельными образующими.*

Очевидно, что контактные напряжения по ширине площадки контакта неравномерны. Максимальные напряжения $\sigma_н$ вычисляются по формуле

$$\sigma_н = \sqrt{\frac{qE_{пр}}{2\pi\left(1-\nu^2\right)\rho_{пр}}}$$

где q — нагрузка на единицу длины линии контакта;

ν — коэффициент Пуассона;

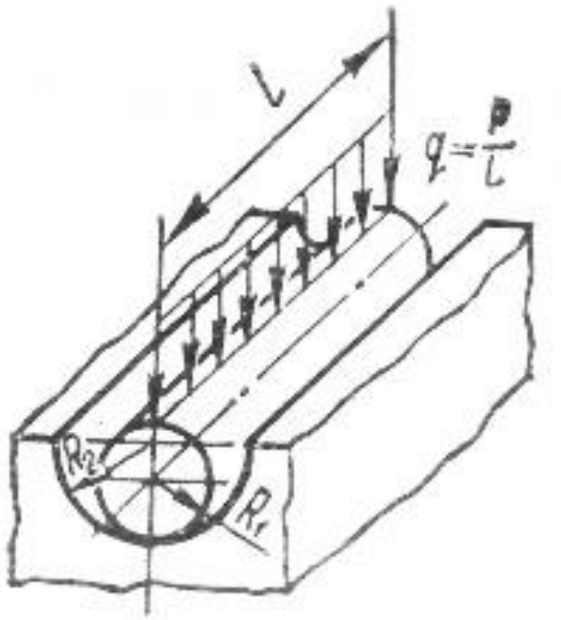
$E_{пр}$ — приведенный модуль упругости, получаемый из соотношения

$$E_{пр} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}\ ;$$

$\rho_{пр}$ —приведенный радиус кривизны цилиндров, определяемый из соотношения $\rho_{np} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

При ν = 0,3 для сталей формула Герца приобретает вид

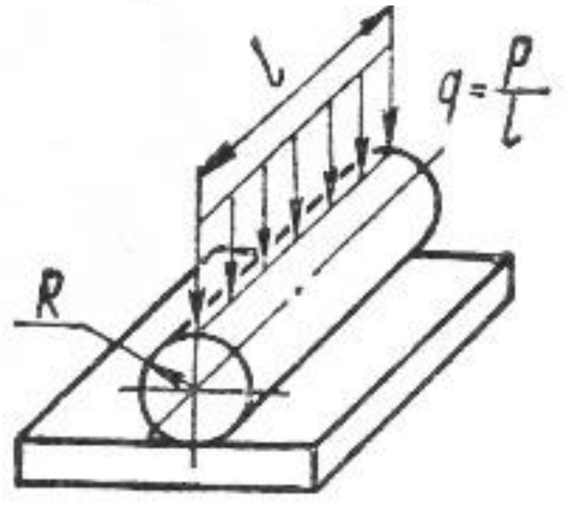
$$\sigma_н = 0,418\sqrt{\frac{qE_{np}}{\rho_{np}}} .$$



Случай *контакта цилиндра с цилиндрической впадиной с параллельными осями.*

Максимальные напряжения $\sigma_н$ вычисляются по приведенной выше формуле, но с другим значением радиуса приведенной кривизны:

$$\rho_{np} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



И, наконец, еще один случай *контакта цилиндра с плоскостью*.

Наибольшее напряжение равно

$$\sigma_н = 0,418\sqrt{\frac{qE_{np}}{R}} .$$