

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Школа базовой инженерной подготовки
Отделение общетехнических дисциплин

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1

по дисциплине:
МЕХАНИКА 1

Раздел: «Статика»

Исполнитель:

студент группы

Руководитель:

профессор ООД, доктор техн. наук

Ан И-Кан

Томск – 2020

Подтверждение личности

Задача 1

Стальная стержневая конструкция находится под действием сил, моментов и распределенной нагрузки. Определить реакции опор твердого тела. Сделать проверку.

Исходные данные:

Сосредоточенные силы, кН			Углы наклона, °	
P_1	P_2	P_3	Угол α	Угол β
12	16	20	60	30
Вес G , кН	Распределённая нагрузка q , кН/м		Сосредоточенный момент M , кНм	
14	6		6	

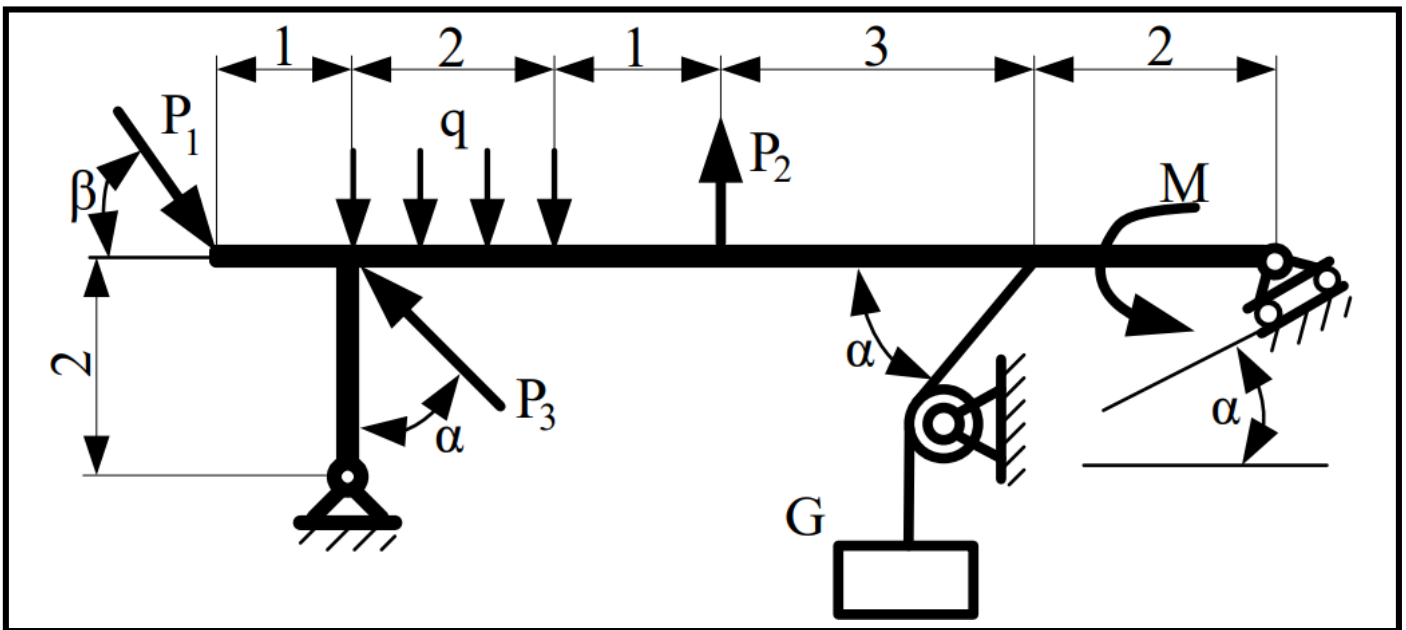


Рисунок 1 - Схема нагружения плоской конструкции

Решение

1. Построение расчётной схемы

Была построена расчётная схема, где опоры были заменены реакциями:

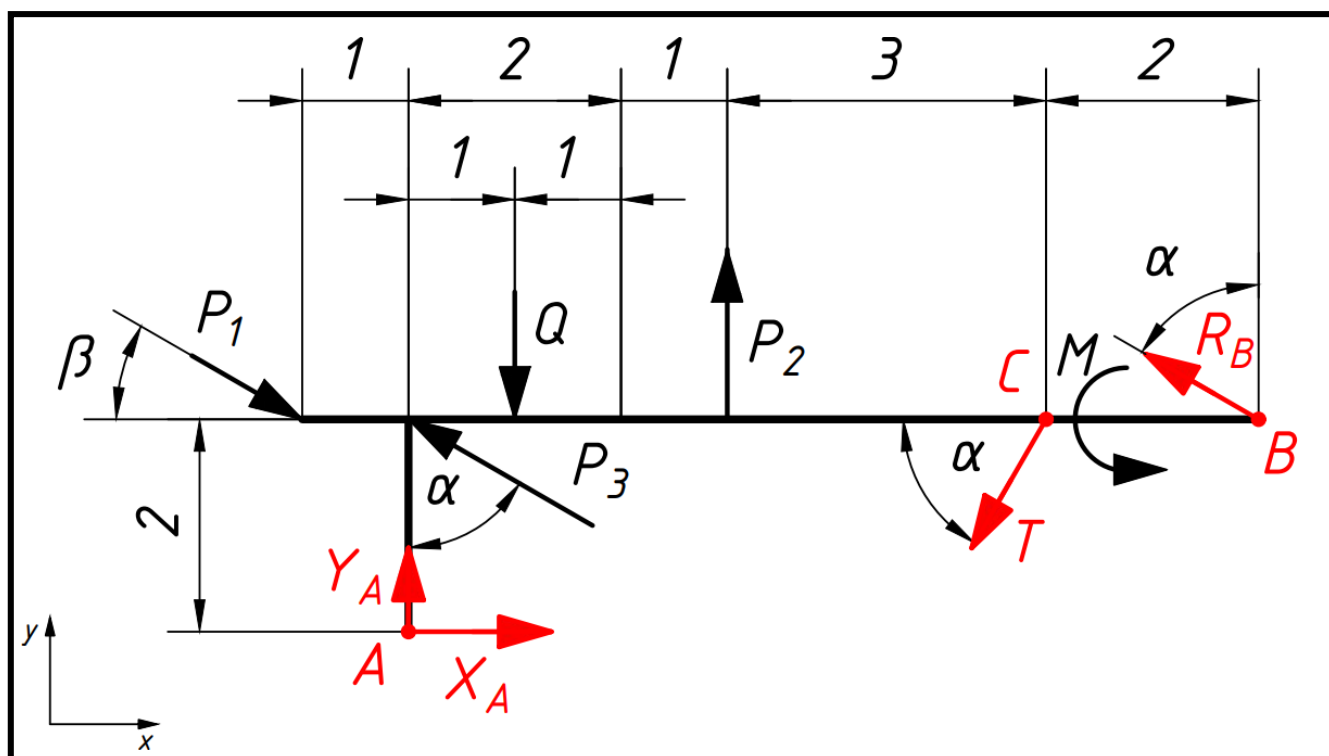


Рисунок 2 – Расчётная схема

Распределённая сила q была заменена сосредоточенной силой Q :

$$Q = q \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12 \text{ кН}$$

Сила натяжения нити T равна весу груза G : $T = G = 14 \text{ кН}$

2. Определение реакции R_B

Для нахождения реакции R_B было составлено уравнение суммы моментов относительно точки A :

$$\begin{aligned} \sum M_A = & P_1 \sin(\beta) - P_1 \cos(\beta) \cdot 2 + P_3 \sin(\alpha) \cdot 2 - Q + P_2 \cdot 3 - T \sin(\alpha) \cdot 6 + T \cos(\alpha) \cdot 2 \\ & + M + R_B \sin(\alpha) \cdot 2 + R_B \cos(\alpha) \cdot 8 = 0 \end{aligned}$$

Из данного уравнения была выражена реакция R_B :

$$\begin{aligned} R_B = & \frac{P_1 \cos(\beta) \cdot 2 + Q + T \sin(\alpha) \cdot 6 - P_1 \sin(\beta) - P_3 \sin(\alpha) \cdot 2 - P_2 \cdot 3 - T \cos(\alpha) \cdot 2 - M}{\sin(\alpha) \cdot 2 + \cos(\alpha) \cdot 8} \\ R_B = & \frac{12 \cdot 2 \cos 30 + 12 + 14 \cdot 6 \sin 60 - 12 \sin 30 - 20 \cdot 2 \sin 60 - 16 \cdot 3 - 14 \cdot 2 \cos 60 - 6}{2 \sin(\alpha) + 8 \cos(\alpha)} = \end{aligned}$$

$$= -0.5426 \text{ (кН)}$$

Расчёт показал, что направление реакции R_B на чертеже не совпадает с реальным направлением реакции. Следовательно, расчетную схему необходимо изменить.

