



ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И РОБОТОТЕХНИКИ



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

ЛЕКТОР: ЕФРЕМОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ,
СТ. ПРЕПОДАВАТЕЛЬ ОАР ИШИТР

Томск, 2024

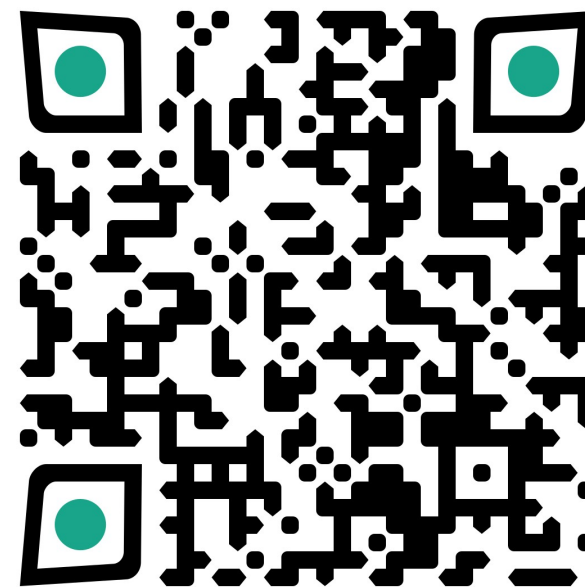
Контактная информация

ЕФРЕМОВ Александр Александрович

Старший преподаватель,
Отделение автоматизации и робототехники,
ИШИТР

Ауд. 115а, 10к.

email: alexeyefremov@tpu.ru



Структура курса

Лекции:	16 часов	8 баллов
Практики:	16 часов	24 балла
3 ИДЗ:		48 баллов
Промежуточный контроль: экзамен		20 баллов

ЛЕКЦИЯ 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

Лекция 1

Эффективность функционирования автоматизированных систем (АС) в значительной степени зависит от надежности как отдельных устройств, входящих в системы, так и элементов, обеспечивающих взаимодействие между этими устройствами.

Недостаточная надежность элементов и устройств не только приводит к значительным простоям систем, но и удорожает стоимость их эксплуатации.

Кроме того, отказы технических устройств могут привести к аварийным ситуациям, последствия которых могут быть катастрофическими.

Лекция 1

Основными причинами, определяющими повышенное внимание к проблемам надежности, являются:

- ❑ повышение сложности устройств и появление сложных систем;
- ❑ более медленный рост уровня надежности комплектующих элементов по сравнению с ростом числа элементов в устройствах и системах;
- ❑ повышение важности выполняемых элементами и устройствами функций и, как следствие этого, повышение требований к их надежности;
- ❑ усложнение условий эксплуатации систем.

Теория надежности

- ❑ устанавливает закономерности возникновения отказов и восстановления работоспособности системы и её элементов,
- ❑ рассматривает влияние внешних и внутренних воздействий на процессы в системах,
- ❑ создаёт основы расчёта надёжности и предсказания отказов,
- ❑ ищет способы повышения надёжности при проектировании и изготовлении систем и элементов, а также способы сохранения надёжности при эксплуатации.

Теория надежности изучает:

- критерии и количественные характеристики надежности;
- методы анализа надежности элементов и систем;
- методы синтеза элементов и систем с заданной надежностью;
- методы повышения надежности элементов и систем на этапах их проектирования и эксплуатации;
- методы испытания элементов и систем на надежность.

Лекция 1

Базовыми понятиями в теории надежности являются понятия элемента, системы, компонента.

Элемент: любая часть системы, компонент, устройство, подсистема, функциональный модуль, оборудование или система, которая может быть рассмотрена как самостоятельная единица.

Под элементом понимают часть системы, которая имеет самостоятельную характеристику надежности, используемую при расчетах надёжности, и выполняет определенную частную функцию в интересах системы.

Примечание: элемент может представлять собой аппаратное средство, программное обеспечение или то, и другое. Он может, в отдельных случаях, включать людей.

Лекция 1

Компонент: элемент, рассматриваемый на самом низком иерархическом уровне при анализе системы.

Система: совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов.

С точки зрения надежности система должна иметь:

- определенную цель, выраженную в виде требований к функционированию системы;
- заданные условия эксплуатации;
- иерархическую структуру.

Лекция 1

Все системы, рассматриваемые в теории надежности, могут быть разделены на восстанавливаемые, в которых после появления отказа происходит замена отказавшего объекта с целью восстановления их функционирования, и невосстанавливаемые, в которых такая замена не производится.

Элементы, используемые в системах, можно разделить на первичные элементы (типа радиоэлементов, двигателей и т. д.) и элементы, состоящие из первичных элементов (например, преобразователи, электрические двигатели, мехатронные модули и т. д.).

Лекция 1

Элементы и системы, с точки зрения надёжности, могут находиться в пяти состояниях: исправном, неисправном, работоспособном, неработоспособном, предельном.

Исправное состояние – это состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние – это состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

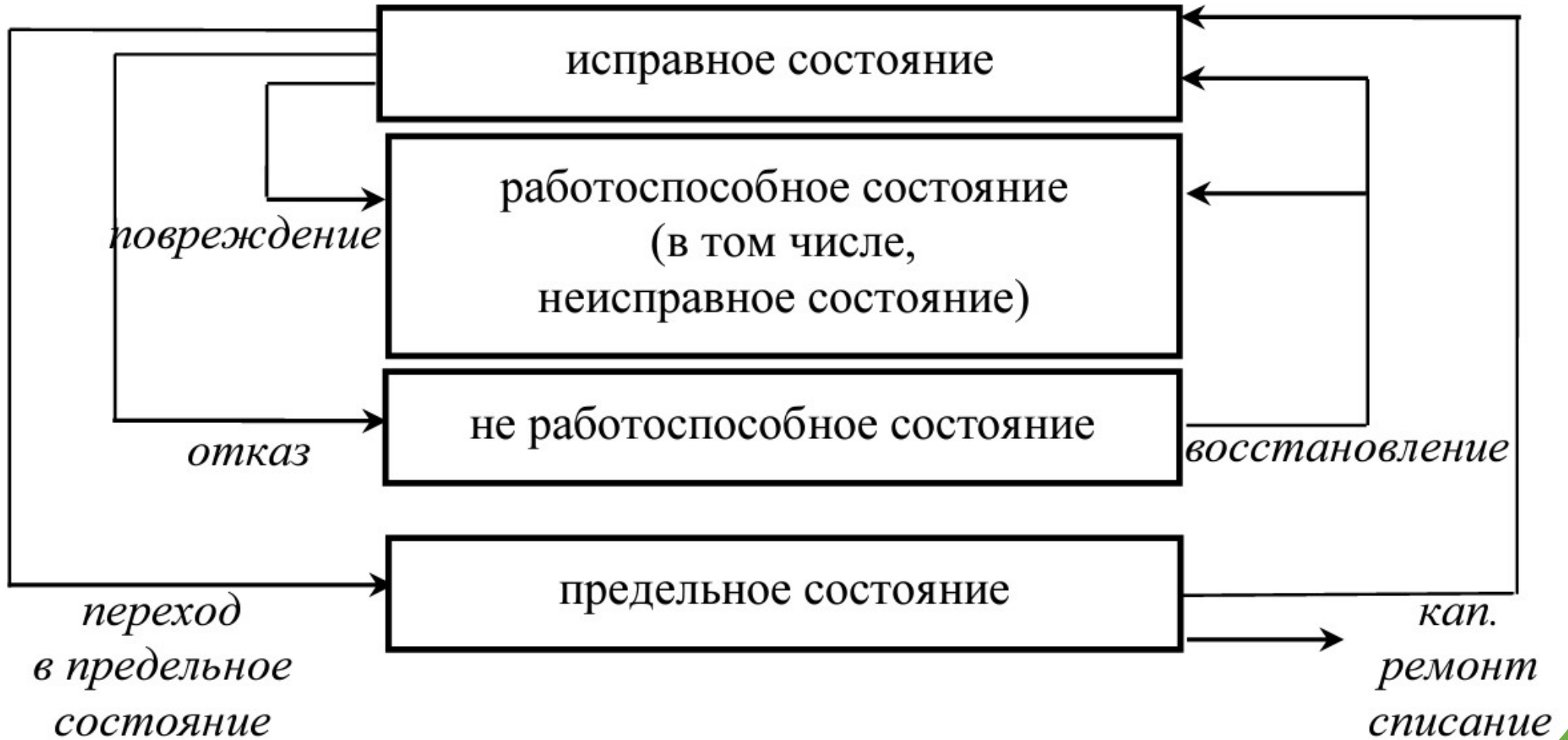
Лекция 1

Работоспособное состояние – это состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние – это состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Предельное состояние – это состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация или восстановление работоспособного состояния недопустимо или нецелесообразно.

Лекция 1



Лекция 1

Как видно из рисунка, только в двух состояниях, исправном и работоспособном, система может выполнять свои функции. Поэтому, с позиций теории надёжности все элементы и системы могут находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном.

Переход из одного состояния в другое происходит в результате событий, называемых отказом и повреждением.

Повреждение – это событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении его работоспособного состояния.

Отказ – это событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния системы.

Виды отказов

Ресурсный отказ – отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

Независимый отказ (первичный отказ) – это отказ, не обусловленный другими отказами.

Зависимый отказ (вторичный отказ) – это отказ, обусловленный другими отказами.

Внезапный отказ – это отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта.

Виды отказов

Постепенный отказ – это отказ, возникший в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта.

Сбой – это самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

Перебегающий отказ – это многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера.

Явный отказ – отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Виды отказов

Скрытый отказ – отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

Конструктивный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования.

Виды отказов

Производственный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Эксплуатационный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации.

Деградационный отказ – отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

Лекция 1

Безотказность – свойство системы или элемента непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтпригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путём технического обслуживания и ремонта.

Лекция 1

Надежность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Надёжность является комплексным свойством, которое, в зависимости от назначения объекта и условий его применения, может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность или определённые сочетания этих свойств.

Например, для неремонтируемых объектов основным свойством является безотказность. Для ремонтируемых объектов одним из важнейших свойств, входящих в определение надёжности, может быть ремонтпригодность.

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Определение количественных характеристик или показателей надёжности необходимо для того, чтобы:

- учитывать надёжность элементов и устройств при их применении в различных системах;
- формулировать требования по надёжности к проектируемым устройствам или системам;
- сравнивать различные варианты построения системы;
- рассчитывать необходимый комплект запасных частей и принадлежностей (ЗИП) для восстановления систем, сроки их службы.

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Показатель надежности – это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Различают единичные, комплексные, расчётные, экспериментальные, и эксплуатационные показатели надежности.

Единичный показатель надежности – это показатель надежности, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.

Комплексный показатель надежности – это показатель надежности, характеризующий несколько свойств, составляющих надежность объекта.

ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Расчетный показатель надежности – это показатель надежности, значения которого определяются расчетным методом.

Экспериментальный показатель надежности – это показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным испытаний.

Эксплуатационный показатель надежности – это показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным эксплуатации.

Лекция 1

Поскольку отказы элементов являются случайными событиями, то теория вероятностей и математическая статистика являются основным аппаратом, используемым при исследовании надежности, а сами характеристики надежности должны выбираться из числа показателей, принятых в теории вероятностей.

Все показатели надёжности могут определяться *аналитически* по формулам, полученным на основе теории вероятности, и по результатам испытаний или наблюдений, т. е. *в виде статистических оценок* показателей надежности, полученным на основе методов математической статистики.

Лекция 1

Под событием в теории вероятностей понимается всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти:

- появился герб при бросании монеты;
- попадание в цель при выстреле;
- оборудование проработало без отказа в течении года.

Каждое событие обладает какой-то степенью возможности: одни – большей, другие – меньшей.

Чтобы количественно сравнить между собой события по степени их возможности, нужно с каждым событием связать определенное число, которое тем больше, чем более возможно событие.

Такое число мы называем вероятностью события.

Лекция 1

Рассмотрим множество событий M , которые можно наблюдать в некотором эксперименте.

Выделим, прежде всего, два специальных события:

- достоверное событие U , которое обязательно происходит в эксперименте,
- невозможное событие V , которое не может произойти в эксперименте никогда.

Для каждого события $A \in M$ введем противоположное событие \bar{A} , которое состоит в том, что событие A не произошло.

