

Детали мехатронных модулей и роботов, их конструирование,
диагностика и надежность

Лабораторная работа №2
Резервирование

Разработал: А.А. Ефремов

Томский политехнический университет, 2021

Теоретические сведения

Основное (последовательное) соединение

Говорят, что компоненты системы соединены последовательно, если для работоспособности системы требуется, чтобы все ее компоненты были работоспособными,

т.е. отказ любого из компонентов системы приводит к отказу системы в целом.

Для простоты расчетов обычно подразумевается, что все компоненты работают и отказывают независимо друг от друга.

Основное (последовательное) соединение

Пусть система состоит из двух элементов E_1 и E_2 , соединенных последовательно.

Обозначим через e_i событие, заключающееся в том, что i -й элемент ($i = 1, 2$) работоспособен на интервале $[0; t]$, тогда

$$\Pr\{e_i\} = \Pr\{E_i \text{ работоспособен на } [0; t]\} = P_i(t),$$

где $P_i(t)$ - функция ВБР i -го элемента.

Основное (последовательное) соединение

Поскольку последовательная система работоспособна тогда и только тогда, когда работоспособны все ее элементы, то вероятность того, что система работоспособна на интервале $[0; t]$ (т.е. ВБР системы), равна

$$P_S(t) = \Pr\{e_1 \cap e_2\}.$$

Т.к. отказы элементов системы считаются независимыми событиями, то

$$P_S(t) = \Pr\{e_1 \cap e_2\} = \Pr\{e_1\} \cdot \Pr\{e_2\} = P_1(t) \cdot P_2(t).$$

Основное (последовательное) соединение

Обобщая полученное выражение на случай последовательной системы из n (независимых) элементов, можно записать

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t).$$

Поскольку любая ВБР принимает значения из интервала $[0; 1]$, произведение также будет находиться на этом интервале, причем

$$P_S(t) < \min_{i=1..n} P_i(t).$$

Теоретические сведения

Основное (последовательное) соединение

Отсюда следует, что ВБР последовательной системы меньше, чем ВБР ее наименее надежного элемента.

Обозначим через $h_i(t)$ интенсивность отказов i -го элемента. Зная, что

$$P(t) = e^{-\int_0^t h(\tau) d\tau},$$

получим

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t h_i(\tau) d\tau} = e^{-\int_0^t [\sum_{i=1}^n h_i(\tau)] d\tau}.$$

Основное (последовательное) соединение

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t h_i(\tau) d\tau} = e^{-\int_0^t [\sum_{i=1}^n h_i(\tau)] d\tau}.$$

Обозначив $h_S(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t)$, мы можем сделать следующий вывод:

Интенсивность отказов системы, состоящей из n независимых компонентов, соединенных последовательно, равна сумме интенсивностей отказов компонентов.

Теоретические сведения

Если надежность последовательной системы недостаточна, и мы не можем повысить ее, заменив компоненты на более надежные, становятся необходимы изменения на структурном уровне.

Говорят, что конфигурация системы является избыточной, если отказ компонента системы не обязательно приводит к отказу системы.

Инструментом введения избыточности является резервирование.

Классификация видов резервирования – см. литературу.

Теоретические сведения

Если надежность последовательной системы недостаточна, и мы не можем повысить ее, заменив компоненты на более надежные, становятся необходимы изменения на структурном уровне.

Говорят, что конфигурация системы является избыточной, если отказ компонента системы не обязательно приводит к отказу системы.

Инструментом введения избыточности является резервирование.

Классификация видов резервирования – см. литературу.

Параллельное резервирование

Говорят, что компоненты системы соединены *параллельно*, если система работоспособна до тех пор, пока работоспособен хотя бы один из ее компонентов,

т.е. отказ системы наступает при отказе ее последнего работающего компонента.

В зависимости от того, в каком режиме находятся резервные компоненты параллельной системы, различают:

- «горячее» (нагруженное) резервирование;
- «холодное» (ненагруженное) резервирование;
- «теплое» (недогруженное) резервирование.

Теоретические сведения

Параллельное резервирование

В случае горячего резервирования резервные элементы находятся в тех же рабочих условиях и несут ту же нагрузку, что и «основной» элемент.

Элементы, находящиеся в холодном резерве, являются ненагруженными до момента переключения в рабочий режим. Предполагается, что резервные элементы не отказывают из состояния холодного резерва.

