

Диагностика и надежность автоматизированных систем

Лабораторная работа №4

Статистическое моделирование надежности.
Точечные оценки параметров моделей надежности.

Разработал: А.А. Ефремов

Томский политехнический университет, 2024

ЗАДАНИЕ

Цель работы:

ознакомиться с основными выборочными характеристиками и точечными оценками параметров случайных величин; освоить процедуру получения выборок псевдослучайных чисел с заданными законами распределения и их использования в статистических модельных экспериментах при решении задач теории надежности.

Ход работы:

1. Для каждой из моделей надежности:

- экспоненциальной,
- Рэля,
- Вейбулла,
- 2 моделей, заданных по варианту

определить значения мат. ожидания и среднеквадратичного отклонения.

ЗАДАНИЕ

- Используя функции Mathcad и метод обратного преобразования, получить выборки объема $N_1 = 60 + 2N$ и $N_2 = 4N_1$ (где N – номер варианта) для всех указанных распределений. Сохранить выборки в файлы Excel. Импортировать выборки из файлов и далее работать с сохраненными выборками.
- Определить выборочные средние и среднеквадратичное отклонения (несмещенные) для всех выборок; сравнить полученные значения с теоретическими.
- Построить эмпирические функции распределения для выборок объема N_1 , N_2 , и сравнить их с теоретическими.

ЗАДАНИЕ

5. Определить значения числа элементов гистограммы для выборок объема N_2 в соответствии с

- правилом квадратного корня;
- формулой Стёрджеса;
- правилом Скотта;

и построить по одной гистограмме для каждого из распределений.

6. Поверх каждой из гистограмм построить масштабированные функции плотности соответствующих распределений.

7. Для системы, заданной по варианту (Таблица 5), построить графики функций вероятности отказа и частоты отказов, считая, что время отказа компонента 1, распределено в соответствии с распределением F_1 , а остальных компонентов – в соответствии с экспоненциальными распределениями, параметры которых указаны в Таблице 5.

7.1 Определить значения мат. ожидания и среднеквадратичного отклонения.

ЗАДАНИЕ

8. Повторить пункты 2-6 для системы.

9. Для выборок, полученных из распределений из пункта 1, получить точечные оценки параметров соответствующих моделей надежности методами МНК и ММП.

10. Для выборки объема N_2 отказов системы получить точечные оценки параметров моделей надежности методами МНК и ММП, считая, что отказы системы распределены

- в соответствии с распределением Рэлея;
- в соответствии с распределением Вейбулла;
- в соответствии с распределением F_1 ;
- в соответствии с распределением F_2 .

Этот пункт будет перенесен в ЛР №5

~~11. Сравнить значения мат. ожидания и среднеквадратичного отклонения времени до отказа системы, рассчитанных теоретически, по выборке и в соответствии с моделями надежности из пункта 10.~~

ЗАДАНИЕ

12. Оформить результаты в табличном виде.

13. Сделать вывод.

ЗАДАНИЕ

Таблица 1

Группа 158Т02

| Имя студента | вариант |
|--------------|---------|
| Ван Цзинфань | 2 |
| Ван Цзячэн | 29 |
| Гао Тяньюй | 6 |
| Гуань Ивэнь | 9 |
| Е Хэчжи | 21 |
| Лю Дэньхуэй | 7 |
| Лян Чаодун | 26 |
| Лянь Лобинь | 25 |
| Пэн Ан | 33 |

| Имя студента | вариант |
|--------------|---------|
| Сяо Цяньцянь | 16 |
| Цзяо Люшо | 3 |
| Чан Имин | 24 |
| Чан Яцун | 5 |
| Чжан Синь | 10 |
| Чжао Фуцай | 12 |
| Чжэн Хао | 17 |
| Чэнь Са | 8 |
| | |