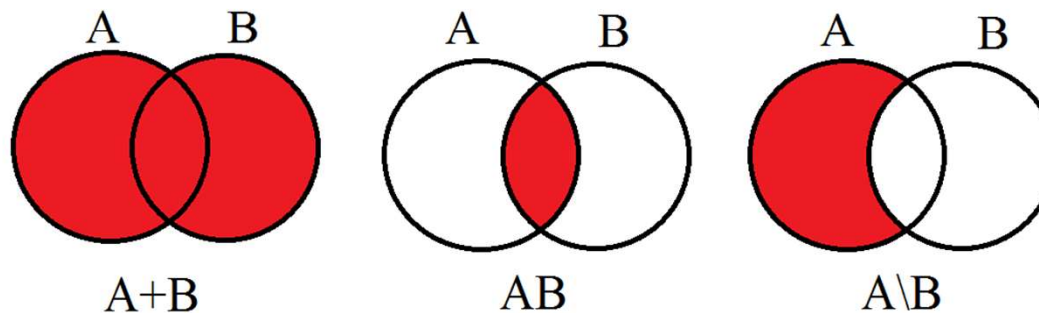
Операции алгебры событий совпадают с операциями над множествами и, так же как и в теории множеств, хорошо иллюстрируются кругами Эйлера.

Лекция 1

Событие $A + B$ ($A \cup B$), заключающееся в том, что из двух событий A и B происходит по крайней мере одно, называется суммой (или объединением) событий A и B .

Событие $A \cdot B$ ($A \cap B$), заключающееся в том, что события A и B происходят одновременно, называется произведением (или пересечением) событий A и B .

Событие $A - B$ ($A \setminus B$) называется разностью событий A и B ; оно заключается в том, что происходит A и не происходит B .



Лекция 1

Предположим, что среди всех возможных событий A , которые могут произойти в некотором опыте, можно выделить совокупность так называемых элементарных событий или элементарных исходов, обладающих следующими свойствами:

- события являются непересекающимися (взаимоисключающими);
- в результате опыта обязательно происходит одно из этих элементарных событий;
- каково бы ни было событие A , по наступившему элементарному исходу всегда можно судить о том, произошло это событие или нет .

Элементарные исходы обычно обозначаются греческой буквой ω , а их совокупность Ω называется пространством элементарных событий.

Лекция 1

Достоверное событие U , наступающее в результате любого из элементарных исходов ω , совпадает с пространством: $U = \Omega$.

Невозможное событие V , не наступающее ни при каком элементарном исходе ω , совпадает с пустым множеством: $V = \emptyset$.

Два события A и B называются несовместными, если $A \cap B = \emptyset$.

События A_1, A_2, \dots, A_n образуют полную группу событий, если они

□ попарно несовместны: $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$;

□ и $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$.

Лекция 1

Числовая величина X , значение которой меняется в зависимости от случая, называется случайной величиной (СВ).

Если мы рассматриваем вероятностное пространство Ω элементарных исходов $\omega \in \Omega$, тогда случайной величиной будем называть функцию от элементарных исходов:

$$X = X(\omega)$$

Различают два основных типа случайных величин:

- дискретные;
- непрерывно распределенные.

Лекция 1

Случайная величина X называется непрерывной, если ее пространством элементарных событий является вся числовая ось (либо отрезок (отрезки) числовой оси), а вероятность наступления любого элементарного события равна нулю.

Для количественного описания распределения вероятностей удобно воспользоваться не вероятностью события $X = x$, а вероятностью события $X \leq x$, где x - некоторое текущее значение переменной.

Лекция 1

Вероятность этого события, очевидно, зависит от x , и является некоторой функцией от x . Эта функция называется функцией распределения случайной величины X и обозначается $F_X(x)$:

$$F_X(x) = Pr\{X \leq x\}$$

Функцию $F_X(x)$ иногда называют (интегральной) функцией распределения, или (интегральным) законом распределения.

Функция распределения – самая универсальная характеристика СВ. Она существует как для дискретных, так и непрерывных СВ.

Функция распределения полностью характеризует СВ с вероятностной точки зрения и является одной из форм закона распределения.

Лекция 1

Для непрерывной случайной величины вероятность попасть на интервал равна

$$Pr\{a < X < b\} = Pr\{a \leq X \leq b\} = F_X(b) - F_X(a)$$

Пусть имеется непрерывная СВ X с функцией распределения $F_X(x)$, которую мы предполагаем непрерывной и дифференцируемой.

Вычислим вероятность попадания этой СВ на участок от x до $x + \Delta x$, то есть приращение функции распределения на этом участке:

$$Pr\{x \leq X \leq x + \Delta x\} = F_X(x + \Delta x) - F_X(x)$$

Лекция 1

Найдем отношение этой вероятности к длине участка, то есть среднюю вероятность, приходящуюся на единицу длины на этом участке, и устремим Δx к 0.

В пределе получим производную функции распределения:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)}{\Delta x} = \frac{dF_X(x)}{dx} = f_X(x)$$

Функция $f_X(x)$ – производная функции распределения характеризует плотность, с которой распределяются значения СВ в данной точке.

Эта функция называется плотностью распределения (плотностью вероятности) непрерывной СВ X .

Плотность распределения является одной из форм закона распределения.

Эта форма не является универсальной, так как $f(x)$ существует только для

Лекция 1

Плотность распределения является одной из форм закона распределения.

Эта форма не является универсальной, так как $f_X(x)$ существует только для непрерывных СВ.

Будем считать, что отказ объекта – это случайное событие.

Наработка (время) до отказа – непрерывная случайная величина X , распределенная в соответствии с некоторым распределением $F_X(t)$.

Функция $F_X(t)$ называется вероятностью отказа и представляет собой функцию распределения случайной величины:

$$F_X(t) = \Pr\{X \leq t\}$$

Свойства: $F_X(0) = 0$;

$F_X(\infty) = 1$;

$F_X(t)$ не убывает на всей числовой прямой.

Лекция 1

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки на отказ (в заданном интервале времени $[0; t]$) отказ объекта не возникнет.

Вероятность безотказной работы дополняет вероятность отказа до 1:

$$F_X(t) = \Pr\{X \leq t\} \quad P(t) = \Pr\{X > t\}$$
$$F_X(t) + P(t) = 1$$

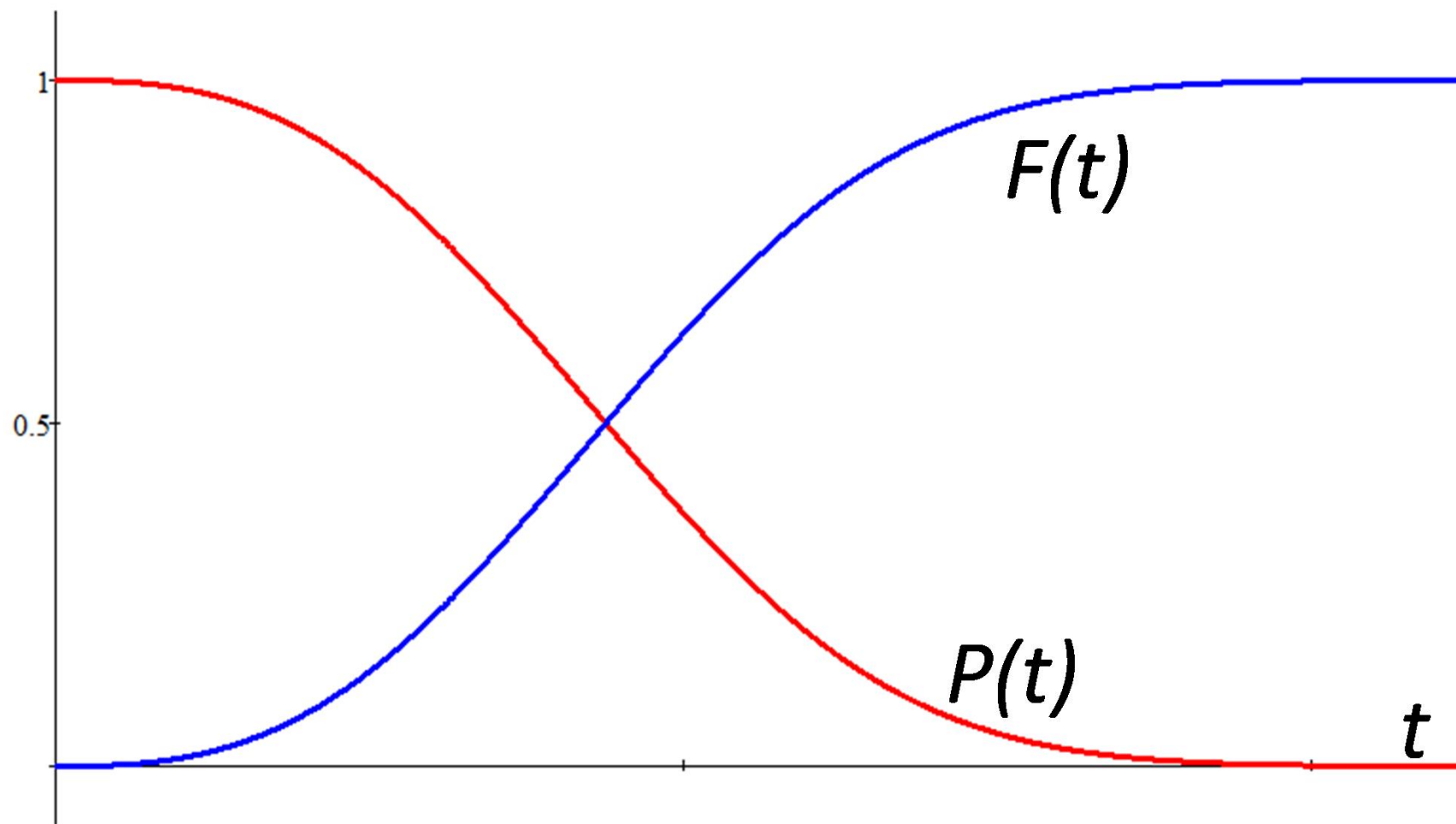
$P(t)$ - функция вероятности безотказной работы (функция ВБР).

Свойства: $P(0) = 1$;

$P(\infty) = 0$;

$P(t)$ не возрастает на всей числовой прямой.

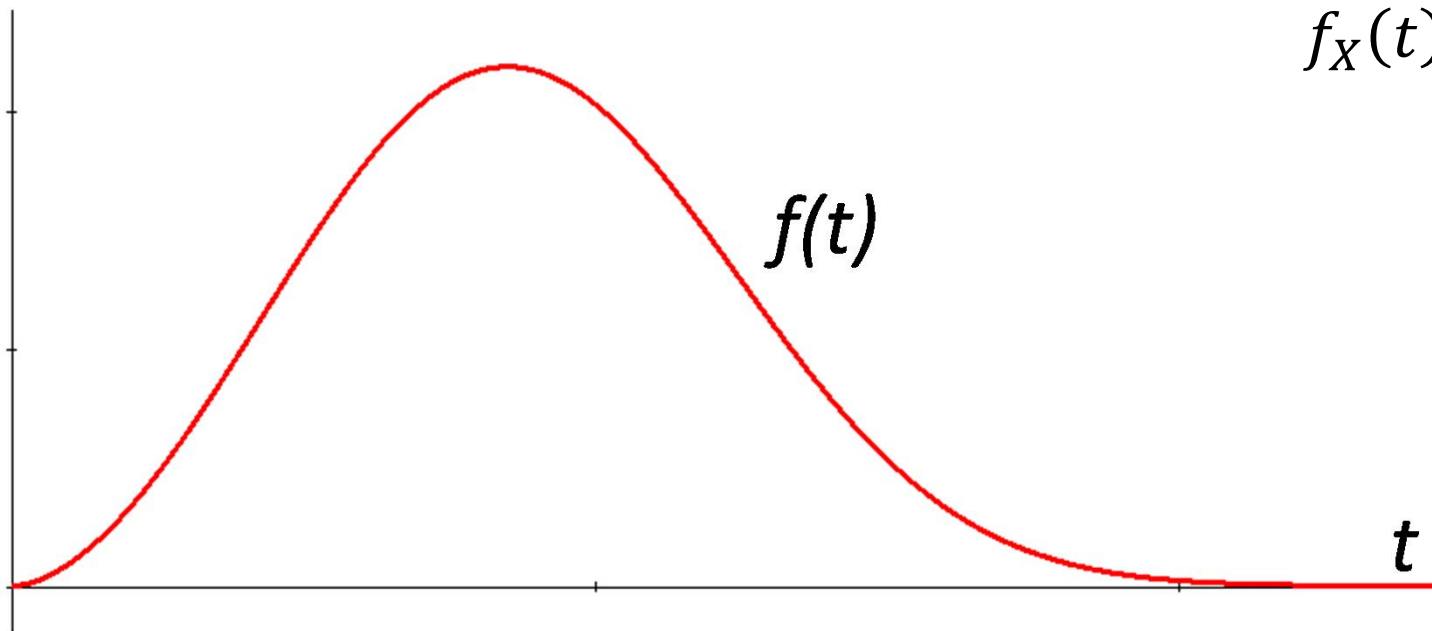
Лекция 1



Лекция 1

Для непрерывной случайной величины с функцией распределения $F_X(t)$ можно определить функцию плотности распределения $f_X(t)$, которая в теории надежности называется частотой отказов.

