МЕХАНИКА1

Лекция 1,1а,2

Механика –в переводе с греческого означает искусство построения машин.

Человек начал строить машины уже несколько тысячелетий тому назад, однако наука о машинах возникла только в середине XVIII века. При этом существенный вклад внесла отечественная школа механики машин. Следует упомянуть имена выдающихся ученых: П.Л. Чебышева, П.И. Сомова, Х. Н. Гохмана, Н.Е. Жуковского, В.П. Горячкина, М.И. Мерцалова, Л.В. Ассура, И.И. Артоболевского и многих других.

В настоящее время механику делят на теоретическую и прикладную.

Теоретическая механика изучает общие закономерности физических явлений, а предметом исследования *прикладной механики* являются законы движения и взаимодействие реальных технических объектов т. е. прикладная механика решает практические задачи: проектирования-создание машин, отвечающих потребностям промышленности с хорошими технико-экономическими показателями.

Для облегчения изучения курса необходимо вспомнить некоторые разделы математики, в частности, элементы векторного анализа.

Скалярные и векторные величины. Например, масса тела, температура тела и т.д. определяются одним числом-такие величины являются *скалярными.* А, например, сила, скорость перемещения точки и т. д. характеризуются не только числом, но и направлением. Такие величины называются векторными (лат.-несущий, везущий).

Вектор- направленный отрезок, для которого заданы:

–длина отрезка, называемая модулем;

–точка приложения вектора;

–прямая, на которой лежит вектор-линия действия вектора;

–направление вектора.

Примеры обозначения вектора:

$\boldsymbol{a}, \bar{a}$, $\overline{AB}$. В последнем случае A-является начальной, а B-конечной точкой. Обозначения модулей упомянутых векторов: *a, AB или* $|\bar{a}|, |\boldsymbol{a}|, |\overline{AB}|$.

Классификация векторов:

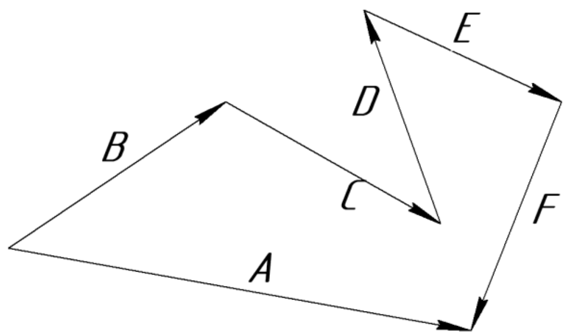
–несвободный, приложенный вектор-с фиксированной точкой приложения;

–скользящий вектор-перемещается по линии действия;

–свободный вектор-отсутствуют точка приложения и линия действия (примером является скорость точек твердого тела, совершающего поступательное движение).

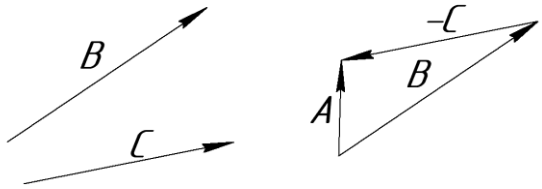
Векторный способ задания.

Действия с векторами.



Суммирование векторов. На рисунке показан процесс суммирования векторов:

$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} + \boldsymbol{D} + \boldsymbol{E} + \boldsymbol{F}$.

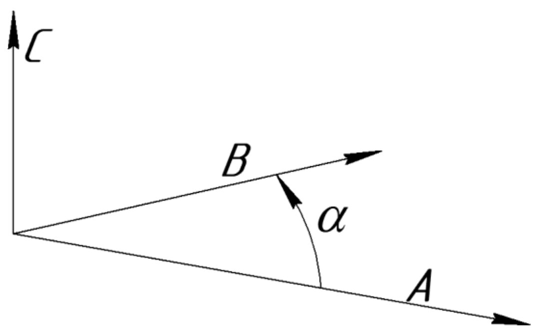


Разность двух векторов $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}$.

Произведение двух векторов.

Скалярное произведение двух векторов $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ равно

$C = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = AB\cos(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B})$ -величина скалярная.



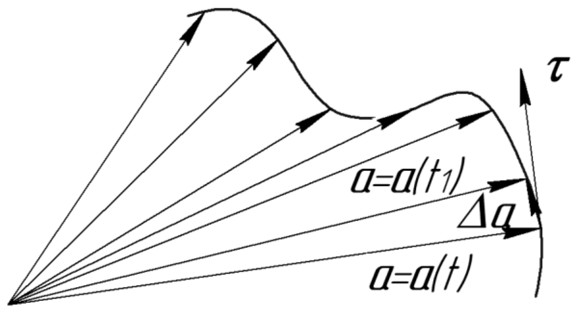
Векторное произведение двух векторов $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ равно вектору

$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = [\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}]$, определенный следующим образом:

–линия действия вектора-произведения перпендикулярна к обоим векторам-сомножителям;

–вектор-произведение направлен по линии действия в такую сторону, из которой переход вращением от первого вектора-сомножителя ко второму на наименьший угол виден против хода часовой стрелки (для правой системы координат).

Модуль вектора-произведения равен произведению модулей векторов-сомножителей на синус угла между ними:



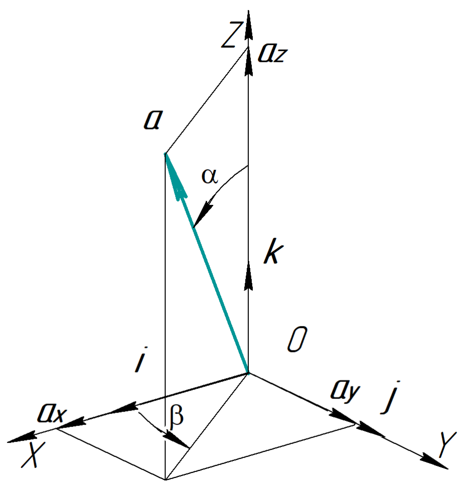
$$C = \left| \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \right| = A\,B \sin\alpha\,.$$

Дифференцирование векторов по скалярному аргументу.

Возьмем вектор-функцию $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t)$, зависящую от скалярного аргумента *t*.

