Лекция 5

Определение линейных ускорений.

1. Ускорения точек A, B и F равны нулю:

$$\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_F = 0.$$

Строим план ускорений в масштабе μ_a с началом p_a и отметим точки a, b, f.

2. Ускорение точки P_1 (в полюсе зацепления) равно

$$\boldsymbol{a}_{P_1} = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{P_1A},$$

причем как было сказано ранее

$$\boldsymbol{a}_{P_1A} = \boldsymbol{a}^n_{P_1A} + \boldsymbol{a}^\tau_{P_1A};$$

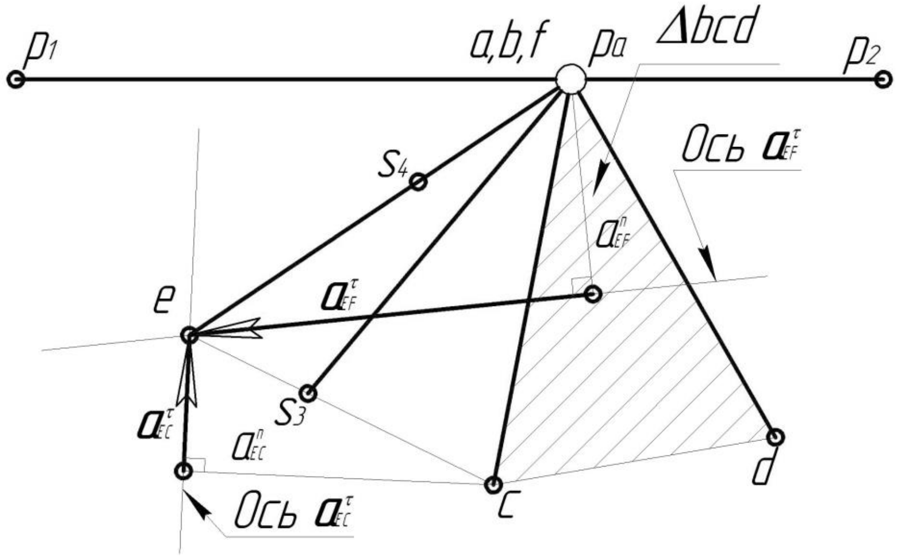
$$a^n_{P_1A} = \omega_1^2 l_{P_1A};$$

$$\boldsymbol{a}^n_{P_1A} \uparrow\uparrow P_1A \text{ (сонаправлены);}$$

$$\boldsymbol{a}^\tau_{P_1A} = 0,$$

так как ε=0 в связи с тем, что $\omega_1 = const$. Решение представим в виде отрезка прямой линии $p_a p_1$ на плане ускорений.

План ускорений в масштабе μ_a



3. Ускорение точки P_2, принадлежащей колесу *2*, находим аналогичным образом как в предыдущем случае

$$\boldsymbol{a}_{P_2} = \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{a}_{P_2B};$$

$$\boldsymbol{a}_{P_2B} = \boldsymbol{a}^n_{P_2B} + \boldsymbol{a}^\tau_{P_2B};$$

$$a^n_{P_2B} = \omega_2^2 l_{P_2B};$$

$$\boldsymbol{a}^n_{P_2B} \uparrow\uparrow P_2B;$$

$$\boldsymbol{a}^\tau_{P_2B} = 0.$$

Отрезок прямой линии $p_a p_2$ на плане ускорений является решением системы уравнений.

4. Ускорение точки C. Решается аналогично:

$$\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{a}_{CB};$$

$$\boldsymbol{a}_{CB} = \boldsymbol{a}^n_{CB} + \boldsymbol{a}^\tau_{CB};$$

$$a^n_{CB} = \omega_2^2 l_{CB};$$

$$\boldsymbol{a}^n_{CB} \uparrow\uparrow CB;$$

$$\boldsymbol{a}^\tau_{CB} = 0.$$

Решение уравнений представим отрезком прямой линии $p_a c$ на плане ускорений.

5.Ускорение точки D. Система уравнений аналогична:

$$\boldsymbol{a}_D = \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{a}_{DB};$$

$$\boldsymbol{a}_{DB} = \boldsymbol{a}_{DB}^n + \boldsymbol{a}_{DB}^\tau;$$

$$a_{DB}^n = \omega_2^2 l_{DB};$$

$$\boldsymbol{a}_{DB}^n \uparrow\uparrow DB;$$

$$\boldsymbol{a}_{DB}^\tau = 0.$$

Из решения уравнений находим отрезок $p_a d$ на плане ускорений.