$$f_X(t) = \frac{dF_X(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}$$



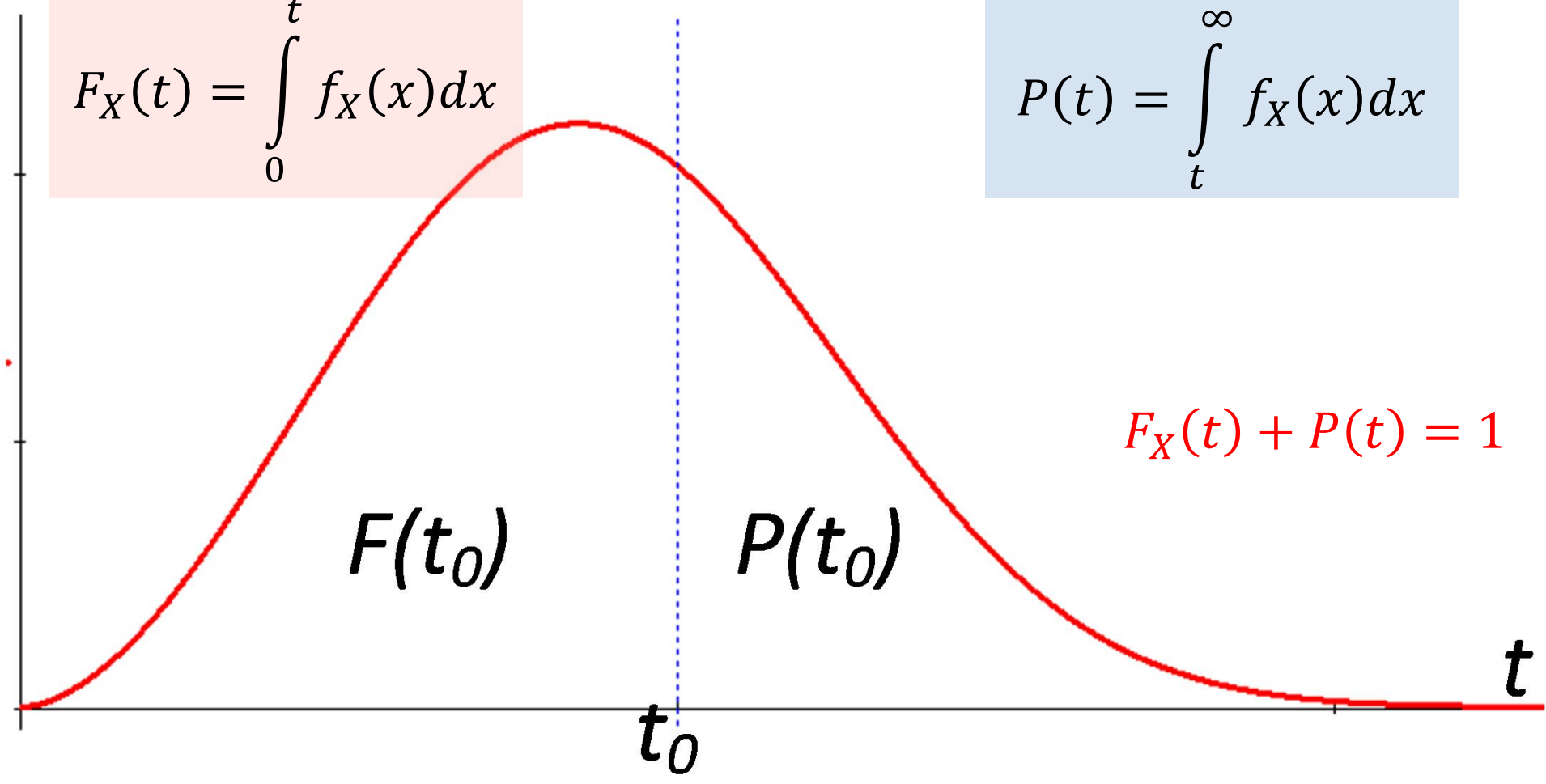
Свойства:

$$f_X(t) \geq 0;$$
$$\int_0^{\infty} f_X(t) dt = 1.$$

Лекция 1

$$F_X(t) = \int_0^t f_X(x) dx$$

$$P(t) = \int_t^{\infty} f_X(x) dx$$



$F(t_0)$

$P(t_0)$

$$F_X(t) + P(t) = 1$$

t

t_0

Лекция 1

Интенсивность отказов – это условная плотность распределения вероятности времени безотказной работы для момента времени t , при условии, что до момента времени t отказ объекта не произошел.

$$h(t) = \frac{f_X(t)}{P(t)}$$

Так как $P(t) \leq 1$, то, очевидно, всегда выполняется соотношение

$$h(t) \geq f_X(t)$$

Функцию ВБР можно выразить через интенсивность отказов следующим образом:

$$P(t) = e^{-\int_0^t h(x)dx}$$

Лекция 1

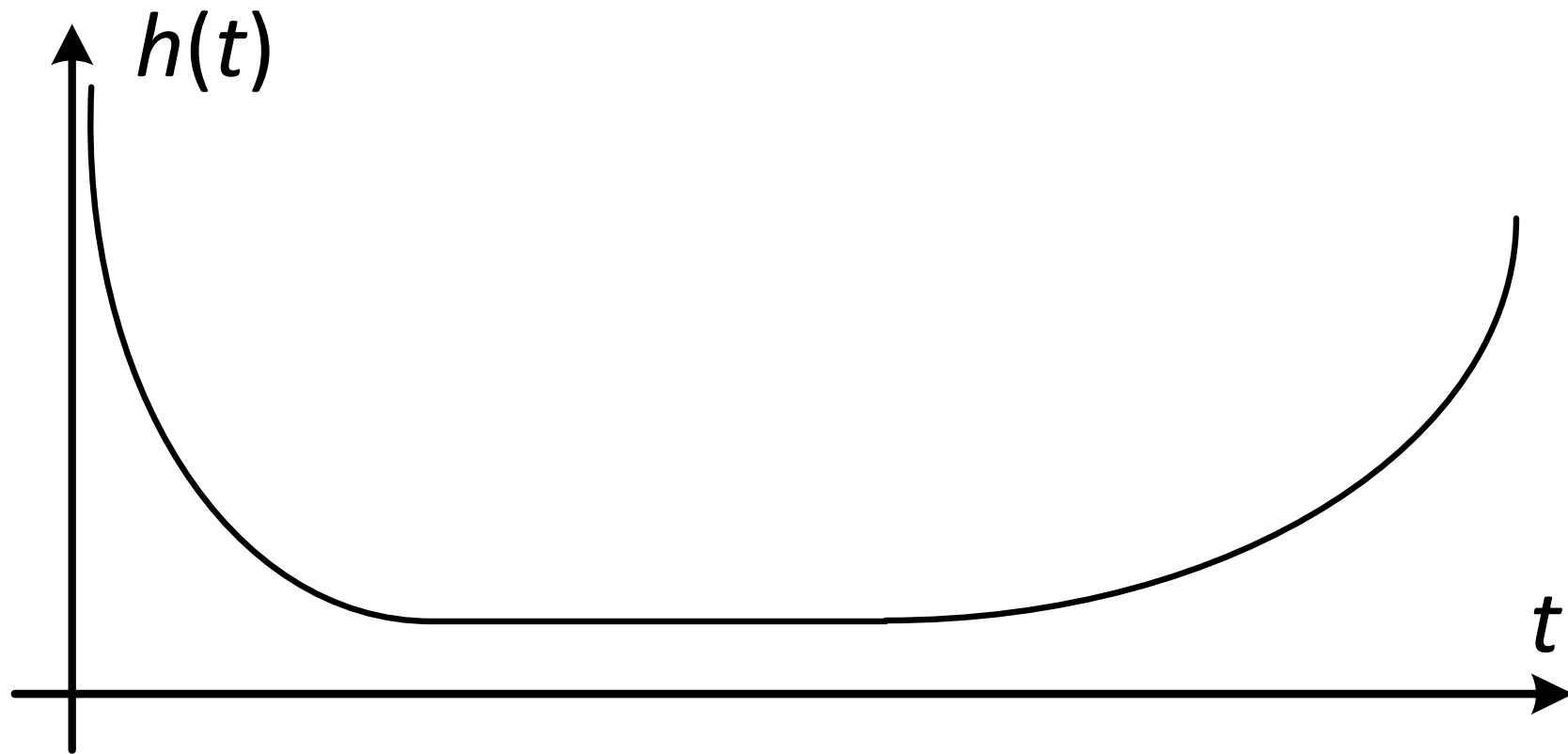
Можно отметить различие между величинами $f_X(t)$ и $h(t)$.

Вероятность $f_X(t)dt$ характеризует вероятность отказа системы или элемента за интервал времени $(t, t + dt)$, взятых произвольным образом из группы таких же систем или элементов, причем неизвестно, в каком состоянии (работоспособном или неработоспособном) находится элемент или система.

Вероятность $h(t)dt$ характеризует вероятность отказа системы или элемента за интервал $(t, t + dt)$, взятых из группы элементов или систем, которые остались работоспособными к моменту времени t .

Лекция 1

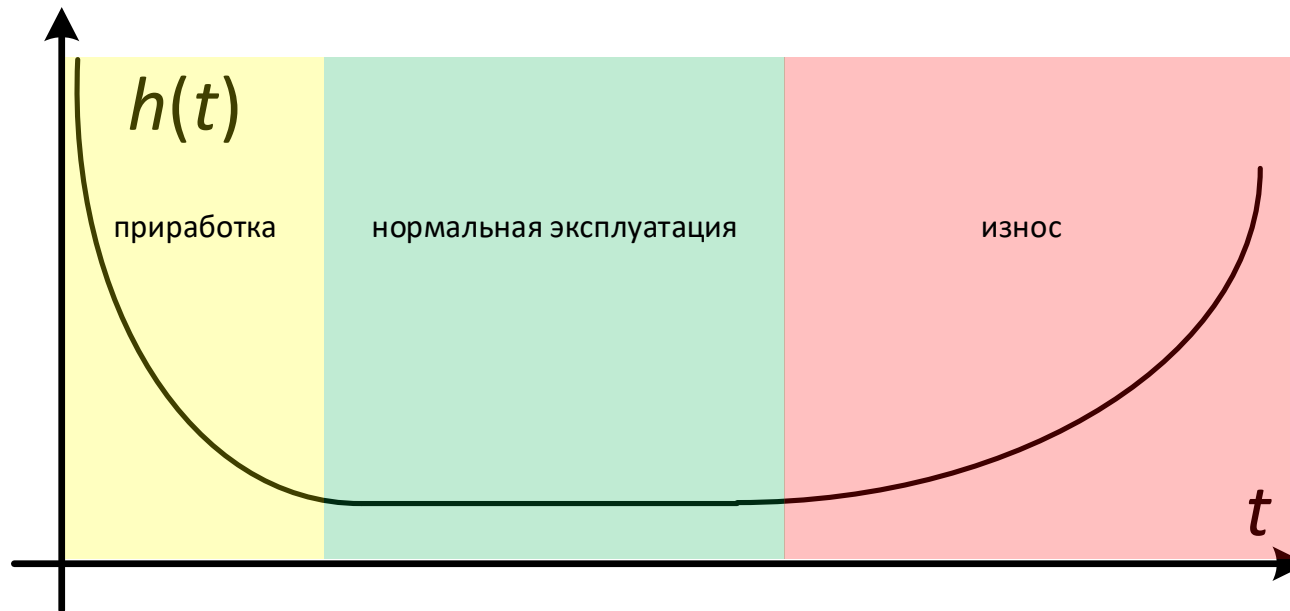
Для большинства физических систем (в том числе технических) кривая интенсивности отказов выглядит как U-образная кривая:



Лекция 1

В соответствии с формой кривой интенсивности отказов можно выделить три периода жизненного цикла изделия:

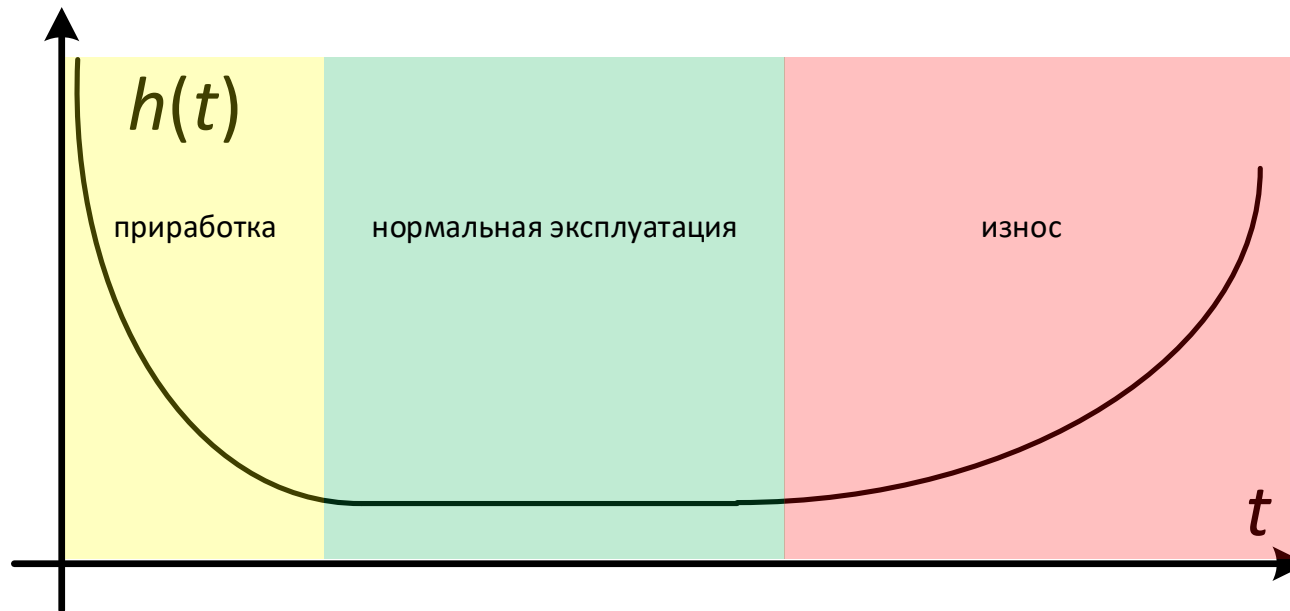
- период приработки;
- период нормальной эксплуатации;
- период износа.



Лекция 1

В период приработки интенсивность отказов высока и уменьшается с течением времени. На этом участке выявляются грубые дефекты производства объекта.

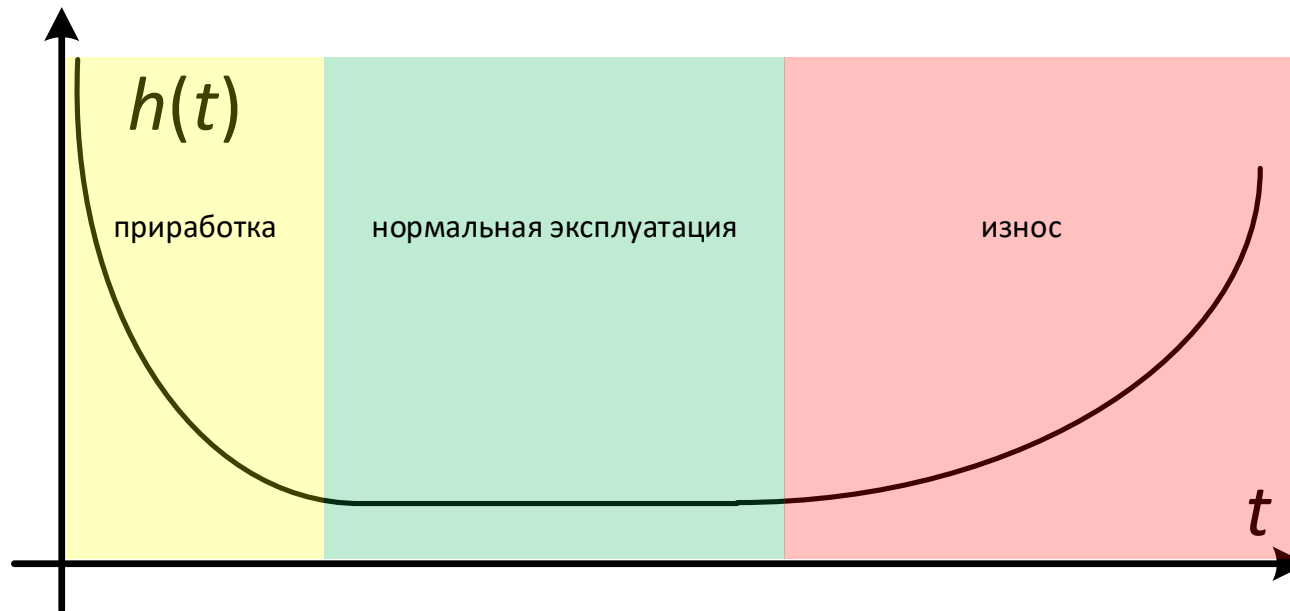
Для устройств и систем длительность этого участка составляет десятки, иногда сотни часов.



Лекция 1

В период нормальной эксплуатации интенсивность отказов имеет приблизительно постоянное значение.

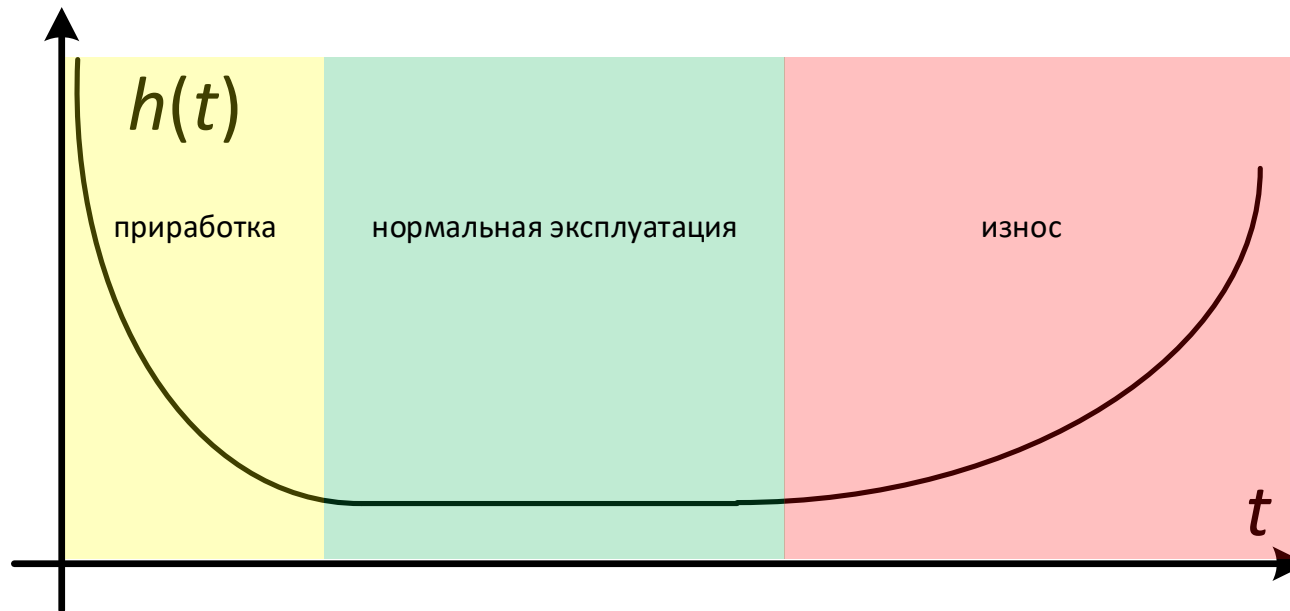
Длительность этого участка для современных элементов, устройств и систем составляет тысячи и десятки тысяч часов.



Лекция 1

В период износа из-за усиления процессов старения элементов интенсивность отказов начинает возрастать.

Момент начала этого участка может служить временем, при достижении которого объекты должны сниматься с эксплуатации или ставиться на капитальный ремонт.



Математическое ожидание (среднее значение) непрерывной случайной величины X представляет собой ее первый начальный момент:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} t f_X(t) dt$$

В теории надежности математическое ожидание времени до отказа (времени безотказной работы) называют средним временем безотказной работы (средней наработкой до отказа).

Учитывая, что $t > 0$,

$$T_{cp} = E[X] = \int_0^{\infty} t f_X(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

Лекция 1

	$P(t)$	$F(t)$	$f(t)$	$h(t)$	T_{cp}
$P(t) =$		$1 - F(t)$	$\int_t^{\infty} f(t)dt$	$e^{-\int_0^t h(t)dt}$	
$F(t) =$	$1 - P(t)$		$\int_0^t f(t)dt$	$1 - e^{-\int_0^t h(t)dt}$	
$f(t) =$	$-P'(t)$	$F'(t)$		$-[e^{-\int_0^t h(t)dt}]'$	
$h(t) =$	$\frac{-P'(t)}{P(t)}$	$\frac{F'(t)}{1 - F(t)}$	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)dt}$		
$T_{cp} =$	$\int_0^{\infty} P(t)dt$	$\int_0^{\infty} (1 - F(t))dt$	$\int_0^{\infty} tf(t)dt$	$\int_0^{\infty} e^{-\int_0^t h(t)dt} d\tau$	

Статистические оценки показателей надежности

Вероятность отказа и ВБР:

$$\hat{F}_X(t) = \frac{n(t)}{N_0}; \quad \hat{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0};$$

Частота отказов:

$$\hat{f}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t};$$

где N_0 - число изделий, поставленных на испытание или на эксплуатацию;
 $n(t)$ - число изделий, отказавших в течение времени t ;
 $n(\Delta t)$ - число отказавших изделий в интервале времени $\left(t - \frac{\Delta t}{2}; t + \frac{\Delta t}{2}\right]$;
 Δt – ширина интервала.