Для элементов, находящихся в теплом резерве, характерен облегченный режим работы. Находясь в теплом резерве, элементы могут отказать, но интенсивность отказов в этом случае меньше, чем для элементов в рабочем режиме.

Параллельное резервирование

В дальнейшем, если особо не оговорено, под параллельным резервированием будем понимать горячее резервирование.

Пусть система состоит из двух элементов E_1 и E_2 , соединенных параллельно.

Обозначим через \bar{e}_i событие, заключающееся в том, что i -й элемент ($i = 1, 2$) отказал на интервале $[0; t]$, тогда

$$\Pr\{\bar{e}_i\} = \Pr\{E_i \text{ отказал на } [0; t]\} = F_i(t),$$

где $F_i(t) = 1 - P_i(t)$ - функция вероятности отказа i -го элемента.

Параллельное резервирование

Поскольку параллельная система отказывает тогда и только тогда, когда отказывают все ее элементы, то вероятность того, что система отказала на интервале $[0; t]$ (т.е. вероятность отказа системы), равна

$$F_S(t) = \Pr\{\bar{e}_1 \cap \bar{e}_2\}.$$

Т.к. отказы элементов системы считаются независимыми событиями, то

$$F_S(t) = \Pr\{\bar{e}_1 \cap \bar{e}_2\} = \Pr\{\bar{e}_1\} \cdot \Pr\{\bar{e}_2\} = F_1(t) \cdot F_2(t).$$

Параллельное резервирование

Обобщая полученное выражение на случай параллельной системы из n (независимых) элементов, можно записать

$$F_S(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t).$$

Переходя к выражению для ВБР, получим

$$P_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_i(t)].$$

Параллельное резервирование

Поскольку любая функция вероятности отказа принимает значения из интервала $[0; 1]$, произведение также будет находиться на этом интервале, причем

$$F_S(t) < \min_{i=1..n} F_i(t).$$

Переходя к выражению для ВБР, получим

$$P_S(t) > \max_{i=1..n} P_i(t).$$

Отсюда следует, что ВБР параллельной системы больше, чем ВБР ее наиболее надежного элемента.

Параллельное резервирование

Расчет надежности систем с холодным и теплым резервированием в общем случае затруднителен.

Для параллельной системы, состоящей из одного основного и одного резервного элемента, ВБР можно найти по формуле:

$$P_S(t) = P_1(t) + \int_0^t f_1(x) \cdot P_{2;R}(x) \cdot \frac{P_{2;A}(t_e + t - x)}{P_{2;A}(t_e)} dx$$

где P_1, f_1 - ВБР и частота отказов основного элемента;

$P_{2;R}, P_{2;A}$ - ВБР резервного элемента в состоянии резерва (R) и в рабочем режиме (A).

Параллельное резервирование

$$P_S(t) = P_1(t) + \int_0^t f_1(x) \cdot P_{2;R}(x) \cdot \frac{P_{2;A}(t_e + t - x)}{P_{2;A}(t_e)} dx$$

В данной формуле t_e - эквивалентное время работы резервного элемента к моменту его переключения в рабочий режим. Его значение можно определить, решив уравнение

$$P_{2;R}(x) = P_{2;A}(t_e)$$

относительно t_e .

Для горячего резерва $t_e = x$; для холодного - $t_e = 0$.

Параллельное резервирование

Для параллельных систем, состоящих из $m + 1$ идентичных компонентов, чье время до отказа распределено в соответствии с экспоненциальным распределением, существуют формулы расчета ВБР и среднего времени до отказа.

В случае параллельной системы, состоящей из одного основного и m резервных компонентов в холодном резерве:

$$P_S(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}; \quad T_{cp} = \frac{m + 1}{\lambda};$$

где λ – интенсивность отказов отдельного компонента.

