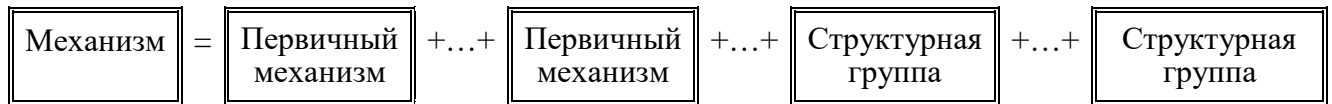


Лекция 3

Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассуру.

Для решения задач синтеза и анализа механизмов профессором Петербургского университета Л.В. Ассуром была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие лишних степеней свободы и пассивных связей, состоят из первичных (начальных) механизмов и структурных групп Ассура.

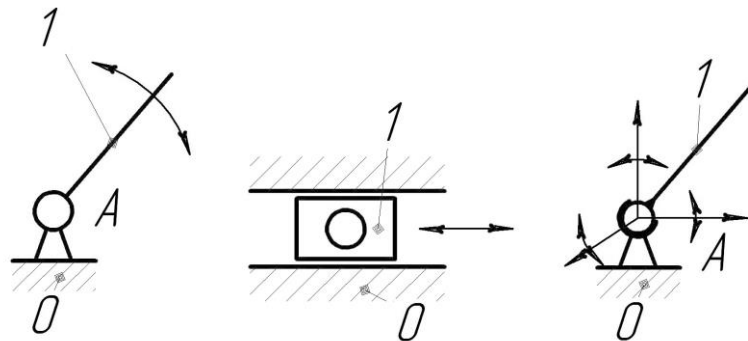
→Направление структурного синтеза механизма по Ассурю→



←Направление структурного анализа механизма по Ассурю←

Первичный механизм (начальный механизм) – механизм состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижное) образуют кинематическую пару с одной или с несколькими степенями свободы. Эти механизмы условно отнесены первому классу.

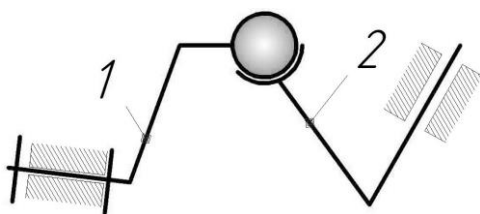
Примеры первичных механизмов.



Структурная группа Ассуря – простейшая неделимая кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой равна нулю ($W = 0$).

Поводки – конечные звенья групп Ассуря, входящие в две кинематические пары из которых одна имеет свободный элемент звена.

Группы Ассуря могут иметь различные степени сложности.



Пример пространственной группы Ассуря, состоящей из: $n=2$; $P_5 = 1$; $P_4 = 1$; $P_3 = 1$. Поставляя численные значения в формулу Сомова-Малышева, получим

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 0.$$

Далее остановимся на группах Ассуря плоских механизмов. Здесь могут быть два варианта: цепь содержит кинематические пары только P_5 , а другая цепь содержит как P_5 , так и P_4 .

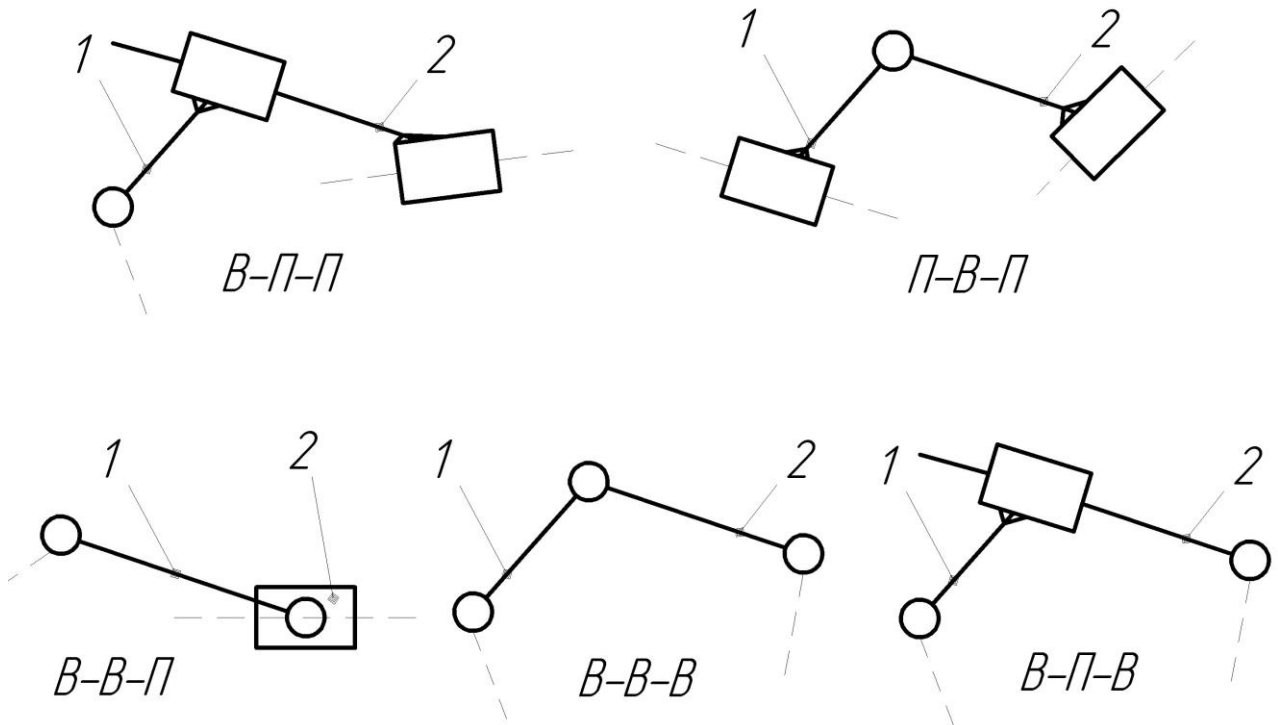
Формула Чебышева для первого варианта представится