Статистические оценки показателей надежности

Интенсивность отказов:

$$\hat{h}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t};$$

Средняя наработка до отказа:

$$\hat{T}_{cp} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i;$$

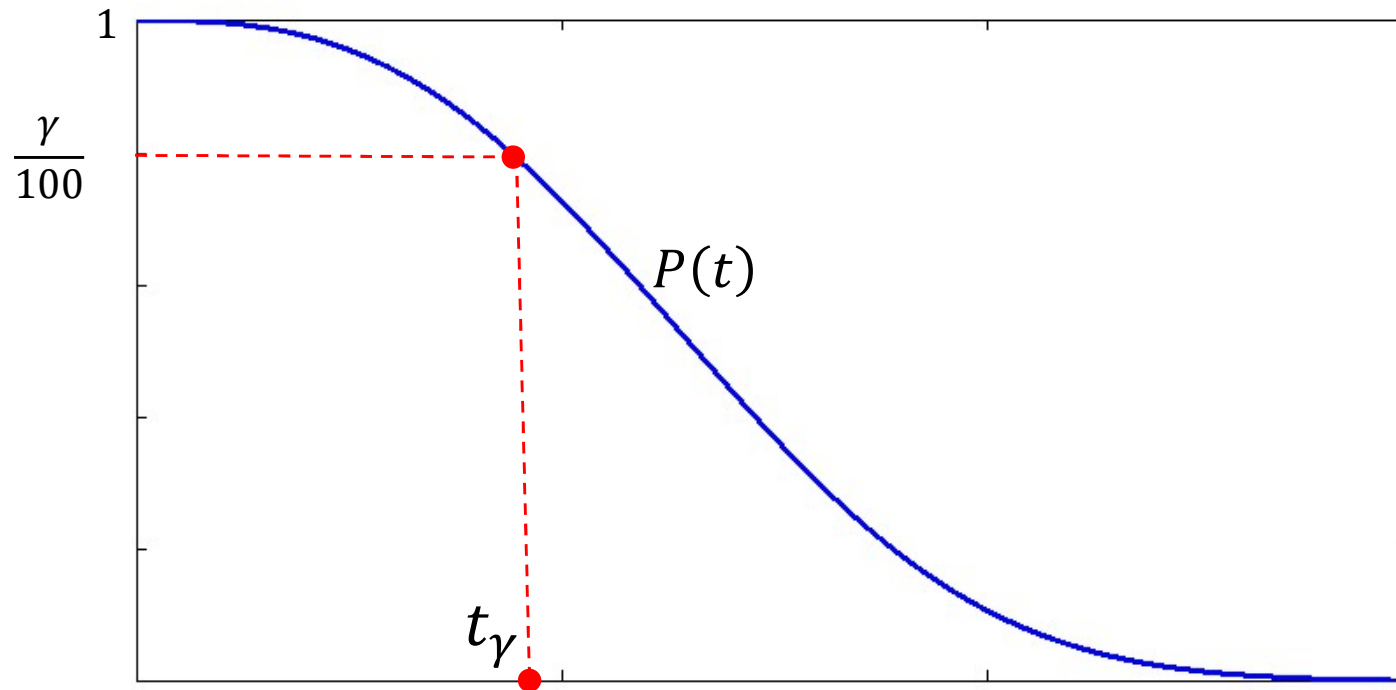
где $N_{cp} = \frac{1}{2} (N_a + N_b)$ - среднее число изделий, исправно работающих на интервале $(a; b]$;

t_i - время безотказной работы i -го изделия.

Лекция 1

Гамма-процентная наработка до отказа – это наработка, в течении которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах, то есть:

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}$$



Лекция 1

Как следует из определений показателей надёжности для их расчёта необходимо знание закона или функции распределения времени безотказной работы объекта, которое является случайной величиной.

Функция распределения времени безотказной работы объекта $F_X(t)$, определяющая вероятность отказа, может быть определена по статистическим данным, полученным при испытании или при наблюдении за объектом.

Однако, на стадии проектирования объектов таких статистических данных нет, поэтому, обычно, выдвигается и обосновывается гипотеза о функции распределения времени безотказной работы, которая затем должна проверяться после производства и в процессе эксплуатации объекта.

Лекция 1

Время до отказа для элементов устройств или систем является непрерывной случайной величиной, которая характеризуется некоторым законом распределения.

Поскольку истинное распределение может быть неизвестно, для практических целей предполагается, что время до отказа распределено в соответствии с неким известным законом распределения, который используется в качестве вероятностной модели надежности (ВМН) объекта или системы.

В качестве ВМН можно использовать любое непрерывное распределение, для которого *носителем* является положительная числовая полуось:

$$\text{supp}(X) = [0; \infty)$$

Лекция 1

В теории надежности часто используются следующие распределения (вероятностные модели надежности):

- экспоненциальное распределение;
- распределение Вейбулла;
- распределение Рэлея;
- логнормальное распределение.

Нормальное распределение (распределение Гаусса) используется реже; обычно в случаях, когда $F_X(0) \approx 0$.

Экспоненциальная модель надежности

$$F_X(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad f_X(t) = \lambda e^{-\lambda t};$$

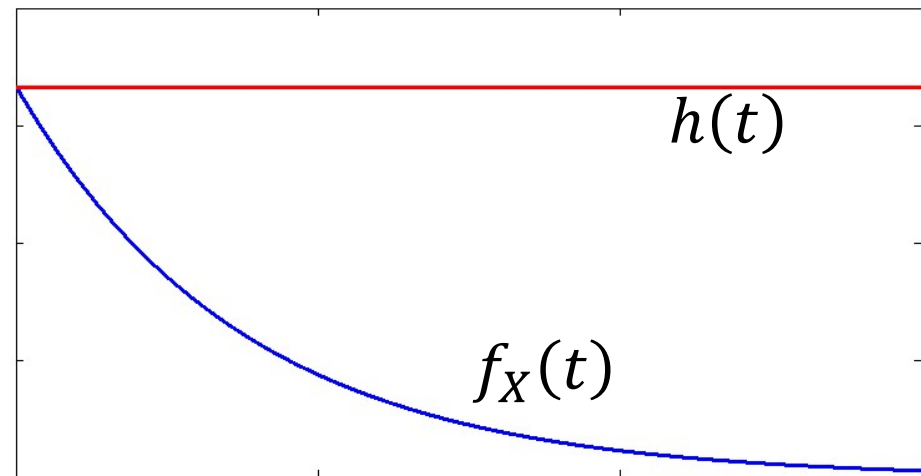
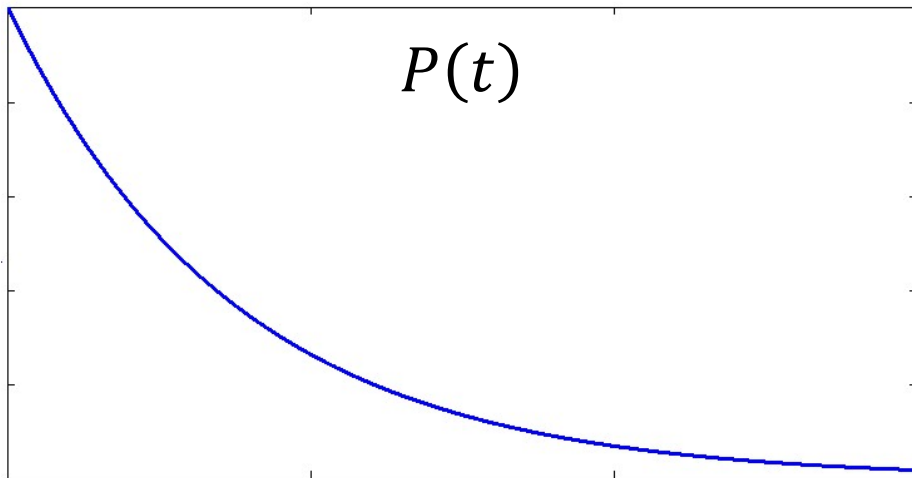
$$P(t) = 1 - F_X(t) = e^{-\lambda t};$$

$$h(t) = \frac{f_X(t)}{P(t)} = \lambda = \text{const.}$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{1}{\lambda};$$

где $t \geq 0$, а $\lambda > 0$ – параметр распределения.

Экспоненциальная модель надежности



Экспоненциальная модель надежности

Недостатки:

- ❑ $h(t) = const$ означает, что экспоненциальная модель надежности не подходит для моделирования отказов в периодах приработки и износа. Более того, модель подразумевает, что объект не «стареет».

Достоинства:

- ❑ Простота расчетов;
- ❑ Многие современные электронные компоненты действительно могут демонстрировать постоянную интенсивность отказов в течении долгого времени.

Модель надежности Рэля

$$F_X(t) = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}; \quad f_X(t) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}};$$

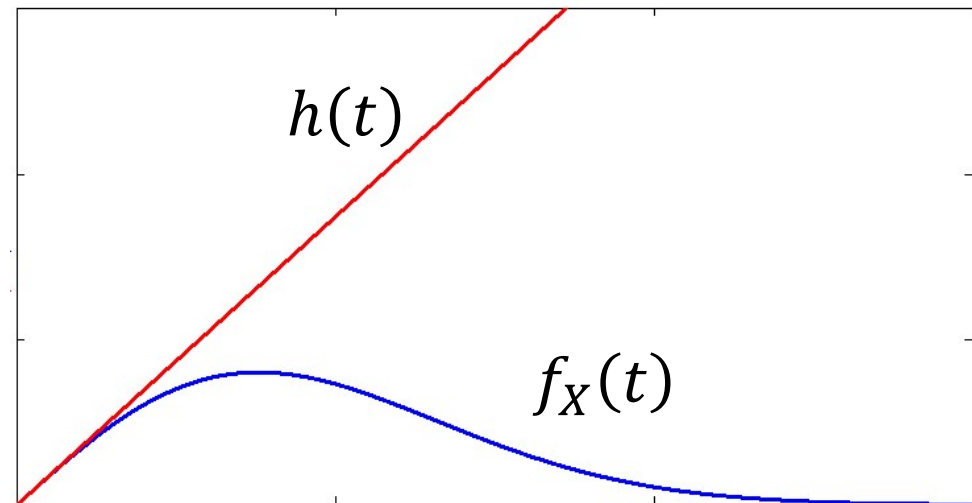
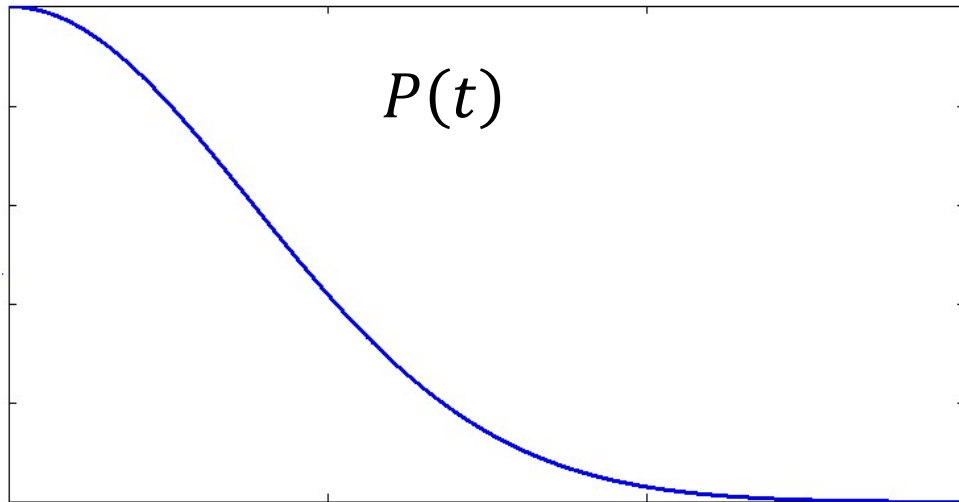
$$P(t) = 1 - F_X(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}};$$

$$h(t) = \frac{f_X(t)}{P(t)} = \frac{t}{\sigma^2}.$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma;$$

где $t \geq 0$, а $\sigma > 0$ – параметр распределения.

Модель надежности Рэлея



Модель надежности Рэлея

Недостатки:

- Линейное возрастание интенсивности отказов означает, что модель надежности Рэлея не подходит для моделирования отказов в периоде приработки.

Достоинства:

- Относительная простота;
- Некоторые механические и электромеханические компоненты могут иметь возрастающую интенсивность отказов, сходную по форме с линейной зависимостью.