Нетрудно заметить, что треугольник Δbcd на плане ускорений подобен треугольнику ΔBCD на плане механизма. Таким образом, приходим к выводу о том, что план ускорений также подчиняется свойству подобия. Однако в данном случае поворот осуществляется на угол, отличающийся от 90°.

6. Ускорение точки E.

Перемещение точки E будем рассматривать относительно двух локальных полюсов C и F:

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_E = \boldsymbol{a}_C + \boldsymbol{a}_{EC}; \\ \boldsymbol{a}_{EC} = \boldsymbol{a}_{EC}^n + \boldsymbol{a}_{EC}^\tau; \\ a_{EC}^n = \omega_3^2 l_{EC}; \qquad \text{уравнения относительно } C \\ \boldsymbol{a}_{EC}^n \uparrow\uparrow EC; \\ \boldsymbol{a}_{EC}^\tau \perp EC \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_E = \boldsymbol{a}_F + \boldsymbol{a}_{EF}; \\ \boldsymbol{a}_{EF} = \boldsymbol{a}_{EF}^n + \boldsymbol{a}_{EF}^\tau; \\ a_{EF}^n = \omega_4^2 l_{EF}; \qquad \text{уравнения относительно } F \\ \boldsymbol{a}_{EF}^n \uparrow\uparrow EF; \\ \boldsymbol{a}_{EF}^\tau \perp EF \end{cases}$$

Две системы уравнений умеют общее решение, которое находим графически с помощью плана ускорений, предварительно аналитически вычислив модули a_{EC}^n, a_{EF}^n. Следуя правилам векторной алгебры несложно найти суммы векторов. Опуская подробности, окончательное решение представим на плане ускорений. Искомым параметром является отрезок прямой $p_a e$, изображающий вектор $\boldsymbol{a}_E$ в масштабе.

7. Ускорение точки S_3.

Воспользуемся свойством подобия плана ускорений. Составим пропорцию из условия пропорциональности отрезков прямых:

$$\frac{l_{EC}}{ec} = \frac{l_{ES_3}}{es_3}$$

из которой находим отрезок es_3. Затем на плане ускорений на отрезке ec (так как точка S_3 расположена на линии EC плана механизма) отмерив расстояние es_3 от e определяем положение точки s_3. Длина отрезка $p_a s_3$ является модулем вектора $\boldsymbol{a}_{s_3}$ в масштабе.

8. Ускорение точки S_4.

Поступим аналогично п.7. Составим уравнение пропорции

$$\frac{l_{EF}}{ef} = \frac{l_{ES_4}}{es_4}.$$

На прямой ef плана ускорений от точки e отложим отрезок, равный es_4. Конец этого отрезка укажет на положение точки s_4. Далее соединив полученную точку с полюсом p_a найдем искомую величину $\boldsymbol{a}_{E_4}$

Определение угловых ускорений.

Все звенья совершают вращательные движения. Однако шестерня *1* и колесо *2* не имеют угловых ускорений из-за постоянства угловых скоростей. Найдем ускорение ε_3 шатуна *3* и ε_4 коромысла *4*, которые связаны соответственно с $\boldsymbol{a}^{\tau}_{EC}$ $(\boldsymbol{a}^{\tau}_{CE})$ и $\boldsymbol{a}^{\tau}_{EF}$ $(\boldsymbol{a}^{\tau}_{FE})$. Предварительно на плане ускорений выберем векторы $\boldsymbol{a}^{\tau}_{EC}$ и $\boldsymbol{a}^{\tau}_{EF}$

1. Угловое ускорение звена *3*:

–по модулю равно

$$\varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{EC}}{l_{EC}};$$

–для определения направления ускорения переносим вектор $\boldsymbol{a}_{EC}^{\tau}$ из плана ускорений в точку E на плане механизма, затем визуально находим направление ε_3. Получилось против хода часовой стрелки.

2. Угловое ускорение звена *4*.

Ход решения аналогичен с предыдущим пунктом:

–величина ускорение равна

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{EF}^{\tau}}{l_{EF}};$$

–вектор $\boldsymbol{a}_{EF}^{\tau}$, найденный на плане ускорений, переносим в точку E плана механизма. Искомое угловое ускорение направлено против хода часовой стрелки.

