Лекция 11

Зубчатые передачи.

Зубчатая передача-это механизм в котором подвижными звеньями являются зубчатые колеса.

Зубчатое зацепление-высшая кинематическая пара с последовательно взаимодействующими зубьями.

Зубчатые передачи являются одним из наиболее распространенных видов механических передач: около 80% энергии потребляемых человеком передается через зубчатые передачи.

Передача энергии (движения) от одного звена к другому осуществляется с заданным законом относительного движения:

$$i_{12} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ где}$$

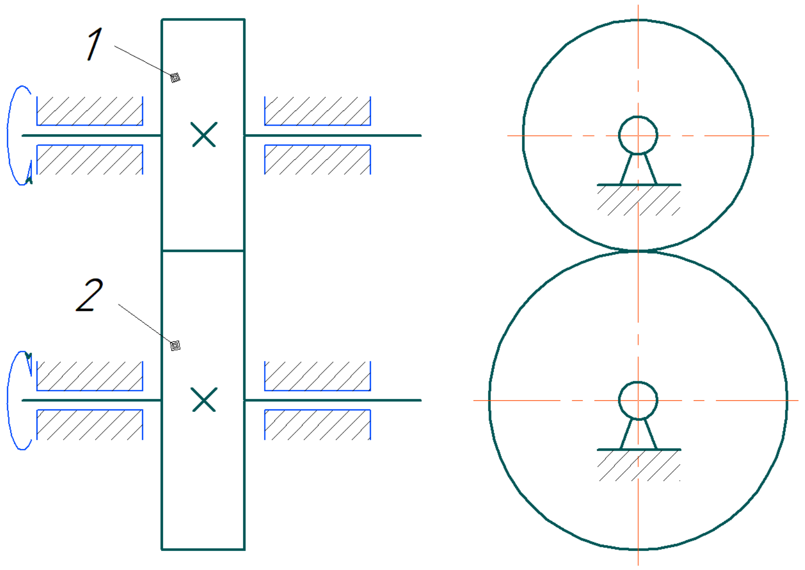
1 i_{12} -передаточное отношение от звена *1* к звену *2*;

φ_1, φ_2 -параметры углового перемещения звеньев.

Виды зубчатых передач.

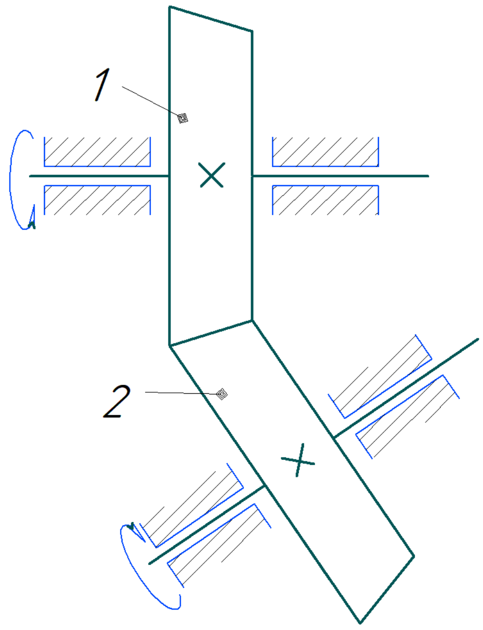
По взаимному расположению осей вращения колес:

– с параллельными осями валов колес.



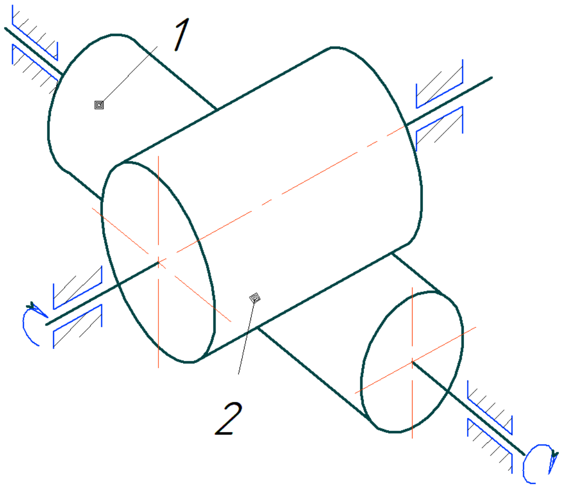
Колеса чаще имеют цилиндрическую форму, поэтому такие передачи называют цилиндрическими.

– с пересекающимися осями валов колес.



Обычно колеса имеют коническую форму поэтому называют коническими передачами.

2



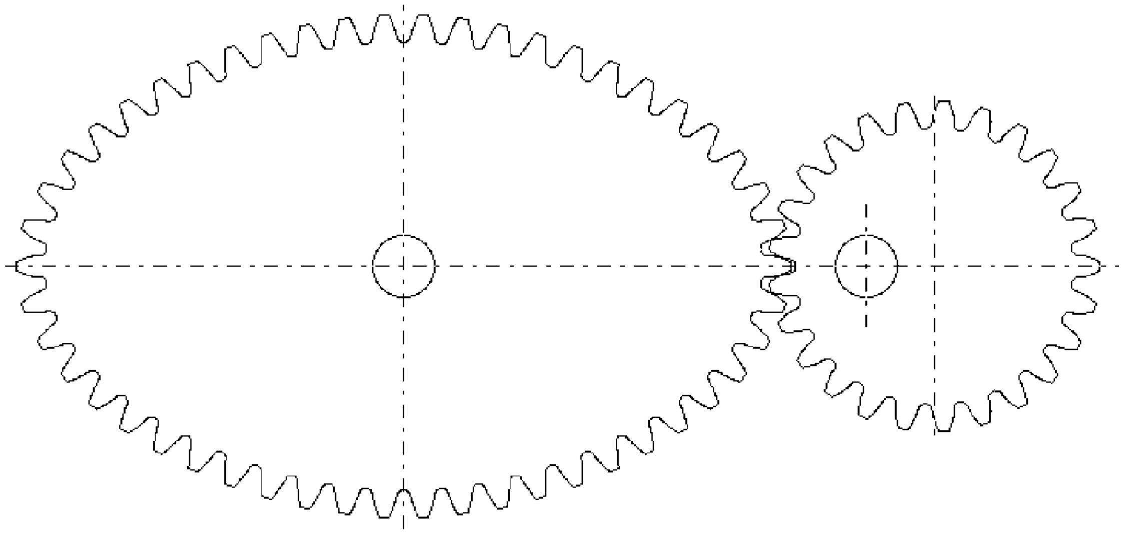
– с перекрещивающимися осями валов колес-наиболее общий случай.