$$W = 3n - 2P_5 = 0$$

из которой следует, что число кинематических пар равно

$$P_5 = \frac{3n}{2},$$

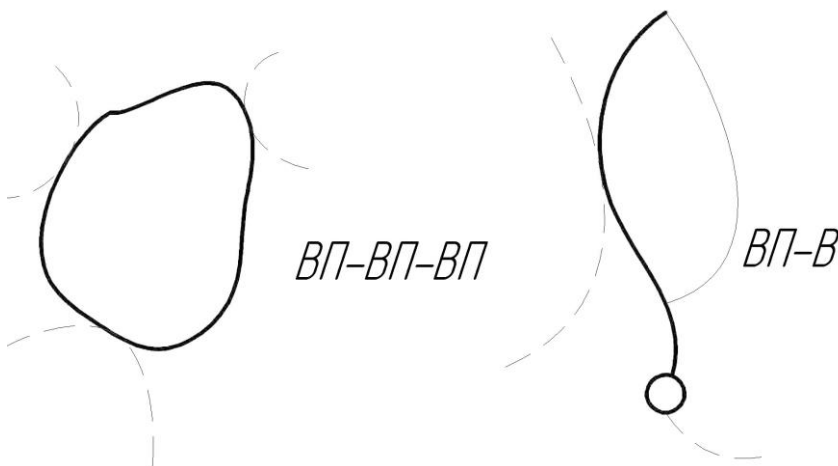
а количество звеньев n – четное. Таким образом, простейшая группа Ассура состоит из двух подвижных звеньев и трех кинематических пар. Причем в зависимости от различных сочетаний вращательных и поступательных кинематических пар можно составить пять видов:



Для второго варианта формула Чебышева свяжет параметры

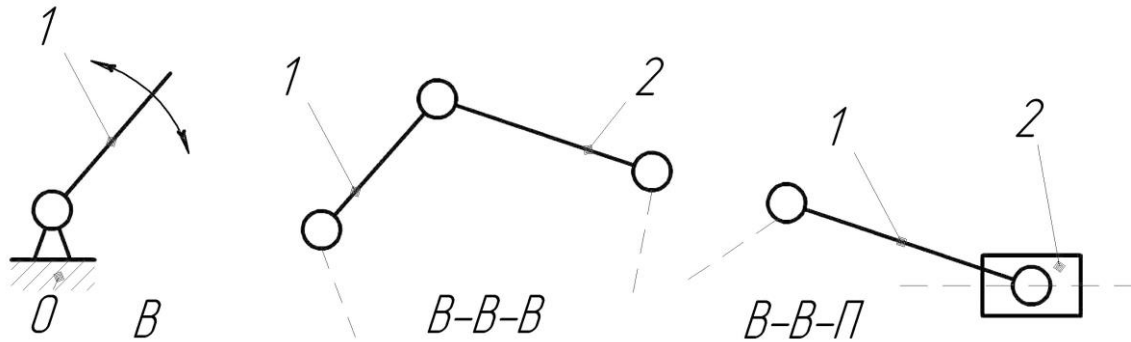
$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 0,$$

решениями которой могут быть: $n=1; P_5=1; P_4=1$ или $n=1; P_4=3$. Ниже представлены примеры.

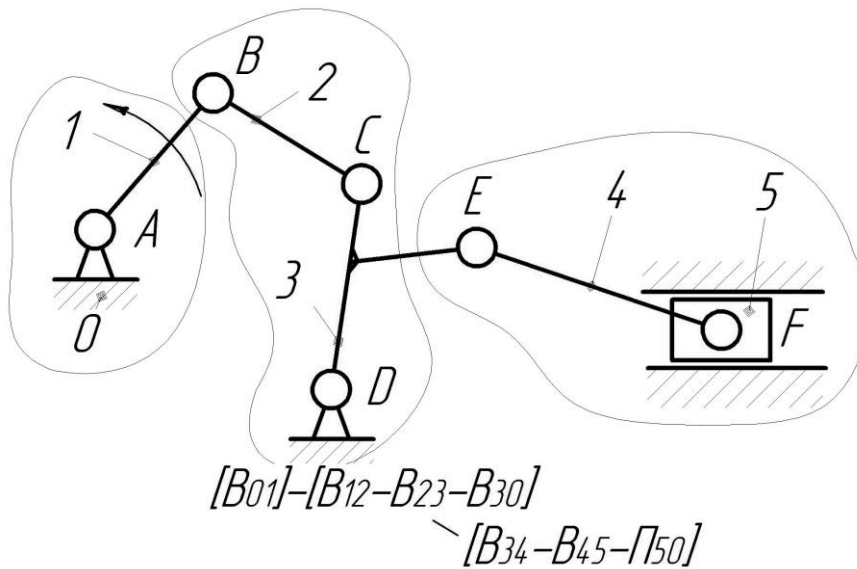


Рассмотренные выше группы Ассура относятся ко второму классу.