ЗАДАНИЕ

Таблица 2

Группа 8Т01

| Имя студента | вариант |
|-------------------------------|---------|
| Балухта Алексей Игоревич | 27 |
| Богданова Вероника Антоновна | 18 |
| Грачева Полина Игоревна | 35 |
| Емельянов Кирилл Андреевич | 13 |
| Колотихин Евгений Иванович | 30 |
| Курганов Илья | 19 |
| Мамонтов Фёдор Алексеевич | 20 |
| Мангибаева Инкар Ерболатовна | 34 |
| Ольховский Вячеслав Романович | 32 |

| Имя студента | вариант |
|------------------------------------|---------|
| Пономаренко Анастасия Юрьевна | 11 |
| Порошин Андрей Владимирович | 22 |
| Прохорчук Станислав Вячеславович | 4 |
| Серебренников Владислав Леонидович | 15 |
| Смекалов Павел Витальевич | 23 |
| Сурков Данила Сергеевич | 31 |
| Толстогузов Игорь Николаевич | 1 |
| Черкасов Данил Дмитриевич | 14 |
| Шмидт Владислав Анатольевич | 28 |

ЗАДАНИЕ

Таблица 3

| Вариант | Распределения | |
|---------|---------------|------|
| 1 | CEG | KWR |
| 2 | CRG | KWE |
| 3 | EE | CWG |
| 4 | ER | ECEG |
| 5 | GE | EW |
| 6 | GR | GW |
| 7 | CEG | ECRG |
| 8 | CRG | GCEG |
| 9 | EE | GW |
| 10 | ER | KWE |
| 11 | GE | CWG |
| 12 | GR | GCEG |

| Вариант | Распределения | |
|---------|---------------|------|
| 13 | CEG | GW |
| 14 | CRG | ECEG |
| 15 | EE | EW |
| 16 | ER | EW |
| 17 | GE | GCRG |
| 18 | GR | KWE |
| 19 | CEG | GCRG |
| 20 | CRG | EW |
| 21 | EE | ECRG |
| 22 | ER | GCEG |
| 23 | GE | GW |
| 24 | GR | CWG |

| Вариант | Распределения | |
|---------|---------------|------|
| 25 | CEG | EW |
| 26 | CRG | GW |
| 27 | EE | GCRG |
| 28 | ER | CWG |
| 29 | GE | ECRG |
| 30 | GR | EW |
| 31 | CEG | CWG |
| 32 | CRG | CWG |
| 33 | EE | KWR |
| 34 | ER | GW |
| 35 | GE | KWR |
| 36 | GR | ECEG |

ЗАДАНИЕ

Таблица 4.1

| Вариант | Параметры распределений | | | | | | | | |
|---------|-------------------------|--------|---------|------|----------------------|--------|----------------------|--------|--------|
| | Экспоненциальное | Рэлей | Вейбулл | | F ₁ | | F ₂ | | |
| | λ, час ⁻¹ | σ, час | η, час | β | γ, час ⁻¹ | | γ, час ⁻¹ | | |
| 1 | 0,0033 | 2872 | 2154 | 2,8 | 0,0013 | α=0,5 | 0,0013 | a=2,5 | b=2 |
| 2 | 0,0042 | 2646 | 1131 | 2 | 0,0007 | α=0,5 | 0,0007 | a=1,95 | b=2,3 |
| 3 | 0,0011 | 2550 | 2078 | 2,2 | 0,0006 | a=1,95 | 0,0006 | α=0,5 | β=1,4 |
| 4 | 0,0019 | 2062 | 2117 | 2,3 | 0,0015 | a=2,05 | 0,0015 | α=0,5 | a=1,1 |
| 5 | 0,0041 | 2598 | 894 | 1,7 | 0,0009 | b=1,1 | 0,0009 | β=2,05 | a=1,1 |
| 6 | 0,0017 | 3000 | 1918 | 1,3 | 0,0011 | b=2,25 | 0,0011 | β=1,5 | b=1,05 |
| 7 | 0,0003 | 2958 | 1744 | 2,1 | 0,001 | α=0,5 | 0,001 | α=0,5 | a=1,25 |
| 8 | 0,0012 | 707 | 2298 | 2,05 | 0,0011 | α=0,5 | 0,0011 | α=0,5 | b=2,4 |
| 9 | 0,0002 | 1000 | 693 | 1,4 | 0,0003 | a=1,75 | 0,0003 | β=1,35 | b=1,05 |
| 10 | 0,0031 | 2915 | 2040 | 1,5 | 0,0005 | a=2,45 | 0,0005 | a=2,1 | b=2,2 |
| 11 | 0,001 | 1414 | 980 | 2,35 | 0,0007 | b=1,4 | 0,0007 | α=0,5 | β=2,5 |
| 12 | 0,0027 | 1581 | 800 | 1,2 | 0,0011 | b=1,25 | 0,0011 | α=0,5 | b=2,25 |
| 13 | 0,0028 | 2500 | 2400 | 2,85 | 0,0013 | α=0,5 | 0,0013 | β=1,1 | b=1,55 |
| 14 | 0,0022 | 2784 | 1327 | 1,85 | 0,0008 | α=0,5 | 0,0008 | α=0,5 | a=2,45 |
| 15 | 0,0023 | 1803 | 2000 | 2,7 | 0,0004 | a=2,15 | 0,0004 | β=1,75 | a=1,6 |
| 16 | 0,0024 | 2398 | 566 | 1,35 | 0,0006 | a=1,65 | 0,0006 | β=2,35 | a=2,1 |
| 17 | 0,0032 | 500 | 1600 | 2,75 | 0,0013 | b=0,75 | 0,0013 | α=0,5 | b=2,5 |
| 18 | 0,0037 | 2828 | 1649 | 1,8 | 0,0012 | b=2,15 | 0,0012 | a=1,9 | b=1,85 |