К таким передачам относятся винтовые, червячные, глобоидные, спироидные, гипоидные и др.

По передаточному отношению передачи:

– с постоянным передаточным отношением. Наиболее распространенный вид передачи.

– с переменным передаточным отношением. Находят ограниченное применение.

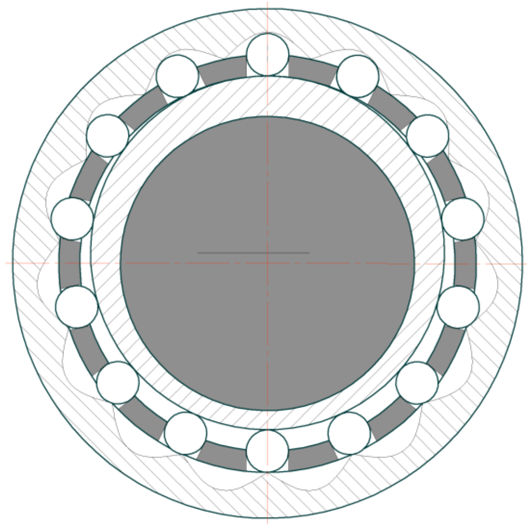


По способу передачи усилий:

– классический-зубья одного колеса входят во впадины другого колеса (см. предыдущий рисунок);

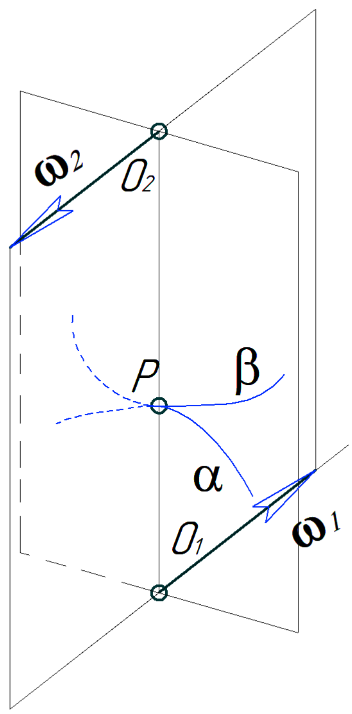
– передачи с использование промежуточных тел качения.

3



Передача усилий между звеньями осуществляется через промежуточное тело: шариков, роликов и др.

Достоинство таких передач: компактность, плавность движения, высокая нагрузочная способность, обеспечивает большие передаточные отношения, а в некоторых конструкциях повышенный КПД.



Теория зацепления при параллельных осях валов колес. Теория плоских зацеплений.

Центроиды колес.

Происходит передача движения от звена *1*, вращающегося относительно оси O_1, к звену *2* с осью вращения O_2. Требуется найти мгновенный центр относительных скоростей P в котором скорости точек звеньев связаны зависимостью

$$\boldsymbol{V}_{P_1} - \boldsymbol{V}_{P_2} = 0.$$

Компоненты, входящие формулу равны:

$$\boldsymbol{V}_{P_1} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \overline{O_1 P_1}, \quad \boldsymbol{V}_{P_2} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \overline{O_2 P_2} \;\text{ и }\; \boldsymbol{\omega}_1 = -\frac{1}{i_{12}} \boldsymbol{\omega}_2.$$

На основании приведенных выражений получим

$$\boldsymbol{\omega}_1 \times \left(\overline{O_1 P_1} + \frac{1}{i_{12}} \overline{O_2 P_2} \right) = 0.$$

Из последнего выражения следует, что мгновенный центр относительных скоростей P расположен на линии O_1O_2, а также

$$i_{12} = \frac{O_2 P_2}{O_1 P_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

т.е. точка P делит отрезок прямой линии O_1O_2 на отрезки обратно пропорциональные угловым скоростям звеньев ω_1 и ω_2. В теории зубчатых зацеплений
4 точка P называется *полюсом зацепления*. При этом, если $i_{12} = const$, то полюс будет занимать неизменное положение в противном случае полюс будет перемещаться по линии O_1O_2.

При вращении звеньев полюс P в системах координат, жестко связанных со звеньями, образует две кривые α и β, находящихся в постоянном соприкосновении в точке P и перекатывающихся без скольжения. Эти кривые являются центроидами. В теории зубчатых зацеплений их называют *начальными кривыми*.

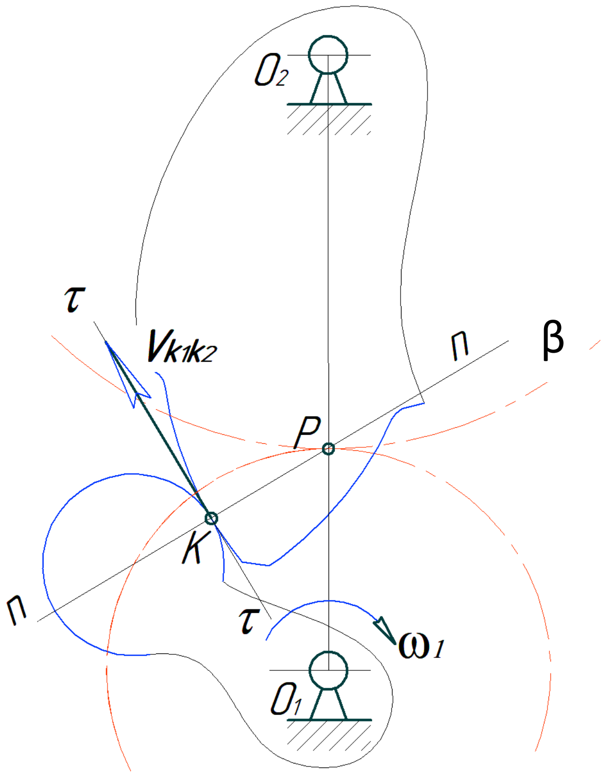
При $i_{12} = const$ начальными кривыми будут окружности.