Производная вектора равна вектору $\boldsymbol{\tau} = \dfrac{d\boldsymbol{a}}{dt}$, направленный касательно к траектории перемещения конца вектора. Во многих задачах механики аргументом *t* является время.

Производная суммы векторов $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, зависящих от параметра *t*, равна вектору



$$\frac{d\boldsymbol{c}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{a}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{b}}{dt}.$$

Производная скалярного произведения двух векторов $c=\boldsymbol{ab}$ является скалярной величиной: $\dfrac{dc}{dt} = \dfrac{d}{dt}(\boldsymbol{ab}) = \dfrac{d\boldsymbol{a}}{dt}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\dfrac{d\boldsymbol{b}}{dt}.$

Производная векторного произведения двух векторов $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ является вектором: $\dfrac{d\boldsymbol{c}}{dt} = \dfrac{d}{dt}(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = \dfrac{d\boldsymbol{a}}{dt} \times \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \times \dfrac{d\boldsymbol{b}}{dt}.$

Производные второго порядка находятся аналогичным образом.

Задание свободного вектора с помощью его проекций (координатный способ).

Вектор $\boldsymbol{a}$ разложим его по трем осям в пространственной декартовой системе координат *Oxyz*:

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_x + \boldsymbol{a}_y + \boldsymbol{a}_z = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$, где $\boldsymbol{a}_x, \boldsymbol{a}_y$ и $\boldsymbol{a}_z$ – составляющие вектора $\boldsymbol{a}$ по *x, y* и *z* соответственно, а $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{k}$-единичные векторы(орты) осей.

Сумма векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ запишется:

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}_x + \boldsymbol{a}_y + \boldsymbol{a}_z + \boldsymbol{b}_x + \boldsymbol{b}_y + \boldsymbol{b}_z = (a_x + b_x)\boldsymbol{i} + (a_y + b_y)\boldsymbol{j} + (a_z + b_z)\boldsymbol{k}\ .$$

Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ равно

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \left(a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}\right) \cdot \left(b_x\boldsymbol{i} + b_y\boldsymbol{j} + b_z\boldsymbol{k}\right) = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z\ ,$$

Векторное произведение выглядит:

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \left(a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}\right) \times \left(b_x\boldsymbol{i} + b_y\boldsymbol{j} + b_z\boldsymbol{k}\right) =$$
$$= \left(a_yb_z - a_zb_y\right)\boldsymbol{i} + \left(a_zb_x - a_xb_z\right)\boldsymbol{j} + \left(a_xb_y - a_yb_x\right)\boldsymbol{k}.$$

Производная вектора, зависящего от скалярного аргумента t :

$$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{a}_x}{dt} + \frac{d\boldsymbol{a}_y}{dt} + \frac{d\boldsymbol{a}_z}{dt} = \frac{da_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{da_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{da_z}{dt}\boldsymbol{k}\ .$$

Во всех случаях производные находятся по известным правилам математики.

Статика –раздел механики в котором изучаются условия равновесия механических систем под действием сил.

В механике в целях упрощения изучаются не реальные тела , а их модели. Такими моделями являются материальная точка, материальное тело, абсолютно твердое тело.

Материальная точка-точка, обладающая массой.

Материальное тело-совокупность материальных точек.

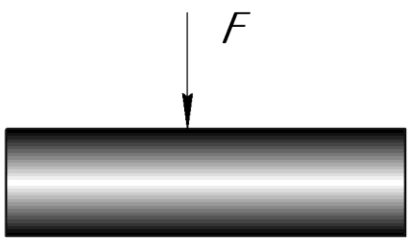
Абсолютно твердое тело(твердое тело)-материальное тело, в котором расстояние между двумя точками остается неизменным. Причем тела считаются сплошными.

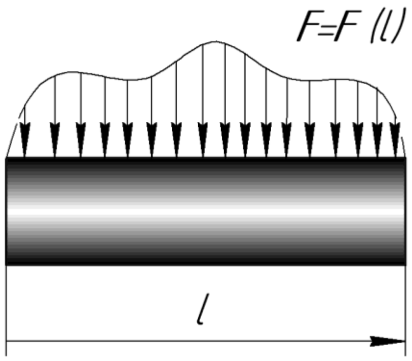
Сила-векторная величина, являющаяся мерой механического действия одного материального тела на другое.

Силы делятся на внешние и внутренние.

Внешняя сила-сила, действующая на материальную точку тела со стороны другого тела.

Внутренняя сила-сила, приложенная от одной материальной точки к другой точке одного материального тела.





Сосредоточенная сила-сила, приложенная в точке.

Распределенные силы- силы, действующие на поверхности тела.

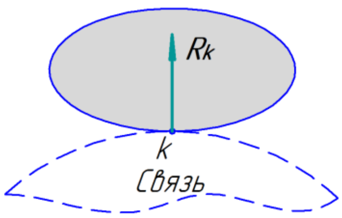
Твердое тело на перемещение которого наложены ограничения, т.е. наложены *связи,* называют несвободным твердым телом.

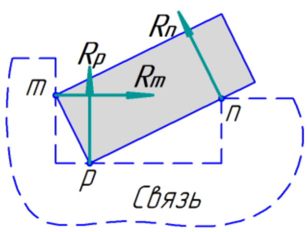
Реакция связей-сила, действующая на материальную точку со стороны материального тела, осуществляющего связь, наложенную на материальное тело.

Виды связей и их реакции.

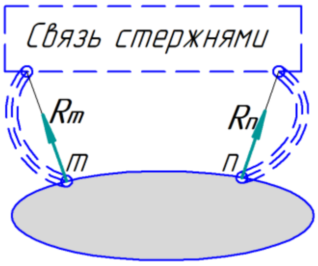
Вид связи-гладкая поверхность.

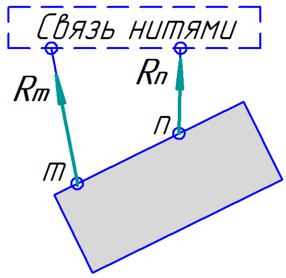
Реакция ***R*** направлена по общей нормали к поверхностям тел в точке их касания и приложена в той же точке.