Рассмотрим процесс синтеза механизма по методу Ассура, содержащего следующие группы Ассура и первичного механизма:

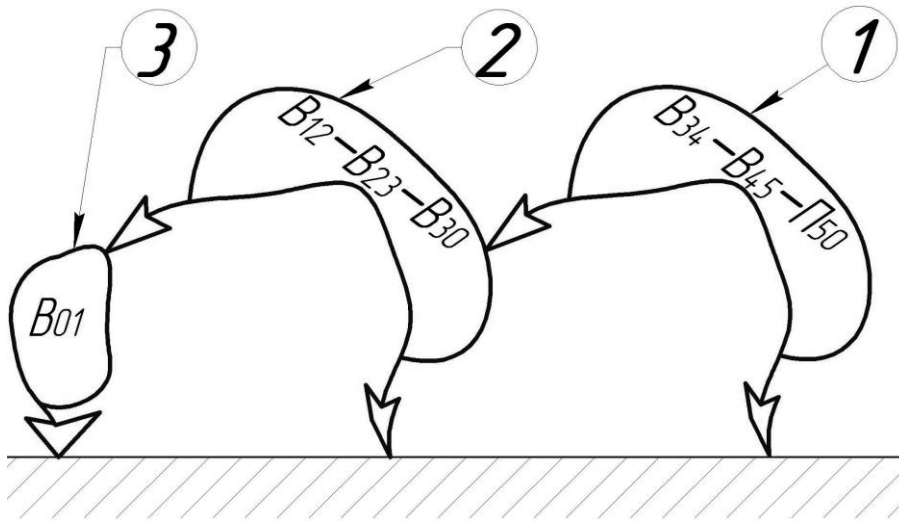


Синтезированный механизм может иметь вид



Для удобства исследования составим скелетную схему механизма, обозначив:





В дальнейшем группу, обозначенной цифрой 1 будем называть внешней замыкающей группой Ассура, а цифрой 2—внутренней замыкающей группой Ассура.

Внешняя замыкающая группа Ассура — группа, не имеющая наслаивающихся групп Ассура. Число таких групп в механизме не ограничено.

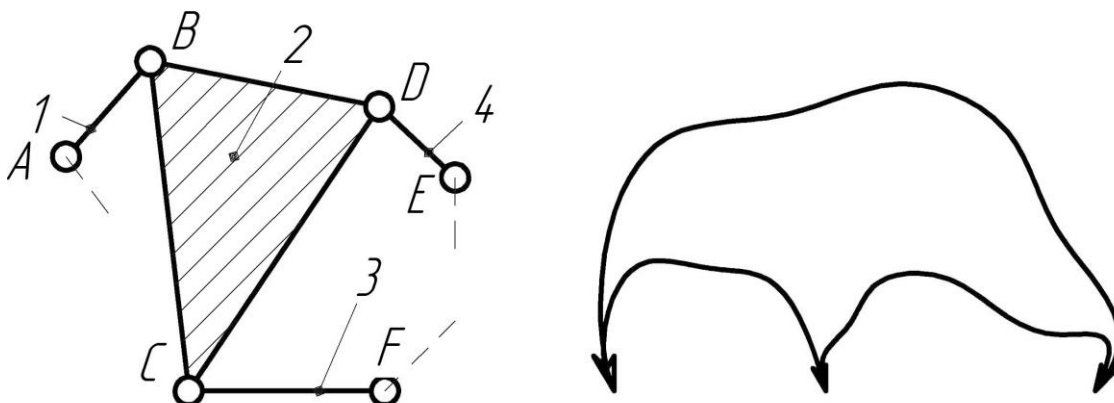
Внутренняя замыкающая группа Ассура — группа которая становится внешней при удалении внешней замыкающей группы Ассура. Количество их также не ограничено.

Следует отметить, что количество первичных (начальных) механизмов 3 может быть сколько угодно. Введенные понятия облегчают силовой расчет механизмов.

Рассмотрим более сложные группы Ассура.

Класс группы Ассура выше второго определяется по числу кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами.

Примеры.