Основной закон зацепления (теорема Виллиса).

Виллисом были сформулированы задачи:

– для осуществления передачи усилий на центроидах колес должны быть определенным образом размещены зубья;

– кроме того, для обеспечения заданного закона относительного движения звеньев профили зубьев должны соответствовать друг другу т.е. быть *сопряженными.*



Рассмотрим картину зацепления зубьев колес, вращающихся относительно осей O_1 и O_2:

α, β–центроиды колес;

к– точка касания профилей зубьев;

р– полюс зацепления зубьев;

n-n–общая нормаль к профилям зубьев в точке их касания *к*;

τ-τ– касательная к профилям в точке касания;

5

$V_{k_1k_2}$ –вектор скорости относительного движения профилей зубьев, расположенный на касательной τ-τ.

Из курса теоретической механики известно, что

$$V_{k_1k_2} = (\omega_1 - \omega_2) \times \overline{pк} .$$

Так как $V_{k_1k_2} \parallel \tau - \tau$ и $V_{k_1k_2} \perp \overline{pк}$, то $\tau - \tau \perp \overline{pк}$. Но поскольку $\tau - \tau \perp n - n$, то следует, что $n - n \parallel \overline{pк}$, т.е. совпадают. Итак, теорема Виллиса или основной закон плоского зацепления.

Теорема: ***У сопряженных профилей зубьев общая нормаль, проведенная в точке их касания, проходит через полюс зацепления.***

Сопряженных профилей зубьев теоретически неограничено. Однако практическое применение находят ограниченное количество. Это связано, прежде всего, с технологией изготовления и качественными характеристиками: КПД, нагрузочная способность и т.д. В настоящее время наибольшее применение находит эвольвентное зацепление.

Пример.

Используя теорему зубчатого зацепления определить мгновенное передаточное отношение i_{12} кулачкового механизма, изображенного на рисунке.

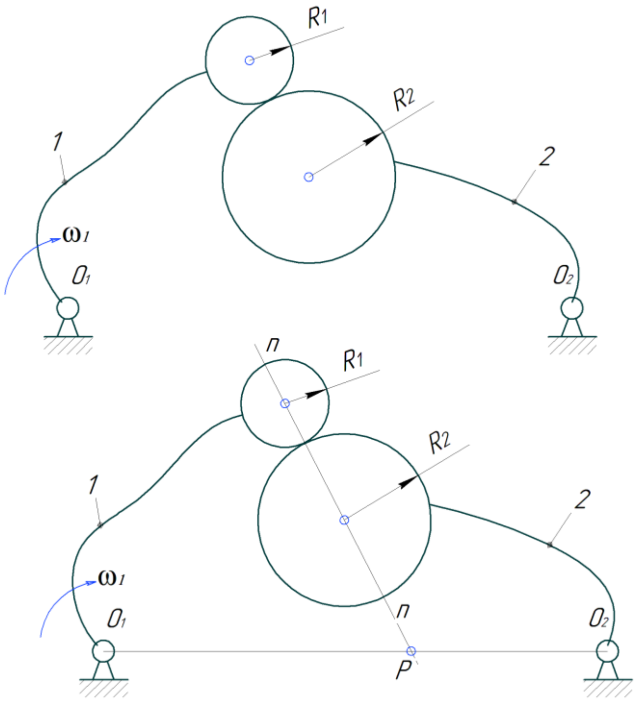
Последовательность решения:

– проводим отрезок прямой линии O_1O_2;

–проводим общую нормаль *n-n* в точке касания профилей и находим положение полюса зацепления *P*;

–определяем передаточное отношение $i_{12} = -\dfrac{O_2P}{O_1P}$

6



Способы изготовления зубчатых колес

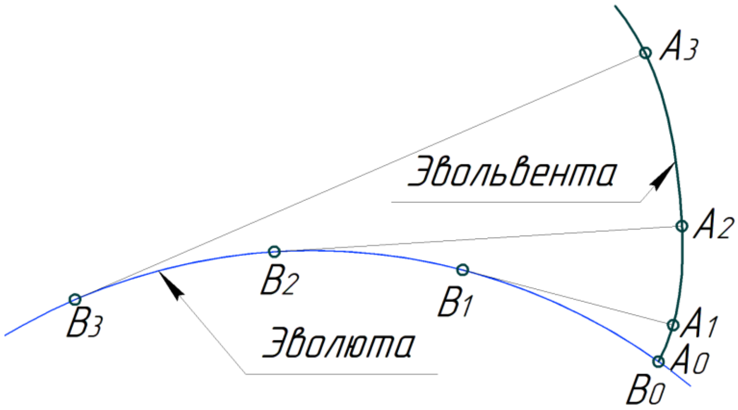
1. Литье–наиболее простой способ, качество колес низкое.
2. Штамповка–для низкооборотных устройств.
3. Электроэрозионная обработка–качество колес очень высокое.
4. Резание с помощью зуборезных инструментов–наиболее применяемый способ.

Эвольвентное зацепление.

Наиболее распространенный вид зацепления, в котором профили зубьев очерчены по эвольвенте. Было предложено Л. Эйлером около 250 лет назад.