Если одна из соприкасающихся поверхностей является точкой, то реакция направлена по нормали к другой поверхности.





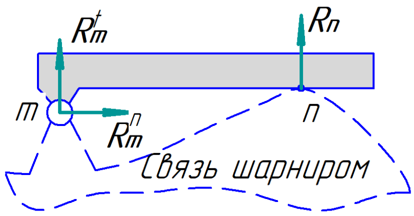
Вид связи-нерастяжимая нить.

В этом случае реакция ***R*** направлена вдоль нити к точке закрепления.

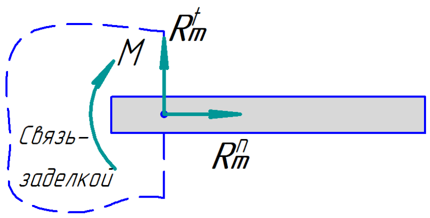
Вид связи-стержень, концы которого закреплены шарнирно.

Реакция ***R*** направлена вдоль прямой, соединяющей центры шарниров.

Вид связи-неподвижный шарнир.



Направление реакции ***R*** заранее неизвестно. Поэтому для упрощения задачи ее заменяют двумя составляющими: $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}^n + \boldsymbol{R}^t$.

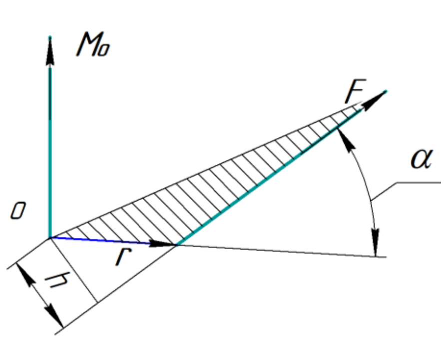


Вид связи-заделка.

Связь исключает любые перемещения тела. В заделка возникает пара сил с моментом ***M*** и реакция ***R*** с неизвестным направлением, которую заменяют составляющими: $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}^n + \boldsymbol{R}^t$.

Момент силы.

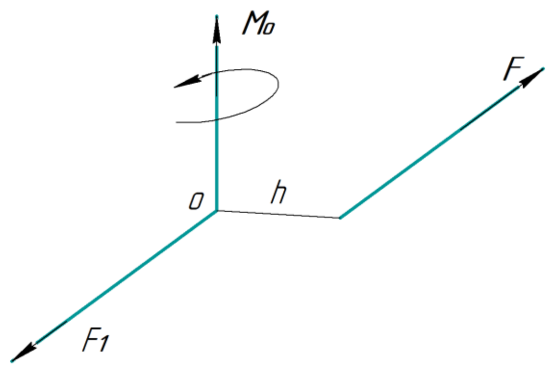
Момент силы относительно точки-величина, равная векторному произведению радиуса-вектора ***r***, проведенного из выбранной точки *O* в точку приложения силы, на силу ***F*** : $\boldsymbol{M}_o = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$. Расстояние h называется плечом силы. Модуль момента силы равен



$$M_0(\boldsymbol{F}) = r\,F\sin\alpha = Fh.$$

Главный момент системы сил-сумма моментов всех сил относительно одной точки.

Момент силы относительно оси-величина, равная проекции вектора момента силы относительно точки на ось, проходящий через данную точку.



Пара сил- система двух параллельных сил, равных по модулю и направленных в противоположные стороны.

Момент пары сил- свободный вектор, который может быть приложен к любой точке тела. Модуль момента пары сил равен $M=F\ h$. Вектор направлен перпендикулярно к плоскости их действия в сторону, при взгляде с которой поворот тела происходит против хода часовой стрелки.

***Равновесие твердых тел*.**

Условия равновесия тела.

Для равновесия тела при действии на него любой пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор ***R*** и главный момент ***M*** этой системы сил были равны нулю:

$$\boldsymbol{R}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i=0,\ \ \boldsymbol{M}_o=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{M}_0\left(\boldsymbol{F}_i\right)=0.$$

Здесь n-означает количество действующих сил. *Главный вектор системы сил*-сумма всех сил, приложенных к системе.

В проекциях на координатные оси пространственной декартовой системы координат уравнения равновесия твердого тела можно представить в виде шести скалярных уравнений:

$$\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{ix}=0,\qquad \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{iy}=0,\qquad \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{iz}=0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}M_{0x}\left(\boldsymbol{F}_i\right)=0,\ \sum_{i=1}^{n}M_{0y}\left(\boldsymbol{F}_i\right)=0,\ \sum_{i=1}^{n}M_{0z}\left(\boldsymbol{F}_i\right)=0.$$

В плоской системе сил из шести уравнений равновесия остаются только три.

Решение задач статики на равновесие тел.

Рекомендуемая последовательность решения задачи:

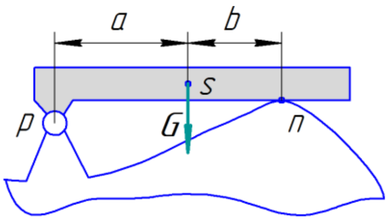
–составление расчетной схемы с указанием всех внешних сил включая реакций связей;

–выбор системы координат;

–составление уравнений равновесия исследуемого тела;

–решение уравнений (вычисление неизвестных величин), проверка правильность полученных результатов.

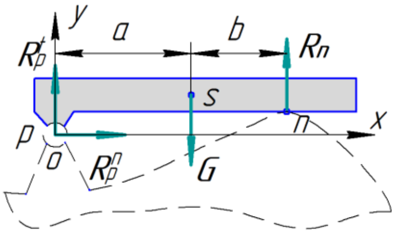
Пример1.



Брус нагружен, как показано на рисунке. Определить реакции связей в точках p и n, если масса бруса равна m =20 кг с центром в точке s;

a =1 м; b =0,8 м.

Решение.



Составим расчетную схему с нагруженными силами и выбранными системами координат. Направление реакции $\boldsymbol{R}_n$ известно заранее, а реакцию $\boldsymbol{R}_p$ разложим на составляющие: $\boldsymbol{R}_p = \boldsymbol{R}_p^t + \boldsymbol{R}_p^n$.