ЗАДАНИЕ

Таблица 4.2

| Вариант | Параметры распределений | | | | | | | | |
|---------|-------------------------|--------|---------|------|----------------------|--------|----------------------|--------|--------|
| | Экспоненциальное | Рэлей | Вейбулл | | F ₁ | | F ₂ | | |
| | λ, час ⁻¹ | σ, час | η, час | β | γ, час ⁻¹ | | γ, час ⁻¹ | | |
| 19 | 0,0008 | 2449 | 1876 | 1,75 | 0,0014 | α=0,5 | 0,0014 | α=0,5 | b=1,7 |
| 20 | 0,0035 | 1936 | 1265 | 2,5 | 0,001 | α=0,5 | 0,001 | β=1,2 | a=2 |
| 21 | 0,003 | 2345 | 1549 | 2,25 | 0,001 | a=1,85 | 0,001 | α=0,5 | a=1,35 |
| 22 | 0,0026 | 2291 | 1697 | 1,45 | 0,0009 | a=1,35 | 0,0009 | α=0,5 | b=1,3 |
| 23 | 0,0034 | 1500 | 2263 | 2,4 | 0,0009 | b=1,15 | 0,0009 | β=1,3 | b=1,45 |
| 24 | 0,0013 | 2179 | 2366 | 2,95 | 0,0008 | b=1,5 | 0,0008 | α=0,5 | β=2,4 |
| 25 | 0,0006 | 1871 | 1833 | 1,95 | 0,0014 | α=0,5 | 0,0014 | β=0,85 | a=2,4 |
| 26 | 0,002 | 866 | 400 | 2,15 | 0,0015 | α=0,5 | 0,0015 | β=1,05 | b=0,8 |
| 27 | 0,0007 | 2121 | 2332 | 2,6 | 0,0011 | a=1,85 | 0,0011 | α=0,5 | b=0,95 |
| 28 | 0,0039 | 2739 | 1386 | 1,25 | 0,0012 | a=1,15 | 0,0012 | α=0,5 | β=2,15 |
| 29 | 0,0029 | 1118 | 1789 | 1,9 | 0,0015 | b=2,05 | 0,0015 | α=0,5 | a=0,85 |
| 30 | 0,0038 | 1732 | 2227 | 1,55 | 0,0013 | b=2,35 | 0,0013 | β=1,55 | a=1,4 |
| 31 | 0,0018 | 2000 | 1200 | 1,65 | 0,0004 | α=0,5 | 0,0004 | α=0,5 | β=1,8 |
| 32 | 0,0005 | 1225 | 1960 | 1,6 | 0,0014 | α=0,5 | 0,0014 | α=0,5 | β=2 |
| 33 | 0,0015 | 1658 | 1058 | 2,65 | 0,0013 | a=2,3 | 0,0013 | a=1,3 | b=2,45 |
| 34 | 0,0021 | 1323 | 1442 | 2,55 | 0,0008 | a=1,35 | 0,0008 | β=1,75 | b=1,65 |
| 35 | 0,0014 | 2236 | 1497 | 2,9 | 0,0012 | b=1,35 | 0,0012 | a=2,35 | b=1,1 |
| 36 | 0,004 | 2693 | 2191 | 2,45 | 0,0014 | b=0,85 | 0,0014 | α=0,5 | a=0,75 |