Модель надежности Вейбулла

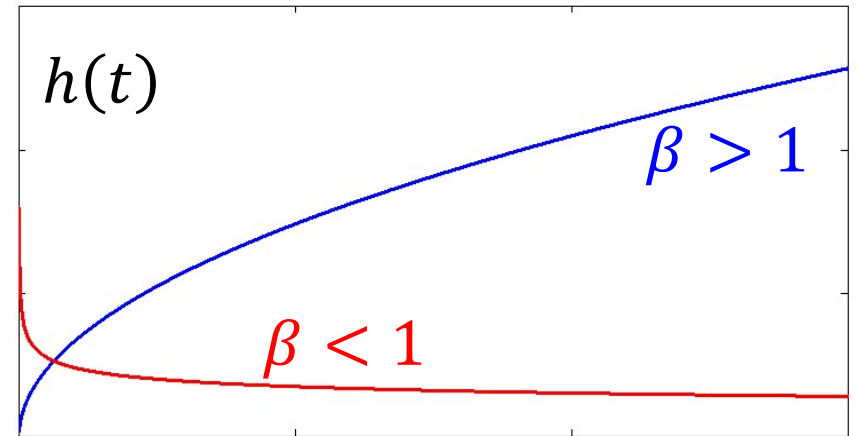
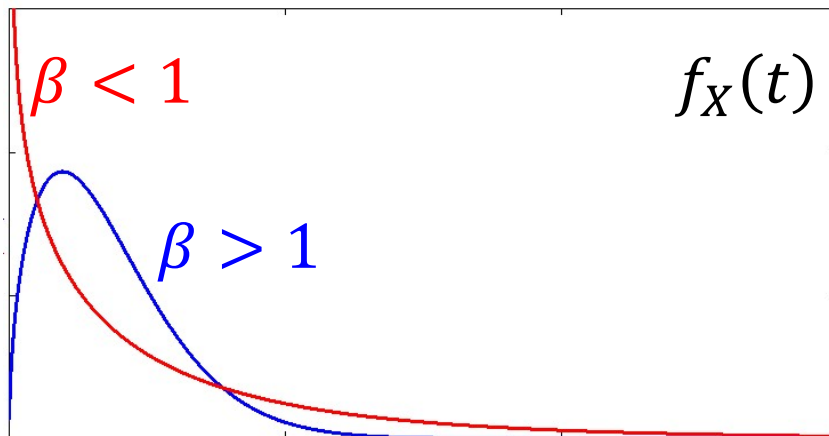
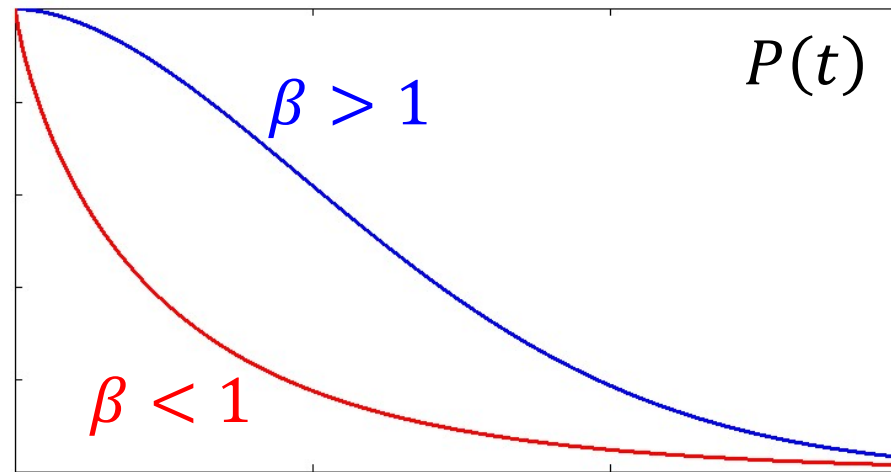
$$F_X(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}; \quad f_X(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta};$$

$$P(t) = 1 - F_X(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}; \quad h(t) = \frac{f_X(t)}{P(t)} = \frac{\beta}{\eta} \cdot \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}.$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right);$$

где $t \geq 0$, а $\beta, \eta > 0$ – параметры распределения;
 $\Gamma(x)$ - гамма-функция.

Модель надежности Вейбулла



Модель надежности Вейбулла

Достоинства:

- Гибкость модели – возможность получать разные формы кривой интенсивности в зависимости от значения параметра β ;
- Относительная простота.

Недостатки:

- Относительная сложность – при расчетах появляется необходимость рассчитывать значение гамма-функции.

Модель надежности Вейбулла

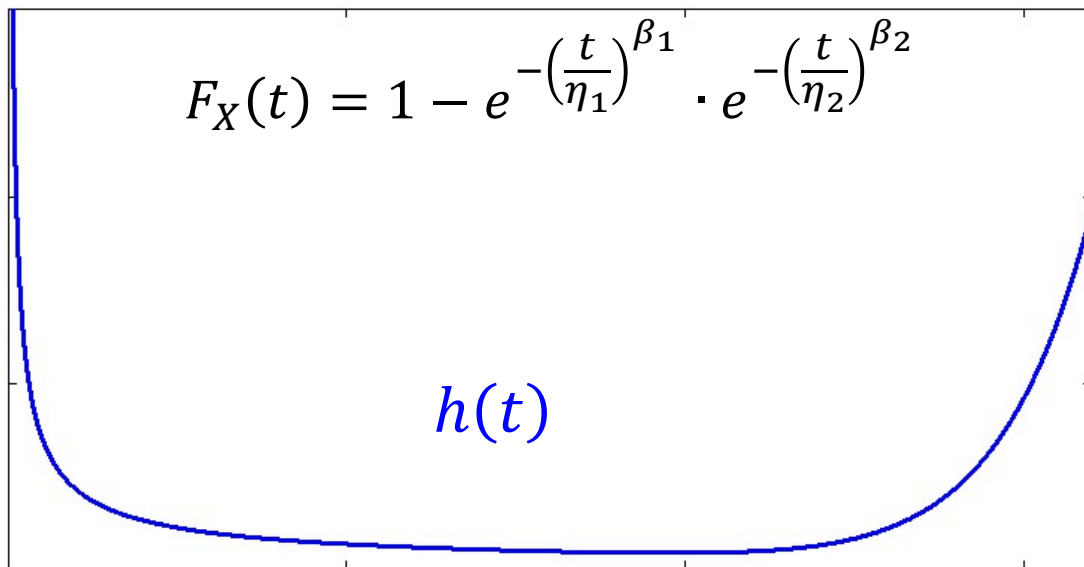
Следует отметить, что экспоненциальное распределение и распределение Рэля являются частными случаями распределения Вейбулла:

$$\text{при } \beta = 1: F_X(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^1} = 1 - e^{-\frac{1}{\eta}t} = 1 - e^{-\lambda t} \quad \left(\frac{1}{\eta} = \lambda\right)$$

$$\text{при } \beta = 2: F_X(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^2} = 1 - e^{-\frac{t^2}{\eta^2}} = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (\eta^2 = 2\sigma^2)$$

Лекция 1

Формы кривой интенсивности отказов, близкие к U-образной кривой, возможно получить, если использовать в качестве вероятностной модели надежности более сложные распределения, с бóльшим числом параметров, в том числе различные комбинации простых распределений.



Недостатком такого подхода является повышение сложности модели, и следовательно, расчетов показателей надежности.

ЛЕКЦИЯ 2

ОСНОВНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ.
РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Основное (последовательное) соединение

Говорят, что компоненты системы соединены последовательно, если для работоспособности системы требуется, чтобы все ее компоненты были работоспособными,

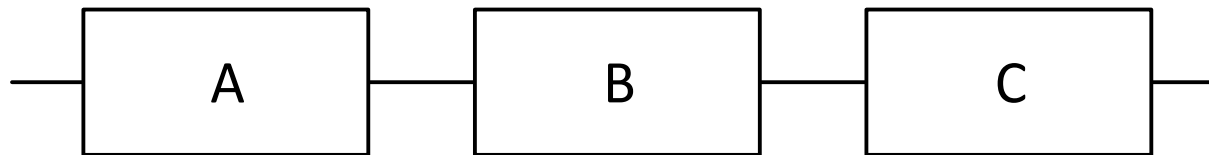
т.е. отказ любого из компонентов системы приводит к отказу системы в целом.

Для простоты расчетов обычно подразумевается, что все компоненты работают и отказывают независимо друг от друга.

Основное (последовательное) соединение

При решении задач теории надежности представляется удобным использовать блок-схемы надежности, отражающие влияние работоспособности элементов на работоспособность системы в целом.

Пример блок-схемы для последовательной системы, состоящей из трех элементов приведен ниже:



Основное (последовательное) соединение

Пусть система состоит из двух элементов E_1 и E_2 , соединенных последовательно.

Обозначим через e_i событие, заключающееся в том, что i -й элемент ($i = 1, 2$) работоспособен на интервале $[0; t]$, тогда

$$\Pr\{e_i\} = \Pr\{E_i \text{ работоспособен на } [0; t]\} = P_i(t),$$

где $P_i(t)$ - функция ВБР i -го элемента.

Основное (последовательное) соединение

Обобщая полученное выражение на случай последовательной системы из n (независимых) элементов, можно записать

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t).$$

Поскольку любая ВБР принимает значения из интервала $[0; 1]$, произведение также будет находиться на этом интервале, причем

$$P_S(t) < \min_{i=1..n} P_i(t).$$

Основное (последовательное) соединение

Отсюда следует, что ВБР последовательной системы меньше, чем ВБР ее наименее надежного элемента.

Обозначим через $h_i(t)$ интенсивность отказов i -го элемента. Зная, что

$$P(t) = e^{-\int_0^t h(\tau) d\tau},$$

получим

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t h_i(\tau) d\tau} = e^{-\int_0^t [\sum_{i=1}^n h_i(\tau)] d\tau}.$$

Основное (последовательное) соединение

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t h_i(\tau) d\tau} = e^{-\int_0^t [\sum_{i=1}^n h_i(\tau)] d\tau}.$$

Обозначив $h_S(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t)$, мы можем сделать следующий вывод:

Интенсивность отказов системы, состоящей из n независимых компонентов, соединенных последовательно, равна сумме интенсивностей отказов компонентов.

Основное (последовательное) соединение

$$P_S(t) = e^{-\int_0^t h_S(\tau) d\tau}, \quad h_S(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t).$$

При выводе данной формулы мы не подразумевали, что нам известны конкретные модели надежностей элементов.

Следовательно, это соотношение справедливо и в общем случае.

Рассмотрим далее, что произойдет, если в основном соединении будут участвовать элементы с конкретными моделями надежности.

Основное (последовательное) соединение

Экспоненциальная модель надежности

В этом случае интенсивности отказов всех элементов постоянны:

$$h_i(t) = \lambda_i = \text{const.} \quad P_i(t) = e^{-\lambda_i t};$$

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-(\sum_{i=1}^n \lambda_i)t} = e^{-\lambda_S t};$$

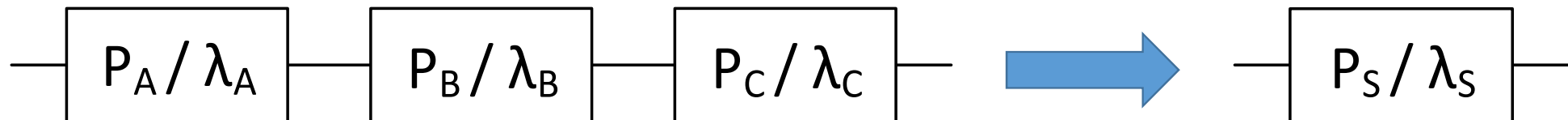
где $\lambda_S = \sum_{i=1}^n \lambda_i$.

Основное (последовательное) соединение

Экспоненциальная модель надежности

Таким образом, можно утверждать, что если для всех элементов последовательной системы справедлива экспоненциальная модель надежности, то она справедлива и для системы в целом.

Иными словами, такую систему можно представить в виде единственного эквивалентного элемента, для которого справедлива экспоненциальная модель надежности с параметром λ_S .



Основное (последовательное) соединение

Модель надежности Рэлея

В этом случае ВБР i -го элемента равна $P_i(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_i^2}}$.

Выражение для ВБР последовательной системы примет вид:

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\frac{t^2}{2\sigma_i^2}} = e^{-\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}\right)t^2}.$$

Обозначив $\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{\sigma_S^2}$, получим $P_S(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_S^2}}$.

Основное (последовательное) соединение

Модель надежности Рэлея

Таким образом, можно утверждать, что если для всех элементов последовательной системы справедлива модель надежности Рэлея, то она справедлива и для системы в целом.

Иными словами, такую систему можно представить в виде единственного эквивалентного элемента, для которого справедлива модель надежности Рэлея с параметром σ_S :

$$\sigma_S = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}.$$

Основное (последовательное) соединение

Модель надежности Рэлея

Аналогичный вывод можно получить, найдя интенсивность отказов последовательной системы.

Если интенсивности отказов всех элементов последовательной системы представляют собой линейные функции $h_i(t) = \frac{1}{\sigma_i^2} t$, то их сумма также будет являться линейной функцией:

$$h_S(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \right) t = \frac{1}{\sigma_S^2} t.$$

Основное (последовательное) соединение

Модель надежности Вейбулла

В этом случае ВБР i -го элемента равна $P_i(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i}}$.

Тогда, выражение для ВБР последовательной системы примет вид:

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i}} = e^{-\sum_{i=1}^n \left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i}}.$$

Основное (последовательное) соединение

Модель надежности Вейбулла

Если проанализировать получившееся выражение, можно увидеть, что в общем случае невозможно найти такие параметры η_S и β_S , чтобы выполнялось равенство

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i} = \left(\frac{t}{\eta_S}\right)^{\beta_S} .$$

Если для всех элементов последовательной системы справедлива модель надежности Вейбулла с различными значениями параметров η_i и β_i , то ВБР системы нельзя записать с помощью модели Вейбулла.