Теоретические сведения

Параллельное резервирование

В случае параллельной системы, состоящей из одного основного и m резервных компонентов в теплом резерве:

$$P_S(t) = e^{-\lambda t} \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_R t})^i \right); \quad T_{cp} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + ik};$$

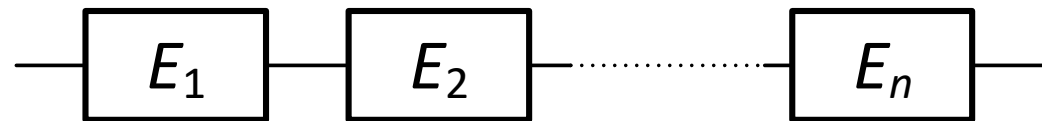
где λ_R – интенсивность отказов компонента из состояния резерва;

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{1}{k} \right);$$

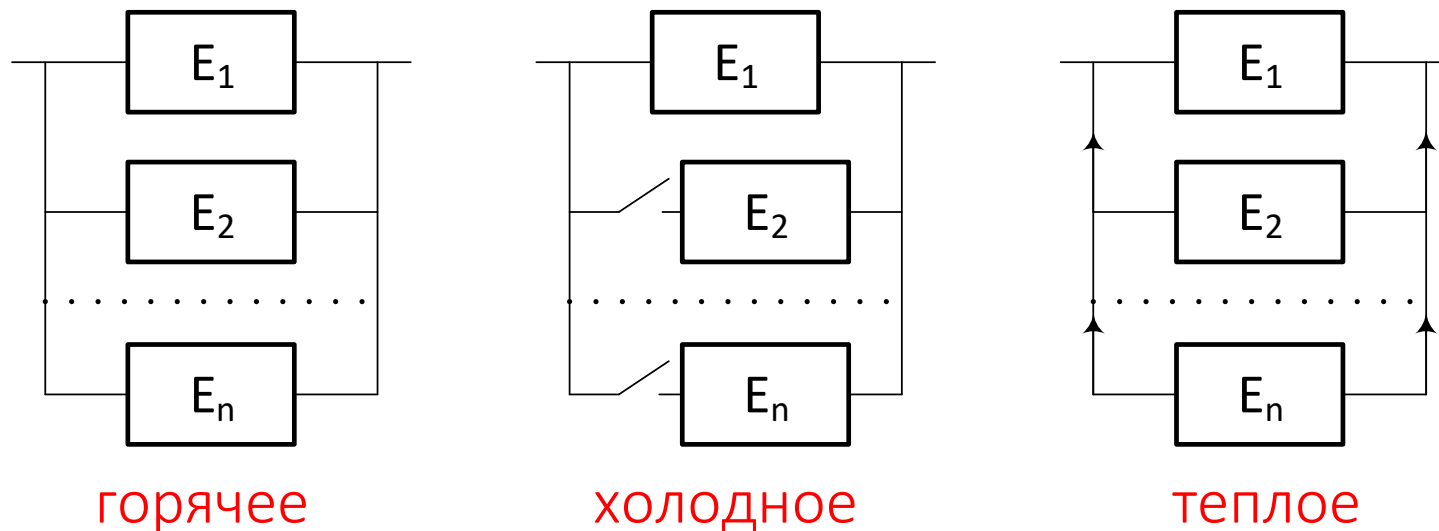
$$k = \frac{\lambda_R}{\lambda}.$$

Блок-схемы надежности

Последовательное соединение:

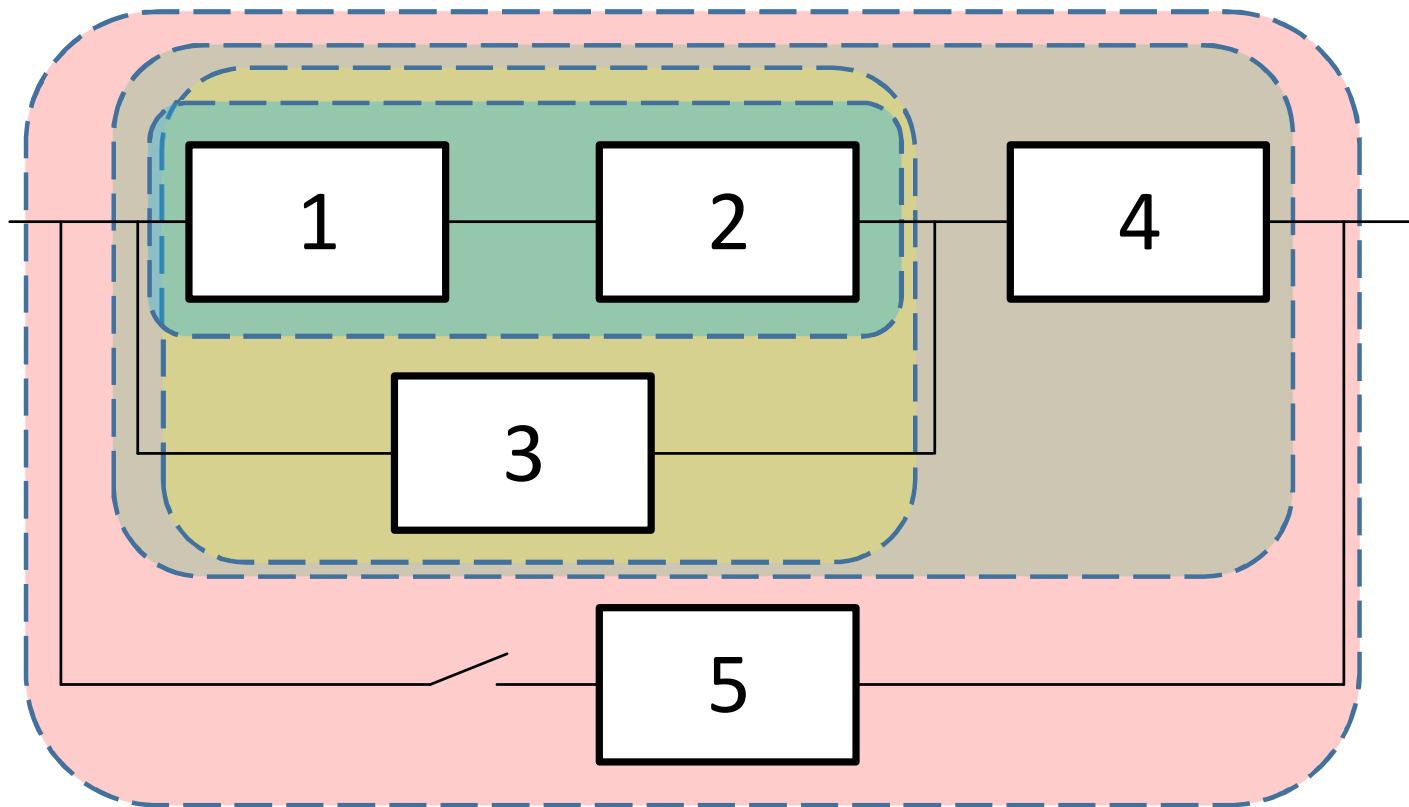


Параллельное соединение:



Блок-схемы надежности

Последовательно-параллельное соединение:



Рекомендованная литература

Острейковский, В. А. Теория надежности : Учеб, для вузов / В. А. Острейковский. — М. : Высш. шк., 2003. - 463 с. // URL: <https://znanium.com/catalog/product/487996>

Сапожников, В. В. Основы теории надежности и технической диагностики : учебник / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — СПб : Лань, 2019. — 588 с. // Лань : ЭБС. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115495>

ЗАДАНИЕ

Цель работы:

освоить процедуру расчета показателей надежности последовательно-параллельных систем с различными видами резервирования.

Ход работы:

1. Для последовательной системы трех компонентов (Табл. 1, Приложение 1)
 - построить графики функций ВБР и интенсивности отказов для каждого компонента и для системы в целом;
 - определить значения этих функций в момент времени T ;
 - определить значение среднего времени безотказной работы каждого компонента и системы в целом.

ЗАДАНИЕ

2. Определив наименее и наиболее надежные компоненты последовательной системы, выполните горячее резервирование поочередно наименее и наиболее надежного компонента
- одним идентичным резервным компонентом;
 - двумя идентичными резервными компонентами.

Для каждого случая определите значение ВБР в момент времени T и среднее время до отказа системы. Сделайте вывод.

ЗАДАНИЕ

3. Определите значение ВБР в момент времени T и среднее время до отказа системы для общего и отдельного горячего резервирования (дублирования) системы. Сделайте вывод.
4. Выполните холодное резервирование (дублирование) наименее надежного компонента последовательной системы идентичным компонентом. Определите значение ВБР в момент времени T и среднее время до отказа системы. Сравните результат с результатами горячего резервирования.
5. Выполните теплое резервирование компонента E1
 - одним идентичным резервным компонентом;
 - двумя идентичными резервными компонентами,при условии, что интенсивность отказов компонентов в состоянии резерва в 5 раз меньше, чем в рабочем режиме.