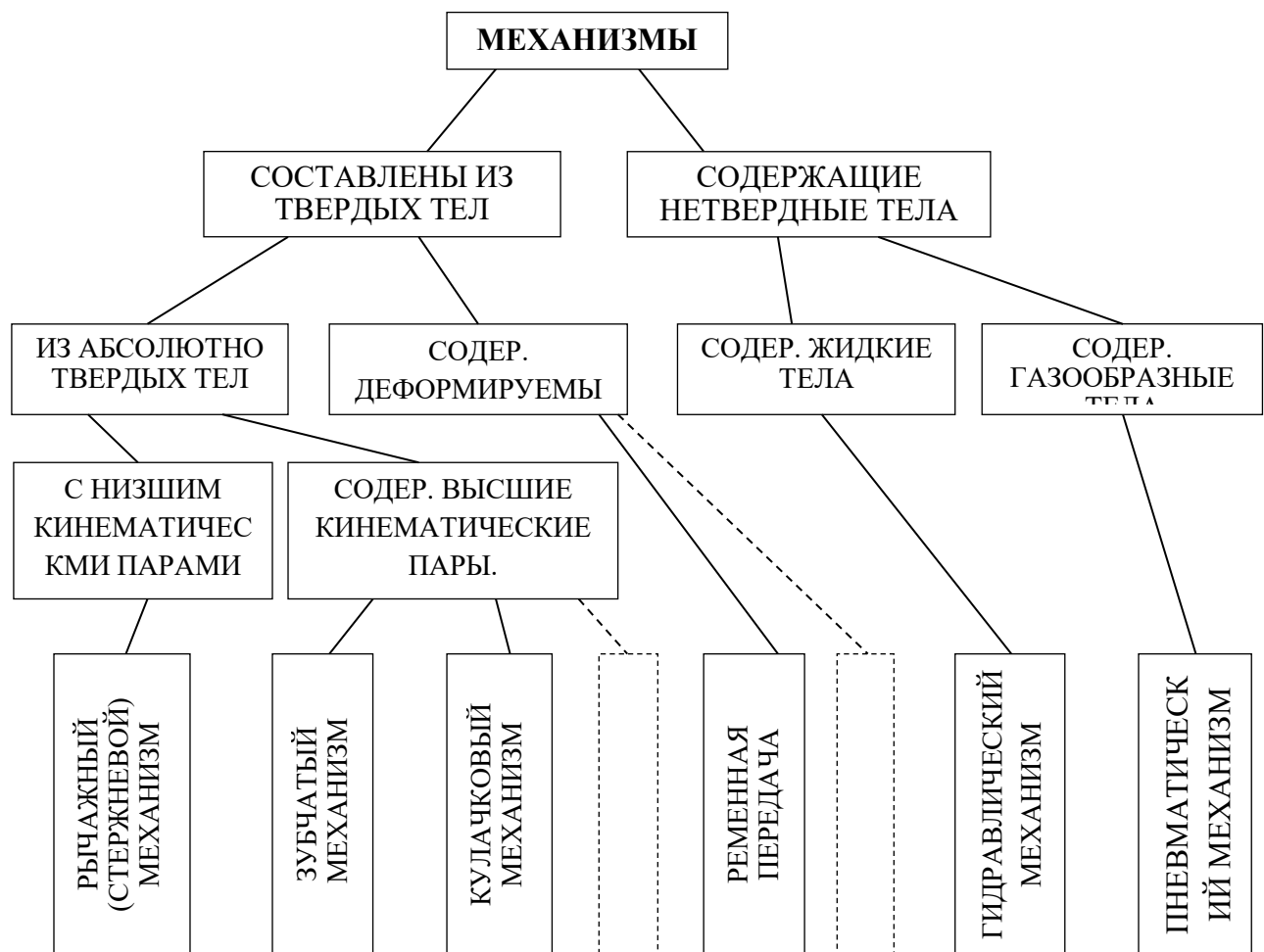


Представлена группа Ассура 3-го класса и ее скелетная схема. Характерным признаком является наличие замкнутого трехстороннего контура CBD . Кроме того степень подвижности по Чебышеву равна $W=0$.

Примечание: в механизме отдельные кинематическая пара и звено могут входить в состав только одной группы Ассура.

Основные виды механизмов.

Упрощенная классификация механизмов по конструктивным признакам



Зубчатый механизм – механизм, в состав которого входят зубчатые звенья.

Зубчатое звено – звено, имеющее выступы (зубья) для передачи движения посредством взаимодействия с выступами другого звена.

Зубчатое колесо–зубчатое звено с замкнутой системой зубьев.

Кулачковый механизм – механизм, в состав которого входит кулачок.

Гидравлический механизм – механизм, в котором преобразование движения происходит посредством жидких тел.



Кинематический анализ механизма.

Задачи, решаемые при кинематическом исследовании:

- определение положений звеньев, а также траектории движения отдельных точек звеньев;
- нахождение и скоростей ускорений как линейных, так и угловых.

Методы кинематического исследования.

Аналитические методы. Достоинства: универсальность, точность, решение практически любых задач. Недостатки: требование математической подготовки, сложность.

Графические методы. Достоинства: простота, наглядность. Недостатки: возможность решения ограниченных типов задач.

Принимая во внимание сказанное, основное внимание уделим графической кинематике. Следует отметить, что существуют различные графические методы. Остановимся на наиболее простом на так называемом методе планов. Суть метода заключается в том, что система уравнений, связывающие кинематические и геометрические параметры, решаются графически-построением планов скоростей и ускорений.