Составим уравнение суммы моментов сил относительно точки p:

$$M_p = -G\,a + R_n\,(a+b) = -9{,}8 \cdot 20 \cdot 1 + R_n(1+0{,}8) = 0.$$

Из уравнения находим неизвестную величину $R_n = 108{,}8888 H$.

Найдем сумму проекций сил на ось Oy:

$F_y = -G + R_p^t + R_n = 0 = -9{,}8 \cdot 20 + R_p^t + 108{,}8888 = 0.$ Далее находим

$R_p^t = 87{,}1112 H$. Другая составляющая равна нулю $R_p^n = 0$.

Лекция 1а

Кинематика –это раздел механики, в котором изучаются способы описания положений и движений независимо от причин, вызвавших эти движения. Кратко рассмотрим следующие три вопроса:

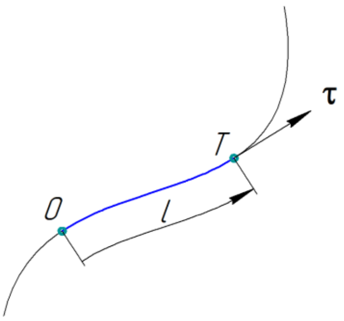
–кинематика точки;

–кинематика твердого тела;

–преобразование положения, скорости и ускорения при переходе от одной системы отсчета к другой.

Кинематика точки.

Два способа описания положения и движения: векторный и координатный были рассмотрены в предыдущей лекции в ходе изучения векторов и их свойств. Рассмотрим *естественный(натуральный)* способ.



Этот способ применяют тогда, когда траектория движения точки известна заранее. Положение точки *T* определяют длиной пути(дуги) *l* от начальной точки *O* вдоль кривой. Причем длина пути *l* функцией времени *t*: $l = l(t)$.

Скорость точки.

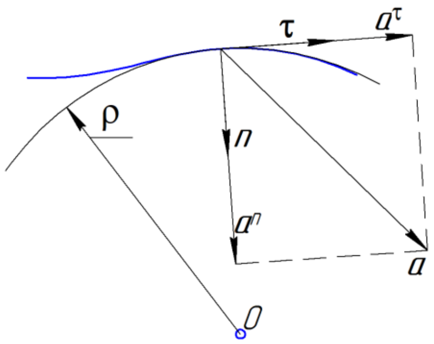
Введем единичный вектор $\boldsymbol{\tau}$ в точке *T* касательный к кривой(траектории). Вектор $\boldsymbol{\tau}$ является переменной величиной и зависит от *l*. Вектор скорости точки можно представить так: $\boldsymbol{V} = \frac{dl}{dt}\boldsymbol{\tau} = V\boldsymbol{\tau}$.

Ускорение точки.

Продифференцируем выражение скорости по времени:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\boldsymbol{\tau} + V\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} = \frac{dV}{dt}\boldsymbol{\tau} + V\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dl}\frac{dl}{dt} = \frac{dV}{dt}\boldsymbol{\tau} + V^2\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dl}.$$

Далее введя единичный вектор $\boldsymbol{n}$ нормали к кривой и направленный к центру кривизны кривой *O* с радиусом кривизны ρ (опуская подробности преобразований) получим формулу ускорения с измененным видом второго компонента:



$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\boldsymbol{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a}^\tau + \boldsymbol{a}^n.$$

Таким образом, ускорение состоит из двух слагаемых: первое называют тангенциальным, а второе-нормальным.

Кинематика твердого тела.

Различают пять видов движения твердого тела:

–поступательное;

–вращательное относительно неподвижной оси;

–плоское движение;

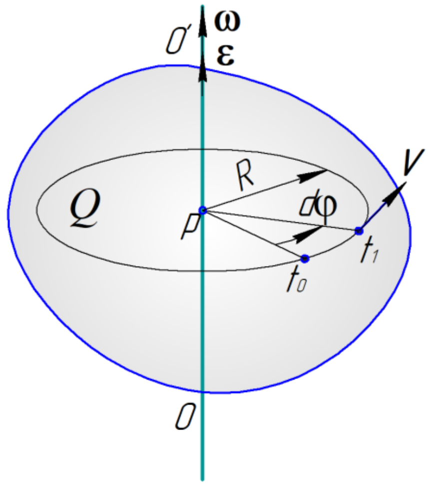
–движение относительно неподвижной точки;

–свободное движение.

Рассмотрим первые три *вида движения.*

Поступательное движение-любая прямая, связанная с телом, все время остается параллельной своему начальному положению. Поэтому скорости и ускорения всех точек тела в данный момент одинаковы. Таким образом, эту задачу можно свести к задаче кинематики точки.

Вращательное движение относительно неподвижной оси-все точки, лежащие на некоторой прямой, связанной с телом, остаются неподвижными. Указанная прямая называется *осью вращения*. Все точки тела перемещаются по окружностям с центрами на оси вращения и в плоскостях, перпендикулярных к этой оси.



Рассмотрим тело, совершающее вращательное движение относительно оси OO'. Вращение тела можно рассматривать через перемещение любой точки t. Движение точки из положения t_0 в

t_1 связано с приращением $d\varphi$ угла φ. Поэтому закон вращательного движения твердого тела можно представить в виде $\varphi=\varphi(t)$. Положительным направлением угла поворота в правой системе координат принято вращение против хода часовой стрелки.

Угловая скорость тела равна $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Единицей угловой скорости в СИ является $\frac{1}{c}\left(\frac{рад}{c}\right)$. Вращательное движение твердого тела в любой момент времени определяется:

–величиной угловой скорости;

–направлением вращения;

–положением оси вращения в пространстве.

Для совокупного описания всех трех характеристик вводят вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, направленный вдоль оси вращения в ту сторону при взгляде с которой поворот тела происходит против хода часовой стрелки.

В технике равномерное вращательное движение твердого тела иногда характеризуют *частотой* вращения. Например, число оборотов в минуту $\left(\frac{об}{мин}\right)$.

Угловое ускорение твердого тела равно $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ и измеряется в СИ $\frac{1}{c^2}\left(\frac{рад}{c^2}\right)$. Угловое ускорение можно представить вектором $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$.

Скорости точек тела при вращательном движении.