Эвольвента переводится «развертывающий»–плоская кривая , являющаяся разверткой другой плоской кривой, называемой *эволютой*.

На рисунке представлена картина образования эвольвенты

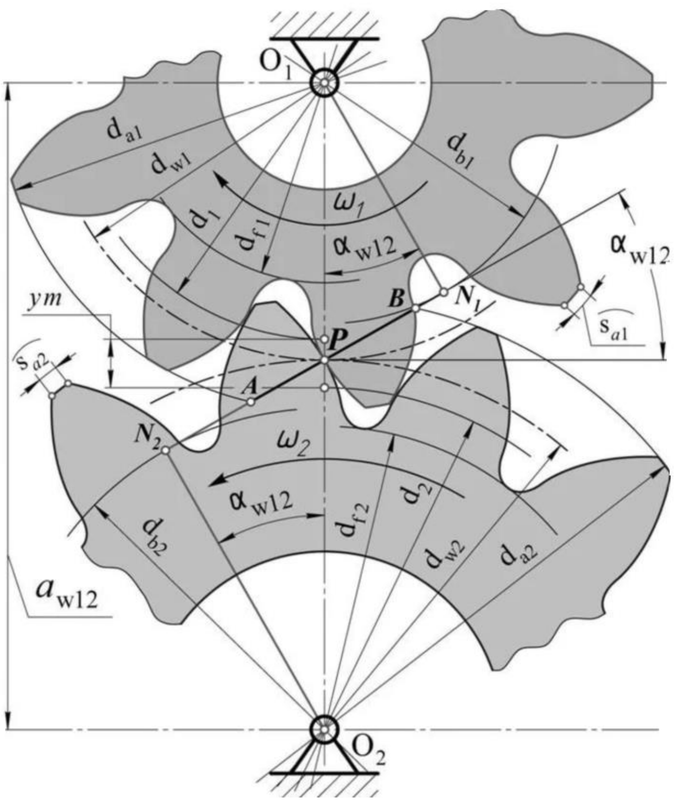


Свойства отрезков прямых линий:

1. Соблюдается равенства : $B_1B_0 = B_1A_1;\ B_2B_0 = B_2A_2;\ B_3B_0 = B_3A_3$.
2. Отрезки B_1A_1, B_2A_2, B_3A_3 являются касательными к эволюте в точках соответственно B_1, B_2, B_3.
3. Отрезки B_1A_1, B_2A_2, B_3A_3 являются нормалями эвольвенты в точках A_1, A_2, A_3.
4. Являются радиусами кривизны эвольвенты в точках A_1, A_2, A_3.

7 В цилиндрических эвольвентных передачах эволютой является окружность и называется *основной окружностью* и обозначается $r_b\left(d_b\right)$

Основные геометрические параметры эвольвентной передачи:



d_{b_1}, d_{b_2} –диаметры основных окружностей колес;

d_1, d_2 –диаметры делительных окружностей;

d_{w_1}, d_{w_2} –диаметры начальных окружностей(центроиды) колес;

d_{f_1}, d_{f_2} –диаметры окружностей впадин зубьев;

d_{a_1}, d_{a_2} –диаметры окружностей вершин зубьев;

a_w –межосевое расстояние;

α_w –угол зацепления;

c– величина радиального зазора.

Методы расчета геометрических параметры эвольвентной передачи подробно описаны в ГОСТах, учебниках и справочниках.

Основные достоинства эвольвентной передачи:

8 –простота изготовления, связанная простотой профиля режущей части инструмента;

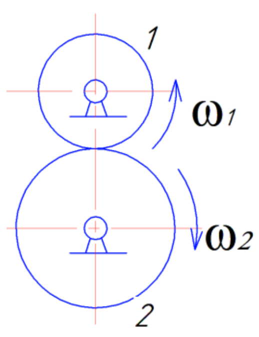
–возможность изготовления двух парных колес одним инструментом;

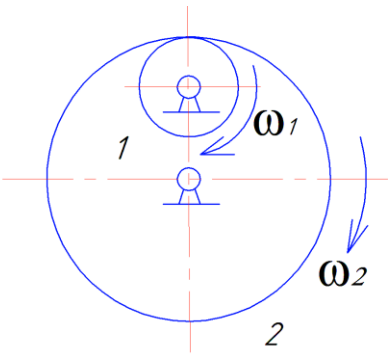
–не чувствительность закона относительного движения и погрешностям межцентрового расстояния.

Кинематический анализ и синтез сложных зубчатых механизмов

Передачи с неподвижными осями валов колес.

Передачи составленные из двух колес.



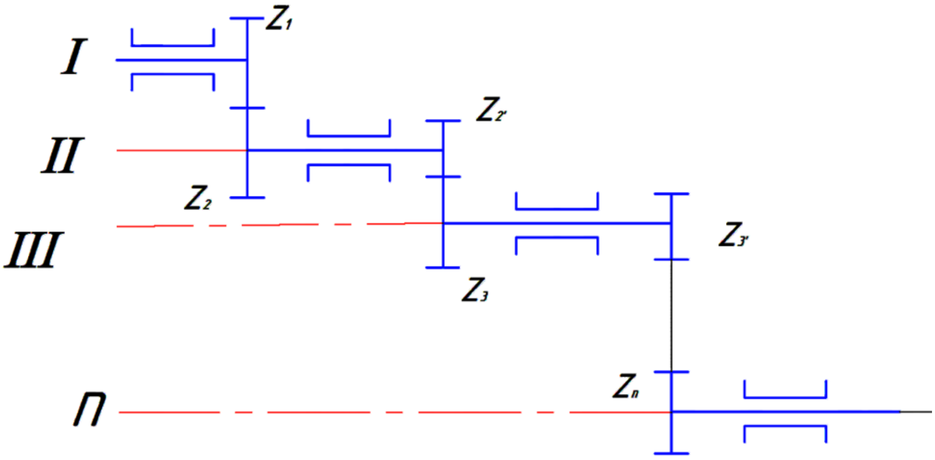


Передаточное отношение определяется с учетом направления вращения колес.