План скоростей механизма – графическое изображение в виде пучка лучей абсолютных скоростей точек звеньев и отрезков соединяющих концы лучей – относительных скоростей соответствующих точек.

План ускорений механизма – графическое изображение в виде пучка лучей абсолютных ускорений точек звеньев и отрезков соединяющих концы лучей – относительных ускорений соответствующих точек.

План механизма – графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующие заданным положениям начальных звеньев.

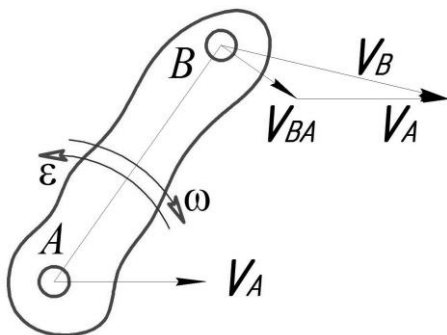
Графические методы исследования механизмов связаны с масштабами:

- чертежный масштаб, обозначаемый M ;
- вычислительный или масштабный коэффициент μ_f , в котором индекс f указывает к какому параметру относится.

Вычислительный коэффициент – отношение численного значения физической величины, в свойственных от единицах, к длине отрезка, в мм, изображающего указанную величину.

Например: $\mu_v = 0,25 \frac{м/с}{мм}$ – вычислительный коэффициент линейной скорости, означающий, что в одном мм чертежа содержится $0,25 м/с$. $\mu_F = 5 \frac{Н}{мм}$ – вычислительный коэффициент силы, означающий, что в одном мм чертежа содержится $5 Н$.

Для облегчения освоения графических методов уместно вспомнить некоторые понятия из курса теоретической механики: *плоское движение тела можно*



представить как совокупность двух движений: поступательного движения произвольно выбранной точки-полюса и вращательного движения относительно полюса. При этом направление и скорость вращения не зависят от выбранного полюса. Поясним сказанное с

помощью примера, изображенного на рисунке, в котором V_A - вектор линейной скорости полюса A в поступательном движении, а скорость точки B равна

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \overline{AB} \times \vec{\omega} = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{BA},$$

где V_{BA} - вектор относительной скорости точки B относительно A . Выполним следующее действие, получим величину угловой скорости звена:

$$\omega = \frac{|\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_A|}{l_{AB}} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}.$$

Ускорения точек A и B связаны между собой

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA},$$

где $\mathbf{a}_B, \mathbf{a}_A$ – линейные ускорения точек соответственно B и A ; \mathbf{a}_{BA} – относительное ускорение точки B относительно A . Причем последнее распадается на два слагаемое:

$$\mathbf{a}_{BA} = \mathbf{a}_{BA}^n + \mathbf{a}_{BA}^{\tau},$$

в котором \mathbf{a}_{BA}^n – вектор нормального ускорения, равный по величине

$$a_{BA}^n = \omega^2 l_{BA}$$

и направленный к полюсной точке A ;

\mathbf{a}_{BA}^{τ} – вектор тангенциального ускорения с модулем

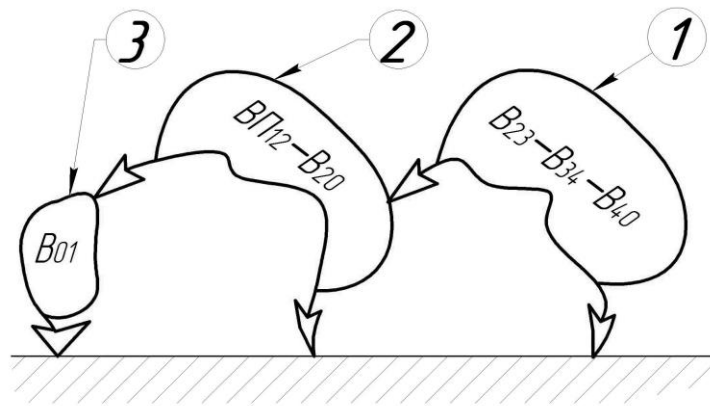
$$a_{BA}^{\tau} = l_{BA} \varepsilon,$$

направленный перпендикулярно к BA , где ε – угловое ускорение звена.

Кинематический анализ плоского рычажного механизма второго класса.

Решим задачу на примере зубчато-рычажного механизма, изображенного ниже в соответствующем масштабе $\mu_l = \dots \frac{\text{мм}}{\text{м}}$, скелетная схема которого имеет вид:

ет вид:

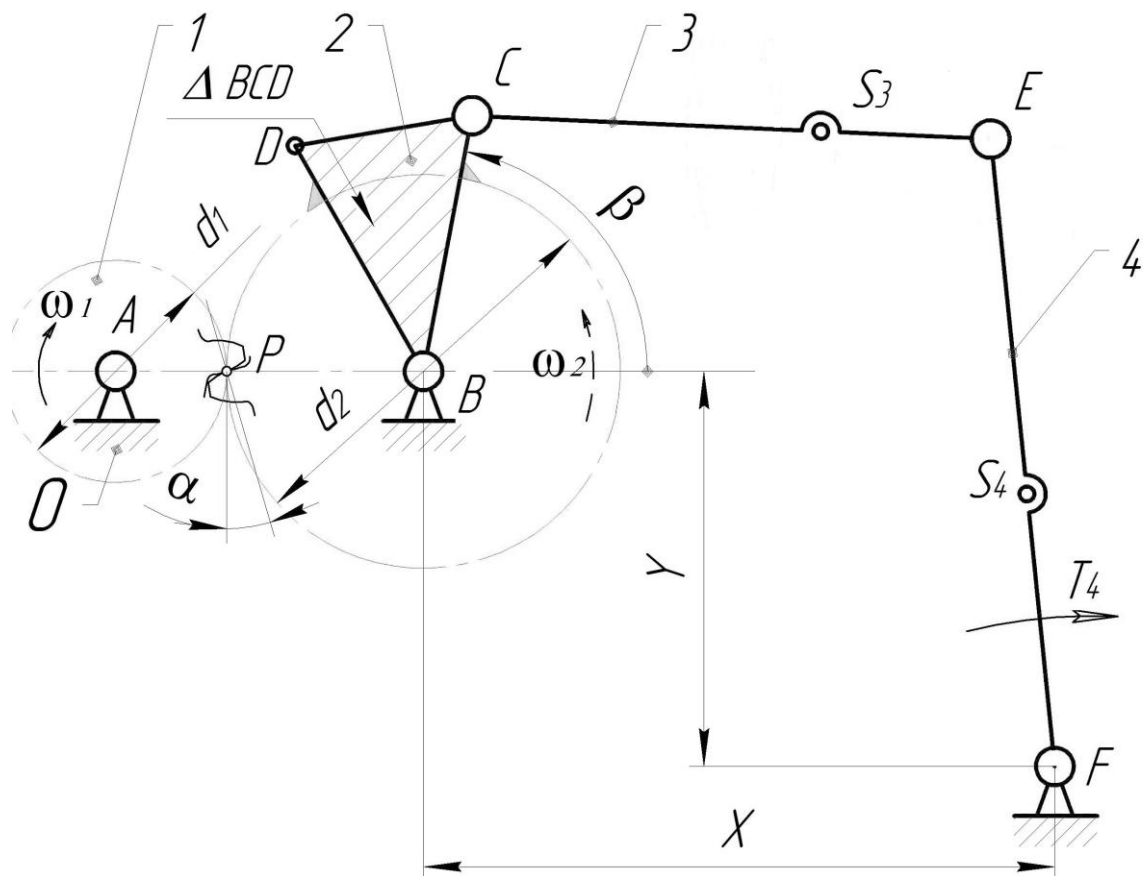


Исходные данные:

m, α – соответственно модуль и угол зацепления; Z_1, Z_2 – числа зубьев соответственно шестерни 1 и колеса 2; $l_{BC}, l_{BD}, l_{DC}, l_{CE}, l_{CS_3}, l_{EF}, l_{ES_4}, X, Y$ – линейные параметры звеньев, координаты центров масс и взаимного расположения точек; β – угол, определяющий положение механизма; m_1, m_2, m_3, m_4 – массы звеньев соответственно 1, 2, 3, 4; $J_{S_1}, J_{S_2}, J_{S_3}, J_{S_4}$ – моменты инерции звеньев, относи-

тельно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости перемещения; T_4 – момент силы полезного сопротивления, действующий на звене 4; ω_1 – угловая скорость звена (шестерни) 1.

План зубчато-рычажного механизма в μ_1



Задачей является: определение линейных скоростей и ускорений точек звеньев, а также угловых скоростей и ускорений звеньев. Воспользуемся графическим методом-методом планов. Но прежде чем приступить к ее решению необходимо проверить работоспособность механизма, т. е. подчиняется ли система условию $OK = W$. Механизм содержит: $n=4$; $P_5 = 5$; $P_4 = 1$. Подставляя численные значения в формулу Чебышева, получим

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 1 = 1.$$

Так как механизм содержит одну обобщенную координату ω_1 условие выполняется.

Определение линейных скоростей.

1. Скорости точек A , B и F равны нулю:

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_B = \mathbf{V}_F = 0.$$

Отразим сказанное графически на плане скоростей с началом (полюсом) p_v . При этом точки на плане будем обозначать строчными буквами. Кроме того, отрезки прямых линий не следует снабжать стрелками при отсутствии обозначения вектора.

2. Скорость в полюсе зацепления $P_{1,2}$:

$$\mathbf{V}_{P_{1,2}} = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{P_{1,2}A};$$

