Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

А.Е. Гольдштейн

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Издательство Томского политехнического университета Томск 2010 ББК УДК 53.08:621.317 Г

#### Гольдштейн А.Е.

Физические основы получения информации: Учебник / А.Е. Гольдштейн. – Томск: Издательство томского политехнического университета, 2010. – 311 с.

В книге изложены физические основы измерительных преобразований, используемых для получения информации о различных свойствах объектов. Рассмотрены измерительные преобразования в низкочастотных электромагнитных, радиоволновых, акустических и тепловых полях, а также полях упругих деформаций, оптических и ионизирующих излучений. Предназначено для студентов направления 200100 «Приборостроение».

УДК 53.08:621.317

# Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов РФ по образованию в области приборостроения и оптотехники

#### Рецензенты

### Доктор технических наук, заведующий кафедрой ФМПК ТПУ *О.А. Сидуленко*

# Кандидат технических наук, директор ООО «НИИ ЭРМИС» *А.Р. Свендровский*

© Томский политехнический университет, 2010 © Оформление. Издательство ТПУ, 2010

# содержание

Введение	8
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	10
1.1. Измерительное преобразование и измерительный	
преобразователь	10
1.2. Структурные элементы измерительного преобразования.	
Перечень вопросов, рассматриваемых при изучении	
физических основ измерительных преобразований	14
Контрольные вопросы	15
2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И	
МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ	16
2.1. Общие сведения	16
2.2. Электрическое поле. Характеристики материалов в	
электрическом поле	16
2.3. Магнитное поле. Характеристики материалов в	
магнитном поле	25
2.4. Основные уравнения электромагнитного поля	34
Контрольные вопросы и задачи	37
3. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В	
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ	41
3.1. Электроемкостное измерительное преобразование	41
3.2. Энергия электростатического поля конденсатора. Силы,	
развиваемые в электростатическом поле	46
3.3. Электропотенциальное измерительное преобразование	49
3.3.1. Электропотенциальное измерительное	
преобразование на постоянном токе	49
3.3.2. Особенности электропотенциального	
измерительного преобразования на переменном токе	55
3.4. Пьезоэлектрическое измерительное преобразование	56
3.5. Тензоэлектрическое измерительное преобразование	63
3.6. Электрохимическое измерительное преобразование	66
3.6.1. Электропроводность растворов	66
3.6.2. Электродные и граничные потенциалы	68
3.6.3. Поляризация и потенциал выделения	70
3.6.4. Электрокинетические явления	72
Контрольные вопросы и задачи	73
4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МАГНИТНЫХ	
ПОЛЯХ	80
4.1. Индукционное измерительное преобразование	80

4.2. Магнитомодуляционное измерительное преобразование.	84
4.3. Гальваномагнитное измерительное преобразование	91
4.4. Индуктивное и взаимоиндуктивное измерительные	
преобразования	96
4.5. Магнитоупругое измерительное преобразование	106
4.6. Энергия магнитного поля. Силы, развиваемые в	
магнитном поле	109
Контрольные вопросы и задачи	116
5. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ	
ВИХРЕВЫХ ТОКОВ	122
5.1. Возбужление вихревых токов в проволящих объектах	
Поверхностный эффект	122
5.2. Преобразование параметров вихревых токов в	1
электрический сигнал. Начальное и вносимое напряжение	
вихретокового преобразователя. Голографы вносимого	
изпражения	125
5.3. Вихретоковое измерители ное преобразорание	120
3.3. Бихретоковое измерительное преобразование параметров плоских электропроволяциих облактов	120
5.4. Вихратоковое измерители ное преобразорание	120
5.4. Бихретоковое измерительное преобразование	
параметров протяженных электропроводящих	12/
цилиндрических объектов	134
5.5. Вихретоковое измерительное преооразование	126
параметров локальных электропроводящих объектов	130
5.6. Вихретоковое измерительное преооразование	
параметров дефектов поверхностного слоя	1.20
электропроводящих ооъектов	139
5.7. Области применения вихретокового измерительного	1.40
преобразования. Пути повышения его информативности	142
Контрольные вопросы и задачи	143
6. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В	
ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ (РАДИОВОЛНОВЫХ)	
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ	148
6.1. Распространение радиоволн в однородной среде	148
6.2. Поляризация радиоволн	153
6.3. Взаимодействие радиоволн с границей раздела двух	
сред	154
6.4. Отражение радиоволн от движущихся объектов	157
6.5. Распространение радиоволн в волноводах. Резонансные	
явления в волноводах	160
6.6. Источники и приемники радиоволн	163
6.7. Области применения радиоволнового измерительного	

преобразования	165
Контрольные вопросы и задачи	167
7. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В	
АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ	173
7.1. Упругие колебания и волны	173
7.2. Скорость распространения упругих волн	175
7.3. Энергия акустической волны. Затухание акустической	1
волны в среде	177
7.4. Интерференция и дифракция акустических волн	179
7.5. Отражение и преломление акустических волн на	
границе раздела двух сред. Условия образования	
поверхностных и нормальных волн	180
7.6. Возбуждение и прием акустических волн	185
7.6.1. Возбуждение и прием акустических волн с	
использованием пьезоэлектрического и	
магнитострикционного измерительных преобразований	185
7.6.2. Электромагнитно-акустическое измерительное	
преобразование	189
7.6.3. Термоакустическое измерительное преобразование	193
7.6.4. Возбуждение акустических волн за счет	
акустической эмиссии	195
7.7. Области применения акустических преобразований	195
Контрольные вопросы и задачи	199
8. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ТЕПЛОВЫХ	
ПОЛЯХ	202
8.1. Температура. Температурные шкалы	202
8.2. Основное уравнение теплового преобразования.	
Теплопередача. Механизмы теплопередачи	203
8.3. Решение уравнения теплового преобразования для	
случая взаимодействия среда – тепловой преобразователь	212
8.4. Инерционность теплового преобразования	214
8.5. Источники нагрева	216
8.6. Преобразование температуры в электрический сигнал	216
8.6.1. Термоэлектрическое измерительное преобразование	216
8.6.2. Терморезистивное измерительное преобразование	220
8.6.3. Измерительное преобразование температуры в	
электрический сигнал на основе использования <i>p-n</i>	
перехода	223
8.7. Основные области применения измерительных	
преобразований в тепловых полях	225
Контрольные вопросы и задачи	228

9. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ	
ОПТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧЕНИЙ	232
9.1. Физическая природа оптического излучения. Основные	
характеристики оптического излучения	232
9.2. Взаимодействие оптического излучения со средой.	
Поглощение и рассеивание света	238
9.3. Взаимодействие оптического излучения с границей	
раздела двух сред	241
9.4. Взаимодействие оптического излучения с оптически	
анизотропной средой	243
9.5. Интерференция волн оптического излучения.	
Голографическая интерференция	249
9.6. Источники оптического излучения	253
9.6.1. Тепловые источники оптического излучения	253
9.6.2. Люминесцентные источники оптического излучения	255
9.6.3. Лазерные источники оптического излучения	258
9.7. Приемники оптического излучения	262
9.7.1. Тепловые приемники оптического излучения	263
9.7.2. Фотоэлектрические приемники оптического	
излучения	264
9.8. Области применения измерительных преобразований в	
полях оптических излучений	269
Контрольные вопросы и задачи	272
10. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ	
ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ	270
10.1. Строение атома	276
10.2. Природа ионизирующего излучения	27
10.3. Характеристики ионизирующих излучений	278
10.4. Взаимодействие фотонного излучения с веществом	279
10.5. Взаимодействие корпускулярного излучения с	
веществом	283
10.6. Источники ионизирующих излучений	284
10.7. Приемники ионизирующих излучений	287
10.8. Области применения ионизирующих излучений	290
Контрольные вопросы и задачи	292
11. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНЕИЯ В ПОЛЯХ	
УПРУГИХ ЛЕФОРМАНИЙ	294
11.1. Механические свойства материалов. Упругие	/
леформации	294
11.2. Функции преобразования силы, крутяшего момента и	
лавления в леформацию упругого тела	300
$r_1 = r_1 + r_2 $	20

11.2.1. Упругие измерительные преобразования сил	300
11.2.2. Упругие измерительные преобразования давления	303
11.2.3. Упругие измерительные преобразования крутящего	
момента	304
11.3. Измерительные преобразования деформации в	
электрический сигнал	305
11.4. Примеры реализации упругих измерительных	
преобразователей	305
Контрольные вопросы и задачи	306
Список литературы	309

#### введение

существа материального мира Отображением является информация (от латинского information – разъяснение). Измерительная информация (measurement information) – информация о значениях физических величин. Особенность измерительной информации вытекает из общего определения понятия измерения, как нахождения путем, физической величины опытным значения с помощью специальных технических средств (средств измерения).

В результате измерения определяется количественное содержание свойства материального объекта – размер физической величины. Принципиальной особенностью измерения является отражение размера физической величины числом. При этом результат измерения должен быть выражен именованным числом, т.е. в определенных единицах, принятых для данной величины. Только в этом случае результаты измерений, полученные различными средствами И разными экспериментаторами, сопоставимы. В качестве общепринятой системы единиц используется международная система единиц СИ. Результат измерения практически всегда отличается от истинного значения физической величины – значения, которое выражает размер величины абсолютно точно. Истинное значение физической величины определить невозможно. Отличие результата измерения от истинного значения объясняется несовершенством средств измерения, несовершенством измерения, способа применения средства влиянием условий выполнения измерения, участием человека с его ограниченными способностями т.д. Отклонение результата измерения от истинного (действительного) измеряемой значения величины называют абсолютной погрешностью измерения.

Таким образом, измерение заключается в сравнении измеряемого свойства co свойством, принятым единичное. Сравнению за подвергаются однородные величины. В качестве наиболее наглядных примеров такой операции можно привести измерение расстояния линейкой, когда определяется, сколько единиц длины (метров или долей метра – сантиметров или миллиметров) укладывается вдоль измеряемого расстояния; измерение веса рычажными весами, когда измеряемый вес уравновешивается гирьками, имеющими единичный вес (килограмм или тысячную долю килограмма – грамм); измерение интервала времени, когда подсчитывается сколько единиц измерения времени (секунд или долей секунды) укладывается в измеряемый интервал времени. В качестве подобных примеров можно привести измерение площади, измерение объема жидких веществ. Однако

8

возможность указанной операции в непосредственном виде весьма ограничена. Гораздо чаще возникают ситуации, при которых либо единица измерения физической величины трудно воспроизводима, либо невозможно или затруднительно ее непосредственное сравнение с измеряемым свойством. Поэтому в подавляющем числе случаев для получения измерительной информации производится преобразование одних физических величин в другие, для которых как воспроизведение единицы измерения, так и операция сравнения с ней результата преобразования не вызывает трудно разрешимых проблем. Такое преобразование получило название измерительного преобразования. Предметом рассмотрения данной книги являются физические эффекты, лежащие в основе измерительных преобразований и средств их реализации.

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

# 1.1. Измерительное преобразование и измерительный преобразователь

Измерительное преобразование представляет собой отражение размера одной физической величины размером другой физической величины, функционально с ней связанной. Применение измерительных преобразований является единственным методом практического построения любых измерительных устройств. Физической основой измерительного преобразования является преобразование и передача энергии, в частности преобразование одного вида энергии в другой. Существует целый ряд причин, по которым наиболее целесообразно для получения измерительной информации преобразование различных физических величин в электрические (ток, напряжение, сопротивление). Наиболее существенными преимуществами такого преобразования являются следующие.

• Удобство воспроизведения единицы измерения. В настоящее время имеется огромное разнообразие мер – носителей единиц электрических величин. Эти меры электрических величин при высокой точности воспроизведения единицы измерения имеют приемлемую стоимость и пригодны для использования при решении самого широкого круга измерительных задач.

• Удобство сравнения электрических величин и в том числе измеряемой электрической величины и единицы ее измерения. Данная операция легко и с высокой точностью решается с помощью современных электронных средств.

• Высокая точность преобразований и измерений. Относительная погрешность современных измерительных приборов и преобразователей для измерения электрических величин не превышает долей процента и, как правило, является много меньшей по сравнению с допустимой погрешностью измерения преобразуемой в электрический сигнал измеряемой физической величины.

• Простота изменения чувствительности в широком диапазоне значений измеряемой величины. Для этого эффективно используются электронные усилители и делители электрических сигналов.

• Высокое быстродействие измерения электрических сигналов. Современные электронные средства позволяют преобразовывать электрические сигналы, имеющие длительность порядка единиц – десятков пикосекунд.

• Возможность автоматизации. Современные электрические приборы и преобразователи позволяют полностью исключить участие человека на всех стадиях измерения.

• Удобство передачи информации. Обусловлено относительной простотой передачи электрических сигналов по каналам проводной и беспроводной связи на большие расстояния и без потерь измерительной информации.

• Возможность дистанционных измерений. Последнее обусловлено в свою очередь упомянутыми ранее возможностями автоматизации электрических измерений и передачи измерительной информации на большие расстояния.

• Удобство хранения информации. Для этих целей могут быть использованы любые современные электронные запоминающие устройства как оперативного, так и долговременного характера.

В связи с вышесказанным подавляющее большинство средств преобразования принципе измеряемой измерений строится на физической величины в электрический сигнал. Такое преобразование будем классифицировать как прямое измерительное преобразование. преобразование Соответственно электрических величин в неэлектрические, используемое в частности для построения источников различных физических полей, реализации методов измерения сравнения или замещения, будем классифицировать как обратное измерительное преобразование.

Следует заметить, что взаимосвязь различных физических величин, преобразование одного вида энергии в другой или в более общем плане – наиболее общие формы движения материи, изучаемые физикой, могут использоваться для решения самых различных практических задач. На одних и тех же физических явлениях могут строиться как измерительные преобразования, так и энергетические, предназначенные для преобразования потоков энергии. Например, явление электромагнитной индукции используется в измерительной технике для измерения скорости вращения, характеристик магнитных полей и материалов, а в энергетике – для выработки электрической энергии вращаемой жидкостью или газом электрической турбиной. Явление проникновения ионизирующих излучений через вещество может быть использовано как для решения измерительных задач: дефектометрии, толщинометрии, так для воздействия И на биологические объекты в медицинских и военных целях. Но если в энергетических случае (их еще часто называют силовыми) преобразований основной интерес представляет коэффициент полезного

11

действия, показывающий какая часть преобразуемой энергии используется с пользой, то в случае измерительных преобразований на первый план выходят другие критерии эффективности преобразования: степень зависимости результата преобразования от преобразуемой величины (коэффициент преобразования или чувствительность), линейность функции преобразования, инерционность преобразования, характер зависимости от влияния внешних факторов и т.п.

Измерительные преобразования осуществляются с помощью Согласно преобразователей. измерительных ГОСТ 16263-70 измерительный преобразователь – техническое средство, служащее для преобразования измеряемой величины в другую величину или сигнал измерительной информации, удобный для обработки, хранения, дальнейших преобразований, индикации или передачи и имеющее нормированные метрологические характеристики. Существует большое число классификационных признаков измерительных преобразователей. которые Отметим только те, являются важными здесь для рассматриваемого раздела измерительной техники.

B зависимости ОТ вида выходного сигнала различают генераторные и параметрические измерительные преобразователи. К генераторным относятся преобразователи, выходные сигналы которых обладают энергетическими свойствами (эдс, электрический ток, Параметрическими давление). называются механическая сила, преобразователи, в которых изменение входного сигнала приводит к изменению их определенных параметров – активного сопротивления, индуктивности, упругости Для получения емкости, И др. энергетического сигнала в этих случаях требуются дополнительные источники энергии.

По месту в функциональной схеме измерения различают *первичные* измерительные преобразователи, на которые непосредственно воздействует преобразуемая величина, и *промежуточные*, стоящие в цепи преобразования после первичного.

Для изучения физических явлений и законов, положенных в основу различных измерительных преобразований в нашем случае классификацию использовать целесообразно измерительных преобразований и, соответственно, измерительных преобразователей, по виду физического поля, через которое осуществляется воздействие первичный преобразуемой величины на измерительный преобразователь (рис. 1.1). Измеряемая величина при этом воздействует на те или иные характеристики физического поля или характеристики материалов или предметов в данном физическом поле.



Рис преобразователь преобразуемой величины на первичный измерительный физического поля, через которое осуществляется воздействие

В следующих разделах последовательно рассматриваются измерительные преобразования в низкочастотных электромагнитных, радиоволновых, акустических, тепловых полях, полях оптических и ионизирующих излучений, а также упругих деформаций.

### 1.2. Структурные элементы измерительного преобразования. Перечень вопросов, рассматриваемых при изучении физических основ измерительных преобразований

В с классификацией соответствии измерительных преобразований, в основу которой положен вид используемого для первичного преобразования измеряемой величины физического поля, в самом общем виде измерительное преобразование может быть представлено схемой рис. 1.2. Структурными элементами данной схемы физического являются источник поля, объект измерения, преобразователь. Между объектом измерения, измерительный магнитного измерительным источником поля И первичным преобразователем в общем случае может быть промежуточная среда. Будем называть ее средой распространения физического поля. Измеряемый параметр объекта измерения воздействует либо на характеристики физического поля (например, его пространственное распределение или интенсивность в какой либо точке пространства), либо на характеристики материала объекта в этом физическом поле. измерения осуществляется преобразование Средством вносимых измеряемым параметром объекта измерения соответствующих



Рис. 1.2. Структурная схема измерительного преобразования

характеристик материала В удобный для поля ИЛИ решения измерительной измерительной сигнал информации задачи **(B** электрический). Показанные подавляющем числе случаев на алгоритмической схеме рис. 1.2 связи источника физического поля. объекта измерения и измерительного преобразования имеют в общем случае двухсторонний характер. Последнее можно обосновать следующими соображениями. Источник физического поля в общем воздействует не только на объект измерения, но случае И непосредственно на первичный измерительный преобразователь. Более того, источником физического поля чаще всего и является сам измерительный преобразователь. Объект измерения в ряде случаев может сам воздействовать на источник физического поля, например, направление распространения интенсивность или изменять возбуждаемого физического поля.

Представленная структурная схема позволяет сформулировать приводимый ниже перечень вопросов, которые должны быть рассмотрены при изучении физических основ измерительных преобразований:

- физические эффекты, лежащие в основе источников физических полей;
- физические величины, характеризующие физическое поле и свойства материалов и предметов в данном физическом поле;
- физические эффекты и законы, лежащие в основе взаимодействия физического поля со средой, характеристики материалов и объектов в физическом поле;
- физические эффекты, лежащие в основе прямого и обратного преобразований характеристик физических полей, характеристик материалов и изделий в электрический сигнал.

## Контрольные вопросы

1.1. Что понимается под терминами физическая величина, измерение, измерительное преобразование, измерительный преобразователь?

1.2. Чем обусловлена необходимость применения измерительных преобразований для измерения физических величин?

1.3. На какие группы классифицируются измерительные преобразования по виду физического поля?

### 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ

#### 2.1. Общие сведения.

Электромагнитное поле – форма существования материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами.

Между частицами и их полем, строго говоря, точной границы нет. Однако полагают, что электрический заряд имеет лишь частица материи, сосредоточенная в весьма малой области пространства, а вне этой области материя существует в виде электромагнитного поля и объемная плотность заряда равна нулю.

Электрически заряженные частицы и их электромагнитное поле, как и другие виды материи, обладают массой, энергией, количеством движения, т. е. характеризуются теми же свойствами, которые учитывают при рассмотрении механической формы движения материи. и их электромагнитное поле Ho частицы обладают и ЭТИ специфическими свойствами, важнейшими из которых являются электрический заряд, собственный магнитный момент, силовое воздействие электромагнитного поля на заряженные частицы. Последнее проявляется по-разному в зависимости от того, движется или принимается, неподвижна заряженная частица. Условно что электромагнитное поле имеет две составляющие (две формы проявления) – электрическую, характеризуемую воздействием поля как на движущиеся, так и на неподвижные заряженные частицы и магнитную, характеризуемую воздействием только на движущиеся заряженные частицы.

# 2.2. Электрическое поле. Характеристики материалов в электрическом поле

Электрическое поле – электромагнитное поле, характеризуемое воздействием на электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы. По определению силовое



Рис.2.1. Электрические заряды в электрическом поле

воздействие электрического поля на заряженные частицы является основным свойством этого поля. Соответственно основной характеристикой электрического поля является вектор напряженности электрического поля  $\overline{E}$ , который может быть определен по силе  $\overline{F}$ , с которой поле действует на заряд q, находящийся в поле. Направление вектора  $\overline{E}$  совпадает с направлением силы  $\overline{F}$ , действующей на положительный заряд (рис. 2.1):

$$\overline{F} = q \,\overline{E} \,. \tag{2.1}$$

Единицей измерения напряженности электрического поля является вольт на метр (В/м). Энергетической характеристикой электрического поля является разность электрических потенциалов (электрическое напряжение) между двумя точками поля, численно равное работе, совершаемой силами электрического поля при перенесении положительного единичного заряда из одной точки в другую:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}, \qquad (2.2)$$

где *А* – работа по перемещению положительного заряда *q* из точки 1 в точку 2.

Единицей измерения разности электрических потенциалов (электрического напряжения) является вольт (В). Поскольку работа A обусловлена действием на заряд силы  $\overline{F}$ , пропорциональной напряженности электрического поля  $\overline{E}$ , то очевидна взаимосвязь электрического напряжения и напряженности электрического поля. Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками поля равна интегралу по некоторому пути скалярного произведения векторов  $\overline{E}$  и элементарного перемещения  $d\overline{l}$ , а напряженность поля, таким образом, является взятым с обратным знаком градиентом скалярной величины разности потенциалов (напряжения):

$$\varphi_{1} - \varphi_{2} = \int_{1}^{2} \overline{E} \, d\overline{l};$$

$$\overline{E} = -\frac{d\varphi}{dl} = -\operatorname{grad}(\varphi_{1} - \varphi_{2}).$$
(2.3)

Здесь следует отметить, что разность потенциалов не зависит от выбранного пути перемещения из одной точки в другую. Поверхности, находящиеся под одним потенциалом, называются

эквипотенциальными. Линии в электрическом поле, касательные ко всем точкам которых совпадают по направлению с вектором напряженности поля, называются *силовыми*. Силовые линии всегда ортогональны эквипотенциальным поверхностям (рис. 2.2). По густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить об интенсивности и однородности электрического поля.



Рис. 2.2. Примеры электрических полей разноименно (*a*) и одноименно (*б*) заряженных тел

Основными электрическими свойствами материалов физических проявляющимися при взаимодействии объектов объектов, С электрическим полем, являются электрическая проводимость И поляризуемость. Оба свойства определяются наличием или отсутствием в материале свободных носителей электрических зарядов – электронов или ионов, что в свою очередь обусловлено следующим строением атомов вещества, объединенных в молекулы и кристаллы. Электроны атомов, вращающиеся вокруг ядра по определенным (разрешенным) орбитам, обладают некоторой энергией или, иначе говоря, занимают определенные энергетические уровни. Совокупностью этих уровней образуются энергетические зоны разрешенных уровней, а между ними находятся зоны запрещенных уровней (рис. 2.3).

Нижние разрешенные зоны до конца заполнены электронами, располагающимися ближе к ядру и подверженными меньшему воздействию со стороны атомов. Для объяснения электрических свойств твердых тел эти зоны существенного значения не имеют. С этой точки зрения представляет интерес валентная зона, заполненная валентными электронами, испытывающими наибольшее воздействие других атомов, большое расщепление уровней. Эти электроны относительно легко переходят от одного атома к другому, обуславливая образование



Рис. 2.3. Зонная диаграмма твердого тела

разноименно заряженных ионов и создание химических соединений отдельных атомов в молекулы и кристаллы.

Выше валентной зоны на зонной диаграмме располагается зона свободных уровней, не занятая электронами в невозбужденном состоянии атома и отделенная в общем случае от валентной зоны запрещенной зоной.

Свободные электроны, попавшие в эту зону, как раз и обеспечивают электрическую проводимость материала. Поэтому зона свободных уровней получила название зоны проводимости (рис. 2.3). При определенных условиях свободные уровни могут оказаться и в валентной зоне, тогда валентная зона тоже становится зоной проводимости.

По электрическим свойствам вещества разделяют на проводники и изоляторы. На рисунке 2.4. показаны наиболее характерные варианты расположения верхних разрешенных областей зонной диаграммы для разных материалов.

В случае (а) зона свободных уровней 3 вплотную примыкает к валентной зоне 1 или перекрывает ее. Независимо от заполнения будет проводником, т.к. выше валентной зоны тело занятых электронами уровней имеются близкие по значению энергии свободные уровни. Твердое тело будет проводником и в случае ( $\delta$ ), когда разрешенные области разделены зоной 2, характеризуемой энергетическим барьером  $\Delta A$ , но валентная зона не заполнена до конца. Обе диаграммы относятся к металлам. Их хорошая электропроводность определяется большим количеством свободных уровней энергии. Под



Рис. 2.4. Зонные диаграммы проводника (*a*, *б*) и изолятора (*в*): 1– валентная зона; 2 – запрещенная зона; 3 – зона свободных уровней (проводимости)

действием электрического поля электроны проводников получают дополнительную энергию и легко переходят на свободные уровни, чем и обеспечивается направленное их движение вдоль силовых линий поля – электрический ток. Плотность электрического тока  $\overline{j}$  в проводнике прямо пропорциональна напряженности электрического поля (закон Ома):

$$\overline{j} = \sigma \overline{E} , \qquad (2.4)$$

где о – удельная электрическая проводимость.

Величина, обратная удельной электрической проводимости: ρ =1/σ, называется удельным электрическим сопротивлением. Единицей измерения σ является сименс на метр (См/м), а ρ – ом-метр (Ом·м).

Удельное электрическое сопротивление металлов и сплавов составляет 0,015...1.3 мкОм м (таблица 2.1).

Сопротивление металлов электрическому току связано с процессом рассеяния электронов проводимости в результате их столкновений с локальными неподвижными центрами – примесями, дефектами, а также тепловыми колебаниями решетки – фононами.

Другим фактором, влияющим на сопротивление, является концентрация в материале свободных электронов, определяемая количеством свободных уровней энергии зонной диаграммы.

Последнее объясняет тот факт, что одновалентные металлы (медь, серебро, золото, щелочные металлы) имеют наиболее высокую электропроводность (таблица 2.1).

Таблица 2.1.

	Удельная	Удельное	Температурный
Материал	электрическая	электрическое	коэффициент
	проводимость,	сопротивление,	сопротивления
	МСм/м	мкОм·м	на 1°C
Фехраль	0.83	1.2	0.0002
Нихром	0.91	1.1	0.0003
Ртуть	1.06	0.94	0.001
Манганин	2.38	0.42	0.000015
Константан	2	0.5	0.00005
Ванадий	5.55	0.18	0.004
Сталь	5 - 10	0.1 - 0.2	0.005
Платина	10.19	0.0981	0.004
Железо	11.6	0.086	0.0065
Никель	16.28	0.0614	0.007
Кальций	21.7	0.0406	0.0042
Алюминий	40	0.025	0.0046
Золото	48.5	0.0206	0.004
Медь	64.5	0.0155	0.0043
Серебро	67.1	0.0149	0.0043

Электрические свойства проводниковых материалов при 0°С

Математическим выражением указанных факторов является обратно пропорциональная зависимость удельного электрического сопротивления от средней длины свободного пробега электронов и их эффективной плотности. Концентрация электронов проводимости у большинства металлов мало зависит от изменения температуры, но с ростом температуры усиливается рассеяние электронов фононами. температурный коэффициент Поэтому для всех металлов характеризующий относительное сопротивления изменение α. сопротивления с ростом температуры на 1 °С, имеет положительный знак (табл. 2.1). Значение α в широком диапазоне средних температур можно считать постоянным.

В проводниках не может существовать статического электрического поля, поскольку приложенное электрическое поле всегда компенсируется в проводящем объекте полем свободно перемещающихся зарядов. Электрическое поле существует только во время движения зарядов. В изоляторах же электростатическое поле может существовать длительное время. Наибольший интерес среди изоляторов представляют материалы, обладающие свойством ослаблять взаимодействие зарядов по сравнению с вакуумом, которые получили название диэлектриков.

В отличие от металлов у диэлектриков валентная зона зонной диаграммы заполнена до конца и отделена от зоны проводимости запрещенной зоной шириной  $\Delta A = 1, 5...3$  электронвольт (эВ) (рис. 2.4*в*). температурах лишь незначительное количество При обычных электронов может преодолеть запрещенную зону и перейти в зону электрическая удельная проводимости, проводимость поэтому  $10^{-15}...10^{-6}$ См/м, несоизмеримо диэлектриков, равная меньше проводимости самых плохих проводников. Воздействие на диэлектрик электрического поля приводит ввиду разнонаправленности его действия на заряды разных знаков либо к ориентации вдоль силовых линий полярных молекул, которые можно рассматривать как пару разнесенных точечных электрических зарядов (электрических диполей), либо к упругой деформации растяжением вдоль силовых линий неполярных молекул с образованием тех же ориентированных по полю диэлектрических диполей (рис. 2.5).



Рис. 2.5. Диэлектрики в электрическом поле

Такое упорядоченное смещение связанных зарядов под действием внешнего электрического поля называется поляризацией диэлектрика. Нетрудно заметить, что собственное внутреннее поле диполей направлено противоположно внешнему полю. Это можно также представить как уменьшение напряженности  $\overline{E}_0$  внешнего поля на

величину напряженности  $\overline{E}_n$  внутреннего. Уменьшение напряженности электрического поля эквивалентно по определению уменьшению сил, действующих на электрические заряды. Особенно наглядно это иллюстрируется законом Кулона, описывающим взаимодействие точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся на расстоянии r.

Если в вакууме сила взаимодействия зарядов по модулю равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} , \qquad (2.5)$$

то в диэлектрике ее значение уменьшается в  $\mathbf{\varepsilon}_r$  раз:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$
 (2.6)

Величина  $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \Phi/M$  – электрическая постоянная, величина

 $\varepsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость, являющаяся основной электрической характеристикой диэлектриков. В ряде случаев используется векторная величина электрическая индукция (смещение)  $\overline{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \overline{E}$ , единицей измерения которой является кулон на квадратный метр (Кл/м<sup>2</sup>). Для большинства диэлектриков  $\varepsilon_r$  выражается числами порядка нескольких единиц (таблица 2.2).

У специальных материалов – сегнетоэлектриков є, достигает порядка нескольких тысяч и зависит от напряженности внешнего электрического поля. Кроме того, для сегнетоэлектриков характерна остаточная поляризация после снятия внешнего поля. Поляризация вещества может происходить не только под действием электрического поля, но и под действием механического напряжения (пьезоэлектрический эффект).

Наряду с рассмотренными веществами, обладающими либо электропроводностью, либо поляризуемостью, существуют вещества при воздействии на которые электрического поля имеет место как протекание по ним электрического тока, так и их поляризация. Эти вещества можно рассматривать либо как плохие проводники, либо как несовершенные изоляторы. Такие вещества, электрическая проводимость которых мала ( $\sigma = 10^{-3}...10^{-8}$  См/м), но все же значительно превышает проводимость хороших изоляторов (табл. 2.2) образуют класс полупроводников.

23

#### Таблица 2.2

Материал	Относительная диэлектрическая	Удельное электрическое	
	проницаемость	сопротивление,	
		Ом• м	
Гетинакс	4 - 6	$10^9 - 10^{13}$	
Бумага кабельная	2.3 - 3.5	$10^{11}$ - $10^{12}$	
Лакоткань	3.5 - 5	$10^{10}$ - $10^{11}$	
Масло трансформаторное	2 - 2.5	10 <sup>10</sup> -10 <sup>12</sup>	
Мрамор	8 - 10	$10^{7}$ - $10^{8}$	
Парафин	2 - 2.2	$10^{13}$ - $10^{14}$	
Стекло	5.5 - 10	$10^9 - 10^{13}$	
Фарфор	5 - 7.5	$10^{12} - 10^{13}$	
Шифер	4 - 16	$10^{5}-10^{8}$	
Полиэтилен	2.2 - 2.3	10 <sup>15</sup>	
Янтарь	2.8	10 <sup>17</sup>	
Воздух	1.00058	-	

Электрические свойства изоляционных материалов

Свойства полупроводников объясняются спецификой их зонной диаграмма полупроводника диаграммы. Качественно зонная не отличается от диаграммы диэлектриков (рис. 2.4в). Валентная зона диаграммы полупроводников заполнена до конца и отделена от зоны запрещенной зоной шириной проводимости около 1эB. При температуре выше абсолютного нуля этот энергетический барьер (меньший, чем в случае диэлектриков), может быть преодолен существенным числом электронов. Освободившиеся от электронов энергетических уровнях валентной зоны, называемые места на дырками, так же как свободные электроны обеспечивают проводимость полупроводников. Электронная (типа *n*) и дырочная (типа *p*) проводимости полупроводника могут быть значительно увеличены введением в его кристаллическую решетку атомов других химических элементов.

В отличие от металлов с ростом температуры в полупроводниковых материалах значительно возрастает концентрация носителей электрического тока. Влияние этого фактора превалирует над

уменьшением с ростом температуры длины свободного пробега электронов. Поэтому в полупроводниках с ростом температуры резко Температура проводимость. возрастает удельная электрическая проводимость электрическую оказывает такое же влияние на воздействия: полупроводников, энергетические как другие И механическая деформация, оптическое и ионизирующее излучения. Относительная диэлектрическая проницаемость полупроводников имеет значения порядка нескольких единиц – нескольких десятков.

Во всех материалах, рассмотренных выше, электрический ток образуется свободными электронами (если не считать ток смещения при диэлектриков). Такая электрическая проводимость поляризации называется электронной, а материалы, для которых характерна такая проводимость – проводниками первого рода. Поскольку все электроны одинаковы, а их масса мала по сравнению с массой ядра, то электрический ток в проводниках первого рода не сопровождается изменением химического состава и переносом вещества. В проводниках второго рода, к которым относятся расплавленные соли, растворы кислот, щелочей, солей, носителями электрического заряда являются заряженные атомы и молекулы – ионы. Поэтому электрический ток в проводниках второго рода сопровождается химическими изменениями и переносом вещества (например, явление электролиза). Ввиду меньшей по сравнению с металлами концентрацией свободных зарядов и меньшей их подвижности, удельная электрическая проводимость растворов существенно ниже и составляет несколько десятков - сотен См/м. С ростом температуры в результате возрастания диссоциации молекул на ионы электрическая проводимость растворов возрастает.

# 2.3. Магнитное поле. Характеристики материалов в магнитном поле

*Магнитное поле* – электромагнитное поле, характеризуемое его воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости.

По определению основной характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции*  $\overline{B}$ , который может быть определен по силе  $\overline{F}$ , с которой поле действует на заряд q, перемещающийся со скоростью  $\overline{V}$ :

$$\overline{F} = q \left[ \overline{V} \times \overline{B} \right]. \tag{2.6}$$

Поскольку сила  $\overline{F}$  пропорциональна векторному произведению величин  $\overline{V}$  и  $\overline{B}$ , то ее направление для положительного заряда находится по правилу левой руки. Единицей измерения магнитной индукции является тесла (Тл).

Магнитное поле проявляется при его воздействии на движущиеся электрические заряды, вместе с тем и само магнитное поле порождается движением электрических зарядов (электрическим током). Способность электрического тока возбуждать магнитное поле, пространственное распределение которого определяется силой тока и геометрической структурой контура, характеризуется векторной величиной *магнитным моментом* электрического тока  $\overline{M}$ . Модуль вектора  $\overline{M}$  в простейшем случае равен произведению тока на площадь контура, а направление совпадает с нормалью к плоскости контура:

$$\overline{M} = I \times \overline{S} . \tag{2.7}$$

Единица измерения магнитного момента является амперквадратный метр А·м<sup>2</sup>.

Важное значение в теории электромагнетизма имеет величина  $\Phi$ , называемая *магнитным потоком* вектора магнитной индукции  $\overline{B}$  через поверхность *S*:

$$\Phi = \iint_{S} \overline{B} \cdot d\overline{S} . \tag{2.8}$$

Единицей измерения магнитного потока является вебер (Вб).

Сила взаимодействия магнитного поля и движущегося заряда зависит от среды. Для характеристики магнитного свойства среды усиливать или ослаблять это взаимодействие, а также для характеристики магнитного эффекта тока вне зависимости от среды используются соответственно величины магнитной проницаемости материала  $\mu$  и напряженности магнитного поля  $\overline{H}$ :

$$\overline{B} = \mu \cdot \overline{H} \,. \tag{2.9}$$

Единицей измерения напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м).

Физическая величина характеризует μ зависимость силы взаимолействия магнитного поля И движущегося заряда (электрического тока) среды, которой ОТ В находится заряд (электрический ток). Для разных материалов характерны различные значения µ. Магнитная проницаемость вакуума – фундаментальная физическая постоянна, равная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, \Gamma$ н/м . Для других сред:

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_r \cdot \boldsymbol{\mu}_0, \qquad (2.10)$$

где  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость.

Отличие относительной магнитной проницаемости среды от относительной магнитной проницаемости вакуума, равной единице, характеризуется величиной *магнитной восприимчивостью*  $\chi_m$ :

$$\mu_r = 1 + \chi_m \tag{2.11}$$

Если осуществить подстановку (2.10) с учетом (2.11) в выражение (2.9), получим:

$$\overline{B} = \mu_{o} \left( \overline{H} + \chi_{m} \cdot \overline{H} \right) = \mu_{o} \left( \overline{H} + \overline{J} \right)$$
(2.12)

Векторная величина  $\overline{J} = \chi_m \cdot \overline{H}$ , называемая *намагниченностью*, характеризует способность вещества при воздействии на него внешнего магнитного поля создавать собственное магнитное поле и равна магнитному моменту единицы объема вещества.

В зависимости от модуля и знака восприимчивости χ<sub>m</sub> все вещества условно делят на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

от отрицательную магнитную  $\chi_m = -(10^{-5}...10^{-7})$ , т. е. эти вещества отрицательную Диамагнетики имеют восприимчивость порядка внешнем магнитном поле в направлении, намагничиваются BO напряженности противоположном вектору внешнего К поля. диамагнетикам относятся Si, P, Bi, Zn, Cu и другие элементы, а также некоторые органические и неорганические соединения.

Парамагнетики имеют положительную магнитную восприимчивость порядка  $\chi_m = + (10^{-5}...10^{-1})$ , т.е. эти вещества намагничиваются во внешнем магнитном поле по направлению поля. К ним относятся, например: Al, Li, Na, K, Ti, V, U, O<sub>2</sub>, некоторые соли.

Специфические магнитные свойства диамагнетиков и парамагнетиков в средствах измерительных преобразований использования не нашли. Напротив, очень широкое применение, как для измерительных, так и для энергетических преобразований имеют магнитные свойства ферромагнитных материалов, поэтому остановимся на них более подробно.

Ферромагнетики – это вещества, в которых при температуре, меньшей точки Кюри, устанавливается состояние самопроизвольной намагниченности. Характерным признаком ферромагнетиков является высокое значение магнитной восприимчивости

 $\chi_m = 1...10^5$  и ее сильная и неоднозначная зависимость от напряженности магнитного поля. Ферромагнитными свойствами обладают Fe, Co, Ni, редкоземельные металлы Cd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, многочисленные сплавы и соединения указанных металлов, а также соединения Cr и Mn.

Процесс установления намагниченности ферромагнетика при действии на него внешнего магнитного поля происходит следующим образом. В состоянии полного размагничивания ферромагнитный образец состоит из большого числа *доменов*, каждый из которых намагничен до насыщения, но при этом их векторы намагниченности  $\overline{J}_s$  направлены так, что суммарный магнитный момент образца  $\overline{M} = \sum \overline{J}_{s_i} = 0$ . Намагничивание состоит в переориентации векторов намагниченности доменов в направлении приложенного поля главным образом за счет процессов смещения и вращения.

Наличие в ферромагнетике областей спонтанной намагниченности кристаллическим строением обусловлено его ИЗ атомов с недостроенными внутренними электронными слоями, вследствие чего под действием сил обменного взаимодействия имеет место сильная спиновых орбитальных магнитных ориентировка И моментов электронных оболочек атомов. Разбиение же ферромагнетика на множество доменов с нулевым суммарным магнитным моментом происходит в соответствии со стремлением любой системы, в том числе и магнитной, к минимуму энергии.

Процесс смещения в многодоменном ферромагнетике заключается в перемещении границ между доменами. Объем доменов, векторы  $\overline{J}_s$  которых составляют наименьший угол с направлением напряженности магнитного поля, при этом увеличивается за счет соседних доменов с энергетически менее выгодной ориентацией  $\overline{J}_s$  относительно поля.

Процесс вращения состоит в повороте векторов  $\overline{J}_s$  в направлении поля  $\overline{H}$ . Причиной возможной задержки или ускорения вращения является магнитная анизотропия ферромагнетика, что обусловлено наличием в ферромагнетике осей легкого намагничивания, в общем случае не совпадающих с  $\overline{H}$ .

Если ферромагнетик, находящийся в состоянии полного размагничивания (J=0), намагничивать в монотонно и медленно возрастающем поле, то получающуюся зависимость J(H) называют кривой первоначального намагничивания. Эту кривую обычно подразделяют на пять участков (рис. 2.6).

28



Рис. 2.6. Кривая первоначального намагничивания (*a*) и схематическое изображение процессов намагничивания в многодоменном ферромагнетике (*б*).

Участок I – область начального, или обратимого намагничивания, где  $\overline{J} = \chi_a \cdot \overline{H}$ . В этой области протекают главным образом процессы упругого смещения границ доменов при постоянстве начальной магнитной восприимчивости  $\chi_a$ . Участок II – (область Рэлея) характеризуется квадратичной зависимостью J от H (в этой области  $\chi$  линейно возрастает с H). В области Рэлея намагничивание осуществляется благодаря процессам смещения, как обратимым, линейно зависящим от H, так и необратимым, квадратично зависящим от H.

Область наибольших проницаемостей III характеризуется быстрым ростом *J*, связанным с необратимым смещением междоменных границ. На этом участке намагничивание происходит скачками (*скачки Баркгаузена*), что обусловлено задержками смещения границ доменов при встрече с какими-либо

неоднородностями структуры ферромагнетика (атомами примесей, дислокациями, микротрещинами и т.п.). В области приближения к насыщению (IV) основную роль играет процесс вращения. После достижения магнитного насыщения, когда магнитные моменты всех доменов оказываются повернутыми в направлении  $\overline{H}$ , намагниченность ферромагнетика далее с ростом напряженности магнитного поля практически не меняется (область V).

Если после достижения состояния магнитного насыщения  $J_s$  в поле  $H_s$  начать уменьшать H, то будет уменьшаться и J, но по кривой, лежащей выше кривой первоначального намагничивания. Данное заключающееся что физическая явление. в том, величина, объекта, неоднозначно характеризующая состояние зависит OT физической величины, характеризующей внешние условия, называется гистерезисом. В данном случае имеет место магнитный гистерезис. При уменьшении напряженности магнитного поля от H<sub>s</sub> до нуля значение намагниченности будет уменьшаться за счет возникновения и роста доменов с магнитным моментом, направленным против поля (рис. 2.7), что обусловлено стремлением магнитной системы к минимуму энергии.

Рост доменов сопровождается движением доменных стенок, которое может тормозиться наличием различного рода неоднородностей. Поэтому при уменьшении *H* до нуля у



Рис. 2.7. Кривые намагничивания и размагничивания ферромагнетика при наличии гистерезиса

ферромагнетика сохраняется так называемая остаточная намагниченность J<sub>r</sub>. Образец полностью размагничивается лишь в достаточно сильном поле противоположного направления, называемом коэрцитивным, с напряженностью H<sub>c</sub>, называемой коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении магнитного поля обратного направления образец вновь намагничивается вдоль поля до насыщения и т.д.

Таким образом, при циклическом изменении поля кривая, характеризующая изменение намагниченности образца, образует *петлю магнитного гистерезиса* (гистерезисный цикл). Различают предельный и частные гистерезисные циклы, симметричные и несимметричные петли гистерезиса.

Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, теряемой в образце за один цикл изменения поля. Эта энергия идет, в конечном счете, на нагревание образца. Такие потери энергии называются гистерезисными.

С ростом частоты переменного магнитного поля (числа циклов перемагничивания в единицу времени) к гистерезисным потерям добавляются другие потери, связанные с вихревыми токами и магнитной вязкостью. Соответственно площадь петли гистерезиса при высоких частотах увеличивается. Такую петлю называют *динамической*, в отличие от описанной выше *статической* петли. Соответственно и остальные магнитные характеристики веществ классифицируются на динамические и статические.

Основными статическими характеристиками являются следующие параметры предельной петли гистерезиса: коэрцитивная сила  $H_{c}$ , остаточная намагниченность  $J_r$ , намагниченность насыщения  $J_s$ , напряженность поля, обеспечивающая магнитное насыщение  $H_s$ , а также параметры кривой первоначального намагничивания: начальная  $\chi_a$  и максимальная  $\chi_m$  магнитные восприимчивости. На практике для характеристики магнитных свойств ферромагнитных материалов чаще используют не намагниченность *J*, а индукцию *B*, которая в отличие от *J* может быть определена прямыми измерениями. Соответственно вместо магнитной восприимчивости  $\chi$  используется относительная магнитная проницаемость  $\mu_r$ . Связь величин *B* и *H*,  $\mu_r$  и  $\chi$ определяется выражениями (2.11) и (2.12).

Кроме перечисленных статических магнитных характеристик одной из основных паспортных характеристик магнитного материала является основная кривая намагничивания – зависимость *B*(*H*), представляющая собой геометрическое место вершин симметричных установившихся частных циклов гистерезиса в диапазоне изменения *H* 

31

от нуля до *H<sub>s</sub>*. Для изучения поведения ферромагнетика при сложном перемагничивании (одновременно в постоянном и переменном полях) используется величина – дифференциальная магнитная проницаемость

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}H} \tag{2.13}$$

В зависимости от значений статических магнитных характеристик магнитные материалы подразделяются на магнитомягкие и магнитотвердые (таблица 2.3).

#### Таблица 2.3

Марка материала		Коэрцитивная	Остаточная	Индукция
		сила <i>H</i> <sub>c</sub> ,	индукция	насыщения
		А/м	<i>В</i> <sub><i>r</i></sub> , Тл	<i>В</i> <sub>s</sub> , Тл
итомягкие	80НМ (супермаллой)	0.4	-	0.8
	79НМ (пермаллой)	1.6	-	0.8
	50НП	8	-	1.5
	Э330	16	-	2.0
art	Э44	40	-	1.98
Σ	Армко-железо	64	-	2.15
ei e	Сталь 20А	320	1.17	-
	Сталь 45	640	1.12	-
	Сталь 45 закал.	2160	1.18	-
	Сталь Х17Н2	1760	0.59	-
Ц	Сталь Х17Н2 закал.	3600	0.62	-
ep	Сталь ШХ15	3600	0.79	-
ΤB	Сталь У13	4800	0.8	-
Τ0	Сталь ЕХ9К	12800	0.82	-
ИН	Сталь 12КМВ (комол)	20000	1.05	-
Магн	Сталь ЮДНК	48000	1.23	-
	(магнико)			
	2ФК (Со-феррит)	144000	0.3	-
	Co <sub>5</sub> Sm	272000	0.94	-
	ПлК (платинакс)	320000	0.79	-

Магнитные свойства некоторых ферромагнитных материалов.

К магнитомягким относятся материалы, которые намагничиваются до насыщения и перемагничиваются в относительно слабых магнитных полях напряженностью  $H \approx 10...10^3$  А/м. Для этих материалов характерны высокие значения относительной магнитной проницаемости – начальной  $\mu_{r \text{нач}} = 10^2 ... 10^5$  и максимальной  $\mu_{r \text{max}} = 10^3 ... 10^6$ . Коэрцитивная сила  $H_c$  магнитомягких материалов составляет обычно от 1 до  $10^2$  А/м, а потери на гистерезис очень малы –  $10^3 ... 10^6$  Дж/м<sup>3</sup> на один цикл.

К магнитотвердым относятся материалы, которые намагничиваются до насыщения и перемагничиваются в сравнительно сильных магнитных полях напряженностью  $H \approx 10^3...10^5$  А/м. Магнитотвердые материалы характеризуются высокими значениями коэрцитивной силы  $H_c \approx 10^3...10^5$  А/м и остаточной индукции  $B_r \approx 0.5...1,5$  Тл.

Магнитные свойства материалов зависят не только от их химического состава, но в значительной мере от структурного состояния кристаллической решетки, определяемого механической и термообработкой, а также от наличия дефектов кристаллической решетки.

Важное значение для технического использования ферромагнетиков имеет наблюдаемое при намагничивании ферромагнитных образцов изменение их формы и размеров, называемое магнитострикцией (от магнит и латинского striktio – сжатие, натягивание). Относительное удлинение образцов таких при  $\frac{\Delta l}{l} \approx 10^{-5} \dots 10^{-2}$ . Явление магнитострикции перемагничивании обусловлено процессами при намагничивании смещения ферромагнетика границ между доменами и поворота магнитных доменов по полю. Оба эти процесса изменяют энергетическое состояние кристаллической решетки, что проявляется в изменении равновесных расстояний между ее узлами. В результате атомы смещаются, происходит деформация решетки. Такой механизм магнитострикции действует в диапазоне изменения магнитного поля от нуля до  $H_s$  и проявляется главным образом в изменении формы кристалла без объема (линейная магнитострикция). В полях, изменения его превышающих по напряженности Н<sub>s</sub>, проявляется обусловленная объемная магнитострикция. Наблюдается и обменными силами обратный магнитострикции магнитоупругий эффект (эффект Виллари), заключающийся в зависимости магнитных свойств ферромагнетиков от механических деформаций (растяжения, кручения, изгиба и т.п.).

Магнитоупругий эффект в областях смещения и вращения объясняется тем, что при действии механических напряжений изменяется доменная структура ферромагнетика – векторы намагниченности доменов  $J_s$  меняют свою ориентацию, что может в одних случаях облегчать, а в других затруднять процесс намагничивания.

#### 2.4. Основные уравнения электромагнитного поля

В предыдущих разделах даны определения основных физических описывающих электрические и магнитные величин. поля. электрические и магнитные характеристики материалов, показана взаимосвязь отдельно электрических и магнитных величин. Но электрические и магнитные поля – это две стороны проявления электромагнитного поля и соответственно электрические и магнитные физические явления тесно связаны друг с другом. Законы, связывающие магнитные величины в обобшенной электрические И форме представляются уравнениями Максвелла в интегральной форме.

Связь между напряженностью магнитного поля и электрическим током устанавливается законом полного тока:

$$\oint_{L} \overline{H} \cdot d\overline{l} = i_{nn} \qquad (2.14)$$

где  $\overline{H}$  – вектор напряженности магнитного поля; L – произвольный замкнутый контур; d $\overline{l}$  – элемент его длины;  $i_{nn}$  – полный ток, охватываемый контуром L.

Это уравнение определяет магнитное поле, возникающее при движении заряженных частиц. Полный ток складывается из токов

$$i_{\rm nn} = i_{\rm cr} + i_{\rm np} + i_{\rm cm} + i_{\rm nep},$$
 (2.15)

где  $i_{ct}$  – сторонний ток (в частности, ток в обмотке);  $i_{np}$  – ток проводимости (вихревой ток);  $i_{cm}$  – ток смещения, обусловленный поляризационными эффектами;  $i_{nep}$  – ток переноса, обусловленный движением объекта относительно источника магнитного поля (в частности, обмотки с током).

Связь между напряженностью электрического поля и скоростью изменения во времени магнитного потока устанавливается законом электромагнитной индукции:

$$\oint_{L} \overline{E} \cdot \overline{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} , \qquad (2.16)$$

где  $\overline{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $\Phi$  – магнитный поток, проходящий сквозь поверхность, охватываемую контуром *L*.

Выражение (2.16) представляет собой наиболее общую запись закона электромагнитной индукции применительно к любой среде. Большое практическое значение имеет случай, когда контур L представляет собой реальный проводящий виток. В этом случае в соответствии с (2.3) циркуляция вектора  $\overline{E}$  по контуру витка представляет собой эдс этого витка:

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$
 (2.17)

Связь вектора индукции электрического поля, создаваемого заряженными частицами, с их электрическим зарядом *q* определяется постулатом Максвелла:

$$\oint \overline{D}d\overline{S} = q, \qquad (2.18)$$

где  $\overline{D}$  – вектор электрической индукции; *S* – произвольная замкнутая поверхность;  $d\overline{S}$  – элемент поверхности; *q* – свободный заряд в объеме, ограниченном поверхностью *S*.

Из (2.18) вытекает, в частности, что силовые линии электрического поля начинаются и заканчиваются на свободных электрических зарядах.

По аналогии с (2.18) для магнитных полей записывается второй постулат Максвелла:

$$\bigoplus_{s} \overline{B} \, \mathrm{d}\overline{S} = 0 \quad , \tag{2.19}$$

где  $\overline{B}$  – вектор магнитной индукции. Из (2.19) вытекает утверждение о непрерывности силовых линий магнитного поля. Рис. 2.8 иллюстрирует законы полного тока, электромагнитной индукции, первый и второй постулаты Максвелла.

Четыре уравнения (2.15), (2.16), (2.18) и (2.19) устанавливают электрическими магнитными между величинами, И связь электромагнитное характеризующими поле В любом объеме пространства. Изучение электромагнитного поля в каждой точке пространства, а не в конечных объемах, требует дифференциальной формы записи уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \overline{H} = \overline{j}_{cr} + \sigma \overline{E} + \frac{\mathrm{d} \overline{D}}{\mathrm{d} t} + \sigma \left[ \overline{V} \times \overline{B} \right];$$

$$\operatorname{rot} \overline{E} = -\frac{\mathrm{d} \overline{B}}{\mathrm{d} t} \; ; \; \operatorname{div} \overline{B} = 0 \; ; \; \operatorname{div} \overline{D} = \rho \; , \qquad (2.20)$$

где  $\overline{j}_{c\tau}$  – плотность сторонних токов;  $\sigma \overline{E}$  – плотность токов проводимости (вихревых токов);  $\frac{d\overline{D}}{dt}$  – плотность токов смещения;  $\sigma [\overline{V} \times \overline{B}]$  – плотность токов переноса;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость;  $\overline{V}$  – скорость движения проводящего объекта относительно источника магнитного поля;  $\rho$  – объемная плотность зарядов.



Рис. 2.8. Иллюстрация законов полного тока (*a*), электромагнитной индукции (б), первого (*г*) и второго (*в*) постулатов Максвелла.

Физический смысл уравнений электромагнитного поля заключается в том, что электрическое и магнитное поле существуют не отдельно друг от друга, а только совместно. Изменение, а не просто наличие электрического поля, приводит к появлению вихревого магнитного поля, а изменение магнитного поля приводит к появлению вихревого электрического поля. Энергия одного поля может переходить в энергию другого при естественном условии, что сумма энергий остается постоянной. Кроме того, существуют необратимые потери (например, тепловые).

Для решения системы уравнений Максвелла (2.20) необходимо знать свойства среды, в которой распространяется электромагнитное
поле. Свойства объекта, находящегося в электромагнитном поле, характеризуются следующими зависимостями:

$$\overline{j}_{\rm np} = \sigma \overline{E}; \quad \overline{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \overline{E}; \quad \overline{B} = \mu_0 \mu_r \overline{H}.$$
 (2.21)

Первые две зависимости характеризуют электрические, а третья – магнитные свойства. Если  $\sigma$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\mu_r$  одинаковы во всех точках материала и не зависят ни от направления векторов  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$ , ни от их модулей, то такие материалы называются однородными, изотропными и линейными.

### Контрольные вопросы

2.1. Какими величинами характеризуется электрическое поле и свойства материалов в электрическом поле? Каковы единицы их измерений?

2.2. На какие группы делятся материалы по своим электрическим свойствам?

2.3. В чем разница энергетических зонных диаграмм проводников, изоляторов и полупроводников?

2.4. Что происходит при поляризации диэлектриков в электрическом поле?

2.5. Каково влияние температуры на электрическую проводимость проводников и полупроводников?

2.6. Какими величинами характеризуется магнитное поле и свойства материалов в магнитном поле? Каковы единицы их измерений?

2.7. На какие группы делятся материалы по своим магнитным свойствам?

2.8. Что происходит при намагничивании ферромагнетиков в постоянном магнитном поле?

2.9. Что такое кривая первоначального намагничивания, петля гистерезиса, основная кривая намагничивания?

2.10. В чем заключаются явления магнитоупругости и магнитострикции?

2.11. Какие уравнения описывают взаимосвязь электрического и магнитного полей?

### Задачи

2.1. Определить разность потенциалов между точками 1 и 2 в однородном электрическом поле напряженности E = 1 В/м при расстоянии между точками l = 5 см и расстоянии между проходящими через эти точки силовыми линиями a = 3 см (рис. 2.9).



### Решение

Согласно (2.3) в однородном электрическом поле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \overline{E} \, \mathrm{d}\overline{l} = E \, l \, \cos \alpha \,,$$

где α - угол между прямой, соединяющей точки и направлением силовых линий. Нетрудно заметить, что

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

Откуда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E l \cos \alpha = 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4}{5} = 0,04 \text{ B}$$

2.2. Определить точку кривой первоначального намагничивания B(H), для которой имеет место равенство значений относительных нормальной  $\mu_r$  и дифференциальной  $\mu_d$  магнитных проницаемостей.

### Решение

Относительные нормальная и дифференциальная магнитные проницаемости согласно соотношениям раздела 2.3 связаны с величинами магнитной индукции *В* и напряженности магнитного поля *Н* следующим образом:

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H}; \quad \mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}H}$$

Геометрический смысл нормальной магнитной проницаемости в некоторой точке кривой намагничивания заключается в равенстве ее тангенсу значения угла наклона прямой, соединяющей рассматриваемую точку с началом координат, а геометрический смысл дифференциальной магнитной проницаемости заключается в равенстве ее значения тангенсу угла наклона касательной в рассматриваемой точке кривой намагничивания. Отсюда вытекает, что при равенстве значений µ<sub>r</sub> и µ<sub>d</sub> должно иметь место совпадение прямой, соединяющей точку кривой намагничивания с началом координат, и касательной к кривой намагничивания (рис. 2.10). Данному условию помимо точки, совпадающей с началом координат, удовлетворяет точка кривой первоначального намагничивания, которой соответствует максимальное значение угла наклона прямой, соединяющей эту точку с началом координат, и, соответственно, максимальное значение относительной нормальной магнитной проницаемости.





2.3. Определить мгновенное значение эдс *e* в момент времени t = 0, 2c, наводимой в контуре прямоугольной формы с размерами 4 см × 6 см, находящемся в однородном магнитном поле, силовые линии которого составляют с плоскостью контура угол  $\beta = 30^{\circ}$ , а индукция изменяется во времени по закону  $B(t) = B_m e^{-t} = 0, 1e^{-t}$ .

### Решение

Согласно закону электромагнитной индукции (2.17) эдс, наводимая в контуре:

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Магнитный поток Ф индукции *В* однородного магнитного поля через площадь S контура при величине угла α между направлениями силовых линий и нормали к плоскости контура определяется согласно (2.8) следующим образом:

$$\Phi = \iint_{S} \overline{B} \, \mathrm{d}\overline{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha \, .$$

Дифференцированием величины Ф по времени получаем:

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}(BS\cos\alpha)}{\mathrm{d}t} = -S\cos\alpha\frac{\mathrm{d}(B_m e^{-t})}{\mathrm{d}t} = S\cos\alpha B_m e^{-t}.$$

Площадь контура  $S = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 24 \cdot 10^{-4}$ , а угол  $\alpha = 90^{\circ} - \beta = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$ , следовательно

$$e(0,2) = S \cos \alpha B_m e^{-t} = 24 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60^{\circ} \cdot 0, 1 \cdot e^{-0,2} = 24 \cdot 10^{-4} \cdot 0, 5 \cdot 0, 1 \cdot 0, 819 = 9,828 \cdot 10^{-5} \text{ B}.$$

### 3. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на физических эффектах, результатом которых является преобразование характеристик электрических электрический сигнал полей или электрических характеристик материалов и изделий. Обычно при данном виде измерительных преобразований объект измерения или его часть помещается в постоянное или переменное электрическое поле, электродами, контактирующими создаваемое между С электропроводящим объектом измерения (электропотенциальное и электрохимическое измерительные преобразования), либо между обкладками электрического конденсатора (электроемкостное измерительное преобразование).

### 3.1. Электроемкостное измерительное преобразование

Электроемкостное измерительное преобразование основано на зависимости комплексного электрического сопротивления конденсатора от различных факторов.

Конденсатор образуется двумя сближенными проводниками, разделенными диэлектриком (рис. 3.1).