Таким образом, для внешнего зацепления

$i_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1}$, а для внутреннего зацепления $i_{12}=\dfrac{\omega_1}{\omega_2}=\dfrac{Z_2}{Z_1}$. Здесь Z_1 и Z_2 –числа зубьев колес.

Ступенчатая зубчатая передача.



Передаточные отношения отдельных ступеней равны:

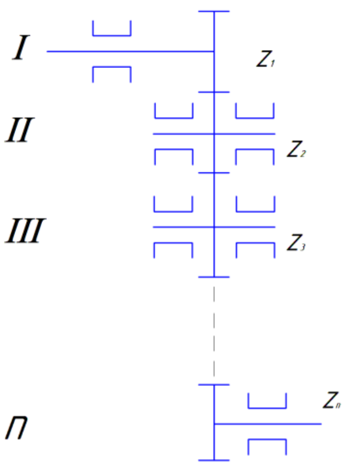
$$i_{12}=-\frac{\omega_1}{\omega_2}=-\frac{Z_2}{Z_1};\quad i_{23}=-\frac{\omega_2}{\omega_3}=-\frac{Z_3}{Z_{2'}};\quad \cdots i_{(n-1)n}=-\frac{\omega_{(n-1)}}{\omega_n}=-\frac{Z_n}{Z_{(n-1)}}.$$

9 Произведение всех передаточных отношении равно

$$i_{12}i_{23}\cdots i_{(n-1)n}=\left(-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\left(-\frac{\omega_2}{\omega_3}\right)\cdots\left(-\frac{\omega_{(n-1)}}{\omega_n}\right)=\left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right)\left(-\frac{Z_3}{Z_{2'}}\right)\cdots\left(-\frac{Z_n}{Z_{(n-1)}}\right)=$$

$$=\pm\frac{\omega_1}{\omega_n}=\frac{Z_2Z_3\cdots Z_n}{Z_1Z_{2'}\cdots Z_{(n-1)}}=i_{1n}.$$

Из полученной формулы следует, что *общее передаточное отношение многоступенчатого механизма равно произведению передаточных отношении отдельных ступеней.* При этом знак «+» следует принимать если число валов n нечетное.



Рядовое соединение зубчатых колес.

Для нахождения передаточного отношения можно воспользоваться предыдущей формулой, приняв

$Z_2=Z_{2'};\ Z_3=Z_{3'}$ и т.д.

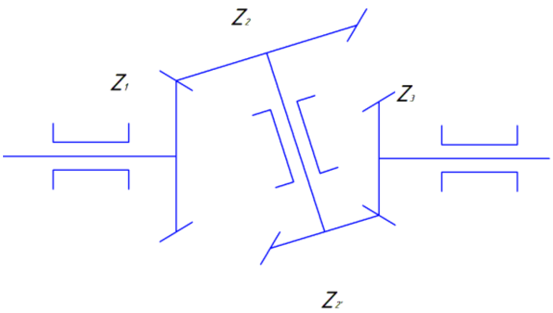
В итоге будем иметь $i_{1n} = \pm \dfrac{Z_n}{Z_1}$.

Таким образом, величина передаточного отношения в указанном случае не зависит от числа зубьев промежуточных колес. Такие колеса иногда называют «паразитными».

Подобные схемы используются для:

–изменения межцентрового расстояния колес;

–изменения направления вращения ведомого колеса (реверса).

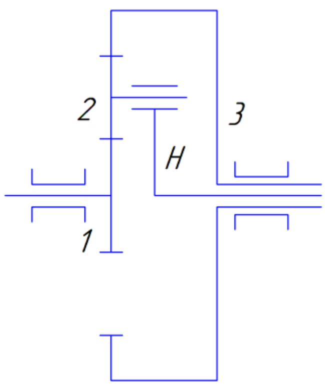


Рядовое соединение зубчатых колес может быть образовано не только из цилиндрических колес, но и из конических колес. Если оси валов колес не параллельны, то говорить о знаке передаточного отношения бессмысленно.

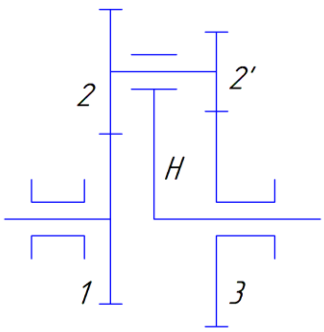
10

Лекция 12

Передачи с подвижными осями валов колес (Дифференциально-планетарные передачи).



редуктор Джемса



редуктор Давида

Передачи содержат:

1,3–солнечные (центральные) колеса;

2–сателлит;

H–водило.

Сателлит *2* совершает вращательное движение относительно собственной геометрической оси, которая перемещается совместно с водилом *Н*.

Достоинствами передач являются:

–возможность обеспечения больших передаточных отношений при небольших габаритных размерах;

–возможность сложения нескольких движений, а также разложения.

Передачи могут иметь разные степени свободы: с одной степенью называют планетарными, а если больше, то дифференциальными.

Редуктор Джемса в представленном исполнении является дифференциальным так как имеет две степени свободы, а редуктор Давида имеет одну степень свободы поэтому он относится к планетарным передачам.

Следует отметить, что разновидностей дифференциально-планетарных передач достаточно много.

11

Для кинематического анализа рассматриваемых передач можно воспользоваться методом Виллиса, основанном на принципе обращения движения.

Суть метода Виллиса.

Если всем звеньям сообщить дополнительное движение равное $-\omega_н$ (угловая скорость водила с отрицательным знаком), то водило остановится и механизм превратится в обычный механизм с неподвижными осями валов колес. Полученный механизм называется приведенным. Передаточное отношение между звеньями определяется

$$i_{mn}^{(н)} = \frac{\omega_m - \omega_н}{\omega_n - \omega_н},$$

где верхний индекс «*н*» означает, что водило остановлено.