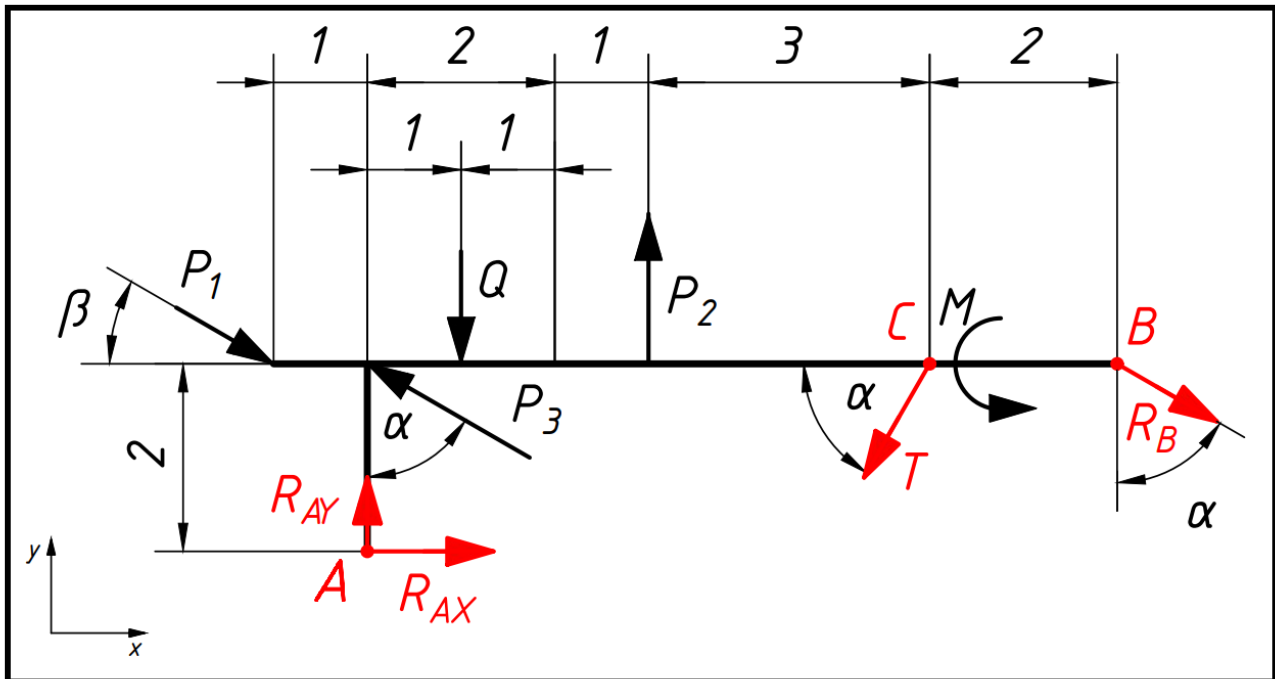


Рисунок 3 – Расчетная схема после внесения поправок

В таком случае $R_B = 0.5426$ (кН)

3. Определение реакции R_A координатным методом

А)Нахождение R_{Ax} :

Силы были спроецированы на ось Ox . Было составлено уравнение равновесия:

$$\sum F_x = P_1 \cos(\beta) + R_{Ax} - P_3 \sin(\alpha) - T \cos(\alpha) + R_B \sin(\alpha) = 0$$

$$R_{Ax} = P_3 \sin(\alpha) + T \cos(\alpha) - P_1 \cos(\beta) - R_B \sin(\alpha)$$

$$R_{Ax} = 20 \sin 60 + 14 \cos 60 - 12 \cos 30 - 0.5426 \sin 60 = 13.4583 \text{ (кН)}$$

Б)Нахождение R_{Ay} :

Силы были спроецированы на ось Oy . Было составлено уравнение равновесия:

$$\sum F_y = -P_1 \sin(\beta) + R_{Ay} + P_3 \cos(\alpha) - Q + P_2 - T \sin(\alpha) - R_B \cos(\alpha) = 0$$

$$R_{Ay} = P_1 \sin(\beta) + Q + T \sin(\alpha) + R_B \cos(\alpha) - P_3 \cos(\alpha) - P_2$$

$$R_{Ay} = 12 \sin 30 + 12 + 14 \sin 60 + 0.5426 \cos 60 - 20 \cos 60 - 16 = 4.3957 \text{ (кН)}$$

В)Нахождение R_A :

Результирующая реакция находится по теореме Пифагора:

$$R_A = \sqrt{(R_{Ax})^2 + (R_{Ay})^2} = \sqrt{(13.4583)^2 + (4.3957)^2} = 14.158 \text{ (кН)}$$

Г)Проверка

Проверка осуществляется через уравнение суммы моментов относительно точки **B**:

$$\sum M_B = P_1 \sin(\beta) \cdot 9 - R_{AY} \cdot 8 + R_{AX} \cdot 2 + 7Q - 5P_2 + T \sin(\alpha) \cdot 2 + M - P_3 \cos(\alpha) \cdot 8 = 0$$

$$12 \cdot 9 \sin 30 - 4.3957 \cdot 8 + 13.4583 \cdot 2 + 7 \cdot 12 - 5 \cdot 16 + 14 \cdot 2 \sin 60 + M - 20 \cdot 8 \cos 60 \approx 0.0003$$

Проверка показала, что реакции определены верно.