Проводники заряжаются равными и противоположными по знаку зарядами q. Вследствие взаимного притяжения разноименных зарядов поверхностная плотность зарядов будет выше на обращенных друг к другу частях поверхностей проводников, чем на других частях. Между проводниками должна существовать разность потенциалов  $U = \varphi_a - \varphi_b$ . Оценка конденсаторов производится по величине электрической емкости C, представляющей собой отношение величины заряда q к разности потенциалов U:

$$C = \frac{q}{U}.$$
 (3.1)

### Таблица 3.1.

Тип конденсатора	Конструктивные	Функция
	особенности	преобразования
Плоскопараллельный с однослойным диэлектриком	$\delta$	$C = \frac{\varepsilon S}{\delta}$ , где $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика; S – площадь перекрытия пластин; $\delta$ – расстояние между пластинами.
Плоскопараллельный с многослойным диэлектриком	$\epsilon_1$ $\epsilon_2$ $\epsilon_3$ $\delta_1$ $\delta_2$ $\delta_3$	$C = \frac{S}{\delta_1 / \epsilon_1 + \delta_2 / \epsilon_2 + \delta_3 / \epsilon_3},$ где $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 -$ диэлектрические проницаемости отдельных слоев; S - площадь перекрытия пластин; $\delta -$ толщины отдельных слоев.
Двухпроводная линия	2r $1$ $7$	$C = \frac{\pi \epsilon \ l}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - r^2}}{r}},  где$ $\epsilon - диэлектрическая$ проницаемость среды; l - длина линии; 2a - расстояние между проводниками; $r - радиус проводников.$

### Емкость конденсаторов простейшей формы



Единицей фарада Ф=Кл/В. измерения емкости является Физический проиллюстрирован смысл емкости может быть следующими примерами. Предположим, что заряд емкости осуществляется от источника постоянного фиксированного напряжения Значение накапливаемого при этом электрического  $U_{\cdot}$ заряда пропорционально емкости конденсатора:  $q = C \cdot U$ .

Таким образом, чем больше емкость конденсатора, тем больший заряд можно в нем накопить от одного и того же источника. Соответственно при фиксированном значении заряда конденсатора разность потенциалов между проводниками обратно пропорциональна значению емкости: U = q/C. Таким образом, чем больше емкость конденсатора, тем меньшая работа требуется для заряда конденсатора до фиксированного значения.

Расчет емкости конденсаторов с обкладками различной формы производится на основе уравнений электромагнитного поля. В таблице 3.1 приведены некоторые распространенные достаточно конструктивные варианты измерительных электроемкостных преобразователей, для которых получены аналитические выражения уравнений преобразования. На рисунке 3.2 показаны примеры практического использования таких преобразователей для решения некоторых задач измерения и контроля.



a





C = f(d)

Рис. 3.2. Примеры практического использования электроемкостного измерительного преобразования для измерения уровня жидких или сыпучих диэлектрических материалов (*a*, *б*), измерения толщины листов из диэлектрических материалов (*в*), измерения диаметра изделий из электропроводящих материалов (*г*): 1 – электроды; 2 – объект измерения

При электроемкостного реализации измерительного преобразования в качестве информативного параметра выходного электрического сигнала конденсатора может использоваться не только емкости, но И значение значение активного сопротивления конденсатора. Физической основой такой возможности является следующее. Комплексное электрическое сопротивление идеального конденсатора определяется исключительно емкостью между его обкладками и имеет только реактивную компоненту (рис. 3.3а). Электрическое сопротивление диэлектрика такого конденсатора принимается равным бесконечности, a активная компонента комплексного электрического сопротивления конденсатора равной нулю. Основные соответственно отличия реального конденсатора от идеального заключаются прежде всего в конечности электрического сопротивления его диэлектрика, а кроме того в наличии активного реактивного сопротивлений подводящих проводов, И

44

наличии паразитных емкостей, обусловленных конструктивными особенностями конкретного конденсатора. Схема замещения реального конденсатора обычно приводится к виду рис. 3.36.



Рис. 3.3. Схемы замещения и векторные диаграммы идеального (*a*) и реального (*б*) электрических конденсаторов

Соответственно ввиду отличия схем замещения идеального и реального конденсаторов существенно различаются и векторные напряжений, характеризующие работу диаграммы токов И конденсаторов в цепях переменного синусоидального тока (рис. 3.3*a*, б). В случае идеального конденсатора разность фаз между током и напряжением составляет 90°. В случае реального конденсатора ввиду наличия тока *I<sub>r</sub>* через эквивалентное активное сопротивление *r* фазовый сдвиг между суммарным током *I* и напряжением на конденсаторе U<sub>c</sub> отличается от 90° на угол δ, называемый углом потерь. Обычно вместо угла рассматривается tg\delta, который для эквивалентной схемы рис. 3.36 равен

$$tg\delta = \frac{1}{\omega \, rC},\tag{3.2}$$

где  $\omega$  - угловая частота переменного тока.

Величина, обратная tg $\delta$  называется добротностью Q:

$$Q = \omega r C. \tag{3.3}$$

Угол потерь и соответственно  $tg\delta$  для разных диэлектриков различен. В таблице 3.2 приведены примерные значения  $tg\delta$  и Q для наиболее широко используемых в конденсаторах диэлектрических материалов.

Таблица 3.2

Материал	tgδ при 50 Гц	<i>Q</i> при 50 Гц
Воздух	0,00005	$2 \cdot 10^4$
Стекло	0,0001 - 0,001	$10^3 - 10^4$
Слюда	0,0001 - 0,01	$10^2 - 10^4$
Полистирол	0,0002 - 0,001	$10^3 - 5 \cdot 10^3$
Текстолит	0,003 - 0,4	$2,5 - 3 \cdot 10^2$
Бумага	0,01 - 0,3	$3-10^{2}$
Гетинакс	0,02 - 0,4	2, 5 - 50

#### Электрические свойства некоторых диэлектриков

Значение угла потерь зависит также от действия на диэлектрик внешних факторов: температуры и влажности окружающей среды, частоты и амплитуды подаваемого напряжения, интенсивности воздействия ионизирующими излучениями. Благодаря этому существует возможность путем измерения угла потерь получать измерительную информацию о перечисленных выше параметрах.

# 3.2. Энергия электростатического поля конденсатора. Силы, развиваемые в электростатическом поле

Емкостной преобразователь является обратимым и может быть использован для преобразования электрической величины — напряжения между обкладками U в механические величины — силу притяжения между обкладками F или момент вращения  $M_{\rm BD}$ .

Уравнения обратного преобразования могут быть получены следующим образом. Предположим, что в результате взаимного притяжения заряженных разноименными электрическими зарядами обкладок конденсатора произошло их линейное перемещение на малое расстояние dx либо поворот на малый угол  $d\alpha$  (рис. 3.4). Вид взаимного перемещения обкладок зависит от степени их свободы.



Рис. 3.4. Линейное (*a*, *б*) и угловое (*в*, *г*) перемещения подвижной обкладки конденсатора под действием сил электростатического взаимодействия разноименно заряженных обкладок

При перемещении обкладок на малые значения dx или  $d\alpha$  силами электростатического взаимодействия совершается элементарная механическая работа dA, которая определяется в зависимости от вида взаимного перемещения по одной из формул:

$$dA = F \cdot dx$$
 или  $dA = M_{\rm BD} \cdot d\alpha$ . (3.4)

Работа совершается за счет энергии  $W_3$  электрического поля конденсатора. С учетом этого и на основании (3.4) получаем:

$$M_{\rm BP} = \frac{\mathrm{d}W_{\rm s}}{\mathrm{d}\alpha}; \qquad F = \frac{\mathrm{d}W_{\rm s}}{\mathrm{d}x}. \tag{3.5}$$

Таким образом, момент вращения  $M_{\rm вр}$  и сила F, действующие на электрически заряженные обкладки конденсатора, могут быть определены как производные энергии  $W_3$  электрического поля конденсатора соответственно по углу поворота  $\alpha$  или линейному перемещению x подвижной обкладки.

Электрическая энергия конденсатора накапливается при его заряде за счет работы по перемещению электрического заряда q с одной обкладки на другую. Поскольку по определению разность электрических потенциалов U обкладок равна работе по перемещению единичного заряда, то полная работа по перемещению заряда q для конденсатора емкостью C может быть найдена интегрированием U по dq:

$$W_{3} = \int_{0}^{q} U \cdot dq = \int_{0}^{U} U \cdot d(CU) = \frac{CU^{2}}{2}.$$
 (3.6)

Подставляя (3.6) в (3.5) при условии независимости напряжения между обкладками от перемещения подвижной обкладки получаем выражения, функционально связывающие механические величины – силу притяжения обкладок F и момент вращения  $M_{\rm Bp}$  с электрическим напряжением U:

$$M_{\rm BP} = \frac{U^2}{2} \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}\alpha}; \qquad F = \frac{U^2}{2} \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}. \tag{3.7}$$

Наибольшее значение для измерительных преобразований имеют случаи взаимодействия электрически заряженных пластин рис. 3.4a и рис. 3.4a. Для обоих случаев взаимодействия применимы выражения табл. 3.1 для плоскопараллельного конденсатора с однослойным диэлектриком. Учитывая, что в первом случае при перемещении подвижной пластины остается неизменным расстояние между пластинами  $\delta$ , а во втором – площадь перекрытия пластин S, в результате дифференцирования получаем:

$$M_{\rm BP} = \frac{U^2}{2} \frac{\varepsilon}{\delta} \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\alpha}; \qquad F = \frac{U^2}{2} \frac{\varepsilon S}{\delta^2}. \tag{3.8}$$

Описанное измерительное преобразование выше нашло применение для преобразования в силу и момент вращения величин диэлектрической проницаемости є, площади перекрытия S, линейного размера б, но главным образом – электрического напряжения U. В частности, измерительное преобразование электрического напряжения в момент вращения является основой для построения электростатических измерительных механизмов вольтметров, используемых для измерения переменных напряжений. постоянных, Последнее как так И обеспечивается тем, что в уравнении преобразования величина U возводится в квадрат и таким образом направление действующего полярности напряжения. вращения момента не зависит ОТ

Достоинствами электростатических измерительных механизмов являются весьма высокое входное сопротивление, достигаемое без использования электронных усилителей, возможность применения в широком диапазоне частот. Подбором формы электродов можно получить желаемую зависимость  $\frac{dS}{d\alpha} = f(\alpha)$  и обеспечить, в частности, линейность зависимости  $M_{\rm Bp}(U)$ . Недостаток электростатических измерительных механизмов – низкая чувствительность (малое значение коэффициента преобразования).

### 3.3. Электропотенциальное измерительное преобразование.

Электропотенциальное измерительное преобразование основано на зависимости распределения электрического потенциала на поверхности объекта, по которому протекает электрический ток, от свойств этого объекта.

# 3.3.1. Электропотенциальное измерительное преобразование на постоянном токе

Физические основы электропотенциального преобразования наиболее наглядно можно рассмотреть для случая протекания постоянного электрического тока по бесконечно длинному цилиндрическому проводнику с постоянной площадью поперечного сечения (рис.3.5).



Рис. 3.5. Протекание постоянного электрического тока по бесконечно длинному проводнику постоянного сечения

В этом случае плотность электрического тока по сечению проводника постоянна, линии напряженности электрического поля, обеспечивающего протекание тока, параллельны образующей цилиндрической поверхности, а эквипотенциальные поверхности представляют собой плоские параллельные фигуры, перпендикулярные поверхности проводника. Зависимость разности потенциалов между двумя точками 1 и 2 на поверхности проводника от параметров проводника может быть получена с использованием выражений (2.3) и

(2.4) для разности потенциалов между двумя точками пространства и плотности электрического тока:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \overline{E} \cdot d\overline{l} = \int_1^2 \frac{\overline{j}}{\sigma} \cdot d\overline{l} = \frac{Il}{S\sigma}.$$
(3.9)

Таким образом, разность электрических потенциалов  $\phi_1 - \phi_2$ поверхности точками бесконечно между двумя на длинного цилиндрического проводника постоянного сечения, по которому протекает постоянный электрический ток, прямо пропорциональна значениям тока I и расстояния между точками l и обратно пропорциональна значениям площади поперечного сечения S и удельной электрической проводимости σ материала проводника. электропотенциального измерительного Данный вариант преобразования нашел использование главным образом для измерения удельной электрической проводимости материалов и построения так измерительных реостатных преобразователей называемых перемещений, в которых используется пропорциональная зависимость разности потенциалов или связанным с ней пропорциональной зависимостью электрическим сопротивлением от расстояния *l*. Название реостатные вышеупомянутые преобразователи получили потому, что выполняются в виде реостата, движок которого перемещается под действием входной преобразуемой величины (рис. 3.6).



Рис. 3.6. Примеры использования электропотенциального измерительного преобразования для построения преобразователей линейного (*a*) и углового (*б*) перемещений

Как было показано выше, вывод уравнения преобразования для случая протекания постоянного электрического тока через длинный проводник постоянного сечения не представляет каких-либо затруднений ввиду достаточно простой картины электрического поля в проводнике. Значительно более сложное распределение электрического поля и соответственно большие затруднения представляет собой вывод уравнения электропотенциального преобразования для случая протекания постоянного электрического тока через электропроводящую пластину при относительно близком расположении токоподводящих электродов (рис. 3.7a) и в особенности при наличии в ней каких-либо неоднородностей (рис. 3.76).



Рис. 3.7. Картины поля при протекании постоянного электрического тока через электропроводящую пластину при отсутствии (*a*) и наличии (б) неоднородности (прорези) на поверхности пластины

В обоих случаях электрические поля в пластине неоднородны. Поэтому взаимозависимость величин разности потенциалов U, расстояния *l* между точками на поверхности пластины, в которых измеряются потенциалы, площадью S поперечного сечения пластины (толщины пластины t) носит в отличие от предыдущего случая Нахождение распределения нелинейный характер. плотности электрического тока в пластине осуществляется в этом случае на основе решения краевой задачи, описываемой уравнениями Максвелла и граничными условиями. Поэтому аналитическое решение большого числа имеющих практическую значимость задач представляет большие широкое использование трудности и для вывода зависимостей получили методы физического моделирования.

В качестве примеров, имеющих наибольшее применение в практике измерительных преобразований, рассмотрим результаты математического моделирования для случаев протекания постоянного электрического тока через проводящую пластину при отсутствии и наличии на ее поверхности длинной узкой прорези прямоугольного сечения.

На рис. 3.8 представлена зависимость отношения  $a \sigma U/I$  от изменения относительной толщины электропроводящей пластины t/a для различных значений отношения b/a. Здесь a – расстояние между



Рис. 3.8. Зависимость напряжения между потенциальными электродами электропотенциального измерительного преобразователя от толщины электропроводящей пластины

токовым и потенциальным электродами; *b* – расстояние между потенциальными электродами; σ удельная электрическая проводимость материала пластины; t – толщина пластины. C использованием этой зависимости при известных значениях тока I, межэлектродных расстояний a и *b*, удельной электрической проводимости материала σ на основе измерения разности потенциалов U может быть определено значение толщины пластины t. При известных значениях межэлектродных расстояний а и b, толщины пластины t, тока I по результатам измерения разности потенциалов U может быть определено значение удельной электрической проводимости материала σ.

Анализ зависимостей рис. 3.8 показывает, что при увеличении относительного значения толщины t/a в диапазоне 0...2 наблюдается монотонное уменьшение значения отношения  $a \sigma U/I$  (уменьшение значения разности потенциалов U при неизменных значениях других влияющих параметров). Указанный диапазон может быть несколько

52

расширен увеличением расстояния между потенциальными электродами *b*.

Для  $t/a \le 1$  зависимости рис. 3.8 с погрешностью менее 10 % могут быть аппроксимированы функцией:

$$\frac{a\sigma U}{I} = \frac{a}{\pi t} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right). \tag{3.10}$$

Для значений t/a > 2 отношение  $a \sigma U/I$  и соответственно значение разности потенциалов U (при неизменных значениях других влияющих параметров) мало зависят от изменения относительного значения толщины t/a, что обусловлено резким уменьшением плотности электрического тока в слоях пластины, удаленных от поверхности на глубину большую межэлектродных расстояний. Поэтому для получения достоверной информации о толщине и электрической проводимости материала пластины при больших значениях толщины должно быть обеспечено соответствующее увеличение межэлектродных расстояний *a* и *b*.

Распределение электрических потенциалов на поверхности пластины, по которой протекает электрический ток, кроме толщины и электрических свойств материала пластины зависит также от наличия и геометрических параметров неоднородностей поверхностного слоя, что позволяет использовать электропотенциальное измерительное преобразование для обнаружения и измерения глубины поверхностных и подповерхностных дефектов.

На рис. 3.9 показана зависимость разности потенциалов от глубины длинной прорези прямоугольного сечения, выходящей на поверхность и расположенной между потенциальными электродами электропотенциального преобразователя. Данная зависимость получена в предположении, что ширина прорези δ много меньше ее глубины *d* и прорезь ориентирована перпендикулярно поверхности пластины. Значение разности потенциалов U<sub>d</sub>, получаемое при наличии на поверхности пластины прорези глубиной *d*, нормировалось по значению разности потенциалов  $U_n$  на бездефектном участке поверхности глубины прорези нормировалось пластины. Значение по межэлектродному расстоянию а (для данного случая предполагалось, что b = a).

Анализ результатов моделирования рис. 3.9 показывает, что наличие прорези при неизменном значении тока *I* увеличивает значение разности потенциалов. Для прорези, глубина которой существенно меньше толщины пластины, это увеличение в зависимости от глубины

53

прорези может достигать порядка 200 %. В этом случае для оценки глубины прорези с приемлемой точностью может быть использовано следующее примерное соотношение:

$$\frac{U_d}{U_n} = \frac{\ln(2 + t/a)}{\ln 2}.$$
 (3.11)

Физически увеличение разности потенциалов при наличии прорези обусловлено увеличением длины силовых линий электрического поля, огибающих прорезь (рис. 3.76).

В случае приближения значения глубины прорези к значению толщины пластины монотонное увеличение разности потенциалов по логарифмическому закону (3.11) при дальнейшем увеличении глубины прорези сменяется резким ее возрастанием до значения электрического напряжения на токовых электродах (рис. 3.9). Такой характер зависимости  $U_d(d)$  для значений  $d \rightarrow t$  обусловлен приближением в этом случае к нулевому значению площади поперечного сечения участка проводящей пластины с прорезью и соответственно приближением к бесконечному значению электрического сопротивления этого участка.



Рис. 3.9. Зависимость напряжения между потенциальными электродами электропотенциального измерительного преобразователя от глубины прорези электропроводящей пластины

### 3.3.2. Особенности электропотенциального измерительного преобразования на переменном токе

Картина электрического поля в электропроводящем объекте, по которому протекает переменный электрический ток, существенно отличается от ранее рассмотренной для случая постояноого тока. На переменном токе распределение плотности тока по глубине электропроводящего объекта зависит не только от его геометрических параметров, но и от частоты тока, а также от значений удельной электрической проводимости  $\sigma$  и магнитной проницаемости  $\mu$  материала.

В случае переменного тока силовые линии электрического поля (линии электрического тока) сосредотачиваются в поверхностном слое. Данный эффект называется поверхностным или скин-эффектом (от английского skin – кожа, оболочка). Этот эффект обусловлен возбуждением переменным магнитным полем (полем переменного электрического тока) в электропроводящих объектах вихревых токов и наличии у этих токов собственного магнитного поля, направление которого в проводнике противоположно направлению возбуждающего магнитного поля. Взаимодействие магнитных полей протекающего через электропроводящий объект переменного электрического тока и вихревых токов приводит магнитного поля к вытеснению электрического тока в поверхностный слой.

Для приближенной оценки толщины поверхностного слоя δ, в котором протекает электрический ток (глубины проникновения электромагнитного поля в объект) используется формула:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \, \sigma \mu}}, \qquad (3.12)$$

где *w* – круговая частота тока возбуждения.

Как показывает анализ выражения (3.12), толщина б уменьшается с увеличением частоты тока возбуждения, удельной электрической проводимости и магнитной проницаемости материала.

Более подробно эффект возникновения вихревых токов рассматривается в разделе 5 "Измерительные преобразования в полях вихревых токов".

Использование переменного электрического тока наиболее эффективно для измерения глубины поверхностных дефектов (рис. 3.10). В этом случае все линии электрического тока огибают дефект (прорезь), чем обеспечивается более высокая плотность тока вблизи стенок дефекта по сравнению с протеканием постоянного тока (рис. 3.76).



# Рис. 3.10. Картина поля при протекании переменного электрического тока через электропроводящую пластину при наличии неоднородности (прорези) на поверхности пластины

Использование переменного тока обеспечивает по сравнению с постоянным током более высокую линейность функции преобразования глубины дефекта в разность потенциалов. Так, для прорези малой толщины отношение приращения разности потенциалов  $U_d - U_n$  на дефектном и бездефектном участках поверхности пластины к разности потенциалов  $U_n$  на бездефектном участке является практически линейной функцией глубины дефекта d:

$$\frac{U_d - U_n}{U_n} = \frac{2d}{b},\tag{3.13}$$

где *b* – расстояние между потенциальными электродами.

Очевидно, что если для измерения глубины поверхностных дефектов предпочтительно использование переменного тока, то для измерительного преобразования (измерения) толщины пластины, удельной электрической проводимости материала, параметров подповерхностных дефектов использование переменного тока ввиду наличия скин-эффекта нецелесообразно.

### 3.4. Пьезоэлектрическое измерительное преобразование

Пьезоэлектрическое измерительное преобразование основано на использовании прямого и обратного *пьезоэлектрических* эффектов (пьезоэффектов). Эти эффекты наблюдаются в ряде диэлектриков: природных кристаллах, таких как кварц (химическая формула SiO<sub>2</sub>), поляризованных керамических материалах и некоторых полимерах, например поливинилиденфториде. Материалы, обладающие пьезоэлектрическими свойствами, называются *пьезоэлектриками*.

Сущность прямого пьезоэффекта заключается в электрической поляризации пьезоэлектриков, проявляющейся появлением электрических зарядов на их поверхности, под действием механической Слово происходит деформации. пьезо ОТ греческого piezen, означающего давление.

Пьезоэффект является обратимым физическим явлением. Обратный пьезоэффект заключается в возникновении в пьезоэлектриках механического напряжения или деформации под действием электрической поляризации.

Физическая природа пьезоэффекта может быть объяснена на примере наиболее известного пьезоэлектрического кристалла – кварца. На рис. 3.11а показана форма элементарной ячейки кристаллической структуры кварца. Ячейка представляет собой три положительных иона кремния Si<sup>+</sup> и три отрицательных иона кислорода O<sub>2</sub><sup>-</sup>, расположенных в вершинах правильного шестиугольника. В ячейке можно выделить три направления, проходящие через центр И соединяющие два Эти полярные разнополярных иона. направления называются электрическими осями или осями x.





Каждая из пар упомянутых выше разноименных зарядов образует электрический диполь, характеризуемый соответствующим дипольным моментом  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ . В недеформированном состоянии все дипольные моменты равны по модулю и направлены под углами 120° друг к другу.

Сумма всех трех дипольных моментов  $P_{\Sigma}$  равна нулю. Поэтому ячейка кварца в недеформированном состоянии является электрически нейтральной.

В элементарной ячейке кварца кроме трех электрических осей x выделяют также ортогональные им три механические оси y (рис. 3.11a) и ортогональную осям x и y оптическую ось z. На рис. 3.11 $\delta$  схематично показана структура пьезоэлектрического преобразователя (пьезоэлемента), представляющего собой кристалл 1 в форме прямоугольного параллелепипеда, грани которого параллельны осям x, y, и z. Противоположные грани кристалла имеют электроды 2 для сбора электрических зарядов.

В недеформированном состоянии пьезоэлемент в целом, как и составляющие его отдельные элементарные ячейки, является электрически нейтральным. Электрические поля всех его зарядов уравновешивают друг друга, проявлением чего является отсутствие зарядов на электродах пьезоэлемента.

Если к пьезоэлементу приложить механическое усилие в направлении оси x, то в результате деформации элементарных ячеек их нейтральность нарушается. При этом, как показано на рис. 3.12, направление вектора суммы дипольных моментов  $P_{\Sigma}$  может как совпадать по направлению с вектором  $P_1$  (для деформации сжатия), так и быть ему противоположно (для деформации растяжения).





Здесь и далее при построении векторных диаграмм принималось предположение, что в результате деформации происходит главным

образом изменение направлений векторов отдельных дипольных моментов, а изменение их модулей существенного значения для результата преобразования не имеет.

Наличие при деформации отличной от нуля равнодействующей дипольных моментов обуславливает возникновение на электродах пьезоэлемента поляризационных зарядов, имеющих при различных направлениях деформации различные знаки (рис. 3.12). Значение поляризационного заряда q связано со значением действующей силы F прямопропорциональной зависимостью:

$$q = dF, \qquad (3.14)$$

где *d* – пьезоэлектрический модуль.

Таким образом, при деформации пьезоэлемента по электрической оси *х* поляризационные заряды возникают на тех же гранях, на которые действует сила, вызывающая деформацию. Такой пьезоэффект получил название *продольного*. Используя описанный выше подход можно показать, что при деформации пьезоэлемента по механической оси *y*, поляризационные заряды возникают на поперечных гранях (рис. 3.13).





Такой пьезоэффект получил название *поперечного*. Поляризационные заряды, несмотря на иное направление действия силы, возникают в этом случае на тех же гранях, что и в случае продольного пьезоэффекта, однако знаки зарядов, соответствующие усилиям сжатия и растяжения, изменяются на противоположные.

При воздействии на пьезоэлемент силами, вызывающими деформацию сдвига (рис. 3.14) поляризационные заряды возникают на гранях, перпендикулярных механическим осям *у*.

При деформации пьезоэлемента по оптической оси, а также при деформации всестороннего равномерного сжатия пьезоэффект не наблюдается.





В общем случае возникновение поляризационных зарядов в результате деформации пьезоэлемента рис. 3.11 возможно на любой из трех пар граней (i = 1, 2, 3). При этом можно выделить шесть вариантов силового воздействия: по оси x (j = 1), по оси y (j = 2), по оси z (j = 3), сдвиговое в плоскости xy (j = 4), сдвиговое в плоскости xz (j = 5), сдвиговое в плоскости yz (j = 6). Пьезоэффект от каждого из этих воздействий характеризуется своим значением пьезоэлектрического модуля.

Суммарный заряд на *i*-той паре граней пьезоэлемента находится суммированием результатов всех силовых воздействий:

$$q_i = \sum_{j=1}^{6} d_{ij} F_j , \qquad (3.15)$$

где  $d_{ij}$  – пьезоэлектрический модуль, определяющий величину поляризационного заряда на паре граней *i* в результате силового воздействия *j*.

Значения пьезоэлектрических модулей кварца  $d_{ij}(10^{-12}$  Кл/н) следующие:  $d_{21} = -d_{11} = 2,31$ ;  $d_{25} = -d_{14} = 0,67$ ;  $d_{26} = 4,62$ ; остальные пьезомодули равны нулю.

Поскольку кристалл с электродами рис. 3.116 по сути представляет собой конденсатор, обладающий некоторой емкостью *С*, то напряжение, возникающее в результате пьезоэффекта на паре граней *i* (обкладках конденсатора), связано с поляризационным зарядом известным соотношением (3.1):

$$U_i = \frac{q_{ij}}{C}.\tag{3.16}$$

Обратный пьезоэффект объясняется, как и прямой, строением элементарных ячеек кристалла кварца. В отсутствии внешнего электрического поля имеет место равновесие всех сил взаимодействия электрических зарядов 3.11*a*. При рис. наличии внешнего электрического поля, создаваемого разностью электрических потенциалов электродов (наличием на электродах зарядов) ЭТО равновесие нарушается, и ячейка под действием неуравновешенных сил деформируется. Новое равновесие сил, действующих на заряды, деформированном складывается состоянии уже кристалла. В Возникающая при этом деформирующая сила связана с величиной электрического заряда на паре граней соотношением (3.14). В общем случае, при наличии зарядов на всех трех парах граней пьезоэлемента, результирующая деформирующая сила, действующая в направлении *i*, описывается выражением:

$$F_{j} = \sum_{i=1}^{3} \frac{q_{i}}{d_{ij}}.$$
(3.17)

Значения пьезомодулей для прямого и обратного пьезоэффектов одинаковы.

Кварц является естественным пьезоэлектрическим кристаллом. Основными его достоинствами с точки зрения использования для измерительных преобразований являются стойкость к воздействиям температуры и влажности, механическая прочность. Кварц имеет незначительный коэффициент расширения, его пьезомодуль мало зависит от температуры в широком диапазоне ее изменения.

В качестве пьезоэлектрического материала используют также искусственно поляризованную керамику, изготовляемую на основе титаната бария и титаната цирконата свинца. Пьезоэлектрические свойства пьезокерамика приобретает после поляризации в сильном электрическом поле в процессе медленного нагрева и охлаждения. Достоинством пьезокерамики коэффициент является высокий пьезомодулей), преобразования (относительно большие значения недостатком нелинейность коэффициента преобразования (зависимость его значения от значения преобразуемой величины).

Весьма перспективными пьезоэлектрическими материалами являются также пьезоэлектрические пленки – полукристаллический полимер, представляющий собой слоевую структуру с аморфными зонами. Пьезоэлектрические пленки обладают уникальными свойствами: широким частотным диапазоном (10<sup>-3</sup>...10<sup>9</sup> Гц), большим динамическим диапазоном, высокой упругой податливостью и

61

механической прочностью, высоким выходным напряжением, высокой электрической прочностью. Недостаток – малый температурный диапазон использования и хранения.

Родственным пьезоэлектрическому по физической природе является пироэлектрический эффект, сущность которого заключается в поляризации диэлектрика вследствие нагрева. Подобно описанным пироэлектрики можно рассматривать как выше пьезоэлектрикам совокупность упорядоченно расположенных электрических диполей. Нагрев пироэлектрика приводит в результате теплового расширения к его деформации и проявлению пьезоэффекта. Кроме того, появлению поляризационных зарядов способствует тепловая деформация (удлинение) и нарушение первоначальной ориентации отдельных липолей.



На рис. 3.15 схематично показана структура пироэлектрического преобразователя, представляющего собой прямоугольный параллелепипед 1 из пироэлектрического материала, противоположные грани которого имеют электроды 2 для сбора индуцированных теплом электрических зарядов. Электрод, который подвергается воздействию теплового потока 3, покрыт теплопоглощающим слоем 4.

Возникающая в результате проявления пироэффекта разность потенциалов U связана с изменением температуры кристалла  $\Delta \theta$  выражением:

$$U = \frac{p_{\pi}h}{\varepsilon}\Delta\theta, \qquad (3.18)$$

где *p*<sub>п</sub> – пироэлектрический коэффициент; *h* – толщина кристалла;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость материала.

Ярко выраженными пироэлектриками являются кристаллы турмалина и сегнетовой соли, цирконат-титанат свинца, триглицин сульфат, танталат лития.

Область пьезоэлектрического применения измерительного преобразования весьма обширна. Преобразователи, использующие прямой пьезоэффект применяются для преобразования в электрический сигнал силы, давления, ускорения. Преобразователи, использующие пироэффект, применяются для измерения теплового потока излучения. Преобразователи, использующие обратный пьезоэффект, применяются в качестве источников акустических волн, обратных преобразователей в уравновешивания. Преобразователи, использующие приборах одновременно прямой и обратный пьезоэффекты – пьезорезонаторы, имеющие максимальный коэффициент преобразования энергии на резонансной частоте и резко уменьшающийся на других частотах, применяются в качестве узкополосных фильтров электрических сигналов. Пьезорезонаторы на основе кварца благодаря высокой стабильности характеристик последнего используются, в частности, для построения эталонных генераторов и таймеров.

### 3.5. Тензорезистивное измерительное преобразование

Основано на использовании тензоэффекта, заключающегося в изменении активного электрического сопротивления проводников или полупроводников при их механической деформации. Характеристикой тензоэффекта коэффициент материала является относительной определяемый тензочувствительности k. как отношение относительного изменения сопротивления R относительному К изменению длины проводника *l*:

$$k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}.$$
(3.19)

В качестве примера рассмотрим деформацию растяжения проводящего стержня квадратного сечения (рис. 3.16*a*).



Рис. 3.16. Деформация растяжения проводника

Электрическое сопротивление такого стержня длиной *l*, с площадью поперечного сечения *S* и удельным электрическим сопротивлением материала р определяется выражением:

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$
 (3.20)

Изменение сопротивления в результате деформации находится дифференцированием (3.20):

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial R}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial R}{\partial S} \Delta S = R \left( \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S} \right).$$
(3.21)

Для стержня квадратного сечения:

$$S = b^{2}; \quad \frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{b^{2}} \frac{\partial S}{\partial b} \Delta b = 2 \frac{\Delta b}{b} \quad \text{if} \quad \Delta R = R \left( \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta b}{b} \right). \quad (3.22)$$

В диапазоне упругих деформаций изменение поперечного размера стержня связано с изменением его продольного размера (рис. 3.16б) соотношением:

$$\frac{\Delta b}{b} = -\mu \frac{\Delta l}{l}, \qquad (3.23)$$

где µ – коэффициент Пуассона, связывающий продольные и поперечные деформации.

В результате подстановки (3.23) в (3.22) получаем:

$$\Delta R = R \left[ \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} (1 + 2\mu) \right].$$
(3.24)

Электрические свойства проводников (металлов, электролитов) практически не зависят от приложенного к ним механического напряжения. Поэтому первым слагаемым в выражении (3.24) можно пренебречь. В этом случае:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \ll \frac{\Delta l}{l} (1+2\mu); \quad \Delta R \approx R \frac{\Delta l}{l} (1+2\mu); \quad k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} \approx (1+2\mu). \quad (3.25)$$

Для проводников, находящихся в твердом состоянии,  $\mu = 0,24..0,4.$ Соответственно значение коэффициента относительной тензочувствительности составляет k = 1,48..1,8.

Для проводников, находящихся в жидком состоянии (ртуть, электролиты) характерна неизменность объема при деформации:

$$V = b^{2}l; \quad \Delta V = \frac{\partial V}{\partial b} \Delta b + \frac{\partial V}{\partial l} \Delta l = 2l b \Delta b + b^{2} \Delta l = 0.$$
(3.26)

Откуда:

$$2lb\Delta b = -b^2\Delta l; \quad \frac{\Delta b}{b} = -0.5\frac{\Delta l}{l}$$
(3.27)

и, следовательно,  $\mu = 0,5$ , а значение коэффициента относительной тензочувствительности для жидкого проводника  $k \approx 2$ .

Для полупроводниковых материалов характерна сильная зависимость удельного электрического сопротивления от деформации, поскольку механическое воздействие вызывает резкое изменение числа свободных электронов в полупроводнике (раздел 2.1). В этом случае:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \gg \frac{\Delta l}{l} (1+2\mu); \quad \Delta R \approx R \frac{\Delta\rho}{\rho}; \quad k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} \approx \frac{\Delta\rho/\rho}{\Delta l/l}.$$
(3.28)

Значение коэффициента относительной тензочувствительности полупроводников определяется относительным для изменением удельного электрического сопротивления материала, лежит в пределах k = 40...200 и, таким образом, многократно превышает соответствующий Недостатком показатель для проводников. полупроводниковых тензопреобразователей является сильная зависимость тензочувствительности от температуры.



Рис. 3.17. Наклеиваемый тензорезистивный измерительный преобразователь: 1 – упругий элемент (испытываемая деталь); 2 – преобразуемая сила; 3 – тензорезистор

Основная область применения тензорезистивных преобразователей – измерительное преобразование в электрический сигнал сил, механических напряжений, деформаций (линейных и крутильных). Измеряемое механическое воздействие может прикладываться непосредственно тензопреобразователю, К выполняющему в этом случае одновременно роль упругого элемента (рис. 3.16).

В другом варианте тензорезистор наклеивается на поверхность деформируемого упругого элемента, например на испытываемую деталь (рис. 3.17). В этом случае можно условно считать, что преобразование механического воздействия (силы, момента) в электрический сигнал происходит в два этапа. Первый этап – промежуточное преобразование механического воздействия в деформацию упругого элемента с закрепленным на его поверхности тензопреобразователем. Второй этап – преобразование деформации последнего в электрический сигнал (изменение активного сопротивления).

### 3.6. Электрохимическое измерительное преобразование

Основано на физико-химических процессах, протекающих в проводящих электрический ток растворах.

Электрохимический преобразователь представляет собой электролитическую ячейку, заполненную проводящим электрический ток раствором и имеющую два или более электродов. В общем случае электроды непосредственно участвуют в физико-химических процессах, протекающих в ячейке.

Рассмотрим основные физико-химические процессы, протекающие в электрохимическом преобразователе.

### 3.6.1. Электропроводность растворов

Основным растворителем химических веществ является вода. Дистиллированная обладает электропроводностью, вода низкой поскольку в ее молекуле  $H_2O$  связь между составляющими ее ионами  $H^+$ и ОН очень сильная. процесс диссоциации протекает слабо и ограничено. свободных (носителей зарядов) количество ионов Значительно более высокой электрической проводимостью обладают водные растворы солей, кислот и оснований. Причиной этого являются диэлектрические свойства воды. Являясь веществом с высокой  $(\varepsilon_r = 81)$ проницаемостью поляризуясь диэлектрической вода, В электрическом поле ионов растворенного в воде вещества, ослабляет силы электрического взаимодействия между этими ионами (раздел 2.1). интенсивной Последнее приводит диссоциации молекул К

66

растворенного вещества на свободные ионы (носители зарядов). Вещества, растворяющиеся в воде с образованием положительных и отрицательных свободных ионов, называются электролитами.

Удельная электрическая проводимость раствора *γ* зависит от его концентрации и пропорциональна химической активности раствора:

$$\gamma = \lambda f c = \lambda a , \qquad (3.29)$$

где f – коэффициент активности; c – молярная концентрация раствора (г-моль/л); a – химическая активность раствора;  $\lambda$  – эквивалентная электропроводность, соответствующая единичному значению химической активности раствора.

Коэффициент активности *f*, равный единице при очень слабых концентрациях раствора, уменьшается по мере повышения концентрации. Таким образом, удельная электрическая проводимость раствора является некоторой сложной функцией его концентрации.

Режимы реальных химических процессов определяются химической активностью раствора и поэтому на практике часто требуется измерять ее значение.

На рис. 3.18 показаны зависимости удельной электрической проводимости  $\gamma$  от концентрации *с* для различных растворов. Анализ



проводимости раствора от концентрации

этих зависимостей показывает, что для слабо концентрированных растворов (c < 2,5 г-моль/л) характерна практически линейная зависимость  $\gamma(c)$  поскольку для таких растворов  $f \rightarrow 1$ . Для растворов средней концентрации (c = 3...8 г-моль/л) наблюдается малая зависимость  $\gamma$  от c. В этом диапазоне изменения концентрации увеличение значения концентрации c компенсируется уменьшением коэффициента активности f. Для концентрированных растворов характерно уменьшение  $\gamma$  при увеличении c поскольку для таких растворов  $f \rightarrow 0$ . Сильно концентрированные растворы обладают такой же низкой электрической проводимостью, как и дистиллированная вода.

Рассмотренные выше зависимости могут быть использованы для получения информации о составе и концентрации раствора. Путем измерения удельной электрической проводимости при известном составе раствора может быть определена его концентрация, а при известной концентрации – состав раствора.

Поскольку подвижность ионов сильно зависит от температуры раствора, то и электропроводность раствора также зависит от температуры. Для слабо концентрированных растворов температурная зависимость описывается выражением:

$$\gamma_{\theta} = \gamma_0 \left[ 1 + \beta(\theta - \theta_0) \right], \qquad (3.30)$$

где  $\gamma_{\theta}$  и  $\gamma_0$  – удельные электрические проводимости раствора при температурах соответственно  $\theta$  и  $\theta_0$ ;  $\beta$  – температурный коэффициент электропроводности.

В малом температурном диапазоне можно считать, что значение  $\beta$  постоянно и определяется только составом раствора. При комнатной температуре примерные значения  $\beta$  равны: 0,016 К<sup>-1</sup> для кислот; 0,019 К<sup>-1</sup> для оснований и 0,024 К<sup>-1</sup> для солей. В широком диапазоне изменения температуры следует учитывать некоторое снижение значения  $\beta$  при повышении температуры.

### 3.6.2. Электродные и граничные потенциалы

Между двумя электродами, опущенными в раствор электролита, вследствие физико-химических процессов возникает разность потенциалов. Собственно на этом основан принцип действия гальванических элементов.

Возникновение разности потенциалов между металлическим электродом и раствором при малой концентрации раствора обусловлено частичным растворением материала электрода и переходом в раствор положительных ионов металла. В этом случае электрод, потерявший

положительные заряды, будет иметь относительно раствора, эти заряды приобретшего, отрицательный потенциал. При больших концентрациях раствора, наоборот, положительные ионы могут выделяться на электроде, заряжая его положительно относительно раствора. Потенциал электрода относительно раствора, в который он опущен, называется электродным потенциалом.

Поскольку прямое измерение потенциала электрода относительно раствора невозможно, измеряют разность потенциалов между двумя электродами. В качестве электрода сравнения, потенциал которого условно принимается как нулевой, используется водородный электрод. Этот электрод выполняется из платины, на поверхности которой адсорбирован газообразный водород.

Значения электродных потенциалов, измеренные относительно водородного электрода при нормальной температуре (18 °C) и нормальной концентрации (1 г-моль/л) электролита называют нормальными потенциалами электрода. Их значения лежат в диапазоне ± 3 В: – 2,92 В для калия; – 0,76 В для цинка; + 0,34 В для меди.

Зависимость значения электродного потенциала *E* от температуры и химической активности раствора *fc* определяется формулой Нернста:

$$E = E_0 + \frac{R\theta}{nF} \ln(fc), \qquad (3.31)$$

где  $E_0$  – нормальный потенциал электрода; R=8,317 Дж/К – универсальная газовая постоянная;  $\theta$  – абсолютная температура, К; n – валентность ионов; F – постоянная Фарадея.

Зависимость (3.31) может быть использована для получения измерительной информации о составе и концентрации раствора, а также



Рис. 3.19. Электролитическая ячейка, составленная из двух полуэлементов с различными электродами и растворами: 1, 2 – емкости с растворами; 3 – электролитический ключ

о материале электрода. Причем для широкого класса задач более удобным является сравнение потенциала исследуемого электрода, помещенного в исследуемый раствор, не с потенциалом водородного электрода, а с потенциалом электрода из известного материала, помещенного в раствор с известными составом и концентрацией. На рис. 3.19 показана электролитическая ячейка, составленная из двух полуэлементов 1 и 2 с различными электродами и растворами. Полуэлементы соединяются с помощью электролитического ключа 3, представляющего собой заполненную концентрированным раствором трубку с полупроницаемыми перегородками по торцам. Суммарная эдс  $E_{12}$  электрического ключа, определяется выражением:

$$E_{12} = E_{01} + \frac{R\theta_1}{n_1 F} \ln(f_1 c_1) - E_{02} - \frac{R\theta_2}{n_2 F} \ln(f_2 c_2), \qquad (3.32)$$

где  $E_{01}$ ,  $n_1$ ,  $f_1c_1$  и  $E_{02}$ ,  $n_2$ ,  $f_2c_2$  – нормальный потенциал электрода, валентность и химическая активность соответственно для первого и второго электродов, помещенных в первый и второй растворы.

Если полуэлементы отличаются только концентрацией одноименных ионов, то эдс такого гальванического элемента зависит только от отношения активностей растворов:

$$E_{12} = \frac{R\theta}{nF} \ln \frac{f_1 c_1}{f_2 c_2}.$$
 (3.33)

На границе двух растворов вследствие разной активности ионов (скорости диффузии, которая определяется главным образом размерами ионов) также возникает некоторая разность потенциалов между растворами. Это граничный или диффузионный потенциал, значение которого может достигать десятков милливольт. Для уменьшения диффузионной разности потенциалов соединение двух полуэлементов в гальваническую цепь осуществляется с помощью электролитического ключа, заполненного концентрированным раствором с возможно близкими по значению подвижностями анионов и катионов, например, KCl.

### 3.6.3. Поляризация и потенциал выделения

При прохождении через раствор электрического тока имеет место явление электролиза, т. е. процесс химических превращений в растворе с выделением из него вещества. Вследствие электролиза концентрация ионов вблизи электродов будет отличной от их концентрации в остальной части раствора, что приводит к изменению электродного

потенциала, т. е. поляризации. Если, например, два медных электрода поместить в раствор CuSO<sub>4</sub> с концентрацией 0,5 г-моль/л, то каждый электрод получит относительно раствора электродный потенциал E = + 0,31 B, а разность потенциалов  $E_{12}$  между электродами будет равна нулю. Если теперь электроды подключить к источнику эдс, то в электрической цепи, состоящей из двух электродов, электролита и источника эдс (рис. 3.20*a*) потечет электрический ток *I*.



Рис. 3.20. Электролитическая ячейка, составленная из двух медных электродов, опущенных в раствор CuSO<sub>4</sub> (*a*) и ее вольтамперная характеристика (б): 1 – катод; 2 – анод; 3 – электролит; 4 – источник эдс.

По мере увеличения плотности тока процесс диффузии не успевает выравнивать концентрацию ионов вблизи электродов, потенциал анода становится все более положительным, а потенциал катода – все более отрицательным (рис. 3.20б). Вследствие конечной скорости диффузии при данной концентрации электролита и температуры к катоду в единицу времени может подходить только конечное число носителей заряда – ионов меди Cu<sup>2+</sup>. Поэтому при каком-то токе  $I_1$  будут использованы все ионы, приносимые к катоду диффузией, и дальнейший рост тока прекратится, а катодный потенциал будет резко понижаться.

При достижении катодным потенциалом значения -0,82 В ток вновь начнет возрастать примерно по тому же закону, как и на начальном участке, достигая нового значения насыщения  $I_2$ . Это объясняется тем, что при потенциале катода относительно раствора, равном -0,82 В, помимо электролиза CuSO<sub>4</sub>, начинается электролиз воды и на катоде выделяется газообразный водород H<sub>2</sub>.

Таким образом, каждый новый прирост тока обусловлен тем, что в переносе зарядов на катод начинают участвовать новые ионы (в нашем случае ионы водорода H<sup>+</sup>). Потенциал, при котором в процесс электролиза вступает основная масса ионов данного вида, называется *потенциалом выделения* данного иона.

Потенциалы выделения различны для всех ионов. На этом явлении основан так называемый поляризационный, или *полярографический*, метод качественного анализа растворов. При данной температуре значения ступеней тока, определяемые токами насыщения  $I_1$  и  $I_2$ , пропорциональны концентрациям отдельных ионов. На этом основано использование полярографического метода не только для качественного, но и для количественного анализа растворов.

### 3.6.4. Электрокинетические явления

Электрокинетическими называют явления, происходящие на границе раздела твердой и жидкой фаз и связанные с их взаимным перемещением.

Как было показано ранее, на границе твердого тела и электролита имеет место скачок потенциала (ввиду наличия электродного потенциала). Причем заряженный слой жидкости имеет диффузное строение, при котором плотность зарядов быстро убывает с их удалением от поверхности твердого тела. Скачок потенциала в диффузном слое жидкости называется электрокинетическим потенциалом. Этот потенциал может возникать и в случае, если твердое тело является диэлектриком, что обусловлено неодинаковой адсорбцией ионов обоих знаков.

Если в электролите, находящемся в контакте с твердым телом (например, в капилляре) с помощью источника напряжения и электродов создать электрическое поле (рис. 3.21), то ионы диффузного слоя жидкости придут в движение, а вместе с ними и вся жидкость, находящаяся в зоне действия электрического поля. Направление движения жидкости определяется направлением силовых линий электрического поля, а также знаком ионов, находящихся в диффузном слое. Последнее определяется знаком электродного потенциала.


Рис. 3.21. Движение жидкости в капилляре под действием электрического поля: 1 – катод; 2 – анод

Описанное движение жидкости под действием электрического поля называется электроосмосом. Скорость *v* течения жидкости в результате электроосмоса определяется выражением:

$$v = \frac{\varphi \,\varepsilon E}{4\pi\mu},\tag{3.34}$$

где  $\phi$  – электрокинетический потенциал, B;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость жидкости,  $\Phi/м$ ; *E* – напряженность электрического поля, B/м;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости, Па·с.

Если твердая фаза образована частицами, взвешенными в жидкости, то эти частицы, получив тот или иной заряд, движутся от одного электрода к другому в неподвижной жидкости. Такое движение частиц называется электрофорезом.

Явление осмоса обратимо. При принудительном протекании жидкости через капилляр или пористую перегородку между электродами возникает разность потенциалов U – так называемый потенциал течения:

$$U = \frac{\varphi \,\varepsilon P}{\mu \gamma},\tag{3.35}$$

где *P* – гидростатическое давление (перепад давления), H/м<sup>2</sup>; γ – удельная электрическая проводимость жидкости.

### Контрольные вопросы

3.1. Что такое электрическая емкость? Какие факторы влияют на величину емкости конденсатора?

3.2. От чего зависит активная составляющая комплексного сопротивления конденсатора?

3.3. Для решения каких измерительных задач может быть использовано электроемкостное измерительное преобразование?

3.4. Как определить энергию электростатического поля, силы, развиваемые в электростатическом поле?

3.5. Сущность прямого и обратного пьезоэффектов.

3.6. В чем заключается сущность электропотенциального измерительного преобразования?

3.7. Какого распределение потенциалов на поверхности цилиндрического проводника с постоянным током?

3.8. Какого распределение потенциалов на поверхности проводящей пластины с током. От каких параметров пластины зависит это распределение?

3.9. В чем заключается особенность электропотенциального преобразования на переменном токе?

3.10. Для решения каких измерительных задач может быть использовано электропотенциальное измерительное преобразование?

3.11. В чем заключается сущность продольного и поперечного пьезоэффектов, что происходит при сдвиговой деформации пьезокристалла?

3.12. Что такое обратный пьезоэффект? Его физическое объяснение.

3.13. Для решения каких измерительных задач может быть использовано пьезоэлектрическое измерительное преобразование?

3.14. В чем заключается физическая сущность пироэлектрического эффекта?

3.15. В чем заключается сущность тензорезистивного измерительного преобразования?

3.16. Какова зависимость изменения электрического сопротивления проводника и полупроводника от деформации?

3.17. Для решения каких измерительных задач может быть использовано тензорезистивное измерительное преобразование?

3.18. Какие материалы относят к электрическим проводникам второго рода? Физика электрической проводимости растворов.

3.19. Какова зависимость электрической проводимости растворов от температуры?

3.20. Какова зависимость электрической проводимости растворов от концентрации?

3.21. Что такое электродные и граничные потенциалы в растворах?

3.22. В чем заключается явление поляризации раствора? Что такое потенциал выделения?

3.23. В чем заключается сущность электрокинетических явлений в растворах?

3.24. Для решения каких измерительных задач может быть использовано электрохимическое измерительное преобразование?

#### Задачи

3.1. Для электроемкостного измерительного преобразователя рис. 3.22, имеющего цилиндрические обкладки с внутренним диаметром D = 30 мм и длиной l = 60 мм, построить график зависимости емкости C от диаметра d металлического прутка.



# Рис. 3.22. Электроемкостной измерительный преобразователь диаметра металлического прутка

#### Решение

Нетрудно заметить, что рассматриваемый электроемкостной преобразователь представляет собой два последовательно соединенных одинаковых конденсатора. Одной из обкладок конденсатора является внутренняя цилиндрическая поверхность, а второй – поверхность прутка. Согласно таблице 3.1 тип такого конденсатора следует классифицировать как коаксиальную линию. Емкость коаксиальной линии в случае воздушного изолятора между обкладками согласно таблице 3.1 определяется выражением:

$$C_{\kappa} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{D}{d}}$$

Емкость двух последовательно включенных одинаковых конденсаторов C в два раза меньше емкости каждого:  $C = 0,5 C_{\kappa}$ . На рис. 3.23 показан результат расчета емкости преобразователя по полученной формуле при заданных его конструктивных параметров для диапазона изменения диаметра прутка 20...29 мм.



Рис. 3.23. График зависимости *C*(*d*)

3.2. Определить разность потенциалов  $\Delta \varphi$  между электродами электропотенциального измерительного преобразователя рис. 3.24, установленного на изделие, имеющее форму усеченного конуса (высота конуса h = 100 мм; диаметры вершины и основания  $D_1 = 10$  мм и  $D_2 = 30$ мм), если удельная электрическая проводимость материала  $\sigma = 5 \frac{\text{МСм}}{\text{м}}$ , значение постоянного электрического тока, пропускаемого через изделие в продольном направлении I = 30 A, расстояние между электродами l = 20 мм, а расстояние от вершины конуса до ближайшего электрода b = 200 мм. Построить график изменения плотности электрического тока вдоль продольной оси изделия, принимая его одинаковым по площади поперечного сечения.



Рис. 3.24. Электропотенциальный измерительный преобразователь

### Решение

Зависимость разности потенциалов между электродами при протекании постоянного электрического тока вдоль длинного

проводника (рис. 3.24) от параметров проводника может быть найдена по аналогии с (3.9), но с учетом непостоянства площади поперечного сечения проводника вдоль продольной оси *ох*:

$$\Delta \varphi = \int_{1}^{2} \overline{E} \cdot d\overline{l} = \int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{I}{\sigma S(x)} \cdot dx.$$

Зависимость S(x) площади поперечного сечения от координаты x (начало координат совпадает с вершиной усеченного конуса) может быть найдена из очевидной пропорциональной зависимости диаметра D поперечного сечения от координаты x:

$$D(x) = D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x$$
. Откуда  $S(x) = \frac{\pi D^2(x)}{4} = \frac{\pi}{4} \left( D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x \right)^2$ 

С учетом этого получаем искомое выражение для разности потенциалов:

$$\Delta \varphi = \int_{x_1}^{x_2} \frac{I}{\sigma S(x)} \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{4I}{\pi \sigma \left(D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h}x\right)^2} \cdot dx =$$
$$= \frac{4hI}{\pi \sigma (D_2 - D_1)} \left(\frac{1}{D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h}x_1} - \frac{1}{D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h}x_2}\right)$$

Подстановкой заданных условием задачи значений величин получаем:

$$\Delta \varphi = \frac{4 \cdot 500 \cdot 30}{\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot (30 - 10)} \cdot 10^3 \left( \frac{1}{10 + \frac{30 - 10}{500} 200} - \frac{1}{10 + \frac{30 - 10}{500} 220} \right) = 0,45 \text{MB}.$$

С учетом ранее полученных соотношений можно записать выражение, устанавливающее зависимость плотности электрического тока от координаты *x*:

$$j(x) = \frac{I}{S(x)} = \frac{4I}{\pi \left( D_1 + \frac{D_2 - D_1}{h} x \right)^2}$$

На рис. 3.25 показан график зависимости j(x).



Рис. 3.25. Распределение плотности электрического тока вдоль продольной оси изделия

3.3. Определить абсолютное и относительное изменения электрического сопротивления проводника длиной l = 1 м и диаметром d = 0,2 мм, один конец которого закреплен, а к другому подвешен груз весом 10 H (рис. 3.26). Материал проводника – сталь (удельное электрическое сопротивление  $\rho = 0,1 \cdot 10^{-6}$  Ом·м; модуль продольной упругости E = 210 кH/мм<sup>2</sup>; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ ; предел упругости  $\sigma_{\rm n} = 400$  H/мм<sup>2</sup>).

#### Решение

Площадь поперечного сечения проводника:

$$S = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{0.2^2}{4} = 0.031 \,\mathrm{mm^2}.$$

Сопротивление проводника в недеформированном состоянии согласно (3.19):

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0.1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{0.031 \cdot 10^{-6}} = 3.183 \text{ Om}.$$

Механическое продольное напряжение, обусловленное весом тела:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{10}{0,031} = 318,31 \,\mathrm{H/mm^2}$$

Рис. 3.26

10 H

= 1 M

Значение напряжения не превышает предела упругости материала и, следовательно, деформация носит упругий характер. В этом случае

относительная продольная деформация растяжения может быть определена с использованием уравнения Гука:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{318,31}{210 \cdot 10^3} = 1,516 \cdot 10^{-3}.$$

Значения абсолютного и относительного изменений электрического сопротивления находятся с использованием выражений (3.25):

$$\Delta R \approx R \varepsilon (1+2\mu) = 3,183 \cdot 1,516 \cdot 10^{-3} (1+2 \cdot 0,3) = 7,72 \cdot 10^{-3} \text{ Om};$$
  
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{7,72 \cdot 10^{-3}}{3,183} = 2,425 \cdot 10^{-3}.$$

# 4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на физических эффектах, результатом которых является преобразование в электрический сигнал характеристик магнитных полей или магнитных характеристик материалов и изделий. Обычно при данном виде измерительных преобразований объект измерения или его часть помещается в постоянное или переменное магнитное поле, создаваемое за счет протекания электрического тока по проводнику, обмотке или непосредственно по объекту, а также постоянными магнитами.

# 4.1. Индукционное измерительное преобразование

Индукционное измерительное преобразование основано на явлении электромагнитной индукции, суть которого заключается в возникновении в замкнутом проводящем контуре, пронизываемом изменяющимся во времени магнитным потоком Ф, эдс индукции *e*:

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.\tag{4.1}$$

Электрический ток, вызываемый этой эдс, называется индукционным. Электромагнитная индукция открыта английским ученым М. Фарадеем в 1831 г. и независимо американским ученым Дж. Генри в 1832 г.

Согласно (4.1) эдс индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока. Знак минус в правой части выражения определяет направление индукционного тока в соответствии с правилом Ленца, согласно которому индукционный ток в контуре направлен так, что создаваемый им магнитный поток стремится препятствовать тому изменению магнитного потока, которое вызывает данный ток (следствие закона сохранения энергии).

Для обмотки, имеющей w витков, вводится понятие потокосцепления  $\Psi = w\Phi$ . Соответственно эдс индукции для обмотки:

$$e = -w\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}.$$
(4.2)

В общем случае магнитный поток  $\Phi$  согласно (2.8) определяется интегрированием скалярного произведения векторов магнитной индукции  $\overline{B}$  и площади элементарной площадки  $d\overline{S}$  по площади поверхности *S*, ограниченной контуром среднего витка. Направление

вектора элементарной площадки  $d\overline{S}$  совпадает с нормалью  $\overline{n}$  к этой площадке (рис. 4.1).



Рис. 4.1. Индукционная обмотка в неоднородном магнитном поле

Если принять магнитное поле в ограниченном пространстве, занимаемом обмоткой однородным, то магнитный поток может быть вычислен по формуле:

$$\Phi = \iint_{S} \overline{B} \, \mathrm{d}\overline{S} = B \, S \cos \alpha \,, \tag{4.3}$$

где α – угол между направлениями векторов индукции магнитного поля и нормали к плоскости среднего витка обмотки.

Подстановкой (4.3) в (4.2) получаем:

$$e = -wS \frac{d(B\cos\alpha)}{dt}.$$
(4.4)

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся случаи индукционного преобразования.

Неподвижная индукционная обмотка в переменном гармоническом магнитном поле. В этом случае  $\alpha = \text{const}$  и  $B = B_m \sin \omega t$ . Здесь  $B_m$  – амплитуда индукции магнитного поля;  $\omega$  – угловая частота магнитного поля. Дифференцированием по формуле (4.4) получаем:

$$e = -wS\cos\alpha B_m\omega\cos\omega t. \tag{4.5}$$

Анализ этого выражения показывает, что эдс индукции в случае гармонического магнитного поля также изменяется по гармоническому закону. Амплитуда эдс равна произведению  $wS \cos \alpha B_m \omega$ , а фаза эдс отстает от фазы индукции на угол 90°. Зависимость амплитуды эдс индукции от параметров гармонического магнитного поля (амплитуды

индукции, частоты, ориентации силовых линий относительно обмотки) и фазы эдс от фазы индукции магнитного поля позволяет на основе измерения эдс получать измерительную информацию об этих параметрах.

Если поместить индукционную обмотку в постоянное магнитное поле, то при отсутствии движения обмотки не будет изменения магнитного потока через обмотку (скорость изменения магнитного потока равна нулю) и соответственно эдс индукции в этом случае тоже будет равна нулю.

Вращающаяся обмотка в постоянном магнитном поле. При использовании индукционного измерительного преобразования для измерения постоянных магнитных полей применяется вращение индукционной обмотки относительно оси симметрии обмотки, лежащей в плоскости ее среднего витка (рис. 4.2). В этом случае  $B = B_0$ , а  $\alpha = \omega t$ . Здесь  $B_0$  – значение индукции магнитного поля;  $\omega$  – угловая частота вращения. Используя (4.4) получаем:

$$e = wS B_0 \omega \sin \omega t \,. \tag{4.6}$$





Таким образом, эдс индукционной обмотки, вращающейся в угловой частотой постоянном магнитном поле ω, имеет С гармонический характер. Амплитуда эдс прямо пропорциональна индукции магнитного поля и частоте вращения, что дает возможность индукционное измерительное преобразование использовать для измерения характеристик постоянных магнитных полей (при известной частоте вращения), а также частоты вращения (при известной индукции магнитного поля).

Индукционная обмотка в магнитном поле, изменяющемся во времени по неизвестному закону. Причиной изменения значения индукции в зоне нахождения обмотки может быть как собственно изменение магнитного поля во времени, так и перемещение обмотки в неоднородном магнитном поле.

Предположим, что в интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  произошло изменение индукции магнитного поля от  $B_1$  до  $B_2$  (рис. 4.3). Если закон изменения индукции магнитного поля B(t) неизвестен, то использование для определения характеристик магнитного поля описанного выше подхода для случая гармонического характера его изменения невозможно.



Для упрощения и большей наглядности результатов анализа будем считать, что силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости обмотки (соs  $\alpha = 0$ ). Поскольку эдс индукции согласно (4.4) является функцией производной от индукции, то нахождение индукции магнитного поля осуществляется интегрированием эдс в интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$ :

$$\int_{t_1}^{t_2} e(t) dt = -w S \int_{B_1}^{B_2} dB = -w S(B_2 - B_1), \qquad (4.7)$$

где e(t) – закон изменения во времени эдс индукции.

Таким образом, значение определенного интеграла от эдс индукции e(t) за временной промежуток от  $t_1$  до  $t_2$  прямо пропорционально изменению значения индукции магнитного поля за этот же промежуток времени.