ЗАДАНИЕ

6. Определите значение ВБР в момент времени T и среднее время до отказа системы. Сравните результат с результатами горячего резервирования.

ЗАДАНИЕ

Таблица 1

8E81		T	E1	E2	E3		
				Weibull			
1	Акилбаева Адеми Бекенкызы	900	Exp	$\beta_W=0,4$	CWG	$\alpha = 0,8$	$\beta = 1,3$
2	Бабенко Юлия Анатольевна	1100	Exp	$\beta_W=0,8$	ECEG	$\alpha = 0,8$	$a = 1,1$
3	Кадыров Рафаэль Альбертович	500	Exp	$\beta_W=0,85$	Kw-R	$a = 0,2$	$b = 1,15$
4	Маркер Виктор Андреевич	2500	Exp	$\beta_W=3,2$	GCRG	$\alpha = 0,35$	$b = 2,8$
5	Мвила Ва Кунтобо Кен	500	Exp	$\beta_W=0,5$	GCRG	$\alpha = 0,9$	$b = 4,5$
6	Новокрещенных Даниил Игоревич	400	Exp	$\beta_W=0,35$	EW	$a = 1,25$	$\beta = 0,5$
7	Новоселов Константин Иванович	1400	Exp	$\beta_W=1,15$	ECRG	$\alpha = 0,8$	$a = 2,6$
8	Петрунев Семен Евгеньевич	2200	Exp	$\beta_W=1,1$	Kw-E	$a = 2,2$	$b = 1,9$
9	Растрепин Дмитрий Евгеньевич	2200	Exp	$\beta_W=1,85$	Kw-R	$a = 1,2$	$b = 0,5$
10	Рынгач Илья Владиславович	300	Exp	$\beta_W=0,6$	Kw-E	$a = 1,25$	$b = 0,45$
11	Тихонов Андрей Александрович	850	Exp	$\beta_W=1,2$	Kw-E	$a = 1,5$	$b = 1,6$
12	Тюленева Валерия Александровна	250	Exp	$\beta_W=0,3$	Kw-R	$a = 0,6$	$b = 1,5$
13	Устинов Иван Сергеевич	400	Exp	$\beta_W=1,35$	GW	$b = 0,9$	$\beta = 1,2$
14	Ханхатов Виктор Аюрович	700	Exp	$\beta_W=0,2$	GCEG	$\alpha = 0,3$	$b = 1,8$
15	Широких Никита Михайлович	1300	Exp	$\beta_W=0,7$	GW	$b = 2,1$	$\beta = 0,2$
16	Юрков Максим Сергеевич	100	Exp	$\beta_W=0,35$	ECRG	$\alpha = 0,4$	$a = 0,4$

ЗАДАНИЕ

Таблица 1

8E82		T	E1	E2	E3		
				Weibull			
1	Арестов Александр Андреевич	550	Exp	$\beta_W=0,9$	GW	$b = 2$	$\beta = 1,2$
2	Барсукова Ангелина Анатольевна	350	Exp	$\beta_W=1,4$	GCEG	$\alpha = 0,7$	$b = 1,6$
3	Гарифуллин Зариф	600	Exp	$\beta_W=1,8$	ECEG	$a = 0,3$	$\alpha = 0,2$
4	Го Цзыцзюнь	1400	Exp	$\beta_W=1,3$	EW	$a = 1,2$	$\beta = 1,5$
5	Гончарова Наталия Сергеевна	500	Exp	$\beta_W=1,2$	CWG	$\alpha = 0,7$	$\beta = 0,8$
6	Гоп Сергей Сергеевич	1600	Exp	$\beta_W=0,55$	Kw-E	$a = 0,6$	$b = 0,3$
7	Ковалёв Даниил Евгеньевич	900	Exp	$\beta_W=0,3$	CWG	$\alpha = 0,2$	$\beta = 0,5$
8	Кузьмина Полина Николаевна	2000	Exp	$\beta_W=1,5$	ECRG	$a = 1,3$	$\alpha = 0,85$
9	Мещеряков Роман Андреевич	200	Exp	$\beta_W=0,3$	CWG	$\alpha = 0,7$	$\beta = 0,4$
10	Нефедов Михаил Владиславович	700	Exp	$\beta_W=1,25$	GCRG	$\alpha = 0,5$	$b = 1,25$
11	Садиков Роман Евгеньевич	250	Exp	$\beta_W=0,8$	Kw-E	$a = 0,5$	$b = 0,4$
12	Стрекаловский Игорь Сергеевич	2100	Exp	$\beta_W=1,1$	Kw-R	$a = 1,2$	$b = 0,2$
13	Сушков Максим Петрович	800	Exp	$\beta_W=0,65$	EW	$a = 0,8$	$\beta = 0,4$
14	Тхан Куок Дат	650	Exp	$\beta_W=1,3$	Kw-R	$a = 2$	$b = 1,8$
15	Харжеев Никита Борисович	800	Exp	$\beta_W=0,55$	ECRG	$a = 0,2$	$\alpha = 0,15$
16	Хромов Игорь Владимирович	200	Exp	$\beta_W=0,7$	EW	$a = 3,7$	$\beta = 0,2$
17	Чан Тхань Хоа	1250	Exp	$\beta_W=1,7$	GW	$b = 0,7$	$\beta = 1,4$
18	Чипизубов Андрей Сергеевич	500	Exp	$\beta_W=0,7$	GCEG	$\alpha = 0,4$	$b = 0,6$

