

Безопасность, надежность технических систем,
методы оценки и управления риском

Лабораторная работа №4

Оценки параметров моделей надежности систем.

Разработал: А.А. Ефремов

Томский политехнический университет, 2025

Цель работы:

- ознакомиться с основными выборочными характеристиками и точечными оценками параметров случайных величин;
- освоить процедуру получения выборок псевдослучайных чисел с заданными законами распределения и их использования в статистических модельных экспериментах при решении задач теории надежности;
- ознакомиться с основными методами получения точечных и интервальных оценок параметров моделей надежности.

ЗАДАНИЕ

Ход работы:

1. Построить графики функций распределения и функций плотности и интенсивности отказов следующих распределений:
 - нормального с параметрами, заданными по варианту;
 - экспоненциального с параметрами, заданными по варианту (Таблица 1).
2. Определить для этих распределений теоретические значения
 - математического ожидания;
 - дисперсии;
 - среднеквадратичного отклонения.
3. Сгенерировать выборки случайных чисел объема N для этих распределений, где N – число заданное по варианту.

ЗАДАНИЕ

4. Определить выборочные средние, выборочные дисперсии и среднеквадратичное отклонения (несмещенные) для всех выборок; сравнить полученные значения с теоретическими.
5. Построить эмпирические функции распределения для полученных выборок и сравнить их с теоретическими.
6. Определить значения числа элементов гистограммы для выборок в соответствии с
 - правилом квадратного корня;
 - формулой Стёрджеса;
 - правилом Скотта;и построить по одной гистограмме для каждого из распределений.
7. На основе данных гистограмм найдите оценки частоты и интенсивности отказов.

ЗАДАНИЕ

8. Повторить пункты 1 и 2 для распределения F_1 , заданного по варианту, выбрав его параметры таким образом, чтобы его математическое ожидания было равно T^* .
9. Используя метод обратного преобразования, написать функцию в ПО Mathcad, реализующую получение выборки псевдослучайных чисел, распределенных в соответствии с распределением F_1 .
10. Повторить пункты 3-7 для данного распределения.
11. Для системы, заданной по варианту (Таблица 2), построить графики функций вероятности отказа, частоты и интенсивности отказов, считая, что время отказа компонента 1, распределено в соответствии с распределением F_1 , а остальных компонентов – в соответствии с экспоненциальными распределениями, параметры которых указаны в Таблице 2.

* Параметры a, b, α, β не должны быть равны нулю или единице!

ЗАДАНИЕ

12. Определить теоретическое значение времени до отказа системы.
13. Сгенерировать выборку случайных чисел объема N , представляющих времена отказа системы, где N – число заданное по варианту.
14. Определить выборочное среднее; сравнить полученное значение с теоретическим.
15. Построить эмпирическую функцию распределения для полученной выборки и сравнить ее с теоретической функцией вероятности отказа системы.
16. Построить гистограмму распределения времени до отказа системы, найти оценки частоты и интенсивности отказов и сравнить их с теоретическими функциями.

ЗАДАНИЕ

17. Для выборки случайных значений, сгенерированной для распределения F_1 , найти оценки параметров распределений с использованием МНК, считая, что случайная величина распределена:

- в соответствии со своим истинным распределением;
- в соответствии с распределением Вейбулла.

18. Повторить п.17 с использованием ММП.

19. Для результатов, полученных в п.17 и п.18 :

- определить максимальную ошибку;
- определить среднеквадратическую ошибку;
- определить значение -2Λ ;
- построить графики функций вероятности отказа в соответствии с полученными моделями надежности.

ЗАДАНИЕ

20. Повторить пп.17-19 для выборки случайных значений времени до отказа системы. При этом необходимо считать, что отказы системы распределены только по закону Вейбулла.
21. Заполнить Таблицу 3.
22. Используя информационную матрицу Фишера, определить границы доверительных интервалов для уровней значимости $\alpha_1 = 0,05$ и $\alpha_2 = 0,01$ для параметров моделей надежности.
23. То же с использованием метода отношения правдоподобия.

Примечание: Для распределения F_1 один из параметров следует считать известным и не рассчитывать для него доверительный интервал в п.22.

24. Заполнить Таблицы 4-5.

Примечание: При использовании метода отношения правдоподобия необходимо построить графики доверительных интервалов (областей). Для распределения F_1 в Таблицу 5 нужно внести минимальные и максимальные значения параметров, определяющих доверительную область.

ЗАДАНИЕ

25. Исследовать зависимость ширины доверительного интервала от величины доверительной вероятности (или уровня значимости) и от метода определения его границ.
26. Сделать вывод по работе.