В качестве иллюстрации применения разновидности индукционного измерительного преобразования с использованием интегрирования эдс индукционной обмотки рассмотрим задачу измерения остаточной индукции *B<sub>r</sub>* ферромагнитного прутка (рис. 4.4).



Рис. 4.4. Измерение остаточной индукции с помощью индукционной обмотки

Если сначала надеть индукционную обмотку на исследуемый пруток, а затем снять ее с прутка, то, проинтегрировав эдс индукции, получим:

$$\int_{t_1}^{t_2} e(t) dt = -wS(B_2 - B_1) = wSB_r.$$
(4.8)

И таким образом значение интеграла прямо пропорционально значению остаточной магнитной индукции.

### 4.2. Магнитомодуляционное измерительное преобразование

Магнитомодуляционное измерительное преобразование основано на проявлении нелинейных свойств ферромагнетиков при их намагничивании одновременно в полях разных частот.

отличие от пассивных индукционных преобразователей B магнитомодуляционные (феррозондовые преобразователи) являются устройствами активного типа. Происходящие в них процессы всегда связаны с взаимодействием минимум двух магнитных полей – внешнего измеряемого и вспомогательного поля возбуждения, создаваемого за счет протекания электрического тока в одной из обмоток. Благодаря этому появляется возможность преобразования в электрический сигнал электромагнитной индукции характеристик на основе явления постоянных магнитных полей без использования описанного в механического предыдущем разделе вращения индукционной измерительной обмотки.

Возможность преобразования постоянного магнитного поля в электрический сигнал (эдс измерительной обмотки  $w_2$ ) покажем на примере воздействия на ферромагнитный сердечник, имеющий форму длинного стержня, одновременно постоянного (измеряемого) магнитного поля напряженности  $H_0$  и вспомогательного переменного

магнитного поля напряженности  $H_{\sim}$ , создаваемого переменным электрическим током обмотки возбуждения  $w_1$  (рис. 4.5).



Рис. 4.5. Ферромагнитный сердечник, намагничиваемый постоянным и переменным магнитными полями

Эдс измерительной обмотки в соответствии с законом электромагнитной индукции определяется выражением:

$$e(t) = -w_2 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -w_2 S \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}, \qquad (4.9)$$

где Ф – магнитный поток через измерительную обмотку, создаваемый постоянным и переменным магнитными полями; *S* – площадь поперечного сечения ферромагнитного сердечника; *B* – индукция магнитного поля в сердечнике.

Будем считать закон изменения напряженности переменного магнитного поля  $H_{\sim}$  синусоидальным. Поскольку магнитные свойства ферромагнетика имеют нелинейный характер (раздел 2.3), то для нахождения закона изменения во времени индукции магнитного поля при известном характере изменения напряженности следует воспользоваться основной кривой намагничивания ферромагнетика – зависимостью B(H). Будем считать, что эта зависимость носит бесгистерезисный характер (рис. 4.6).

Для получения зависимости B(t) следует для каждого значения времени  $t_i$  найти с использованием зависимости H(t) соответствующее значение  $H_i$ , а далее с использованием зависимости B(H) – соответствующее моменту времени  $t_i$  значение индукции  $B_i$ .

По описанной методике были получены временные зависимости индукции для случаев намагничивания ферромагнитного сердечника только в переменном магнитном поле ( $H_0 = 0$ , сплошная кривая рис. 4.6) и одновременно в постоянном и переменном магнитных полях ( $H_0 \neq 0$ , пунктирная кривая рис. 4.6).



Анализ полученных зависимостей показывает, что в случае намагничивания ферромагнетика только в переменном магнитном поле  $H(t) = H_m \sin \omega t$  зависимость B(t) ввиду нелинейного характера зависимости B(H) отличается от синусоидальной. В этом случае имеет место симметричное (одинаковое для положительной и отрицательной полуволн) искажение формы зависимости B(t). В спектре сигнала B(t) в случае такого намагничивания присутствуют наряду с первой гармоникой частоты  $\omega$  также нечетные гармоники этой частоты.

В случае намагничивания ферромагнетика одновременно в переменном и постоянном магнитных полях  $H(t) = H_0 + H_m \sin \omega t$  зависимость B(t) также отличается от синусоидальной. Однако в этом случае искажение синусоиды носит несимметричный характер (положительная полуволна отличается от отрицательной как по амплитуде, так и по форме). В спектре сигнала B(t) в отличие от

предыдущего варианта намагничивания присутствуют наряду с первой и нечетными гармониками частоты  $\omega$  также четные гармоники этой частоты.

Временные зависимости эдс измерительной обмотки В соответствии с (4.4) находятся дифференцированием зависимостей B(t). Анализ сигналов e(t) для описанных выше случаев намагничивания ферромагнетика показывает, что временные зависимости эдс еще сильнее. соответствующие зависимости нежели для индукции отличаются от синусоидальных. Наличие постоянного магнитного поля существенным образом влияет на форму сигнала e(t), что дает рассматриваемого использования возможность измерительного преобразования для измерения характеристик постоянных магнитных полей.

Название магнитомодуляционное данное преобразование получило ввиду того, что наличие постоянного магнитного поля вызывает изменение магнитной проницаемости ферромагнетика и, как следствие, изменение формы (модуляцию) изменяющихся с частотой переменного магнитного поля периодических сигналов B(t) и e(t).

практическое Однако использование варианта магнитомодуляционного измерительного преобразователя, представленного на рис. 4.5, невозможно ввиду сложности получения измерительной информации о характеристиках постоянного магнитного поля на основе непосредственного измерения эдс измерительной связано с наличием большой начальной обмотки. Это эдс измерительной обмотки, наводимой переменным магнитным полем,



Рис. 4.7. Тороидальный сердечник, намагничиваемый постоянным и переменным магнитными полями даже при отсутствии измеряемого постоянного магнитного поля (сплошная кривая e(t) рис. 4.6), и относительно малых изменений эдс измерительной обмотки, обусловленных действием на ферромагнетик постоянного магнитного поля (пунктирная кривая e(t) рис. 4.6).

Исключение начальной эдс из выходного сигнала измерительной обмотки возможно в частности с использованием варианта магнитомодуляционного преобразователя, показанного на рис. 4.7.

В этом случае ферромагнитный сердечник имеет форму тороида. Переменным током обмотки возбуждения w<sub>1</sub> в сердечнике создается магнитное переменное поле напряженности  $H_{z}(t) = H_{m} \sin \omega t$ . Измерительная обмотка имеет две одинаковые секции w<sub>21</sub> и w<sub>22</sub>, соответственно на расположенные левой И правой половинах тороидального сердечника. Относительно переменного магнитного поля возбуждения секции измерительной обмотки соединены встречно, что обеспечивает при отсутствии постоянного магнитного поля равенство нулю начальной эдс измерительной обмотки.



Для рассмотрения процессов, происходящих в магнитомодуляционном преобразователе на основе тороидального сердечника при его намагничивании переменным магнитным полем и намагничивании одновременно переменным и постоянным магнитными полями, может быть использован тот же подход, что и для ранее описанного преобразователя рис. 4.5.

Выражение для эдс двухсекционной измерительной обмотки преобразователя рис. 4.7 можно представить в виде:

$$e(t) = -w_2 S \frac{\mathrm{d}B_1(t)}{\mathrm{d}t} + w_2 S \frac{\mathrm{d}B_2(t)}{\mathrm{d}t} = -w_2 S \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \Big[ B_1(t) + B_2(t) \Big], \qquad (4.10)$$

где  $w_2 = w_{21} = w_{22}$  – число витков секций измерительной обмотки; S – площадь поперечного сечения тороидального сердечника;  $B_1(t)$  и  $B_2(t)$  – временные зависимости индукции магнитного поля соответственно в левой и правой половинах тороидального сердечника (в зонах расположения секций измерительной обмотки  $w_{21}$  и  $w_{22}$ ).

При отсутствии постоянного магнитного поля намагничивание как левой, так и правой половин тороидального сердечника носит зеркально симметричный характер (рис. 4.8). Поэтому сумма  $B_1(t) + B_2(t)$  в этом случае равна нулю. А в соответствии с (4.10) и суммарная эдс измерительной обмотки также равна нулю.

При наличии постоянного магнитного поля вертикального направления ввиду различного направления силовых линий в левой и правой половинах тороидального сердечника симметрия магнитных полей нарушается (рис. 4.7). Сумма  $B_1(t) + B_2(t)$  в этом случае отлична от нуля, что приводит к появлению некомпенсированной эдс измерительной обмотки (рис. 4.9).

Нетрудно заметить, что период сигнала e(t) в два раза меньше периода изменения напряженности возбуждающего магнитного поля. Соответственно в спектре сигнала e(t) отсутствует первая гармоника частоты  $\omega$  переменного поля, но присутствуют четные гармоники этой частоты.

Функциональная связь эдс измерительной обмотки с напряженностью преобразуемого (измеряемого) постоянного магнитного поля имеет вид:

$$e(t) = -2w_2 S H_0 \frac{d\mu_d(t)}{dt}, \qquad (4.11)$$

где  $\mu_d(t)$  – временная зависимость дифференциальной магнитной проницаемости материала сердечника, определяемая характером

основной кривой намагничивания *B*(*H*), выбранной рабочей точкой на этой кривой, амплитудой и частотой магнитного поля возбуждения.



Рис. 4.9. Построение временных зависимостей индукции *B*(*t*) и эдс *e*(*t*) измерительной обмотки при намагничивании ферромагнитного тороида рис. 4.7 одновременно в гармоническом и постоянном магнитных полях

Основное использование магнитомодуляционных преобразователей – измерение постоянных и низкочастотных магнитных полей. Это одни из самых чувствительных магнитных преобразователей. Порог их чувствительность составляет порядка  $10^{-4}...10^{-5}$  А/м ( $10^{-10}...10^{-11}$  Тл). Основные области использования: поиск полезных ископаемых, изучение пространственно-временной структуры поля Земли и планет, ориентирование и определение местоположения различных подвижных объектов в поле Земли, контроль качества выпускаемых электротехнических сталей и других материалов и изделий, контроль остаточной намагниченности, регистрация магнитных меток.

## 4.3. Гальваномагнитное измерительное преобразование

Гальваномагнитное измерительное преобразование основано на использовании *гальваномагнитных явлений*, связанных с действием магнитного поля на электрические (гальванические) свойства проводников и полупроводников, по которым протекает электрический ток. Наибольшее значение имеют поперечные гальваномагнитные явления, когда силовые линии магнитного поля перпендикулярны направлению электрического тока. К ним относятся эффект Холла и магниторезистивный эффект (эффект Гаусса).

Эффект Холла заключается в возникновении в твердом проводнике с током, помещенным в поперечное магнитное поле, электрического поля, перпендикулярного направлениям тока и магнитного поля.



Эффект Холла объясняется взаимодействием с магнитным полем движущихся носителей заряда (электронов). На рис. 4.10 показана пластинка, по которой протекает электрический ток силой *I*. Пластинка находится в поперечном магнитном поле с индукцией *B*. В магнитном поле на движущиеся со скоростью *V* электроны действует сила Лоренца  $F_1$ , направление которой перпендикулярно направлениям векторов скорости электрона и индукции магнитного поля. Модуль силы находится в соответствии с (2.6) по формуле:

$$F_1 = e^- V B$$
, (4.12)

где *e*<sup>-</sup> – заряд электрона.

Действие силы со стороны магнитного поля приводит к отклонению движущихся электронов от прямолинейной траектории, параллельной продольной оси пластинки, в сторону одной из боковых граней (для случая показанного на рис. 4.10 – в сторону ближней грани). На этой боковой грани происходит накопление отрицательных зарядов, в результате чего возникает электрическое поле (поле Холла). Со стороны возникшего электрического поля на электроны будет действовать сила  $F_2$ , направление которой противоположно направлению силы  $F_1$ .

Будем считать поле Холла в пределах пластинки однородным. Модуль силы, действующей на электрон со стороны электрического поля, в соответствии с (2.1) может быть найден по формуле:

$$F_2 = e^- E_h,$$
 (4.13)

где *E<sub>h</sub>* – напряженность электрического поля Холла.

Таким образом, на движущиеся электроны действуют две силы в противоположных направлениях. Процесс отклонения электронов и накопления зарядов на боковых гранях будет продолжаться до тех пор, пока действие электрического поля Холла на заряды не уравновесит действия силы Лоренца. Условие равновесия будет иметь вид:

$$E_h = V B \,. \tag{4.14}$$

Скорость движения электронов может быть выражена через силу тока. Сила тока – заряд, проходящий через сечение проводника в единицу времени, может быть найдена как произведение площади поперечного сечения проводника и суммарного заряда всех электронов, пересекающих в единицу времени это сечение. Поскольку первый сомножитель равен произведению ширины пластинки b и ее высоты d, а второй – произведению заряда электрона  $e^{-}$ , объемной концентрации электронов n и их скорости V, то соотношение, связывающее силу тока и скорость электрона, имеет вид:

$$I = e^{-}nb\,d\,V\,. \tag{4.15}$$

Разность потенциалов противоположных боковых граней  $U_h$  (эдс Холла) в соответствии с (2.3) и с учетом однородности электрического поля может быть определена следующим образом:

$$U_{h} = \int_{1}^{2} E_{h} db = E_{h} b. \qquad (4.16)$$

На основании последнего соотношения и с учетом (4.14) и (4.15) получаем:

$$U_h = E_h b = V B b = \frac{I B b}{e^{-} n b d} = \frac{R_h}{d} I B, \qquad (4.17)$$

где  $R_h = \frac{1}{e^n} - \kappa$ оэффициент Холла, зависящий от природы вещества пластинки.

Ввиду большой концентрации свободных электронов в проводниках коэффициент Холла имеет для них пренебрежимо малое значение ( $R_h \sim 10^{-3} \text{ см}^3/\text{Кл}$ ). На много порядков больше значение этого коэффициента для полупроводников ( $R_h \sim 10^5 \text{ см}^3/\text{Кл}$ ), которые и используются в качестве материала для преобразователей Холла.

В случае если направление вектора магнитной индукции не ортогонально направлению линий электрического тока эдс Холла описывается следующим выражением:

$$U_h = \frac{R_h}{d} IB\sin\alpha , \qquad (4.18)$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями векторов магнитной индукции и электрического тока.

Основное применение преобразователей Холла – измерение полей. постоянных И переменных магнитных Магнитная чувствительность в зависимости от материала и режима работы преобразователя составляет 0,05...1 В/Тл. Кроме того, преобразователи Холла применяются в качестве измерительных преобразователей электрических величин для перемножения электрических сигналов, в том числе для измерения электрической мощности. В этих случаях одна электрических преобразуется входных величин В силу ИЗ электрического тока, а другая с помощью электромагнитного преобразователя \_ В магнитную индукцию. Электромагнитный преобразователь обеспечивает при этом гальваническую развязку цепей.

Магниторезистивный эффект заключается в изменении электрического сопротивления твердых проводников под действием внешнего магнитного поля. Это изменение обусловлено увеличением удельного электрического сопротивления проводящего материала под действием магнитного поля.

Причина магниторезистивного эффекта, как и в случае эффекта Холла, заключается в искривлении траекторий носителей заряда под действием магнитного поля. Количественно эффект зависит от материала гальваномагнитного элемента и его формы.

В проводниковых материалах магниторезистивный эффект проявляется слабо. Относительное изменение удельного электрического

сопротивления  $\Delta \rho / \rho_0$  в магнитном поле с индукцией B = 1 Тл для хороших проводников составляет порядка  $10^{-4}$ . Исключение составляет висмут, для которого  $\Delta \rho / \rho_0 \approx 2$  при B = 3 Тл. Здесь  $\rho_0$  – значение удельного электрического сопротивления при отсутствии магнитного поля.

Существенно сильнее магниторезистивный эффект выражен в полупроводниках, для которых при B = 1 Тл изменение удельного электрического сопротивления составляет  $\Delta \rho / \rho_0 \approx 10^{-2} ... 10$  и существенно зависит от температуры и наличия примесей. Наибольшее применение в качестве материала для магниторезисторов имеют антимонид индия (InSb) и арсенид индия (InAs).



Рис. 4.11. Электропроводящая пластинка в поперечном магнитном поле

Весьма существенна зависимость степени проявления магниторезистивного эффекта от формы магниторезистора. Если магниторезистор представляет собой пластинку длиной *l* и шириной *b* (рис. 4.11), то в зависимости от соотношения *l* и *b* относительное изменение электрического сопротивления при одном и том же значении индукции магнитного поля будет различным.

На рис. 4.12 показана зависимость относительного изменения удельного электрического сопротивления  $\Delta \rho / \rho_0$  от отношения l/b. Максимальное значение относительного изменения удельного электрического сопротивления  $\Delta \rho_m / \rho_0$  соответствует отношению  $l/b \rightarrow 0$  (короткий и широкий магниторезистор). С увеличением отношения l/b (длинный и узкий магниторезистор) величина  $\Delta \rho / \rho_0$  уменьшается. Такая зависимость магнитной чувствительности от формы магниторезистора обусловлена тем, что при относительно малом поперечном размере магниторезистора ограничено и поперечное смещение носителей заряда под действием магнитного поля.



Рис. 4.12. Зависимость изменения электрического сопротивления магниторезистора от соотношения его продольного и поперечного размеров

Зависимость удельного электрического сопротивления магниторезистора от индукции поперечного магнитного поля описывается выражением:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{k_1 B^2}{1 + k_2 B^2},$$
(4.19)

где  $k_1$  – коэффициент, зависящий от формы магниторезистора;  $k_2$  – коэффициент, зависящий от материала магниторезистора.



Рис. 4.13. Характер зависимости изменения электрического сопротивления магниторезистора от индукции магнитного поля

Примерный вид зависимости  $\Delta \rho / \rho_0(B)$  показан на рис. 4.13. Для слабых магнитных полей (обычно для B < 0,2...0,4 Тл) зависимость  $\Delta \rho / \rho_0(B)$  имеет квадратичный характер, а для сильных магнитных полей – линейный.

Основная область использования магниторезисторов – измерение магнитных полей. Если применение преобразователей Холла более эффективно для области слабых полей, то в области сильных магнитных полей целесообразно использование магниторезисторов.

# 4.4. Индуктивное и взаимоиндуктивное измерительные преобразования

Индуктивное измерительное преобразование основано на зависимости индуктивности обмотки от параметров обмотки и магнитной цепи, в которую включена обмотка.

Взаимоиндуктивное измерительное преобразование основано на зависимости взаимной индуктивности обмоток от параметров обмоток и магнитной цепи, в которую включены обмотки, а также от взаимного положения обмоток.

Индуктивность L (от латинского *inductio* – наведение), величина, характеризующая связь между протекающим в обмотке электрическим током I и создаваемым этим током потокосцеплением  $\Psi$  через данную обмотку (полный магнитный поток через все витки обмотки):

$$L = \frac{\Psi}{I}.$$
 (4.20)

Единицей измерения индуктивности является Генри (Гн).



Рис. 4.14. Магнитное поле обмотки с током

Если электрическая емкость конденсатора характеризует способность конденсатора накапливать электрический заряд (раздел 3.1), то индуктивность обмотки – способность последней создавать магнитное поле. Чем выше значение индуктивности обмотки, тем более сильное магнитное поле создает данная обмотка при фиксированном значении электрического тока *I* (рис. 4.14).

Взаимная индуктивность – величина, характеризующая магнитную связь двух или более электрических контуров (обмоток). Численно взаимная индуктивность  $M_{12}$  двух обмоток:  $w_1$ , в которой протекает электрический ток  $I_1$ , и  $w_2$ , находящейся в магнитном поле электрического тока первой обмотки (рис. 4.15), равен отношению потокосцепления  $\Psi_{12}$  магнитного поля электрического тока первой обмотки со второй обмоткой и силы тока первой обмотки:



Рис. 4.15. Обмотка w<sub>2</sub> в магнитном поле электрического тока обмотки w<sub>1</sub>

Если электрический ток протекает по второй обмотке рис. 4.15, то взаимная индуктивность  $M_{21}$  определяется выражением:

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_2}, \tag{4.22}$$

где  $I_2$  – ток второй обмотки;  $\Psi_{21}$  – потокосцепление магнитного поля электрического тока второй обмотки с первой обмоткой.

Важно отметить, что  $M_{21} = M_{12}$ .

Очевидно, что взаимная индуктивность обмоток определяется не только интенсивностью и распределением в пространстве магнитного

поля обмотки с током, но зависит от взаимного расположения обмоток (расстояния между обмотками и их ориентации в пространстве).

Индуктивность обмотки зависит от ее формы, размеров, числа витков, диаметра провода, способа намотки, а также от магнитных свойств окружающей обмотку среды.

Если обмотка имеет жесткую конструкцию и вблизи ее отсутствуют ферромагнетики, то индуктивность такой обмотки постоянна. В противном случае индуктивность может изменяться при изменении формы или размеров обмотки, перемещении окружающих ферромагнитных объектов, либо при изменении ИХ магнитной проницаемости (например, по причине зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля).

Факторы, влияющие на значение индуктивности наиболее наглядно можно проиллюстрировать на примерах обмоток простейших геометрических форм.

Индуктивность двухпроводной линии (рис. 4.16*a*) с высокой степенью приближения описывается выражением:

$$L \approx \frac{\mu l}{\pi} \ln \frac{2a}{r}, \qquad (4.23)$$

где l – длина двухпроводной линии; 2a – расстояние между центрами проводников; r – радиус проводников;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.



Рис. 4.16. Одновитковые контура простейших геометрических форм: двухпроводная линия (*a*); круглый виток (б)

Двухпроводная линия может быть использована в качестве физической и математической модели одновитковой обмотки прямоугольной формы, длина которой многократно превышает ее ширину.

Анализ выражения (4.23) показывает, что индуктивность одновитковой обмотки возрастает с увеличением ее размера,

уменьшением диаметра провода и увеличением магнитной проницаемости окружающей среды.

Аналогичные выводы вытекают из анализа выражения для определения индуктивности круглой одновитковой обмотки (рис. 4.16б):

$$L \approx \frac{\mu R}{\pi} \ln \frac{2R}{r}, \qquad (4.24)$$

где *R* – радиус обмотки; *r* – радиус проводника; µ – магнитная проницаемость среды.

Соответствующие выражения получены для одновитковых обмоток иной формы (прямоугольной, треугольной, эллиптической, сложной). Однако на практике одновитковые обмотки имеют ограниченное применение из-за невозможности получения при малых размерах достаточных значений индуктивности. Более широкое применение для измерительных преобразований имеют многовитковые обмотки, примером которых является *соленоид* (многовитковая обмотка, длина которой много больше ее поперечного размера – рис. 4.17).



# Рис. 4.17. Вид и геометрические параметры соленоида с витками круглой формы

Индуктивность соленоида определяется выражением:

$$L = \mu w^2 \frac{\pi D_{\rm cp}^2}{4l} k_l, \qquad (4.25)$$

где  $D_{\rm cp}$  – диаметр среднего витка обмотки; l – длина соленоида;  $\mu$  - магнитная проницаемость среды; w – число витков обмотки;  $k_l$  – множитель, зависящий от соотношения геометрических размеров l и  $D_{\rm cp}$ .

Для длинных соленоидов ( $l > 10 D_{cp}$ ) множитель  $k_l \rightarrow 1$ . При  $l < 10 D_{cp}$  значение множителя  $k_l$  определяется функциональной зависимостью рис. 4.18.



Рис. 4.18. Зависимость множителя *k*<sub>l</sub> от соотношения длины соленоида и диаметра его среднего витка

Для нахождения индуктивности соленоидов, форма витков которых отличается от круглой, с достаточной для инженерных расчетов точностью можно воспользоваться выражением:

$$L = \mu w^2 \frac{S_{\rm cp}}{l} k_l, \qquad (4.26)$$

где S<sub>ср</sub> – площадь среднего витка обмотки.

Анализ выражений (4.25) и (4.26) позволяет сделать некоторые выводы, справедливые не только для соленоида, но и любой многовитковой обмотки. Индуктивность многовитковой обмотки пропорциональна квадрату числа витков, площади среднего витка обмотки и магнитной проницаемости среды. С увеличением длины обмотки индуктивность уменьшается (для длинного соленоида по обратно пропорциональному закону).

Многовитковые обмотки без ферромагнитных сердечников (магнитопроводов) нашли применение в различных электронных непосредственно устройствах, однако ИХ использование для измерительных преобразований ограничено главным образом задачей преобразования (измерения) магнитной проницаемости среды. Широкое же применение для индуктивного измерительного преобразования имеют обмотки С ферромагнитными сердечниками различной конструкции.



На рис. 4.19 показана обмотка с замкнутым ферромагнитным сердечником постоянного сечения. Особенность такой магнитной цепи заключается в том, что практически весь магнитный поток, создаваемый электрическим током *I* обмотки, замыкается по магнитопроводу, магнитная проницаемость которого на несколько порядков превышает магнитную проницаемость воздуха. В данном случае магнитными потоками рассеяния (замыкающимися не по магнитопроводу, а по воздуху) можно пренебречь, а магнитное поле в магнитопроводе считать однородным. Последнее, как правило, справедливо для постоянного и низкочастотного электрического тока.

С учетом принятых допущений магнитный поток Ф через обмотку в соответствии с (2.8) может быть определен следующим образом:

$$\Phi = \iint_{S} \overline{B} \cdot d\overline{S} = BS , \qquad (4.27)$$

где *В* – индукция в магнитопроводе; *S* – площадь поперечного сечения магнитопровода.

Функциональная связь между током обмотки *I* и напряженностью *H* магнитного поля в магнитопроводе устанавливается законом полного тока (2.14), который с учетом принятых допущений может быть записан в виде:

$$\oint_{L} \overline{H} \cdot \overline{dl} = H l_{\rm cp} = i_{\rm nn} = I w, \qquad (4.28)$$

где *l*<sub>ср</sub> – длина средней силовой линии; *w* – число витков обмотки.

С учетом (4.27) и (4.28) выражение (4.20) для индуктивности обмотки приобретает вид:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{w\Phi}{I} = \frac{wBSw}{Hl_{cp}} = \frac{w^2S}{l_{cp}}\frac{B}{H} = w^2\frac{S\mu}{l_{cp}},$$
 (4.29)

где  $\mu = \mu_0 \mu_r$  – магнитная проницаемость материала магнитопровода. Величина

$$r_{\rm M} = \frac{l_{\rm cp}}{S\,\mu} \tag{4.30}$$

получила название *магнитного сопротивления* магнитопровода. Единицей измерения магнитного сопротивления в системе СИ является ампер на вебер (А/Вб).

Таким образом, индуктивность обмотки прямо пропорциональна квадрату числа витков и обратно пропорциональна магнитному сопротивлению магнитопровода. Магнитное сопротивление магнитопровода прямо пропорционально длине средней силовой линии и обратно пропорционально площади поперечного сечения магнитопровода и магнитной проницаемости его материала.

Преобразованием (4.27) с учетом (4.28) и (4.30) можно получить:

$$\Phi = BS = H\mu S = Iw \frac{\mu S}{l_{\rm cp}} = \frac{Iw}{r_{\rm M}}.$$
(4.31)

Соотношение (4.31) называют законом магнитной цепи. Оно по форме аналогично закону Ома для замкнутой электрической цепи. Произведение *Iw* по аналогии с электродвижущей силой (эдс) называется *магнитодвижущей силой* (мдс) или намагничивающей силой.

В случае если магнитопровод состоит из участков с различными поперечным сечением и магнитной проницаемостью, имеет воздушные зазоры, а потоками рассеивания нельзя пренебречь (рис. 4.20*a*), то индуктивность обмотки определяется выражением:

$$L = \frac{w^2}{r_{\rm M\Sigma}} , \qquad (4.32)$$

где  $r_{_{\rm M\Sigma}}$  – полное магнитное сопротивление магнитной цепи, определяемое по аналогии с полным электрическим сопротивлением электрической цепи путем замены магнитной цепи ее схемой замещения (рис. 4.206).



Рис. 4.20. Сложная магнитная цепь (*a*) и ее схема замещения ( $\delta$ )

Магнитные сопротивления однородных участков магнитопровода определяются по аналогии с (4.30):

$$r_{\rm Mi} = \frac{l_i}{S_i \mu_i},\tag{4.33}$$

где  $l_i$ ,  $S_i$ ,  $\mu_i$  – протяженность, площадь поперечного сечения и магнитная проницаемость материала *i* - того участка магнитопровода.

Магнитные сопротивления воздушных промежутков (зазоров) определяются выражением:

$$r_{\delta} = \frac{\delta}{S_{\delta} \mu_0}, \qquad (4.34)$$

где  $\delta$  – длина воздушного зазора;  $S_{\delta}$  – эквивалентная площадь воздушного зазора, равная для малых зазоров ( $\delta \rightarrow 0$ ) площади магнитных полюсов и корректируемая для больших зазоров с учетом потоков выпучивания.

Магнитные сопротивления  $r_p$  участков магнитной цепи, характеризуемых наличием потоков рассеивания  $\Phi_p$  определяются с использованием специальных методик. Существенное усложнение при расчетах индуктивности обмотки со сложным магнитопроводом кроме необходимости учета потоков рассеивания представляют наличие распределенной по магнитопроводу мдс, проявление нелинейных свойств ферромагнетиков, неоднородность магнитных полей на отдельных участках магнитопровода.

На переменном электрическом токе магнитные сопротивления участков магнитопровода имеют комплексный характер.

Зависимость индуктивности обмотки от геометрических и магнитных свойств всех участков магнитной цепи позволяет получать измерительную информацию о любом из этих параметров (например, длине воздушного зазора либо магнитной проницаемости материала).









На рис. 4.21 в качестве примеров иллюстрируется использование индуктивного измерительного преобразования для измерения толщины немагнитного покрытия на ферромагнитной пластине, поперечного размера ферромагнитного стержня, перемещения ферромагнитного предмета.

Взаимная индуктивность обмоток, как и собственная индуктивность, зависит от формы и размеров обмоток, числа витков, геометрических и магнитных характеристик магнитной цепи, в которую включены обмотки, магнитной проницаемости окружающей среды. Характер этой зависимости от указанных факторов, по сути, тот же, что и для собственной индуктивности.



Рис. 4.22. Зависимость взаимной индуктивности коаксиальных круговых контуров одного радиуса от расстояния между контурами



Рис. 4.23. Зависимость взаимной индуктивности концентрических круговых контуров от угла между их плоскостями



Рис. 4.24. Зависимость взаимной индуктивности круговых контуров с параллельными осями от расстояния между осями

Для случая замкнутого магнитопровода постоянного сечения (рис. 4.19) при наличии на магнитопроводе двух обмоток с числами витков  $w_1$  и  $w_2$ , их взаимная индуктивность определяется выражением близким (4.29) для индуктивности обмотки:

$$M = w_1 w_2 \frac{S\mu}{l_{\rm cp}}.$$
 (4.35)

Кроме факторов названных выше влияющих взаимная индуктивность зависит также от взаимного положения обмоток, что может быть использовано в измерительных системах определения местоположения и ориентации объектов в пространстве. В качестве графическом аналитическом И примеров показаны в виде взаимной индуктивности функциональные зависимости круговых одновитковых контуров от расстояния между контурами (для случаев коаксиальных контуров – рис. 4.22 и контуров с параллельными осями – рис. 4.24), а также от угла между плоскостями контуров (для случая концентрических контуров – рис. 4.23).

# 4.5. Магнитоупругое измерительное преобразование

Магнитоупругое измерительное преобразование основано на использовании магнитоупругого эффекта, сущность которого заключается в изменении магнитной проницаемости и других магнитных свойств ферромагнитного материала под действием механических упругих деформаций.

Другое название магнитоупругого эффекта – эффект Виллари, по фамилии открывшего его в 1865 году итальянского физика Э. Виллари.

В качестве примера на рис. 4.25 приведены гистерезисные кривые никеля и пермаллоя для различных механических напряжений растяжения о.

Для никеля с увеличением механического напряжения наклон петли гистерезиса, а следовательно, и магнитная проницаемость уменьшаются. Кроме того, заметно уменьшается и остаточная индукция. Для пермаллоя с увеличением механического напряжения кривая гистерезиса приближается к прямоугольной. Остаточная индукция и магнитная проницаемость существенно возрастают. При сжатии приращения магнитных параметров меняют свой знак.

Магнитоупругий эффект объясняется тем, что при действии механических напряжений изменяется доменная структура ферромагнетика – происходит смещение границ доменов и изменение направлений их векторов намагниченности, т. е. те же процессы, что и при намагничивании ферромагнетика (раздел 2.3). При совпадении



Рис. 4.25. Вид гистерезисных петель никеля (*a*) и пермаллоя (б) при механическом напряжении растяжения о

направленности упомянутых процессов, происходящих в результате механической деформации и намагничивания, имеет место возрастание магнитной проницаемости, в противном случае – ее уменьшение.

Явление магнитной упругости является обратимым, его называют эффектом. также обратным магнитострикционным Прямой магнитострикционный эффект (от магнит и латинского strictio – сжатие, натягивание; открыт английским ученым Д. Джоулем в 1842 году) заключается механической деформации ферромагнетиков В под действием Объясняется поля. магнитного наличием при намагничивании ферромагнетиков процессов смещения границ между доменами и поворота магнитных моментов доменов по полю, что приводит к изменению энергетического состояния кристаллической решетки и проявляется в изменении равновесных расстояний между ее узлами. В результате атомы смещаются, происходит деформация решетки. Относительное удлинение образцов ИЗ некоторых ферромагнетиков (Fe, Ni, Co, Gd, Tb, Dy, их сплавов) достигает порядка  $10^{-5} - 10^{-2}$ .

Основной характеристикой материала с точки зрения его магнитоупругих свойств является коэффициент магнитоупругой чувствительности, определяемый как отношение относительного изменения магнитной проницаемости к относительной деформации – k<sub>и</sub> либо к механическому напряжению –  $k_{\sigma}$ :

$$k_{\mu} = \frac{\Delta \mu / \mu}{\Delta l / l}; \qquad k_{\sigma} = \frac{\Delta \mu / \mu}{\sigma},$$
 (4.36)

где  $\Delta \mu / \mu$  – относительное изменение магнитной проницаемости;  $\Delta l / l$  – относительное изменение длины ферромагнитного объекта;  $\sigma$  – механическое напряжение.

Поскольку величины  $\Delta l/l$  и  $\sigma$  связаны между собой законом Гука ( $\sigma = E \Delta l/l$ , где E – модуль Юнга), то величины  $k_{\mu}$  и  $k_{\sigma}$  связаны между собой соотношением:

$$k_{\rm u} = E k_{\rm \sigma}.\tag{4.37}$$

Для преобразования изменений магнитной проницаемости материала под действием деформации в электрический сигнал используются индуктивное (рис. 4.26*a*) либо взаимоиндуктивное (рис. 4.26б) измерительные преобразования.

Согласно (4.29) индуктивность обмотки с замкнутым магнитопроводом постоянного сечения (рис. 4.26*a*) определяется выражением:

$$L = w^2 \frac{S\mu}{l_{\rm cp}},\tag{4.38}$$

где w – число витков обмотки; S – площадь поперечного сечения магнитопровода;  $l_{cp}$  – длина средней силовой линии;  $\mu = \mu_0 \mu_r -$ магнитная проницаемость материала магнитопровода.

При деформации магнитопровода под действием силы F



Рис. 4.26. Преобразование в электрический сигнал изменений магнитных свойств ферромагнитного сердечника с использованием индуктивного (*a*) и взаимоиндуктивного (б) измерительных преобразований
происходит не только изменение магнитной проницаемости ферромагнетика в результате проявления магнитоупругого эффекта, но и изменение его геометрических размеров. Изменение индуктивности в результате деформации магнитопровода находится дифференцированием (4.38):

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial L}{\partial S} \Delta S + \frac{\partial L}{\partial l_{\rm cp}} \Delta l_{\rm cp} = L \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} + \frac{\Delta S}{S} - \frac{\Delta l_{\rm cp}}{l_{\rm cp}} \right), \quad (4.39)$$

где  $\Delta S$  – изменение площади поперечного сечения магнитопровода;  $\Delta l_{cp}$  – изменение длины средней силовой линии;  $\Delta \mu$  – изменение магнитной проницаемости материала магнитопровода.

Для ферромагнитных сердечников из материалов с ярко выраженными магнитоупругими свойствами можно принять, что  $\Delta \mu/\mu$  >>  $\Delta l/l$  и  $\Delta \mu/\mu$  >>  $\Delta S/S$ . С учетом этого:

$$\Delta L \approx L \frac{\Delta \mu}{\mu} = L k_{\mu} \frac{\Delta l_{\rm cp}}{l_{\rm cp}} = L k_{\sigma} \sigma. \qquad (4.40)$$

Аналогичным образом можно показать, что для варианта взаимоиндуктивного измерительного преобразования (рис. 4.266) изменение взаимной индуктивности, определяемое дифференцированием (4.35), описывается выражениями:

$$\Delta M = \frac{\partial M}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial M}{\partial S} \Delta S + \frac{\partial M}{\partial l_{cp}} \Delta l_{cp} = M \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} + \frac{\Delta S}{S} - \frac{\Delta l_{cp}}{l_{cp}} \right);$$

$$\Delta M \approx M \frac{\Delta \mu}{\mu} = M k_{\mu} \frac{\Delta l_{cp}}{l_{cp}} = M k_{\sigma} \sigma.$$
(4.41)

Магнитоупругие измерительные преобразователи применяются для преобразования (измерения) больших сил и давлений, механических напряжений и деформаций в машинах и сооружениях. Обратное магнитоупругое преобразование (магнитострикция) применяется для возбуждения акустических волн, создания линий задержки в акустике и электромеханических фильтров.

# 4.6. Энергия магнитного поля. Силы, развиваемые в магнитном поле

Магнитное поле порождается электрическими токами. Это относится и к постоянным магнитам, в которых протекают замкнутые молекулярные токи. На создание электрического тока и соответственно магнитного поля затрачивается энергия. Обладая энергией, магнитное поле может оказывать силовое воздействие на ферромагнитные объекты и контура с электрическими токами. Чтобы подчеркнуть немеханический характер возникающих механических сил их называют пондеромоторными. К ним относятся и силы, развиваемые в электростатическом поле (раздел 3.2).

Возникновение пондеромоторных сил в магнитном поле является физической основой электромеханических преобразований, используемых для обратного преобразования электрических величин в механические – силу и момент вращения.

Определим энергию  $W_{\rm M}$ обмотки магнитного поля С электрическим током І. Будем считать электрический ток постоянным, а идеальной, имеющей активной обмотку не составляющей сопротивления (отсутствуют потери на нагрев) и обладающей только реактивной (индуктивной) составляющей сопротивления (рис. 4.27).



При принятых допущениях для поддержания постоянного тока энергия не расходуется. Энергия требуется для установления тока – его увеличения от нулевого значения до I. Эта энергия соответственно равна энергии магнитного поля обмотки с током. Ее значение численно равно работе по перемещению электрического заряда q через обмотку при возрастании силы тока от 0 до I:

$$W_{_{\rm M}} = \int_{0}^{q} u \,\mathrm{d}q\,, \qquad (4.42)$$

где *и* – падение напряжения на индуктивности обмотки при изменении тока.

Величина *и* равна взятой с обратным знаком эдс самоиндукции, возникающей в обмотке при изменении тока:

$$u = -e_{\rm c} = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t},\tag{4.43}$$

где  $\Psi$  – потокосцепление с обмоткой магнитного поля электрического тока обмотки.

С учетом (4.43) путем известных преобразований получаем:

$$W_{\rm M} = \int_{0}^{q} u \, \mathrm{d}q = \int_{0}^{q} \mathrm{d}\Psi \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \int_{0}^{1} L \, i \, \mathrm{d}i = \frac{L \, I^2}{2}, \qquad (4.44)$$

где  $i = \frac{dq}{dt}$  – мгновенное значение электрического тока обмотки.



Рис. 4.28. Схема замещения двух индуктивно связанных обмоток с электрическими токами

Аналогичным образом может быть найдена энергия магнитного поля двух индуктивно связанных обмоток с токами  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 4.28). В этом случае будем считать, что при установлении магнитного поля сначала происходило увеличение тока первой обмотки от 0 до  $I_1$ , а затем увеличение тока второй обмотки от 0 до  $I_2$ . Суммарная энергия магнитных полей первой и второй обмоток по аналогии с (4.44):

$$W_{M} = \int_{0}^{q_{1}} u_{1} dq_{1} + \int_{0}^{q_{2}} u_{2} dq_{2} \pm \int_{0}^{q_{12}} u_{12} dq_{12} =$$

$$= \int_{0}^{q_{1}} d\Psi_{1} \frac{dq_{1}}{dt} + \int_{0}^{q_{2}} d\Psi_{2} \frac{dq_{2}}{dt} \pm \int_{0}^{q_{12}} d\Psi_{12} \frac{dq_{12}}{dt} = , \quad (4.45)$$

$$= \int_{0}^{I_{1}} L_{1} i_{1} di_{1} + \int_{0}^{I_{2}} L_{2} i_{2} di_{2} \pm \int_{0}^{I_{2}} M di_{2} I_{1} = \frac{L_{1} I_{1}^{2}}{2} + \frac{L_{2} I_{2}^{2}}{2} \pm M I_{1} I_{2}$$

где  $q_1$  – заряд, перемещаемый через первую обмотку при установлении тока  $I_1$ ;  $q_2$  – заряд, перемещаемый через вторую обмотку при установлении тока  $I_2$ ;  $q_{12}$  – заряд, перемещаемый через первую обмотку при установлении тока  $I_2$ ;  $u_1$  – падение напряжения на индуктивности первой обмотки, обусловленное эдс самоиндукции при установлении тока  $I_1$ ;  $u_2$  – падение напряжения на индуктивности,

обусловленное эдс самоиндукции при установлении тока  $I_2$ ;  $u_{12}$  – падение напряжения на первой обмотке, обусловленное эдс, индуцируемой при установлении тока  $I_2$ ;  $\Psi_1$  – потокосцепление с первой обмоткой магнитного поля тока первой обмотки;  $\Psi_2$  – потокосцепление со второй обмоткой магнитного поля тока второй обмотки;  $\Psi_{12}$  – потокосцепление с первой обмоткой магнитного поля тока второй обмотки;  $L_1$  – индуктивность первой обмотки;  $L_2$  – индуктивность второй обмотки; M – взаимная индуктивность обмоток;  $i_1 = \frac{dq_1}{dt}$  – мгновенное значение тока первой обмотки;  $i_2 = \frac{dq_2}{dt}$  –

мгновенное значение тока второй обмотки;  $\frac{dq_{12}}{dt} = I_1 -$ мгновенное

значение тока первой обмотки при установлении тока второй обмотки.

Знак (+) либо (-) в (4.45) зависит от того совпадают либо противоположны направления силовых линий магнитных полей обмоток с токами (определяется направлением включения обмоток).

Выражение (4.45) справедливо для постоянных токов *I*<sub>1</sub> и *I*<sub>2</sub>. В случае переменных токов следует учитывать фазовый сдвиг  $\phi$  между токами:

$$W_{\rm M} = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M I_1 I_2 \cos \varphi. \qquad (4.46)$$

практике измерительных преобразований наибольшее В применение нашли следующие силовые взаимодействия в магнитном взаимодействие поля поле: магнитного контура С током И ферромагнитного тела (электромагнитное взаимодействие); взаимодействие контуров магнитных полей С токами (электродинамическое взаимодействие); взаимодействие магнитных полей постоянного магнита и контура с током (магнитоэлектрическое взаимодействие).

Рис. 4.29 иллюстрирует электромагнитное взаимодействие магнитного поля обмотки с током *I* и ферромагнитного сердечника. В зависимости от взаиморасположения сердечника и обмотки, а также крепления сердечника (степени свободы) результатом взаимодействия может быть как линейное (рис. 4.29*a*, 4.29*b*), так и угловое (рис. 4.29*b*, 4.29*c*) перемещение сердечника. Обмотка, как правило, выполняется неподвижной. Для усиления электромагнитного взаимодействия используется магнитопровод (рис. 4.29*b*, 4.29*c*).



Рис. 4.29. Варианты электромагнитного взаимодействия: 1 – обмотка; 2 – ферромагнитный сердечник; 3 – магнитопровод

Используя те же рассуждения, что и для случая электростатического взаимодействия (раздел 3.2), можно показать, что сила F и момент вращения  $M_{\rm B}$  определяются дифференцированием выражения (4.44), описывающего энергию магнитного поля обмотки с током, по величинам соответственно линейного x и углового  $\alpha$  перемещения:

$$F = \frac{dW_{_{\rm M}}}{dx} = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{dx}; \qquad M_{_{\rm B}} = \frac{dW_{_{\rm M}}}{d\alpha} = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{d\alpha}.$$
(4.47)

Здесь І – действующее значение тока.

Анализ выражений (4.47) показывает, что зависимости силы и момента вращения от силы электрического тока обмотки носят квадратичный характер, что дает возможность осуществлять преобразование в механические величины как постоянного, так и переменного тока.

Сила и момент вращения действуют на ферромагнитный сердечник в направлении, соответствующем увеличению индуктивности обмотки. Последнее обуславливает наличие устойчивого положения сердечника, соответствующего максимальному значению индуктивности и его положению при линейном перемещении в центре обмотки (рис. 4.29*a*, 4.29*б*) и ориентации вдоль силовых линий магнитного поля при угловом перемещении (рис. 4.29*e*, 4.29*c*).

Соотношения (4.47) устанавливают зависимость величин F и M<sub>в</sub> от  $I, L, x, \alpha$  и могут быть измерительного использованы для преобразования последних в механические величины – силу и момент вращения. Наибольшее значение имеют используемые на практике электромагнитное зависимости F(I),  $M_{\rm B}(I),$ F(x). В частности взаимодействие используется в электромагнитных измерительных



Рис. 4.30. Варианты электродинамического взаимодействия: 1 – неподвижная обмотка; 2 – подвижная обмотка; 3 – магнитопровод механизмах стрелочных амперметров и вольтметров, применяемых главным образом для измерений в цепях переменного тока промышленной частоты 50 Гц.

Рис. 4.30 иллюстрирует электродинамическое взаимодействие двух обмоток с токами  $I_1$  и  $I_2$ . Аналогично предыдущему случаю возможны варианты линейного перемещения подвижной обмотки (рис. 4.30*a*, 4.30*b*) и вращения (рис. 4.30*b*, 4.30*c*). Для усиления электродинамического взаимодействия используются магнитопроводы (рис. 4.30*b*, 4.30*c*).

Сила F $M_{\scriptscriptstyle \rm B}$ И момент вращения определяются дифференцированием выражений (4.45) и (4.46), описывающих энергию магнитного поля двух обмоток с токами, по величинам соответственно и углового α перемещения. При этом первые два линейного х слагаемых выражений (4.45) и (4.46) практически не зависят от перемещения подвижной обмотки. Исключение составляет вариант 4.30б, где нужно учитывать изменение индуктивности подвижной обмотки, но данный случай имеет ограниченное практическое применение.

Для постоянных токов получаем:

$$F = \frac{\mathrm{d}W_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}}}{\mathrm{d}x} = \pm I_1 I_2 \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x}; \qquad M_{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} = \frac{\mathrm{d}W_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}}}{\mathrm{d}\alpha} = \pm I_1 I_2 \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha}. \tag{4.48}$$

Для переменных токов:

$$F = \frac{dW_{\rm M}}{dx} = \pm I_1 I_2 \frac{dM}{dx} \cos\varphi; \quad M_{\rm B} = \frac{dW_{\rm M}}{d\alpha} = \pm I_1 I_2 \frac{dM}{d\alpha} \cos\varphi. \quad (4.49)$$

Здесь *I*<sub>1</sub> и *I*<sub>2</sub> – действующие значения токов обмоток.

Наибольшее применение для измерительных преобразований имеют зависимости  $M_{\rm B}(I_1I_2)$ ,  $M_{\rm B}(\cos \varphi)$ ,  $M_{\rm B}(I_1I_2 \cos \varphi)$ , используемые соответственно в электродинамических амперметрах (вольтметрах) постоянного и переменного токов (напряжений), фазометрах, ваттметрах.

Различные варианты магнитоэлектрического взаимодействия можно получить заменой постоянным магнитом ферромагнитного сердечника рис. 4.29 или одной из обмоток с током (электромагнита) рис. 4.30. На рис. 4.31 показан наиболее важный случай магнитоэлектрического взаимодействия.





- 2 постоянный магнит;
- 3 магнитопровод

Выражение, описывающее магнитоэлектрического взаимодействие, может быть получено из (4.48) формальной заменой  $I_1=I; I_2 \cdot dM = d\Psi$ . Здесь  $\Psi$  – потокосцепление поля постоянного магнита с обмоткой.

Обычно обеспечивается однородность поля магнита в плоскости витков обмотки. В этом случае:

$$\Psi = wBS\sin\alpha;$$
  $M_{\rm B} = \pm I\frac{d\Psi}{d\alpha} = \pm IwBS\cos\alpha,$  (4.50)

где I, w, S – сила тока, число витков и площадь подвижной обмотки; B – индукция в воздушном зазоре магнитопровода;  $\alpha$  – угол между плоскостью витков и линиями индукции (параллельны  $A_1A_2$  – рис. 4.31).

Наибольшее значение для измерительных преобразований имеет зависимость  $M_{\rm B}(I)$ , используемая в магнитоэлектрических электромеханических амперметрах (вольтметрах) постоянного тока (напряжения).

#### Контрольные вопросы

4.1. На чем основаны измерительные преобразования в магнитных полях?

4.2. В чем заключается сущность индукционного измерительного преобразования параметров постоянного и переменного магнитных полей в электрический сигнал?

4.3. На чем основано индукционное преобразование скорости вращения в электрический сигнал?

4.4. В чем заключается физическая сущность магнитомодуляционного измерительного преобразования параметров магнитного поля в электрический сигнал?

4.5. Какова функциональная зависимость электрического сигнала магнитомодуляционного преобразователя от характеристик магнитного поля?

4.6. В чем заключается физическая сущность преобразования в электрический сигнал параметров магнитного поля на основе эффекта Холла?

4.7. В чем заключается физическая сущность преобразования в электрический сигнал параметров магнитного поля на основе эффекта Гаусса?

4.8. В чем заключается физический смысл индуктивности и взаимной индуктивности обмоток?

4.9. От каких физических параметров зависят индуктивности и взаимные индуктивности обмоток?

4.10. Какого влияние на индуктивность и взаимную индуктивность обмоток параметров магнитной цепи?

4.11. Какого влияние на взаимную индуктивность обмоток их взаимного расположения?

4.12. Для решения каких измерительных задач могут быть использованы индуктивное и взаимоиндуктивное измерительные преобразования?

4.13. В чем заключается физическая сущность магнитоупругого эффекта?

4.14. Какова функциональная зависимость магнитных характеристик ферромагнетиков от их механической деформации?

4.15. Для решения каких измерительных задач может быть использовано магнитоупругое измерительное преобразование?

4.16. Чем определяются энергия магнитного поля и силы, развиваемые в магнитном поле?

4.17. В чем заключается электромагнитное взаимодействие? Уравнение преобразования.

4.18. В чем заключается электродинамическое взаимодействие? Уравнение преобразования.

4.19. В чем заключается магнитоэлектрическое взаимодействие? Уравнение преобразования.

4.20. Для решения каких измерительных задач может быть использовано электромеханическое измерительное преобразование?

#### Задачи

4.1. Для индукционного измерительного преобразователя с числом витков w = 1500 и площадью среднего витка  $S = 600 \text{ мm}^2$  определить зависимость от времени e(t) эдс, возникающей при равномерном повороте преобразователя за время T = 0,1 с в однородном постоянном магнитном поле с напряженностью 500 А/м из положения, при котором угол  $\alpha$  между нормалью и силовыми линиями поля (рис. 4.32) равен  $\alpha_1 = -45^\circ$  в положение, при котором угол равен  $\alpha_2 = 45^\circ$ . Определить значение эдс в момент времени t = 0,05 с.



#### Решение

Согласно уравнению индукционного преобразования (4.4):

$$e = -wS\frac{\mathrm{d}(B\cos\alpha)}{\mathrm{d}t}$$

Индукция магнитного поля связана с напряженностью известным соотношением:

$$B = \mu_0 H$$
,

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Закон изменения угла а при равномерном вращении обмотки описывается выражением:

$$\alpha = \omega t$$
,

где  $\omega$  – угловая частота вращения, которая может быть определена следующим образом:

$$\omega = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{T} = \frac{\pi/4 + \pi/4}{T} = \frac{\pi}{2 \cdot 0.1} = 15,708 \text{ c}^{-1}.$$

С учетом приведенных выше соотношений:

$$e(t) = -wS\frac{d(B\cos\alpha)}{dt} = -wS\mu_0H\frac{d(\cos\omega t)}{dt} = wS\mu_0H\omega\sin\omega t =$$
  
= 1500 \cdot 600 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15,708 \cdot \sin (15,708 t) = 1,777 \cdot 10^{-5} \sin (15,708 t) B.  
e(0,05) = 1,257 \cdot 10^{-5} B

4.2. Для преобразователя Холла толщиной d = 1 мм, имеющего коэффициент Холла  $R_h = 3 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/Кл, определить действующее значение эдс в случае, если преобразователь помещен в однородное магнитное поле, индукция которого изменяется во времени по закону  $B(t) = 0.5 \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$  Тл, электрический ток через преобразователь изменяется по закону  $I(t) = 10^{-2} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t + \pi/4)$  А, а угол  $\alpha$  между направлениями тока и магнитного поля составляет 30°.

#### Решение

Согласно уравнению преобразования (4.18) эдс Холла описывается выражением:

$$e_h(t) = \frac{R_h}{d} IB\sin\alpha = \frac{R_h}{d} I_m \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t + \pi/4) \cdot B_m(2\pi \cdot 50 \cdot t) \cdot \sin\alpha.$$

Действующее значение эдс может быть найдено путем численного интегрирования с использованием любого математического редактора (например Mathcad):

$$E_{h} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} (e_{h}(t))^{2} dt} =$$
  
=  $\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} (\frac{3 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t) \cdot 10^{-2} \cdot \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t + \pi/4) \cdot \sin(\frac{\pi}{6}))^{2} dt} =$   
= 7,345 MB

4.3 Для преобразователя индуктивного толщины диэлектрической пластины 4.33) определить (рис. зависимость индуктивности L обмотки от толщины T пластины и построить график этой зависимости в интервале изменения T = 0...5 мм. Параметры магнитной цепи приведены на рисунке. Магнитное сопротивление, характеризующее магнитный поток рассеивания превышает магнитное сопротивление магнитопровода для T = 0 в десять раз. Площадь зазора, создаваемого пластиной, равна площади полюсов П-образного магнитопровода.



Рис. 4.33. Магнитная цепь индуктивного преобразователя толщины диэлектрической пластины (*a*) и ее схема замещения (*б*): w = 100;  $\mu_{r1} = 150$ ;  $l_{M1} = 70$  мм;  $S_1 = 2$  см<sup>2</sup>;  $\mu_{r2} = 150$ ;  $l_{M2} = 70$  мм;  $S_2 = 1.5$  см<sup>2</sup>;

Индуктивность обмотки преобразователя может быть найдена согласно (4.32):

$$L = \frac{w^2}{r_{_{\rm M}\Sigma}} \; ,$$

где  $r_{\rm M\Sigma}$  – полное магнитное сопротивление магнитной цепи, определяемое по аналогии с полным электрическим сопротивлением электрической цепи путем замены магнитной цепи ее схемой замещения (рис. 4.33*б*).

Магнитные сопротивления участков магнитной цепи определяются согласно (4.33) и (4.34):

$$r_{\rm M1} = \frac{l_1}{S_1 \mu_{r1} \mu_0} = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 150 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,857 \cdot 10^6 \frac{\rm A}{\rm B6};$$
  

$$r_{\rm M2} = \frac{l_2}{S_2 \mu_{r2} \mu_0} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,796 \cdot 10^6 \frac{\rm A}{\rm B6};$$
  

$$r_{\delta}(T) = \frac{T}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,979 \cdot 10^6 \cdot T \frac{\rm A}{\rm B6}.$$

Согласно условию задачи магнитное сопротивление рассеивания в десять раз превосходит магнитное сопротивление магнитопровода при отсутствии зазора:

$$r_{\rm p} = 10(r_{\rm M1} + r_{\rm M2}) = 10(1,857 \cdot 10^6 + 0,796 \cdot 10^6) = 26,53 \cdot 10^6 \frac{\rm A}{\rm B6}.$$

Полное магнитное сопротивление магнитной цепи определяется с учетом последовательного и параллельного соединений магнитных сопротивлений схемы замещения:

$$r_{_{\rm M\Sigma}}(T) = r_{_{\rm M1}} + \frac{r_{\rm p} \cdot (2r_{_{\delta}} + r_{_{\rm M21}})}{r_{\rm p} + 2r_{_{\delta}} + r_{_{\rm M2}}} = 1,857 \cdot 10^6 + \frac{26,53 \cdot (2 \cdot 3,979T + 0,796)}{26,53 + 2 \cdot 3,979T + 0,796} \cdot 10^6 \frac{A}{B6}$$

И, таким образом:

$$L(T) = \frac{w^2}{r_{\text{M}\Sigma}(T)} = \frac{100^2}{1,857 \cdot 10^6 + \frac{26,53 \cdot (2 \cdot 3,979 \cdot T + 0,796)}{26,53 + 2 \cdot 3,979 \cdot T + 0,796} \cdot 10^6}$$

На рис. 4.34 показан график функции *L*(*T*).



Рис. 4.34. Функция преобразования индуктивного преобразователя

### 5. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

Измерительные преобразования в полях вихревых токов (вихретоковые измерительные преобразования) основаны на возбуждении в электропроводящих объектах переменным магнитным полем вихревых токов и зависимости параметров этих токов от свойств объекта.

### 5.1. Возбуждение вихревых токов в проводящих объектах. Поверхностный эффект

Вихревые токи возникают в электропроводящих объектах, находящихся под воздействием переменного магнитного поля. Впервые вихревые токи были обнаружены французским ученым Д.Ф. Араго в 1824 году. Спустя несколько лет явление возникновения вихревых



Рис. 5.1. Возбуждение вихревых токов переменным магнитным полем круглой обмотки с током (*a*) и радиальное распределение плотности вихревых токов в электропроводящем объекте (*б*):

1 – обмотка с током; 2 – контур вихревого тока

токов было объяснено М. Фарадеем с позиций открытого им закона электромагнитной индукции. Свойства вихревых токов позднее были подробно исследованы французским физиком Ж.Б. Фуко и названы его именем (*токи Фуко*).

В качестве источника переменного магнитного поля В используется обмотка большинстве случаев с переменным электрическим током (обмотка возбуждения, ток возбуждения). Если такую обмотку поместить вблизи электропроводящего объекта, например пластины (рис. 5.1*a*), то магнитное поле обмотки будет создавать в объекте некоторый магнитный поток. Ввиду переменного характера магнитного поля и создаваемый магнитный поток будет переменным (изменяющимся во времени). В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся во времени магнитный поток создает вихревое электрическое поле, напряженность Е которого связана с индукцией В магнитного поля соотношением:

$$\operatorname{rot}\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}.$$
(5.1)

Наличие электрического поля в электропроводящей среде приводит к появлению электрического тока, плотность которого j согласно (2.4) прямо пропорциональна напряженности электрического поля и удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ :  $\overline{j} = \sigma \overline{E}$ . Этот электрический ток совпадает по направлению с линиями напряженности индуцируемого электрического поля и соответственно имеет также вихревой характер. Вихревые токи замыкаются непосредственно в электропроводящем объекте, образуя вихреобразные контуры, сцепляющиеся с индуктирующим их магнитным потоком.

Вихревые токи имеют собственное магнитное поле. Согласно закону Лоренца переменное магнитное поле вихревых токов стремится противодействовать изменениям магнитного потока, индуктирующего вихревые токи. В пластине магнитное поле вихревых токов и возбуждающее магнитное поле имеют противоположное направление, вследствие чего результирующее магнитное поле достаточно резко глубине. Для приближенной затухает по оценки глубины δ проникновения электромагнитного используется поля в объект формула:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}}, \qquad (5.2)$$

где ω – круговая частота тока возбуждения; μ – абсолютная магнитная проницаемость материала.

Величина δ соответствует затуханию напряженности магнитного поля в *e* раз по сравнению со значением напряженности магнитного поля на поверхности объекта. Как показывает анализ выражения (5.2) глубина проникновения электромагнитного поля и соответственно глубина распространения вихревых токов уменьшается с увеличением частоты тока возбуждения, удельной электрической проводимости и магнитной проницаемости материала.

Таким образом, плотность вихревых токов максимальна на поверхности объекта. При этом протекающие на поверхности и вблизи ее токи характеризуются неравномерным радиальным распределением плотности (рис. 5.1 $\delta$ ). Плотность вихревых токов максимальна для контуров, радиус *r* которых при отсутствии зазора между обмоткой и поверхностью объекта (h = 0) равен радиусу обмотки *R*. С увеличением зазора радиус контура максимальной плотности  $r_m$  несколько возрастает и может быть определен по приближенной формуле:

$$r_m \approx R + 0,75h. \tag{5.3}$$

Указанное выше пространственное распределение вихревых токов объясняется тем, что максимальное значение плотности вихревых токов соответствует контуру, имеющему наибольшее значение взаимной индуктивности с контуром обмотки возбуждения. Данному условию как раз и соответствует контур вихревых токов с радиусом, определяемым (5.3).