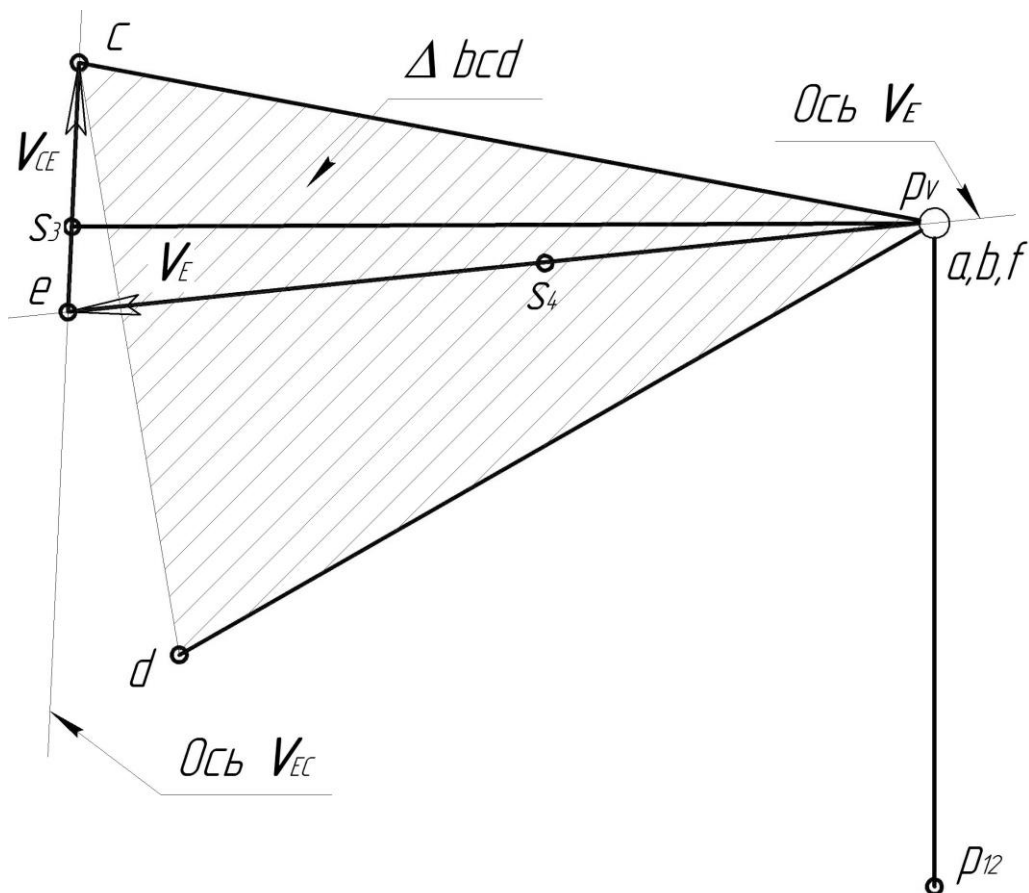
В данном случае одно векторное уравнение содержит два неизвестных вектора: $\mathbf{V}_{P_{1,2}}$, $\mathbf{V}_{P_{1,2}A}$. Для решения необходимо привлечь дополнительно векторное либо два скалярные уравнения (в плоской системе одно векторное уравнение распадается на два). В качестве дополнительных уравнений примем

$$\mathbf{V}_{P_{1,2}A} \perp AP_{1,2};$$

$$V_{P_{1,2}A} = \frac{d_1}{2} \omega_1 = \frac{mZ_1}{2} \omega_1.$$

Система из трех уравнений имеет решение. Результат решения покажем на плане скоростей в виде отрезка прямой линии $p_{1,2}a$.

План скоростей в μ_v



Далее нам понадобится угловая скорость зубчатого колеса 2:

$$\omega_2 = \frac{V_{P_{1,2}}}{d_2} = \omega_1 \frac{Z_1}{Z_2} = \omega_1 i_{21},$$

где i_{21} – передаточное отношение между колесом 2 и шестерней 1.

Направление ω_2 показано на плане механизма.

3. Скорость точки C равна

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{CB}.$$

Как в П.2 дополняем двумя уравнениями:

$$\mathbf{V}_{CB} \perp CB;$$

$$V_{CB} = l_{CB} \omega_2.$$

Найденное решение покажем на плане скоростей отрезком прямой bc .

4. Скорость точки D.

Поступая как в предыдущем случае:

$$\mathbf{V}_D = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{DB}.$$

$$V_{DB} \perp DB;$$

$$V_{DB} = l_{DB}\omega_2 .$$

Решение покажем на плане скоростей отрезком прямой bd .

Замечаем, что треугольники Δbcd на плане скоростей и ΔBCD на плане механизма подобны и повернуты на 90° друг относительно друга так как соответствующие стороны взаимно перпендикулярны. Такое свойство называется свойством подобия плана скоростей.

Теорема: отрезки прямых линий, соединяющие точки одного и того же звена плане механизма и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей образуют подобные фигуры, повернутые на 90° друг относительно друга.

5. Скорость точки E .

Перемещение этой точки будем рассматривать относительно двух локальных полюсов: C и F :

$$V_E = V_C + V_{EC};$$

$$V_E = V_F + V_{EF};$$

Дополним недостающими уравнениями:

$$V_{EC} \perp EC;$$

$$V_{EF} \perp EF.$$

Система уравнений имеет решение: графически на плане скоростей найдем положение точки e , а затем искомый отрезок прямой fe , изображающий V_E в соответствующем масштабе.

6. Скорость точки S_3 .

В целях упрощения задачи воспользуемся свойством подобия плана скоростей. Составим пропорцию

$$\frac{l_{CE}}{ce} = \frac{l_{CS_3}}{cs_3}$$

из которой находим длину отрезка cs_3 и положение точки s_3 на плане скоростей. Соединив точки p_v и s_3 найдем искомую величину $p_v s_3$.