Динамический анализ механизма.

Условно делится на две задачи:

1. Первая задача динамики (прямая). Известны кинематические параметры звеньев механизма определяются силы приложенные к звеньям, обеспечивающие заданные кинематические параметры.

2. Вторая задача динамики (обратная первой). Известны силы, приложенные к звеньям механизма, находятся законы движения механизма.

Итак первая задача динамики. Иногда ее называют силовым анализом механизма. Найденные силы, прежде всего используются при выполнении прочностных расчетов.

Следует отметить, что вся динамика основана на втором законе Ньютона:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \text{и} \quad \boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\varepsilon}.$$

Для силового расчета используют уравнения статики (их три в плоской системе) модифицированные для решения задач динамики. Эти уравнения называются уравнениями кинетостатики. Причем, преобразование уравнении статики основано на принципе Даламбера:

$$\boldsymbol{F} - m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\text{и}} = 0,$$

$$\boldsymbol{M} - J\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_{\text{и}} = 0.$$

Классификация сил (принятая для данного раздела).

Условно силы делятся на две группы:

– внешние;

– внутренние.

К внешним относятся:

1. Движущая сила $\boldsymbol{F}_{д}$. Она совершает положительную работу. Математически сказанное можно выразить $\boldsymbol{F}_{д} \cdot \boldsymbol{V} > 0$. Здесь $\boldsymbol{V}$ – вектор скорости точки приложения силы.
2. Сила сопротивления $\boldsymbol{F}_{c}$ совершает отрицательную работу $\boldsymbol{F}_{c} \cdot \boldsymbol{V} < 0$. Последняя в свою очередь также делится на:

–силу сопротивления среды $\boldsymbol{F}_{cc}$. Эта сила, как правило, выполняет ненужную работу;

–силу полезного сопротивления $\boldsymbol{F}_{пс}$. Она совершает ту работу, для выполнения которой предназначен механизм.

3. Сила тяжести $\boldsymbol{G}$. За суммарная работа за цикл равна нулю.
4. Сила инерции $\boldsymbol{F}_{и}$. Является фиктивной вводится для упрощения задачи.
5. Управляющая сила $\boldsymbol{F}_{y}$, называемая в литературе уравновешивающей силой.

Следует выделить одно весьма важное свойство.

Управляющая сила является переменной величиной: в зависимости от положения может быть как движущей, так и силой сопротивления. Она приложена со стороны двигателя (источника энергии) на начальное звено.

К внутренним силам относятся реакции в кинематических парах. Их обозначают следующим образом: $\boldsymbol{R}_{ij}$ – реакция (действие) звена i на звено j. При этом $\boldsymbol{R}_{ij} = -\boldsymbol{R}_{ji}$. Более подробно рассмотрим некоторые упомянутые силы.

Силы инерции звеньев.

Каждая элементарная масса звена (тела) создает элементарную инерциальную силу: $\Delta\boldsymbol{F}_{и_i} = \Delta m_i \boldsymbol{a}_{s_i}$, где Δm_i – элементарная масса; $\boldsymbol{a}_{s_i}$ – вектор ускорения центра элементарной массы. Если звено имеет сложную геометрическую форму, то совокупное действие элементарных сил инерции можно свести к двум параметрам:

$$\boldsymbol{F}_{и} = -m\boldsymbol{a}_s \text{ и } \boldsymbol{M}_{и} = -J_s\boldsymbol{\varepsilon},$$

в которых $\boldsymbol{F}_{и}$ –суммарная сила инерции;

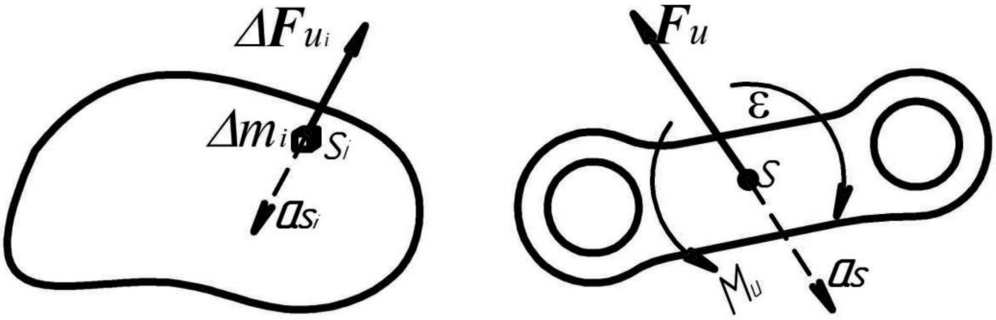
m– масса звена;