Таким образом, контура вихревых токов и в том числе контур вихревого тока максимальной плотности для варианта взаимодействия, показанного на рис. 5.1*а* (*накладной* вариант вихретокового преобразования), повторяют по форме контур обмотки возбуждения. Если форма обмотки возбуждения отличается от круглой, то и форма контуров вихревых токов в этом случае будет отличаться от круглой. В



- Рис. 5.2. Взаимодействие с электропроводящим цилиндром магнитного поля обмотки с током, охватывающей объект: 1 обмотка возбуждения;
  - 2 контур вихревых токов

других случаях взаимодействия форма контуров вихревых токов может повторять по форме поверхность электропроводящего объекта. На рис. 5.2 показан вариант взаимодействия, при котором обмотка возбуждения охватывает электропроводящий объект, имеющий форму цилиндра (*проходной* вариант вихретокового преобразования). В этом случае форма контура вихревых токов определяется формой цилиндрической поверхности.

## 5.2. Преобразование параметров вихревых токов в электрический сигнал. Начальное и вносимое напряжение вихретокового преобразователя. Годографы вносимого напряжения

Параметры вихревых токов – амплитуда, фаза, пространственное геометрических размеров, распределение зависят от формы И структурных особенностей электропроводящего объекта, материала, электромагнитных характеристик взаиморасположения объекта и источника возбуждающего магнитного поля, частоты и амплитуды тока возбуждения.

Столь большое число влияющих параметров обеспечивает высокую информативность вихретоковых методов измерительных преобразований. Однако очевидно, что указанные информативные параметры вихревых токов не могут быть измерены непосредственным образом. Измерительная информация о параметрах вихревых токов может быть получена путем измерения характеристик их магнитного помощью дополнительной измерительной поля c обмотки взаимоиндуктивное (трансформаторное или измерительное преобразование), либо с помощью той же обмотки, что используется для возбуждения магнитного поля (параметрическое или индуктивное измерительное преобразование).

В случае трансформаторного преобразования (рис. 5.3а)





- 1 обмотка возбуждения; 2 измерительная обмотка;
- 3 обмотка индуктивности

выходным электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое напряжение  $\dot{U}$  измерительной обмотки. В случае параметрического преобразования (рис. 5.36) электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое сопротивление  $\dot{Z}$  обмотки индуктивности.

Очевидно, ЧТО напряжение измерительной обмотки при трансформаторном преобразовании Ū обусловлено не только магнитным полем вихревых токов, но И непосредственно возбуждающим магнитным полем обмотки возбуждения. Составляющая напряжения измерительной обмотки, обусловленная непосредственным действием возбуждающего магнитного поля, называется начальным преобразователя  $\dot{U}_{0}$ . Составляющая напряжением вихретокового обмотки, обусловленная напряжения измерительной действием магнитного поля вихревых токов, называется вносимым напряжением вихретокового преобразователя  $\dot{U}_{_{\rm BH}}$ . Таким образом:

$$\dot{U} = \dot{U}_0 + \dot{U}_{_{\rm BH}}.$$
 (5.4)

Отсчет сдвига фаз комплексных напряжений осуществляется от фазы тока возбуждения. Таким образом, вектор тока возбуждения на комплексной плоскости совпадает по направлению с действительной осью. Направление вектора начального напряжения  $\dot{U}_0$  на комплексной плоскости для идеального трансформаторного вихретокового преобразователя и большинства реальных преобразователей совпадает с направлением мнимой оси.

трансформаторному варианту Аналогично комплексное индуктивности электрическое сопротивление обмотки Ż при преобразовании параметрическом является суммой начального характеризующего сопротивления  $Z_0$ , электрические параметры обмотки индуктивности при отсутствии вблизи ее электропроводящего объекта, и вносимого сопротивления  $\dot{Z}_{_{\rm BH}}$ , характеризующего изменение электрических параметров обмотки индуктивности при наличии в создаваемом ей магнитном поле электропроводящего объекта:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_0 + \dot{Z}_{\rm BH}$$
. (5.5)

В большинстве случаев, при отсутствии вблизи обмотки индуктивности электропроводящих объектов, ее собственным активным сопротивлением (потерями на нагрев) можно пренебречь. В этом случае комплексное сопротивление обмотки определяется только ее реактивной (индуктивной) компонентой:

$$\dot{Z}_0 = j\omega L_0, \qquad (5.6)$$

где  $L_0$  – начальная индуктивность обмотки.

Вносимое сопротивление обмотки  $\dot{Z}_{_{\rm BH}}$  имеет в общем случае как активную  $R_{_{\rm BH}}$ , так и индуктивную  $j\omega L_{_{\rm BH}}$  составляющие:

$$\dot{Z}_{\rm BH} = R_{\rm BH} + j\omega L_{\rm BH} \,. \tag{5.7}$$

Очевидно, что информативными параметрами выходных сигналов трансформаторного и параметрического вихретоковых преобразователей, отражающими свойства электропроводящего объекта и подлежащими измерению при реализации вихретокового измерительного преобразования являются величины  $\dot{U}_{\rm BH}$  и  $\dot{Z}_{\rm BH}$  (их активная и реактивная составляющие или амплитуда и фаза).

Для исключения влияния на результат трансформаторного преобразования амплитуды тока возбуждения, а на результат параметрического преобразования начальной индуктивности обмотки величины  $\dot{U}_{\rm BH}$  и  $\dot{Z}_{\rm BH}$  нормируют соответственно по начальному напряжению и начальному индуктивному сопротивлению:

$$\dot{U}^{*}_{BH} = \frac{\dot{U}_{BH}}{|\dot{U}_{0}|} = \operatorname{Re}\frac{\dot{U}_{BH}}{|\dot{U}_{0}|} + j\operatorname{Im}\frac{\dot{U}_{BH}}{|\dot{U}_{0}|} = \operatorname{Re}\dot{U}^{*}_{BH} + j\operatorname{Im}\dot{U}^{*}_{BH};$$

$$\dot{Z}^{*}_{BH} = \frac{\dot{Z}_{BH}}{\omega L_{0}} = \frac{R_{BH}}{\omega L_{0}} + j\frac{L_{BH}}{L_{0}} = R^{*}_{BH} + jL^{*}_{BH},$$
(5.8)

где  $\dot{U}^*_{\rm BH}$  – относительное вносимое напряжение;  $\dot{Z}^*_{\rm BH}$  – относительное вносимое сопротивление.

Здесь следует отметить, что  $\operatorname{Re}\dot{U}_{\scriptscriptstyle \mathrm{BH}}^* = R_{\scriptscriptstyle \mathrm{BH}}^*$ , а  $\operatorname{Im}\dot{U}_{\scriptscriptstyle \mathrm{BH}}^* = L_{\scriptscriptstyle \mathrm{BH}}^*$ . Это говорит о том, что с точки зрения информативности трансформаторный параметрический варианты вихретокового И измерительного преобразования равноценны. Отличие между ними заключается в разной сложности технической реализации, различных достигаемых эксплуатационных и метрологических параметрах. Параметрический вариант преобразования характеризуется более простой конструктивной и схемной реализацией, а трансформаторный вариант – возможностью использования в условиях действия сильных электромагнитных помех и других мешающих факторов. В дальнейшем будем рассматривать информативные возможности вихретокового измерительного преобразования на примере только трансформаторного варианта преобразования.

Реакцию трансформаторного вихретокового преобразователя на возбуждаемые в электропроводящем объекте вихревые токи будем изображать на комплексной плоскости  $\text{Im} \dot{U}^*_{\text{вн}} - \text{Re} \dot{U}^*_{\text{вн}}$  точкой, координаты которой соответствуют координатам конца вектора  $\dot{U}^*_{\text{вн}}$ , а проекции на оси координат – действительной  $\text{Re} \dot{U}^*_{\text{вн}}$  и мнимой  $\text{Im} \dot{U}^*_{\text{вн}}$  составляющим относительного вносимого напряжения.

В случае необходимости комплексные составляющие относительного вносимого напряжения могут быть преобразованы в его амплитуду  $U^*_{\rm m}$  и фазу  $\phi$ :

$$U^{*}_{m} = \sqrt{(\mathrm{Im}\dot{U}^{*}_{BH})^{2} + (\mathrm{Re}\dot{U}^{*}_{BH})^{2}}; \qquad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\mathrm{Im}\dot{U}^{*}_{BH}}{\mathrm{Re}\dot{U}^{*}_{BH}}.$$
 (5.9)

Зависимость комплексных составляющих относительного вносимого напряжения от геометрических и электромагнитных параметров проводящего объекта наиболее удобно представить с помощью годографов.

Годограф относительного вносимого напряжения – линия на комплексной плоскости, вычерчиваемая концом вектора относительного вносимого напряжения при изменении какого-либо геометрического или электромагнитного параметра проводящего объекта, либо частоты тока возбуждения.

В качестве примера на рис. 5.4 показаны годографы относительного вносимого напряжения от изменения двух влияющих параметров σ и *h*. При построении годографа от изменения какого-



Рис.5.4. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с электропроводящим объектом от изменения параметров объекта σ и *h*  либо параметра значения других влияющих параметров должны оставаться неизменными (для используемого примера при изменении  $\sigma$  неизменным оставалось значение параметра  $h = h_2$ , а при изменении h – значение параметра  $\sigma = \sigma_3$ ). Для обеспечения большей информативности на годографах точками показывают координаты конца вектора относительного вносимого напряжения при некоторых фиксированных значениях влияющего параметра. Рядом с соответствующей точкой указывается значение этого параметра.

напряжения Годографы вносимого позволяют получить информацию о значениях параметров вносимого напряжения (активной и реактивной составляющих или амплитуде и фазе) при конкретных электромагнитных геометрических значениях И параметров характере зависимости вносимого электропроводящего объекта, напряжения от этих влияющих параметров (функции преобразования), выбрать оптимальные режимы возбуждения магнитного поля и значения конструктивных параметров вихретокового преобразователя.

# 5.3. Вихретоковое измерительное преобразование параметров плоских электропроводящих объектов

На рис. 5.5 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим немагнитным полупространством (листом либо пластиной, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля) от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , зазора *h* между обмотками и поверхностью объекта. При этом принималось, что обмотка возбуждения и измерительная обмотка имеют одинаковый радиус *R*, малое поперечное сечение и расположены настолько близко друг к другу, что можно считать расстояние от них до поверхности объекта одинаковым.

Поскольку ряд влияющих параметров оказывает одинаковое влияние на величину  $\dot{U}_{BH}^*$ , то это дает возможность объединить их в один обобщенный параметр  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ .

Все годографы рис. 5.5 находятся только в четвертом квадранте комплексной плоскости, что характерно для всех случаев взаимодействия возбуждающего магнитного поля с немагнитными электропроводящими объектами.





Рис. 5.5. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя над немагнитным электропроводящим полупространством от изменения обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ и зазора  $h^* = h/R$ 





Рис. 5.6. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя над немагнитной электропроводящей пластиной от изменения обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  и толщины  $T^* = T/R$ 





Рис. 5.7. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя над ферромагнитным электропроводящим полупространством:  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ 

Годографы от изменения β для разных значений зазора *h* показаны на рисунке сплошными линиями. С увеличением В (эквивалентно увеличению R,  $\omega$ ,  $\sigma$ ) и фиксированном значении h вектор вносимого напряжения описывает своим концом некоторую гладкую кривую, начинающуюся в начале координат и заканчивающуюся на мнимой оси. Таким образом, при возрастании β происходит монотонное увеличение как амплитуды, так и фазы (сдвига фаз между напряжением и током) вносимого напряжения. С увеличением относительного зазора наблюдается монотонное уменьшение амплитуды относительного вносимого напряжения по закону близкому экспоненциальному. При этом фаза относительного вносимого напряжения практически не Соответственно годографы изменяется. ОТ изменения зазора представляют собой линии, близкие прямым (показаны на рисунке штрихпунктирными линиями).

Таким образом, анализ приведенных на рис. 5.5 зависимостей показывают, что вихретоковое измерительное преобразование может бесконтактного измерения использовано быть для удельной электрической проводимости материала и непроводящего зазора между листом вихретоковым преобразователем электропроводящим И (например, для измерения толщины непроводящих покрытий на электропроводящих основаниях).

На рис. 5.6 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, имеющего такие же, как и в предыдущем случае обмотки и расположенного над электропроводящей немагнитной пластиной (листом) от изменения толщины пластины *T*. Зазор *h* между обмотками и поверхностью объекта принимался равным нулю. Сплошной линией показан годограф от изменения обобщенного параметра  $\beta$  для предельного случая  $T \rightarrow \infty$ , а штрихпунктирной – для случая  $T \rightarrow 0$ .

Годографы от изменения T в интервале  $0...\infty$ , показанные на рисунке пунктирными линиями, лежат в области комплексной плоскости, ограниченной вышеназванными линиями. Анализ этих годографов показывает, что при увеличении толщины пластины наблюдается возрастание амплитуды и сдвига фаз относительного вносимого напряжения  $\dot{U}^*_{\rm BH}$ . Зависимости от толщины пластины амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения  $U^*_{\rm m}(T)$  и  $\phi(T)$  имеют монотонный характер до значений толщины пластины, соизмеримых с глубиной проникновения электромагнитного поля. Это говорит о принципиальной возможности использования вихретокового преобразования для измерения толщины немагнитных пластин и

133

листов. При этом частота тока возбуждения должна выбираться из условия превышения глубины проникновения электромагнитного поля максимального значения измеряемой толщины.

На рис. 5.7 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим ферромагнитным полупространством, от изменения удельной электрической проводимости материала σ, частоты тока возбуждения ω, магнитной проницаемости материала μ<sub>r</sub>.

Сплошными линиями показаны годографы для предельных случаев  $\mu_r=1$  (немагнитный материал) и  $\mu_r \rightarrow \infty$  (материал с сильно выраженными магнитными свойствами). Годографы от изменения µ<sub>r</sub> в интервале 1...∞, показанные на рисунке штрихпунктирными линиями, В области комплексной плоскости, ограниченной лежат вышеназванными линиями. Характерное отличие годографов рис. 5.7 для ферромагнитного объекта от годографов для немагнитных объектов заключается в том, что их большая часть лежит в первом квадранте комплексной плоскости. При увеличении удельной электрической проводимости материала наблюдается монотонное изменение фазы  $\dot{U}^{*}_{BH}$  от 90° до -90°, а при увеличении относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$  – монотонное увеличение амплитуды  $\dot{U}^*_{\rm BH}$ . Такой характер функциональных зависимостей  $\phi(\sigma)$  и  $U^*_{m}(\mu_r)$  говорит о вихретокового возможности использования измерительного преобразования для измерения как электрических, так и магнитных характеристик плоских ферромагнитных объектов.

# 5.4. Вихретоковое измерительное преобразование параметров протяженных электропроводящих цилиндрических объектов

На рис. 5.8 показаны годографы относительного вносимого преобразователя напряжения вихретокового С круглым ферромагнитным цилиндром от изменения удельной электрической возбуждения проводимости материала σ, частоты тока ω, относительной магнитной проницаемости материала µ<sub>r</sub>, радиуса цилиндра R<sub>2</sub>. Принималось, что возбуждающее магнитное поле является однородным (такое поле создается, в частности, внутри соленоида) и направлено вдоль оси цилиндра, а измерительная обмотка радиуса  $R_1$ охватывает цилиндр. При таком проходном варианте взаимодействия ферромагнитный цилиндр, по сути, играет роль ферромагнитного сердечника, многократно усиливая магнитное поле.







 $(R_1)^{\gamma}$ 

Это проявляется в больших значениях амплитуды  $\dot{U}^*_{\text{вн}}$  по сравнению с ранее рассмотренными примерами накладного варианта вихретокового взаимодействия.

Годографы от изменения обобщенного параметра  $\beta_2 = R_2 \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  для различных значений относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$  и радиуса измерительной обмотки показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости и радиуса цилиндра – пунктирными. При увеличении обобщенного параметра  $\beta_2 = R_2 \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  наблюдается монотонное уменьшение до нуля, как амплитуды, так и фазы  $\dot{U}^*_{\text{вн}}$ .

Максимальное значение амплитуды  $U^*_{m} = \mu_r$  имеет место при  $\beta_2=0$  и равенстве радиусов цилиндра и измерительной обмотки:  $R_1=R_2$ . При уменьшении значения магнитной проницаемости монотонно уменьшается амплитуда $\dot{U}^*_{BH}$ . Такой же эффект дает уменьшение радиуса цилиндра при неизменном радиусе измерительной обмотки (годографы от изменения  $\mu_r$  и  $R_2$  совпадают).

Таким образом показано, что вихретоковое измерительное преобразование может быть использовано для бесконтактного измерения радиуса (поперечного размера) цилиндрического объекта, удельной электрической проводимости и магнитной проницаемости его материала.

## 5.5. Вихретоковое измерительное преобразование параметров локальных электропроводящих объектов

На рис. 5.9 представлены годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с ферромагнитным шаром от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$ , радиуса шара *R*. Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки равны радиусу шара *R*, имеют малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу и поверхности шара.

Годографы от изменения обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ для различных значений относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$  показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости – пунктирными. При увеличении обобщенного параметра наблюдается монотонное изменение фазы  $\dot{U}^*_{\rm BH}$ от 90° до –90°, а при увеличении относительной магнитной







$$\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$$

 $\operatorname{Im} \dot{M}_{x} \times 10^{4}$ ,  $\operatorname{A \cdot M}^{2}$ 



Рис. 5.10. Годографы индуцированного магнитного момента ферромагнитных цилиндра, диска и составного объекта в однородном переменном магнитном поле напряженностью 1 А/м ( $f = 1 \ \kappa \Gamma \mu$ ) от изменения пространственной ориентации: X – направление силовых линий магнитного поля

амплитуды  $U^*_{BH}$ . проницаемости µ<sub>r</sub> – монотонное увеличение Максимальное значение амплитуды  $U_{m}^{*} = 2$  соответствует случаю ярко выраженных магнитных свойств материала ( $\mu_r \ge 50$ ) при значении  $\beta \to 0$ (малые значения частоты тока возбуждения, радиуса шара и удельной электрической проводимости материала). При уменьшении значения магнитной проницаемости амплитуда  $\dot{U}^*_{_{\rm BH}}$  монотонно уменьшается до некоторого значения, соответствующего шару из немагнитного материала. Такой характер функциональных зависимостей  $\phi(\sigma)$ ,  $\phi(R)$  и  $U^*_{\mathrm{m}}(\mu_{\mathrm{r}})$ говорит 0 возможности использования вихретокового преобразования измерительного для получения измерительной информации о геометрических, электрических, и магнитных параметрах локальных электропроводящих объектов.

В случае если электропроводящий объект имеет форму, отличную от сферической, возможно получение измерительной информации о форме и ориентации в пространстве такого объекта.

На рис. 5.10 представлены годографы магнитного момента вихревых токов, индуцируемых в ферромагнитных цилиндре, диске и составном объекте (цилиндр + диск) переменным однородным магнитным полем напряженностью 1 А/м и частотой 1 кГц, от пространственной ориентации объектов. Направление изменения возбуждающего линий силовых магнитного поля задается направлением оси Х. Анализ приведенных зависимостей показывает, фаза индуцированного магнитного что амплитуда И момента, определяющего величину  $U^*_{\rm BH}$ , зависят как ОТ формы электропроводящего объекта, так и от его ориентации в возбуждающем магнитном поле. Годографы от изменения угла α между осью симметрии объекта и направлением силовых линий возбуждающего магнитного поля представляют собой прямые линии.

### 5.6. Вихретоковое измерительное преобразование параметров дефектов поверхностного слоя электропроводящих объектов

Благодаря описанным ранее физическим особенностям возбуждения и пространственного распределения индуцируемых в объекте вихревых электропроводящем токов, рассматриваемое измерительное преобразование позволяет получать измерительную информацию характеристиках структурных наличии 0 И неоднородностей Таковыми поверхностного слоя объекта. неоднородностями могут быть, например области объекта С отличающимися от других электрическими и магнитными свойствами

материала, включения из непроводящего и слабо проводящего материала, различные поры и трещины.



Рис. 5.11. Круглая обмотка возбуждения над электропроводящей пластиной с прорезью

На рис. 5.11 иллюстрируется взаимодействие магнитного поля круглой обмотки с электропроводящей пластиной, имеющей прорезь (дефект). Возбуждаемые в поверхностном слое пластины вихревые токи в случае расположения прорези под обмоткой возбуждения вынужденно обтекают это препятствие. На рисунке схематично показана форма контура вихревых токов.

Наличие прорези вызывает, таким образом, изменение размеров и формы контуров вихревых токов по сравнению с контурами этих токов на соседних бездефектных участках поверхности объекта, а это в свою очередь приводит к изменению вносимого напряжения измерительной обмотки  $\Delta \dot{U}_{_{\rm BH}}^*$ .

На рис. 5.12 показаны годографы приращения относительного вносимого напряжения  $\Delta \dot{U}_{\rm BH}^*$  от изменения глубины *s*, длины *l* и глубины залегания *d* плоского прямоугольного дефекта (непроводящего включения) в поверхностном слое немагнитного полупространства (пластины, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля). Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки имеют одинаковый радиус *R*, малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу непосредственно над дефектом на расстоянии *h* = 0.75*R* от поверхности пластины. Значение обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  принималось равным трем. При данных условиях максимальное





Рис. 5.12. Годографы приращения относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя от изменения глубины, длины и глубины залегания плоского дефекта в поверхностном слое немагнитного полупространства:  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0} = 3$ 

значение амплитуды вызываемого дефектом приращения относительного вносимого напряжения  $\Delta \dot{U}_{\rm m}^*$  соответствует случаю, когда  $l \to \infty$  (длина дефекта значительно превосходит размеры обмоток),  $s \to \infty$  (глубина дефекта превышает радиус обмоток), а  $d \to 0$  (дефект выходит на поверхность пластины). При уменьшении длины l и глубины s дефекта, а также увеличении глубины его залегания d амплитуда  $\Delta \dot{U}_{\rm m}^*$  снижается.

Таким образом, вихретоковое преобразование позволяет не только установить наличие дефекта, но и получить информацию о его геометрических параметрах.

# 5.7. Области применения вихретокового измерительного преобразования. Пути повышения его информативности

В разделах 5.3 – 5.6 на конкретных примерах взаимодействия возбуждающего магнитного поля с различными электропроводящими объектами показано, что пространственно-временное распределение возбуждаемых в объекте переменным магнитным полем вихревых токов, зависит от размеров, формы, пространственного положения объекта в магнитном поле, а также от электромагнитных свойств материала объекта и особенностей его структуры. Измерением характеристик магнитного поля вихревых токов можно получить информацию перечисленных геометрических, 0 выше электрофизических и структурных параметрах электропроводящего объекта. Благодаря столь высокой информативности, а также таким отсутствие необходимости непосредственного достоинствам как объектом, безвредность, надежность, контакта с высокая удобство производительность И автоматизации вихретоковое измерительное преобразование нашло широкое применение для решения различных прикладных задач измерения и контроля. Основные сферы использования вихретокового измерительного преобразования: структуроскопия, дефектоскопия, измерение угловых и линейных геометрических параметров, селективное обнаружение металлических предметов, измерение электрических и магнитных характеристик материалов и изделий, измерение механических напряжений и деформаций.

Однако очевидно, что для получения информации об объекте при столь большом числе влияющих параметров требуется и большое число измеряемых параметров сигнала вихретокового преобразователя, связанных независимыми функциями преобразования с измеряемыми параметрами объекта. В простейшем варианте выходной сигнал вихретокового преобразователя имеет только два информативных параметра: амплитуду и фазу (либо мнимую и действительную составляющую) относительного вносимого напряжения измерительной обмотки. Требуемое увеличение числа информативных параметров сигнала может быть достигнуто за счет модуляции в процессе контроля физических свойств объекта (например, путем нагрева, деформации, воздействием постоянным магнитным полем), возбуждения многочастотных и в том числе импульсных магнитных полей, использования многообмоточных вихретоковых преобразователей и преобразователей с вращающимися измерительными обмотками, возбуждения нестационарных по направлению магнитных полей.

информативность достигается Наиболее высокая при использовании многочастотных и нестационарных по направлению характеризуемых полей, изменением В процессе магнитных взаимодействия с электропроводящим объектом направления силовых линий магнитного поля. Повышение информативности измерительного преобразования обеспечивается в последнем случае возможностью измерений параметров поля индуцированных вихревых токов при взаимоориентациях контроля различных объекта вектора И возбуждающего напряженности Изменение магнитного поля. пространственного положения вектора напряженности возбуждающего магнитного поля относительно объекта может быть обеспечено за счет поступательного или вращательного движения самого объекта, за счет поступательного или вращательного движения вихретокового преобразователя или его отдельных элементов, а также за счет использования электрических способов изменения пространственного положения вектора напряженности возбуждающего магнитного поля, соответствующем управлении основанных на токами обмоток возбуждения.

### Контрольные вопросы

5.1. В чем заключается причина возникновения и каков характер пространственного распределения вихревых токов в электропроводящем объекте, находящемся в переменном магнитном поле?

5.2. Каков характер зависимости амплитуды, фазы И пространственного распределения вихревых токов от частоты тока возбуждения, взаимного расположения обмотки и электропроводящего параметров объекта. электромагнитных материала объекта И особенностей его структуры?

143

5.3. Что такое начальное и вносимое напряжения трансформаторного вихретокового измерительного преобразователя? Что такое годографы вносимого напряжения?

5.4. Какими физическими параметрами определяется электрический сигнал вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с плоским электропроводящим объектом?

5.5. Какими физическими параметрами определяется электрический сигнал вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с протяженным цилиндрическим электропроводящим объектом?

5.6. Какими физическими параметрами определяется электрический сигнал вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с локальным электропроводящим объектом?

5.7. Какова зависимость электрического сигнала вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с электропроводящим объектом от дефектов поверхностного слоя объекта?

5.8. Для решения каких измерительных задач может быть использовано вихретоковое измерительное преобразование?

### Задачи

5.1. Используя годографы относительного вносимого напряжения преобразователя рис. 5.6 построить графики вихретокового зависимостей амплитуды  $U_{\rm m}^{*}$  и фазы  $\phi$  относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя от толщины Т немагнитной электропроводящей пластины в случае, если радиус обмотки преобразователя  $R = 16 \,\mathrm{Mm}$ ; частота тока возбуждения  $f = 1 \kappa \Gamma \mu;$ проводимость удельная электрическая материала пластины  $\sigma = 25 \text{ MCm/m}$ .

### Решение

Определим значение обобщенного параметра для указанных в условии задачи параметров преобразователя и объекта:

$$\beta = R\sqrt{\omega \, \sigma \mu} = 16 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \, \pi \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 4 \, \pi \cdot 10^{-7}} = 7,109$$

Используя годограф рис. 5.6 относительного вносимого напряжения  $\dot{U}_{_{\rm BH}}^*$  вихретокового преобразователя от изменения относительного значения толщины электропроводящей пластины  $T^* = T/R$  для значения обобщенного параметра  $\beta = 7,1$  и приведенных на рисунке семи положений вектора вносимого напряжения, находим
соответствующие им семь пар значений действительной и мнимой составляющих вектора:

	0,035		0,38		-0,28	
	0,05		0,41		-0,38	
	0,07		0,41		-0,49	
$T^* =$	0,1	; $\text{Re}\dot{U}_{_{\rm BH}}^{*} =$	0,38	; $\operatorname{Im}\dot{U}_{_{\mathrm{BH}}}^{*} =$	-0,59	
	0,14		0,32		-0,66	
	0,2		0,26		-0,69	
	0,5		0,21		-0,65	

Абсолютное значение толщины пластины T, амплитуда  $U_{\rm m}^*$  и фаза  $\phi$  относительного вносимого напряжения находятся следующим образом:

$$T = T^* \cdot R; \quad U_{\rm m}^* = \sqrt{({\rm Im} \dot{U}_{\rm BH}^*)^2 + ({\rm Re} \dot{U}_{\rm BH}^*)^2}; \quad \varphi = {\rm arctg} \frac{{\rm Im} U_{\rm BH}^*}{{\rm Re} \dot{U}_{\rm BH}^*}$$

Таким образом, получаем три взаимосвязанных массива значений дискретных толщины пластины, амплитуды И фазы относительного вносимого напряжения. Для получения непрерывных зависимостей  $U_{\rm m}^{*}(T)$  и  $\phi(T)$  может быть использована предусмотренная математическим редактором Mathcad стандартная операция сплайн интерполяции с использованием функции lspline. На рис. 5.13 показаны полученные таким образом графики зависимостей  $U^{^*}_{\mathrm{m}}(T)$  и  $\phi(T)$  в диапазоне изменения T = 0.4...5 мм.



Рис. 5.13. Зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя от толщины электропроводящей пластины

5.2. Определить закон изменения амплитуды относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с однородным магнитным полем рис. 5.8 при движении через него ферромагнитной составной цилиндрической детали, электромагнитные и геометрические параметры которой приведены на рис. 5.14. Радиус измерительной обмотки преобразователя  $R_0 = 20$  мм; частота тока возбуждения f = 720 Гц.



Рис. 5.14. Движение ферромагнитной детали через вихретоковый преобразователь с однородным магнитным полем

#### Решение

Определим значения обобщенного параметра  $\beta$  и коэффициента заполнения  $\eta$  для случаев взаимодействия с вихретоковым преобразователем первой и второй составных частей детали, имеющих поперечные размеры соответственно  $R_1 = 18$  мм и  $R_2 = 14$  мм :

$$\beta_{1} = R_{1}\sqrt{\omega\sigma_{1}\mu_{0}} = 18 \cdot 10^{-3}\sqrt{2\pi \cdot 720 \cdot 2, 2 \cdot 10^{6} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 2,001 \approx 2;$$
  

$$\eta_{1} = \frac{(R_{1})^{2}}{(R_{0})^{2}} = \frac{18^{2}}{20^{2}} = 0,81 \approx 0,8;$$
  

$$\beta_{2} = R_{2}\sqrt{\omega\sigma_{2}\mu_{0}} = 14 \cdot 10^{-3}\sqrt{2\pi \cdot 720 \cdot 7, 9 \cdot 10^{6} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 2,997 \approx 3;$$
  

$$\eta_{2} = \frac{(R_{2})^{2}}{(R_{0})^{2}} = \frac{14^{2}}{20^{2}} = 0,49 \approx 0,5.$$

На рис. 5.15 показан фрагмент комплексной плоскости вихретокового преобразователя рис. 5.8, на котором точкам  $A_1$  и  $A_2$  соответствуют относительные вносимые напряжения для первой и второй составных частей детали. Примерный вид годографа вносимого напряжения от движения детали через преобразователь показан штрихпунктирной линией.



Рис. 5.15. Фрагмент комплексной плоскости вихретокового преобразователя рис. 5.14

амплитуды  $U_{1m}$  и  $U_{2m}$  относительного вносимого Значения напряжения случаев взаимодействия для С вихретоковым преобразователем первой второй составных частей детали И определяются с использованием рис. 5.15:

$$U_{1m} = \sqrt{\left(\operatorname{Re}\dot{U}_{1BH}^{*}\right)^{2} + \left(\operatorname{Im}\dot{U}_{1BH}^{*}\right)^{2}} = \sqrt{\left(25\right)^{2} + \left(67\right)^{2}} = 71,5;$$
  
$$U_{2m} = \sqrt{\left(\operatorname{Re}\dot{U}_{2BH}^{*}\right)^{2} + \left(\operatorname{Im}\dot{U}_{2BH}^{*}\right)^{2}} = \sqrt{\left(38\right)^{2} + \left(16\right)^{2}} = 42,2.$$

На рис. 5.16 показан характер изменения амплитуды относительного вносимого напряжения при движении детали.



Рис. 5.16 Изменение амплитуды относительного вносимого напряжения при движении составной детали через вихретоковый преобразователь

# 6. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ (РАДИОВОЛНОВЫХ) ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на зависимости параметров электромагнитных колебаний радиоволнового диапазона (волновой картины электромагнитного поля) от параметров среды, где эти колебания распространяются.

#### 6.1. Распространение радиоволн в однородной среде

Радиоволны (от латинского *radio* – излучаю), электромагнитные волны с длиной волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \dots 10^{10}$  м (частотой  $\omega$  от нескольких кГц до  $6 \cdot 10^{12}$  Гц).

Впервые радиоволны длиной несколько десятков см были исследованы в опытах Герца в 1888 году. В дальнейшем используемый для решения прикладных задач диапазон радиоволн постоянно расширялся (таблица 6.1).

Таблица 6.1

Диапазон	Длина волны в вакууме	Частота колебаний
Сверхдлинные волны (СДВ)	100 – 10 км	3 – 30 кГц
Длинные волны (ДВ)	10 – 1 км	30 – 300 кГц
Средние волны (СВ)	1000 – 100 м	300 – 3000 кГц
Короткие волны (КВ)	100 – 10 м	3 – 30 МГц
Ультракороткие волны (УКВ): метровые дециметровые сантиметровые миллиметровые	10 – 1 м 10 – 1 дм 10 – 1 см 10 – 1 мм	30 – 300 МГц 300 – 3000 МГц 3 – 30 ГГц 30 – 300 ГГц
Субмиллиметровые волны	1 – 0,05 мм	300 – 6000 ГГц

Диапазоны радиоволн

Для целей измерительных преобразований преимущественно используется диапазон ультракоротких волн (1...1000 мм). Объекты

измерений имеют в этом случае размеры того же порядка, что и длины возбуждаемых электромагнитных волн.



Рис. 6.1. Схема распространения электромагнитной волны

Электромагнитная волна представляет собой совокупность быстропеременных электрического полей. И магнитного распространяющихся в определенном направлении z (рис. 6.1). В свободном пространстве электромагнитная волна поперечна, т. е. направления векторов напряженности электрического и магнитного полей  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$  перпендикулярны направлению распространения волны *z*. Модули векторов  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$  софазны, т. е. они одновременно в одних и пространства достигают тех же точках максимального или минимального значения. Указанные свойства электромагнитных волн вытекают из анализа описывающих взаимосвязь электрического и магнитного полей уравнений Максвелла в дифференциальной форме. Процесс распространения электромагнитных волн обеспечивается тем, что изменяющееся электрическое поле порождает вихревое магнитное поле, которое в свою очередь порождает вихревое электрическое поле: rot  $\overline{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \overline{E}}{\partial t}$ ; rot  $\overline{E} = -\mu_0 \frac{\partial \overline{H}}{\partial t}$ . Данный процесс можно инициировать

при условии наличия излучателя электрического либо магнитного полей, обеспечивающего возбуждение соответствующего поля в области пространства, протяженность которой соизмерима с длиной волны.

Плотность потока энергии электромагнитной волны q' – энергия, переносимая волной в единицу времени через единицу поверхности

малой площадки dS, имеет размерность  $BT/M^2$  и описывается уравнением:

$$q' = E H \cos \varphi \cos \alpha, \tag{6.1}$$

где E и H – амплитудные значения напряженности электрического и магнитного полей;  $\varphi$  – разность фаз колебаний векторов  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$ ;  $\alpha$  – угол между направлением распространения волны z и нормалью к площадке.

Поток энергии электромагнитной волны q – энергия, переносимая волной в единицу времени через площадь S, имеет размерность мощности Вт и находится интегрированием q' по площади S:

$$q = \iint_{S} E H \cos \varphi \cos \alpha \, \mathrm{d}S; \quad q' = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}. \tag{6.2}$$

Для идеального диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью *є*, среднее значение плотности потока энергии

$$q_{\rm cp}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_r}}{8\pi} E^2 \cos\alpha \,, \tag{6.3}$$

где *с* – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме, фундаментальная физическая постоянная:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \ \mu_0}} \approx 2,9979 \cdot 10^8 \ \frac{M}{c}.$$
 (6.4)

Среда, отличающаяся от вакуума по электромагнитным свойствам, уменьшает скорость распространения электромагнитной волны. Отношение скоростей электромагнитной волны в вакууме и в среде n = c/v называется показателем преломления.

Закон распространения монохроматической электромагнитной волны для самого общего случая, когда среда характеризуется отличными от вакуума электрической проводимостью, диэлектрической и магнитной проницаемостями, записывается следующим образом:

$$E(t) = E_{m0} \exp(-\frac{\omega \chi}{c} z) \sin \omega \left(t - \frac{n}{c} z\right), \qquad (6.5)$$

где E(t) – мгновенное значение напряженности электрического поля в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения волны на расстоянии z;  $E_{m0}$  – амплитуда напряженности электрического поля в начале координат;  $\omega$  – круговая частота электромагнитного поля;  $\chi$  – коэффициент поглощения среды,

характеризующий уменьшение амплитуды колебаний вследствие возникновения вихревых токов в электропроводящей среде.

В идеальном диэлектрике, удельная электрическая проводимость материала которого  $\sigma \rightarrow 0$  и, следовательно, отсутствует поглощение ( $\chi = 0$ ), выражение (6.5) приобретает вид:

$$E(t) = E_{m0} \sin \omega \left( t - \frac{n}{c} z \right), \qquad (6.6)$$

Анализ (6.6) показывает, что в идеальных диэлектриках амплитуда распространяющейся волны не изменяется. Фаза колебаний определяется показателем преломления среды (скоростью распространения волны) и пройденным волной расстоянием, что может быть использовано для получения измерительной информации о названных влияющих параметрах.

Скорость распространения волны в диэлектрике определяется его относительной диэлектрической проницаемостью ε<sub>r</sub> и относительной магнитной проницаемость μ<sub>r</sub>:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \,\mu_r}}.\tag{6.7}$$

У подавляющего большинства диэлектриков  $\mu_r = 1$  и, следовательно:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}; \qquad n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r}.$$
 (6.8)

В проводниках значение σ велико. Вследствие возникновения в электропроводящих материалах под действием переменного магнитного поля электромагнитной волны вихревых токов происходит ослабление (поглощение) этого поля (раздел 2.5). В радиоволновом диапазоне электромагнитных волн для определения коэффициента поглощения χ может быть использована приближенная формула Хагена – Рубенса:

$$\chi \approx n \approx c \sqrt{\frac{\sigma \,\mu}{2\,\omega}} \,.$$
(6.9)

Отсюда вытекает, что скорость электромагнитной волны в проводнике:

$$v = \frac{c}{n} \approx \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma\,\mu}}\,,\tag{6.10}$$

а ослабление электромагнитной волны происходит по экспоненциальному закону:

$$E_m(z) = E_{m0} \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \,\sigma \mu}{2}} z\right). \tag{6.11}$$

Расстояние δ, преодолевая которое радиоволна ослабевает по напряженности в *e* раз, называется *глубиной проникновения*.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \, \sigma \mu}} \,. \tag{6.12}$$

Аналогичная (6.11) зависимость характеризует изменение при распространении электромагнитной волны через электропроводящую среду плотности потока энергии волны:

$$q'(z) = q'_0 \exp\left(-\sqrt{2\omega\,\sigma\mu}\,z\right), \qquad (6.13)$$

где q'(z) – плотность потока энергии в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения волны на расстоянии *z*;  $q'_0$  – плотность потока энергии в начале координат.

Входящая в показатель степени величина  $\alpha_n = \sqrt{2} \omega \sigma \mu$ называется *показателем поглощения материала*. Анализ выражения (6.13) показывает, что уменьшение интенсивности электромагнитной волны при ее распространении в электропроводящей среде не зависит от плотности потока энергии излучения. Эта закономерность была экспериментально установлена французским ученым П. Бугером в 1729 году и является общей не только для радиоволн, но и других распространяющихся в пространстве колебаний.

Таблица 6.2.

Среда	σ, См/м	$\mu_r$	δ, при <i>f</i> =100 МГц	
Сухая почва	10 <sup>-3</sup>	1	1,6 м	
Морская вода	4	1	2,5 см	
Дюраль	$25 \cdot 10^{6}$	1	10 мкм	
Медь	$55 \cdot 10^{6}$	1	7 мкм	
Сталь	$7.10^{6}$	400	1 мкм	

Глубина проникновения радиоволны

Если для слабо электропроводящих материалов возможно прохождение радиоволн на существенную глубину, то для проводников глубина проникновения радиоволн ничтожно мала. Для сравнения в таблице 6.2 приведены результаты расчета глубины проникновения  $\delta$  радиоволны частотой f = 100 МГц в различные среды.

#### 6.2. Поляризация радиоволн

Одним из важнейших параметров электромагнитной волны является ее поляризация, определяемая ориентацией вектора  $\overline{E}$  в пространстве по мере распространения волны. Волну называют естественной (неполяризованной), если в фиксированной точке пространства изменения модуля вектора  $\overline{E}$  и его направления в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, имеют хаотический характер – рис. 6.2*a*.



Рис. 6.2. Виды поляризованных электромагнитных волн: *а* – неполяризованная; *б* – линейно поляризованная; *в* – с круговой поляризацией; *г* – эллиптически поляризованная

Если в фиксированной точке пространства направление вектора  $\overline{E}$  остается неизменным, а его модуль изменяется по гармоническому закону, то такая волна называется *линейно поляризованной* – рис. 6.2*б*. На рисунке в трехмерной системе пространственных координат *хуг* 

показан вектор  $\overline{E}$  в фиксированной точке пространства в разные моменты времени, а в двухмерной системе координат xy – в фиксированный момент времени. Плоскость, проходящая через вектор  $\overline{E}$  и ось z, называется *плоскостью поляризации*.

Если в фиксированной точке пространства вектор  $\overline{E}$ , оставаясь неизменным по модулю, вращается в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, то волна такого типа называется волной с *круговой (циркулярной*) поляризацией (рис. 6.2*в*). Радиоволна с круговой поляризацией может быть получена, в частности, путем сложения двух линейно поляризованных волн одной частоты, сдвинутых по фазе на  $\pi/2$  и имеющих взаимно перпендикулярные плоскости поляризации.

В зависимости от направления вращения вектора различают волны с *правой круговой поляризацией* (вращение по часовой стрелке, если смотреть вдоль направления распространения) и *левой круговой поляризацией* (вращение против часовой стрелки). На рис. 6.2*в* показана волна с правой круговой поляризацией.

Если в фиксированной точке пространства вектор  $\overline{E}$ , вращаясь в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, описывает своим концом эллипс, то волна такого типа называется эллиптически поляризованной (рис. 6.2г). По аналогии с предыдущим случаем различают волны с правой и левой эллиптической поляризацией. Эллиптически поляризованная волна может быть получена путем сложения двух линейно поляризованных волн одной частоты, сдвинутых по фазе и имеющих различные плоскости поляризации.

# 6.3. Взаимодействие радиоволн с границей раздела двух сред

При падении электромагнитной волны на границу раздела двух сред в общем случае часть энергии переходит во вторую среду, а другая ее часть отражается от границы раздела, вызывая изменение структуры поля в первой среде. В качестве эффектов, нашедших наибольшее применение при измерительных преобразованиях, рассмотрим отражение и преломление плоских волн в диэлектриках, а также отражение радиоволн от металлической поверхности.

Падение плоской линейно поляризованной электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух диэлектриков. В случае отличия диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков:  $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ , на границе их раздела в общем случае происходит частичное отражение волны и частичное ее прохождение во вторую

среду, сопровождаемое изменением направления распространения. Будем считать, что оба диэлектрика являются немагнитными:  $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ .



Для изотропных сред допустима лучевая трактовка закона отражения и преломления, иллюстрируемая рис. 6.3 и заключающаяся в следующем. Падающий, отраженный и преломленный лучи лежат в одной плоскости (плоскости падения), нормальной к границе раздела сред. Угол отражения  $\beta$  равен углу падения  $\alpha$ . Углы преломления  $\gamma$  и падения  $\alpha$  связаны законом, открытым в 1620 году голландским ученым В. Снеллем:

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{v_2}{v_1},\tag{6.14}$$

где *v*<sub>1</sub>, *v*<sub>2</sub> – скорости распространения волны в первой и второй средах. С учетом (6.8) соотношение углов преломления и падения равно:

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}},$$
(6.15)

где  $n_1$ ,  $n_2$  и  $\varepsilon_{r1}$ ,  $\varepsilon_{r2}$  — показатели преломления и относительные диэлектрические проницаемости первой и второй сред.

Соотношение амплитуд падающей, отраженной и преломленной волн установлено французским физиком О.Ж. Френелем в 1823 году. Это соотношение зависит не только от угла падения, но и поляризации волны. На рис. 6.4 показаны два варианта линейной поляризации волны: параллельная (вектор напряженности электрического поля падающей волны параллелен плоскости падения – рис. 6.4*a*) и перпендикулярная (вектор напряженности электрического поля падающей волны перпендикулярен плоскости падения – рис. 6.4*б*). Для обозначения вида поляризации использованы соответствующие индексы (=) и ( $\perp$ ).



Рис. 6.4. Векторы напряженности падающей, отраженной и преломленной волн для случаев параллельного (*a*) и перпендикулярного (*б*) направлений вектора напряженности электрического поля  $\overline{E}_1$  падающей волны относительно плоскости падения

Формулы Френеля для параллельного и перпендикулярного видов линейной поляризации имеют следующий вид:

$$\frac{E_{2=}}{E_{1=}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \gamma)}{\operatorname{tg}(\alpha + \gamma)}; \qquad \frac{E_{2\perp}}{E_{1\perp}} = -\frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)}; \\
\frac{E_{3=}}{E_{1=}} = \frac{2\sin\gamma\cos\alpha}{\sin(\alpha + \gamma)\cos(\alpha - \gamma)}; \qquad \frac{E_{3\perp}}{E_{1\perp}} = \frac{2\sin\gamma\cos\alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}.$$
(6.16)

При произвольной поляризации электромагнитной волны задача взаимодействия с границей раздела решается путем представления вектора напряженности электрического поля  $\overline{E}$  суммой векторов  $\overline{E}_{1=}$  и  $\overline{E}_{1\perp}$ , направленных параллельно и перпендикулярно плоскости падения.

В случае нормального падения волны на границу раздела ( $\alpha = 0$ ;  $\gamma = 0$ )

$$\frac{E_{2=}}{E_{1=}} = \frac{E_{2\perp}}{E_{1\perp}} = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}; \qquad \frac{E_{3=}}{E_{1=}} = \frac{E_{3\perp}}{E_{1\perp}} = \frac{2 n_1}{n_2 + n_1}.$$
(6.17)

Анализ выражений (6.16) показывает, что для линейно поляризованной волны при условии параллельности вектора напряженности электрического поля плоскости падения существует угол падения  $\alpha_{\rm b}$ , при котором падающая волна без отражения полностью проходит во вторую среду. Этот угол называется *углом Брюстера*. Его значение находится из условия равенства первого уравнения (6.16) нулю, что при  $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$  может иметь место только в случае tg( $\alpha + \gamma$ ) =  $\infty$  и соответственно  $\alpha + \gamma = \pi/2$ . Откуда значение угла Брюстера определяется выражением:

$$\alpha_{\rm E} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}\right). \tag{6.18}$$

Из анализа (6.16) также следует, что в случае  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$  при превышении угла падения некоторого *критического угла*  $\alpha_{\kappa p}$  происходит полное отражение падающей волны от границы раздела. Значение  $\alpha_{\kappa p}$  может быть найдено из условия равенства угла преломления  $\gamma_{\kappa p} = \pi/2$ , что соответствует предельному случаю, когда преломленная волна не входит во вторую среду и направлена вдоль границы раздела сред. Используя соотношение (6.15) получаем:

$$\frac{\sin(\pi/2)}{\sin\alpha_{\kappa p}} = \frac{1}{\sin\alpha_{\kappa p}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}}; \qquad \alpha_{\kappa p} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}\right). \quad (6.19)$$

При угле падения  $\alpha \geq \alpha_{\kappa p}$  часть энергии падающей волны переходит в энергию отраженной волны, а другая часть – в энергию волны, распространяющейся в тонком поверхностном слое, примыкающем к границе раздела сред. Эта волна называется *поверхностной*.

Падение плоской линейно поляризованной электромагнитной волны на плоскую границу раздела диэлектрик - проводник. На границе идеального диэлектрика и металла с высокой удельной электрической проводимостью независимо от значения угла падения происходит практически полное отражение:

$$\frac{E_{2=}}{E_{1=}} \approx 1; \qquad \frac{E_{2\perp}}{E_{1\perp}} \approx -1; \qquad E_{3=} = E_{3\perp} \approx 0.$$
 (6.20)

#### 6.4. Отражение радиоволн от движущихся объектов

В случае отражения радиоволн от движущегося объекта проявляется физический эффект, открытый в 1842 году австрийским физиком К. Доплером. Сущность эффекта Доплера заключается в изменении частоты колебаний или длины волны, воспринимаемой наблюдателем, при движении источника колебаний и наблюдателя относительно друг друга.

В случае излучения радиоволн неподвижным источником и отсутствии движения приемника относительно источника частота  $f_{np}$  и длина волны  $\lambda_{np}$  воспринимаемых приемником колебаний равны частоте  $f_0$  и длине волны  $\lambda_0$  колебаний, излучаемых источником.

Поскольку длина волны – расстояние, на которое волна распространяется за период колебаний *T*, то связь частоты и длины волны описывается уравнением:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{V}{\lambda_0},$$
 (6.21)

где  $T_0$  – период электромагнитных колебаний, излучаемых источником; V – скорость распространения электромагнитных колебаний в среде.



Рис. 6.5. Движение приемника радиоволн относительно источника в направлении распространения радиоволн (*a*) и под углом к направлению распространения (*б*)

Движение приемника П относительно источника И в направлении *z* распространения радиоволны со скоростью  $V_{\text{отн}}$  (рис. 6.5*a*) эквивалентно увеличению либо уменьшению (в зависимости от того, приближается либо удаляется приемник) скорости *V* распространения электромагнитных колебаний в данной среде на величину  $V_{\text{отн}}$ . В этом случае частота принимаемых источником колебаний по аналогии с (6.21) может быть найдена следующим образом:

$$f_{\rm np} = \frac{V \pm V_{\rm oth}}{\lambda_0} = \frac{V}{\lambda_0} \pm \frac{V_{\rm oth}}{\lambda_0} = f_0 \pm \frac{V_{\rm oth}}{\lambda_0}.$$
(6.22)

Таким образом, движение приемника радиоволн относительно источника вызывает изменение частоты принимаемых колебаний на величину  $f_{\rm I} = V_{\rm orth} / \lambda_0$ , называемую частотой Доплера.

В случае если приемник П движется относительно источника И под углом  $\theta$  к направлению *z* распространения радиоволны (рис.6.5*б*) в уравнение (6.22) подставляется проекция  $\overline{V}_z$  вектора  $\overline{V}_{\text{отн}}$  на ось *z*:

$$f_{\rm np} = f_0 \pm \frac{V_{\rm oth} \cos \theta}{\lambda_0}. \tag{6.23}$$



Если приемник П и источник И радиоволн неподвижны, а относительно их движется со скоростью  $V_{\text{отн}}$  некоторый объект О, отражающий электромагнитные колебания, излучаемые источником (рис. 6.6), то частота отраженных электромагнитных колебаний, воспринимаемых приемником  $f'_{np}$ , также как и в предыдущем случае отличается от частоты источника  $f_0$ . Причем разница частот оказывается в два раза большей, чем для случая движущихся относительно друг друга источника и приемника радиоволн:

$$f'_{\rm np} = f_0 \pm \frac{2 V_{\rm oth} \cos \theta}{\lambda_0}. \tag{6.24}$$

Двукратное возрастание приращения частоты обусловлено здесь тем, что эффект Доплера при отражении радиоволны от движущегося объекта проявляется два раза: первый раз при взаимодействии падающей волны с движущимся объектом, играющим в этом случае роль приемника, и второй раз при излучении объектом отраженной волны, когда объект играет уже роль источника радиоволн.

## 6.5. Распространение радиоволн в волноводах. Резонансные явления в волноводах

Радиоволноводы – металлические трубы и диэлектрические стержни, в которых распространяются радиоволны. Механизм их распространения в волноводах обусловлен многократным отражением электромагнитных волн от стенок волновода.

Для понимания процессов, происходящих в волноводах, вначале рассмотрим взаимодействие двух электромагнитных волн – падающей на плоскую металлическую поверхность и отраженной от этой поверхности (рис. 6.7). Эти волны являются когерентными, то есть имеющими постоянный сдвиг фаз. При сложении когерентных волн имеет место явление, называемое интерференцией: в точках, куда обе волны приходят в фазе, они усиливают друг друга; в точках, куда они приходят в противофазе, ослабляют.



Рис. 6.7. Образование стоячей волны в результате интерференции падающей и отраженной волн: *a* – узлы; *b* - пучности

В результате интерференции падающей и отраженной волн рис. 6.7 при полном отражении, отсутствии потерь в среде и отражающей поверхности образуется *стоячая* волна. В отличие от ранее рассмотренной электромагнитной волны, распространяющейся в свободном пространстве (рис. 6.1) и называемой *бегущей*, стоячая волна характеризуется наличием пространственных точек, где колебания отсутствуют (*узлы*) и точек, где амплитуда колебаний максимальна (*пучности*). Расстояния между узлами и между пучностями кратны половине длины волны  $\lambda/2$ , а между узлами и пучностями – четверти длины волны  $\lambda/4$ .

Стоячие волны не переносят энергию. Физически это объясняется тем, что стоячую волну можно рассматривать как сумму падающей и отраженной волн, переносящих одинаковую энергию в противоположных направлениях. Вычисление плотности потока энергии стоячей волны по формуле (6.2) дает также нулевой результат ввиду наличия фазового сдвига колебаний векторов  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$ :  $\varphi = \pi/2$ .



Рис. 6.8. Распространение радиоволны между двумя отражающими поверхностями

Теперь рассмотрим две параллельные отражающие металлические поверхности, в пространстве между которыми возбуждается линейно поляризованная плоская электромагнитная волна, направление вектора  $\overline{E}$  которой параллельно отражающим поверхностям, а направление распространения составляет с нормалью к отражающим поверхностям некоторый угол  $\alpha \neq 0$  (рис. 6.8). Суперпозиция падающей и отраженной волн образуют плоскую неоднородную волну, бегущую вдоль оси *z*, и стоячую волну вдоль оси *y*. Узлы стоячей волны располагаются в плоскостях, параллельных отражающим поверхностям и отстоящих друг от друга на расстояние

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2\cos\alpha}.$$
 (6.25)

Если к двум горизонтальным стенкам рис. 6.8 добавить две вертикальные, то такая конструкция будет представлять собой прямоугольный волновод (рис. 6.9*a*), имеющий наибольшее использование в средствах измерительных преобразований. Получили использование металлические волноводы и с иной формой поперечного сечения, например круглой (рис. 6.9*б*).



Рис. 6.9. Формы поперечного сечения радиоволноводов: прямоугольная (*a*); круглая (б)

Внутри волновода могут распространяться волны с длиной волны, меньшей *критической*  $\lambda_{\rm kp}$ . Критическая длина волны зависит от формы и размеров поперечного сечения волновода, а также от типа волны. Для волноводов прямоугольного сечения (рис. 6.9*a*) значение  $\lambda_{\rm kp}$  описывается выражением:

$$\lambda_{\rm kp} = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}},$$
(6.26)

где *а* и *b* – стороны прямоугольника; *m* и *n* – целые положительные числа или нуль, определяющие тип возбуждаемой волны.

В большинстве случаев рабочая длина волны выбирается из условия  $a < \lambda < 2a$ , при этом  $a \ge 2b$ .

Функции волновода может выполнять и диэлектрический стержень, в котором обеспечивается при возбуждении радиоволн режим полного внутреннего отражения.

Радиоволноводом обеспечивается передача энергии источника радиоволн к объекту измерительного преобразования без потерь и без взаимодействия с окружающими объектами. При этом допускается

изгибание волновода в любых плоскостях. Для металлического волновода допустим минимальный радиус изгиба равный 2λ, а для диэлектрического – 10λ.

Если торцы волновода закрыть металлическими стенками, то внутри волновода устанавливается режим возбуждения стоячих волн, а сам волновод становится объемным резонатором, имеющим множество собственных частот колебаний. Для прямоугольного металлического волновода рис. 6.9*a* собственные (резонансные) частоты определяются выражением:

$$f_{\rm p} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{p^2}{l^2}}, \qquad (6.27)$$

где c – скорость света в вакууме;  $\varepsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего волновод; l – длина волновода; m, n, p – целые числа.

При совпадении частоты возбуждаемых в волноводе электромагнитных колебаний и собственной частоты волновода имеет место явление резонанса, при котором амплитуда колебаний становится максимальной, а потребляемая от источника радиоволн энергия минимальной (определяется потерями в диэлектрике и стенках волновода).

# 6.6. Источники и приемники радиоволн

Для возбуждения и приема радиоволн используются передающая антенны. Передающая приемная антенна преобразует И электромагнитные колебания, возбуждаемые в электрической цепи генератора, в электромагнитные волны. Приемная антенна преобразует электромагнитные электромагнитные волны колебания В В электрической цепи приемника.

Основным функциональным элементом антенны является электрический либо магнитный диполь (вибратор). Вначале рассмотрим принцип работы электрического диполя, выполняющего функцию возбуждения радиоволн. Такой источник радиоволн представляет собой два металлических стержня, подключенных к генератору напряжения высокой частоты (рис. 6.10*a*). Наличие разности потенциалов между стержнями обеспечивает возбуждение переменного электрического поля, силовые линии которого показаны на рисунке сплошными линиями. Эти линии начинаются на одном из металлических стержней и заканчиваются на другом. Линии напряженности магнитного поля, ортогональные линиям электрического поля, представляют собой концентрические окружности с центром, лежащим на оси диполя (показаны на рисунке пунктирными линиями).



Рис. 6.10. Электромагнитные поля электрического (*a*) и магнитного (*б*) диполей.

Магнитный диполь представляет собой рамку с переменным током (рамочная антенна) либо электромагнит, обмотка которого намотана на стержень с высокой магнитной проницаемостью (магнитная антенна). На рис. 6.106 показано электромагнитное поле диполя магнитной антенны. Силовые линии магнитного поля. возбуждаемого переменным током обмотки электромагнита, представляют собой замкнутые и проходящие через ферромагнитный стержень линии. Линии напряженности электрического поля. ортогональные магнитного представляют линиям поля, собой концентрические окружности лежащим центром, оси С на ферромагнитного стержня.

Электрический и магнитный диполи могут быть использованы и для приема радиоволн. В этом случае они включаются в электрическую цепь приемника. Аналогично тому, что при возбуждении радиоволн электрический диполь непосредственным образом возбуждает электрическое поле, а магнитный – магнитное, используемый для приема радиоволн электрический диполь непосредственным образом преобразует в электрический сигнал (напряжение U), напряженность электрического поля E, а магнитный диполь – напряженность магнитного поля H.

В соответствии с (2.3) выходной сигнал электрического диполя U<sub>1</sub> описывается уравнением:

$$U_1 = \int_1^2 \overline{E} \, \mathrm{d}\overline{l} \, , \qquad (6.28)$$

где интегрирование осуществляется по длине силовых линий, соединяющих первый и второй стержень.

Электрический сигнал магнитного диполя U<sub>2</sub> согласно (2.17) равен:

$$U_2 = -\mu \, wS \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t},\tag{6.29}$$

где µ – эффективная магнитная проницаемость сердечника (определяется его геометрическими параметрами и магнитными параметрами материала); w – число витков обмотки; S – площадь поперечного сечения сердечника.

Для направления возбуждаемых радиоволн от вибратора к объекту измерительного преобразования и от объекта к приемнику используются волноводы. Для фокусировки радиоволн применяются линзы и зеркальные системы. В первом случае используется эффект преломления радиоволны на границе воздух – диэлектрик, а во втором – эффект отражения от металлической поверхности соответствующей формы (например, параболической).

# 6.7. Области применения радиоволнового измерительного преобразования

Основные области применения измерительного преобразования в радиоволновых электромагнитных полях: определение физикомеханических характеристик материалов; измерение геометрических размеров, в том числе расстояний до объектов; измерение скорости движущихся объектов; обнаружение и определение параметров структурных неоднородностей, в том числе дефектов.

Определение физико-механических параметров материалов основано на непосредственной зависимости параметров радиоволн (коэффициента поглощения, коэффициентов и углов преломления и отражения, показателей поляризации) от электромагнитных параметров материала и косвенной зависимости через эти параметры от других физических параметров материала.

Определение расстояния до объекта основано на измерении временного интервала  $\Delta t$  прохождения радиоволны от источника, совмещенного с приемником, до объекта и назад к приемнику (рис. 6.11). Искомое расстояние *L* вычисляется по формуле:

$$L = \frac{v \,\Delta t}{2},\tag{6.30}$$

где v – скорость радиоволны (в воздухе v = c).



Рис. 6.11. Принцип измерения расстояния до объекта с использованием эффекта отражения

Измерение геометрических размеров диэлектрических объектов осуществляется с использованием законов геометрической оптики, а также функциональной зависимости между коэффициентом отражения диэлектрического слоя И его толщиной. В первом случае ОТ определяется расстояние между точками входа И выхода функционально связанное радиоволнового пучка, С толщиной диэлектрических слоев (рис. 6.12*a*). Во втором случае измеряется поток энергии отраженной волны (рис. 6.126).

Измерение скорости движущихся объектов осуществляется на основе эффекта Доплера с использованием функциональной зависимости (6.24).

Кроме названных выше физических эффектов для измерения геометрических размеров и свойств диэлектриков используются



Рис. 6.12. Измерение толщины диэлектрических слоев многослойного объекта

резонансные явления в волноводах и зависимость частоты резонанса в волноводе от диэлектрической проницаемости диэлектрика и длины волновода (6.27). На рис. 6.13 в качестве примера иллюстрируется принцип измерения уровня жидкости (поверхность жидкости в данном случае играет роль торцевой стенки волновода).