Лекция 2

Если надежность последовательной системы недостаточна, и мы не можем повысить ее, заменив компоненты на более надежные, становятся необходимы изменения на структурном уровне.

Говорят, что конфигурация системы является избыточной, если отказ компонента системы не обязательно приводит к отказу системы.

Инструментом введения избыточности является резервирование.

Резервирование — это основное средство обеспечения заданного уровня надежности объекта при недостаточно надежных элементах.

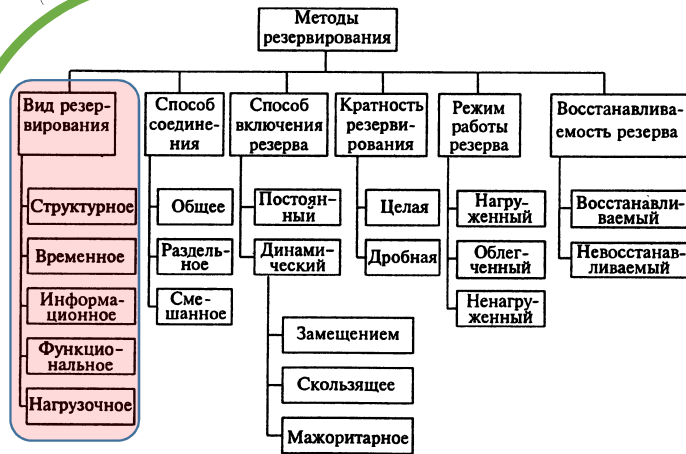
Лекция 2

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 резервированием называется применение дополнительных средств и (или) возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов.

Таким образом, резервирование — это метод повышения надежности объекта путем введения избыточности.

В свою очередь, избыточность — это дополнительные средства и (или) возможности сверхминимально необходимые для выполнения объектом заданных функций. Задачей введения избыточности является обеспечение нормального функционирования объекта после возникновения отказа в его элементах.



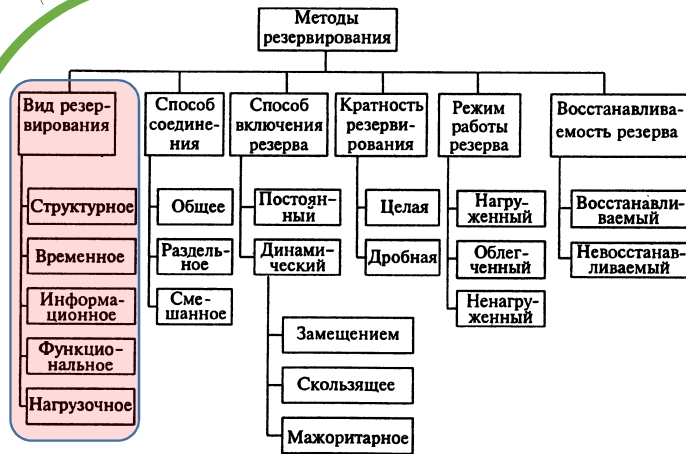


Структурное резервирование предусматривает применение резервных элементов структуры объекта. Суть структурного резервирования заключается в том, что в минимально необходимый вариант объекта вводятся

дополнительные элементы.

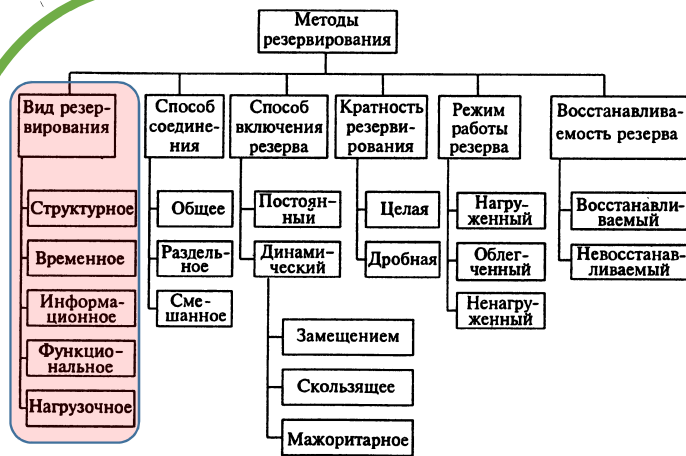
Элементы резервированной системы:

- ❑ Основной (резервируемый) элемент — элемент структуры объекта, необходимый для выполнения объектом требуемых функций при отсутствии отказов его элементов.
- ❑ Резервный элемент — элемент объекта, предназначенный для выполнения функций основного элемента, в случае отказа последнего.



Временное резервирование связано с использованием резервов времени. При этом предполагается, что на выполнение объектом необходимой работы отводится время, заведомо большее минимально необходимого.

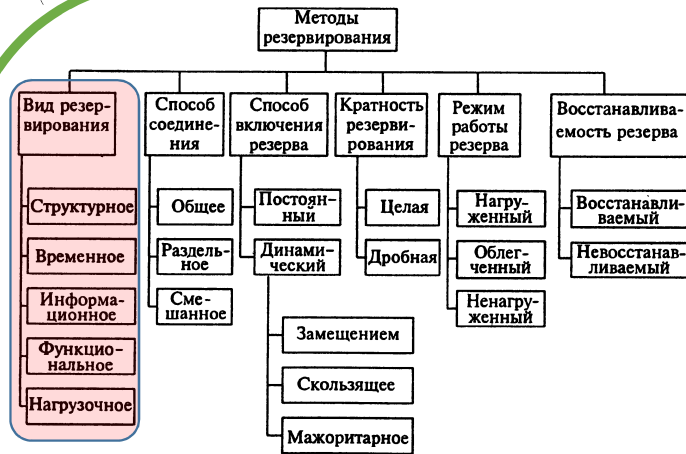
Резервы времени могут создаваться за счет повышения производительности объекта, инерционности его элементов и т.д.



Информационное резервирование — это резервирование с применением избыточности информации. Примерами информационного резервирования являются многократная передача одного и того же сообщения по каналу

связи; применение при передаче информации по каналам связи различных кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки; и т.п.

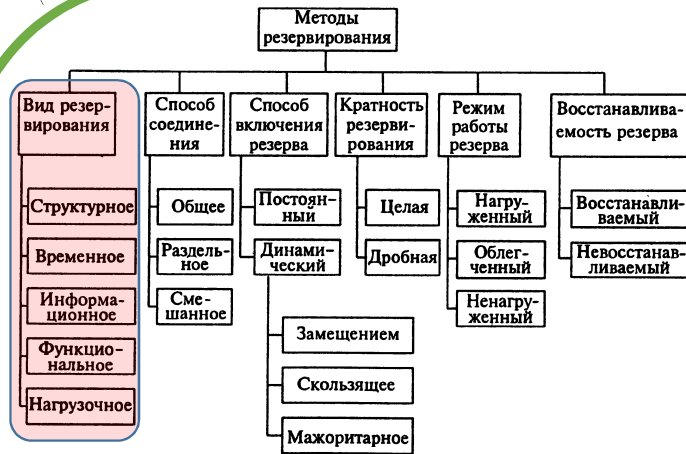
Избыток информации позволяет в той или иной мере компенсировать искажения передаваемой информации или устранять их.



Функциональное резервирование —

резервирование, при котором заданная функция может выполняться различными способами и техническими средствами.

Например, функция быстрой остановки энергетического реактора может быть осуществлена вводом в активную зону стержней аварийной защиты или впрыском борного раствора.



Нагрузочное резервирование, прежде всего, заключается в обеспечении оптимальных запасов способности элементов выдерживать действующие на них нагрузки.

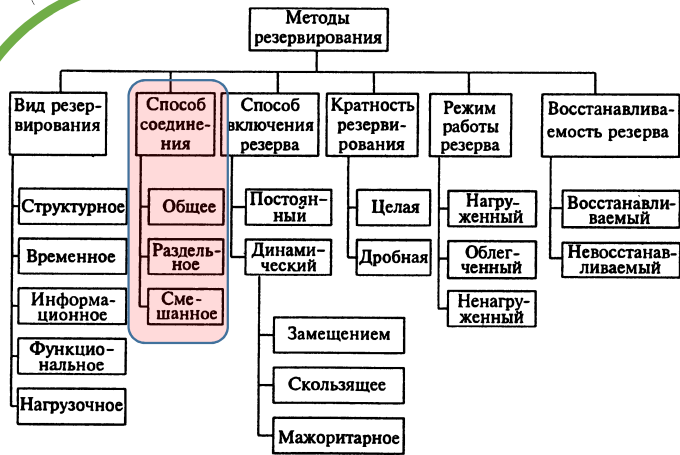
Также, возможно введение дополнительных защитных или разгружающих элементов.



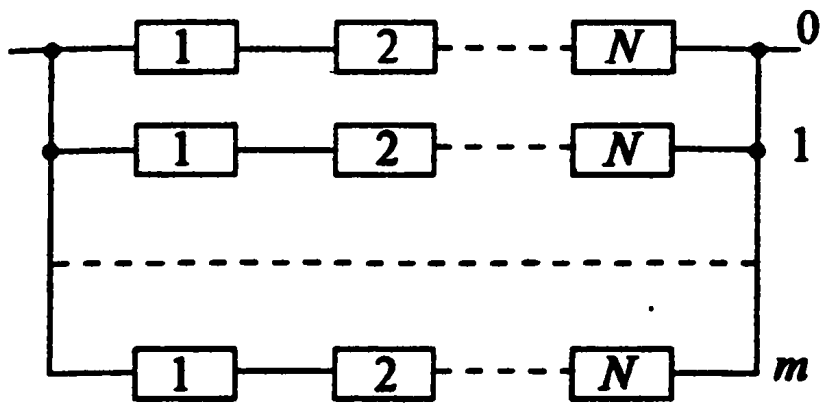
Перечисленные виды резервирования могут быть применены либо к системе в целом, либо к отдельным элементам системы или к их группам.

В первом случае резервирование называется общим, во втором — раздельным.

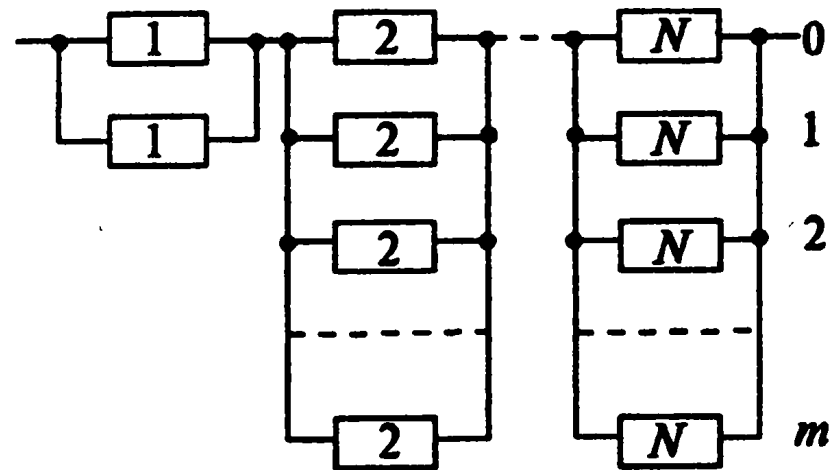
Сочетание различных видов резервирования в одном и том же объекте называется смешанным.