ЗАДАНИЕ

Таблица 5.1

| Вариант | F ₁ | T | Схема | 2 | 3 | 4 |
|---------|----------------|------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | | | | $\lambda, 10^{-5}$ | $\lambda, 10^{-5}$ | $\lambda, 10^{-5}$ |
| 1 | CWG | 1400 | 7 | | | |
| 2 | ECRG | 1700 | 7 | | | |
| 3 | Kw-R | 750 | 4 | 65 | | |
| 4 | GCRG | 1900 | 8 | 25 | 15 | |
| 5 | GCRG | 900 | 6 | 35 | 25 | |
| 6 | GCEG | 1550 | 1 | 25 | | |
| 7 | ECEG | 1350 | 2 | 35 | | |
| 8 | Kw-E | 1600 | 3 | 20 | | |
| 9 | Kw-R | 150 | 6 | 200 | 150 | |
| 10 | Kw-E | 850 | 5 | 40 | 30 | 15 |
| 11 | Kw-E | 1250 | 7 | | | |
| 12 | Kw-R | 1950 | 2 | 25 | | |
| 13 | GW | 1800 | 5 | 20 | 15 | 8 |
| 14 | GCEG | 1200 | 5 | 25 | 20 | 10 |
| 15 | GW | 350 | 4 | 140 | | |
| 16 | ECEG | 250 | 5 | 130 | 100 | 50 |
| 17 | GW | 650 | 6 | 50 | 35 | |
| 18 | GCEG | 300 | 3 | 100 | | |

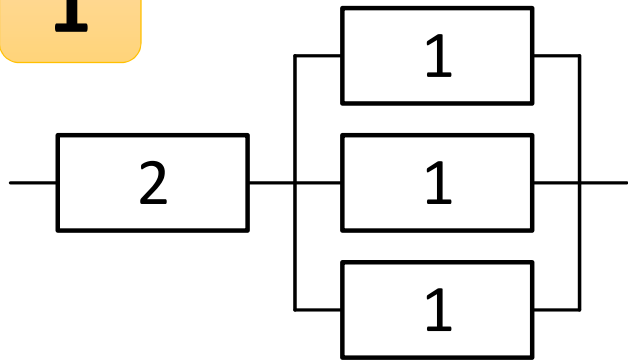
ЗАДАНИЕ

Таблица 5.2

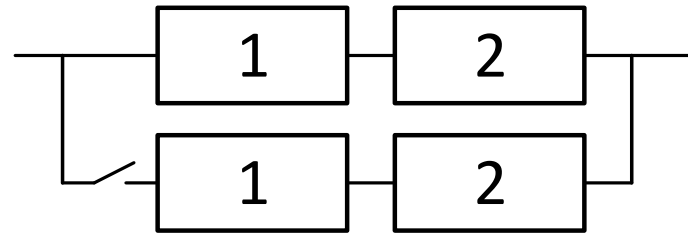
| Вариант | F ₁ | T | Схема | 2 | 3 | 4 |
|---------|----------------|------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | | | | $\lambda, 10^{-5}$ | $\lambda, 10^{-5}$ | $\lambda, 10^{-5}$ |
| 19 | ECRG | 1000 | 7 | | | |
| 20 | GCEG | 450 | 8 | 100 | 70 | |
| 21 | CWG | 1650 | 2 | 30 | | |
| 22 | Kw-E | 1750 | 5 | 20 | 15 | 8 |
| 23 | CWG | 800 | 8 | 60 | 40 | |
| 24 | ECEG | 1150 | 1 | 35 | | |
| 25 | CWG | 1300 | 6 | 25 | 15 | |
| 26 | GCRG | 1450 | 4 | 30 | | |
| 27 | Kw-E | 1000 | 7 | | | |
| 28 | Kw-R | 1500 | 1 | 20 | | |
| 29 | EW | 550 | 2 | 25 | | |
| 30 | Kw-R | 950 | 3 | 35 | | |
| 31 | ECEG | 1100 | 7 | | | |
| 32 | EW | 700 | 3 | 45 | | |
| 33 | GW | 1050 | 7 | | | |
| 34 | GCEG | 1850 | 1 | 30 | | |
| 35 | Kw-E | 1650 | 2 | 60 | | |
| 36 | GCRG | 900 | 4 | 100 | | |