4. Определение реакции R_A векторным методом

Уравнение суммы сил: $\sum \vec{F} = \vec{Q} + \vec{R}_1 + \vec{T} + \vec{P}_3 + \vec{P}_2 + \vec{R}_B + \vec{R}_A = 0$

План сил построен в масштабе: 1000 Н/мм

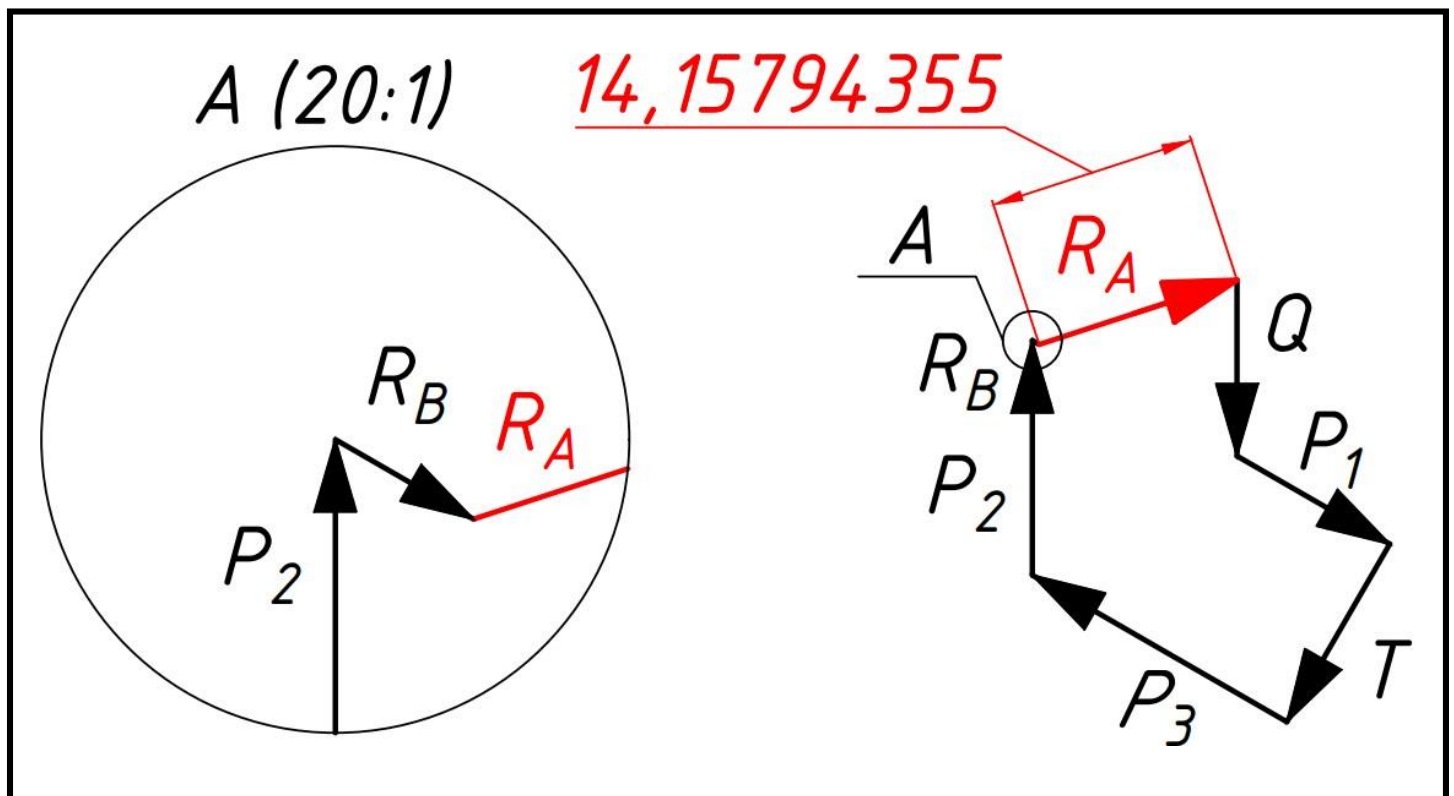


Рисунок 4 – План сил

Реакция R_A по векторному способу составила примерно 14.15794355 (кН)