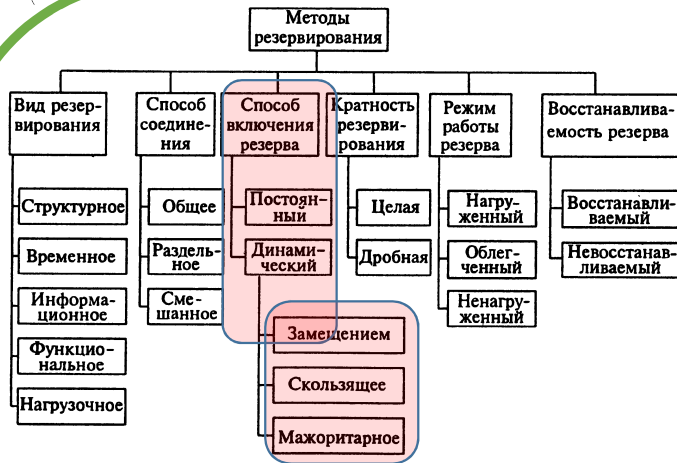


Общее резервирование



Раздельное резервирование

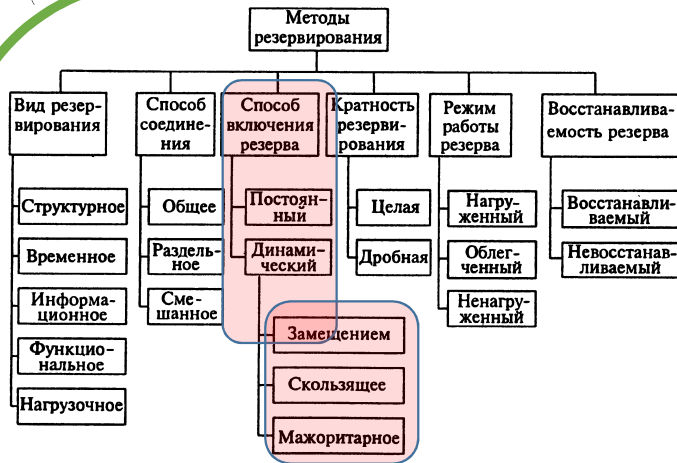




По способу включения резервных элементов различают постоянное, динамическое, резервирование замещением, скользящее и мажоритарное резервирование.

Постоянное резервирование — это резервирование без перестройки структуры объекта при возникновении отказа его элемента.

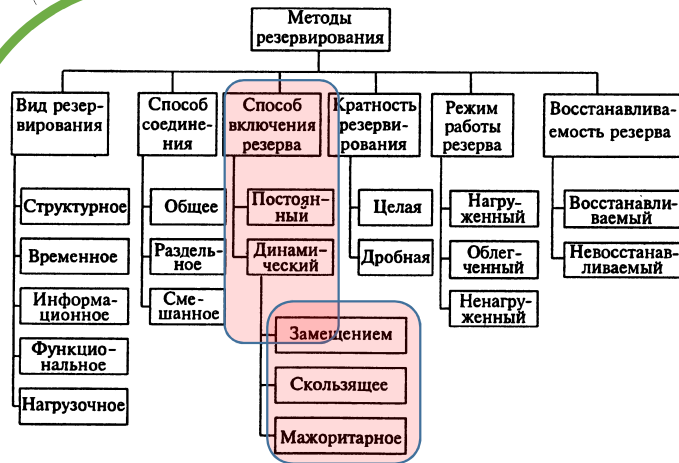
Для постоянного резервирования существенно, что в случае отказа основного элемента не требуется специальных устройств, вводящих в действие резервный элемент, а также отсутствует перерыв в работе.



Динамическое резервирование — это резервирование с перестройкой структуры объекта при возникновении отказа его элемента. Динамическое резервирование имеет ряд разновидностей.

Резервирование замещением — это динамическое резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента. Включение резерва замещением обладает следующими преимуществами:

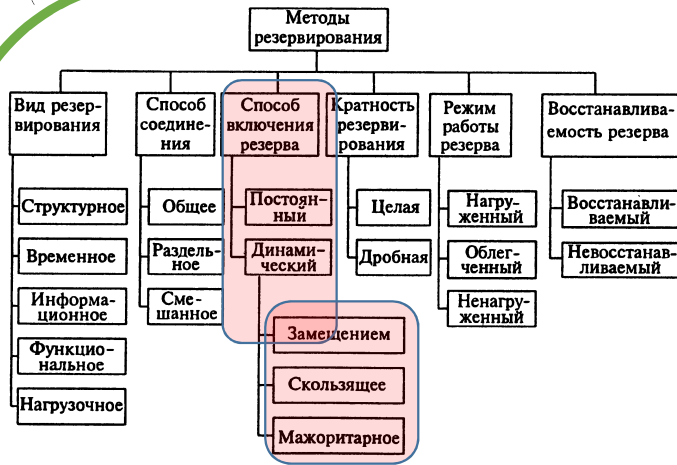
- не нарушает режима работы резерва;
- сохраняет в большей степени надежность резервных элементов, так как при работе основных элементов они находятся в нерабочем состоянии.



Существенным недостатком резервирования замещением является необходимость наличия переключающих устройств.

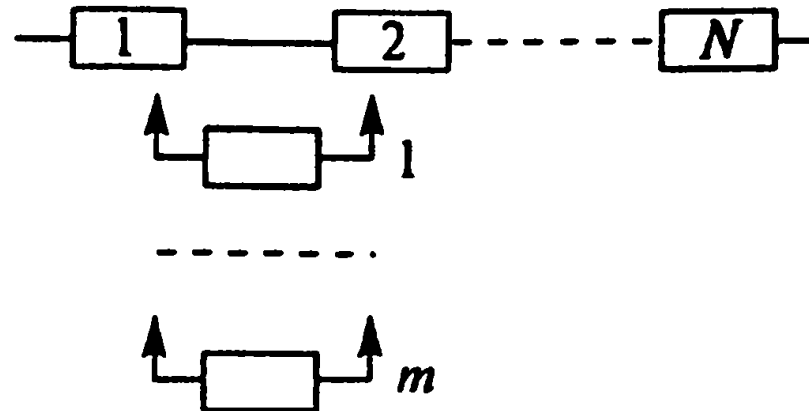
При раздельном резервировании число переключающих устройств равно числу основных элементов, что может сильно понизить надежность всей системы.

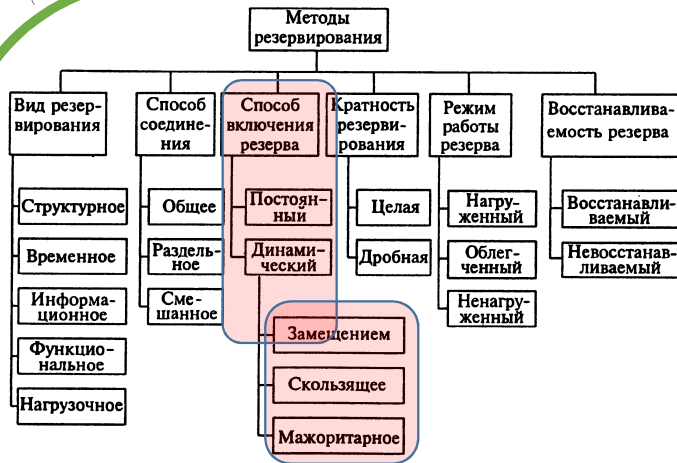
Поэтому резервировать замещением выгодно крупные узлы или всю систему, а во всех других случаях — при высокой надежности переключающих устройств.



Скользящее резервирование

— это резервирование замещением, при котором группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент в данной группе.





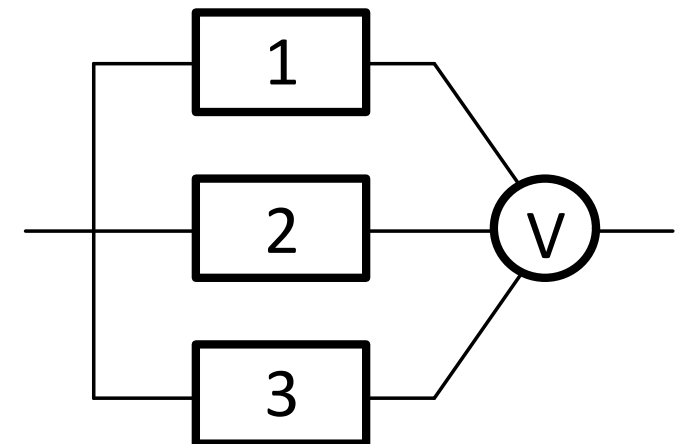
В системах управления нашло широкое применение мажоритарное резервирование (с использованием «голосования»).

Этот способ основан на применении дополнительного элемента, называемого

мажоритарным, или логическим, элементом.

Логический элемент позволяет вести сравнение сигналов, поступающих от элементов, выполняющих одну и ту же функцию.

Если результаты совпадают, то они передаются на выход устройства.





Степень избыточности характеризуется кратностью резервирования — отношением числа резервных элементов объекта к числу резервируемых ими основных элементов, выраженное несокращенной дробью.

Резервирование с целой кратностью имеет место, когда один основной элемент резервируется одним или более резервными элементами.

Резервирование с дробной кратностью: два и более однотипных элементов резервируются одним и более резервными элементами.

Резервирование, кратность которого равна единице $\left(\frac{1}{1}\right)$, называется дублированием.



В зависимости от режима работы резерва различают нагруженный, облегченный и ненагруженный резервы.

Нагруженный («горячий») резерв — это резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента.

При этом, элементы нагруженного резерва имеют тот же уровень безотказности, что и резервируемые ими основные элементы.

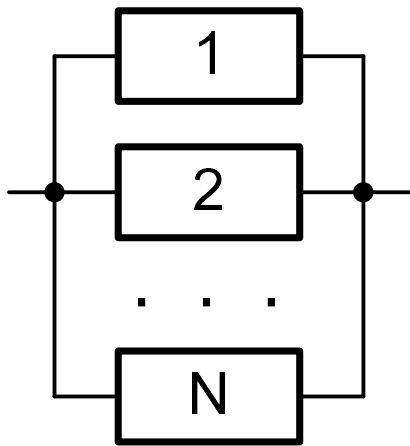


Облегченный («теплый») резерв — это резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной.

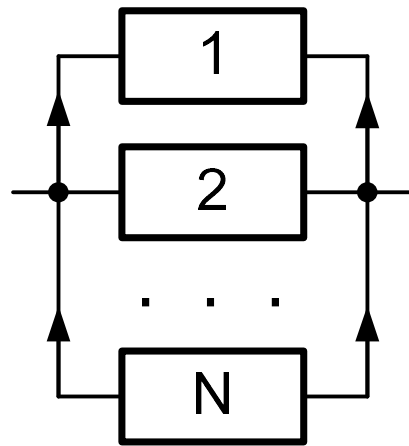
Элементы облегченного резерва обладают, как правило, более высоким уровнем безотказности, чем основные элементы.

Ненагруженный («холодный») резерв — это резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функций основного элемента.

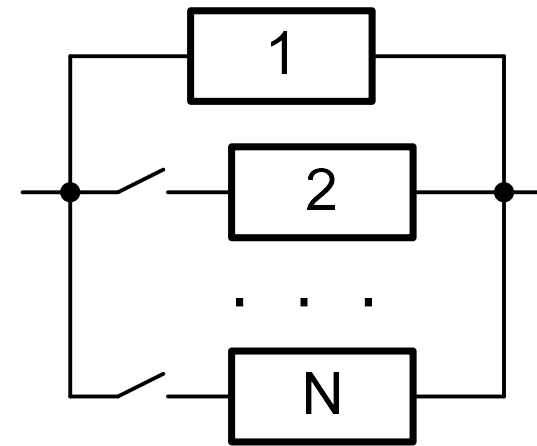
Для элементов ненагруженного резерва условно полагают, что они никогда не отказывают.



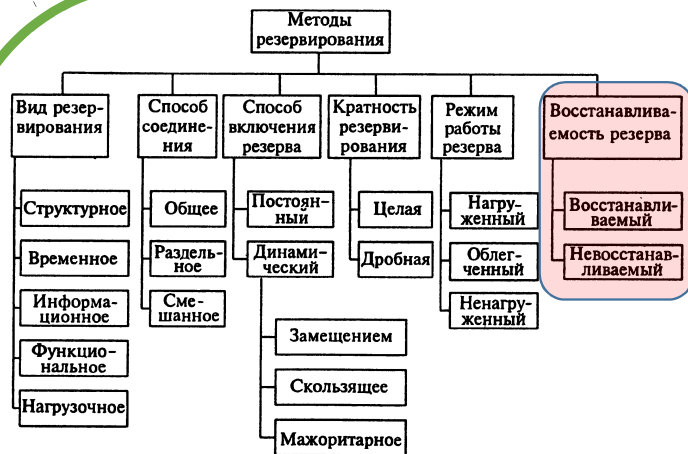
горячий резерв



теплый резерв



холодный резерв



Резервирование, при котором работоспособность любого одного или нескольких резервных элементов в случае возникновения отказов подлежит восстановлению при эксплуатации, называется резервированием с восстановлением; в противном случае имеет место резервирование без восстановления.

Восстанавливаемость резерва обеспечивается при наличии контроля работоспособности элементов.

При наличии резервирования это особенно важно, так как в этом случае число скрытых отказов может быть больше.