ЗАДАНИЕ

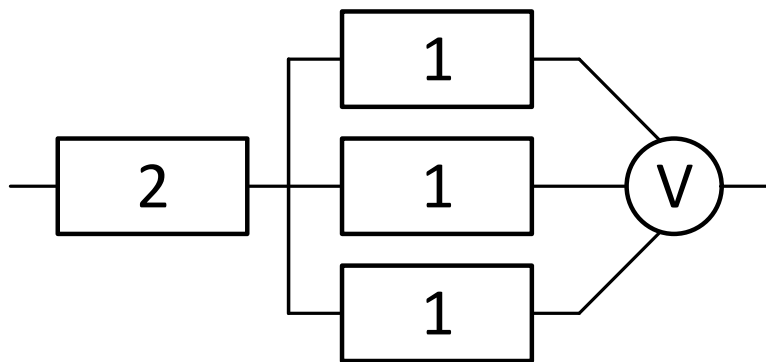
1



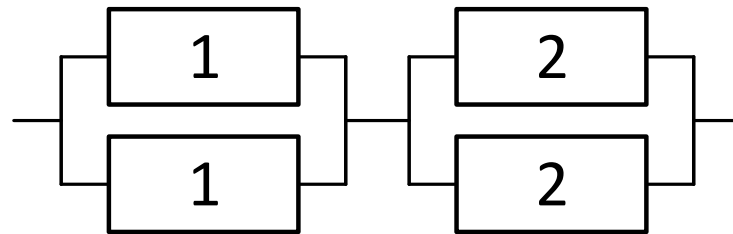
2



3

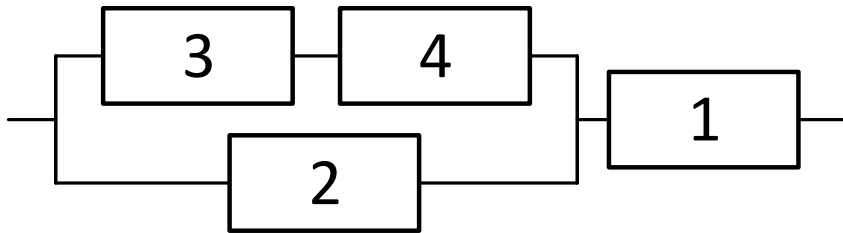


4

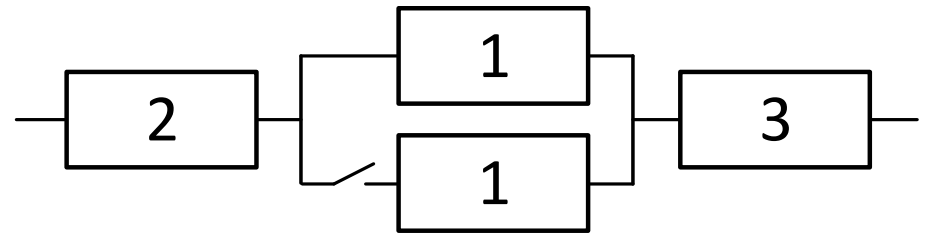


ЗАДАНИЕ

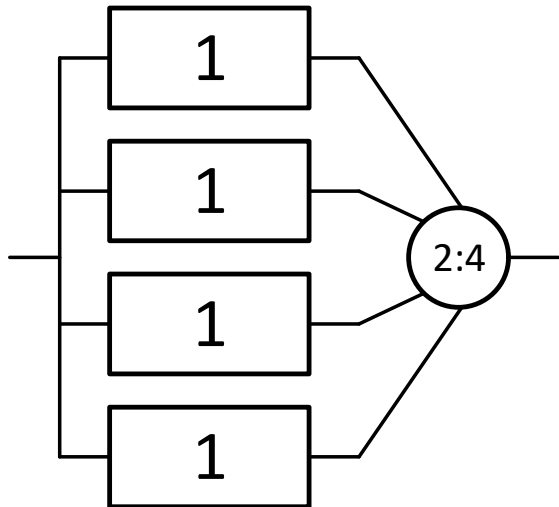
5



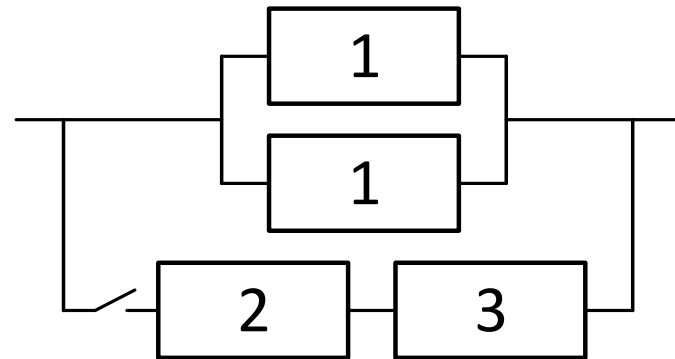
6



7



8



ЗАДАНИЕ

Таблица 5.1

| Распределение** | Функция распределения (вероятность отказа) | Параметры |
|-----------------|--|-------------------------------------|
| Kw-E | $F(x) = 1 - (1 - (1 - e^{-\gamma x})^a)^b$ | $a, b, \gamma > 0$ |
| Kw-R | $F(x) = 1 - \left(1 - (1 - e^{-(\gamma x)^2})^a\right)^b$ | $a, b, \gamma > 0$ |
| GCEG | $F(x) = 1 - \left(\frac{e^{-\gamma x}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma x}}\right)^b$ | $0 < \alpha < 1$ $b, \gamma > 0$ |
| GCRG | $F(x) = 1 - \left(\frac{e^{-(\gamma x)^2}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}\right)^b$ | $0 < \alpha < 1$ $b, \gamma > 0$ |
| GW | $F(x) = 1 - (e^{-(\gamma x)^\beta})^b$ | $\beta, \gamma, b > 0$ |
| ECRG | $F(x) = \left(\frac{\alpha(1 - e^{-(\gamma x)^2})}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}\right)^a$ | $0 < \alpha < 1$ $a, \gamma > 0$ |
| ECEG | $F(x) = \left(\frac{\alpha(1 - e^{-\gamma x})}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma x}}\right)^a$ | $0 < \alpha < 1$ $a, \gamma > 0$ |

ЗАДАНИЕ

Таблица 5.2

| Распределение** | Функция распределения (вероятность отказа) | Параметры |
|-----------------|---|---|
| EW | $F(x) = \left(1 - e^{-(\gamma x)^\beta}\right)^a$ | $a, \beta, \gamma > 0$ |