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

1. Для элемента E1 значение параметра λ выбрать как $\frac{N}{10000}$ час⁻¹, где N – номер варианта в соответствии с алфавитным списком группы.
2. Для элемента E2 значение параметра η выбрать как $1000 \cdot N$ час; параметр β выбрать из Табл. 1.
3. Для модели надежности элемента E3 значение параметра γ выбрать как $\frac{N}{5000}$ час⁻¹, а остальные параметры выбрать из Табл. 1.

ЗАДАНИЕ

Таблица 2

Распределение**	Функция распределения (вероятность отказа)	Параметры
Kw-E	$F(x) = 1 - (1 - (1 - e^{-\gamma x})^a)^b$	$a, b, \gamma > 0$
Kw-R	$F(x) = 1 - \left(1 - (1 - e^{-(\gamma x)^2})^a\right)^b$	$a, b, \gamma > 0$
GCEG	$F(x) = 1 - \left(\frac{e^{-\gamma x}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma x}}\right)^b$	$0 < \alpha < 1$ $b, \gamma > 0$
GCRG	$F(x) = 1 - \left(\frac{e^{-(\gamma x)^2}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}\right)^b$	$0 < \alpha < 1$ $b, \gamma > 0$
GW	$F(x) = 1 - (e^{-(\gamma x)^\beta})^b$	$\beta, \gamma, b > 0$
ECRG	$F(x) = \left(\frac{\alpha(1 - e^{-(\gamma x)^2})}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}\right)^a$	$0 < \alpha < 1$ $a, \gamma > 0$
ECEG	$F(x) = \left(\frac{\alpha(1 - e^{-\gamma x})}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma x}}\right)^a$	$0 < \alpha < 1$ $a, \gamma > 0$

ЗАДАНИЕ

Таблица 2 (продолжение)

Распределение**	Функция распределения (вероятность отказа)	Параметры
EW	$F(x) = \left(1 - e^{-(\gamma x)^\beta}\right)^\alpha$	$a, \beta, \gamma > 0$
CWG	$F(x) = \frac{\alpha \left(1 - e^{-(\gamma x)^\beta}\right)}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^\beta}}$	$0 < \alpha < 1$ $\beta, \gamma > 0$
CEG	$F(x) = 1 - \frac{e^{-\gamma x}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-\gamma x}}$	$0 < \alpha < 1$ $\gamma > 0$
CRG	$F(x) = 1 - \frac{e^{-(\gamma x)^2}}{\alpha + (1 - \alpha)e^{-(\gamma x)^2}}$	$0 < \alpha < 1$ $\gamma > 0$

**

Трехпараметрические распределения:

- Kw-E – Kumaraswamy-Exponential Distribution
- Kw-R – Kumaraswamy-Rayleigh Distribution
- GCEG - Generalized Complementary Exponential-Geometric Distribution
- GCRG - Generalized Complementary Rayleigh-Geometric Distribution
- GW – Generalized Weibull Distribution
- ECEG - Exponentiated Complementary Exponential-Geometric Distribution
- ECRG - Exponentiated Complementary Rayleigh-Geometric Distribution
- EW – Exponentiated Weibull Distribution
- CWG - Complementary Weibull-Geometric Distribution