Кинематический анализ дифференциально-планетарные передачи рассмотрим на примере приведенных механизмов.

Редуктор Давида со степенью свободы, ровной единице.

Для удобства решения задачи составим таблицу угловых скоростей звеньев.

Звенья, Виды механ.	*1*	*2*	*3*	*н*
Не обр. механ.	ω_1	ω_2	–	$\omega_н$
Обрщ. механ.	$\omega_1 - \omega_н$	$\omega_2 - \omega_н$	$-\omega_н$	–

Задача 1. Требуется найти передаточное отношение $i_{1н}$ от звена *1* к водилу *н* .

Для этой цели рассмотрим передаточное отношение между звеньями *1* и *3* обращенного механизма

$$i_{13}^{(н)} = \frac{\omega_1 - \omega_н}{-\omega_н} = -i_{1н} + 1 \ .$$

Выразим искомую величину через числа зубьев колес

$$i_{1н} = 1 - i_{13}^{(н)} = 1 - i_{12}^{(н)} i_{2'3}^{(н)} = 1 - \frac{Z_2}{Z_1}\frac{Z_3}{Z_{2'}} .$$

12

Задача 2. Найти передаточное отношение i_{21} между звеньями *2* и *1*.

Пользуясь таблицей определим передаточное отношение между звеньями *1* и *2* обращенного механизма $i_{12}^{(н)}$:

$$i_{12}^{(н)} = \frac{\omega_1 - \omega_н}{\omega_2 - \omega_н} .$$

Далее, разделив каждый компонент дроби на ω_1, получим

$$i_{12}^{(н)} = \frac{\omega_1 / \omega_1 - \omega_н / \omega_1}{\omega_2 / \omega_1 - \omega_н / \omega_1} = \frac{1 - 1/i_{1н}}{i_{21} - 1/i_{1н}} = -\frac{Z_2}{Z_1} .$$

Теперь, преобразовав полученную зависимость относительно i_{21} с учетом найденного ранее значения $i_{1н}$, можно определить искомую величину.

Задача 3. Определить передаточное отношение $i_{н1}$ дифференциального редуктора Давида.

Для реализации задачи необходимы две обобщенные координаты так как механизм обладает двумя степенями свободы.

Для определенности примем, что заданы угловые скорости звеньев *1* и *3*, т.е. ω_1 и ω_3 .

Составим таблицу угловых скоростей звеньев.

Звенья, Виды механ.	*1*	*2*	*3*	*н*
Не обр. механ.	ω_1	ω_2	ω_3	$\omega_н$
Обрщ. механ.	$\omega_1 - \omega_н$	$\omega_2 - \omega_н$	$\omega_3 - \omega_н$	–

Рассмотрим передаточное отношение между звеньями *1* и *3* обращенного механизма $i_{13}^{(н)}$:

$$i_{13}^{(н)} = \frac{\omega_1 - \omega_н}{\omega_3 - \omega_н}.$$

Теперь, поделив каждый параметр дроби на ω_1, получим

$$i_{13}^{(н)} = \frac{\omega_1 - \omega_н}{\omega_3 - \omega_н} = \frac{\omega_1 / \omega_1 - \omega_н / \omega_1}{\omega_3 / \omega_1 - \omega_н / \omega_1} = \frac{1 - i_{н1}}{\omega_3 / \omega_1 - i_{н1}}.$$

Развернем левую часть уравнения с учетом чисел зубьев колес:

13

$$i_{13}^{(н)} = -\frac{Z_3}{Z_1} = \frac{1 - i_{н1}}{\omega_3 / \omega_1 - i_{н1}}.$$

Получено уравнение с одним неизвестным которое имеет решение.

Вопросы для самопроверки.

1. Можно ли любую кривую назвать эвольвентой ?
2. Почему одна из окружностей колеса называется основной?
3. У колеса, не находящегося в зацеплении, можно ли определить начальную окружность?
4. Можно ли создать редуктор с изменяющимися межосевым расстоянием?
5. Как работает коробка скоростей автомобиля, созданная на базе дифференциально-планетарного механизма?

Особенности конструкции дифференциально-планетарных передач.

Для увеличения нагрузочной способности (если позволяет конструкция) обычно применяют несколько сателлитов, размещенных по окружности с постоянным шагом. Постоянный шаг требуется для уменьшения опорных реакций на водиле.

При наличии нескольких сателлитов возникают ряд дополнительных условий при расчете чисел зубьев колес передачи.

Требования, не зависящие от количества сателлитов:

–обеспечение требуемого передаточного отношения;

–условие соосности центральных колес (совпадение осей валов).

Условия, зависящие от числа сателлитов:

–условие соседства (вершины зубьев сателлитов не должны соприкасаться);

–условие сборки (зубья сателлита должны входить во впадины зубьев центральных колес).

14 В зависимости от вида зацепления могут быть и другие ограничения.

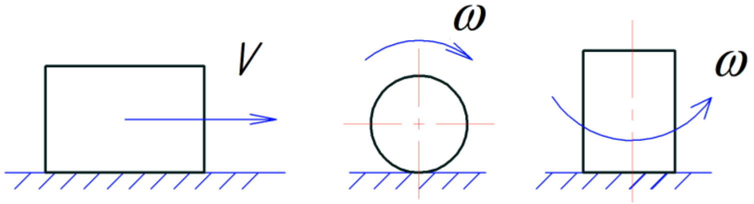
Существуют различные методы расчета чисел зубьев дифференциально-планетарных передач, например, метод сомножителей. Все эти методы достаточно подробно описаны в учебниках по ТММ.

Трение в кинематических парах.

Виды трения:

–трение скольжения(трение первого рода): поверхность одного тела скользит по поверхности другого;

–трение качения(трение второго рода): одна поверхность перекатывается по другой. Этот вид трения встречается в высших кинематических парах;



–трение верчения: относительное вращение совершается вокруг общей нормали.