Рис. 6.13. Измерение уровня жидкости с использованием явления резонанса в волноводе:

1 – источник радиоволн;

2 – волновод;

3 – объект измерения

Обнаружение и определение параметров структурных неоднородностей в объектах из диэлектрических и слабо проводящих материалов (в том числе почве) осуществляется с использованием явлений отражения и преломления радиоволн на границе раздела сред (поверхности включения).

# Контрольные вопросы

6.1. Как происходит распространение радиоволн в пространстве?

6.2. Что такое поляризация радиоволн? Виды поляризации.

6.3. Какими физическими параметрами определяется энергия, переносимая радиоволной?

6.4. От чего зависит скорость радиоволны в среде?

6.5. В чем причина затухания радиоволны в среде?

6.6. Каков характер взаимодействие радиоволн с границей раздела сред?

6.7. В чем заключается особенность отражения радиоволны от движущегося объекта? Преобразование в электрический сигнал скорости движения объекта на основе эффекта Доплера.

6.8. В чем заключается сущность радиоволновых резонансных явлений в цепях с распределенными параметрами (волноводах).

6.9. На каких физических принципах основаны излучение и прием радиоволн?

6.10. Для решения каких измерительных задач может быть использовано радиоволновое измерительное преобразование?

#### Задачи

6.1. Определить степень изменения амплитуды напряженности электрического поля линейно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся в воздушной среде, при прохождении через диэлектрическую пластину с относительной диэлектрической проницаемостью материала  $\varepsilon_r = 3$  и коэффициентом поглощения  $\chi \approx 0$ , в случае если плоскость поляризации волны параллельна плоскости падения на границу раздела воздух – диэлектрик, а угол падения  $\alpha = 30^{\circ}$ . Определить значения угла Брюстера на границах раздела воздух – диэлектрик и диэлектрик – воздух. Определить значение критического угла на границе раздела диэлектрик – воздух.



Рис. 6.4. Прохождение электромагнитной волны через диэлектрическую пластину

#### Решение

Значения угла преломления на границах раздела воздух – диэлектрик и диэлектрик – воздух определяются на основании закона Снелля:

$$\gamma = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r0}}{\varepsilon_{r1}}}\sin\alpha\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\sin 30^\circ\right) = 16,78^\circ;$$
$$\beta = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r0}}}\sin\gamma\right) = \alpha = 30^\circ.$$

Значения угла Брюстера на первой и второй границах раздела сред и значение критического угла на второй границе определяются известными соотношениями:

$$\alpha_{\rm E1} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r0}}}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{3}{1}}\right) = 71,56^{\circ};$$
  

$$\alpha_{\rm E2} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r0}}{\varepsilon_{r1}}}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = 18,43^{\circ};$$
  

$$\alpha_{\rm KP2} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r0}}{\varepsilon_{r1}}}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = 35,26^{\circ}.$$

Изменение амплитуды напряженности электрического поля при взаимодействии радиоволны с границей раздела определяется формулами Френеля. Для случая параллельной поляризации:

$$\frac{E_{2=}}{E_{1=}} = \frac{2\sin\gamma\cos\alpha}{\sin(\alpha+\gamma)\cos(\alpha-\gamma)} = \frac{2\sin16,78^{\circ}\cdot\cos30^{\circ}}{\sin(30^{\circ}+16,78^{\circ})\cos(30^{\circ}-16,78^{\circ})} = 0,705;$$
  
$$\frac{E_{3=}}{E_{2=}} = \frac{2\sin\beta\cos\gamma}{\sin(\gamma+\beta)\cos(\gamma-\beta)} = \frac{2\sin30^{\circ}\cdot\cos16,78^{\circ}}{\sin(16,78^{\circ}+30^{\circ})\cos(16,78^{\circ}-30^{\circ})} = 1,35;$$
  
$$\frac{E_{3=}}{E_{1=}} = 0,951.$$

6.2. Источник и приемник радиоволн движутся навстречу друг другу параллельными курсами, проходящими на расстоянии h = 1500 м друг от друга со скоростями соответственно  $v_1 = 1100$  км/ч и  $v_2 = 60$  км/ч (рис. 6.14). Частота радиоволн источника  $f_0 = 10$  МГц. Определить характер изменения разности частот источника и приемника при их взаимном перемещении.

Решение



Рис. 6.14. Движение приемника П и источника И радиоволн

При относительном перемещении источника и приемника радиоволн имеет место проявление эффекта Доплера – отличие частот радиоволн, испускаемых источником  $f_0$  и принимаемых приемником  $f_{np}$ . В соответствии с (6.23) разностная частота определяется следующим образом:

$$\Delta f = f_{\rm np} - f_0 = \frac{v_r}{\lambda_0}$$

где  $v_r$  – проекция относительной скорости движения источника и приемника на линию, их соединяющую;  $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$  – длина радиоволны

источника;  $c = 2,9979 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в воздухе.

В нашем случае согласно рис. 6.14:

$$v_r = (v_1 + v_2) \cos \alpha = (v_1 + v_2) \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

Таким образом, разность частот является функцией расстояния *х* между нормалями к траекториям движения, проведенными через центры источника и приемника:

$$\Delta f(x) = (v_1 + v_2) \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{f_0}{c} = (1100 + 60) \cdot \frac{10^3}{3600} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1500^2}} \cdot \frac{10^7}{2,9979 \cdot 10^8}.$$

На рис. 6.15 показан результат расчета по этой формуле в диапазоне изменения x = (-5000...5000) м.

6.3. Определить характер изменения амплитуды напряженности



Рис. 6.15. Изменение разностной частоты в зависимости от *x* 

электрического поля и плотности потока энергии радиоволны при прохождении через двухслойный диэлектрик (рис. 6.16). Значения относительных диэлектрических проницаемостей слоев  $\varepsilon_{r1} = 2$  и  $\varepsilon_{r2} = 3$ , коэффициент поглощения  $\chi \approx 0$ . При решении задачи принять, что отраженные от границ разделов волны в интерференции с



Рис. 6.16. Прохождение радиоволны через двухслойный диэлектрик падающими волнами не участвуют.

#### Решение

С учетом указанного в условии задачи допущения уменьшение интенсивности радиоволны в данном случае определяется только потерей части энергии в результате отражения радиоволн от границы раздела. При нормальном падении волны на границу раздела двух диэлектриков отношение амплитуд прошедшей (преломленной)  $E_{\rm np}$  и падающей  $E_{\rm nag}$  волн при любом направлении поляризации определяется соотношением:

$$\frac{E_{\rm np}}{E_{\rm nam}} = \frac{2\,n_1}{n_2+n_1},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – значения коэффициентов преломления диэлектриков, определяемые в свою очередь значениями относительной диэлектрической проницаемости диэлектриков:  $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ .

Если принять исходное относительное значение амплитуды радиоволны за единицу ( $E_1 = 1$ ), то в соответствии с вышесказанным:

$$E_{2} = E_{1} \frac{2\sqrt{\varepsilon_{r0}}}{\sqrt{\varepsilon_{r1}} + \sqrt{\varepsilon_{r0}}} = 1 \cdot \frac{2\sqrt{1}}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = 0,828; \quad E_{3} = E_{2} \frac{2\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{\sqrt{\varepsilon_{r2}} + \sqrt{\varepsilon_{r1}}} = 0,828 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 0,745; \quad E_{4} = E_{3} \frac{2\sqrt{\varepsilon_{r2}}}{\sqrt{\varepsilon_{r2}} + \sqrt{\varepsilon_{r0}}} = 0,745 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{1}} = 0,944.$$

Среднее значение плотности потока энергии радиоволны в идеальном диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью *ε<sub>r</sub>* определяется выражением:

$$q_{\rm cp}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_r}}{8\pi} E^2 \cos\alpha , \qquad (6.3)$$

где  $c \approx 2,9979 \cdot 10^8$  м/с – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме.

В соответствии с этим плотности пока энергии радиоволны в разных слоях:

$$q_{cp1}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_{r0}}}{8\pi} E_1^2 = \frac{2,9979\sqrt{1}}{8\pi} 1^2 = 1,192 \cdot 10^7 \text{ BT/M}^2$$
$$q_{cp2}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{8\pi} E_2^2 = \frac{2,9979\sqrt{2}}{8\pi} 0,828^2 = 1,157 \cdot 10^7 \text{ BT/M}^2$$
$$q_{cp3}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_{r2}}}{8\pi} E_3^2 = \frac{2,9979\sqrt{3}}{8\pi} 0,745^2 = 1,146 \cdot 10^7 \text{ BT/M}^2$$
$$q_{cp4}' = \frac{c\sqrt{\varepsilon_{r0}}}{8\pi} E_4^2 = \frac{2,9979\sqrt{1}}{8\pi} 1^2 = 1,063 \cdot 10^7 \text{ BT/M}^2$$

На рис. 6.17 показан характер изменения амплитуды напряженности электрической поля при прохождении радиоволны через двухслойный диэлектрик.



Рис. 6.17. Изменение амплитуды напряженности электрического поля в зависимости от *x* 

# 7. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на зависимости параметров распространяющихся в упругом теле механических возмущений (деформаций) – упругих волн от параметров тела.

#### 7.1. Упругие колебания и волны

Упругость – свойство твердых тел восстанавливать свои форму и объем, а жидкостей и газов объем после прекращения действия внешних сил. Среду, обладающую упругостью, называют упругой средой.

Упругие колебания – это колебания механических систем, упругой среды или ее части, возникающие под действием механического возмущения. Упругие или акустические волны – механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Частный случай акустических волн – слышимый человеком звук. Отсюда происходит термин акустика (от греческого akustikos – слуховой) – область физики, исследующая упругие колебания и волны от самых низких до самых высоких частот и, в том числе, слышимых человеком.

В зависимости от частоты акустические волны подразделяются на инфразвуковые, звуковые, ультразвуковые и гиперзвуковые (табл. 7.1). Границы между первыми тремя диапазонами определяются свойствами человеческого слуха. Граница четвертого диапазона определяется предельной частотой акустических волн, распространяющихся в воздухе.

Таблица 7.1

Название волн	Свойства	Частота, Гц
Инфразвуковые	Ниже границы	< 20
	слышимости	
Звуковые	Диапазон	$2020 \cdot 10^3$
	слышимости	
Ультразвуковые	Выше границы	$20.10^31.10^9$
	слышимости	
Гиперзвуковые	Длина волны меньше	$> 1.10^{9}$
	длины свободного	
	пробега молекул	
	воздуха	

#### Диапазоны частот акустических волн

Для решения задач измерительных преобразований наибольшее применение нашли звуковой и ультразвуковой диапазоны.

При распространении акустических волн в среде частицы среды не переносятся, а лишь совершают колебания относительно точек равновесия. Распространение волн происходит от частицы к частице. Расстояние между частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется длиной волны  $\lambda$ . Длина волны  $\lambda$ , скорость распространения v и частота колебаний f связаны соотношением:

$$\lambda = \frac{v}{f}.\tag{7.1}$$

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения акустические волны различаются на продольные, поперечные (сдвиговые), поверхностные (Рэлея), нормальные (Лэмба).



Рис. 7.1 Виды акустических волн: продольные (*a*), поперечные (*б*), поверхностные (*в*), нормальные (*г*)

В продольной волне направление колебаний частиц совпадает с направлением распространения волны (рис. 7.1*a*). Такая волна может быть возбуждена в твердой, жидкой и газообразной среде. В поперечной волне направление колебаний частиц перпендикулярно направлению распространения (рис. 7.1 $\delta$ ). Такая волна может быть возбуждена только в твердом теле, которое способно упруго сопротивляться деформации сдвига.

На свободной поверхности твердого тела можно возбудить поверхностные волны, частицы в которых движутся по эллипсам (рис. 7.1*в*). Такая волна локализована в тонком поверхностном слое.

В плоских телах и телах постоянной толщины (листах, тонких пластинах, проволоке) можно возбудить нормальные волны (рис. 7.1*г*). Нормальные волны связаны с волноводным механизмом распространения упругих колебаний в таких телах.

#### 7.2. Скорость распространения упругих волн

В изотропных средах скорость распространения упругих волн зависит от их вида, плотности и упругих постоянных материала, а для нормальных волн от размеров тела, в котором волна распространяется (таблица 7.2).

Таблица 7.2.

Среда	Тип ролиц	Скорость	
распространения	тип болны	распространения	
Жидкость или газ	Продольные	$v_L = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$	
Безграничное твердое	Продольные	ные $v_L = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}$	
тело	Поперечные	$v_{S} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}}$	
Поверхность полубезграничного твердого тела	Поверхностные	$v_G = \frac{0,87 + 1,12\mu}{1 + \mu}$	
Пластина толщиной <i>b</i> << λ	Нормальные симметричные	$v_N = \frac{\pi b}{\mu} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\mu^2)}}$	
Бесконечный стержень диаметра <i>d</i> << λ	Продольные	$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	

Скорость распространения упругих волн

Здесь  $\rho$  – плотность материала; k – модуль всестороннего сжатия (отношение относительного изменения давления к деформации изменения объема с обратным знаком:  $k = \frac{\Delta p/p}{\Delta V/V}$ ); E – модуль упругости (отношение относительного изменения нормального напряжения к относительной продольной деформации при растяжении:

 $E = \frac{\Delta \sigma / \sigma}{\Delta l / l}$ );  $\mu$  – коэффициент Пуассона (отношение взятой с обратным знаком относительной поперечной деформации к относительной продольной при растяжении:  $\mu = \frac{\Delta b / b}{\Delta l / l}$ ).

Скорость звука в газах меньше, чем в жидкостях, а в жидкостях меньше, как правило, чем в твердых телах (таблица 7.3).

Таблица 7.3.

		Скорость	Скорость
Сред	а распространения	продольных	поперечных
		волн, м/с	волн, м/с
1		2	3
_ ك	Кислород	316	—
при авл атм	Воздух	331	_
ын ида г1	Азот	334	—
Газ С и	Гелий	965	_
1 00	Водород	1284	—
1	Спирт этиловый	1180	_
CTb CTb	Бензол	1324	_
дко 1 20	Ртуть	1453	_
Кид	Вода	1490	—
	Глицерин	1923	—
3a	Оргстекло	2670	1120
SCT1	Чугун	3500 - 5600	2200
ЭШе	Золото	3200 - 3240	1200
e B(	Стекло	3760 - 4800	2380 - 2560
ДЫ	Бетон	4200 - 5300	—
Bep	Сталь углеродистая	5850	3230
Ţ	Дюраль АМГ	6320	3190

Скорость звука в различных средах

Скорость распространения продольных волн в твердом теле превышает примерно в 2 раза скорость распространения поперечных ( $v_S \approx 0.55 v_L$ ) и поверхностных ( $v_G \approx 0.51 v_L$ ) волн.

# 7.3. Энергия акустической волны. Затухание акустической волны в среде

Упругая волна в направлении распространения несет определенную энергию. Плотность потока энергии (интенсивность) акустической волны q' – энергия, переносимая волной в единицу времени через единицу площади малой площадки dS, определяется частотой  $\omega$  и амплитудой A колебаний, плотностью среды  $\rho$ , скоростью распространения v и описывается уравнением:

$$q' = \frac{1}{2} \frac{\rho}{v} \omega^2 A^2 \cos \alpha , \qquad (7.2)$$

где α – угол между направлением распространения волны *z* и нормалью к площадке.

По мере удаления от излучателя интенсивность волн падает, и амплитуда колебаний частиц постепенно убывает. Это обусловлено геометрическим расхождением лучей, что приводит к увеличению площади фронта волны, а также наличием потерь в среде, приводящих к постепенному затуханию колебаний при их распространении.

Затухание упругих волн происходит по экспоненциальному закону:

$$q'(z) = q'_0 \exp(-2\delta z)$$
, (7.3)

где q'(z) – плотность потока энергии в точке пространства, отстоящей от точки, в которой плотность потока энергии равна  $q'_0$ , на расстояние *z* в направлении распространения волны;  $\delta$  – коэффициент затухания.

Коэффициент затухания складывается из коэффициентов поглощения и рассеивания:

$$\delta = \delta_{\rm n} + \delta_{\rm p} \,. \tag{7.4}$$

При поглощении энергия акустической волны переходит в тепловую энергию, а при рассеянии остается энергией акустической волны, но уходит из направленно распространяющейся волны.

Поглощение обусловлено вязкостью (внутренним трением), упругим гистерезисом (т. е. различной упругой зависимостью при расширении и сжатии) и теплопроводностью. Рассеяние происходит изза наличия в среде неоднородностей (с отличными от среды плотностью и упругими свойствами), размеры которых соизмеримы с длиной волны. Такими неоднородностями могут быть капли воды или пыль в газе, взвешенные частицы или пузырьки воздуха в воде. В газах и жидкостях, не засоренных инородными частицами рассеяние отсутствует и затухание определяется поглощением. Коэффициент поглощения пропорционален квадрату частоты.

Коэффициент поглощения в твердых телах пропорционален частоте (стекло, биологические ткани, металлы некоторые пластмассы) или квадрату частоты (резина, многие пластмассы). Для одной и той же среды и при одной и той же частоте акустических волн поглощение поперечных волн меньше, чем продольных. Это обусловлено тем, что поперечные колебания не связаны с изменением объема и потери на теплопроводность отсутствуют.

Рассеяние отсутствует в однородных аморфных твердых телах типа стекла и пластмассы. В гетерогенных материалах (чугун, бетон, гранит) рассеяние весьма велико. Большое рассеяние наблюдается в металлах ввиду их поликристаллической структуры и наличия большого количества случайным образом ориентированных зерен (кристаллитов). Большое влияние на коэффициент рассеивания оказывает соотношение среднего значения размеров кристаллитов  $\Delta$  и длины волны λ, что может быть использовано для получения информации о структуре материала и выбора оптимальной частоты возбуждения волн. При Δ>>λ упругие волны поглощаются в каждом затухание определяется зерне И В основном поглощением. Максимальное затухание наблюдается при ∆≈λ. В этом случае имеет рассеяние упругих диффузное место волн, проникающих (диффундирующих) между отдельными кристаллами металла. При Δ<<λ происходит рассеяние волн мелкими кристаллами металла, затухание в этом случае минимально.

Ослабление интенсивности акустической волны за счет расширения фронта зависит от его формы, определяемой, в свою



Рис. 7.2. Распространение акустических волн с плоским (*a*) цилиндрическим (*б*) и сферическим (*в*) фронтами

очередь, характером источника волн. В случае волны с плоским фронтом, источником возбуждения которой может быть плоская поверхность (рис. 7.2а), расширения фронта волны не наблюдается и акустической ослабление интенсивности волны происходит исключительно затухания ee материале среды 3a счет В распространения.

При цилиндрическом фронте волны, источником которой может быть прямолинейный стержень (рис. 7.26), отношение значений интенсивности волны  $q'_1$  и  $q'_2$  на расстояниях соответственно  $r_1$  и  $r_2$  от оси источника без учета затухания в среде обратно пропорционально отношению площадей цилиндрических поверхностей, имеющих радиусы  $r_1$  и  $r_2$ . А поскольку площадь цилиндрической поверхности пропорциональна радиусу цилиндра, то для случая цилиндрического фронта волны:

$$\frac{q_1'}{q_2'} = \frac{r_2}{r_1} \,. \tag{7.5}$$

Для акустической волны со сферическим фронтом, возбуждаемой в частности точечным источником (рис. 7.2*в*), отношение значений интенсивности волны  $q'_1$  и  $q'_2$  на расстояниях соответственно  $r_1$  и  $r_2$  от центра источника без учета затухания в среде по аналогии с предыдущим случаем обратно пропорционально отношению площадей сферических поверхностей, имеющих радиусы  $r_1$  и  $r_2$ . Но поскольку площадь сферической поверхности пропорциональна квадрату радиуса цилиндра, то для случая сферического фронта волны:

$$\frac{q_1'}{q_2'} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2.$$
 (7.6)

#### 7.4. Интерференция и дифракция акустических волн

При распространении упругих волн могут наблюдаться интерференционные и дифракционные явления.

Интерференция – сложение двух или нескольких когерентных колебаний, воздействующих на одну и ту же точку среды. По аналогии с радиоволнами (раздел 6.5) в результате сложения двух встречных волн, например падающей и отраженной, возникает стоячая волна, характеризующаяся наличием пространственных точек, где колебания отсутствуют (узлы) и точек, где амплитуда колебаний максимальна (пучности). Расстояния между узлами и между пучностями кратны половине длины волны  $\lambda/2$ , а между узлами и пучностями – четверти

длины волны  $\lambda/4$ . Стоячие волны в отличие от бегущих не переносят энергию.

Дифракция – огибание волнами препятствий (в более широком распространении отклонение при волн ОТ законов смысле геометрической оптики). Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени: огибать препятствия, стелиться вдоль поверхностей, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.п. дифракции объясняется линейной волновой Явление теорией, важнейшим элементом которой является принцип Гюйгенса-Френеля, согласно которому волновое поле в произвольной точке пространства вторичных волн, испускаемых некоторыми ИЗ складывается фиктивными источниками на поверхности, отделяющей эту точку от первичной падающей волны. Поэтому, поставив на пути волн экран с малым отверстием, размеры которого меньше длины волны, получим в отверстии экрана источник, излучающий вторичную сферическую волну, распространяющуюся также и в область тени (рис. 7.3).



# Рис. 7.3. Дифракция акустической волны на малом отверстии в экране

Интерференция и дифракция взаимно связаны и существуют одновременно. Они значительно усложняют измерительные преобразования с использованием акустических волн. Поэтому в ряде случаев предпочтительнее не непрерывное возбуждение волн, а импульсное, при котором падающая и отраженная волны не встречаются и не интерферируют.

# 7.5. Отражение и преломление акустических волн на границе раздела двух сред. Условия образования поверхностных и нормальных волн

Падающая на границу двух полубезграничных сред акустическая волна частично проходит через границу, а частично отражается от нее. При этом может происходить трансформация типов волн.

В наиболее общем случае границы двух твердых сред (рис. 7.4) возникают две отраженные и две преломленные волны. Так, если на границу двух твердых сред с различными акустическими свойствами
падает продольная волна, то происходит ее трансформация на продольные и поперечные отраженные и преломленные волны.



Рис. 7.4. Лучевая картина

преломления и отражения продольной акустической волны на плоской границе двух упругих твердых сред: L – падающая волна; L', S' – отраженные продольная и поперечная волны; L'', S'' – преломленные продольная и поперечная волны

Законы отражения и преломления упругих волн аналогичны законам геометрической оптики, использованным ранее для описания процессов, происходящих при взаимодействии с границей раздела двух сред радиоволн (раздел 6.3). Согласно уравнениям Снелля:

$$\frac{\sin\alpha}{v_{L1}} = \frac{\sin\beta'}{v_{L1}} = \frac{\sin\gamma'}{v_{S1}} = \frac{\sin\beta''}{v_{L2}} = \frac{\sin\gamma''}{v_{S2}},$$
(7.7)

где  $\alpha$  – угол падения;  $\beta'$ ,  $\gamma'$  – углы отражения соответственно продольной и поперечной волн;  $\beta''$ ,  $\gamma''$  – углы преломления соответственно продольной и поперечной волн;  $v_{L1}$ ,  $v_{S1}$  – скорости соответственно продольной и поперечной волн в первой среде;  $v_{L2}$ ,  $v_{S2}$  – скорости соответственно продольной и поперечной волн в первой среде; отреде.

Анализ выражения (7.7) показывает, что равенство угла падения углу отражения выполняется только для волн одного типа. Отраженные волны продольного и поперечного типа ввиду различия в скоростях распространения (таблицы 7.2, 7.3) имеют различные углы отражения. По этой же причине преломленные волны разного типа имеют различные углы преломления.

В случае  $v_{L1} < v_{L2}$  при некотором значении  $\alpha = \alpha_{\kappa p1}$  (*первый* критический угол) преломленные продольные волны распространяются по поверхности, не проникая вглубь второй среды (рис. 7.5). Условие возникновения продольной поверхностной волны вытекает из равенства  $\beta'' = 90^{\circ}$ , подстановка которого в (7.7) дает следующее соотношение:



Рис. 7.5. Лучевая картина распространения продольной преломленной волны по границе раздела двух твердых сред при первом критическом угле падения: *L* – падающая волна;

*L*" – поверхностная продольная волна

$$\frac{\sin \alpha_{\kappa pl}}{v_{L1}} = \frac{\sin 90^{\circ}}{v_{L2}} = \frac{1}{v_{L2}},$$
 откуда  $\alpha_{\kappa pl} = \arcsin \frac{v_{L1}}{v_{L2}}$ . (7.8)

Аналогичным образом находится значение *второго критического угла* падения  $\alpha = \alpha_{\text{кр2}}$ , при котором уже преломленная поперечная волна распространяется по поверхности и  $\gamma'' = 90^{\circ}$ :

$$\frac{\sin \alpha_{\kappa p2}}{v_{L1}} = \frac{\sin 90^{\circ}}{v_{S2}} = \frac{1}{v_{S2}}, \quad \text{откуда} \quad \alpha_{\kappa p2} = \arcsin \frac{v_{L1}}{v_{S2}} \quad . \tag{7.9}$$

При угле падения  $\alpha > \alpha_{\kappa p}$  имеет место так называемое *незеркальное отражение*. В этом случае отраженный пучок лучей как бы смещается вдоль поверхности тела относительно падающего (рис. 7.6). Смещение  $\Delta$  таково, как если бы отражение происходило зеркально от мнимой границы, расположенной на глубине *h* под действительной поверхностью. Данное явление объясняется тем, что при углах падения





больших критического коэффициент отражения имеет комплексный характер и акустическая волна изменяет при отражении свою фазу, что и дает в результате описанную выше интерференционную картину.

Эффекты отражения и преломления акустических волн на границах раздела различных сред определяют также возникновение

специфических волн в пластинах – волн Лэмба или нормальных волн. Рассмотрим механизм их образования на примере жидкого слоя толщиной h (рис. 7.7). Пусть на этот слой падает извне плоская продольная волна под углом  $\alpha$ . Линия AD показывает фронт падающей волны. В результате преломления на границе раздела сред в слое





возникает продольная волна с фронтом *CB*, распространяющаяся под углом β и претерпевающая многократное отражение в слое. Отраженная волна в первую среду на рисунке не показана.

Образование нормальной волны происходит в результате интерференции падающей волны из первой среды и отраженной от нижней границы слоя. Наибольшая энергия, переносимая нормальной волной, соответствует случаю совпадения фаз этих волн либо кратности  $2\pi$  фазового сдвигу  $\phi$  между ними. Для лучей, приходящих в точку *B*, это условие записывается следующим образом:

$$2\pi \left(\frac{l_1}{\lambda_1} - \frac{l_2}{\lambda_2}\right) = 2\pi \left(\frac{DB}{\lambda_1} - \frac{AEB}{\lambda_2}\right) = 2\pi \left(\frac{2h \, \mathrm{tg}\beta \sin\alpha}{\lambda_1} - \frac{2h}{\lambda_2 \cos\beta}\right) = 2\pi n, \ (7.10)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн в первой и второй средах;  $l_1$  и  $l_2$  – расстояния, проходимые волнами в первой и второй средах; n – целое число.

Используя соотношение между углами падения и преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_{L1}}{v_{L2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2},$$
(7.11)

и подставляя его в (7.10), получаем условие образования нормальной волны:

$$h\cos\beta = n\frac{\lambda_2}{2}.\tag{7.12}$$

Таким образом, существует функциональная зависимость между углом преломления (а соответственно углом падения), обеспечивающем образование нормальной волны, длиной волны и толщиной слоя, в нормальная волна распространяется. Это может котором быть использовано для получения измерительной информации о толщине толщине пластины) при известной слоя (например, скорости распространения акустических колебаний, либо об этой скорости при известной толщине слоя.



Рис. 7.8. Лучевая картина преломления и отражения продольной акустической волны на границе двух упругих сред: *а* – зеркальное отражение и преломление; *б* – диффузное отражение и преломление; *L* – падающая продольная волна; *L'* – отраженная продольная волна; *L''* – преломленная продольная волна (поперечные отраженные и преломленные волны не показаны).

Рассмотренные случаи отражения и преломления упругих волн справедливы только для плоских и гладких (зеркальных) поверхностей соприкасающихся сред. Если поверхности раздела имеют неровности, высота которых превышает 0,05÷0,1 длины волны, то наблюдается *диффузное отражение и преломление*, что приводит к искажению волнового поля отраженных и прошедших волн (рис. 7.8).

В случае если в упругой среде имеется неоднородность, размеры которой превышают длину волны, то на ее поверхности происходит

описанное выше отражение и преломление акустической волны (как зеркальное, так и диффузное). На этом явлении основано получение информации о наличии и характеристиках включений (дефектов) в упругих средах. Если же размеры включения не превышают длину волны, то акустическая волна не претерпевает заметных изменений, огибая препятствие (дифракция волн – раздел 7.3).

### 7.6. Возбуждение и прием акустических волн

Для возбуждения и приема акустических волн используют преобразования электрических колебаний в механические и обратно с помощью электроакустических измерительных преобразований – пьезоэлектрического, магнитострикционного, электромагнитно-акустического.

# 7.6.1. Возбуждение и прием акустических волн с использованием пьезоэлектрического и магнитострикционного измерительных преобразований

**Пьезоэлектрические измерительные преобразователи** получили наибольшее применение для возбуждения и приема акустических волн в широком диапазоне частот от 10<sup>3</sup> Гц до 10<sup>11</sup> Гц.

Физическая сущность прямого и обратного пьезоэффектов



Рис. 7.9. Возбуждение и прием акустических волн с помощью пьезоэлектрического измерительного преобразователя: 1 – пластина из пьезоэлектрика; 2 – металлизированная обкладка; 3 – слой жидкости; 4 – объект измерительного преобразования.

подробно описана в разделе 3.4. Здесь же остановимся на особенностях использования этих явлений для электроакустических преобразований.

Основным элементом электроакустического пьезоэлектрического преобразователя (рис. 7.9) является пластина из материала, обладающего пьезоэлектрическими свойствами (кварц, пьезокерамика). При подаче на металлизированные обкладки пластины переменного напряжения, пластина начинает упруго деформироваться с частотой электрического сигнала (обратный пьезоэффект).

7.9 в качестве примера объекта измерительного На рис. преобразования металлическая показана пластина. Для ввода пьезоэлектрический возбуждаемых акустических волн в объект преобразователь прижимается к поверхности пластины. Однако, как бы плотно ни контактировал пьезопреобразователь с пластиной, из-за шероховатости объекта преобразования, наличия как так И преобразователя, обычно присутствует некоторый воздушный зазор между контактирующими поверхностями (увеличенный фрагмент рис. 7.9). Несмотря на малую толщину этого воздушного слоя, он может являться непреодолимой преградой на пути акустической волны вследствие огромной разницы в плотностях материалов пьезопластины и объекта преобразования по сравнению с воздушной средой. Поэтому зазор между пьезопластиной и объектом имеющийся обычно заполняется некоторой промежуточной (контактной) средой, которая легко заполняет зазор и имеет соизмеримую плотность с материалами пьезопластины и объекта преобразования. В качестве такой среды чаще всего используется хорошо смачивающая жидкость (масло, глицерин, вода со смачивающими добавками), а в ряде случаев твердый эластичный материал (резина, полиуретан). Для исключения влияния контактной среды на результат преобразования толщина зазора, заполняемого этой средой, не должна превышать длину возбуждаемых акустических волн.

В некоторых случаях толщина слоя промежуточной среды может значительно превышать длину волны, что нужно учитывать при интерпретации результатов преобразования. Чаще всего такое соотношение толщины промежуточного слоя и длины волны имеет место при использовании варианта исключения воздушного зазора путем погружения объекта преобразования в резервуар с жидкостью. Поэтому данный вариант ввода акустических волн в объект называется латинского *immersio* иммерсионным (от погружение), а промежуточную среду в этом случае называют иммерсионной.

При необходимости обеспечения угла ввода β акустических волн в объект, отличающегося от 0°, используют призмы (рис. 7.10). Если материал призмы имеет малую скорость распространения акустических волн (оргстекло, капролон, поликарбонат, эпоксидные компаунды) по



Рис. 7.10. Изменение угла ввода акустических волн с помощью призмы: 1 – пьезопластина; 2 – призма; 3 – контактная жидкость; 4 – объект измерительного преобразования

сравнению с материалом объекта преобразования (например, металлом), то даже при малых углах падения α могут быть обеспечены углы преломления (ввода) до 90°.

Поскольку описанный выше эффект возникновения упругих деформаций пьезопластины под действием электрического сигнала является обратимым, то пьезопреобразователь рис. 7.9 может быть использован и для приема акустических волн (их преобразования в электрический сигнал). В этом случае пьезопреобразователь также как и ранее прижимается к поверхности объекта, в котором распространяются акустические волны, а для обеспечения надежного акустического используется иммерсионная контакта контактная либо среда. Проходящие в пьезопластину акустические волны вызывают ее упругую деформацию и соответственно возникновение переменной разности потенциалов на ее металлизированных обкладках (прямой пьзоэффект).

Магнитострикционные измерительные преобразователи используются для возбуждения и приема акустических колебаний больших мощностей на частотах от 2 кГц до 100 кГц.

Физическая сущность магнитострикционного и обратного ему магнитоупругого эффекта описана в разделе 4.5. Основным элементом магнитострикционного преобразователя (рис. 7.11) является обмотка с магнитопроводом (сердечником) из ферромагнитного материала с ярко выраженными магнитострикционными свойствами (никель, алфер, пермаллой, пермендюр, ряд ферритов). Если пропустить через обмотку переменный электрический ток, то в сердечнике возникнет переменное магнитное поле. Намагничивание сердечника в таком поле вызывает в нем упругие деформации (эффект магнитострикции) и возникновение акустических волн. Если, как и в случае пьезоэлектрического преобразователя, прижать магнитострикционный преобразователь к объекту, обеспечив с помощью контактной среды хороший акустический контакт, то возбужденные в магнитном сердечнике акустические колебания распространятся в материал объекта.

Поскольку магнитострикционный эффект является обратимым, преобразователь рис. магнитострикционный 7.11 может быть приема акустических использован И для волн. При наличии поверхностей акустического контакта объекта И сердечника достигаемого, преобразователя, как и предыдущем случае, В использованием контактной либо иммерсионной среды, попадающие из объекта преобразования в сердечник акустические волны, вызывают его упругую деформацию и, как следствие, изменение магнитной проницаемости ферромагнитного материала (магнитоупругий эффект). Дальнейшее преобразование изменений магнитной проницаемости в электрический сигнал осуществляется на основе индуктивного либо взаимоиндуктивного измерительных преобразований (разделы 4.4, 4.5). Для повышения линейности преобразования в магнитную цепь магнитострикционного сердечника включается источник подмагничивания постоянным магнитным полем (электромагнит либо постоянный магнит).

Достоинством магнитострикционного использования И пьезоэлектрического преобразований для возбуждения и приема акустических волн является их применимость для объектов практически из любых материалов. Общим существенным недостатком является необходимость обеспечения непосредственного акустического контакта поверхностей измерительного преобразователя И объекта рассматриваются преобразования. Далее электроакустические измерительные преобразования, свободные от данного недостатка и обеспечивающие бесконтактные ввод и прием акустических волн.



Рис. 7.11. Возбуждение акустических волн с помощью магнитострикционного измерительного преобразователя:
1 – обмотка; 2 – сердечник из магнитострикционного материала;
3 – контактная среда; 4 – объект измерительного преобразования

# 7.6.2. Электромагнитно-акустическое измерительное преобразование

Электромагнитно-акустическое (JMA) измерительное преобразование осуществляется воздействия путем на объект преобразования одновременно постоянным и переменным магнитными полями. На рис. 7.12 показан пример такого воздействия для случая объекта плоской формы. Переменное магнитное поле создается в большинстве случаев плоской обмоткой с переменным током (на рисунке показано поперечное сечение обмотки). Постоянное магнитное поле создается электромагнитом либо постоянным магнитом (на рисунке показаны только силовые линии этого поля, а сам источник постоянного магнитного поля не показан).





1 – обмотка с током; 2 – силовые линии переменного магнитного поля; 3 – силовые линии постоянного магнитного поля; 4 – объект преобразования

ЭМА преобразование основано на проявлении трех эффектов взаимодействия электромагнитного поля с объектом преобразования: магнитострикционного, магнитного и электродинамического. Поэтому данное преобразование применимо только для объектов из проводящего материала (за счет проявления третьего эффекта) и (или) магнитного материала (за счет проявления первого и второго эффектов). Рассмотрим все три эффекта по отдельности, хотя во многих случаях они проявляются одновременно.

**Магнитострикционное взаимодействие** проявляется в деформации элементарных объемов ферромагнитного объекта под действием внешнего магнитного поля. Возбуждаемое переменным

током обмотки переменное магнитное поле (силовые линии этого поля сплошными показаны линиями) вызывает циклическое ферромагнетика 7.13) перемагничивание ломенов (рис. И ИХ деформацию эффекта магнитострикции. Воздействию вследствие подвергаются переменного магнитного поля только домены поверхностного слоя ферромагнитного объекта ввиду резкого убывания индукции этого поля при удалении от обмотки, а также наличия скинэффекта вследствие возбуждения переменным магнитным полем вихревых токов. Упругие деформации доменов поверхностного слоя обеспечивают возбуждение в объекте акустических волн с частотой тока обмотки. Наличие одновременного намагничивания постоянным магнитным полем (силовые линии этого поля показаны пунктирными обеспечивает магнитострикционного линиями) усиление взаимодействия.



Рис. 7.13. Возбуждение акустических волн за счет магнитострикционного взаимодействия.

Для приема акустических волн (преобразования в электрический сигнал) обмотка ЭМА преобразователя должна быть отключена от источника переменного тока либо использована пространственно совмещенная с первой (возбуждающей) обмоткой дополнительная (измерительная) Достигающая обмотка. поверхностного слоя ферромагнитного объекта акустическая волна (например, отраженная от нижней границы объекта либо от имеющегося в нем включения с иными акустическими свойствами) вызывает деформацию доменов проявления магнитоупругого этого слоя. Вследствие эффекта проницаемости магнитной материала происходит изменение поверхностного слоя и соответственно изменение индукции  $\overline{B}_{-}$ постоянного магнитного поля как в поверхностном слое, так и в близко расположенной к нему плоскости витков обмотки. Последнее приводит

к изменению магнитного потока постоянного магнитного поля через обмотку, что вызывает вследствие явления электромагнитной индукции появление в ней эдс, мгновенное значение которой функционально связано с характеристиками акустической волны.

**Магнитное взаимодействие** заключается во взаимном притяжении и отталкивании намагниченного постоянным магнитным полем поверхностного слоя ферромагнетика и создающей переменное магнитное поле обмотки с током.

Под действием постоянного магнитного поля ферромагнитный объект намагничивается в направлении, определяемом направлением намагничивающего поля. Кроме того. поверхностный слой ферромагнетика подвергается воздействию переменного магнитного поля обмотки с током (рис.7.14). Поскольку направление переменного магнитного поля циклически изменяет свое направление с частотой тока обмотки, то намагниченный поверхностный слой ферромагнетика будет попеременно притягиваться и отталкиваться от источника переменного магнитного поля – обмотки с током. При совпадении направлений магнитных полей обмотки и намагниченного постоянным магнитным полем ферромагнетика имеет место притяжение, при противоположных направлениях этих полей – отталкивание.



Рис. 7.14. Возбуждение акустических волн за счет магнитного взаимодействия.

Описанный выше эффект притяжения – отталкивания поверхностного слоя объекта вызывает колебания этого слоя с частотой тока обмотки и возбуждение в объекте акустических волн.

Магнитное взаимодействие, как и описанное ранее магнитострикционное является обратимым, что позволяет использовать его не только для возбуждения, но и преобразования в электрический сигнал акустических волн, распространяющихся в объекте. В этом случае обмотка должна быть отключена от источника переменного тока

(либо применена отдельная измерительная обмотка). Достигающая поверхностного слоя акустическая волна вызывает колебания этого слоя, что обуславливает попеременное приближение – удаление от обмотки. Такое перемещение намагниченного постоянным магнитным полем ферромагнетика вызывает изменение магнитного потока этого поля через обмотку. При приближении намагниченного ферромагнетика к обмотке происходит увеличение магнитного потока, при удалении – его уменьшение. Такое изменение магнитного потока через обмотку вызывает, как и в предыдущем случае, в соответствии с законом электромагнитной индукции появление в обмотке эдс, несущей информацию о параметрах акустической волны.

Электродинамическое взаимодействие состоит в возбуждении в электропроводящем объекте вихревых токов и взаимодействии их магнитного поля с постоянным магнитным полем преобразователя.



Рис. 7.15. Возбуждение акустических волн за счет электродинамического взаимодействия.

Переменное магнитное поле обмотки с током, расположенной вблизи поверхности электропроводящего объекта, возбуждает в его поверхностном слое вихревые токи (раздел 5.1). На рис. 7.15 пунктиром показан контур вихревых токов наибольшей плотности. Магнитное поле вихревых токов изменяет свое направление с частотой тока возбуждения отличие ОТ постоянного магнитного в поля преобразователя, имеющего неизменное направление. Вследствие этого, по аналогии с магнитным взаимодействием, поверхностный слой объекта будет притягиваться – отталкиваться от источника постоянного поля. Колебания поверхностного магнитного слоя возбуждают распространяющиеся в объекте акустические волны.

Электродинамическое взаимодействие, как и два предыдущих, является обратимым и, таким образом, пригодным не только для возбуждения акустических волн, но и их преобразования в

электрический сигнал. Для такого преобразования обмотка, как и в случае использования для приема акустических волн обратных магнитострикционного и магнитного взаимодействий, должна быть переменного Достигающая отключена ОТ источника тока. поверхностного слоя акустическая волна вызывает его колебания. Здесь следует отметить, что постоянное магнитное поле является в значительной мере неоднородным, поэтому колебания поверхностного слоя электропроводящего объекта в таком поле вызывают изменение магнитного потока через этот слой и, как следствие, возникновение в нем эдс индукции и возбуждение вихревых токов. Магнитное поле индуцированных вихревых токов наводит эдс в обмотке.

В общем случае, когда материал объекта измерительного преобразования является как магнитным, так и электропроводящим, возбуждаемые ЭМА преобразователем акустические волны являются результатом всех трех видов взаимодействий, а эдс обмотки – суммой эдс, являющихся результатами также всех трех взаимодействий.

преобразования Достоинством ЭМА по сравнению С пьезоэлектрическим и магнитострикционным электроакустическими преобразованиями является возможность бесконтактного возбуждения акустических волн следствие, отсутствие И, как приема И необходимости использования контактной либо иммерсионной среды. Недостатком является малый коэффициент преобразования (как прямого, так и обратного) и, как следствие низкая чувствительность. Эффективность ЭМА преобразования уменьшается с увеличением зазора между преобразователем и объектом по экспоненциальному закону.

# 7.6.3. Термоакустическое измерительное преобразование

Термоакустическое измерительное преобразование основано на возбуждении акустических волн изменяющимися во времени термомеханическими напряжениями, возникающими в результате неравномерного нестационарного нагрева.

Объект измерительного преобразования можно нагревать бесконтактно (индукционный нагрев) и даже дистанционно (нагрев лучом лазера).

На рис. 7.16 иллюстрируется вариант нагрева металлического объекта с помощью импульсного лазера. Лазер (оптический квантовый генератор) – устройство, генерирующее когерентные электромагнитные волны узкой направленности. Импульсный лазер генерирует очень короткие импульсы оптического излучения большой интенсивности (длительность 30...50 нс; энергия импульса 1 Дж; мощность излучения



Рис. 7.16. Возбуждение акустических волн с использованием термоакустического измерительного преобразования: 1 – лазер; 2 – луч лазера; 3 – объект измерительного преобразования; 4 – зона нагрева; 5 – акустическая волна

порядка 50 МВт). Узконаправленное оптическое излучение лазера локальной области поверхности фокусируется объекта В преобразования. Это излучение частично отражается от поверхности, а частично поглощается ею. Для металлов глубина проникновения высокочастотного оптического излучения не превышает долей мкм. Вся энергия прошедшего излучения выделяется в очень малой области объекта, размеры которой определяются площадью светового пятна на поверхности объекта и глубиной проникновения излучения. Поэтому малая энергия оптического относительно импульса, но сконцентрированная в коротком промежутке времени и малом объеме вещества вызывает его локальный разогрев. Следствием нагрева локальной области объекта является объемное расширение этой области, сопровождаемое возникновением термоупругого механического напряжения и возбуждением распространяющихся в объекте акустических волн. Для обычно используемого диапазона интенсивностей оптического излучения, не вызывающего необратимых термических процессов в материале объекта (например, испарения вещества поверхности объекта), амплитуда возбуждаемых с акустических волн практически линейно возрастает с увеличением потока оптического излучения.

Прием акустических волн может также осуществляться дистанционно путем измерительного преобразования характеристик колебаний поверхности объекта акустических с использованием лазерного интерферометра. Однако ввиду низкой чувствительности и значительной сложности такого преобразования целесообразно в сочетании с термоакустическим преобразованием для возбуждения акустических волн использовать для их приема пьезоэлектрическое измерительное преобразование, а при невозможности

непосредственного контакта с объектом – электромагнитноакустическое.

#### 7.6.4. Возбуждение акустических волн за счет акустической эмиссии

Акустическая эмиссия заключается в возбуждении упругих волн в твердых телах в результате локальной динамической перестройки их структуры. Главные источники акустической эмиссии – процессы пластической деформации, связанные с появлением, движением и исчезновением дефектов кристаллической решетки, возникновением и развитием макро и микротрещин, а также фазовые превращения в твердом теле. Эмиссия проявляется в виде отдельных акустических импульсов.

В первом приближении процесс акустической эмиссии может быть объяснен следующим образом. При механическом нагружении объекта внутренние напряжения в нем распределены неравномерно. Это может быть результатом как конструктивных, так и структурных особенностей объекта. В некоторых областях твердого тела, и в частности содержащих разного рода дефекты кристаллической решетки, локальные напряжения достигают предельного значения, и происходит внутренних связей. результате происходит снятие разрыв В (релаксация) напряжения в этой области. Накопленная энергия выделяется за короткий промежуток времени (порядка 10<sup>-13</sup> с) и определенная ее доля излучается в виде упругого импульса – сигнала акустической эмиссии. Частота следования, амплитуда и форма акустических импульсов несут информацию 0 структурных особенностях объекта, наличии и параметрах дефектов.

Здесь следует отметить, что измерительные преобразования, основанные на использовании акустической эмиссии, относятся к числу пассивных, поскольку источником акустических волн при их реализации является сам объект измерительного преобразования, а не специальный источник, как в случае электроакустических преобразований.

# 7.7. Области применения измерительных преобразований в акустических полях

Ранее показано, что влияющими на характеристики акустических волн параметрами объекта, в котором эти волны распространяются, являются плотность и упругие свойства материала, структурные особенности, наличие неоднородностей, геометрические параметры, механические напряжения в объекте.



Рис. 7.17. Примеры использования измерительных преобразований в акустических полях: 1 – источник; 2 – приемник; 3 – совмещенный источник/приемник

4 – инородное включение (дефект)

В соответствии с этим основные области использования измерительных преобразований в акустических полях: обнаружение и измерение параметров инородных включений, дефектов, коррозионных поражений; измерение толщины листов, труб, сосудов, других геометрических параметров изделий; контроль структуры; контроль физико-механических свойств материалов; измерение внутренних механических напряжений и исследование кинетики разрушения.

На рис. 7.17 показан ряд примеров использования измерительных преобразований в акустических полях.

В варианте рис. 7.17а используется возбуждение акустических волн с одной поверхности объекта и их прием с противоположной после однократного прохождения через поверхности объект. Измерением времени прохождения волны (в этом случае применяется импульсное возбуждение) при известной скорости распространения можно определить толщину объекта, а при известной толщине – скорость распространения, являющуюся функцией плотности и упругих свойств материала. Измерением ослабления прошедшей волны на разных частотах при известной толщине объекта можно получить информацию структуре материала 0 (в частности размере кристаллических зерен).

При одностороннем доступе к объекту (рис.7.176) может быть использован вариант совмещения в одном преобразователе функций возбуждения акустических волн и приема отраженных волн от противоположной поверхности объекта. Этот вариант позволяет получить аналогичную информацию об объекте, что и в предыдущем случае. Отличие заключается в том, что в данном варианте преобразования акустическая волна проходит в объекте расстояние равное его двойной толщине. В случае непрерывного возбуждения акустических волн в варианте рис. 7.176 возможно получение информации об объекте (его толщине либо плотности и упругих свойствах материала) за счет определения частоты резонанса (частоты колебаний, обеспечивающей образование стоячей волны).

Наличие неоднородности (дефекта) вызывает изменение параметров как прошедшей волны (рис. 7.17*в*) так и отраженной (рис. 7.17*г*).

В случае если поперечный размер дефекта не превышают поперечного размера приемника (рис.7.17*в*), может быть получена информация о площади поперечного сечения дефекта путем измерения изменения потока энергии  $\Delta q$ , достигающего приемник акустической волны при наличии дефекта по сравнению с потоком энергии  $q_0$ , достигающем приемник при отсутствии дефекта:

$$q = \int_{S_0} q' \,\mathrm{d}S \approx q' S_0; \qquad \Delta q = \int_{S_d} q' \,\mathrm{d}S \approx q' S_d \,, \tag{7.13}$$

где  $S_0$  – площадь активной поверхности приемника;  $S_d$  – площадь поперечного сечения дефекта.

Если поперечный размер дефекта превышает соответствующий размер приемника, получение информации о размерах дефекта осуществляется путем перемещения (сканирования) акустического преобразователя в поперечном направлении (рис. 7.17г) и определения координат краев дефекта по наличию либо отсутствию отраженных от дефекта акустических волн. Информация о глубине расположения дефекта может быть получена путем измерения времени прохождения волны (при импульсном возбуждении) либо измерением частоты, обеспечивающей возбуждение стоячей волны В результате интерференции падающей и отраженной от дефекта волн (при непрерывном возбуждении).

В ряде случаев используется односторонний наклонный ввод акустических колебаний с поверхности объекта и прием отраженных колебаний от противоположной поверхности (рис. 7.17*д*). Наличие дефекта, как и в варианте рис. 7.17*в*, вызывает пропорциональное площади поперечного сечения дефекта изменение потока энергии акустической волны.

Наклонный ввод колебаний используется также и в совмещенном варианте источника и приемника акустических волн, размещаемых на поверхности объекта (рис.7.17*e*). При условии однородности структуры объекта отраженные от противоположной поверхности акустические волны на приемник не попадают. Наличие дефекта вызывает появление сигнала приемника, обусловленного отраженной от дефекта волной. Амплитуда сигнала функционально связана с площадью поперечного сечения дефекта.

При использовании наклонного ввода акустических волн и выполнении соответствующих условий (раздел 7.4) в объекте могут быть возбуждены поверхностные (рис. 7.17*ж*) и нормальные (рис. 7.173) волны. Измерение скорости распространения поверхностной волны, в значительной мере зависящей от механических напряжений, позволяет получить информацию о направлении и интенсивности этих напряжений. По ослаблению потока энергии поверхностной волны судят о наличии и параметрах поверхностных неоднородностей (дефектов).

Измерение зависящей от поперечного размера объекта скорости распространения нормальной волны позволяет получить информацию

об этом размере. Наличие дефекта вызывает изменение скорости и фазы колебаний нормальной волны, воспринимаемой приемником, что также может быть использовано для получения измерительной информации о параметрах дефекта.

#### Контрольные вопросы

7.1. Физическая сущность акустических волн. Виды упругих волн.

7.2. Какова связь скорости распространения акустических волн со свойствами среды? От каких еще факторов зависит скорость распространения акустических волн?

7.3. Чем определяется затухание акустических волн в среде? Поглощение и рассеяние акустических волн.

7.4. Как проявляются интерференция и дифракция акустических волн?

7.5. Какими факторами определяются отражение и преломление акустических волн?

7.6. Какого условие образования поверхностных волн?

7.7. Какого условие образования нормальных волн?

7.8. В чем отличие зеркального и диффузного отражений акустических волн?

7.9. Как осуществляется возбуждение и прием акустических волн с использованием пьезоэлектрического измерительного преобразования?

7.10. Как осуществляется возбуждение и прием акустических волн с использованием магнитострикционного измерительного преобразования?

7.11. Как осуществляется возбуждение и прием акустических волн с использованием электромагнитно-акустического измерительного преобразования?

7.12. Как осуществляется возбуждение акустических волн с использованием термоакустического измерительного преобразования?

7.13. Физическая сущность возбуждения акустических волн за счет акустической эмиссии.

7.14. Какого влияние структурных особенностей среды на характеристики акустических волн?

7.15. Для решения каких измерительных задач может быть использовано измерительное преобразование в акустических полях?

#### Задачи

7.1. Определить плотность потока энергии распространяющейся в воде акустической волны, имеющей цилиндрический фронт, на расстоянии  $r_2 = 80$  см от оси излучателя (рис. 7.26) если известно, что коэффициент затухания ультразвука в воде на частоте излучателя

 $\delta = 0, 6 \,\mathrm{m}^{-1}$ , а плотность потока энергии на расстоянии  $r_1 = 20 \,\mathrm{cm}$  от оси излучателя составляет  $q_1' = 2 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{Br/m^2}$ . Определить результирующий коэффициент ослабления интенсивности волны при преодолении расстояния от  $r_1$  до  $r_2$  вследствие проявления эффектов расширения фронта и затухания в среде.

#### Решение

Плотность потока энергии волны с цилиндрическим фронтом при отсутствии затухания в среде обратно пропорциональна расстоянию от оси излучателя. В соответствии с этим плотность потока энергии на расстоянии  $r_2$  без учета потерь в среде:

$$q'_{20} = q'_1 \frac{r_1}{r_2} = 2 \cdot 10^{-6} \frac{20 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-2}} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Br/m}^2.$$

Ослабление энергии акустической волны вследствие потерь в среде происходит по экспоненциальному закону. В соответствии с этим плотность потока энергии при прохождении волной расстояния  $z = r_2 - r_1$  дополнительно уменьшается в  $e^{2\delta z}$  раз. Таким образом, результирующее значение плотности потока на заданном расстоянии от излучателя составит:

$$q'_2 = q'_{20} \cdot e^{-2\delta z} = 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-2 \cdot 0,6 \cdot (80 - 20) \cdot 10^{-6}} = 0,243 \cdot 10^{-6} \text{ Bt/m}^2$$

Результирующий коэффициент ослабления интенсивности волны:

$$\frac{q_2'}{q_1'} = \frac{0,243 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0,122$$

7.2. Рассчитать значение первого критического угла при падении продольной акустической волны на плоскую границу раздела вода – твердое тело, если известно, что плотность материала твердого тела  $\rho = 4,3 \cdot 10^3 \text{ кг/m}^3$ ; модуль упругости  $E = 110 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ; коэффициент Пуассона  $\mu = 0,33$ .

#### Решение

Скорость акустической волны в воде согласно справочным данным  $V_{L1} = 1490 \text{ м/c}$ . Скорость продольной акустической волны в твердой среде с указанными свойствами:

$$V_{L2} = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}} = \sqrt{\frac{110\cdot10^9(1-0,33)}{4,3\cdot10^3(1+0,33)(1-2\cdot0,33)}} = 6157 \text{ m/c}.$$

Значение первого критического угла:

$$\alpha_{\rm kpl} = \arcsin\left(\frac{V_{L1}}{V_{L2}}\right) = \arcsin\left(\frac{1490}{6157}\right) = 14^{\circ}.$$

7.3. Определить толщину пластины  $h_1$  и глубину расположения дефекта  $h_2$  если известно, что при использовании источника и приемника акустических волн с углом ввода (вывода) акустических колебаний  $\beta = 35^{\circ}$  (рис. 7.18) расстояние между осями источника и приемника, обеспечивающее максимальный принимаемый отраженный сигнал от нижней поверхности пластины  $l_1 = 30$ мм, а расстояние, обеспечивающее максимальный принимаемый сигнал от дефекта  $l_2 = 20$ мм.



Рис. 7.18. Определение глубины дефекта с помощью акустических волн: 1 – источник; 2 – приемник; 3 – инородное включение (дефект)

#### Решение

Ввиду равенства углов падения и отражения треугольники  $a_1b_1c_1$  и  $a_2b_2c_2$  являются равнобедренными. Следовательно, толщина пластины, равная высоте треугольника  $a_1b_1c_1$  может быть определена следующим образом:

$$h_1 = \frac{l_1}{2 \operatorname{tg} \beta} = \frac{30}{2 \operatorname{tg} 30^\circ} = 21,4 \operatorname{MM}$$

Глубина расположения дефекта может быть найдена аналогичным образом, либо с использованием подобия треугольников  $a_1b_1c_1$  и  $a_2b_2c_2$ :

$$h_2 = h_1 \frac{l_2}{l_1} = 21, 4 \frac{20}{30} = 14, 3 \text{ MM}$$

## 8. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ТЕПЛОВЫХ ПОЛЯХ

Эти измерительные преобразования основаны на использовании тепловых процессов (нагрева, охлаждения, теплообмена) и зависимости основной характеристики этих процессов – температуры от свойств среды.

## 8.1. Температура. Температурные шкалы

Каждая частица нашей вселенной находится в движении. Температура – мера кинетической энергии колеблющихся частиц. Чем интенсивнее движение, тем выше температура частицы. Строго говоря, атомы и молекулы в заданном объеме материала двигаются с разной скоростью и соответственно на микроскопическом уровне находятся при разной температуре. Здесь и далее будем иметь в виду макроскопическую температуру, определяемую средней кинетической энергией большого числа движущихся частиц. Поскольку температура зависит от движения молекул, она тесно связана с давлением – силой, приложенной к молекулам на единице площади.

Когда различные объекты соприкасаются, атомы и молекулы, движущиеся в них, взаимодействуют друг с другом. Более того, каждый колеблющийся атом ведет себя как микроскопический передатчик, посылающий электромагнитное излучение в окружающее пространство. Все это способствует передаче тепла от теплых объектов к холодным.

Для измерения температуры используются термометры. Этот термин появился в литературе в 1624 году при описании стеклянного термометра, заполненного водой и имеющего шкалу с ценой деления 8 градусов.

Существует несколько температурных шкал. Первая нулевая температура была установлена в 1664 году Робертом Гуком в точке замерзания дистиллированной воды. В 1694 году итальянский ученый Карл Ренальди предложил использовать две точки: точку таяния льда и точку кипения воды, в качестве двух реперных точек на линейной температурной шкале, разбитой на 12 равных частей. В 1701 году английский физик Исак Ньютон также предложил использовать две фиксированные точки для задания температурной шкалы: температуру таяния льда и температуру подмышкой здорового человека. Эти же точки использовал в 1706 для своей шкалы датский изобретатель Даниэль Фаренгейт, приняв первую температуру за 0°F, а вторую за 96°F. Однако Фаренгейт не учитывал, что температура крови человека

зависит от национальности и других факторов и реально находится в пределах 97...100°F.

В настоящее время в научных и технических разработках применяют две шкалы: Цельсия и Кельвина. По шкале, предложенной в 1742 году Андреасом Цельсием, нуль – это точка таяния льда, а 100°С – температура кипения воды при нормальном давлении 760 мм ртутного столба. По шкале Кельвина (термодинамической шкале) нулевой точке соответствует температура, при которой кинетическая энергия всех движущихся частиц равна нулю (абсолютный нуль), а в качестве второй реперной точки берется тройная точка воды (0,01°С), соответствующая давлению 4,58 мм ртутного столба, при котором вода одновременно находится в трех состояниях: в виде пара, жидкости и льда. Существуют простые формулы для перевода значений одной шкалы в другую:

$$1^{\circ}C=1K; 1^{\circ}C=1,8^{\circ}F; \circ C=K-273,15^{\circ}; \circ F=32+1,8^{\circ}C.$$
 (8.1)

# 8.2. Основное уравнение теплового преобразования. Теплопередача. Механизмы теплопередачи

Основным уравнением измерительных преобразований в тепловых полях является уравнение теплового баланса, согласно которому подводимое к объекту количество теплоты  $Q_{\rm BH}$  равно сумме количества теплоты  $Q_{\rm p}$ , отдаваемой им в среду, и количества теплоты  $Q_{\rm c}$ , идущей на изменение его температуры:

$$Q_{\rm BH} = Q_{\rm p} + Q_{\rm c}$$
 . (8.2)

Для характеристики теплообмена часто используются величины теплового потока *q* и удельного теплового потока *q*'.

*Тепловой поток* – количество теплоты, переданное через изотермическую (одинаковой температуры) поверхность в единицу времени.

Удельный тепловой поток (плотность теплового потока) – тепловой поток через единицу поверхности.

Единицами измерения теплового и удельного теплового потоков являются соответственно Вт и Вт/м<sup>2</sup>. Связь этих величин определяется выражениями:

$$q = \iint_{S} q' \,\mathrm{d}S; \quad q' = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S} \quad , \tag{8.3}$$

где S – площадь поверхности, через которую определяется тепловой поток.

Уравнение теплового баланса для тепловых потоков записывается аналогично (8.2):

$$q_{\rm BH} = q_{\rm p} + q_{\rm c},$$
 (8.4)

где  $q_{\rm BH}$  — подводимый к объекту (вносимый) тепловой поток;  $q_{\rm p}$  — полный тепловой поток теплоотдачи (рассеивания);  $q_{\rm c}$  — тепловой поток изменения внутренней энергии (температуры тела).