Если за промежуток времени dt тело поворачивается на угол $d\varphi$ относительно оси OO', то точка t с радиусом вращения R получит по дуге окружности перемещение $t_0t_1=ds=R\,d\varphi$. Следовательно, линейная скорость точки t равна

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{R\,d\varphi}{dt} = R\omega.$$

Вектор скорости $\boldsymbol{V}$ направлен в сторону вращения по касательной к окружности радиуса R.

Ускорения точек тела, совершающего вращательное движение складывается из двух известных компонентов:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\boldsymbol{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a}^\tau + \boldsymbol{a}^n.$$

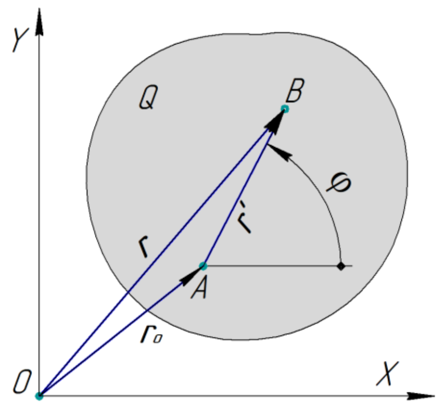
Величина тангенциального ускорения равна $a^\tau = \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{d(R\omega)}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt} = R\varepsilon$,

а нормальное ускорение равно $a^n = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2.$

Вектор тангенциального ускорения направлен по касательной к окружности радиуса R, а нормальное ускорение –по радиусу к оси вращения.

Плоское движение твердого тела-это такое движение, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях.

Рассмотрим движение плоской фигуры Q, являющейся сечением тела плоскостью.



Положение фигуры на плоскости можно определить задав радиус-вектор $\boldsymbol{r_0}$ произвольной точки A фигуры и угол φ между радиус-вектором $\boldsymbol{r}$', жестко связанным с фигурой, и осью отсчета. Закон движения фигуры можно представить как:

$$\boldsymbol{r}_o = \boldsymbol{r}_o(t);\ \varphi = \varphi(t).$$

Скорость точки B можно представить как сумму двух движений:

$\boldsymbol{V}_B = \boldsymbol{V}_A + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'$, где $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ -угловая скорость фигуры(тела).

Иными словами, плоское движение твердого тела можно представить как совокупность двух движений: поступательного произвольно выбранной точки A и вращательного относительно оси, проходящей через выбранной точки. Причем направление и величина угловой скорости не зависит от выбранной точки.

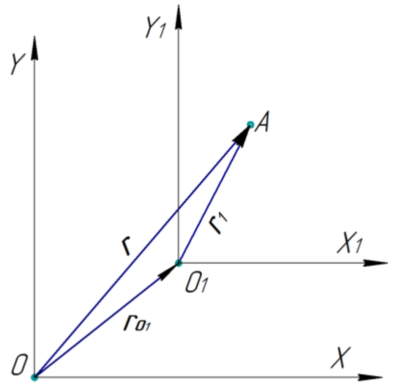
Плоское движение можно свести к чисто вращательному ели мы найдем такую точку B в которой скорость равна нулю, т.е.

$$\boldsymbol{V}_B = \boldsymbol{V}_A + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}' = 0 \text{ или } \boldsymbol{V}_A = -\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'.$$

Из последнего выражения следует, что радиус-вектор $\boldsymbol{r}$’ перпендикулярен векторам $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{V}_A$, а модуль $r' = \dfrac{V_A}{\omega}$. Ось вращения тела, проходящая через такую точку называется мгновенной осью вращения.

Преобразование скорости и ускорения при переходе к другой системе отсчета.

Рассмотрим движение точки одновременно относительно двух систем отсчета: Oxy-основной и $O_1x_1y_1$ -подвижной. Ограничимся случаем когда система $O_1x_1y_1$ относительно Oxy совершает поступательное движение.



В основной системе начало подвижной системы O_1 определяется радиус-вектором $\boldsymbol{r}_{O_1}$, а ее скорость и ускорение –векторами $\boldsymbol{V}_{O_1}$ и $\boldsymbol{a}_{O_1}$. Из рисунка следует равенство $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{O_1} + \boldsymbol{r}_1$. Продифференцировав обе части последнего выражения, получим формулу преобразования скорости: $\boldsymbol{V} = \dfrac{d\boldsymbol{r}_{O_1}}{dt} + \dfrac{d\boldsymbol{r}_1}{dt} = \boldsymbol{V}_{O_1} + \boldsymbol{V}_1$. Продифференцировав еще раз, получим формулу преобразования ускорения:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{V}_{O_1}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{V}_1}{dt} = \boldsymbol{a}_{O_1} + \boldsymbol{a}_1.$$

Движение точки относительно основной системы называется *абсолютным* движением. Движение точки относительно подвижной системы отсчета называется *относительным*.

В двух последних формулах первые компоненты $\boldsymbol{V}_{O_1}, \boldsymbol{a}_{O_1}$ называются переносной скоростью и переносным ускорением. А вторые слагаемые $\boldsymbol{V}_1, \boldsymbol{a}_1$ – относительными.

Лекция 2

Теория механизмов и машин (ТММ) – наука об общих методах исследования свойств механизмов и машин и проектирование их схем. Иногда ТММ называют алгеброй машиностроения. В ТММ решаются две основные задачи:

–анализ существующих механизмов и машин;–синтез (создание) новых механизмов и машин.

Основные понятия.

Машина – устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда:

–в технологических машинах (металлообрабатывающие станки, ткацких машинах) происходят изменение форм, размеров, свойства материалов и заготовок;

–в транспортных машинах (автомобили, космические корабли) происходит перемещение грузов, людей и других объектов;

–в энергетических машинах (ДВС-двигателях внутреннего сгорания, ЭД-электродвигателях) происходит преобразование энергии;

–в информационных машинах происходит преобразование информации.

Механизм – система тел, предназначенная для преобразования движения, одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел. Примечание: к твердым телам относятся как абсолютные твердые (недеформируемые), так и гибкие и деформируемые тела.

Из определения следует, что в механизме твердые тела должны присутствовать на входе и выходе, а промежуточными могут быть жидкие и газообразные тела.