Виды трения скольжения.

В зависимости от вида и количества смазки различают: жидкостное трение, граничное трение и сухое трение.

Чем лучше условие смазки между трущимися поверхностями, тем выше коэффициент полезного действия (КПД) и меньше износ деталей.

Сила трения равна по закону Амонтона-Кулона

$$F_T = f\ N\,,$$

где: f–коэффициент трения скольжения;

N–сила нормального давления.

Следует различать:

–коэффициент трения покоя f_0;

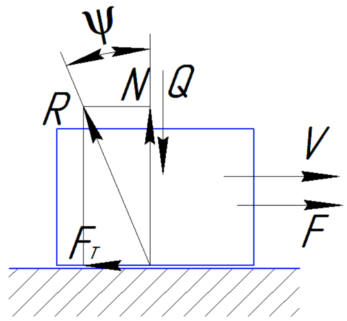
–кинетический коэффициент трения (движения) f.

Причем $f_0 > f$.

Угол трения.

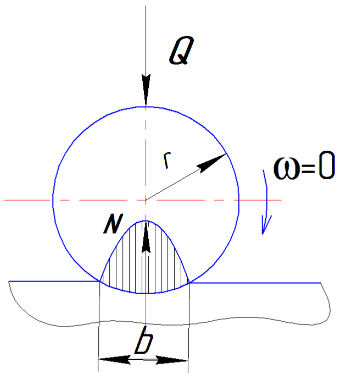
15

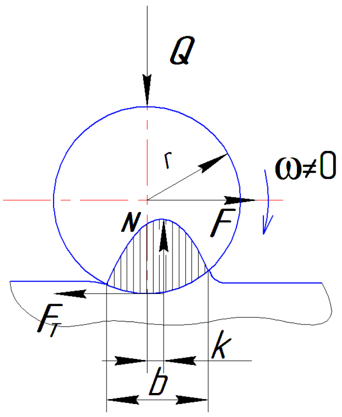
Рассмотрим условие равновесия, движущегося с постоянной скоростью $\boldsymbol{V}$, тела. На тело приложены две внешние силы $\boldsymbol{Q}$ и $\boldsymbol{F}$. Под действием указанных сил возникают реакции $\boldsymbol{N}$ и $\boldsymbol{F_T}$ результирующая величина которых равна $\boldsymbol{R}$. Угол ψ между векторами $\boldsymbol{N}$ и $\boldsymbol{R}$ является углом трения. Из расчетной схемы следует, что



$$\psi = \arctan(f)\,.$$

Использование понятия угла трения в расчетах дает упрощение задачи.





Трение качения.

Если цилиндрическое тело находится в состоянии покоя, то по теории Герца контактные напряжения распределяются закону эллипса ось которого проходит через середину области контакта.

При сообщении движения телу симметрия поля контактных напряжении нарушается и линия действия результирующей силы смещается на величину k, которая называется плечом трения качения или коэффициентом трения качения. k является линейным параметром поэтому в системе СИ измеряется в метрах.

Таким образом, при качении цилиндрического тела возникает момент сопротивления, равный $T = k\,N$.

Коэффициент полезного действия механизма.

За цикл установившегося движения механизма работа движущей силы расходуется на преодоление сил сопротивления:

$$A_{д} = A_{пс} + A_{сс},$$

Где: $A_{пс}$ –работа силы полезного сопротивления;

$A_{сс}$ –работа силы сопротивления среды.

Отношение $\eta = \dfrac{A_{пс}}{A_{д}} = \dfrac{A_{д} - A_{сс}}{A_{д}} = 1 - \eta_{сс}$ называется коэффициентом полезного действия. А $\eta_{сс}$ –коэффициентом потери. Чем меньше $\eta_{сс}$ тем выше КПД.

16 Отношение $\eta_{мг} = \dfrac{N_{пс}}{N_{д}}$ называется мгновенным коэффициентом полезного

Схема последовательной передачи энергии

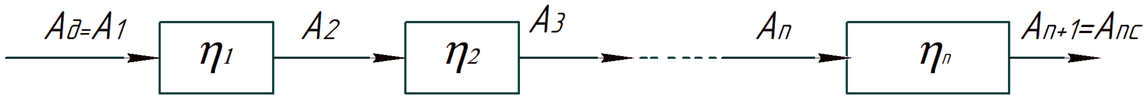
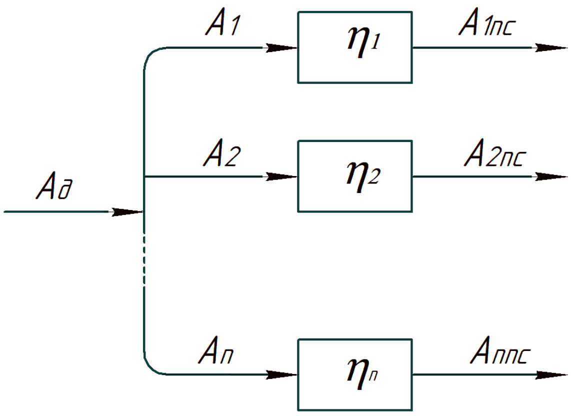


Схема паралелльной передачи энергии



действия в котором: $N_{пс}$ –мощность, развиваемой силой полезного сопротивления $F_{пс}$; $N_{д}$ –мощность движущей силы $F_{д}$.

Коэффициент полезного действия сложных механизмов.

В зависимости от строения кинематических схем механизмов способы передачи энергии можно разделить на три вида:

–последовательный;

–параллельный;

–смешанный.

КПД механизма при последовательной передаче энергии.