Тепловая энергия может передаваться от объекта объекту тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением. В соответствии с этим полный тепловой поток теплоотдачи  $q_p$  равен сумме тепловых потоков теплопроводности  $q_{\rm T}$ , конвекции  $q_{\rm K}$  и излучения  $q_{\rm R}$ :

$$q_{\rm p} = q_{\rm T} + q_{\kappa} + q_{\rm I} \,.$$
 (8.5)



Рис. 8.1. Механизмы теплопередачи: теплопроводностью (*a*); конвекцией (*б*); излучением (*в*).

**Теплопроводность.** Теплообмен посредством теплопроводности происходит путем взаимодействия частиц, находящихся в непосредственном соприкосновении друг с другом и имеющих различную температуру (рис. 8.1*a*). Термически возбужденные частицы более теплой части тела совершают интенсивные колебательные движения и передают кинетическую энергию частицам более холодной части, которые при этом увеличивают интенсивность колебаний. В результате более нагретые частицы теряют тепло, а менее нагретые – поглощает его.

Распространение теплоты путем теплопроводности описывается законом Фурье:

$$q_{\rm T}' = -\lambda \frac{{\rm d}\theta}{{\rm d}l}, \qquad (8.6)$$

где  $q'_{\rm T}$  – удельный тепловой поток теплопроводности;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Bt/(м·K);  $\frac{d\theta}{dl}$  – градиент температуры.

Коэффициент теплопроводности зависит от природы и физического состояния вещества, а в анизотропных телах и от направления распространения теплоты. Для большинства веществ теплопроводность жидкой фазы примерно в 10 раз больше, чем теплопроводность газообразной фазы, а для твердого тела она значительно выше, чем для жидкости около точки плавления (за исключением жидких висмута, олова, теллура). В таблице 8.1 приведены значения теплопроводности и других теплофизических характеристик некоторых материалов.

Существенное влияние на теплопроводность могут оказывать внешние факторы, например ионизирующее излучение, механическое напряжение, магнитное поле.

Таблица 8.1.

Материал	Плотность р, кг/м <sup>3</sup>	Удельная	Коэффициент	Температуро-
		теплоемкость	теплопроводн.	проводность
		<i>с</i> , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	$a, 10^{-6} \text{ m}^2/\text{c}$
Воздух	1,2	-	0,07	-
Резина	1100	2010	0,130	0,059
Вода	1000	4193	0,586	0,140
Кирпич	1700	879	0,755	0,505
Стекло	2442	837	0,879	0,430
Бетон	2400	837	1,51	0,752
Титан	4500	522	21,9	9,32
Бронза	8800	420	52,0	14,1
Графит	2300	670	116	75,3
Медь	9000	406	365	100
Алмаз	3516	502	660	374

Теплофизические характеристики материалов

В газах перенос тепловой энергии по механизму теплопроводности происходит за счет столкновения молекул. Теплопроводность газов увеличивается с ростом давления (происходит уменьшение расстояний между молекулами) и удельной теплоемкости.

В жидкостях расстояние между молекулами по сравнению с газами существенно меньше и становится сравнимым с размерами самих молекул. В связи с этим перенос тепловой энергии за счет столкновения молекул происходит интенсивнее, чем в газах. Как правило, теплопроводность жидкостей убывает с ростом температуры и слабо возрастает с ростом давления.

Теплопроводность большинстве случаев твердых тел В обусловлена двумя механизмами: движением электронов проводимости (доминирует в металлах) и тепловыми колебаниями атомов решетки (определяет теплопроводность неметаллов). Соответственно лучшими проводниками являются металлы, ИХ теплопроводность a пропорциональна электрической проводимости.

Полный тепловой поток теплопроводности в некотором объекте, создаваемый разностью температур Δθ, прямо пропорционален разности температур и определяется зависимостью:

$$q_{\rm T} = \gamma_{\rm T} \ \Delta \theta \ , \tag{8.7}$$

где  $\gamma_{\rm T}$  – теплопроводность объекта (проводимость теплоотдачи путем теплопроводности), измеряемая в Вт/К.



Рис. 8.2. Тепловой поток теплопроводности в стержне.

Физический смысл величины  $\gamma_{\rm T}$  можно наглядно показать на примере теплового потока в теплопроводящем стержне длиной l и сечением S, установившемся за счет разности температур горячего  $\theta_1$  и холодного  $\theta_2$  концов стержня (рис. 8.2). В стационарном (установившемся) режиме при отсутствии других тепловых потоков градиент температуры постоянен по длине стержня:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}l} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} = -\frac{\Delta\theta}{l}.$$
(8.8)

Принимая допущение, что плотность теплового потока одинакова по всему сечению стержня, получаем путем интегрирования по формуле (8.3) и используя подстановку (8.8) в выражение (8.6):

$$q = \iint_{S} q' dS = \iint_{S} \lambda \frac{\Delta \theta}{l} dS = \lambda \frac{S}{l} \Delta \theta.$$
(8.9)

Анализ выражений (8.9) и (8.7) показывает, что при принятых допущениях для стержня

$$\gamma_{\rm T} = \lambda \frac{S}{l}.\tag{8.10}$$

Таким образом, аналогично электрической проводимости тепловая проводимость стержня пропорциональна площади поперечного сечения S и обратно пропорциональна его длине l. Аналогом удельной электрической проводимости материала при теплопередаче является коэффициент теплопроводности  $\lambda$ .

Очевидно, что установление температурного поля в стержне под действием разности температур на его концах происходит не мгновенно. Процесс распространения теплоты описывается *уравнением теплопроводности*, которое для нашего случая в первом приближении имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}l^2} \quad , \tag{8.11}$$

где  $\frac{d\theta}{dt}$  – скорость изменения температуры в некоторой точке; c –

удельная теплоемкость материала;  $\rho$  – плотность материала;  $\frac{d^2\theta}{dl^2}$  –

вторая производная функции  $\theta(l)$  распределения температуры вдоль стержня.

Величина  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ , характеризующая скорость выравнивания

температуры при нестационарной теплопроводности называется *температуропроводностью* и имеет единицу измерения м<sup>2</sup>/с. Как правило материалы с высокой теплопроводностью имеют и более высокую температуропроводность (табл. 8.1).

**Тепловая конвекция.** Теплообмен посредством конвекции (от латинского *convectio* – принесение, доставка) осуществляется за счет перемещения материальных частиц, имеющих разную температуру. Такой перенос теплоты потоками вещества может происходить в газах, жидкостях и сыпучих средах (рис. 8.16). Естественная (свободная) конвекция возникает в поле силы тяжести при неравномерном нагреве (нагреве снизу) текучих и сыпучих веществ. Нагретое вещество имеет меньшую плотность и за счет архимедовой силы выталкивания перемещается относительно менее нагретого вещества в направлении, противоположном направлению силы тяжести, что приводит к выравниванию температуры. При стационарном подводе теплоты к веществу в нем возникают стационарные конвекционные потоки. При вынужденной конвекции перемещение вещества происходит с помощью вентилятора, фена, насоса, миксера и других устройств.

Полный тепловой поток конвекции согласно уравнению Ньютона

$$q_{\kappa} = \gamma_{\kappa} \ \Delta \theta = \alpha_{\kappa} S_{\pi} \ \Delta \theta, \qquad (8.12)$$

где  $\gamma_{\kappa}$  – проводимость теплоотдачи путем конвекции, измеряемая в Вт/К;  $\Delta \theta$  – разность температур окружающей среды и тела;  $\alpha_{\kappa}$  – коэффициент конвективного теплообмена, Вт/(м<sup>2</sup>К);  $S_{\pi}$  – площадь поверхности тела.

Коэффициент конвективного теплообмена зависит от размеров тела, формы поверхности, теплопроводности, теплоемкости и вязкости взаимодействующей с телом среды, но главным образом от скорости v взаимного перемещения тела и среды. Можно ориентировочно принять, что  $\alpha_{\kappa}$  пропорционален  $v^{0,4}$ . В некоторой степени коэффициент конвективного теплообмена зависит и от разности температур (в первом приближении  $\alpha_{\kappa}$  пропорционален  $\sqrt[4]{\Delta\theta}$ ).

**Тепловое излучение.** Сущность теплообмена посредством излучения заключается в излучении телом электромагнитных волн определенной длины.

Как было отмечено ранее, атомы и молекулы вещества совершают колебательные движения. Средняя кинетическая энергия вибрирующих частиц связана с температурой тела. Атомы и молекулы содержат заряженные частицы, а по законам термодинамики движущийся электрический заряд порождает магнитное поле, которое, в свою очередь порождает электрическое и так далее. Таким образом, вибрирующие частицы являются источниками электромагнитных волн, подчиняющимися законам оптики и распространяющимися со скоростью света. Электромагнитные волны могут отражаться, фильтроваться, фокусироваться.

Согласно закону Планка, открытому в 1901 году, спектральная плотность потока теплового излучения (поток излучения в определенном диапазоне длины волны, приходящийся на единицу длины волны) определяется температурой тела. Результирующее тепловое излучение тела является результатом излучений огромного числа частиц, колеблющихся по-разному. Поэтому спектр теплового излучения является непрерывным. Однако согласно закону, открытому в 1911 году немецким ученым Вильгельмом Вином, наибольшая спектральная плотность излучения соответствует длине волны  $\lambda_m$ , определяемой по формуле:

$$\lambda_m = \frac{2898}{\theta} \text{MKM}, \qquad (8.13)$$

где  $\theta$  – абсолютная температура тела в К.

На рис. 8.3 показана спектральная плотность потока излучения  $q_{\lambda}$  для трех разных температур, полученная для идеального излучателя, окруженного бесконечным холодным пространством. Из рисунка видно,



Рис. 8.3. Зависимость спектрального распределения плотности потока теплового излучения от температуры.

что поток теплового излучения распределяется в спектральном диапазоне неравномерно, а его максимум с увеличением температуры смещается в коротковолновую область (в соответствии с законами Планка и Вина).

Поток тепловой энергии, излучаемой телом, описывается законом Стефана-Больцмана (установлен экспериментально австрийским физиком Й. Стефаном в 1879 году и выведен теоретически австрийским физиком Больцманом в 1884 году):

$$q_{\rm n} = S_{\rm n} \varepsilon \eta \theta^4, \qquad (8.14)$$

где  $S_{\pi}$  – площадь поверхности тела; є – коэффициент излучения;  $\eta = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Bt/}(\text{м}^2\text{K}^4)$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $\theta$  – абсолютная температура тела, К.

В то время как длина волны теплового излучения зависит от температуры, интенсивность излучения является функцией излучающей способности объекта (коэффициента излучения  $\varepsilon$ ), которая изменяется в диапазоне 0...1. Этот коэффициент равен отношению потока излучения, исходящего от поверхности, к потоку излучения от идеального излучателя при той же температуре. Другими физическими величинами, характеризующими процесс теплопередачи излучением, являются коэффициенты отражения  $\rho$ , пропускания  $\gamma$  и поглощения  $\xi$ . В условиях термодинамического равновесия коэффициенты излучения  $\varepsilon$  и поглощения  $\xi$  равны. Коэффициенты излучения  $\varepsilon$ , отражения  $\rho$  и пропускания  $\gamma$  связаны соотношением:

$$\varepsilon + \gamma + \rho = 1. \tag{8.15}$$

Для абсолютно черного тела (тела, полностью поглощающего падающий на него поток излучения)  $\varepsilon=1$ ;  $\gamma=0$  и  $\rho=0$ . На значение коэффициента излучения  $\varepsilon$  реального тела решающее значение оказывает цвет и состояние поверхности. Для зеркальных поверхностей  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\gamma \rightarrow 0$ , а  $\rho \rightarrow 1$ . Для непрозрачных тел  $\gamma \rightarrow 0$ , а  $\rho=1-\varepsilon$ .

Уравнение (8.14) определяет поток излучения, испускаемого телом, имеющим температуру  $\theta$ , в бесконечное пространство с температурой, равной абсолютному нулю. В реальности любое тело окружено другими телами, также излучающими тепловые потоки, воспринимаемыми первым телом. Для системы двух тел уравнение Стефана-Больцмана, описывающее результирующий поток теплообмена излучением  $q_{\pi 12}$ , принимает вид:

$$q_{n12} = S_{n12} \,\varepsilon_{np} \,\eta(\theta_1^4 - \theta_2^4), \qquad (8.16)$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – абсолютные температуры первого и второго тел ( $\theta_1 > \theta_2$ );  $S_{n12}$  – взаимная поверхность излучения тел;  $\varepsilon_{np}$  – приведенный коэффициент излучения системы двух тел.

Величина  $S_{n12}$  равна части площади поверхности одного тела, обращенной к другому телу, и излучающей тепловой поток, достигающий его поверхности:

$$S_{\rm m12} = S_1 \frac{q_{12}}{q_1} = S_2 \frac{q_{21}}{q_2} , \qquad (8.17)$$

где  $S_1$ ,  $S_2$  – площади поверхностей первого и второго тел;  $q_1$ ,  $q_2$  – тепловые потоки излучения первого и второго тел;  $q_{12}$  – часть теплового потока излучения первого тела, достигающая поверхности второго;  $q_{21}$  – часть теплового потока излучения второго тела, достигающая поверхности первого.

Взаимная поверхность излучения двух плоскопараллельных тел, квадрат расстояния между которыми меньше площадей их поверхностей, равна площади поверхности меньшего тела, обращенной к другому телу.

Величина  $\varepsilon_{np}$  в первом приближении может быть определена по формуле:

$$\varepsilon_{\rm np} = \frac{1}{\left[1 + \frac{q_{12}}{q_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + \frac{q_{21}}{q_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)\right]},$$
 (8.18)

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – коэффициенты излучения первого и второго тел

По аналогии с уравнениями Фурье и Ньютона для тепловых потоков теплопроводности и конвекции тепловой поток излучения системы двух тел

$$q_{\pi 12} = \gamma_{\pi} \Delta \theta = \alpha_{\pi} S_{\pi 12} \Delta \theta, \qquad (8.19)$$

где  $\gamma_{\pi}$  – проводимость теплоотдачи путем излучения, Вт/К;  $\Delta \theta$  – разность температур двух тел;  $\alpha_{\pi}$  – коэффициент теплообмена излучением, Вт/(м<sup>2</sup>К).

Коэффициент теплообмена излучением  $\alpha_{\pi}$  зависит от формы, взаиморасположения тел, состояния и цвета их поверхностей, но в очень сильной степени от температур взаимодействующих тел. Выражение для его определения может быть получено путем решения системы уравнений (8.16) и (8.19):

$$\alpha_{\pi} = \frac{\varepsilon_{\pi p} \eta(\theta_1^4 - \theta_2^4)}{\theta_1 - \theta_2}.$$
(8.20)

**Тепловой поток изменения внутренней энергии** при изменении температуры тела описывается выражением:

$$q_{\rm c} = \frac{\mathrm{d}Q_c}{\mathrm{d}t} = c \, m \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \,, \qquad (8.21)$$

где  $Q_c$  – количество теплоты, поглощаемое телом при нагреве до температуры  $\theta$ ; c – удельная теплоемкость материала; m – масса тела;  $\frac{d\theta}{dt}$  – скорость изменения температуры.

Наличие теплового потока  $q_c$ , как будет показано ниже, обуславливает инерционность изменения температуры тела при изменении температуры окружающей среды либо изменении теплового потока  $q_{\rm BH}$ , подводимого к телу.



Рис. 8.4. Тепловой преобразователь в исследуемой среде:

1 – тепловой преобразователь; 2 – исследуемая среда;

3 – окружающая среда; 4 – стенки

# 8.3. Решение уравнения теплового преобразования для случая взаимодействия среда – тепловой преобразователь

На рис. 8.4 в качестве примера теплового преобразования показан достаточно распространенный случай измерения температуры  $\theta_c$  исследуемой среды.

Уравнение теплового баланса в общем случае, когда к тепловому преобразователю подводится энергия от внешнего источника, имеют место все виды теплообмена в условиях изменяющейся температуры теплового преобразователя, имеет вид:

$$q_{\rm BH} = q_{\rm TTI} + q_{\rm TC} + q_{\rm K} + q_{\rm I} + q_{\rm c}, \qquad (8.22)$$

где  $q_{\rm BH}$  — вносимый внешним источником энергии тепловой поток;  $q_{\rm c}$  — тепловой поток изменения внутренней энергии (температуры) преобразователя;  $q_{\rm TR}$  — тепловой поток теплопроводности в окружающую среду через элементы крепления и подключения преобразователя;  $q_{\rm Tc}$  — тепловой поток теплопроводности в исследуемую среду;  $q_{\rm K}$  — тепловой поток конвекции в исследуемую среду;  $q_{\rm J}$  — тепловой поток конвекции в исследуемую среду;  $q_{\rm J}$  — тепловой поток конвекции в исследуемую среду; находится исследуемая среда.

Используя выражения (8.7), (8.12), (8.19), (8.21) для соответствующих тепловых потоков и подставляя их в (8.22) получаем:

$$q_{\rm BH} = \gamma_{\rm TT}(\theta_{\rm T} - \theta_{\rm o}) + \gamma_{\rm TC}(\theta_{\rm T} - \theta_{\rm c}) + \gamma_{\rm K}(\theta_{\rm T} - \theta_{\rm c}) + \gamma_{\rm T}(\theta_{\rm T} - \theta_{\rm cT}) + c\,m\frac{{\rm d}\theta_{\rm T}}{{\rm d}t}, \ (8.23)$$

где  $\gamma_{\tau\pi}$  – проводимость теплообмена с окружающей средой путем теплопроводности;  $\gamma_{\tau c}$  – проводимость теплообмена с исследуемой средой путем теплопроводности;  $\gamma_{\kappa}$  – проводимость теплообмена с исследуемой средой путем конвекции;  $\gamma_{\pi}$  – проводимость теплообмена с о стенками путем излучения;  $\theta_{\pi}$  – температура преобразователя;  $\theta_{c}$  – температура исследуемой среды;  $\theta_{o}$  – температура окружающей среды;  $\theta_{c\tau}$  – температура стенок.

Анализ уравнения (8.23) показывает, что температура теплового преобразователя в общем случае, даже в условиях термодинамического равновесия (после окончания переходных процессов), определяется не только температурой исследуемой среды, но в определенной мере температурой окружающей среды, стенок, а также значениями тепловых проводимостей  $\gamma_{\text{тп}}$ ,  $\gamma_{\text{тс}}$ ,  $\gamma_{\kappa}$ ,  $\gamma_{\pi}$ . Поэтому для измерения температуры среды следует обеспечить минимально возможные значения паразитных тепловых потоков. В нашем случае это возможно за счет уменьшения тепловых проводимостей утп и ул, а также приближения температуры окружающей среды и стенок к температуре преобразователя. С другой стороны, используя известные зависимости тепловых проводимостей от свойств участвующих в теплообмене объектов, на основе теплового преобразования может быть получена информация о свойствах этих объектов. Очевидно, что для получении информации о каком-либо параметре (свойстве объекта) остальные влияющие параметры должны поддерживаться неизменными. Здесь следует отметить, что получение измерительной информации возможно не только при непосредственном контакте преобразователя и объекта измерения за счет использования теплообмена теплопроводностью и

конвекцией, но и при отсутствии непосредственного контакта и даже промежуточной среды за счет использования теплового излучения.

### 8.4. Инерционность теплового преобразования

Помещенный в исследуемую среду тепловой преобразователь (термометр) не может мгновенно изменить свою температуру вследствие инерционности теплового преобразования. Инерционность может проявляться и при быстром изменении температуры исследуемой среды.

Для упрощения анализа факторов, влияющих на инерционность теплового преобразования, используем некоторые допущения, не оказывающие принципиального значения в общей картине рассматриваемого явления. Будем считать, что вносимый тепловой поток  $q_{\rm BH}$ , тепловой поток теплопроводности в окружающую среду через элементы крепления и подключения преобразователя  $q_{\rm TR}$ , а также тепловой поток теплообмена излучением со стенками, внутри которых находится исследуемая среда  $q_{\rm T}$  пренебрежимо малы. В этом случае уравнение (8.23) принимает вид

$$\gamma_{\rm rc}(\theta_{\rm n}-\theta_{\rm c})+\gamma_{\rm \kappa}(\theta_{\rm n}-\theta_{\rm c})+c\,m\frac{{\rm d}\,\theta_{\rm n}}{{\rm d}\,t}=0\,. \tag{8.24}$$

Решая полученное уравнение относительно температуры исследуемой среды, получаем

$$\theta_{\rm c} = \theta_{\rm m} + \frac{c\,m}{\gamma_{\rm rc} + \gamma_{\rm \kappa}} \frac{{\rm d}\,\theta_{\rm m}}{{\rm d}\,t} \,. \tag{8.25}$$

Анализ полученного выражения показывает, что в динамическом режиме при изменении температуры исследуемой среды температура теплового преобразователя отличается от измеряемой температуры среды, что может быть источником погрешности измерения. Тепловой преобразователь является апериодическим преобразователем, постоянная времени которого

$$\tau = \frac{c\,m}{\gamma_{\rm rc} + \gamma_{\rm K}}\,.\tag{8.26}$$

Следовательно, переходный процесс при скачкообразном изменении температуры исследуемой среды на величину  $\pm \Delta \theta_c$  описывается уравнением

$$\theta_{\Pi}(t) = \theta_{\Pi H} \pm \Delta \theta_{c} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right], \qquad (8.27)$$

где  $\theta_{nh}$  – начальная температура преобразователя.



# Рис. 8.5. Вид переходного процесса изменения температуры преобразователя при скачкообразном изменении температуры исследуемой среды

Таким образом, переходной процесс изменения температуры имеет экспоненциальный характер (рис. 8.5), а длительность переходного процесса равна (3...5)т.

Следует отметить, что начальный участок реального теплового процесса, называемый *дорегулярным режимом*, отличается от описываемого уравнением (8.27), что обусловлено перераспределением температур в толще самого преобразователя. Однако для приближенных расчетов можно принять, что весь тепловой переходный процесс протекает в регулярном режиме и описывается уравнением (8.27).

Постоянная времени т теплового преобразователя (переходного процесса) прямопропорциональна теплоемкости преобразователя ст и обратно пропорциональна суммарной тепловой проводимости между преобразователем и исследуемой средой. Основные меры уменьшения инерционности контактного теплового преобразования: уменьшение преобразователя, массы использование материала высокой С теплопроводностью, увеличение площади контактной поверхности, увеличение скорости перемещения исследуемой среды (при использовании конвекции).

Тепловая инерция преобразователя должна учитываться во избежание погрешности измерения температуры исследуемой среды, но может быть использована для определения ее свойств. Для этого производится измерение постоянной времени переходного процесса, а далее – определение с использованием уравнения (8.26) значения

тепловой проводимости между преобразователем и средой, функционально связанной со свойствами среды (раздел 8.2).

### 8.5. Источники нагрева

Для создания теплового поля, воздействующего на объект, используются как естественные, так и искусственные источники нагрева. Искусственные источники можно условно разделить на стационарные и кратковременные (импульсные).

Стационарный нагрев можно осуществлять с помощью горячих газов или жидкостей, источников оптического излучения инфракрасного (теплового) диапазона, пропусканием электрического тока через сам объект либо специальные тепловые элементы (спирали, тэны), индукционными источниками.

При кратковременном нагреве используются высокоинтенсивные источники тепла. Такой нагрев можно осуществить бомбардировкой электронным пучком в вакууме, плазменной струей, фокусировкой инфракрасного или видимого излучения, лучом лазера, горячими газами, индукционными источниками.

# 8.6. Преобразование температуры в электрический сигнал

Преобразование температуры в электрический сигнал осуществляется на основе термоэлектрического и терморезистивного измерительных преобразований, использования полупроводникового *p*-*n* перехода, а также пироэлектрического измерительного преобразования, описанного ранее в разделе 3.4.

Все названные выше измерительные преобразования используются не только для контактного, но и бесконтактного измерения температуры. Для направления и фокусировки теплового излучения применяются волоконные световоды и фокусирующие системы, более подробная информация о которых представлена в разделе 9.3.

### 8.6.1. Термоэлектрическое измерительное преобразование

Термоэлектрическое измерительное преобразование основано на использовании *термоэлектрического эффекта*, сущность которого заключается в возникновении термо-эдс в цепи, состоящей из двух разнородных проводников или полупроводников (термоэлектродов) при различных температурах их спаев.


Рис. 8.6. Термоэлектрическая цепь

Термоэлектрическое измерительное преобразование основано на использовании *термоэлектрического эффекта*, сущность которого заключается в возникновении термо-эдс в цепи, состоящей из двух разнородных проводников или полупроводников (термоэлектродов) при различных температурах их спаев.

Возникновение термо-эдс  $e_{\theta}$  в замкнутой электрической цепи из двух проводников *a* и *b* (рис. 8.6) при различных температурах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  их соединений (спаев) объясняется суммарным действием двух термоэлектрических эффектов: явления Томсона и явления Зеебека.



Рис. 8.7. Возникновение в проводнике эдс Томсона при разной температуре его концов: θ<sub>1</sub> < θ<sub>2</sub>

Явление, открытое в 1856 году английским физиком У. Томсоном, заключается в установлении на концах проводника, имеющего температурный градиент (рис. 8.7), некоторой разности потенциалов  $e_{\rm T}(\Delta\theta)$ . Для случая однородного проводника величина эдс  $e_{\rm T}(\Delta\theta)$  прямопропорциональна разности температур  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ :

$$e_{_{\mathrm{T}}}(\Delta\theta) = \psi_{_{\mathrm{T}}} \,\Delta\theta, \qquad (8.28)$$

где  $\psi_{\rm T}$  – коэффициент Томсона для данного материала проводника.

Причиной возникновения эдс Томсона является диффузия электронов от более нагретого конца к холодному.



Рис. 8.8. Возникновение эдс Зеебека в месте контакта двух разнородных проводников:  $n_{ab} < n_{ba}$ 

Сущность явления, открытого в 1821 году немецким физиком Т. Зеебеком, заключается в возникновении в месте контакта двух разнородных проводников (рис. 8.8) эдс  $e_3(\theta)$ , являющейся функцией температуры контакта  $\theta$ . В первом приближении контактная эдс Зеебека прямопропорциональна температуре контакта:

$$e_{_{3}}(\theta) = \psi_{_{3}} \theta, \qquad (8.29)$$

где  $\psi_3$  – коэффициент, зависящий от сочетания контактирующих материалов.

В малом диапазоне изменения температуры можно считать, что  $\psi_3$  практически не зависит от температуры. В широком же диапазоне изменения температуры следует учитывать некоторую нелинейность зависимости (8.29).

Возникновение контактной эдс объясняется различной энергией выхода электронов для различных материалов. В случае если энергия выхода электронов из материала проводника a больше энергии выхода электронов из материала проводника b, число электронов  $n_{ab}$ , перешедших из a в b, будет меньше числа электронов  $n_{ba}$ , перешедших из b в a. В результате проводник a приобретет отрицательный потенциал относительно проводника b.

Впервые эффект появления эдс при контакте разнородных металлов был открыт в 1792 году итальянским физиком А. Вольта. Ряд металлов, в котором впереди стоящий приобретает положительный потенциал по отношению к последующему, получил название ряда Вольта:

(+) Al Zn Sn Cd Pb Sb Bi Hg Fe Сталь Cu Ag Au V Pt Pd (-). (8.30)

Суммарная термо-эдс в электрической цепи рис. 8.6 равна сумме всех возникающих в ней эдс:

$$e_{\theta} = e_{\rm Tb} \left( \Delta \theta \right) - e_{\rm Ta} \left( \Delta \theta \right) + e_{\rm s} \left( \theta_2 \right) - e_{\rm s} \left( \theta_1 \right), \tag{8.31}$$

где  $e_{ta}(\Delta \theta)$  и  $e_{tb}(\Delta \theta)$  – эдс Томсона, возникающие соответственно в проводниках *a* и *b*;  $e_3(\theta_1)$  и  $e_3(\Delta \theta_2)$  – эдс Зеебека, возникающие соответственно в первом и втором спаях. Знаки слагаемых учитывают различные направления эдс.

При малых разностях температур спаев можно принять, что термо-эдс *е*<sub>0</sub> прямопропорциональна разности температур:

$$e_{\theta} = k \Delta \theta, \qquad (8.32)$$

где *k* – коэффициент термо-эдс (удельная термо-эдс), различный для разных сочетаний металлов.

В широком диапазоне разностей температур коэффициент термоэдс описывается уравнением второго порядка:

$$k = k_0 + k_1 \Delta \theta + k_2 (\Delta \theta)^2, \qquad (8.33)$$

где  $k_0, k_1, k_2$  – коэффициенты, зависящие от сочетания контактирующих металлов.

В таблице 8.2 приведены ориентировочные значения коэффициента термо-эдс для некоторых металлов по отношению к свинцу.

Таблица 8.2

Материал	<i>k</i> , мкВ/К	Материал	<i>k</i> , мкВ/К
Сурьма	+43	Олово	-0,2
Железо	+15	Алюминий	-0,4
Вольфрам	+3,6	Платина	-4,4
Медь	+3,2	Натрий	-6,5
Цинк	+3,1	Никель	-20,8
Золото	+2,9	Константан	-38
Свинец	0,0	Висмут	-68,0

Значения *k* для ряда металлов по отношению к Pb

Термоэлектрическое измерительное преобразование может быть использовано не только для преобразования температуры в электрический сигнал, но и для получения информации о химическом составе контактирующих металлов (в этом случае должна быть известна разность температур спаев).

Включение в электрическую цепь рис. 8.6 дополнительных проводников при условии равенства температур их концов не вызывает изменения суммарной термо-эдс *e*<sub>0</sub>. Это дает возможность включения в

электрическую цепь измерителя эдс без внесения искажения получаемой измерительной информации.

Термоэлектрическое измерительное преобразование является обратимым в том смысле, что если через электрическую цепь из двух разнородных проводников или полупроводников пропустить электрический ток, то тепло будет выделяться в одном спае и поглощаться в другом. Это явление открыто в 1834 году французским физиком Ж. Пельтье и носит его имя.

Количество выделяемой либо поглощаемой теплоты  $Q_n$  прямо пропорционально силе протекающего тока *I*:

$$Q_{\rm n} = PI \,, \tag{8.34}$$

где P – коэффициент Пельтье, равный  $P = \theta \Delta \alpha$ . Здесь  $\theta$  – абсолютная температура;  $\Delta \alpha$  – разность термоэлектрических коэффициентов проводников.

Эффект Пельтье объясняется тем, что средняя энергия носителей тока в разных проводниках различна. При переходе из одного проводника в другой электроны либо передают избыточную энергию атомам, либо пополняют недостаток энергии. В первом случае вблизи контакта выделяется, а во втором случае поглощается теплота (*mennoma Пельтье*). В частности энергия свободных электронов полупроводника значительно выше энергии свободных электронов металла. Поэтому при переходе электронов из полупроводника в металл электроны отдают свою избыточную энергию и спай нагревается. При противоположном направлении тока из металла в полупроводник требуемая для такого перехода энергия пополняется за счет энергии тепловых колебаний решетки и спай охлаждается. Исходным источником энергии в обоих случаях является источник электрического тока.

## 8.6.2. Терморезистивное измерительное преобразование

Терморезистивное измерительное преобразование основано на зависимости электрического сопротивления проводников и полупроводников от температуры.

Как было показано в разделе 2.2, электрическое сопротивление проводников при нагреве увеличивается, а полупроводников уменьшается.

В узком температурном диапазоне зависимость удельного электрического сопротивления проводников от температуры близка к линейной:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \alpha_c (\theta - \theta_0) \right], \tag{8.35}$$

где  $\rho$  – удельное электрическое сопротивление проводника при температуре  $\theta$ ;  $\rho_0$  – удельное электрическое сопротивление проводника при температуре  $\theta_0$ ;  $\alpha_c$  – температурный коэффициент сопротивления (ТКС).

В таблице 2.1 приведены значения удельного электрического сопротивления ρ при 0°С и температурного коэффициента сопротивления α<sub>c</sub> для некоторых материалов.



Рис. 8.9. Зависимость удельного электрического сопротивления вольфрама от температуры (сплошная линия) и аппроксимация ее линейной зависимостью (пунктирная линия).

В широком диапазоне температур зависимость удельного электрического сопротивления от температуры носит нелинейный характер. На рис. 8.9 показана зависимость ρ(θ) вольфрама для диапазона температур 0...3600°С. Аппроксимация этой зависимости линейной функцией (показана на рисунке пунктирной линией) дает в относительную указанном интервале температур погрешность, достигающую 10%. Поэтому для измерительных преобразований, высокой аппроксимация требующих точности, используется температурной зависимости удельного электрического сопротивления полиномом третьего порядка вида:

$$\rho = \rho_0 \Big[ 1 + a (\theta - \theta_0) + b (\theta - \theta_0)^2 + c (\theta - \theta_0)^3 \Big], \qquad (8.36)$$

где *a*, *b*, *c* – коэффициенты, определяемые химическим составом материала.



Рис. 8.10. Зависимость электрического сопротивления резисторов из полупроводника (сплошная линия) и платины (пунктирная линия) от температуры.

Зависимость удельного электрического сопротивления полупроводников от температуры имеет ярко выраженный нелинейный характер. На рис. 8.10 показана типовая зависимость электрического полупроводникового резистора (термистора) сопротивления OT температуры  $R(\theta)$ , а для сравнения приведена аналогичная зависимость для металла (платины). Анализ этих зависимостей показывает, что сопротивление термистора значительно чувствительнее к изменению температуры, но характеризуется гораздо большей нелинейностью зависимости  $R(\theta)$  по сравнению с резистором из платины.

Зависимость сопротивления полупроводника от температуры можно аппроксимировать различными функциями, но наибольшее распространение получило экспоненциальное выражение:

$$R = R_0 \left[ \exp\beta \left( \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_0} \right) \right], \qquad (8.37)$$

где  $R_0$  – сопротивление полупроводникового резистора при температуре  $\theta_0$ , K; R – сопротивление полупроводникового резистора при температуре  $\theta$ , K;

β – температурный коэффициент, определяемый материалом полупроводника и имеющий размерность К.

Величину  $\beta$  в узком диапазоне температур считают постоянной и не зависящей от изменения температуры (для приведенного на рис. 8.10 примера  $\beta$ =4000 K). В широком диапазоне температур зависимость  $\beta$  от температуры аппроксимируют полиномами второй и третьей степени.

Достоинство полупроводниковых терморезисторов по сравнению с металлическими – высокая чувствительность. Недостатки заключаются в значительной нелинейности функции преобразования  $R(\theta)$ , ее сильной зависимости от химического состава материала, что обуславливает большой разброс характеристик даже для терморезисторов одного типа.

## 8.6.3. Измерительное преобразование температуры в электрический сигнал на основе использования полупроводникового *p-n* перехода

Высокую чувствительность полупроводниковых преобразователей температуры в электрический сигнал при высокой линейности преобразования, соизмеримой с характеристиками термопар металлических терморезисторов, можно обеспечить за счет И качестве термоэлектрического преобразователя использования В полупроводникового *р*-*n* перехода.

Электронно-дырочный переход (*p*-*n* переход) – область полупроводника, в которой имеет место пространственное изменение типа проводимости от электронной *n* к дырочной *p*. Электроннодырочный переход может быть создан различными путями, например, в



Рис. 8.11. Схема *p* − *n* перехода (*a*) и его вольтамперная характеристика (*б*): • − электрон; • − дырка

объеме одного и того же полупроводника, легированного в одной части донорной примесью (*p*-область), а в другой акцепторной (*n* -область).

Так как в *p*-области концентрация дырок гораздо выше, чем в *n*области, дырки из *p*-области стремятся диффундировать в *n*-область, а электроны – в *p*-область (рис.8.11*a*). В результате такого перехода зарядов контактное возникает электрическое поле, противодействующее дальнейшей диффузии электронов и дырок. Разность потенциалов, возникающая между областями из-за наличия контактного поля и называемая контактной разностью потенциалов, составляет обычно десятые доли вольта. Если приложить к p-nэлектрическое поле, направление переходу внешнее которого противоположно контактному (прямое смещение, положительный р-области) то через переход потечет потенциал приложен к электрический ток (прямой ток I<sub>пр</sub>). Если приложить к *p-n* переходу внешнее электрическое поле, направление которого совпадает с контактным (обратное смещение, положительный потенциал приложен к п-области), то это приведет к повышению потенциального барьера. Ток через переход (обратный ток I<sub>об</sub>) будет пренебрежимо мал (примерно в  $10^5 - 10^6$  раз меньше прямого тока), а его значение практически не зависит от приложенного напряжения. На рис. 8.116 приведена вольтамперная характеристика *p*-*n* перехода – зависимость через переход электрического тока І от протекающего силы приложенного к переходу напряжения U. Область положительных значений напряжения U соответствует прямому смещению перехода.

Значение напряжения  $U_{\rm np}$ , приложенного к смещенному в прямом направлении переходу при некотором фиксированном прямом токе  $I_{\rm np}$ (рис. 8.11*б*) зависит от температуры перехода  $\theta$  и с ее увеличением уменьшается. В достаточно широком диапазоне температур можно принять, что изменение напряжения на переходе  $\Delta U_{\rm np}$  прямо пропорционально изменению температуры  $\Delta \theta$ :

$$\Delta U_{\rm np} = k_{\rm r} \,\Delta \theta \,, \tag{8.38}$$

где  $k_{\rm T}$  – температурный коэффициент, В/°С.

Величина  $k_{\rm T}$  является отрицательной, зависит от типа полупроводника, а ее ориентировочное значение составляет приблизительно – 2,5 мВ/°С.

Достоинствами термоэлектрического преобразователя на основе p-n перехода являются более высокая чувствительность по сравнению с термопарой и терморезистором, отсутствие необходимости в отличие от термопары знать при измерении температуру опорного спая. При этом



Рис. 8.12. Сравнение линейности функциональных зависимостей выходного сигнала от температуры для термоэлектрического преобразователя на основе *p*-*n* перехода (1), термопары (2), платинового терморезистора (3).

быть обеспечена линейность может приемлемая функции преобразования, соизмеримая характеристиками термопар с И металлических терморезисторов (рис. 8.12). В качестве недостатка относительно малый отметить диапазон измеряемых следует температур (обычно -50...+150 °C). Для термопар и металлических терморезисторов этот диапазон составляет -200...+2500 °C.

## 8.7. Основные области применения измерительных преобразований в тепловых полях

Тепловые преобразователи используются, прежде всего, для контактного и бесконтактного измерения температуры, являющейся важным параметром при протекании климатических, металлургических, химических и других процессов. Но также тепловые преобразователи широко используются для преобразования таких величин, как тепловой поток, скорость потока жидкости или газа, расход, химический состав, давление газов, влажность и т. п.

Тепловое поле поверхности объекта является источником информации об особенностях процесса теплопередачи, которые в свою очередь зависят от внутренней структуры объекта и, в частности, наличия внутренних и наружных дефектов.

Ha 8.13 иллюстрируется применение рис. теплового преобразования для получения информации о качестве соединения двух стержней из различного материала. Если создать в таком составном объекте тепловой поток теплопроводности за счет разной температуры условиях термодинамического равновесия концов, то В после завершения тепловых переходных процессов распределение температур вдоль стержней будет иметь вид, показанный на рисунке. Наклон зависимости  $\theta(x)$  для каждого из стержней определяется удельной теплопроводностью материала. В случае идеального контакта стержней на их границе какого-либо скачка температуры не происходит. В возможного наличия реальном же случае ввиду неплотности соединения (дефект клеевого либо сварного соединения, показанный на рисунке в увеличенном виде) наблюдается скачок температуры  $\Delta \theta$ , обусловленный наличием переходного теплового сопротивления и характеризующий качество соединения.



Рис. 8.13. Температурный профиль объекта, состоящего из соединенных между собой стержней из разнородных материалов.

Ha рис. 8.14 иллюстрируется применение теплового преобразования для измерения скорости газового потока. Получение измерительной информации основано на зависимости проводимости теплопередачи конвекцией ОТ скорости перемещения среды. Терморезистивный преобразователь температуры помещают В исследуемую среду и пропускают через него электрический ток.

В стационарном режиме имеет место равенство теплового потока, подводимого к терморезистору от источника электрического тока, и теплового потока конвекции:  $q_{\rm BH} = q_{\kappa}$ .



Тепловой поток  $q_{\rm BH}$  определяется величинами тока I и электрического сопротивления терморезистора R:  $q_{\rm BH} = I^2 R$ , а тепловой поток  $q_{\kappa}$  согласно (8.12) является функцией тепловой проводимости конвекцией  $\gamma_{\kappa}$  и разности температур преобразователя  $\theta_{\rm n}$  и среды  $\theta_{\rm c}$ :  $q_{\kappa} = \gamma_{\kappa} (\theta_{\rm n} - \theta_{\rm c})$ . Путем элементарных преобразований получаем:

$$\theta_{\rm n} = \theta_{\rm c} + \frac{I^2 R}{\gamma_{\rm r}} \,. \tag{8.39}$$

Таким образом, при неизменной температуре газового потока и постоянной подводимой к термопреобразователю мощности, его температура является функцией тепловой проводимости  $\gamma_{\kappa}$  и соответственно скорости газового потока.

На рис. 8.15 показано использование теплового преобразования



Рис. 8.15. Определение химического состава и структурного состояния материала металлического объекта на основе измерения термо-эдс: 1 – холодный электрод; 2 – горячий электрод; 3 – исследуемый объект;

4 – измеритель эдс (вольтметр).

для определения химического состава и структурного состояния металла. Получение информации в данном случае основано на зависимости термо-эдс в электрической цепи из разнородных металлов от химического состава контактирующих материалов.

На исследуемый металл устанавливаются два одинаковых электрода. Один из электродов нагревается электрической спиралью. При этом поддерживается постоянной разность температур холодного и горячего электродов. В этом случае согласно (8.32) возникающая в электрической цепи эдс будет определяться химическим составом и структурным состоянием контактирующего с электродами исследуемого металлического объекта.

## Контрольные вопросы

8.1. Какие тепловые процессы описывает уравнение теплового баланса?

8.2. Какие бывают виды теплообмена?

8.3. В чем заключается сущность теплообмена за счет теплопроводности? Зависимость проводимости теплоотдачи путем теплопроводности от свойств среды.

8.4. В чем заключается сущность теплообмена за счет конвекции? Зависимость проводимости теплоотдачи путем конвекции от свойств среды.

8.5. В чем заключается сущность теплообмена за счет излучения? Зависимость проводимости теплоотдачи путем излучения от свойств объектов.

8.6. В чем причина инерционности теплового преобразования? Какие факторы влияют на постоянную времени теплового переходного процесса?

8.7. Какие источники нагрева используются для тепловых преобразований?

8.8. В чем заключается сущность термоэлектрического преобразования температуры в электрический сигнал?

8.9. В чем заключается сущность терморезистивного преобразования температуры в электрический сигнал?

8.10. В чем заключается сущность пироэлектрического преобразования температуры в электрический сигнал?

8.11. В чем заключается сущность преобразования температуры в электрический сигнал на основе использования полупроводникового *p-n* перехода?

8.12. Для решения каких измерительных задач может быть использовано измерительное преобразование в тепловых полях?

#### Задачи

8.1. Определить температуры двух точек поверхности титанового стержня сечением  $S = 25 \text{ мм}^2$ , отстоящих друг от друга на расстоянии l = 80 мм, если известно, что температура точки поверхности стержня, находящейся посредине между этими точками  $\theta_0 = 100 \text{ °C}$ , а тепловой поток теплопроводности q = 1 Br. При решении задачи принять, что теплообмен носит установившийся характер и прочие тепловые потоки кроме потока теплопроводности отсутствуют, а коэффициент теплопроводности титана на рассматриваемом участке стержня при заданной температуре  $\lambda = 21,9 \text{ Br}/(\text{м}\cdot\text{K})$ .

#### Решение

Согласно уравнению Фурье удельный тепловой поток теплопроводности

$$q_{\rm T}' = -\lambda \frac{{\rm d}\theta}{{\rm d}l}$$

Градиент температуры  $\frac{d\theta}{dl}$  может быть определен из этого

уравнения:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}l} = -\frac{q_{\mathrm{T}}'}{\lambda} = -\frac{q_{\mathrm{T}}}{S\,\lambda} = -\frac{2}{25\cdot 10^{-6}\cdot 21,9} = -1826\,\mathrm{K/M}\,.$$

Разность температур в стационарном режиме теплообмена:

$$\Delta \theta = \frac{d\theta}{dl} l = -1826 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = -146 \text{ K} = -146 \text{ }^{\circ}\text{C} .$$

Поскольку точка, в которой известна температура находится посредине рассматриваемого участка стержня, то для стационарного режима теплообмена температуры точек на краях этого участка:

$$\theta_1 = \theta_0 + \frac{\Delta \theta}{2} = 100 + \frac{146}{2} = 173 \text{°C}; \quad \theta_2 = \theta_0 + \frac{\Delta \theta}{2} = 100 - \frac{146}{2} = 27 \text{°C}.$$

8.2. Определить постоянную времени  $\tau$  изменения температуры теплового преобразователя, помещенного в исследуемую среду если известно, что его начальная температура составляла  $\theta_0 = 20$  °C, а температуры в моменты времени  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с после начала

переходного температурного процесса составляли  $\theta_1 = 43.8$  °C и  $\theta_2 = 65.3$  °C.

#### Решение

Следует обратить внимание на то, что временные отрезки переходного процесса  $t_1$  и  $t_2$  отличаются в два раза. В этом случае возможно простое решение системы уравнений, описывающих тепловой процесс:

$$\Delta \theta_{1} = \theta_{1} - \theta_{0} = \Delta \theta_{m} [1 - \exp(-t_{1}/\tau)];$$
  
$$\Delta \theta_{2} = \theta_{2} - \theta_{0} = \Delta \theta_{m} [1 - \exp(-t_{2}/\tau)] = \Delta \theta_{m} \{1 - [\exp(-t_{1}/\tau)]^{2}\},$$

где  $\Delta \theta_m$  — максимальное значение приращения температуры преобразователя, определяемое температурой исследуемой среды.

Разделим второе уравнение на первое:

$$\frac{\Delta \theta_2}{\Delta \theta_1} = \frac{\Delta \theta_m \left\{ 1 - \left[ \exp(-t_1/\tau) \right]^2 \right\}}{\Delta \theta_m \left[ 1 - \exp(-t_1/\tau) \right]} = \frac{\left[ 1 + \exp(-t_1/\tau) \right] \cdot \left[ 1 - \exp(-t_1/\tau) \right]}{\left[ 1 - \exp(-t_1/\tau) \right]} = \left[ 1 + \exp(-t_1/\tau) \right].$$

Логарифмируя левую и правую части уравнения можно найти искомую величину:

$$\tau = -\frac{t_1}{\ln(\Delta\theta_2/\Delta\theta_1 - 1)} = -\frac{1}{\ln[(65, 3 - 20)/43, 8 - 20) - 1]} = 9.8 \text{ c}.$$

8.3. Оценить нелинейность функции преобразования температуры  $\theta$  в электрическую проводимость  $\gamma$  полупроводникового резистора в диапазоне изменения температуры от  $\theta_1 = 20$  °C до  $\theta_2 = 100$  °C. Характеристики резистора: сопротивление при  $\theta_0 = 0$  °C –  $R_0 = 2,5$  к; температурный коэффициент  $\beta = 3000$  К.

#### Решение

Согласно (8.37) функция преобразования полупроводникового терморезистора описывается выражением:

$$\gamma(\theta) = \frac{1}{R_0 \exp\left(\frac{1}{\theta + 273} - \frac{1}{273}\right)}$$

Значения электрической проводимости на границах рассматриваемого температурного диапазона:  $\gamma(\theta_1) = 0.85 \cdot 10^{-3}$  См и  $\gamma(\theta_2) = 7.61 \cdot 10^{-3}$  См.

Уравнение прямой, проведенной через эти граничные точки:

$$\gamma_{\pi}(\theta) = \gamma(\theta_1) + \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} [\gamma(\theta_2) - \gamma(\theta_1)].$$

На рис. 8.16*а* показан график зависимости  $\gamma(\theta)$  и его линейная аппроксимация  $\gamma_{\pi}(\theta)$  прямой, проходящей через граничные точки, а на рис. 8.16*б* – график функции  $\alpha(\theta) = (\gamma_{\pi} - \gamma)/\gamma$ , характеризующей погрешность такой аппроксимации.



Рис. 8.16. Функция преобразования полупроводникового терморезистора (*a*) и погрешность ее линейной аппроксимации (*б*).

## 9. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ ОПТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Эти измерительные преобразования основаны на зависимости параметров потока оптического излучения от параметров источника излучения и среды распространения.

## 9.1. Физическая природа оптического излучения. Основные характеристики оптического излучения

Оптическое или световое излучение представляет собой электромагнитные волны, длина которых лежит в диапазоне  $10^{-3}...10^3$  мкм (рис. 9.1). Диапазон радиоволн частично перекрывает оптический в интервале длин волн 50... $10^3$  мкм, а диапазон ионизирующих излучений – в интервале длин волн  $10^{-3}...10^{-2}$  мкм.

В оптическом диапазоне различают три поддиапазона: инфракрасная (0,78...10<sup>3</sup> мкм), видимая (0,38...0,78 мкм) и ультрафиолетовая (10<sup>-3</sup>...0,38 мкм) области спектра. Границы областей определяются способностью человеческого глаза воспринимать электромагнитное излучение. Электромагнитные волны только видимой области спектра дают зрительное и цветовое ощущение. Инфракрасное излучение дает тепловое ощущение.

Электромагнитные волны оптического диапазона, как и любые электромагнитные волны, являются волнами поперечными и характеризуются взаимно перпендикулярными векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  напряженностей электрического и магнитного полей, которые изменяются синхронно в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волн. Скорость распространения света в вакууме – фундаментальная физическая константа  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \, \mu_0}} \approx 2,9979 \cdot 10^8 \, \frac{M}{c}$ .

Среда, отличающаяся от вакуума по электромагнитным свойствам, уменьшает скорость распространения световой волны, а отношение скоростей электромагнитной волны в вакууме и в среде n = c/v называется показателем преломления.

Возникновение оптического излучения связано с движением электрически заряженных частиц (электронов, атомов, ионов, молекул), а также с дискретными переходами носителей зарядов с более высоких на более низкие уровни энергии. Энергетическими источниками оптического излучения являются тепловые, электрические, световые, радиационные и другие воздействия.



Рис. 9.1. Шкала электромагнитных волн и основные источники их возбуждения

Оптическое излучение, имея волновую природу, обладает всеми свойствами ранее рассмотренных волн: поляризации, интерференции, дифракции, отражения, преломления и другими. В то же время ряд оптических явлений невозможно объяснить, не привлекая представления об оптическом излучении как о потоке быстрых частиц – фотонов. Эта двойственность природы оптического излучения сближает его с объектами микромира и находит объяснение в квантовой механике.

Для описания оптических явлений применяют три системы величин: энергетическую, световую (фотометрическую) и квантовую. В квантовой системе свет рассматривается как поток частиц – квантов, энергия которых составляет  $w_{\kappa} = hf$ , где  $h = 6,6256 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка, f – частота электромагнитных колебаний. Кванты видимого света обладают энергией 2...5 эВ.

Световые величины используются для оценки излучения по производимому им световому ощущению, т. е. по реакции человеческого глаза.

Взаимодействие оптического излучения со средой и объектами преобразования наиболее полно описывается энергетической системой величин, характеризующей излучение во всем его спектре, а не только в диапазоне, воспринимаемом таким несовершенным приемником, как человеческий глаз. Поэтому далее более подробно рассмотрим основные величины этой системы.

Основной величиной энергетической системы световых величин является *поток излучения q* (Вт) – энергия, электромагнитного излучения оптического диапазона, проходящая через площадь *S* в единицу времени.

Характеристиками равномерности распределения потока оптического излучения в пространстве служат величины освещенность G (Bт/м<sup>2</sup>), светимость R (Bт/м<sup>2</sup>) и сила света I (Bт/ср).

*Освещенность* в точке поверхности (поверхностная плотность светового потока) – отношение светового потока, падающего на малый элемент поверхности, содержащий рассматриваемую точку, к площади этого элемента:  $G = \frac{dq}{dS}$ .

Сила света – отношение потока излучения, распространяющегося внутри малого телесного угла, который содержит данное направление, к этому телесному углу:  $I = \frac{dq}{d\Omega}$ .

Понятие силы света используется главным образом для характеристики точечного источника света либо удаленного на расстояние, значительно превышающее его размеры. В иных случаях используется другая характеристика источника – светимость.

Светимость – величина светового потока, испускаемого единицей поверхности:  $R = \frac{dq}{dS}$ .

Для характеристики распределения энергии оптического излучения в зависимости от длины волны используется величина спектральная плотность потока оптического излучения *p* (Вт/м).

Спектральная плотность потока оптического излучения – отношение потока оптического излучения, взятого в малом интервале длин волн, содержащем данную длину волны к ширине этого интервала:

$$p = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\lambda}$$
.

График зависимости  $p(\lambda)$  характеризует распределение спектральной плотности потока по спектру.

Величины световой системы, как отмечено ранее, учитывают избирательность восприятия оптического излучения человеческим глазом. Человеческий глаз неодинаково чувствителен к излучению различных длин волн даже в диапазоне видимого спектра. Основной величиной световой системы также как и в энергетической является поток излучения Ф, называемый в этом случае световым потоком. Единицей измерения светового потока является люмен (лм). Связь между энергетическим потоком оптического излучения и световым устанавливается соотношением:

$$\mathrm{d}\Phi = K(\lambda)\mathrm{d}q\,,\qquad(9.1)$$

где  $d\Phi$  и dq – световой и энергетический потоки в узком диапазоне длин волн  $d\lambda$ ;  $K(\lambda)$  – спектральная световая эффективность глаза.

Спектральная световая эффективность (устаревшая видность) излучения – характеристика частотной избирательности глаза, единицей измерения которой является лм/Вт.

Максимальное значение спектральной световой эффективности глаза  $K_m = 683$  лм/Вт соответствует длине волны  $\lambda = 0,555$ мкм (воспринимается человеческим глазом как зеленый цвет). Для других длин волн диапазона видимого спектра излучения спектральная световая эффективность имеет меньшее значение  $K(\lambda) = V(\lambda)K_m$ . Здесь  $V(\lambda) = 0...1$  – относительная спектральная световая эффективность

глаза (*относительная видность*). На рис. 9.2 показана зависимость относительной видности от длины волны (кривая видности).



Рис. 9.2. Кривая видности глаза

При известном спектральном распределении энергетического потока излучения световой поток находится по формуле:

$$\Phi = K_m \int_{0,38}^{0,78} V(\lambda) p(\lambda) d\lambda.$$
(9.2)

Остальные характеристики оптического излучения в световой системе величин связаны co световым потоком теми же соотношениями, что и в энергетической системе. Единицей измерения силы света в этой системе является одна из семи основных единиц системы СИ кандела (кд), равная силе света в заданном направлении  $540 \cdot 10^{12}$ испускающего излучение частотой Гш. источника, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Оптическое излучение складывается из элементарных актов излучения атомами и молекулами при определенных энергетических воздействиях отдельных порций (цугов) электромагнитных волн. Каждый атом или молекула излучают цуг волн в течении промежутка времени порядка 10<sup>-8</sup> с. Протяженность цуга имеет порядок 10<sup>7</sup> длин волн. Спонтанно излучаемые цуги в общем случае могут иметь

начальные фазы колебаний, различные произвольные частоты колебаний, различные направления колебаний вектора напряженности электрического поля Е. При времени наблюдения значительно превышающем время излучения цуга электромагнитное излучение является суперпозицией волн отдельных цугов. Согласованность колебаний отдельных цугов определяет монохроматичность, когерентность и поляризованность оптического излучения.

Монохроматичным называется излучение, для которого вектор È колеблется одной частотой  $f_0$ . с И той же Степень монохроматичности характеризуется шириной оптической спектральной линии  $\Delta f$ , определяемой с использованием графика распределения спектральной плотности потока по спектру p(f) по уровню 0,5 от максимального значения функции распределения fmax (рис. 9.3). Наиболее близко к монохроматичному излучение лазера.





Когерентными называются колебания, разность фаз между которыми постоянна. Такими колебаниями являются, в частности, колебания, полученные разделением пучка света от монохроматичного источника на два пучка в случае неизменной разности длины путей разделенных пучков до точки наблюдения.

Поляризованность света определяется ориентацией вектора  $\overline{E}$  в по мере распространения По пространстве волны. аналогии с радиоволнами (раздел 6.2) световые волны различаются на (естественные), неполяризованные линейно поляризованные, (циркулярной) эллиптически поляризованные круговой И С

237

поляризацией. Свет большинства источников является естественным или частично поляризованным. Изменение поляризации света происходит при его прохождении через оптически анизотропные среды, а также при отражении и преломлении на границе сред с различными оптическими свойствами.

# 9.2. Взаимодействие оптического излучения со средой. Поглощение и рассеивание света

Эффекты взаимодействия света с изотропной средой могут быть описаны физическими параметрами: показателем преломления *n*, уменьшение характеризующим скорости среде, света В И поглощения характеризующим коэффициентом χ, уменьшение амплитуды колебаний. Закон распространения монохроматической световой волны в среде описывается выражением:

$$E(t) = E_{m0} \exp(-\frac{\omega \chi}{c} z) \sin(\omega t - \frac{n}{c} z), \qquad (9.3)$$

где E(t) – мгновенное значение напряженности электрического поля в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения волны на расстоянии z;  $E_{m0}$  – амплитуда напряженности электрического поля в начале координат;  $\omega$  – круговая частота электромагнитного поля.

В зависимости от значения коэффициента поглощения  $\chi$  материалы подразделяются на сильнопоглощающие ( $\chi > 10$ ), слабопоглощающие ( $\chi < 0.01$ ) и занимающие по этому параметру промежуточное положение.

Примерами первой группы материалов являются металлы. Их оптические свойства определяются главным образом проводимостью. Металлы характеризуются высокой поглощающей и отражательной способностью во всем оптическом диапазоне длин волн.

Примерами слабопоглощающих веществ в широком спектре оптического излучения являются вода, газы, некоторые стекла. Их отражательная способность практически полностью определяется диэлектрическими свойствами (величиной *n*).

Материалы промежуточной группы, примерами которых являются полупроводники и многие диэлектрики, характеризуются высокой степенью зависимости поглощающей и отражательной способности от спектра излучения, толщины слоя, а полупроводники – зависимостью оптических свойств от температуры. Для диэлектриков характерно наличие в спектре длин волн зон поглощения и прозрачности с резкими границами, зависящими от материала. Это

может быть использовано для получения измерительной информации о химическом составе материала.

Уменьшение энергии световой волны в веществе при *поглощении* обусловлено преобразованием энергии световой волны во внутреннюю (тепловую) энергию вещества или энергию вторичного излучения (люминесценция), имеющего иной спектральный состав и иные направления распространения.

Ослабление света в изотропной среде описывается законом Бугера – Ламберта, который для силы света записывается следующим образом:

$$I(z) = I_0 \exp(-\alpha_{\lambda} z) , \qquad (9.4)$$

где I(z) – сила света в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения волны на расстоянии z;  $I_0$  – сила света в начале координат;  $\alpha_{\lambda}$  – показатель поглощения материала.

Величина α<sub>λ</sub> в значительной мере зависит от длины волны. Эта зависимость называется *спектром поглощения*.

Спектр поглощения изолированных атомов (например, разряженные газы) имеет вид узких линий поглощения, т. е. отличен от нуля только в определенных узких диапазонах длин волн (десятые – сотые доли °А), соответствующих частотам собственных колебаний электронов внутри атомов.

Молекулярный спектр поглощения, определяемый колебаниями атомов в молекулах, состоит из более широких областей длин волн – *полос поглощения*, в которых поглощение значительно (единицы – тысячи °А).

Поглощение твердых тел характеризуется, как правило, очень широкими областями (тысячи – десятки тысяч °A) с большим значением  $\alpha_{\lambda}$ . Это объясняется тем, что в конденсированных средах (жидкостях и твердых телах) сильное взаимодействие между частицами приводит к быстрой передаче всей совокупности частиц энергии, отданной светом одной из них.

В терминах квантовой теории процесс поглощения света связан с переходом электронов в поглощающих атомах, ионах, молекулах или твердом теле с более низких уровней энергии на более высокие. Обратный переход в основное или нижнее возбужденное состояние может совершаться с излучением фотона или безызлучательно, или комбинированным путем, причем способ обратного перехода определяет, в какой вид энергии переходит энергия поглощенного света.

Кроме явления поглощения при прохождении светового потока через среду имеет место рассеяние света – преобразование света сопровождающееся направления веществом, изменением его распространения, поляризации и (в общем случае) частоты. Рассеяние света обусловлено его дифракцией на оптических неоднородностях среды. Существует большое количество разновидностей рассеяния света. Рассеяние Рэлея происходит без изменения частоты света при прохождении света через скопление частиц с размерами, меньшими длины волны. Рассеяние может происходить на электронах среды (явление Комптона), молекулах вещества (комбинационное рассеяние), на частицах, размеры которых составляют от долей до нескольких длин волн.

В первом приближении ослабление оптического излучения за счет рассеяния может быть описано зависимостью, аналогичной закону Бугера – Ламберта:

$$I(z) = I_0 \exp(-\beta_\lambda z) , \qquad (9.5)$$

где I(z) – сила света в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения волны на расстоянии z;  $I_0$  – сила света в начале координат;  $\beta_{\lambda}$  – показатель рассеяния, характеризующий ослабление излучения за счет рассеяния.

Величина показатель рассеяния  $\beta_{\lambda}$  также как и показатель поглощения  $\alpha_{\lambda}$  в значительной мере зависит от длины волны оптического излучения. Причины селективности рассеяния близки причинам, объясняющим селективность поглощения. В частности на основе квантовой теории рассеяние объясняется изменением направления траектории фотона вторичного излучения, возникающего при возвращении электрона атома, возбужденного фотоном падающего света в невозбужденное состояние, относительно траектории фотона первичного излучения.