Машина и механизм их отличия.

1. Машина может не содержать механизм. Например, ЭД преобразует электроэнергию в механическую без механизма.

2. Машина может иметь множество механизмов. Например, автомобиль. В состав автомобиля входят: зубчатые, кулачковые, ременные, гидравлические и другие механизмы.

3. В состав машины могут входить и другие устройства. В том же автомобиле имеются амперметры, вольтметры и т.д., которые не являются механизмами.

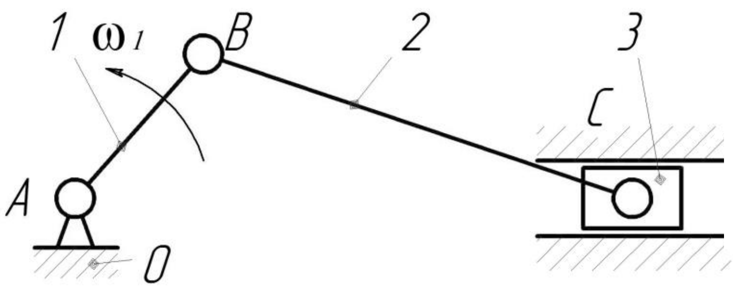
Звено механизма – твердое тело, входящее в состав механизма.

Примечание: звено может состоять из нескольких деталей, связанных между собой неподвижно.

Кинематическая схема механизма – графическое изображение последовательности соединения звеньев в кинематические пары.

Пример.

Кинематическая схема четырехзвенного
кривошипно-ползунного механизма

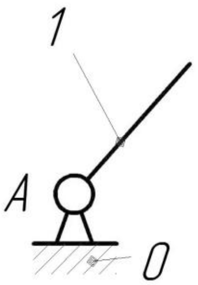


Состав механизма:
0–неподвижное звено, «стойка»
1–кривошип
2–шатун
3–ползун

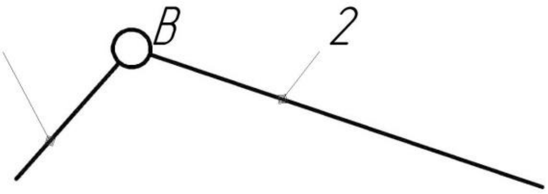
Примечание: неподвижное звено на схемах выделяется штриховкой. Подобный механизм содержит ДВС, паровая и другие машины.

Кинематическая пара – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

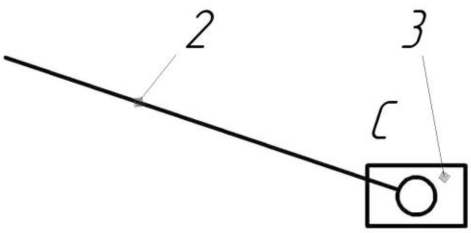
В рассмотренном выше примере содержатся 4 кинематические пары. Выделим их обозначив B_{ij} – вращательную пару, где индексы ij обозначения звеньев, составляющих кинематическую пару; $П_{ij}$ – поступательную пару; $ВП_{ij}$ – высшую кинематическую пару (в дальнейшем):



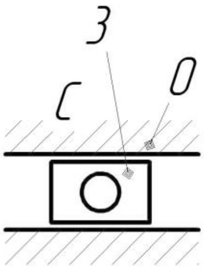
Вращательная пара B_{01}



Вращательная пара B_{12}



Вращательная пара B_{23}



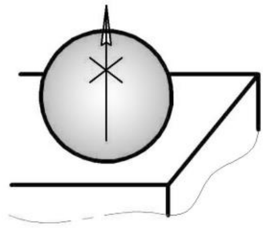
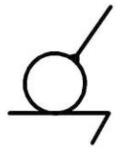
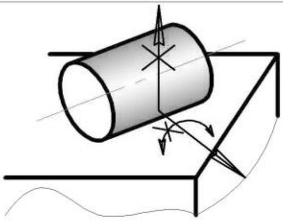
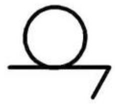
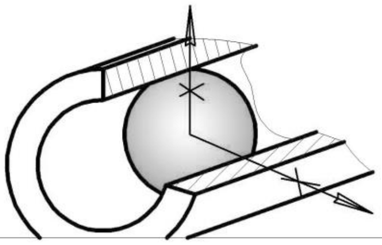
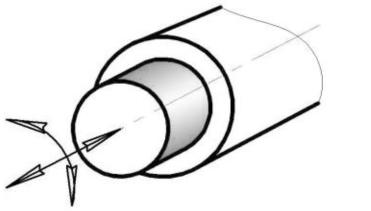
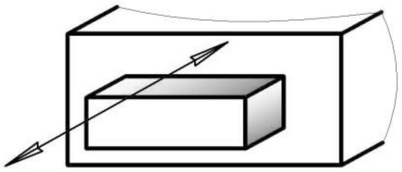
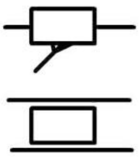
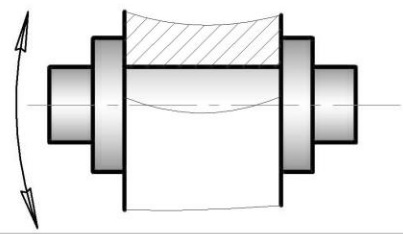
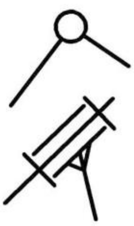
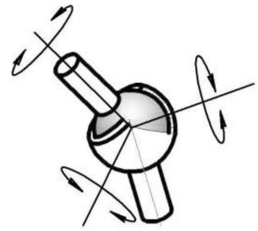
Поступательная пара $П_{30}$

Классификация кинематических пар.

1. *По числу степеней свободы*.

Свободное тело, не состоящее в паре, имеет 6 степеней свободы. В кинематической паре условие постоянного соприкосновения звеньев уменьшает число возможных перемещений. Все кинематические пары в зависимости от количества наложенных связей делятся на классы от первого до пятого: $P_1...P_5$. Если обозначить s – число связей, а f – степень свободы, то их зависимость можно выразить как $f=6-s$.

Примеры кинематических пар.