5. Проверка результатов разных методов:

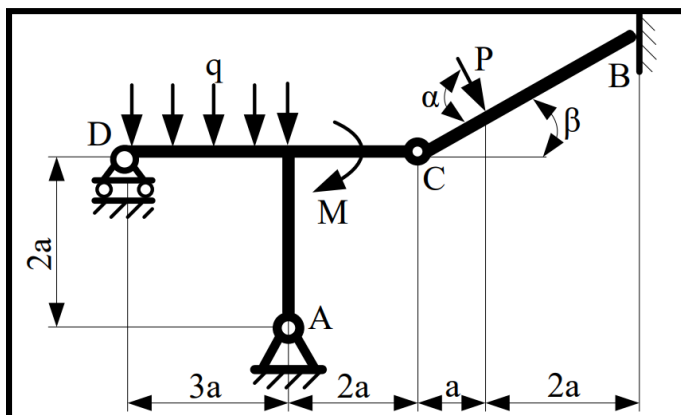
Координатный	Векторный
14.158(кН)	14.158(кН)

Результаты, найденные двумя способами, совпадают, задача решена правильно.

Ответ: $R_B = 0.5426$ (кН), $R_{AX} = 13.4583$ (кН), $R_{AY} = 4.3957$ (кН), $R_A = 14.158$ (кН).

Задача 2

Определить реакции опор и давление в промежуточном шарнире С заданной составной конструкции, находящейся под действием внешних сил. Сделать проверку.



Сосредоточенная сила P,	Угол наклона α,	Угол наклона β,
кН	°	°
16	20	55
Распределённая нагрузка q,	Сосредоточенный момент M,	
кН/м	кНм	
2	6	

Решение

1. Построение расчетной схемы:

Система тел разбита на два звена. Опоры заменены реакциями. Коэффициент $a = 1$

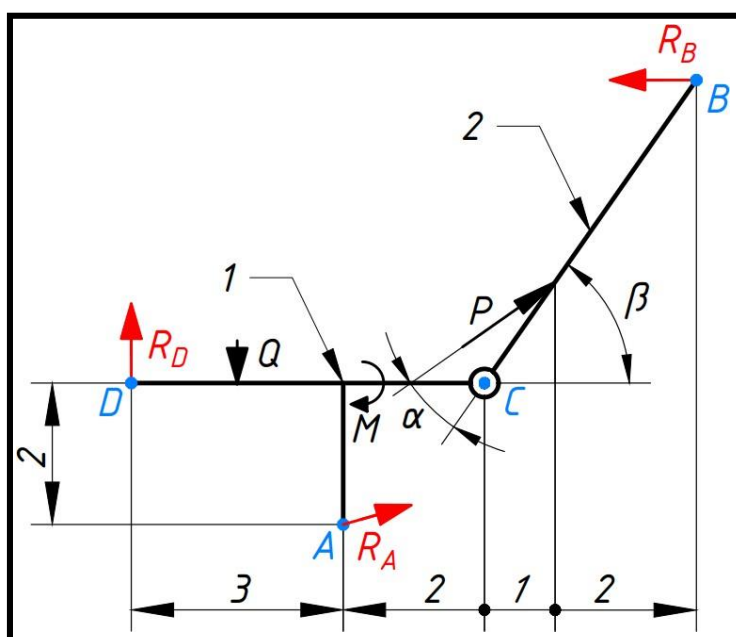


Рисунок 5 – Расчётная схема для системы тел

2. Силовой расчет для звена №2:

А) Построение расчётной схемы:

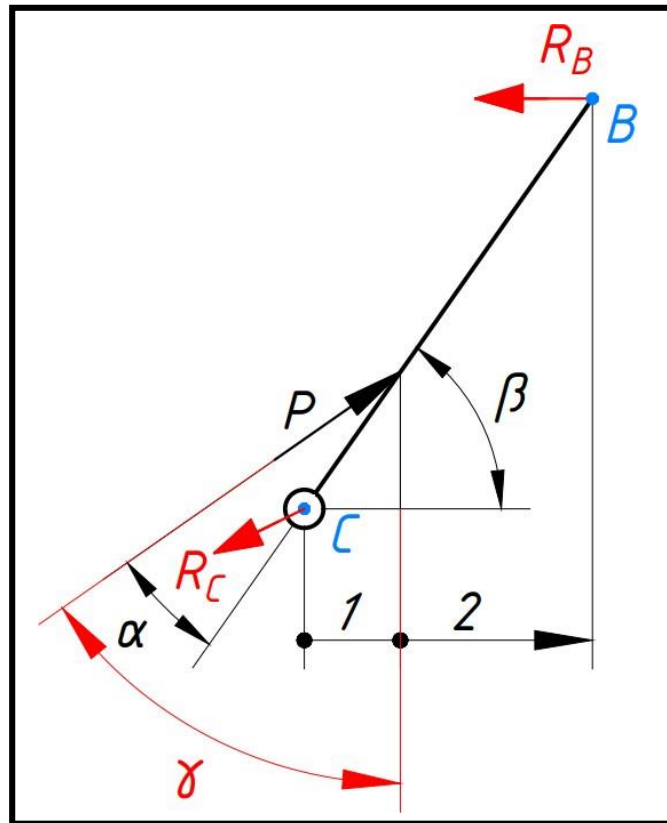


Рисунок 6 – Расчётная схема звена №2

Направление вектора реакции шарнира С неизвестно, вектор направлен произвольно.

Для выполнения расчётов найден угол $\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta + \alpha = 90 - 55 + 20 = 55^\circ$

Б) Определение реакции R_B :

Уравнения сумм моментов относительно точки С:

$$\sum M_c^{(2)} = R_B \cdot tg(\beta) + P \cos(\gamma) - P \sin(\gamma) \cdot tg(\beta) = 0$$

$$R_B = P \sin(\gamma) \cdot tg(\beta) - P \cos(\gamma)$$

$$R_B = \frac{16 \sin(55) \cdot tg(55) - 16 \cos(55)}{3tg(\beta)} = 2.2268(\text{кН})$$

В) Определение реакции шарнира R_C векторным способом:

Уравнение суммы сил: $\sum F^{(2)} = \bar{P} + \bar{R}_B + \bar{R}_C = 0$

План сил построен в масштабе: 1000 Н/мм

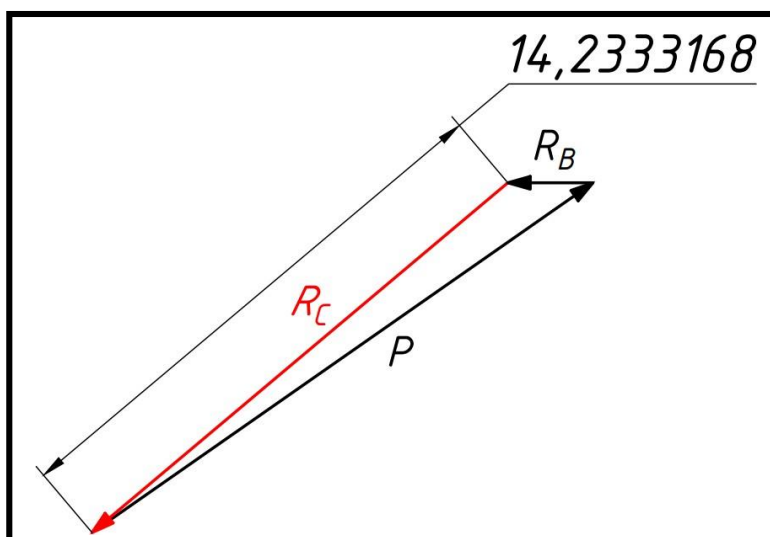


Рисунок 7 – План сил звена №2

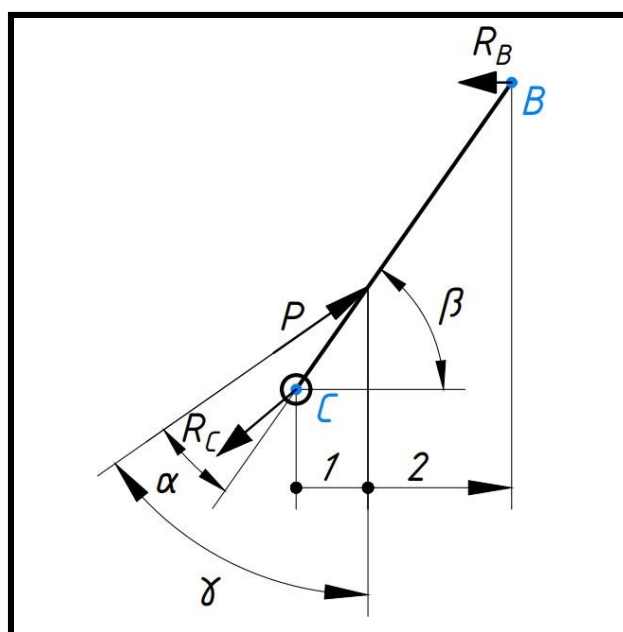


Рисунок 8 – Расчётная схема звена №2 с учётом поправок

Давление в шарнире: $R_C = 14.2333168$ (кН)

3. Силовой расчет для звена №2:

А) Построение расчётной схемы:

Реакции R_C' звена №1 направлена противоположно R_C звена №2 и равна ей по модулю.

$$R_C' = -R_C$$

Направление реакции R_A неизвестно, реакция направлена произвольно.