Рассеяние проявляется как несобственное свечение среды под действием оптического излучения.

Суммарное ослабление света веществом за счет рассеяния и поглощения определяется показателем экстинции  $\gamma_{\lambda} = \alpha_{\lambda} + \beta_{\lambda}$ , вводимым в формулу закона Бугера – Ламберта.

Устанавливаемое законом Бугера – Ламберта изменение интенсивности света в зависимости от толщины слоя, а также избирательность поглощения и рассеяния могут быть использованы для измерительных преобразований толщины (уровня), концентрации, структуры, химического состава.

# 9.3. Взаимодействие оптического излучения с границей раздела двух сред

На границе раздела сред с различными оптическими свойствами имеют место такие явления, как отражение и преломление света.

Отражение света – явление, заключающееся в том, что при падении оптического излучения из первой среды на границу раздела со второй средой взаимодействие света с веществом приводит к появлению световой волны, распространяющейся от границы раздела обратно в первую среду. При этом, по крайней мере первая среда должна быть прозрачна для падающего и отражаемого излучения. Несамосветящиеся тела становятся благодаря отражению видимыми.

Пространственное распределение интенсивности отраженного света определяется отношением размеров неровностей границы раздела к длине волны падающего излучения. Если неровности по сравнению с длиной волны малы, то имеет место зеркальное отражение. Если размеры неровностей соизмеримы с длиной волны или превышают ее (шероховатые или матовые поверхности), имеет место диффузное отражение, характеризуемое рассеиванием света по всем возможным направлениям.

Отражение обычно носит селективный характер, что и определяет цветность различных тел.

Зеркальное отражение отличает определенная связь падающего и отраженного лучей (раздел 6.3). Отраженный луч лежит в плоскости, проходящей через падающий луч и нормаль к отражающей поверхности (*плоскости падения*). Угол отражения  $\beta$  равен углу падения  $\alpha$  (рис. 9.4). Интенсивность отраженного света, характеризуемого коэффициентом отражения  $k_{orp}$  – отношением интенсивности отраженного светового потока к интенсивности падающего, зависит от угла падения и поляризации падающего оптического излучения, а также от соотношения показателей преломления первой и второй сред  $n_1$  и  $n_2$ .



Рис. 9.4. Зеркальное отражение света:

1 – падающая волна; 2 – отраженная волна; 3 – отражающая поверхность;

4 – нормаль к отражающей поверхности

Для двух диэлектриков эту зависимость количественно выражают формулы Френеля (6.16). Из них в частности следует, что при падении света по нормали к поверхности раздела сред значение коэффициента отражения не зависит от поляризации падающего пучка:

$$k_{\rm orp} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2.$$
 (9.6)

Например, при нормальном падении света из воздуха или стекла на границу их раздела  $k_{\text{отр}} \approx 0,04$ .

При углах падения, равных углу Брюстера (6.18), отраженная волна становится линейно поляризованной перпендикулярно плоскости падения, поскольку волна, поляризованная в плоскости падения, проходит через границу раздела без отражения (раздел 6.3). Эту особенность можно использовать для получения линейно поляризованного оптического излучения.

В случае падения света из оптически более плотной среды на границу с оптически менее плотной  $(n_1 > n_2)$  под углом равным или большим критического (6.19) наблюдается *полное внутреннее отражение* от поверхности раздела, при котором вся энергия падающего пучка возвращается в первую среду.

Зеркальное отражение от поверхностей сильно отражающих сред (например, металлов) описывается формулами, подобными формулам Френеля, с той лишь разницей, что показатель преломления второй среды  $n_2$  в этом случае становится комплексной величиной, мнимая часть которой характеризует поглощение света во второй среде:  $\dot{n}_2 = n_2 - j\chi$ . Вследствие этого отражение от металлической поверхности характеризуется отсутствием угла Брюстера и гораздо более высокими по сравнению с диэлектриками значениями коэффициента отражения, превышающими 0,9.

При отражении света от движущихся объектов проявляется эффект Доплера, заключающийся в изменении частоты отраженной световой волны по сравнению с падающей волной (раздел 6.4).

Явления отражения и преломления оптического излучения на границе двух сред могут быть использованы для построения устройств и систем фокусировки оптического излучения и изменения его направления. В первом случае используются линзы и зеркальные отражатели соответствующей формы (например, параболической). Во втором – призмы, зеркальные отражатели, волноводы.

С помощью волноводов может быть обеспечена практически любая траектория распространения излучения. Для работы в видимом и

коротковолновом инфракрасном диапазонах спектра оптического излучения в качестве материала волновода используется стекло. Для работы в длинноволновом инфракрасном диапазоне применяются волноводы в виде трубок с хорошо отражающими внутренними поверхностями.

Работа волноводов основана на эффекте полного внутреннего отражения, наличие которого обуславливает распространение лучей света по зигзагообразному маршруту.



Рис. 9.5. Оптический волновод (*a*) и лучевая картина распространения в нем оптического излучения (б)

На рис. 9.5 показан один из вариантов оптического волновода, двухслойный круглый представляющего собой цилиндр ИЗ диэлектрических материалов с различными показателями преломления  $n_1$  (внутренний слой) и  $n_2$  (наружный слой). В разделе 6.3 показано, что отражение падающей на границу полное двух диэлектриков электромагнитной волны происходит при угле падения, превышающем значение критического угла  $\alpha_{\text{кр}}$ , связанного с диэлектрическими свойствами сред соотношением (6.19). Используя формулы Снелля, можно также определить значение максимального угла падения  $\alpha_{1 max}$ светового луча из воздушной среды во внутренний слой волновода, при котором обеспечивается режим полного внутреннего отражения:

$$\alpha_{2\min} = \alpha_{\kappa p} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right); \qquad \alpha_{1\max} = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right). \tag{9.7}$$

## 9.4. Взаимодействие оптического излучения с оптически анизотропной средой

Оптическая анизотропия – различие оптических свойств среды в зависимости от направления распространения в ней оптического

излучения и его поляризации. Различают естественную оптическую анизотропию и наведенную (искусственную).

Естественная оптическая анизотропия кристаллов обусловлена неодинаковостью по различным направлениям поля сил, связывающих атомы решетки, что обусловлено асимметрией строения отдельных молекул. Наведенная оптическая анизотропия возникает в средах в естественном состоянии изотропных под действием внешних полей, выделяющих в таких средах определенные направления.

В качестве эффектов, проявляющихся при взаимодействии оптического излучения с оптически анизотропной средой и нашедших наибольшее использование для измерительных преобразований, рассмотрим *двойное лучепреломление* и *вращение плоскости поляризации*, происходящих в оптически активных веществах.



# Рис. 9.6. Возникновение разности хода при прохождении линейно поляризованного оптического излучения через анизотропную среду

Двойное лучепреломление – раздвоение световых лучей при прохождении через анизотропную среду, обусловленное зависимостью показателя преломления этой среды от направления вектора напряженности электрического поля световой волны.

Пусть линейно поляризованное оптическое излучение попадает из воздушной среды в оптически анизотропную среду, характеризуемую различными скоростями распространения оптического излучения  $v_x$  и  $v_y$ , линейно поляризованного соответственно по осям *OX* и *OY*:

$$v_x = \frac{c}{n_x}; \quad v_y = \frac{c}{n_y}, \tag{9.8}$$

где c – скорость света в вакууме;  $n_x$  и  $n_y$  – показатели преломления оптического излучения, линейно поляризованного по соответствующей оси.

Для определения результата взаимодействия с анизотропной средой оптического излучения, плоскость поляризации которого не параллельна осям анизотропии OX и OY, вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  световой волны представляется двумя пространственными составляющими  $E_x$  и  $E_y$ , направленными по этим осям (рис. 9.6).

Предположим, что  $n_x < n_y$ . В этом случае  $v_x > v_y$  и к моменту достижения волной  $E_y$  задней границы анизотропной среды волна  $E_x$  ввиду большей скорости успеет распространиться по воздуху на некоторое расстояние  $\Delta$ , называемое *разностью хода*. Это расстояние равно произведению скорости *с* световой волны в воздушной среде (вакууме) на время запаздывания *t* имеющей меньшую скорость волны:

$$\Delta = ct = c\left(\frac{d}{v_y} - \frac{d}{v_x}\right) = cd\left(\frac{n_y}{c} - \frac{n_x}{c}\right) = d\left(n_y - n_x\right), \quad (9.9)$$

где *d* – протяженность анизотропной среды.

Наличие разности хода волн  $E_x$  и  $E_y$  приводит к появлению на выходе из анизотропной среды разности фаз взаимно ортогональных электромагнитных колебаний

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left(n_y - n_x\right), \qquad (9.10)$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в воздухе (вакууме).

В результате интерференции двух линейно поляризованных волн одной частоты, сдвинутых по фазе и имеющих различные плоскости поляризации световая волна из линейно поляризованной превращается в эллиптически поляризованную (раздел 6.2).

Таким образом, наличие анизотропии свойств среды приводит к изменению поляризации световой волны, которая становится эллиптической. Параметры эллипса поляризации однозначно связаны с разностью фаз  $\varphi$  и соответственно с разностью показателей преломления среды по разным осям анизотропии (9.10). Оптическая анизотропия, вызывающая эффект двойного лучепреломления может быть как естественной, так и искусственной, обусловленной действием на оптически изотропную среду механическим напряжением, электрическим и магнитным полями, что может быть использовано для измерительных преобразований величин, характеризующих эти воздействия.

Большинство прозрачных изотропных материалов (стекло, целлулоид, желатин, пластмассы) под действием механического напряжения становятся оптически анизотропными. Данный эффект называется *пьезооптическим*, а материалы – оптически чувствительными или *пьезооптическими*.



Рис. 9.7. Параллелепипед из оптически прозрачного и изотропного материала, подвергаемый поперечной деформации

На рис. 9.7 показан параллелепипед из пьезооптического материала, одна из осей которого OZ ориентирована по направлению распространения света. Действие вдоль одной из поперечных осей механической силы F вызывает изменение вдоль этой оси показателя преломления. Это изменение пропорционально возникающему под действием силы механическому напряжению  $\sigma$  в материале:

$$n_{v} - n_{x} = k_{\phi} \,\sigma, \qquad (9.11)$$

где  $n_y$  – показатель преломления по оси деформации;  $n_x$  – показатель преломления по перпендикулярной оси;  $k_{\phi}$  – коэффициент фотоупругости.

Для различных сортов стекла значение коэффициента фотоупругости составляет  $k_{\phi} = (0,2 \div 0,3) \ 10^{-11} \ \text{м}^2/\text{H}.$ 

Возникновение пьезооптического эффекта объясняется облегчением при деформации электрической поляризуемости молекул

материала, а соответственно увеличением его диэлектрической проницаемости и показателя преломления.

Возникновение двойного лучепреломления под действием распространения поперечного относительно направления света внешнего электрического поля получило название эффекта Керра в честь открывшего его в 1875 году шотландского физика Д. Керра. При указанном воздействии электрическим полем изотропный материал анизотропным. Возникающая разность показателей становится преломления по разным ортогональным осям связана с напряженностью внешнего электрического поля *E*<sub>вн</sub> соотношением:

$$n_{v} - n_{x} = \lambda k_{\rm \scriptscriptstyle K} E_{\rm \scriptscriptstyle BH}^{2}, \qquad (9.12)$$

где  $n_y$  – показатель преломления по оси параллельной вектору напряженности;  $n_x$  – показатель преломления по перпендикулярной оси;  $\lambda$  - длина световой волны в воздухе;  $k_{\kappa}$  – постоянная Керра.

Значение постоянной Керра определяется материалом. Для нитробензола  $k_{\kappa} = 0,393 \cdot 10^{-11} \text{ м/B}^2$ .

Возникновение эффекта Керра объясняется поляризацией в направлении внешнего электрического поля молекул вещества, что поляризуемость прохождении облегчает ИХ при световой электромагнитной волны в направлении электрического поля и перпендикулярном усложняет поляризуемость В направлении. Соответственно по этим направлениям изменяются диэлектрические проницаемости и показатели преломления.

Кроме измерительного преобразования напряженности электрического поля эффект Керра используется для модуляции светового потока. При этом благодаря малой инерционности эффекта (не более 10<sup>-13</sup> с) достигается частота модуляции порядка 10<sup>9</sup>...10<sup>13</sup> Гц.

Оптическая анизотропия возникает также под действием продольного электрического (эффект Поккельса) и поперечного магнитного (эффект Коттона – Мутона) полей. Однако эти эффекты по сравнению с эффектом Керра имеют для измерительных преобразований существенно меньшее использование.

Вращение плоскости поляризации – поворот плоскости поляризации линейно поляризованного света при его прохождении через вещество. Вещества, обладающие данным свойством, называются оптически активными. Наиболее простое объяснение этого эффекта заключается в следующем. Пусть на переднюю границу оптически активной среды падает линейно поляризованное оптическое излучение (рис. 9.8). Линейно поляризованный пучок света с напряженностью



Рис. 9.8. Вращение плоскости поляризации оптического излучения при прохождении через оптически анизотропную среду

электрической составляющей  $\overline{E}$  согласно принципу Френеля можно представить суммой двух пучков  $\overline{E}_1$  и  $\overline{E}_2$ , распространяющихся в одном направлении и поляризованных по кругу с противоположными направлениями вращения (с левой и правой круговой поляризацией). В изотропной среде скорости вращения  $\omega_1$  и  $\omega_2$  векторов  $\overline{E}_1$  и  $\overline{E}_2$  равны и вектора результирующего колебаний  $\overline{E}$ остается направление неизменным. Если же оптическое излучение распространяется в анизотропной среде, характеризуемой различными показателями преломления для оптических излучений с правой и левой круговой поляризацией, то это приводит к неравенству скоростей вращения векторов  $\overline{E}_1$  и  $\overline{E}_2$  и повороту результирующего вектора  $\overline{E}$  на некоторый угол а. В зависимости от направления вращения плоскости поляризации по часовой либо против часовой стрелки, если смотреть навстречу ходу лучей, оптически активные вещества разделяют на правовращающие и левовращающие (на рис. 9.8 в качестве примера взято левовращающее вещество).

Как правило, явление вращения плоскости поляризации, обусловленное неравенством скоростей вращения световых пучков с различным направлением круговой поляризации, наблюдается в веществах с асимметричным строением молекул либо кристаллов, что делает эти вещества чувствительными к направлению вращения вектора напряженности электрического поля.

К числу оптически активных веществ относятся многие растворы кристаллических веществ, примером которых может служить раствор сахара. При этом согласно закону, установленному в 1815 году французским физиком Ж. Био, угол поворота функционально связан с концентрацией растворенного оптически активного вещества:

$$\alpha = [\alpha] c_{M} d \quad , \tag{9.13}$$

где  $c_{\rm M}$  – молярная концентрация раствора; [ $\alpha$ ] – постоянная вращения, определяемая для раствора при  $c_{\rm M} = 1$  г·моль/л; d – толщина слоя вещества.

# 9.5. Интерференция волн оптического излучения. Голографическая интерференция

В широком смысле интерференция волн (от латинских *inter* – взаимно и *ferio* – ударяю) – сложение в пространстве двух или более волн, при котором в разных точках пространства происходит усиление или ослабление амплитуды результирующей волны. Устойчивая интерференционная картина наблюдается для когерентных волн при одинаковой частоте колебаний и постоянной разности фаз между ними. При сложении двух когерентных колебаний с одинаковой поляризацией результирующая амплитуда колебаний  $A_m$  в какой-либо точке пространства равна:

$$A_{\rm m} = \sqrt{A_{\rm m1}^2 + A_{\rm m2}^2 + 2A_{\rm m1}A_{\rm m2}\cos\phi}, \qquad (9.14)$$

где  $A_{m1}$  и  $A_{m2}$  – амплитуды отдельных колебаний,  $\phi$  – фазовый сдвиг между ними.

Пусть на некоторую плоскость (экран) падают световые волны от двух источников И<sub>1</sub> и И<sub>2</sub> (рис. 9.9*a*) с силой света соответственно I<sub>1</sub> и I<sub>2</sub>. В случае если источники независимы, а каждый из них дает неполяризованное оптическое излучение, суммарная сила света в некоторой точке экрана равна сумме  $I = I_1 + I_2$  интенсивностей света отдельных источников. Иначе обстоит дело при интерференции двух источников одинаково поляризованных световых пучков волн. Обычно когерентных световых такие волны получают расщеплением светового пучка от одного и того же источника монохроматического излучения. В этом случае законы изменения напряженности электрической составляющей световых волн в точке экрана описываются выражениями:

$$E_{1}(t) = E_{m1}\sin(\omega t + \varphi_{1}); \quad E_{2}(t) = E_{m2}\sin(\omega t + \varphi_{2}), \quad (9.15)$$

где  $E_{m1}$ ,  $E_{m1}$  и  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  – амплитуды и фазы напряженности для первого и второго светового пучка.

Амплитуда *E*<sub>m</sub> результирующей световой волны в данной точке экрана согласно (9.14) равна

$$E_{\rm m} = \sqrt{E_{\rm m1}^2 + E_{\rm m2}^2 + 2E_{\rm m1}E_{\rm m2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \,. \tag{9.16}$$



Рис. 9.9. Интерференция оптических излучений от двух источников (*a*) и зависимость результирующей силы света от сдвига фаз (б)

Сила света связана с амплитудой напряженности электрической составляющей соотношением

$$I = 0.5 E_{\rm m}^2. \tag{9.17}$$

Подстановкой (9.16) в (9.17) получаем

$$I = 0.5 \left[ E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right]$$
(9.18)

Если для упрощения анализа выражения (9.18) принять, что напряженность электрических составляющих и соответственно сила света обоих световых пучков одинакова:  $E_{m1} = E_{m2} = E_{m0}$  и  $I_1 = I_2 = I_0$ , получим

$$I = 0,5 \left[ E_{m0}^2 + E_{m0}^2 + 2E_{m0}^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right] = 2I_0 \left[ 1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right].$$
(9.19)

Анализ полученного выражения, определяющего распределение интенсивности света на экране (рис. 9.96), показывает, что результирующая сила света зависит от сдвига фаз и может изменяться от нуля (при разности фаз равной  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$ , ...) до  $4I_0$  (при разности фаз

равной нулю либо кратной 2*π*). Вследствие этого на экране будет наблюдаться интерференционная картина, представляющая собой чередование темных и светлых полос.

Причиной возникновения разности фаз при принятом допущении о получении двух интерферирующих световых пучков от одного источника могут быть либо различная длина пути от источника до точки экрана либо различные показатели преломления сред на пути распространения световых пучков:

$$\varphi_1 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (x_1 n_1 - x_2 n_2), \qquad (9.20)$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме (воздухе);  $x_1$  – длина пути, проходимого первым световым пучком в среде с показателем преломления  $n_1$ ;  $x_2$  – длина пути, проходимого вторым световым пучком в среде с показателем преломления  $n_2$ .

В наиболее распространенном частном случае, когда  $n_1 = n_1 = 1$ , выражение (9.20) приобретает вид

$$\varphi_1 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (x_1 - x_2).$$
 (9.21)

Анализ полученной зависимости показывает, что изменение разности пройденных световыми пучками расстояний всего лишь на половину длины волны (для видимого света  $\approx 0,25$  мкм) приводит к изменению разности фаз на величину  $\pi$ , что эквивалентно изменению силы света с нулевого значения до значения, превышающего силу света одного пучка в 4 раза. Следовательно, изменение любого из расстояний  $x_1$  или  $x_2$  на доли микрона приводит к радикальному изменению интерференционной картины на экране, что позволяет использовать интерференцию для измерительного преобразования столь же малых перемещений и деформаций.

Еще более высокими информативными возможностями обладает разновидность интерференции, называемая голографической.

Голография (от греческих holos – весь, полный и grapho – пишу) – способ записи и восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины, которая образована волной, отраженной предметом, освещаемым источником света (предметная волна), и когерентной с ней волной, идущей непосредственно от источника света (опорная волна). Зарегистрированная интерференционная картина называется голограммой.

Основы голографии были заложены в 1948 году английским физиком Д. Габором.



Рис. 9.10. Двухлучевая схема записи (*a*) и восстановления (*б*) голограмм: И – источник излучения; О – отражатель; П – предмет; ОП – опорный пучок; ПП – предметный пучок; Г – голограмма; МИ – мнимое изображение; ДИ – действительное изображение

Существует множество вариантов записи и восстановления голограмм. На рис. 9.10а иллюстрируется так называемая двухлучевая схема записи голограммы. Опорная волна (опорный пучок ОП) от источника И направляется на регистратор голограммы Г с помощью волна (предметный пучок) образуется отражателя О. Предметная отражением световой волны источника от предмета И также направляется на регистратор голограммы Г. Получаемая в этом случае интерференционная картина – голограмма будет представлять собой изображение предмета чередующимися интерференционными полосами максимальной и минимальной освещенности. Участки максимальной освещенности будут соответствовать тем участкам фронта предметной волны, в которых ее фаза совпадает с фазой опорной волны. Участки минимальной освещенности будут соответствовать тем участкам, где предметная и опорная волны находятся в противофазе. Голограмма регистрируется фотоматериалом или каким-либо другим носителем.

Для восстановления предметной волны голограмму освещают источником И, создающим копию опорной волны (рис. 9.10б). При этом образуются два объемных изображения: мнимое МИ и действительное ДИ. Мнимое изображение, расположенное за голограммой, является точной копией объекта и позволяет производить исследования
традиционными оптическими методами, например фотографированием. Действительное изображение, расположенное перед голограммой, является псевдоскопической (выгнутые участки объекта наблюдаются как вогнутые и наоборот) копией объекта и кроме исследования традиционными методами допускает исследование с помощью экрана, который располагается в нужном сечении изображения объекта и позволяет получать его голограммы.

Основное свойство голограммы, отличающее ее от обычной фотографии, заключается в том, что на фотографии регистрируется лишь распределение освещенности в падающей на нее световой волне, в то время как на голограмме регистрируется также распределение фазы предметной волны. Информация об амплитуде предметной волны записывается на голограмме в виде контраста интерференционной структуры (более яркие или менее яркие участки интерференционных полос). Информация о фазе записывается на голограмме в виде формы и частоты интерференционных полос. Именно поэтому голограмма может быть использована для восстановления при освещении ее опорной волной копии предметной волны со всеми амплитудными и фазовыми



Рис.9.11. Голографическое изображение фрагмента объекта с зоной локальной деформации (выделена штриховкой)

подробностями. Это дает возможность получения объемного изображения объекта, а кроме того обеспечивает при решении ряда измерительных задач значительное увеличение информативности и разрешающей способности по сравнению с традиционными оптическими методами.

На рис. 9.11 показан фрагмент голографического изображения детали, подвергаемой локальной деформации. На этом изображении хорошо виден результат деформации, проявляющийся в локальном искажении интерференционной картины (выделено штриховкой). Использование голограммы позволяет таким образом получать измерительную информацию о деформациях, соизмеримых с длиной световой волны (доли микрометра), что чаще всего невозможно осуществить никакими другими методами.

## 9.6. Источники оптического излучения

По физической природе источники оптического излучения подразделяются на тепловые, люминесцентные и лазерные.

## 9.6.1. Тепловые источники оптического излучения

Оптическое излучение тепловых источников обусловлено колебаниями электрических зарядов вещества при возрастании температуры и связано с переходом атомов и молекул из возбужденного состояния в устойчивое. Эти источники имеют сплошной спектр излучения, положение максимума которого зависит от температуры тела (раздел 8.2). С ростом температуры максимум спектральной плотности потока излучения согласно законам Планка и Вина смещается в коротковолновую область.

результате нагрева В тела увеличивается энергия поступательного, колебательного и вращательного движения его частиц. Вращение молекул вокруг своей оси обуславливает излучение в длинноволновой инфракрасной области спектра. При дальнейшем увеличении температуры начинаются колебания ядер атомов, которые проявляются в испускании коротковолновых инфракрасных излучений. При еще большей температуре энергия колеблющихся частиц увеличивается настолько, что в результате их взаимодействий друг с другом меняется состояние внешней электронной оболочки атомов. Такое изменение вызывает излучение в видимом и ультрафиолетовом диапазонах длин волн.

Для создания высокой температуры в тепловых источниках света используются пропускаемый через нагреваемое тело электрический ток или горячие газы. В качестве материала нагреваемого тела (тела накала) в тепловых источниках видимого света чаще всего используется вольфрам, имеющий высокую температуру плавления (3650 К), малую скорость испарения, высокую формоустойчивость и механическую высокой температуре. Положение прочность при максимума спектральной плотности потока излучения у вольфрама по сравнению с другими материалами сдвинуто в коротковолновую область спектра. Для нормальной работы раскаленного вольфрама в качестве тела накала его требуется изолировать от кислорода воздуха. Для этого тело накала размещается в безвоздушной среде либо среде инерционных газов или их смесей, не реагирующих с материалом тела.

#### 9.6.2. Люминесцентные источники оптического излучения

Принцип действия люминесцентных источников основан на свечении атомов, молекул, ионов и их комплексов, возникающем в результате перехода этих частиц из электронного возбужденного состояния в основное невозбужденное. Предварительный переход частиц в возбужденное состояние может осуществляться за счет нагрева до очень высокой температуры (термолюминесценция), а также воздействием оптического излучения (фотолюминесценция), ионизирующего излучения (рентгенлюминесценция), электрического поля (электролюминесценция), при протекании химических реакций (хемилюминесценция).



Ha рис. 9.12 показана схема квантовых переходов при люминесценции. Элементарный акт люминесценции начинается с поглощения энергии атомом, сопровождающимся переходом электрона с одного из верхних основных энергетических уровней электронной оболочки на более высокий возбужденный энергетический уровень. Далее в общем случае имеет место безызлучательный переход электрона с возбужденного энергетического уровня на уровень излучения. Энергетический уровень излучения является неустойчивым, поэтому далее происходит переход электрона с уровня излучения на исходный устойчивый уровень. В некоторых средах возвращение электрона с уровня возбуждения на устойчивый уровень происходит непосредственно, без промежуточного перехода на уровень излучения (резонансная люминесценция).

Разница энергий уровня излучения  $W_2$  и устойчивого уровня  $W_1$  определяет энергию  $W_{\kappa}$  и частоту f кванта оптического излучения:

$$W_2 - W_1 = W_{\kappa} = h f , \qquad (9.22)$$

где *h* – постоянная Планка.

Энергия атома, освобождаемая при безызлучательном переходе, равна разности  $W_3 - W_2$ . Эта энергия недостаточна для излучения кванта оптического излучения и переходит в энергию тепловых колебаний атомов.

При переходе электрона с уровня возбуждения непосредственно на устойчивый уровень тепловая энергия не выделяется, а энергия излучаемого кванта равна разности  $W_3 - W_1$ .

Отличительной особенностью люминесцентного излучения является то, что испускание кванта оптического излучения происходит с некоторой задержкой относительно момента возбуждения электронной оболочки атома.

Среди люминесцентных источников оптического излучения наибольшее практическое использование имеют газоразрядные лампы и полупроводниковые светоизлучающие диоды.

**Газоразрядной лампой** называют электрооптический преобразователь, в котором оптическое излучение возникает в результате электрического разряда в газах, парах или их смесях.



Рис. 9.13. Газоразрядная лампа: Г – газ; К – катод; А – анод; Н – нагреватель; ОИ – оптическое излучение

На рис. 9.13 показан один из вариантов получения газового разряда. В стеклянной колбе, заполненной рабочим газом, создается электрическое поле. Для создания поля в колбе размещены два электрода: отрицательный – катод и положительный – анод, подключенные к высоковольтному источнику напряжения. В наиболее распространенном варианте газовый разряд инициируется ускоренными в электрическом поле электронами, выходящими из катода за счет его нагрева (термоэмиссия электронов). Кинетическая энергия ускоренных электронов передается в результате столкновений молекулам и атомам газа, переходящим вследствие этого в возбужденное состояние. Обратный переход электронных оболочек атомов в невозбужденное

состояние сопровождается оптическим излучением (электролюминесценция). Наряду с электронами, выходящими с катода, газовый разряд поддерживается и усиливается ускоряемыми электрическим полем электрическими зарядами, возникающими в результате ионизации атомов и молекул газа. Кроме люминесцентного излучения во многих случаях газового разряда присутствует и тепловое излучение колбы и электродов.

Газоразрядные лампы имеют высокую световую отдачу, а также могут обеспечивать различный спектральный состав излучения. Требуемые параметры оптического излучения по спектральному составу и силе света достигаются подбором состава газовой смеси, расположения формы электродов, давления, И выбором временного распределения напряженности пространственного И электрического поля и силы электрического тока. Благодаря этому можно получать спектры излучения, состоящие из одиночных линий, многополосные, непрерывные. Малая инерционность газоразрядных ламп обеспечивает возможность модуляции оптического излучения (стробоскопия, фотографирование и исследование быстропротекающих процессов).

При необходимости коррекции спектрального состава оптического излучения газоразрядной лампы и смещения спектра в длинноволновую область используется покрытие стенки стеклянной колбы люминофором, свечение которого происходит за счет фотолюминесценции под действием оптического излучения газового разряда.

Светоизлучающий диод – полупроводниковый прибор, преобразующий электрическую энергию в энергию оптического излучения на основе инжекционной люминесценции, происходящей в полупроводниковом кристалле с электронно-дырочным переходом.

Как было показано в разделе 8.6.3, электронно-дырочный переход (р-п переход) – область полупроводника, в которой имеет место пространственное изменение типа проводимости от электронной *n* к дырочной *р*. В результате диффузии носителей заряда из одной области в другую возникает контактное электрическое поле (контактная разность потенциалов), противодействующее дальнейшей диффузии электронов и дырок. Если приложить к р-п переходу внешнее электрическое направление противоположно поле, которого контактному (прямое смещение, положительный потенциал приложен к р-области), то через переход потечет электрический ток (рис. 8.11). При полупроводника, прилегающую область К переходу, ЭТОМ В инжектируются избыточные носители тока – электроны и дырки. Их

рекомбинация приводит к понижению энергетического уровня участвующих в этом процессе электронов оболочек атомов, что оптическим излучением. Светодиоды испускают сопровождается некогерентное излучение с узким спектральным составом. Длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности потока излучения, определяется полупроводниковым материалом И его легированием.

## 9.6.3. Лазерные источники оптического излучения

Лазер (оптический квантовый генератор) устройство, генерирующее когерентные электромагнитные волны за счет вынужденного испускания или вынужденного рассеяния света активной средой, находящейся в оптическом резонаторе. Слово "лазер" аббревиатура слов английского выражения "Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation" – усиление света вынужденным излучением.

Существующие лазеры охватывают широкий диапазон длин волн – от ультрафиолетового до субмиллиметрового (0,2 ... 10 мкм). Первым был рубиновый лазер, созданный Т. Мейманом (США) в 1960 году.

Основные характеристики излучения лазера – когерентность и направленность. До создания лазеров когерентные электромагнитные волны существовали практически лишь в радиоволновом диапазоне, где они возбуждались генераторами радиоволн. В оптическом диапазоне имелись лишь некогерентные источники, излучение которых представляет суперпозицию волн, испускаемых множеством





- 1 рабочая (активная) среда;
- 2 источник энергии, обеспечивающий накачку лазера;
- 3 непрозрачное зеркало; 4 полупрозрачное зеркало;
- 5 лазерный луч.

независимых микроскопических излучателей (атомами, молекулами). В этом случае фаза результирующей волны изменяется хаотически, излучение занимает значительный диапазон длин волн и обычно не имеет определенного направления в пространстве.

Действие лазеров основано на вынужденном испускании фотонов под действием внешнего электромагнитного излучения. Основными компонентами лазера являются активная среда (активный элемент), система накачки и устройство для обеспечения положительной обратной связи (оптический резонатор), представляющий собой систему зеркал (рис. 9.14).

Активная среда обеспечивает усиление воздействующей на нее электромагнитной волны. В обычном (равновесном) состоянии вещество поглощает электромагнитные волны. Это обусловлено тем, что число частиц (атомов, молекул)  $N_2$ , находящихся в возбужденном состоянии обычно существенно меньше числа частиц  $N_1$ , находящихся в невозбужденном состоянии и вероятность поглощения фотона электромагнитного излучения соответственно выше, чем вероятность излучения фотона за счет перехода частицы из возбужденного в невозбужденное состояние. Поглощение воздействующей на среду электромагнитной волны может уступить место усилению этой волны при ее распространении через среду, если  $N_2 > N_1$ . Такое состояние вещества называется инверсным (обращенным) и не является равновесным.

Если через среду, находящуюся в инверсном состоянии проходит электромагнитная волна, то по мере ее распространения в среде интенсивность волны будет возрастать за счет актов вынужденного испускания, число которых в этом случае превосходит число актов поглощения. По мере увеличения длины пути *z* интенсивность волны *I* (плотность потока энергии) возрастает по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{(\alpha - \beta)z}, \qquad (9.23)$$

где  $I_0$  – интенсивность входящей волны;  $\alpha \sim (N_2 - N_1)$  – коэффициент квантового усиления;  $\beta$  – коэффициент потерь, характеризующий суммарные потери в среде.

Вещество, приведенное в инверсное состояние, неизбежно возвращается в равновесное состояние – релаксирует. Избыточная энергия в этом случае выделяется в виде фотонов (излучательные переходы) или переходит в тепловую энергию (безизлучательные переходы). Спонтанное испускание фотонов при релаксации является сущностью люминесценции. Свет люминесценции, распостраняясь в инвертированной среде, усиливается (при  $\alpha > \beta$ ) за счет актов

испускания (сверхлюминесценция). вынужденного Сверхлюменесценция отличается от обычной люминесценции большей яркостью, более узким спектром и частичной когерентностью. Для превращения сверхлюминесценции в генерацию когерентных волн связи, результате необходимо наличие обратной В которой электромагнитная волна, испущенная частицами инвертированной среды, многократно вызывает в этой среде акты вынужденного испускания точно таких же волн. В оптическом диапазоне обратную осуществляют применением той связь или иной комбинации отражателей, например зеркал.

В зависимости от способа создания инверсного состояния активной среды можно получить непрерывную и импульсную генерацию. При непрерывной генерации инверсия в активной среде поддерживается длительное время за счет внешнего источника энергии. Для осуществления импульсной генерации инверсия возбуждается импульсами.

Способы достижения и поддержания инверсии в активной среде лазера зависят от ее структуры. В твердых телах и жидкостях используется главным образом оптическая накачка – освещение активного элемента специальными лампами (импульсными, электродуговыми, другими лазерами). В этом случае необходимо, чтобы в процессе накачки участвовало, по крайней мере, три энергетических уровня рабочих частиц (обычно ионов или молекул). Роль верхнего уровня играет широкая полоса поглощения, что позволяет использовать значительную часть спектра нелазерного источника накачки (рис. 9.15).

В результате воздействия внешнего источника энергии происходят переходы электронов из невозбужденного состояния (с основного энергетического уровня) в возбужденное состояние



(энергетические уровни полосы поглощения). Из этого неустойчивого состояния электроны моментально переходят на находящийся ниже узкий метастабильный энергетический уровень, время жизни которого (среднее время до спонтанного испускания фотона частицей, попавшей на этот уровень) велико. Такая ситуация обеспечивает возможность накопления большого числа частиц на метастабильном уровне. Для достижения порога генерации необходимо, чтобы плотность частиц на метастабильном уровне превышала их плотность на основном (нижнем) уровне, с которого требуется для этого возбудить более 50% частиц. Наиболее распространенной трехуровневой средой для лазера является рубин (корунд  $Al_2O_3$  с примесью ионов  $Cr^{3+}$ ). Используются и другие схемы накачки, например, четырехуровневая.

При использовании в качестве активной среды газа для возбуждения инверсии оптическая накачка применяется реже. Для этих целей существуют более эффективные методы: электрический разряд, газодинамическое истечение, химическая реакция. Возбуждение полупроводниковых лазеров может производиться непосредственно постоянным током, пучком электронов, оптической накачкой.

После того как в активной среде, расположенной внутри резонатора (системы зеркал, рис. 9.14) достигается состояние инверсии, в ней возникают многочисленные акты люминесценции. Фотоны вызывают в активной среде сверхлюминесценцию. Те фотоны, которые были первоначально испущены перпендикулярно оси резонатора, порождают лишь короткие дуги сверхлюминесценции в этих направлениях. Фотоны, спонтанно испущенные вдоль оси резонатора, многократно отражаются от его зеркал, вновь и вновь проходя через активный элемент и вызывая в нем акты вынужденного испускания (рис. 9.16).

Генерация начинается в том случае, когда увеличение энергии волны за счет усиления превосходит потери энергии за каждый проход резонатора. Условие начала генерации (порог генерации) определяется



Рис. 9.16. Активная среда в оптическом резонаторе

равенством коэффициентов квантового усиления α и потерь β.

В начале возникновения генерации лазера в нем независимо усиливается множество волн, порожденных отдельными фотонами, испущенными спонтанно вдоль оси резонатора. Фазы этих волн независимы между собой, но когерентность каждой из них и их интенсивность постоянно увеличивается за счет процессов вынужденного испускания. В ходе взаимной конкуренции этих волн решающую роль приобретает соотношение между длиной волны  $\lambda$  и длиной резонатора *l*. Во время первого пролета усиливаются все фотоны, испущенные в результате спонтанных процессов. Однако после отражения от зеркал в преимущественном положении оказываются лишь те фотоны, для которых выполняется условие образования стоячих волн:

$$l = n\frac{\lambda}{2},\tag{9.24}$$

где *n* – целое число.

Интенсивность волн, удовлетворяющих условию (9.24) возрастает лавинообразно, подавляя усиление волн, не отвечающих данному условию. В результате возникает когерентное излучение, направленное вдоль оси резонатора и содержащее лишь небольшое число дискретных длин волн. Для достижения наивысшей когерентности стремятся обеспечить генерацию излучения только одной длины волны. Для этого в резонатор обычно вводят дополнительный селектирующий элемент (оптическую призму, дифракционную решетку, второй резонатор и т.п.), выделяющий излучение только одной частоты и подавляющий остальные.

Для вывода генерируемого излучения из резонатора одно из его зеркал выполняется полупрозрачным (рис. 9.14).

Создание лазеров ликвидировало качественное отличие оптики от радиоэлектроники. Все радиотехнические методы принципиально могут быть осуществлены и в оптическом диапазоне, причём малая длина волны лазерного излучения открывает для измерительных преобразований с его использованием ряд дополнительных перспектив.

## 9.7. Приемники оптического излучения

Приемники оптического излучения подразделяются на тепловые и фотоэлектрические.

#### 9.7.1. Тепловые приемники оптического излучения

Принцип действия тепловых приемников основан на промежуточном преобразовании энергии излучения в тепловую и последующем ее преобразовании в электрический сигнал.

В наиболее общем случае тепловой фотоприемник представляет собой тонкий металлический диск с зачерненной поверхностью с прикрепленным к нему преобразователем температуры в электрический сигнал (рис. 9.17).



Рис. 9.17. Тепловой приемник оптического излучения:

1 – металлический диск;

2 – термоэлектрический

преобразователь;

3 – корпус;

4 – элементы крепления;

5 – стеклянная крышка

Благодаря черненной поверхности диска практически весь поток оптического излучения, попадающий на диск, поглощается диском и преобразуется во вносимый тепловой поток  $q_{\rm BH}$ . После окончания теплового переходного процесса и стабилизации температуры диска устанавливается тепловой баланс между вносимым тепловым потоком и тепловыми потоками теплоотдачи (рассеивания) в окружающую среду (раздел 8.3):

$$q_{\rm BH} = q_{\rm TH} + q_{\rm TC} + q_{\rm K} + q_{\rm J}, \qquad (9.25)$$

где  $q_{\tau \pi}$  – тепловой поток теплопроводности в окружающую среду через элементы крепления диска и подключения термоэлектрического преобразователя;  $q_{\tau c}$  – тепловой поток теплопроводности в окружающую диск среду;  $q_{\kappa}$  – тепловой поток конвекции в окружающую среду;  $q_{\pi}$  – тепловой поток теплообмена излучением со стенками корпуса преобразователя.

Установившееся значение температуры диска (преобразователя)  $\theta_n$  определяется величиной вносимого оптическим излучением теплового потока, а также значениями тепловых проводимостей всех упомянутых видов теплообмена и температур среды  $\theta_c$  и стенок корпуса  $\theta_{cr}$ . Для обеспечения точности преобразования потока оптического

излучения в температуру диска должны быть снижены до возможного минимума тепловые потоки теплоотдачи (рассеивания) в окружающую среду. В соответствием с результатами проведенного в разделах 8.2 и 8.3 анализа факторов, влияющих на величины тепловых проводимостей, потока уменьшение теплового  $q_{\scriptscriptstyle \mathrm{TII}}$ может быть достигнуто использованием для элементов крепления диска материалов с малой удельной тепловой проводимостью, уменьшения тепловых потоков  $q_{\rm rc}$  и *q*<sub>к</sub> можно достичь герметизацией корпуса и созданием внутри него вакуума, а уменьшения теплового потока  $q_{\rm n}$  – зеркальным покрытием стенок корпуса.

Преобразование температуры диска в электрический сигнал может быть осуществлено с использованием термопары, терморезистора и полупроводникового *p*-*n* перехода.

Благодаря черненной рабочей поверхности диска описанный оптический преобразователь характеризуется одинаковой спектральной чувствительностью практически во всем оптическом диапазоне длин волн. Существенным недостатком данного преобразователя является его высокая инерционность.

Другим примером теплового оптического преобразователя является преобразователь на основе описанного в разделе 3.4 пироэлектрического эффекта. В этом случае преобразование энергии оптического излучения в тепловую происходит непосредственно в пироэлектрическом материале (рис. 3.18).

## 9.7.2. Фотоэлектрические приемники оптического излучения

Принцип действия фотоэлектрических приемников оптического излучения основан на использовании явлений внешнего и внутреннего фотоэффектов.

Внешний фотоэффект (фотоэлектронная эмиссия) – испускание твердыми телами электронов И жидкостями действием под электромагнитного излучения В вакуум или другую среду. Практическое значение имеет фотоэффект из твердых тел в вакуум.

На рис. 9.18*a* схематически показан фотоэлектрический преобразователь, представляющий собой два электрода – анод и катод, помещенные в стеклянный баллон, в котором создан вакуум. Электроды подключены к источнику постоянного напряжения, благодаря чему в баллоне создается электрическое поле. Оптическое излучение взаимодействует с катодом (*фотокатодом*), выполненным из материала с высоким выходом электронов (AgOCs, CsSb, CsI и другие). Если энергия кванта оптического излучения *hf* превышает работу выхода

электрона из металла  $W_{\text{в}}$ , то согласно закону Эйнштейна электрон (фотоэлектрон) покинет фотокатод, обладая кинетической энергией:

$$\frac{mV^2}{2} = h f - W_{_{\rm B}},\tag{9.26}$$

где *т* и *V* – масса и скорость электрона.

Из (9.26) следует, что минимальная энергия кванта, обеспечивающая выход электрона из катода равна  $h f_{\min} = W_{\text{в}}$ .



Рис. 9.18. Фотоэлектрический преобразователь на основе внешнего фотоэффекта (*a*) и его вольтамперная характеристика (б): К – катод; А – анод; ОИ – оптическое излучение

Покинувшие катод фотоэлектроны под действием электрического поля движутся к аноду, создавая электрический ток ( $\phi$ omomok  $I_{\phi}$ ).

Внешний фотоэффект характеризуется следующими Количество испускаемых электронов закономерностями. (поглощаемому пропорционально интенсивности излучения фотокатодом световому потоку q). Для каждого вещества при определенной температуре существует порог минимальной частоты (или максимальной длины волны) излучения, за которым фотоэффект не возникает. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой излучения и не зависит от его интенсивности.

На рис. 9.186 показана вольтамперная характеристика фотоэлектрического преобразователя – зависимость электрического тока в электрической цепи преобразователя  $I_{\phi}$  (фототока  $I_{\phi}$ ) от напряжения анод – катод  $U_{a\kappa}$ . Ее анализ показывает, что при фиксированном значении потока излучения на характеристике можно

выделить две области. При малых значениях разности потенциалов U<sub>ак</sub> и соответственно малой скорости движения электронов к аноду зависимость  $I_{\phi}(U_{ak})$  носит линейный характер (выполнение закона Ома). При дальнейшем увеличении U<sub>ак</sub> возрастает скорость электронов и уже все вышедшие из катода фотоэлектроны достигают анода. Фототок  $I_{\phi}$ этом случае только числом определяется фотоэлектронов В (пропорциональным потоку оптического излучения q) и практически не зависит от напряжения U<sub>ак</sub> (явление насыщения). Очевидно, что для обеспечения независимости измерительного преобразования светового потока в электрический сигнал (фототок) от прочих влияющих факторов целесообразно обеспечивать работу фотоэлектрического преобразователя в области насыщения.

Физически фотоэлектрический преобразователь рис. 9.18 характеризуется высоким быстродействием, поскольку время пролета фотоэлектрона от катода к аноду может быть менее 10<sup>-9</sup> с. Однако реально быстродействие такого преобразования ограничивается переходными процессами в его электрической цепи.

Внутренний фотоэффект – передача энергии квантов излучения электронам вещества с изменением их энергетического состояния. Наибольшее использование для измерительных преобразований имеет фотоэффект полупроводниках. внутренний В Воздействие на высокочастотного электромагнитного полупроводник излучения вызывает возрастание числа носителей электрических зарядов – электронов и дырок. Это приводит к изменению электрического сопротивления полупроводника (фоторезистивный эффект), изменению электрического тока через *p-n* переход (фотодиодный эффект), появлению эдс на *p-n* переходе (фотогальванический эффект).



Рис. 9.19. Относительная спектральная чувствительность полупроводникового фоторезистора Фоторезистивный эффект объясняется увеличением в полупроводнике за счет энергии излучения числа свободных электронов (а соответственно и вакансий – дырок) вследствие преодоления ими энергетического барьера, отделяющего энергетические зоны валентных и свободных электронов (раздел 2.2).

сопротивления Изменение электрического полупроводника связано с интенсивность светового потока линейной зависимостью. Однако следует учитывать, что и само сопротивление полупроводника и его изменение под действием излучения в сильной мере зависят от температуры. Кроме того внутренний фотоэффект имеет селективный по длине волны и частоте излучения характер. На рис. 9.19 приведена типичная зависимость относительной спектральной чувствительности полупроводникового фоторезистора  $S_f = \Delta R / \Delta R_{\text{max}}$  от частоты излучения f. Здесь  $\Delta R$  – изменение электрического сопротивления под действием излучения частоты f;  $\Delta R_{\rm max}$  – изменение электрического сопротивления под действием излучения частоты fmax, при которой это изменение максимально. Анализ зависимости показывает, что в интервале частот меньших  $f_{\text{max}}$  при уменьшении частоты наблюдается снижение чувствительности полупроводникового фоторезистора до нуля, что обусловлено пропорциональным снижением с уменьшением частоты



Рис. 9.20. Фотодиодный (а) и фотогальванический (б) режимы полупроводника с p − n переходом и его вольтамперные характеристики при различных значениях потока оптического излучения (в):
• – электрон; • – дырка; (н) – неосновной носитель

энергии световых квантов. Плавное снижение чувствительности полупроводникового фоторезистора с ростом частоты в интервале частот больших  $f_{\rm max}$  обусловлено уменьшением проникающей способности высокочастотного излучения через поверхностный слой полупроводника.

Фотодиодный и фотогальванический эффекты наблюдаются при наличии в полупроводнике *p*-*n* перехода. Объясняются возрастанием в нем при воздействии излучения числа неосновных носителей (электронов в *p* – области и дырок в *n* – области).

Как было показано в разделе 8.6.3, благодаря диффузии электронов из n – области полупроводника в p – область, а дырок – из p – области в n – область, на p-n переходе возникает контактная разность потенциалов  $U_{\kappa}$  (рис. 9.20 $a, \delta$ ). Наличие этого потенциального барьера ограничивает до минимума протекание через переход электрического тока основных носителей, определяющих проводимость соответствующей области полупроводника (дырок в p – области и электронов в n – области).

В фотодиодном режиме полупроводника с *p-n* переходом (фотодиода) к нему прикладывается внешнее напряжение  $U_{\rm CM}$  (обратное смещение диода), совпадающее по направлению с контактной разностью потенциалов U<sub>к</sub> (рис. 9.20*a*). В этом случае ток основных носителей полностью прекратится, и ток через переход будет определяться обратным током неосновных носителей, возникающих под действием внешних воздействий (теплового, оптического, ионизирующего) в непосредственно прилегающих к *p-n* переходу обедненных носителями областях полупроводника (электронов в р – области и дырок *п* – области). Фотодиодному режиму соответствует напряжения вольтамперных отрицательных значений область характеристик фотодиода рис. 9.20в. Здесь  $U_{pn}$  – приложенное к полупроводниковому элементу напряжение,  $I_{\phi}$  – фототок через элемент.

Анализ зависимостей  $I_{\phi}(U_{pn})$  для разных интенсивностей оптического излучения (потока оптического излучения q) показывает, что при обратном смещении фотодиода ( $U_{pn} < 0$ ) значение фототока мало зависит от приложенного напряжения и определяется интенсивностью оптического излучения. Сила тока в этом случае прямопропорциональна потоку оптического излучения q. Рабочая точка характеристики фотодиода определяется также напряжением смещения  $U_{cm}$  и сопротивлением нагрузки R и находится в точке пересечения соответствующей конкретному значению потока q вольтамперной характеристики фотодиода (в качестве примера выбрано значение

268

потока q<sub>2</sub>) и нагрузочной прямой (показана на рис. 9.20*в* штрихпунктирной линией).

В фотогальваническом режиме фотодиод не имеет какого-либо внешнего источника напряжения и работает как генератор. Появление разности потенциалов  $U_{\Gamma}$  на его электродах (рис. 9.20б) обусловлено, также как и в предыдущем случае, возрастанием под действием излучения числа неосновных носителей и переносом их через переход, сопровождаемым понижением потенциального барьера (контактной разности потенциалов  $U_{\kappa}$ ). В режиме холостого хода (при отсутствии нагрузки) возникающая эдс фотогальванического элемента  $U_{\Gamma}$ прямопропорциональна потоку оптического излучения *q*.

Фотогальваническому соответствует режиму область значений напряжения вольтамперных положительных  $U_{pn}$ характеристик рис. 9.20*e*. Рабочая точка характеристики фотогальванического элемента в режиме холостого хода находится в точке пересечения соответствующей конкретному значению потока q вольтамперной характеристики фотоэлемента (в качестве примера выбрано значение потока  $q_2$ ) и горизонтальной координатной оси (оси напряжений).

Кроме использования для измерительных преобразований фотогальванический режим широко применятся в работе солнечных источников энергии (солнечных батарей).

Фотодиодный и фотогальванический эффекты характеризуются высоким быстродействием и спектральной селективностью функции преобразования, что обусловлено теми же факторами, что и в случае рассмотренного ранее фоторезистивного эффекта.

# 9.8. Области применения измерительных преобразований в полях оптических излучений

Основные области применения измерительных преобразований в полях оптических излучений: измерение и контроль геометрических размеров и формы объектов из прозрачных и непрозрачных материалов, измерение расстояний, измерение поверхности, качества структуроскопия, определение химического состава и измерение концентрации различных веществ, определение степени запыленности и задымленности воздушной среды, измерение механических напряжений деформаций, определение колориметрических характеристик И различных объектов.

На рис. 9.21 иллюстрируется использование оптического излучения для измерения поперечного размера цилиндрической детали. Принцип измерения заключается в преобразовании с помощью линзы

светового потока точечного источника в однородный световой поток с плоским фронтом и определения размера создаваемой деталью тени с помощью расположенного за деталью многоэлементного фотоприемника. Очевидно, что если принять меры по уменьшению влияния дифракционных явлений, то для светового потока с плоским фронтом размер тени совпадает с поперечным размером детали.



Рис. 9.21. Измерение поперечного размера детали: 1 – источник света; 2 – линза; 3 – деталь; 4 – фотоприемник

Огромный расширении сферы скачок В использования оптического излучения для измерительных преобразований произошел с появлением лазеров, создание которых шло одновременно с развитием различных направлений их применения. Лазеры большой мощности позволяют изучать разнообразные явления при взаимодействии света большой интенсивности со средой, ранее совершенно недоступные для эксперимента. В исследованиях молекулярного рассеяния света лазерные расширили источники значительно возможности экспериментальной проводятся исследования техники, кинетики движения некоторых биологических объектов, например простейших бактерий. С помощью коротких и сверхкоротких импульсов можно быстрые релаксационные изучать чрезвычайно процессы в конденсированных средах с временем релаксации ~ 10<sup>-13</sup> секунд. Возможность формировать сверхкороткие импульсы света (10<sup>-11</sup> ÷ 10<sup>-12</sup>) секунд имеет также важное значение для скоростной фотографии и ряда других методов исследования быстропротекающих процессов. С обладающего помошью гелий-неонового лазера, высокой стабильностью частоты, возможно создание единого оптического стандарта длины (длина волны) и времени (частота). Исключительно высокая эффективная температура излучения лазеров и возможность энергию в ничтожно малом объёме концентрировать открыли уникальные возможности испарения и нагрева вещества. Важнейшей задачей является нагрев плазмы до температур, достаточных для осуществления термоядерных реакций и получения термоядерной плазмы. Достигнуты температуры 20×10<sup>6</sup> К. В тех же условиях эксперимента, при соответствующем подборе химического состава мишени, удаётся получить испаряемой точечный источник рентгеновского излучения высокой интенсивности (мощностью  $\sim 10^{9}$ Вт при длительности импульса несколько наносекунд). Существует возможность создания интенсивных точечных источников нейтронов. С помощью лазера возможны сварка, закалка, резка и сверление различных материалов без возникновения в них механических напряжений, неизбежных при обычной обработке. При ЭТОМ обрабатываемые материалы могут быть любой твёрдости, а достигаемая погрешность геометрических размеров не превышает нескольких длин волн.

Большие возможности открываются перед лазерной техникой в биологии и медицине. Лазерный луч применяется не только в хирургии (например, при операциях на сетчатке глаза) как скальпель, но и в терапии.

Интенсивно развиваются методы лазерной локации и связи. Локация Луны с помощью рубиновых лазеров и специальных уголковых отражателей, доставленных на Луну, позволила увеличить точность измерения расстояний Земля – Луна до нескольких сантиметров. Полная затрата энергии при этом порядка энергии, вылеляюшейся сгорании при десятка спичек. помощью С полупроводникового лазера осуществлена СВЯЗЬ co спутником. Разрабатываются лазерные методы геодезических измерений И регистрации сейсмических явлений. Созданы и используются лазерные гироскопы, нивелиры, теодолиты и дальномеры.

С помощью лазерной техники интенсивно разрабатываются оптические методы обработки передачи и хранения информации, методы голографической записи информации, цветное проекционное телевидение.



Рис. 9.22. Измерение расстояния до объекта с помощью импульсного лазера: ИЛ – импульсный лазер; ФП – фотоприемник; О – объект

На рис. 9.22 иллюстрируется применение лазера для измерения расстояния до объекта. В этом случае импульсным лазером формируется короткий импульс оптического излучения и измеряется время его прохождения до объекта и обратно после отражения от объекта. Отраженный оптический импульс фиксируется быстродействующим фотоэлектрическим преобразователем.



Рис. 9.23. Использование лазера для нивелирования: Л – лазер; НЛ – нивелирная линейка

На рис. 9.23 показано использование лазера для нивелирования – определения высот точек земной поверхности относительно некоторой исходной точки. Лазер на специальном штативе устанавливается таким образом, что обеспечивается строго горизонтальное направление его луча. Определение высоты точки поверхности производится с помощью специальной нивелирной линейки, на которой визуально либо с помощью фотоэлектрического преобразователя фиксируется местоположение создаваемого лучом лазера светового пятна.

### Контрольные вопросы

9.1. Какова природа оптического излучения? Основные характеристики оптического излучения.

9.2. Что понимается под монохроматичностью, когерентностью, поляризованностью оптического излучения?

9.3. Какие факторы влияют на поглощение и рассеивание света средой? Закон затухания световой волны.

9.4. Какие факторы определяют взаимодействие световой волны с границей раздела сред? Основные уравнения отражения и преломления света.

9.5. В чем заключается особенность взаимодействия оптического излучения с оптически анизотропной средой?

9.6. В чем заключается физическая сущность эффекта двухлучепреломления?

9.7. В чем заключается физическая сущность эффекта поворота плоскости поляризации оптически активными средами?

9.8. На чем основано измерительное преобразование характеристик оптических сред и расстояний с использованием интерференции оптических волн?

9.9. В чем заключается физическая сущность голографической интерференции?

9.10. Какие физические эффекты лежат в основе тепловых источников оптических излучений?

9.11. Какие физические эффекты лежат в основе люминесцентных источников оптических излучений?

9.12. Какие физические эффекты лежат в основе лазерных источников оптических излучений?

9.13. Какие физические эффекты лежат в основе тепловых приемников оптических излучений?

9.14. Какие физические эффекты лежат в основе фотоэлектрических приемников оптических излучений?

9.15. Для решения каких измерительных задач может быть использовано измерительное преобразование в полях оптических излучений?

#### Задачи

9.1. Полный световой поток точечного источника света  $q_{\Sigma} = 1 \text{ Br}$ . Определить энергетические силу света *I*, освещенность *G* концентрической источнику сферической поверхности, удаленной на расстояние r = 1 м от источника и световой поток *q*, падающий на участок этой поверхности площадью  $S = 100 \text{ мm}^2$ .

#### Решение

Согласно определениям силы света, освещенности и светового потока в случае однородного светового потока точечного источника:

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{q}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} = 0,08 \frac{\mathrm{BT}}{\mathrm{cp}}; \quad G = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S} = \frac{q}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 1^2} = 0,08 \frac{\mathrm{BT}}{\mathrm{M}^2};$$
$$q = G \cdot S = 0,08 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-6} \mathrm{BT}.$$

9.2. Световые волны от двух точечных когерентных источников, расположенных в плоскости L (плоскости рис. 9.24), с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм падают на экран, плоскость которого перпендикулярна плоскости L и ориентирована таким образом, что источники света равноудалены от экрана. Определить ширину интерференционных полос  $\Delta$  на линии пересечения экрана плоскостью L. Геометрические размеры приведены на рисунке.



Рис. 9.24. Интерференция световых волн двух источников: 1, 2 – источники; 3 – экран

#### Решение

По условию задачи требуется определить расстояние  $\Delta$  между соседними максимумами либо минимумами освещенности экрана. Условием максимальной освещенности в точке экрана является кратность разности фаз световых волн первого и второго источников, приходящих в эту точку, значению  $2\pi$ :  $\phi_1 - \phi_2 = 2\pi n$ , где  $n = 0, \pm 1, \pm 2,...$ 

Согласно (9.21) разность фаз определяется начальными фазами колебаний источников и разностью расстояний  $x_1 - x_2$  от источников до экрана. При равенстве начальных фаз:

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(x_1-x_2)\,.$$

Откуда следует, что для соседних максимумов освещенности:

$$2\pi n = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2)$$
 и  $(x_1 - x_2) = \lambda n$ .

Разность  $x_1 - x_2$  может быть выражена следующим образом:

$$x_1 - x_2 = \sqrt{l^2 + (a + y)^2} - \sqrt{l^2 + (a - y)^2} \approx \frac{2a}{l}y$$

Отсюда может быть определено значение расстояние  $y = \Delta$  между точками, для которых n = 0 (y = 0) и n = 1:

$$\frac{2a}{l}y = \lambda n \quad \text{M} \quad y = \Delta = \frac{\lambda l}{2a} = \frac{0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{20 \cdot 10^{-3}} = 0,25 \text{ MM}.$$

9.3. Определить допустимый минимальный радиус изгиба оптического волновода, представляющего собой гибкий двухслойный цилиндр с радиусом внутреннего слоя  $r_1 = 1$  мм и наружного  $r_2 = 1,2$  мм. Значения относительных диэлектрических проницаемостей диэлектриков:  $\varepsilon_{r1} = 4$  и  $\varepsilon_{r2} = 2$ .



Рис. 9.25. Прохождение световой волны по оптическому волноводу при наличии изгиба

#### Решение

Геометрия задачи показана на рис. 9.25. Прохождение световой волны с минимальными потерями обеспечивается при условии, что минимальный угол падения светового луча на границу раздела между внутренним и наружным слоями превышает значение критического угла

$$\alpha_{\rm kp} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{2}{4}}\right) = 45^\circ.$$

Если пренебречь толщиной наружного слоя волновода и принять  $r_2 \approx r_1 = r = 1 \text{ мм}$ , то минимальное значение радиуса изгиба может быть определено с использованием тригонометрического соотношения для треугольника *А0B* подстановкой в него  $\alpha = \alpha_{_{KD}}$ :

$$\sin \alpha = \frac{R}{R+2r};$$
  $R_{\min} = \frac{2r \cdot \sin \alpha_{\kappa p}}{1-\sin \alpha_{\kappa p}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{0.5}}{1-\sqrt{0.5}} = 4.8 \text{ MM}.$ 

## 10. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Эти измерительные преобразования основаны на зависимости пространственных и временных характеристик радиационного поля от параметров среды, в которой происходит распространение излучений.

#### 10.1. Строение атома

Атом (от греческого *atomos* – неделимый), часть вещества микроскопических размеров и массы, наименьшая часть химического элемента, являющаяся носителем его свойств. Атомы существуют в свободном (в газе) и связанном состоянии. Связываясь друг с другом непосредственно или в составе молекул, атомы образуют жидкие и твердые тела.