Число связей	Число степеней свободы	Класс кинемат. пары	Название	Рисунок	Условные обозначения
1	5	P_1	Шар-плоскость		
2	4	P_2	Цилиндр-плоскость		
2	4	P_2	Шар-цилиндр		
4	2	P_4	Цилиндрическая		
5	1	P_5	Поступательная		
5	1	P_5	Вращательная		
3	3	P_3	Сферическая		

2. *По характеру соприкосновения.* Кинематические пары делятся на низшие и высшие:

–низшая кинематическая пара– может иметь соприкосновение звеньев по поверхности;

–высшая кинематическая пара – соприкосновение может иметь только по линии или в точке.

Из рассматривании выше низкими парами являются: цилиндрическая, поступательная, вращательная, сферическая. Остальные пары являются высшими.

Примечание: наряду с упомянутыми парами в практике применяют пары с многократным соприкосновением. Повторение соприкосновений звеньев характеризует эквивалентность пар различных видов. Например, пара с трехточечным контактом может быть эквивалентна плоскости или сферической паре по характеру движения звеньев.

3. *По способу замыкания* (обеспечение контакта звеньев пары):

– силовое замыкание (за счет действия силы веса, силы упругости пружины), например: шар – плоскость, цилиндр – плоскость;

– геометрическое (за счет конструкции рабочих поверхностей пары): относятся цилиндрическая, поступательная, вращательная, сферическая, винтовая, шар-цилиндр.

Кинематическая цепь–система звеньев, связанных между собой кинематическими парами. Подразделяется на:

– плоские;

– пространственные.

В плоской кинематической цепи при закреплении одного из звеньев все точки других звеньев совершают движения в параллельных плоскостях. Остальные кинематической цепи относятся к пространственным. Кинематические цепи еще подразделяются:

– открытые;

– замкнутые.

Открытая кинематическая цепь – цепь в которой имеются звенья, входящие только в одну кинематическую пару.

Конечности животных и человека также являются открытыми кинематическими цепями.

Замкнутая кинематическая цепь – цепь в которой каждое звено входит в две или более кинематической пары.

Степень свободы (подвижности) кинематической цепи.

Примем, что кинематическая цепь содержит: n – подвижных звеньев; P_1 – число кинематических пар первого класса; P_2 – соответственно второго класса и так далее P_3, P_4 и P_5. Если звенья были бы свободными, то имели бы 6n степеней свободы. Но поскольку все звенья связаны и образуют кинематические пары, а класс кинематической пары равен числу связей, то степень свободы W кинематической цепи равна

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1.$$

Приведенная зависимость была предложена П.И. Сомовым и развита А.П. Малышевым.

Для плоской системы вычитая 3 степени свободы от каждой компоненты, входящей в формулу, получим

$$W = 3n - 2P_5 - P_4.$$

Автором последней формулы является П.Л.Чебышев.

Однако приведенные формулы в некоторых случаях дают неверные результаты. Например, если цепь содержит так называемые пассивные (избыточные) связи, а также лишние (местные) степени свободы. Некоторые особенности об этом рассмотрим позже.

Вопросы для самопроверки.

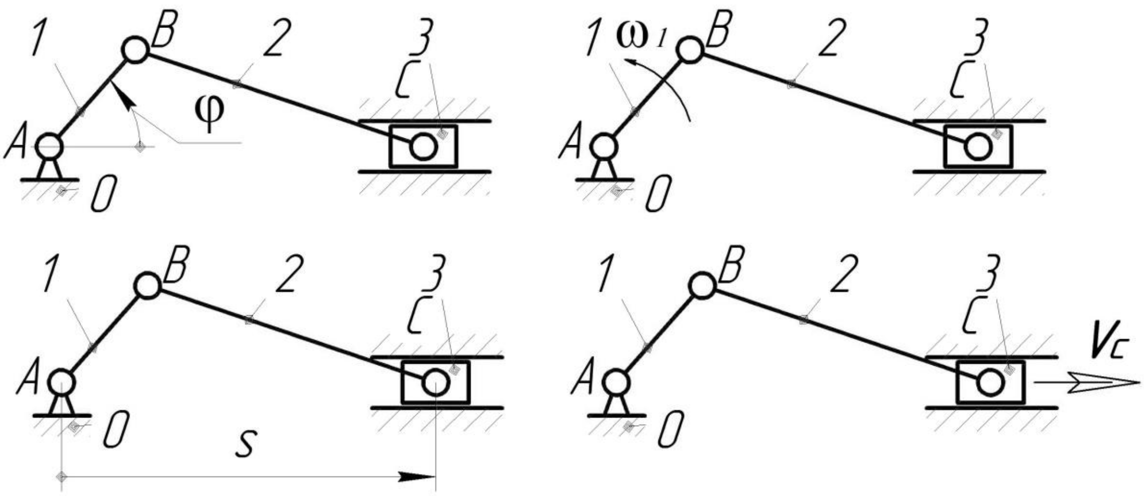
1. Чем отличаются задачи синтеза механизмов от анализа механизмов?
2. Почему не существуют кинематические пары P_6?
3. Может ли механизм содержать нетвердые тела?
4. Может ли машина не иметь механизмов?

Начальное звено – звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма.

Обобщенные координаты (*ОК*)– независимые между собой параметры, однозначно определяющие положения всех звеньев механизма. В качестве начального звена выбирают то звено, с которого проще осуществлять анализ механизма таким является входное и выходное звенья.

Обобщенными координатами могут быть угловые, линейные параметры и их производные.

Примеры обобщенных координат



Закон движения механизма (системы)!

Количество обобщенных координат, однозначно определяющих положение механической системы, равно числу степеней свободы системы:

$$OK = W.$$

Формулу необходимо использовать с учетом наличия пассивных связей и лишних степеней свободы.