7. Скорость точки S_4 .

Поступая аналогичным образом, из выражения

$$\frac{l_{EF}}{ef} = \frac{l_{ES_4}}{eS_4}$$

Определяем положение точки s_4 , а затем величину отрезка $p_v s_4$.

Определение угловых скоростей.

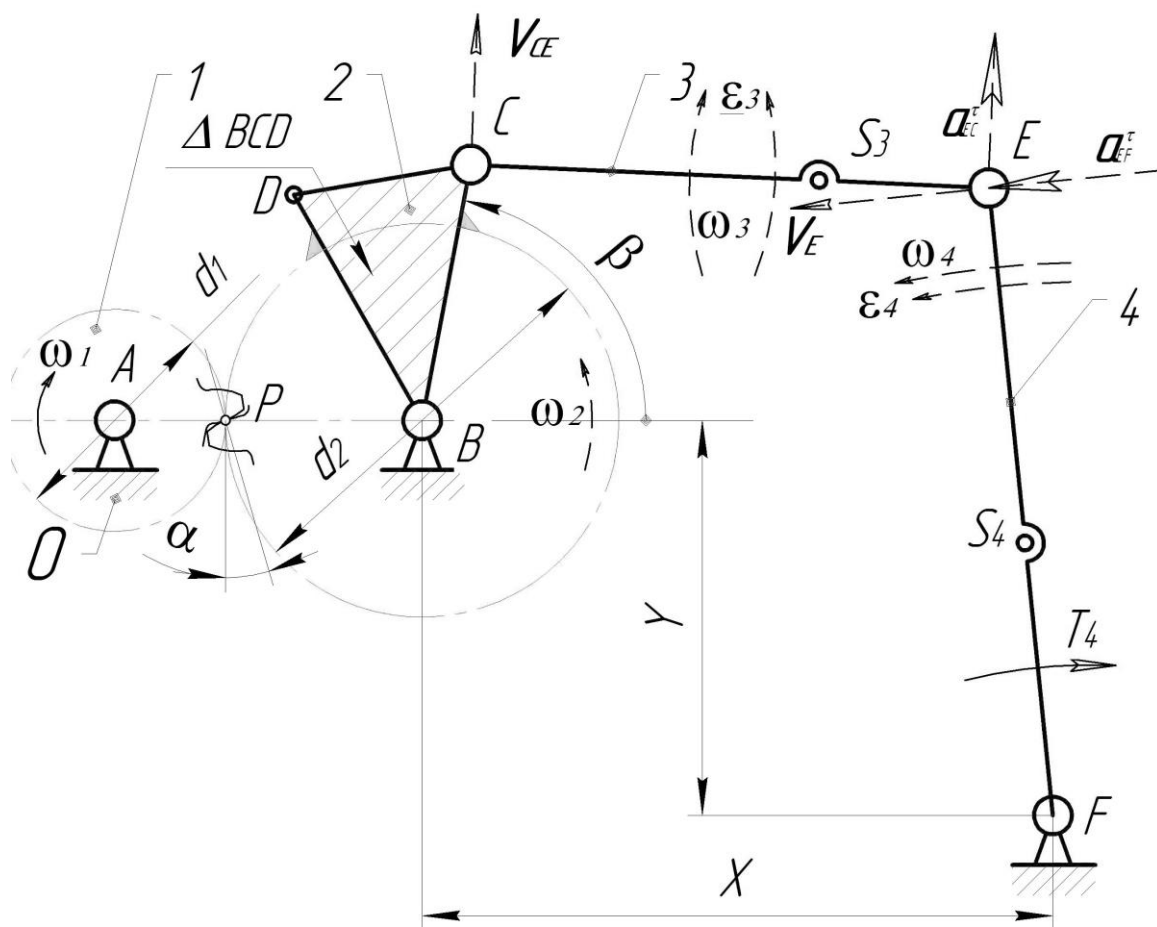
Угловая скорость шестерни 1 ω_1 задана, а угловая скорость ω_2 колеса 2 была определена по ходу решения.

1. Угловая скорость звена 3.

– по модулю можно найти из выражения

$$\omega_3 = \frac{V_{CE}}{l_{CE}} = \frac{ce \cdot \mu_v}{l_{CE}}.$$

Схема определения угловых скоростей и ускорений



– для определения направления угловой скорости необходимо вектор относительной скорости V_{CE} , найденный на плане скоростей (показан на плане скоростей), перенести в точку C на плане механизма, затем визуальнo найти направление ω_3 : оно совпадает с направлением вращения часовой стрелки.

2. Угловая скорость звена 4.

– величина ее может быть найдена как

$$\omega_4 = \frac{V_E}{l_{EF}} = \frac{ef \cdot \mu_v}{l_{EF}}.$$

– для определения направления угловой скорости необходимо вектор скорости V_E , найденный на плане скоростей (показан на плане скоростей), перенести в точку E на плане механизма, затем визуальнo найти направление ω_4 : оно направлено против хода часовой стрелки.