| CWG | $F(x) = \frac{\alpha \left(1 - e^{-(\gamma x)^\beta}\right)}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^\beta}}$ | $0 < \alpha < 1$ $\beta, \gamma > 0$ |
| CEG | $F(x) = 1 - \frac{e^{-\gamma x}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma}}$ | $0 < \alpha < 1$ $\gamma > 0$ |
| CRG | $F(x) = 1 - \frac{e^{-(\gamma x)^2}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}$ | $0 < \alpha < 1$ $\gamma > 0$ |
| EE | $F(x) = (1 - e^{-\gamma x})^a$ | $a, \gamma > 0$ |
| ER | $F(x) = \left(1 - e^{-(\gamma x)^2}\right)^a$ | $a, \gamma > 0$ |
| GE | $F(x) = 1 - (e^{-\gamma x})^b$ | $\gamma, b > 0$ |
| GR | $F(x) = 1 - \left(e^{-(\gamma x)^2}\right)^b$ | $\gamma, b > 0$ |

**

Двухпараметрические распределения:

- CEG – Комплементарное экспоненциально-геометрическое распределение
- CRG - Комплементарное Рэлей-геометрическое распределение
- EE – Экспоненцированное экспоненциальное распределение
- ER – Экспоненцированное распределение Рэля
- GE – Обобщенное экспоненциальное распределение
- GR – Обобщенное распределение Рэля

Трехпараметрические распределения:

- Kw-E – Кумарасвами-экспоненциальное распределение
- Kw-R – Распределение Кумарасвами-Рэля
- GCEG – Обобщенное комплементарное экспоненциально-геометрическое распределение
- GCRG – Обобщенное комплементарное Рэлей-геометрическое распределение
- GW – Обобщенное распределение Вейбулла
- ECEG - Экспоненцированное комплементарное экспоненциально-геометрическое распределение
- ECRG - Экспоненцированное комплементарное Рэлей-геометрическое распределение
- EW – Экспоненцированное распределение Вейбулла
- CWG – Комплементарное Вейбулл-геометрическое распределение