Распределённая нагрузка q заменена сосредоточенной $Q = 3q = 3 \cdot 2 = 6$ (кН)

Для определения момента R_C' относительно точки А графическим способом найдено плечо $h = 0.23921139$

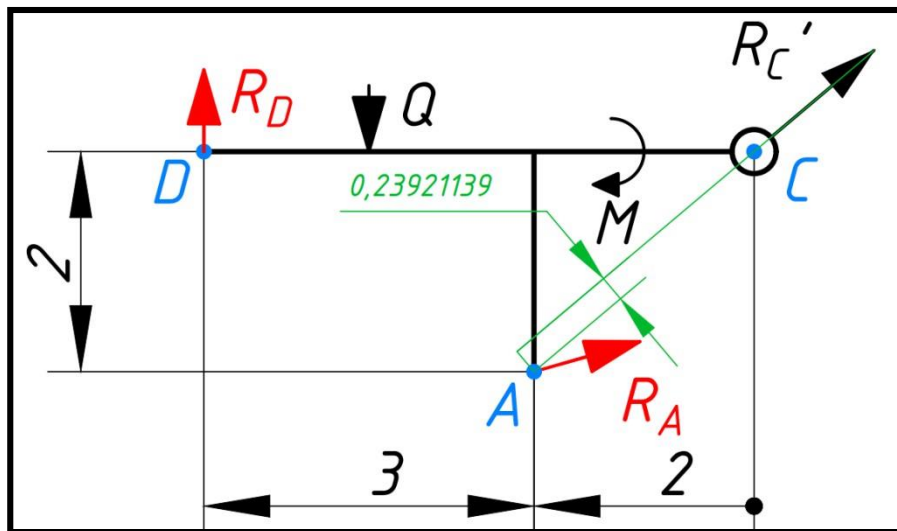


Рисунок 9 - Расчетная схема звена №1

Б) Определение реакции R_D :

Уравнение суммы моментов относительно точки A:

$$\sum M_C^{(1)} = Q \cdot \frac{3}{2} - R_D \cdot 3 - M - R_C' \cdot h = 0$$

$$R_D = \frac{Q \cdot \frac{3}{2} - M - R_C' \cdot h}{3} = \frac{6 \cdot \frac{3}{2} - 6 - 14.2333168 \cdot 0.23921139}{3} = -0.134461297 \text{ (кН)}$$

Согласно расчёту реакция R_D направлена в противоположную сторону.

В) Определение реакции R_A векторным способом:

$$\sum F^{(1)} = \bar{R}_B + \bar{Q} + \bar{R}_C + \bar{R}_A = 0$$

План сил построен в масштабе: 1000 Н/мм

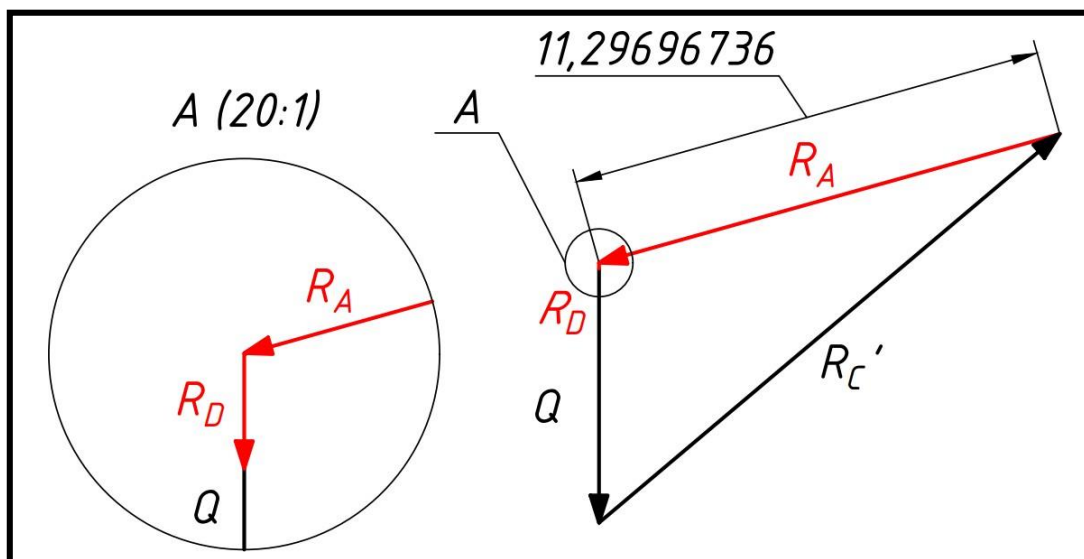


Рисунок 10 - План сил звена №1

Реакция $R_A = 11.29696736(\text{кН})$

4. Проверка:

С учётом найденных сил расчетная схема системы выглядит следующим образом:

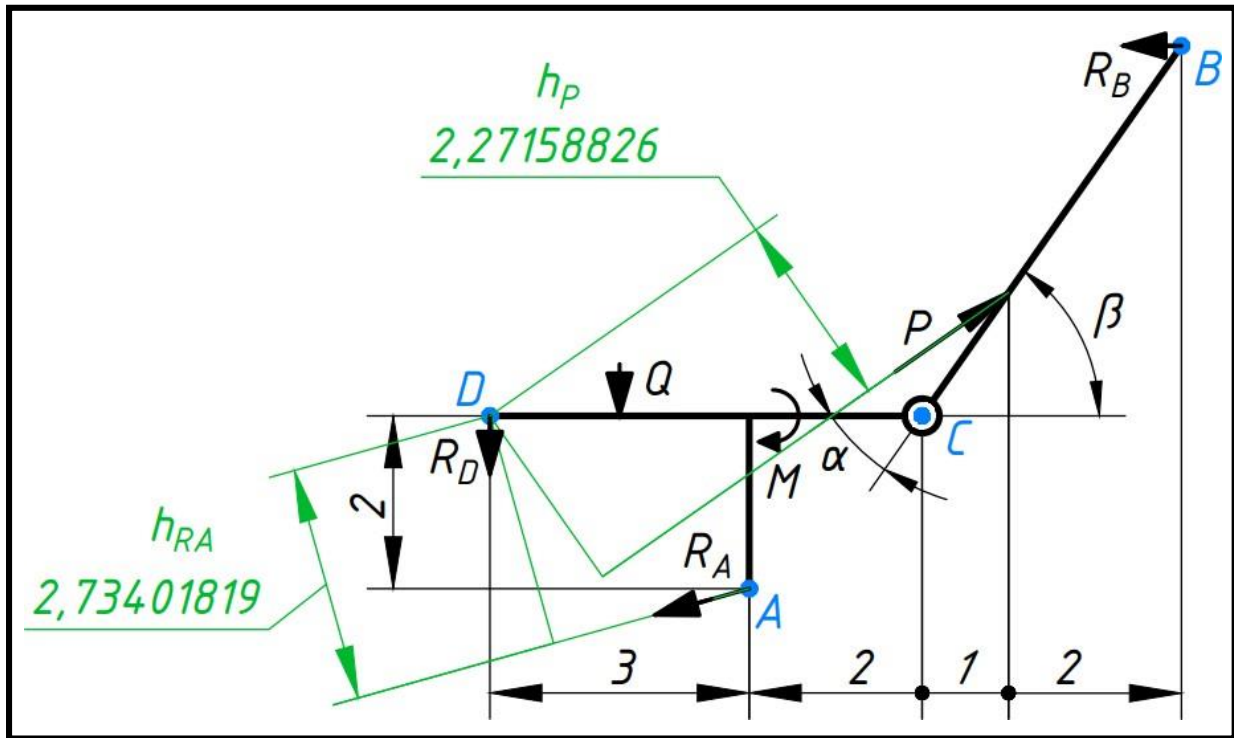


Рисунок 11 – Расчётная схема системы тел и плечи сил

Проверка осуществляется через уравнение суммы моментов относительно точки D

Для расчётов графически были найдены плечи сил P и R_A :

$$h_p = 2.27158826$$

$$h_{RA} = 2.73401819$$

$$\sum M_D^{(1)} = P \cdot h_p + R_B \cdot 3 \operatorname{tg}(\beta) - Q \cdot \frac{3}{2} - R_A \cdot h_{RA} - M = 0$$

$$16 \cdot 2.27158826 + 2.2268 \cdot 3 \operatorname{tg}(55) - 6 \cdot \frac{3}{2} - 11.29696736 \cdot 2.73401819 - 6 \approx -0.0001$$

Проверка показала, что реакции определены верно.

Ответ: реакции $R_A = 11.29696736$ (кН), $R_D = 0.134461297$ (кН), $R_B = 2.2268$;

Давление в шарнире: $R_C = 14.2333168$ (кН)