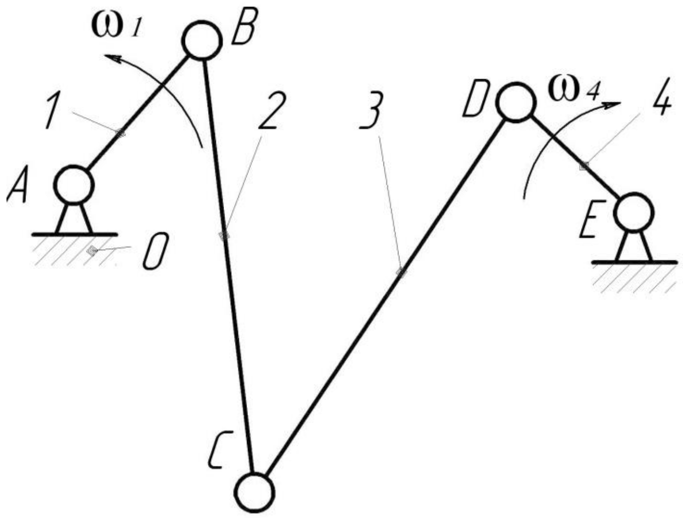
Рассмотрим примеры. Проверим работоспособность представленных ниже механизмов. Под работоспособностью механизма подразумевается обеспечение заданного закона движения выходного (рабочего) звена.

Двухкривошипный рычажный механизм состоит: n=4; $P_5 = 5$; $P_4 = 0$. Поставив численные значения в формулу Чебышева, получим

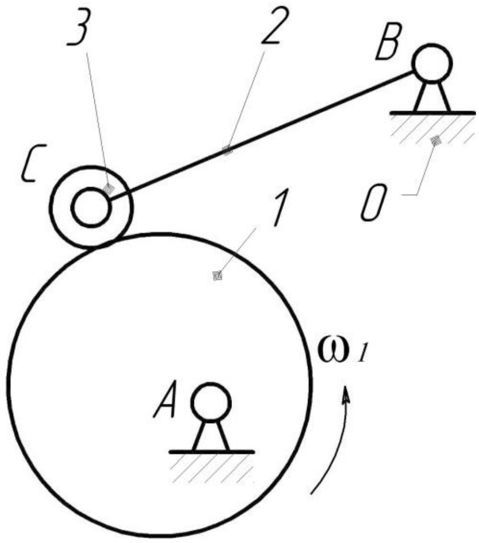
$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 0 = 2.$$

Число обобщенных координат также равно 2, поэтому механизм работоспособен.

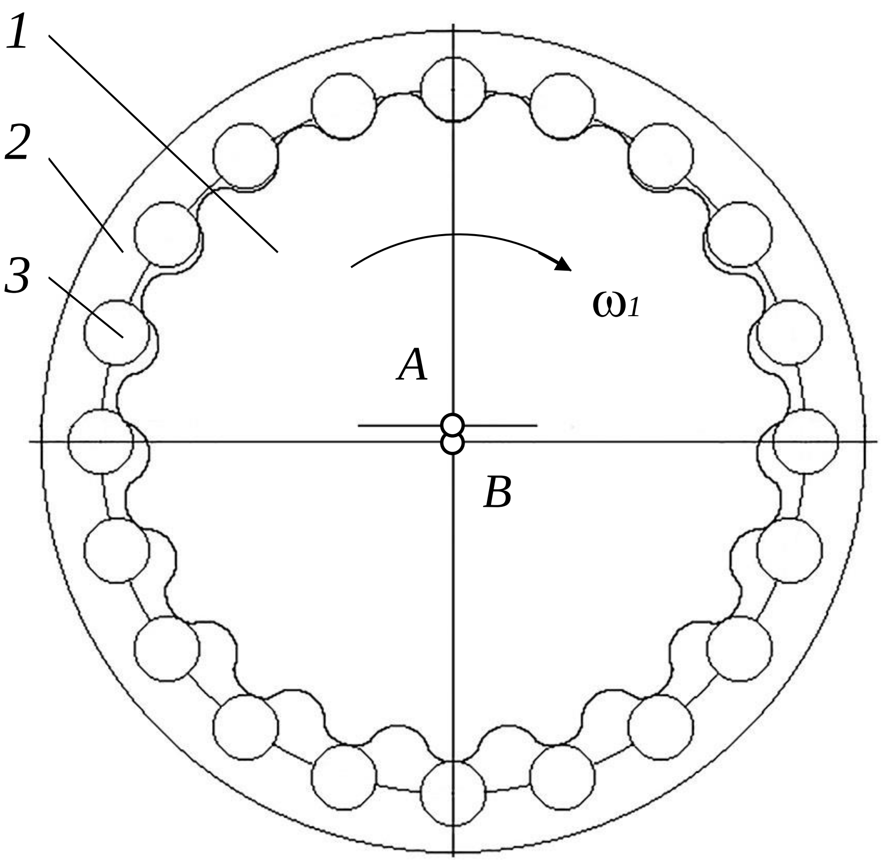
Кинематическая схема
двухкривошипного рычажного механизма



Кинематичекая схема
кулачкового механизма



Кинематическая схема циклоидальной передачи
с промежуточными телами



Кулачковый механизм содержит: n=3; $P_5 = 3$; $P_4 = 1$. По формуле Чебышева получаем

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

В этом случае возникает несоответствие с числом обобщенных координат который равен 1, так как реальный механизм работает. «Ошибка» связана с вращением ролика *3* относительно оси *С*, которое не влияет на закон движения выходного звена толкателя *2*. Такая связь называемой лишней степенью свободы. Она является полезной: трение скольжения заменяется трением качения.

Рассмотрим еще один пример. Проанализируем работоспособность циклоидальной передачи т.е. нас интересует будет ли выходное звено *2* иметь однозначный закон движения.

Если решать эту задачу на реальной модели механизма, то получили бы утвердительный ответ. Следовательно степень свободы механизма равна 1 (W=1), так как присутствует одна обобщенная координата ω_1 . А теперь проверим по формуле Чебышева. Из рисунка следует: n=22; $P_5 = 22$; $P_4 = 20$. Поставляя численные значения в формулу П.Л. Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 22 - 2 \cdot 22 - 20 = 2.$$

Здесь имеем место несоответствия из-за наличия 20 лишней степеней свободы, а также 19 пассивных связей, которые в целом оказывают положительные действия на передачу: лишние степени уменьшают потери энергии на трение, а пассивные связи увеличивают нагрузочную способность.