Из приведенной схемы следует, что для отдельных узлов энергии связаны:

$$A_2 = \eta_1 A_д; \quad A_3 = \eta_2 A_2 = \eta_1 \eta_2 A_д \text{ и т.д. } A_{пс} = \eta_1 \eta_2 \cdots \eta_n A_д .$$

Из последнего выражения следует

$$\frac{A_{пс}}{A_д} = \eta_1 \eta_2 \cdots \eta_n = \eta ,$$

т.е. *КПД механизма при последовательной схеме передачи энергии равен произведению КПД отдельных узлов.*

17 Важное замечание.

Так как общий КПД механизма меньше наименьшего, поэтому *не следует объединять качественные узлы с некачественными*.

КПД механизма при параллельной передаче энергии.

В этом случае происходит разветвление общего потока энергии. Общая работа силы полезного сопротивления равна

$$A_{пс} = A_{1пс} + A_{2пс} + \cdots + A_{nпс} = \eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \cdots + \eta_n A_n .$$

А суммарная работа движущей силы равна

$$A_д = A_1 + A_2 + \cdots + A_n .$$

Следовательно, КПД механизма будет равен

$$\eta = \frac{A_{пс}}{A_д} = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \cdots + \eta_n A_n}{A_1 + A_2 + \cdots + A_n} .$$

Рассмотрим частный случай когда

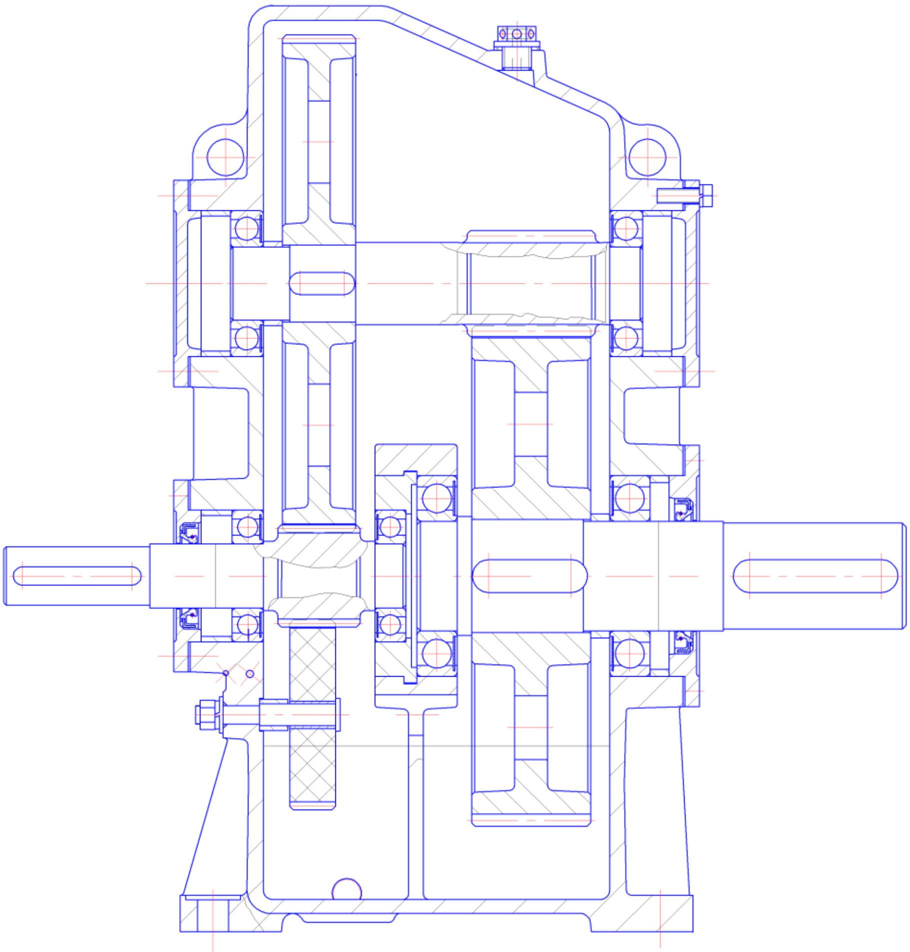
$$A_1 = A_2 = \cdots = A_n \quad \text{и} \quad \eta_1 = \eta_2 = \cdots = \eta_n .$$

В этом случае общий КПД механизма будет равен среднему значению КПД:

$$\eta = \eta_{ср} .$$

Пример.

Дан сборочный чертеж двухступенчатого цилиндрического редуктора с вертикальным исполнением. Все валы (их три) установлены на подшипниках

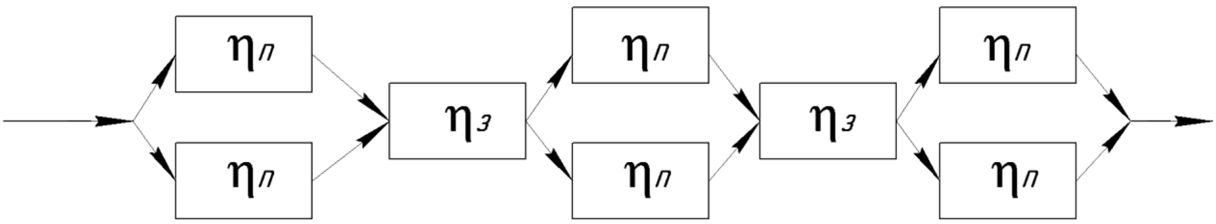


качения. Передача энергии осуществляется с помощью двух пар цилиндрических зубчатых колес. Требуется определить КПД редуктора считая, что КПД всех подшипников равен $\eta_п = 0{,}99$, а КПД в зубчатых зацеплениях– $\eta_з = 0{,}98$.

18

Решение.

Прежде всего необходимо построить расчетную схему-схему передачи энергии.



Из расчетной схемы следует, что общий КПД редуктора равен

$\eta = \eta_п\eta_з\eta_п\eta_з\eta_п = \eta_п^3\eta_з^2 = 0{,}99^3 \cdot 0{,}98^2 = 0{,}932$.