Атом состоит из тяжелого ядра, обладающего положительным электрическим зарядом, и окружающих его легких частиц – электронов с отрицательными электрическими зарядами, образующих электронные оболочки атомов. Размер атома фактически определяется размером электронной оболочки (размер ядра  $10^{-9}...10^{-8}$  мкм; размер атома порядка  $10^{-4}$  мкм).

Заряд ядра – основная характеристика атома, обуславливающая его принадлежность к определенному элементу. В нормальном состоянии заряд ядра равен заряду электронов. При потере электронов атом становится положительным ионом, а при присоединении – отрицательным (обозначение иона: X<sup>n±</sup>, где n+ – число потерянных электронов; n- – число присоединенных электронов).

Ядро состоит из положительно заряженных частиц протонов и нейтральных частиц – нейтронов. Масса протона равна массе нейтрона ( $\approx 1,67 \cdot 10^{-24}$  г). Масса электрона примерно в 1840 раз меньше ( $\approx 0,91 \cdot 10^{-27}$  г), поэтому масса атома определяется главным образом массой ядра. Число нейтронов не всегда равно числу протонов. Разновидности атомов одного и того же элемента, имеющие одинаковое число протонов, но разное число нейтронов называются изотопами этого элемента (обозначение  ${}^{A}_{Z}X$ , где A – массовое число – общее число протонов и нейтронов; Z – атомный номер, равный числу протонов в ядре).

Электроны распределяются в атоме в дискретных слоях, характеризуемых дискретными уровнями энергии. Каждый слой может содержать не больше определенного числа электронов. Самый близкий к ядру *К*-слой содержит не более двух электронов, а следующие в порядке удаления от ядра *L*-, *M*-, *N*-, *O*-, *P*- и *Q*- слои соответственно не

больше 18, 32, 18, 12 и 2 электронов. Устойчивым состоянием атома является то, в котором электронами заполняются нижние вакантные уровни. Переход электрона на более высокий уровень соответствует неустойчивому возбужденному состоянию атома. Обратный переход электрона (этого или другого) на более низкий вакантный энергетический уровень сопровождается выделением энергии в виде тепловой либо электромагнитного излучения.

физических Большинство химических И свойств атомов внешних электронных оболочек определяется строением его (энергетическая зона валентных электронов), в которых электроны связаны относительно слабо. В частности, обмен между атомами валентными электронами обуславливает их химические соединения. Этими же электронами определяются электрические и магнитные свойства материалов. Во внутренних оболочках электроны связаны гораздо прочнее (в сотни раз) и вступают во взаимодействие только с быстрыми частицами либо электромагнитными квантами высокой энергии.

### 10.2. Природа ионизирующего излучения

Ионизирующее излучение – потоки частиц и электромагнитных квантов, взаимодействие которых со средой приводит к ионизации ее атомов и молекул.

Ионизирующими излучениями являются рентгеновское и γизлучение, потоки α-частиц (ядер гелия), электронов, позитронов, протонов и нейтронов.

Рентгеновское и  $\gamma$ -излучение по своей природе – высокочастотные электромагнитные волны (рис. 9.1). Диапазон длин волн рентгеновского излучения  $10^{-12}$ ... $10^{-8}$  м. Диапазон длин волн  $\gamma$ -излучения  $10^{-14}$ ... $10^{-10}$  м. Диапазон рентгеновского излучения перекрывается в длинноволновой области ультрафиолетовым оптическим излучением, а диапазон  $\gamma$ -излучения перекрывается в коротковолновой области ионизирующим космическим излучением.

Ионизирующее электромагнитное излучение называется фотонным, а ионизирующее излучение в виде потока заряженных частиц или нейтронов – корпускулярным.

Ионизация фотонами рентгеновского и γ-излучения может быть непосредственной – первичной, а также, в большей степени, вторичной, обусловленной электронами, образующимися при взаимодействии фотонов с веществом. Заряженные частицы ионизируют среду непосредственно при столкновении с ее атомами и молекулами (первичная ионизация). Выбиваемые при этом электроны, если они обладают достаточно большой энергией, так же могут ионизировать (вторичная ионизация). В случае быстрых нейтронов ионизация обусловлена ядрами отдачи или другими частицами, возникающими при взаимодействии нейтронов со средой.

## 10.3. Характеристики ионизирующих излучений

В зависимости от характера распространения в пространстве различают направленное и ненаправленное излучения, а в зависимости от характера распространения во времени – непрерывное и импульсное излучения.

Основными характеристиками пространственно-временного распределения ионизирующего излучения в некоторой области пространства являются поток ионизирующих частиц, плотность потока ионизирующих частиц, перенос энергии ионизирующих частиц.

Поток ионизирующих частиц – число ионизирующих частиц, проникающих в единицу времени в объем элементарной сферы. Единица измерения – частиц/с.

Плотность потока ионизирующих частиц – отношение числа ионизирующих частиц, проникающих в единицу времени в объем элементарной сферы к площади поперечного сечения этой сферы. Единица измерения – частиц/м<sup>2</sup>·с.

Перенос энергии ионизирующих частиц – переносимая ионизирующим излучением энергия в единицу времени через элементарную сферу к площади поперечного сечения этой сферы. Единица измерения – Вт/м<sup>2</sup>.

Основными величинами, характеризующими взаимодействие ионизирующего излучения со средой, являются доза ионизирующего излучения, экспозиционная доза фотонного излучения, мощность дозы ионизирующего излучения, мощность экспозиционной дозы фотонного излучения.

Доза ионизирующего излучения – энергия ионизирующего излучения, поглощенная в единице массы облучаемого вещества. Единица измерения в системе СИ – Дж/кг, внесистемная единица – рад = 10<sup>-2</sup> Дж/кг.

Экспозиционная доза фотонного излучения – отношение суммарного заряда всех ионов одного знака, созданных в элементарном объеме воздуха к массе воздуха в указанном объеме. Единица измерения в системе СИ – Кл/кг, внесистемная единица – рентген (P) = 2,58 · 10<sup>-4</sup> Кл/кг.

*Мощность дозы ионизирующего излучения* – приращение поглощенной дозы в единицу времени. Единица измерения в системе СИ – Вт/кг, внесистемная единица – рад/с = 10<sup>-2</sup> Вт/кг.

Мощность экспозиционной дозы фотонного излучения – приращение экспозиционной дозы фотонного излучения в единицу времени. Единица измерения в системе СИ – А/кг, внесистемная единица –  $P/c = 2,58 \cdot 10^{-4}$  Кл/кг.

## 10.4. Взаимодействие фотонного излучения с веществом

Рентгеновское и γ-излучение при прохождении через вещество теряют свою энергию за счет рассеяния и преобразования в кинетическую энергию электронов. Ослабление интенсивности направленного пучка монохроматического фотонного излучения происходит по экспоненциальному закону:

$$J(z) = J_0 \exp(-\mu z) , \qquad (10.1)$$

где J(z) – перенос энергии фотонов в точке пространства, отстоящей от начала координат в направлении распространения излучения на расстоянии z;  $J_0$  – перенос энергии фотонов в начале координат;  $\mu$  – линейный коэффициент ослабления.



Рис. 10.1. Зависимость линейного коэффициента ослабления от энергии фотонов для различных веществ

Величина μ, имеющая размерность м<sup>-1</sup>, зависит от энергии фотонов и плотности материала (атомного номера элементов *Z*, образующих материал). На рис. 10.1 показана зависимость линейного

коэффициента ослабления от энергии фотонов для материалов различной плотности.



Рис. 10.2. Преобладающий процесс взаимодействия фотонного излучения с веществом в зависимости от атомного номера и энергии фотонов: І – фотоэлектрический эффект; ІІ – комптоновский эффект; ІІІ –эффект образования пар

Взаимодействие фотонного излучения с веществом происходит по одному из следующих вариантов: фотоэлектрический эффект, эффект Комптона, образование пар. Для известных излучения и вещества преобладающий процесс определяется энергией квантов и атомными номерами Z элементов, составляющих вещество (рис.10.2). Каждый из этих процессов сопровождается высвобождением электронов, которые теряют энергию путем ионизации и возбуждения атомов среды.

Фотоэлектрический эффект. Энергия кванта излучения  $hv_1$  полностью передается электрону с более глубоких уровней (*K*, *L*) атома облучаемой среды (рис. 10.3). Этот электрон, энергия связи которого  $W_c$ , испускается с кинетической энергией  $W_{\kappa} = hv_1 - W_c$ . На место электрона, удаляемого с глубокого уровня, переходит электрон с одного из внешних уровней, энергия связи которого  $W'_c < W_c$ , что вызывает испускание кванта  $hv_2 = W_c - W'_c$  вторичного излучения, носящего название характеристического.



## Рис. 10.3. Фотоэлектрический эффект взаимодействия фотонного излучения с веществом

Эффект Комптона. Этот эффект соответствует упругому соударению фотона с энергией  $hv_1$  и электрона с одного из внешних атомных уровней, энергия связи которого мала ( $W_c \ll hv_1$ ). При соударении происходит освобождение электрона с кинетической энергией  $W_{\kappa}$  и излучение вторичного кванта с меньшей энергией  $hv_2 = hv_1 - W_{\kappa} - W_c$  (рис. 10.4*a*). Освобожденный электрон называется электроном отдачи.

В случае недостаточности энергии падающего кванта для выбивания электрона за счет энергии возбужденного электрона происходит излучение вторичных квантов той же энергии  $hv_3 = hv_1$  (рис. 10.46).



Рис. 10.4. Эффект Комптона взаимодействия фотонного излучения с веществом: комптоновское (*a*) и когерентное (б) рассеяние.

Как в первом, так и во втором случае фотоны, образовавшиеся в результате взаимодействия, имеют в общем случае иное направление, чем фотон падающего излучения. Имеет место рассеяние излучения. В первом случае рассеяние носит название комптоновского, а во втором – когерентного (подчеркивается равенство энергий падающего и рассеянного фотонов).

Эффект образования пар. Фотон может преобразоваться в поле ядра в пару электрон и позитрон (рис. 10.5). Минимальная энергия, требуемая для такого преобразования, равна энергии масс покоя двух этих частиц:

$$hv_1 \ge 2m_e c^2 = 1,022 \text{ M} \Rightarrow B,$$
 (10.2)

где *m<sub>e</sub>* – масса покоя электрона; *с* – скорость света.



Рис. 10.5. Эффект образования пар при взаимодействии фотонного излучения с веществом

Избыточная энергия по сравнению с этой величиной передается образующимся частицам в виде кинетической энергии, которая переходит затем атомам окружающей среды посредством возбуждения и ионизации.

Позитрон после замедления воздействует с электроном окружающей среды, что приводит к аннигиляции этой пары с образованием двух квантов, каждый из которых несет энергию  $hv_2 = hv_3 = 0,511$  МэВ, равную энергии массы покоя одной из частиц. Дальнейшее взаимодействие этих двух квантов со средой происходит в виде эффекта Комптона или фотоэффекта.

В соответствии с описанными процессами взаимодействия фотонного излучения с веществом, линейный коэффициент ослабления µ представляется суммой

$$\mu = \mu_1 + \mu_2, \qquad (10.3)$$

где  $\mu_1$  – коэффициент, определяющий преобразование первичного излучения в рассеянное и характеристическое;  $\mu_2$  – коэффициент электронного преобразования, характеризующий преобразование первичного излучения в кинетическую энергию вторичных электронов (фотоэлектронов, электронов отдачи, пар электрон – позитрон).

## 10.5. Взаимодействие корпускулярного излучения с веществом

Альфа-частицы.  $\alpha$ -частица представляет собой ядро атома гелия  ${}^{4}_{2}$ Не, которое образовано двумя протонами и двумя нейтронами. Ее электрический заряд положителен и численно равен удвоенному заряду электрона  $2q_{e}$ , а масса  $\alpha$ -частицы примерно в 7000 раз превышает массу электрона.

Эффекты, вызываемые  $\alpha$ -частицами в веществе, обусловлены их взаимодействием с электронами на атомных орбитах и бывают двух видов. Если энергии  $\alpha$ -частицы достаточна для освобождения электрона, то имеет место *ионизация* атома, который становится положительным ионом. Если кинетическая энергия высвобождаемого электрона значительна (> 100 эВ), он вызывает, в свою очередь, вторичную ионизацию. Если энергия  $\alpha$ -частицы недостаточна для освобождения электрона, то имеет место *возбуждение* атома, переход которого в основное состояние сопровождается испусканием кванта электромагнитного излучения, например света.

Ввиду больших размеров и массы α-частицы обладают большой ионизирующей, но малой проникающей способностью. Поток α-частиц даже большой энергии практически полностью поглощается 10 см воздуха, 150 мкм воды, 70 мкм алюминия, 130 мкм биологической ткани. Поэтому α-частицы используются для просвечивания только тонких слоев материала с малой плотностью (например бумаги).

**Бета-частицы.** Хотя к β-частицам относятся как ускоренные электроны, так и позитроны, широкое практическое использование для измерительных преобразований имеет главным образом электронное излучение.

 $\beta$ -частицы обладают, при равной энергии, значительно большей (примерно в 5·10<sup>2</sup> раз) проникающей способностью, чем  $\alpha$ -частицы. Энергетические затраты, приводящие к замедлению  $\beta$ -частиц, связаны с возбуждением и ионизацией атомов, а также с торможением частиц с большой энергией в поле тяжелых атомных ядер, сопровождаемым испусканием тормозного рентгеновского излучения. В первом приближении ослабление интенсивности  $\beta$ -излучения подчиняется закону (10.1).

**Нейтроны.** Взаимодействие нейтронов с веществом имеет совершенно иной механизм, чем взаимодействие с ним заряженных частиц. Поскольку нейтрон не имеет заряда, он не испытывает кулоновских взаимодействий и может свободно перемещаться через вещество до тех пор, пока не столкнется с ядром атома.

Нейтроны взаимодействуют с веществом двумя способами: либо рассеиваются ядром, либо поглощаются им. В первом случае нейтрон при каждом столкновении с ядром отдает ему часть кинетической энергии, в результате чего его энергия уменьшается до уровня средней кинетической энергии поглощающей среды. Такой нейтрон называется тепловым. Поскольку передача энергии, приходящейся на каждое столкновение, больше для легких ядер, в качестве замедлителей нейтронов используют материалы с низкими атомными номерами.

В случае приближения нейтрона к ядру на расстояние действия ядерных сил может происходить захват нейтрона ядром. Это приводит к высоковозбужденному состоянию ядра. Достижение устойчивого состояния происходит в результате выбрасывания протона, α-частицы или испускания фотонного излучения. Потеря ядром составных частиц является, по сути, ядерным превращением. Взаимодействие вновь образовавшихся частиц и фотонов излучения с веществом происходит по описанным ранее механизмам.

Ослабление направленного пучка монохроматических нейтронов подчиняется закону (10.1).

Следует отметить, что экспоненциальный закон приближенно описывает ослабление фотонного, электронного и нейтронного ионизирующих излучений, но не применим к ослаблению α-частиц, так как моноэнергетические α-частицы проходят примерно один и тот же путь в веществе.

## 10.6. Источники ионизирующих излучений

Для получения ионизирующих излучений используются главным образом ускорители электронов (реже других заряженных частиц), радиоактивные источники и ядерные реакторы.

Ускорители. Принцип работы ускорителей электронов основан на воздействии на электрон силами электрического и магнитного полей. Общим для всех ускорителей электронов является наличие источника электронов (чаще всего используется термоэлектрическая эмиссия электронов из нагреваемого катода), наличие ускоряющего электрического поля и создание в рабочей зоне ускорителя вакуума, обеспечивающего беспрепятственное движение ускоряемых электронов. По характеру ускоряющего электрического поля различают высоковольтные, индукционные и резонансные ускорители. В первом случае ускоряющее электрическое поле обусловлено большой разностью потенциалов между электродами ускоряющего промежутка и действует в течении интервала времени, значительно превышающего время пролета электроном всего пути ускорения. В ускорителях индукционного типа ускорение электронов осуществляется с помощью возбуждаемого магнитным полем вихревого электрического поля. При резонансном ускорении движение электронов происходит синхронно с переменным ускоряющим полем (например, бегущим).

В высоковольтных ускорителях траектория электронов является преимущественно прямолинейной (*линейный ускоритель*). В ускорителях других типов для многократного воздействия на электрон одной и той же ускоряющей системы обеспечивается их циклическое движение по круговым орбитам (*циклические ускорители*). Такая траектория достигается за счет воздействия на движущийся электрон поперечного относительно направления движения магнитного поля.

В результате воздействия на электроны электрическим полем на выходе ускорителя формируется непрерывный либо импульсный поток ускоренных моноэнергетических электронов (β-частиц). Непосредственно β-излучение ввиду относительно малой проникающей способности не имеет для измерительных преобразований широкого Наибольшее использование применения. оно получило лля последующего возбуждения рентгеновского и у-излучения. Для этого на пути электронного пучка размещается пластина (мишень) из материала высокой прочности и с высоким атомным номером (обычно используется вольфрам).

взаимодействии ускоренного электрона При мишенью с происходит преобразование кинетической энергии электрона в энергию фотонного излучения. При ЭТОМ возможны два варианта взаимодействий. При непосредственном взаимодействии электрона с ядром атома мишени он тормозится ядром, которое вследствие большой массы не испытывает ощутимого возмущения. В результате вся кинетическая энергия электрона трансформируется в фотон излучения. фотонное излучение называется Возникающее тормозным И характеризуется непрерывным спектром.

285

Во втором варианте взаимодействия ускоренного электрона с атомом мишени за счет кинетической энергии электрона происходит возбуждение электронной оболочки атома. При этом электрон оболочки атома либо покидает атом, либо переходит на более высокий энергетический уровень. Такое состояние атома является неустойчивым. Возвращение атома В устойчивое состояние сопровождается испусканием одного или нескольких фотонов, энергия которых определяется разницей энергетических уровней, занимаемых электроном в неустойчивом и устойчивом состояниях электронной Возникающее при оболочки атома. ЭТОМ фотонное излучение называется характеристическим и имеет дискретный спектр.



Рис. 10.6. Принцип действия рентгеновского аппарата:

- 1 баллон с вакуумом; 2 нагреваемый катод;
- 3 анод с мишенью; 4 рентгеновское излучение

На рис. 10.6 для иллюстрации принципа получения фотонного рентгеновского излучения показана рентгеновская трубка, являющаяся основным элементом рентгеновского аппарата (пример высоковольтного линейного ускорителя).

Радиоактивные источники. Ядра атомов, содержащие избыточное число протонов или нейтронов, нестабильны. Они самопроизвольно превращаются в другие, более стабильные ядра, и называются радионуклидами или радиоизотопами. Поэтому другим названием радиоактивного источника является радионуклидный. Радиоактивные нуклиды дополнительно помечаются звездочкой:  $\frac{A}{z}X^*$ . Превращение радионуклида сопровождается испусканием частиц,

характеризующих данное ядерное превращение. Именно эти потоки частиц, которые испускает радионуклид, образуют ядерное излучение, используемое, в том числе, для измерительных преобразований.

Самопроизвольное превращение радионуклида можно выразить с помощью уравнения:

$$A_{z}^{A}X^{*} \rightarrow A_{z_{1}}^{A}X_{1}$$
 + излучение ( $\alpha, \beta, \gamma$ , нейтроны и др.). (10.4)

Это ядерное превращение описывается следующей временной зависимостью:

$$n(t) = n_0 \exp(-st),$$
 (10.5)

где n(t) и  $n_0$  – число нуклидов  $\frac{A}{z}X^*$  в момент времени t и начальный момент времени соответственно; s – постоянная распада (c<sup>-1</sup>).

Характеристикой активности радиоактивного источника является период полураспада *T*, представляющий собой интервал времени, необходимый для того, чтобы половина начального количества радиоизотопа претерпела ядерный переход:

$$T = \frac{\ln 2}{s} \,. \tag{10.6}$$

Значение T для различных радиоизотопов находится в интервале от  $10^{-6}$  с до  $10^9$  лет. Для измерительных преобразований наиболее широкое применение имеют радионуклиды с периодом полураспада от десятков суток до нескольких лет.

До применения искусственно созданных радиоактивных измерительных преобразований источников ДЛЯ В основном использовался радий. В настоящее время используются главным образом полученные искусственным путем радиоизотопы <sup>60</sup>Co, <sup>137</sup>Cs, <sup>192</sup>Іг, <sup>170</sup>Тт и другие. Существует три основных способа получения искусственных радиоизотопов: при помощи нейтронной активации путем облучения в ядерном реакторе, разделением продуктов ядерного деления, бомбардировкой заряженными частицами на ускорителях.

#### 10.7. Приемники ионизирующих излучений

Регистрация ионизирующих излучений основана на эффектах, сопровождающих ионизацию газов (ионизационное преобразование), полупроводников (фотоэлектрическое преобразование), воздействие на сцинтилляторы (сцинтилляционное преобразование) и фотоэмульсию (рентгенографическое преобразование). В первых двух случаях имеет место электрический эффект, в третьем – оптический, в четвертом – химический.



Рис. 10.7. Схема ионизационной камеры (*a*) и ее вольтамперная характеристика (б):

к – катод; а – анод; ИИ – ионизирующее излучение

**Ионизационное** измерительное преобразование осуществляется на основе ионизационной камеры (рис. 10.7). Ионизационная камера состоит из газонаполненного металлического корпуса и металлического электрода (рис.10.7*a*). На электрод подается положительный потенциал относительно корпуса и таким образом корпус является катодом, а электрод – анодом. При отсутствии ионизирующего излучения электрический ток в цепи ионизационной камеры равен нулю. Под действием ионизирующего излучения ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , рентгеновского, нейтронного) газ в камере ионизируется с образованием пар электрон – ион. Под действием разности потенциалов между анодом и катодом (напряжения  $U_{ak}$ ) в электрической цепи ионизационной камеры появляется электрический ток *I*.

На рис. 10.76 показана вольтамперная характеристика ионизационной камеры. При относительно низких напряжениях  $U_{a\kappa}$  и соответственно малой скорости ионизационных зарядов в соответствии с законом Ома наблюдается пропорциональная зависимость тока от напряжения (область I).

При более высоких напряжениях (несколько сотен вольт) скорость ионизационных зарядов возрастает, все высвободившиеся заряды успевают достичь электродов, и величина тока перестает зависеть от приложенного напряжения  $U_{ak}$  (область насыщения II).
Значение тока насыщения определяется в этом случае интенсивностью ионизирующего излучения *J*. В таком режиме работает ионизационная камера, используемая для детектирования фотонных излучений относительно большой интенсивности и отдельных частиц с высокой ионизирующей способностью.

При напряжении U<sub>ак</sub>, превышающем примерно 500 В, возрастание скорости ионизационных зарядов приводит к возникновению вторичной ионизации газа уже не детектируемым ионизирующим излучением, а электрическом поле ионизационной ускоренными в камеры электрическими зарядами. В результате происходит умножение числа ионизационных зарядов в сотни и тысячи раз. Это вызывает резкое увеличение электрического тока (область III). В таком режиме работает пропорциональный счетчик названии подчеркивается (в пропорциональность числа ионизационных зарядов интенсивности детектируемого излучения). Пропорциональный счетчик используется для детектирования излучений меньшей ионизирующей способности, чем в случае использования ионизационной камеры. Его достоинство – более высокая чувствительность, недостаток – большая погрешность преобразования интенсивности ионизирующего излучения в силу тока.

При достижении напряжения  $U_{a\kappa}$  значения порядка единиц киловольт воздействие на газ ионизирующей частицы вызывает лавинообразное возрастание числа ионизационных зарядов. Ионизационная камера переходит в режим самостоятельного разряда, когда действие даже одной частицы приводит к возникновению непрерывного электрического разряда по всему объему камеры, обусловленного выбиванием электронов из катода и вторичным электромагнитным излучением возбужденных атомов газа. В этом случае сила электрического тока не зависит от интенсивности детектируемого излучения (область IV). В таком режиме работает счетчик Гейгера – Мюллера, используемый для регистрации (подсчета) отдельных частиц с малой ионизирующей способностью. Понятно, что для работы такого счетчика после каждого газового разряда должно быть предусмотрено размыкание электрической цепи ионизационной камеры.

Фотоэлектрическое измерительное преобразование осуществляется на основе использования внутреннего фотоэффекта в полупроводниках, заключающегося в передаче энергии квантов излучения электронам вещества с изменением их энергетического состояния. Воздействие на полупроводник высокочастотного электромагнитного излучения вызывает возрастание числа носителей электрических зарядов – электронов и дырок. Это приводит к

289

изменению электрического сопротивления полупроводника (фоторезистивный эффект), изменению электрического тока через *p-n* переход (фотодиодный эффект), появлению эдс на *p-n* переходе (фотогальванический эффект). Физика этих эффектов описана в разделе 9.7.2.

К достоинствам полупроводниковых детекторов ионизирующих излучений относятся малые размеры, высокая надежность, линейность (электрический сигнал пропорционален энергии излучения), высокое быстродействие (постоянная времени запаздывания реакции полупроводникового детектора на ионизирующее воздействие может быть снижена до ~10<sup>-9</sup> с).

Сцинтилляционное измерительное преобразование основано на преобразовании энергии ионизирующего излучения в энергию оптического излучения и последующем детектировании оптического излучения фотоэлектрическими преобразователями.

Основным элементом сцинтилляционного детектора является сцинтиллятор – вещество, в котором под действием ионизирующего излучения в результате перехода его частиц из электронного возбужденного состояния в основное невозбужденное возникает свечение (рентгенлюминесценция – раздел 9.6.2). Длина волны излучения соответствует возникающего оптического обычно ультрафиолетового длинноволновой области диапазона. Фотоэлектрическим приемником регистрируются отдельные световые вспышки сцинтиллятора, число которых соответствует числу ионизирующих частиц либо фотонов. Достоинство сцинтилляционного детектора – высокая чувствительность и высокое быстродействие по сравнению со счетчиком Гейгера – Мюллера. Недостаток – сложность регистрации отдельных световых вспышек.

# 10.8. Области применения ионизирующих излучений

Возможность получения измерительной информации об объекте при использовании ионизирующих излучений основана на зависимости характеристик прошедшего через объект излучения от свойств объекта (материала, толщины, структурных особенностей). Достоинство таких измерительных преобразований заключается в том, что они позволяют исследовать движущиеся объекты (например, багаж авиапассажиров, металлургический прокат), а также объекты, доступ к которым затруднен (вследствие высоких температур, давлений, химической агрессивности).

На рис. 10.8 в качестве иллюстрации информативных возможностей использования для измерительных преобразований



Рис. 10.8. Схема просвечивания детали рентгеновским излучением: 1 – источник излучения; 2 – рентгеновское излучение; 3 – деталь; 4 – плотное включение; 5 – пора; 6 – эпюра интенсивности излучения за объектом

ионизирующих излучений показана схема просвечивания детали, имеющей участки разной толщины и содержащей включения большей и меньшей плотности по сравнению с основным материалом. На рисунке приведена получаемая с помощью какого-либо детектора излучения интенсивности ионизирующего излучения деталью, эпюра 3a отражающая особенности ее геометрии и внутренней структуры. Если просвечиваемые толщины при использовании α-частиц составляют доли мм, при использовании β-излучения – единицы мм, то при использовании рентгеновского излучения получение достоверной информации о внутренней структуре возможно при толщине стальных объектов, достигающей порядка 150 мм, при использовании излучения радионуклидных источников – 200мм, при использовании у-излучения мощных ускорителей – 500 мм.

### Контрольные вопросы

10.1. Какого строение атома?

10.2. Какова природа ионизирующих излучений?

10.3. Какими характеристиками описываются ионизирующие излучения?

10.4. Какие эффекты имеют место при взаимодействии фотонного излучения с веществом?

10.5. Какие эффекты имеют место при взаимодействии корпускулярного излучения с веществом?

10.6. В чем заключается особенность взаимодействия нейтронного излучения с веществом?

10.7. Какие физические эффекты используются в источниках ионизирующих излучений на основе ускорителей?

10.8. Какие физические эффекты лежат в основе радионуклидных источников ионизирующих излучений?

10.9. Какие физические эффекты лежат в основе ионизационных приемников ионизирующих излучений?

10.10. Какие физические эффекты лежат в основе сцинтилляционных приемников ионизирующих излучений?

10.11. Какие физические эффекты лежат в основе полупроводниковых приемников ионизирующих излучений?

10.12. Для решения каких измерительных задач может быть использовано измерительное преобразование в полях ионизирующих излучений?

### Задачи

10.1. Насколько должно быть увеличено время экспозиции  $t_3$  при просвечивании объекта радиоактивным источником с периодом полураспада T = 1 год для обеспечения одной и той же дозы ионизирующего излучения в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , отличающиеся на 2 месяца?

### Решение

Постоянная распада источника составляет:

$$s = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{12} = 0,058 \text{ mec}^{-1}.$$

Соотношение числа излучаемых источником в единицу времени ионизирующих частиц в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ :

$$\frac{n_2}{n_2} = \exp\left[-s(t_2 - t_1)\right] = \exp\left[-0.058 \cdot 2\right] = 0.89.$$

Очевидно, что для обеспечения одной и той же дозы излучения время экспозиции после истечения 2 месяцев должно быть увеличено в 1/0,89 = 1,124 раза.

10.2. Определить отличие степени ослабления монохроматического узкого пучка фотонного излучения при его прохождении через однородную пластину толщиной 5 мм и такую же пластину с инородным включением толщиной 1 мм если значения линейного коэффициента ослабления для материалов пластины и включения составляют  $\mu_1 = 0.8$  см<sup>-1</sup> и  $\mu_2 = 0.2$  см<sup>-1</sup> (рис. 10.9).



#### Решение

С учетом того, что в случае однородной пластины излучение проходит путь  $z_1 = 5$  мм через материал с линейным коэффициентом ослабления  $\mu_1$ , а в случае пластины с включением –  $z_{21} = 4$  мм через материал с линейным коэффициентом ослабления  $\mu_1$  и  $z_{22} = 1$  мм через материал с линейным коэффициентом ослабления  $\mu_2$  получаем величины переноса энергии фотонов в первом и втором случаях:

$$J_1 = J_0 \exp(-\mu_1 z_1);$$
  
$$J_2 = J_0 \exp(-\mu_1 z_{21} - \mu_2 z_{22})$$

Разница в степени ослабления составляет:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\exp(-\mu_1 z_1)}{\exp(-\mu_1 z_{21} - \mu_2 z_{22})} = \exp(-\mu_1 z_1 + \mu_1 z_{21} + \mu_2 z_{22}) =$$
$$= \exp(-5 \cdot 0,08 + 4 \cdot 0,08 + 1 \cdot 0,02) = 0,942.$$

## 11. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ПОЛЯХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Эти измерительные преобразования основаны на промежуточном преобразовании механических величин: силы, крутящего момента или давления в деформацию упругого тела и последующем преобразовании ее в электрический сигнал.

# 11.1. Механические свойства материалов. Упругие деформации.

Механические свойства материалов – совокупность показателей, характеризующих сопротивление материала воздействующей на него нагрузке, его способность деформироваться при этом, а также особенности его поведения в процессе разрушения. Механические свойства материалов определяются при механических испытаниях образцов различной формы.

Деформация (от лат. deformatio — искажение), изменение относительного положения частиц тела, связанное с их перемещением. Деформация представляет собой результат изменения междуатомных расстояний и перегруппировки блоков атомов. Обычно деформация сопровождается изменением величин междуатомных сил, мерой которого является упругое напряжение.

*Напряжение* механическое — мера внутренних сил, возникающих в деформируемом теле под влиянием внешних воздействий. При изучении напряжения в любой точке проводят сечение тела через эту точку (точка *A* на рис. 11.1).



Рис. 11.1. Механическое напряжение в точке тела.

Взаимодействие соприкасающихся по сечению частей тела заменяют силами. Отношение силы dF, действующей на элементарную площадку, окружающую точку A, к площади dS этой площадки называется напряжением p в точке A:

$$\eta = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}.\tag{11.1}$$

Величина  $\eta$  является векторной и имеет единицу измерения ньютон на метр квадратный (H/м<sup>2</sup>). Составляющая вектора напряженности, направленная по нормали к сечению называется нормальным напряжение  $\sigma$ , а лежащая в плоскости сечения касательным напряжением  $\tau$ , причём  $\eta^2 = \sigma^2 + \tau^2$ .

Кроме действия внешних сил деформация твёрдого тела может явиться следствием фазовых превращений, связанных с изменением объёма, теплового расширения, намагничивания (магнитострикционный эффект), появления электрического заряда (пьезоэлектрический эффект).

Деформация называется упругой, если она исчезает после удаления вызвавшей её нагрузки, и пластической, если после снятия нагрузки она не исчезает (во всяком случае, полностью). Все реальные твёрдые тела при деформации в большей или меньшей мере обладают пластическими свойствами. При некоторых условиях пластическими свойствами тел можно пренебречь, как это и делается в теории упругости. Твёрдое тело с достаточной точностью можно считать упругим, то есть не обнаруживающим заметных пластических деформаций, пока нагрузка не превысит некоторого предела.

Наиболее простые виды деформации тела: растяжение-сжатие, сдвиг, изгиб, кручение. В большинстве случаев наблюдаемая деформация представляет собой несколько деформаций одновременно. В конечном счёте, однако, любую деформацию можно свести к двум наиболее простым: растяжению (или сжатию) и сдвигу.

Рассмотрим эти виды деформации на примерах стержня и прямоугольного бруса.

Растяжение-сжатие – вид деформации стержня под действием сил, равнодействующая которых нормальна поперечному сечению стержня и проходит через его центр тяжести. Растяжение-сжатие называют также линейным (одноосным) напряжённым состоянием одним из главных видов напряжённого состояния элементарного параллелепипеда. Растяжение-сжатие может быть вызвано как силами,



Рис. 11.2. Деформация растяжения упругого стержня

приложенными к концам стержня, так и силами, распределёнными по его объёму (собственным весом стержня, силами инерции и другими).

Если стержень находится в однородном одноосном напряжённом состоянии (рис. 11.2), то напряжение вдоль оси  $\sigma = F/S$ . Здесь F — растягивающая или сжимающая сила, S — площадь поперечного сечения. Зависимость между напряжением и относительной деформацией в упругой области экспериментально установлена и сформулирована в 1660 году английским изобретателем и часовых дел мастером Р. Гуком. Согласно закону Гука зависимость между напряжениями и малыми деформациями имеет линейный характер:

$$\sigma = E \varepsilon_l, \qquad (11.2)$$

где E – модуль продольной упругости (модуль Юнга), коэффициент, характеризующий упругие свойства материала;  $\varepsilon_l = \Delta l/l -$ относительное удлинение стержня при деформации.

При растяжении относительное уменьшение поперечных размеров образца  $\varepsilon_b = \Delta b/b$  пропорционально относительному удлинению  $\varepsilon_l$ :

$$\varepsilon_b = -\mu \varepsilon_l, \qquad (11.3)$$

где µ — коэффициент Пуассона.

Соответственно при сжатии происходит укорачивание образца и увеличение поперечных размеров с сохранением соотношения (11.3) между продольной и поперечной деформациями.

Сдвиг – вид деформации упругого тела, характеризующийся взаимным смещением параллельных слоев (волокон) материала под действием приложенных сил при неизменном расстоянии между слоями. Пример сдвига – деформация прямоугольного бруса (рис. 11.3), основание которого *ab* закреплено, а к верхней грани приложена сдвигающая сила, параллельная основанию. Величиной перемещения



Рис. 11.3. Деформация сдвига прямоугольного упругого бруса.

 $cc_1 = dd_1$  определяется абсолютный сдвиг, а углом  $\gamma$  — относительный сдвиг. Вследствие малости деформаций  $\gamma \approx \text{tg} \gamma = cc_1/bc$ .

Если по граням бруса действуют только касательные напряжения т (рис. 11.3), сдвиг называется *чистым*. Для такого сдвига справедливо соотношение:

$$\tau = G\gamma, \qquad (11.4)$$

где *G* – модуль упругости при сдвиге.

Модуль сдвига определяет способность материала сопротивляться изменению формы при сохранении его объёма. Способность материала сопротивляться изменению объёма, не сопровождающемуся изменением формы, характеризуется модулем объёмного сжатия K — объёмным модулем упругости. Он равен отношению величины всестороннего нормального напряжения  $\sigma$  (одинакового во всех направлениях и возникающего, например, при гидростатическом давлении) к величине относительного объёмного сжатия  $D = \Delta V/V$ , вызванного этим напряжением:

$$K = \sigma/D. \tag{11.5}$$

В случае однородного изотропного тела четыре упругие постоянные – модули упругости *E*, *G*, *K* и коэффициент Пуассона µ одинаковы по всем направлениям и связаны между собой соотношениями:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}; \quad K = \frac{E}{3(1-2\mu)}.$$
 (11.6)

Следовательно, упругие свойства изотропного тела определяются только двумя упругими постоянными.



Рис. 11.4. Кручение вала, защемленного одним концом

*Кручение* – вид деформации, характеризующийся взаимным поворотом поперечных сечений стержня, вала и т. д. под влиянием моментов (пар сил), действующих в этих сечениях.

Наиболее часто встречающимся в практике случаем является кручение круглого прямого стержня (рис. 11.4). В результате действия крутящего момента  $M_{\kappa}$  в поперечных сечениях стержня возникают касательные напряжения  $\tau$ , а сечения стержня (расстояние между которыми равно l) поворачиваются одно относительно другого на угол закручивания  $\varphi$ . Угол закручивания на единицу длины стержня называют относительным углом закручивания:  $\theta = \varphi/l$ . При свободном кручении в упругой стадии относительный угол закручивания и наибольшее касательное напряжение  $\tau_{max}$  определяются по формулам:

$$\theta = \frac{M_{\kappa}}{GI_{\kappa}}; \quad \tau_{\max} = \frac{M_{\kappa}}{W_{\kappa}}, \quad (11.7)$$

где *G* — модуль упругости при сдвиге;  $I_{\kappa}$  и  $W_{\kappa}$  — условный момент инерции и момент сопротивления при кручении. В круглых сечениях радиуса *r*:  $I_{\kappa} = 0.5\pi r^4$  и  $W_{\kappa} = 0.5\pi r^3$ .

Изгиб – вид деформации, характеризующийся искривлением (изменением кривизны) оси или срединной поверхности деформируемого объекта (бруса, балки, плиты, оболочки и др.) под действием внешних сил или температуры. В зависимости от действующих в поперечном сечении бруса силовых факторов изгиб называется чистым (при наличии только изгибающих моментов – рис. 11.5а), поперечным (при наличии также и поперечных сил – рис. 11.5б), (характеризующимся выпучиванием продольным стержня под



Рис. 11.5. Изгиб бруса: *а* — чистый: *б* — поперечный; *в* — продольный; *г* — продольно-поперечный

действием продольных сжимающих сил – рис. 11.5*в*) и *продольнопоперечным* (при одновременном действии продольных и поперечных сил – рис. 11.5*г*).

Приближённый расчёт прямого бруса на действие изгиба в упругой стадии производится в предположении, что поперечные сечения бруса, плоские до изгиба, остаются плоскими и после него (гипотеза плоских сечений). Полагают также, что продольные волокна бруса при изгибе не давят друг на друга и не стремятся оторваться одно от другого. При плоском изгибе в поперечных сечениях бруса возникают нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения  $\sigma$  в произвольном волокне какого-либо поперечного сечения бруса (рис. 11.6), лежащем на расстоянии *у* от нейтральной оси, определяются формулой:

$$\sigma = \frac{M_z y}{I_z},\tag{11.8}$$

где  $M_z$  — изгибающий момент в сечении;  $I_z$  — момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси.



Рис. 11.6. Чистый изгиб прямого бруса в упругой стадии: *а* — элемент бруса; *б* — эпюра нормальных напряжений.

Момент инерции  $I_z$  является функцией формы и размеров поперечного сечения бруса. Для бруса прямоугольного сечения шириной *b* и высотой *h*:  $I_z = b h^3 / 12$ .

На рис. 11.66 показано распределение значений нормального напряжения по высоте бруса.

Касательные напряжения т, возникающие при поперечном изгибе, определяются по формуле:

$$\tau = \frac{F_y U_z}{I_z b},\tag{11.8}$$

где  $F_y$  — поперечная сила в сечении;  $U_z$  — статический момент относительно нейтральной оси части площади поперечного сечения, расположенной по одну сторону от этой оси.

Статический момент  $U_z$  является функцией формы и размеров поперечного сечения бруса. Для бруса прямоугольного сечения шириной *b* и высотой *h*:  $U_z = \frac{b h^2}{8} \left( 1 - \frac{4 y^2}{h^2} \right)$ .

Наибольшие нормальные напряжения возникают в крайних волокнах сечения, а наибольшие касательные – на нейтральной оси:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z y_{\max}}{I_z}; \quad \tau_{\max} = \frac{3F_y}{2bh}.$$
 (11.9)

Под влиянием изгиба ось бруса искривляется. Радиус кривизны р определяется формулой Л. Эйлера:

$$\rho = \frac{EI_z}{M_z}.$$
(11.10)

## 11.2. Функции преобразования силы, крутящего момента и давления в деформацию упругого тела

В зависимости от вида преобразуемых механических воздействий упругие измерительные преобразования подразделяют на упругие измерительные преобразования сил, упругие измерительные преобразования давлений и упругие измерительные преобразования крутящих моментов.

# 11.2.1. Упругие измерительные преобразования сил

Эти измерительные преобразования основаны на преобразовании в деформацию упругого элемента механических сил. Используются следующие разновидности упругих элементов: стержневые, кольцевые балочные и мембранные. Основные уравнения преобразования силы в деформацию или прогиб для этих упругих элементов приведены в табл.11.1. Здесь использованы следующие обозначения: *F* – прикладываемое усилие; *S* – площадь поперечного сечения упругого элемента; *E* – модуль упругости; µ - коэффициент Пуассона;

# Таблица 11.1. Основные уравнения для механических упругих преобразователей сил

Форма упругого элемента	Относительная деформация	Прогиб, м
1. Стержень постоянного сечения $F \qquad F$	продольная: $\varepsilon_l = \frac{F}{SE};$ поперечная: $\varepsilon_b = \frac{\mu F}{SE}$	_
2. Кол р посток ого сечения $F$ B	При $R \gg h$ $\varepsilon_{_{\text{Hap}}} = +\frac{R}{E h^2 b} (1,91-3\cos\varphi)F;$ $\varepsilon_{_{\text{BH}}} = -\frac{R}{E h^2 b} (1,91-3\cos\varphi)F$	$\delta_A = -1,79 \frac{R^3}{E h^3 b} F;$ $\delta_B = +1,64 \frac{R^3}{E h^3 b} F$
3. Констая балка равного сечения $X$ $F$ $h$ $h$	$\varepsilon_A = 0;$ $\varepsilon_X = \frac{6(l-x)}{E h^2 b} F$	$\delta_A = \frac{4l^3}{Eh^3b}F;$ $\delta_X = \frac{6x^2}{Eh^3b}\left(l - \frac{x}{3}\right)F$
4? Консольная балка равного сопротивления изгибу $X \downarrow A \downarrow A h$	$\varepsilon_l = \frac{6l}{Eh^2b}F$	$\delta_A = \frac{6l^3}{Eh^3b}F;$ $\delta_X = \frac{6x^3}{Eh^3b}F$
5. Мисморана постоянного сечения $h \xrightarrow{F} A$ $x \xrightarrow{X}$ 2R	$\varepsilon_{R} = +\frac{0,478}{E h^{2}} (1-\mu^{2}) \left( \ln \frac{R}{x} - 1 \right) F;$ $\varepsilon_{\phi} = +\frac{0,478}{E h^{2}} (1-\mu^{2}) \ln \frac{R}{x} F$	$\delta_{A} = \frac{3(1-\mu^{2})}{4\pi} \frac{R^{2}}{E h^{3}} F$

*R*, *h*, *b*, *l* – геометрические параметры упругого элемента (показаны на рисунках);  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_b$  – относительные продольная и поперечная деформации;  $\varepsilon_A$ ,  $\varepsilon_B$ ,  $\varepsilon_X$  – относительные продольные деформации в соответствующих точках;  $\varepsilon_R$ ,  $\varepsilon_{\phi}$  – радиальная и окружная составляющие относительной деформации упругого диска; *x* – координата рассматриваемой точки;  $\delta_A$ ,  $\delta_B$ ,  $\delta_X$  – прогиб соответствующей точки упругого элемента.

Достоинство стержневых упругих элементов (табл. 11.1.1): простота изготовления, недостаток – низкий коэффициент преобразования силы в деформацию, что ограничивает выбор используемых в совокупности со стержневым упругим элементом преобразователей деформации в электрический сигнал (некоторого повышения коэффициента преобразования можно добиться заменой сплошного стержня полым).

Кольцевые упругие элементы (табл. 11.1.2) характеризуются высоким коэффициентом преобразования, что делает их применимыми для преобразования относительно малых усилий и в совокупности практически с любыми преобразователями деформации в электрический сигнал. Особенностью кольцевых упругих элементов является неравномерность распределения напряжений в зависимости от угла ф местоположения рассматриваемой области упругого элемента (рис. 11.7). При этом имеются зоны деформации сжатия и зоны деформации растяжения, что делает крайне важным для результата преобразования выбор области упругого элемента, деформация которой преобразуется в электрический сигнал.



Рис. 11.7. Распределение деформаций в кольцевом упругом элементе

Наиболее чувствительными к воздействию силы являются балочные упругие элементы (табл. 11.1.3, 11.1.4). Распределение напряжений в балке равного сечения (табл. 11.1.3) неравномерное. Для

получения равномерного распределения напряжений применяют так называемую балку равного сопротивления изгибу (табл. 11.1.4).

Наиболее универсальным упругим элементом благодаря возможности вариаций его характеристик в широких пределах является мембрана (табл. 11.1.5), используемая для преобразования сил в широком диапазоне их значений в сочетании с различными преобразователями деформации в электрический сигнал.

Форма упругого элемента	Относительная деформация	Прогиб, м		
1. Мембрана постоянного сечения	$\varepsilon_{R} = \frac{0,375 R^{2}}{E h^{2}} (1 - \mu^{2}) \left( 1 - \frac{3x^{2}}{R^{2}} \right) p;$ $\varepsilon_{\varphi} = \frac{0,375 R^{2}}{E h^{2}} (1 - \mu^{2}) \left( 1 - \frac{x^{2}}{R^{2}} \right) p$	$\delta_A = \frac{3(1-\mu^2)}{4\pi} \frac{R^2}{E h^3} F$		
2. II $A$	$\varepsilon_{LA} = \frac{0.5 R}{E h} (1 - 2\mu) p;$ $\varepsilon_{\varphi A} = \frac{0.5 R}{E h} (2 - \mu) p$	_		
3. Полусферическа ос	$\varepsilon = \frac{0,5R}{Eh}(1-\mu)p;$	_		
$P_{11} 2 2^{n}$				

Таблица 11.2. Основные уравнения для механических упругих преобразователей давления

У 11.2.2.3 ругие измерительные преобразования давления Эти измерительные преобразования основаны на преобразовании в деформацию упругого элемента давления. Наиболее используемыми являются следующие разновидности упругих элементов: мембраны, цилиндрические и полусферические оболочки. Основные уравнения преобразования давления *p* в деформацию или прогиб для этих упругих элементов приведены в табл. 11.2. Здесь использованы те же обозначения, что и в уравнениях табл. 11.1. Наиболее распространенным упругим элементом преобразователей давления является мембрана (табл. 11.2.1). Она может использоваться как преобразователь давления в деформацию и как преобразователь давления в перемещение (прогиб). В последнем случае выходной величиной обычно является перемещение центра мембраны.

В соображениям, обусловленным ряде случаев по конструктивными особенностями объекта измерительного преобразования, целесообразно использование в качестве упругого (табл. 11.2.2) и полусферической (табл. элемента цилиндрической Последняя, применяется 11.2.3) оболочек. В частности, при повышенных требованиях к прочности конструкции.

Таблица 11.3. Основные уравнения для механических упругих преобразователей крутящих моментов

Форма упругого	Максимальный угол закручивания,	Механическое
элемента	рад	напряжение, н/м <sup>2</sup>
1. Сплошной вал $d \xrightarrow{M}_{l}$	$\varphi = \frac{32Ml}{\pi d^4 G}$	$\tau = \frac{16M}{\pi d^3}$
2. Полый вал	$\varphi = \frac{32Ml}{\pi \left(D^4 - d^4\right)G}$	$\tau = \frac{16 M D}{\pi \left( D^4 - d^4 \right)}$
3. Плоский торсион	$\varphi = \frac{16M l}{b^2 h^2 \left(5,33-3,96\frac{h}{b}\right) \left(1-\frac{h^4}{12b^4}\right) G};$ $\varphi_{b=h} = \frac{7,11M l}{b^4 G}$	$\tau = \frac{(3b+1,8h)M}{b^2h^2};$ $\tau_{b=h} = \frac{4,8M}{b^3}$

# 11.2.3. Упругие измерительные преобразования крутящего момента

Эти измерительные преобразования основаны на преобразовании в деформацию упругого элемента крутящего момента. Наиболее

используемыми разновидностями упругих элементов являются вал и плоский торсион. Основные уравнения преобразования крутящего момента M в деформацию приведены в табл. 11.3. Здесь использованы те же обозначения, что и в уравнениях табл. 11.1, а также дополнительно: G – модуль сдвига; d, D – геометрические параметры упругого элемента (показаны на рисунках);  $\tau$  – механическое касательное напряжение.

Анализ уравнений преобразования крутящего момента в угол закручивания и механическое напряжение для сплошного и полого валов (табл. 11.3.1 и табл. 11.3.2), а также плоского торсиона (11.3.3) показывает, что имеет место очень сильная зависимость функции преобразования от поперечного размера упругого о элемента (для угла закручивания в четвертой степени и для механического напряжения – в третьей). Это позволяет подбором геометрических параметров упругого элемента варьировать в широких пределах его коэффициент преобразования.

# 11.3. Измерительные преобразования деформации в электрический сигнал

Как уже отмечалось, измерительное преобразование механических величин – силы, давления и крутящего момента в электрический сигнал включает в себя два этапа: преобразование измеряемой механической величины в деформацию упругого элемента и дальнейшее преобразование деформации в электрический сигнал.

Для преобразования деформации упругого элемента в электрический сигнал используются электроемкостное (разд. 3.1), пьезоэлектрическое (разд. 3.4), тензорезистивное (разд. 3.5), индуктивное и взаимоиндуктивное (разд. 4.4), магнитоупругое (разд. 4.5), пьезооптическое (разд. 9.4) измерительные преобразования.

Следует отметить, что упругий элемент может быть как отдельным преобразователем, так и составной частью преобразователя деформации в электрический сигнал, когда измеряемое воздействие прикладывается непосредственно к выходному преобразователю, выполняющему в этом случае одновременно роль упругого элемента.

# 11.4. Примеры реализации упругих измерительных преобразователей

В качестве примеров практической реализации измерительных преобразований в полях упругих деформаций на рис. 11.8 показаны преобразователи в электрический сигнал механических величин силы *F*, давления *p*, силы тяжести *P*, крутящего момента *M* с использованием



Рис. 11.8. Преобразование в электрический сигнал механических величин силы *F*, давления *p*, силы тяжести *P*, крутящего момента *M* с использованием индуктивного (*a*), магнитоупругого (*б*), электроемкостного (*в*) и тензорезистивного (*г*) измерительных преобразований

упругого элемента в сочетании с индуктивным, магнитоупругим, электроемкостным тензорезистивным измерительными И преобразователями. В примерах реализации рис. 11.8а и 11.8г для крутящего силы И момента В деформацию преобразования используются отдельные упругие элементы (консольная балка и вал). В вариантах реализации рис. 11.86 и 11.86 для преобразования силы тяжести и давления в деформацию используются элементы самих магнитоупругого и электроемкостного преобразователей. В первом функции упругого элемента выполняет магнитопровод случае измерительного преобразователя, а во втором – одна из обкладок конденсатора.

### Контрольные вопросы

- 11.1. В чем заключается деформация физического тела?
- 11.2. Что такое механическое напряжение?
- 11.3. Чем отличаются нормальное и касательное напряжения?
- 11.4. Каковы основные виды деформации?

11.5. В чем заключается закон Гука?

11.6. Какие величины связывает коэффициент Пуассона?

11.7. Какие величины характеризуют упругие свойства материалов?

11.8. Какие упругие элементы используются для преобразования в деформацию силы?

11.9. Какие упругие элементы используются для преобразования в деформацию давления?

11.10. Какие упругие элементы используются для преобразования в деформацию крутящего момента?

11.11. Какие измерительные преобразования используются для преобразования деформации упругого элемента в электрический сигнал?

11.12. Приведите примеры практической реализации измерительных преобразований в полях упругих деформаций.

### Задачи

11.1. Определить насколько отличаются прогибы консольных балок одинакового сечения и равного сопротивления изгибу (табл. 11.1) на свободных концах балок и в среднем сечении при действии одинаковой силы F, приложенной к свободному концу балки перпендикулярно ее поверхности, если известно, что балки изготовлены из одного материала с модулем упругости E, имеют одинаковые длину l и толщину h, а ширина  $b_1$  первой балки равна ширине второй балки в среднем сечении. Определить максимальный прогиб балки постоянного сечения для следующих значений влияющих параметров: F = 10 н; E = 200 ГПа; l = 100 мм; h = 1 мм<sup>2</sup>;  $b_1 = 5$  мм.

### Решение

Поскольку по условию задачи ширина  $b_1$  балки одинакового сечения равна ширине балки равного сопротивления изгибу в среднем сечении, то ширина закрепленного конца последней равна  $2b_1$ . Выражения, описывающие зависимость прогиба балок постоянного сечения  $\delta_1$  и равного сопротивления изгибу  $\delta_2$  от расстояния до закрепленного конца *x*, имеют вид:

$$\delta_1(x) = \frac{6x^2}{Eh^3b_1} \left( l - \frac{x}{3} \right) F; \quad \delta_2(x) = \frac{6x^3}{Eh^3 \cdot 2b_1} F.$$

Отношение этих прогибов при одном и том же значении *x*:

$$\frac{\delta_1(x)}{\delta_2(x)} = \frac{2}{x} \left( l - \frac{x}{3} \right).$$

Откуда может быть определено соотношение прогибов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  на свободных концах балок (x = l) и в среднем сечении (x = 0, 5l):

$$\frac{\delta_1(l)}{\delta_2(l)} = \frac{2}{l} \left( l - \frac{l}{3} \right) = \frac{4}{3} = 1,33; \quad \delta_2(0,5\,l) = \frac{2}{0,5l} \left( l - \frac{0,5l}{3} \right) = 3,33.$$

Максимальный прогиб балки постоянного сечения, имеющий место на свободном конце, для заданных значений влияющих параметров:

$$\delta_1(l) = \frac{6l^2}{Eh^3b_1} \left( l - \frac{l}{3} \right) F = \frac{4}{Eb_1} \left( \frac{l}{h} \right)^3 F = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{200 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \cdot \left( \frac{100}{1} \right)^3 \cdot 100 = 0,4 \text{ MM}.$$

11.2. Сравнить максимальные углы закручивания  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  одинаковых по длине *l* и площади поперечного сечения *S* круглого и квадратного по форме поперечного сечения торсионов (табл. 11.3) при условии действия одного и того же крутящего момента *M* и одинаковом материале торсионов с модулем упругости при сдвиге *G*.

### Решение

Поскольку по условию задачи торсионы имеют одинаковую площадь поперечного сечения, то соотношение диаметра *d* круглого торсиона и стороны *b* квадратного может быть найдено следующим образом:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = b^2$$

Максимальные углы закручивания круглого и квадратного торсионов:

$$\phi_1 = \frac{32Ml}{\pi d^4 G}; \quad \phi_2 = \frac{7,11Ml}{b^4 G} = \frac{7,11Ml}{\left(\pi d^2/4\right)^2 G}.$$

Отношение углов закручивания торсионов:

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{32(\pi d^2/4)^2}{7,11\pi d^4} = \frac{2\pi}{7,11} = 0,884.$$

Отсюда следует, что при одной и той же площади поперечного сечения, квадратный торсион обладает несколько большей упругостью при кручении, чем круглый.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Электрические измерения неэлектрических величин / под ред. П.В. Новицкого. Изд. 5-е. Л.: Энергия, 1975. 576 с.
- 2. Боднер В.А., Алферов А.В. Измерительные приборы: учебник для вузов: в 2т.: Т.1: Теория измерительных приборов. Измерительные преобразователи. М.: Изд-во стандартов, 1986. 392 с.
- 3. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1977. 416 с.
- 4. Гольдштейн А.Е. Электромагнитное поле. Электрические и магнитные свойства материалов: учебное пособие. Томск: ТПУ, 1999. 20 с.
- 5. Левшина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин. (Измерительные преобразователи): учеб. пособие для вузов. Л.: Энергоатомиздат., 1983. 320 с.
- 6. Полищук Е.С. Измерительные преобразователи. Киев: Вища школа, 1981. 296 с.
- Неразрушающий контроль: в 5 кн.: кн. 2: Акустические методы контроля: Практ. пособие / под ред. В.В.Сухорукова. М.: Высш. шк., 1991. 283 с.
- 8. Неразрушающий контроль: в 5 кн.: кн. 3: Электромагнитный контроль / под ред. В.В.Сухорукова. М.: Высш. шк., 1991. 312 с.
- 9. Неразрушающий контроль: в 5 кн.: кн. 4. Контроль излучениями / под ред. В.В.Сухорукова. М.: Высш. шк., 1992. 321 с.
- 10. Тамм И.С. Основы теории электричества: учебное пособие для вузов. – 10-е изд. М.: Наука, 1989. – 504 с.
- 11. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М.: Госэнергоиздат, 1960. 464 с.
- 12. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1977, 592 с.
- Физические величины. Справочник / под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
- Физический энциклопедический словарь. Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Сов. Энциклопедия, 1983. – 928 с.
- Основные термины в области метрологии: Словарь-справочник / под. ред. Ю.В. Тарбеева. М.: Издательство стандартов, 1989. 113 с.
- 16. Корнеева Т.В. Толковый словарь по метрологии, измерительной технике и управлению качеством. Основные термины. М.: Рус. яз., 1990. 464 с.
- 17. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник / под ред. В.В. Клюева: в 2-х книгах. М.:

Машиностроение, 1986. – 840 с.

- 18. Неразрушающий контроль металлов и изделий. Справочник / под ред. Г.С. Самойловича. М.: Машиностроение, 1976. 456 с.
- 19. Аш Ж. с соавторами. Датчики измерительных систем. В 2-х книгах. М.: Мир, 1992. 904 с.
- 20. Харт Х. Введение в измерительную технику. М.: Мир, 1999. 391 с.
- 21. Информационно-измерительная техника. Учебник для вузов / под ред. Г.Г. Раннева. М.: Высшая школа, 2002. 454 с.
- 22. Неразрушающие испытания. Справочник / под ред. Р. Мак-Мастера: в 2-х книгах. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 996 с.
- Неразрушающий контроль. Справочник / под ред. В.В. Клюева: в 8 т.: Т 5: В 2-х кн.: Кн. 1: Тепловой контроль. Кн. 2: Электрический контроль. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
- 24. Неразрушающий контроль. Справочник / под ред. В.В. Клюева: в 8 томах. Т 2: в 2-х кн.: Кн. 1: Контроль герметичности. Кн. 2: Вихретоковый контроль. М.: Машиностроение, 2003. 688 с.
- Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. – 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
- 26. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных цепей. М.-Л.: Энергия, 1964. 464 с.
- 27. Волгов В.А. Детали и узлы радиоэлектронной аппаратуры. М.: Энергия, 1977. 656 с.
- 28. Дж. Фрайден. Современные датчики. Справочник. М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
- 29. Гольдштейн А.Е., Жуков В.К. Использование нестационарных по направлению магнитных полей для идентификации локальных электропроводящих объектов. Томск: Печатная мануфактура, 2002. 139 с.
- Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1971. – 487 с.
- Физические эффекты в машиностроении. Справочник / под ред.
   В.А. Лукьянца. М.: Машиностроение, 1993. 224 с.
- 32. Неразрушающий контроль. Справочник / под ред. В.В. Клюева: в 8 томах. Т 6: в 3-х кн.: Кн. 1: Магнитные методы контроля. Кн. 2: Оптический контроль. Кн. 3: Радиоволновой контроль. М.: Машиностроение, 2006. 848 с.
- 33. Кузьмин В.Н. Сборник методических материалов по метрологическому обеспечению приборов для измерения основных характеристик источников оптического излучения. – СПб.: Изд-во

Политехнического института, 2007. - 56 с.

- 34. Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988. 218 с.
- 35. Брюннер В., Юнге К. Справочник по лазерной технике / под ред. А.П. Напартовича. М.: Энергоатомиздат, 1991 468 с.
- 36. Неразрушающий контроль. Справочник / под ред. В.В. Клюева: в 8 томах. Т 1: в 2-х кн.: Кн. 1: Визуальный и измерительный контроль. Кн. 2: Радиационный контроль. М.: Машиностроение, 2006. 560 с.
- Степин П.А. Сопротивление материалов. М.: Высш. шк., 1998. 319 с.
- 38. Бородин Н.А. Сопротивление материалов. М.: Машиностроение, 1992. 394 с.
- 39. Шапин В.И. Сопротивление материалов. Электронная библиотека Ивановского ГЭУ: http://elib.ispu.ru/library
- 40. Гольдштейн А.Е. Физические основы измерительных преобразований: учебн. пособие Томск: Изд-во ТПУ, 2008. 253 с.