$\boldsymbol{a}_s$–вектор ускорения центра масс S;

$\boldsymbol{M}_{и}$–момент пары сил инерции;

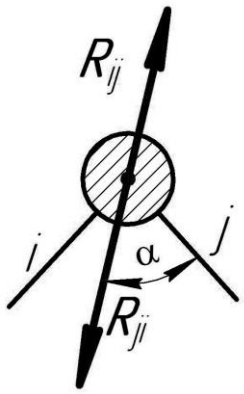
J_s–момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс S перпендикулярно плоскости перемещения;

$\boldsymbol{\varepsilon}$–вектор углового ускорения звена.



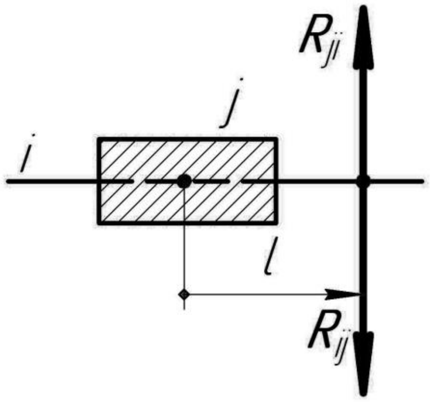
Реакции в кинематических парах (подробно было рассмотрено в разделе «Статика»).

1. Во вращательной паре.



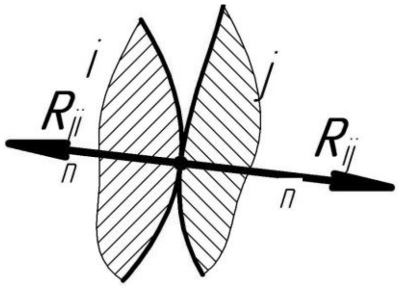
Здесь реакция определяется двумя параметрами: величиной вектора $\boldsymbol{R}_{ij}(\boldsymbol{R}_{ji})$ и его направлением (α).

2. В поступательной паре.



Реакция определяется также двумя параметрами: величиной $\boldsymbol{R}_{ij}(\boldsymbol{R}_{ji})$ и координатой l условной точки приложения реакции.

3. В высшей кинематической паре.



Реакция определяется только величиной $\boldsymbol{R}_{ij}(\boldsymbol{R}_{ji})$ так как направление реакции совпадает с направлением нормами n-n к профилям.

Условие кинематической определимости кинематической цепи.

Пусть кинематическая цепь содержит: n – подвижных звеньев, образующих P_5– кинематических пар 5 класса и P_4 – кинематических пар 4 класса. Поскольку для каждого звена можно составить 3 уравнения, то общее их количество может быть 3n. При этом количество неизвестных равно $2P_5 + P_4$, так как пара P_5 содержит два неизвестных, а пара P_4 – одно неизвестное. Система статически определима, если выполняется условие $3n = 2P_5 + P_4$ или

$$3n - 2P_5 - P_4 = 0.$$

Последнее уравнение соответствует формуле Чебышева для кинематической цепи с нулевой степенью подвижности. *Такими кинематическими цепями являются группы Ассура и только она статически определима.*

Сформулируем последовательность выполнения силового анализа механизмов с применением графического метода планов сил:

– выполнение структурного анализа механизма;

– кинематический анализ механизма;

– составление расчетной схемы силового анализа механизма;

– определение всех внешних сил (за исключением управляющей) для указанного положения механизма;

– силовой расчет внешних замыкающих групп Ассура;

– силовой анализ внутренних замыкающих групп первого уровня;

– силовой расчет внутренних замкнутых групп второго уровня;

– силовой расчет остальных групп Ассура;

– силовой расчет начальных механизмов;

– проверка силового расчета с использованием «Рычага» Жуковского;

– определение КПД механизма.

Вопросы для самопроверки.

1. В каких случаях отсутствует угловое ускорение звена?

2. Как направлена реакция в высшей кинематической паре?

3. Почему силовой анализ механизма следует начинать с внешней замыкающей