ЗАДАНИЕ

Таблица 1

8ТМ42		N	EXP	NORM		F ₁	T, ч
			$\lambda, 10^{-4}$	μ	σ		
1	Артемьев Артём Викторович	120	38	26	7	Kw-E	450
2	Балухта Алексей Игоревич	165	27	17	5	GW	1100
3	Бауэр Александр Викторович	154	8	29	8,5	GW	1500
4	Борзунов Денис Владимирович	171	10	30	9	CWG	1900
5	Вальтер Любовь Андреевна	177	35	19	6	ECEG	650
6	Вышегородский Александр Викторович	146	27	24	6,5	ECEG	650
7	Гладкова Жанна Николаевна	129	3	23	7	Kw-E	950
8	Глазырина Татьяна Анатольевна	96	10	11	3,5	EW	1050
9	Гончаров Илья Олегович	170	22	28	8	GCEG	1800
10	Долгих Иван Михайлович	157	9	28	7	GW	1900
11	Кваторя Иван Дмитриевич	123	30	14	3	Kw-E	1800
12	Колодяжный Семен Сергеевич	126	12	19	5	EW	1900
13	Ларина Анастасия Валерьевна	88	17	6	1	ECEG	1200
14	Линеенко Сергей Владимирович	131	40	27	7,5	CWG	1700
15	Максимов Максим Александрович	175	17	14	4	CWG	1450
16	Маматов Яков Сергеевич	202	22	21	6	Kw-E	1550
17	Пустыльный Руслан Николаевич	196	6	27	6,5	CWG	1050
18	Сурков Максим Юрьевич	192	19	19	5,5	GCEG	1650
19	Толстогузов Игорь Николаевич	141	34	18	4,5	EW	700
20	Точе Тиам Геден Стив	126	19	21	6,5	GCEG	1350
21	Шилимов Валентин Валентинович	165	28	24	8	GW	1900

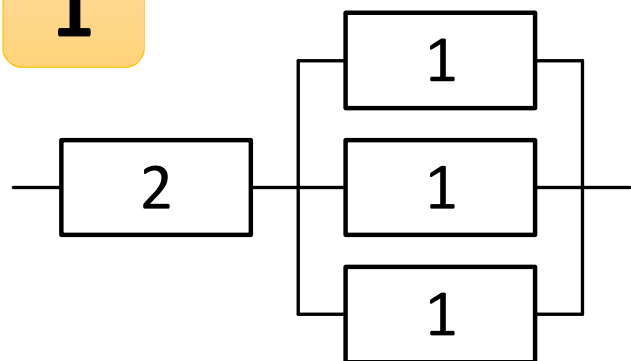
ЗАДАНИЕ

Таблица 1

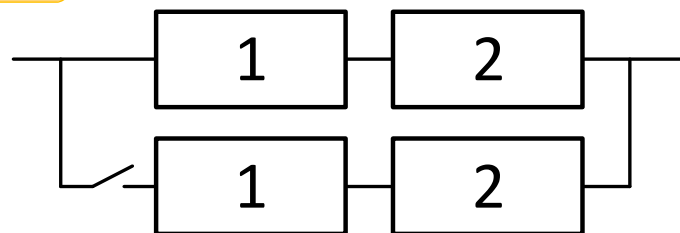
8ТМ42		F ₁	T, ч	Схема	2 λ, 10 ⁻⁵	3 λ, 10 ⁻⁵	4 λ, 10 ⁻⁵
1	Артемьев Артём Викторович	Kw-E	450	7			
2	Балухта Алексей Игоревич	GW	1100	8	75	60	
3	Бауэр Александр Викторович	GW	1500	4	25		
4	Борзунов Денис Владимирович	CWG	1900	2	40		
5	Вальтер Любовь Андреевна	ECEG	650	5	15	30	10
6	Вышегородский Александр Викторович	ECEG	650	1	40		
7	Гладкова Жанна Николаевна	Kw-E	950	6	50	35	
8	Глазырина Татьяна Анатольевна	EW	1050	7			
9	Гончаров Илья Олегович	GCEG	1800	3	30		
10	Долгих Иван Михайлович	GW	1900	8	100	70	
11	Кватюра Иван Дмитриевич	Kw-E	1800	6	25	15	
12	Колодяжный Семен Сергеевич	EW	1900	5	20	15	8
13	Ларина Анастасия Валерьевна	ECEG	1200	8	60	40	
14	Линеенко Сергей Владимирович	CWG	1700	1	35		
15	Максимов Максим Александрович	CWG	1450	2	30		
16	Маматов Яков Сергеевич	Kw-E	1550	4	30		
17	Пустыльный Руслан Николаевич	CWG	1050	7			
18	Сурков Максим Юрьевич	GCEG	1650	4	50		
19	Толстогузов Игорь Николаевич	EW	700	3	40		
20	Точе Тиам Геден Стив	GCEG	1350	2	20		
21	Шилимов Валентин Валентинович	GW	900	1	25		

ЗАДАНИЕ

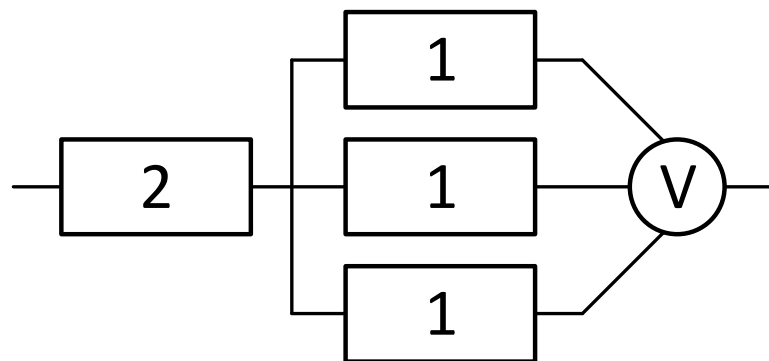
1



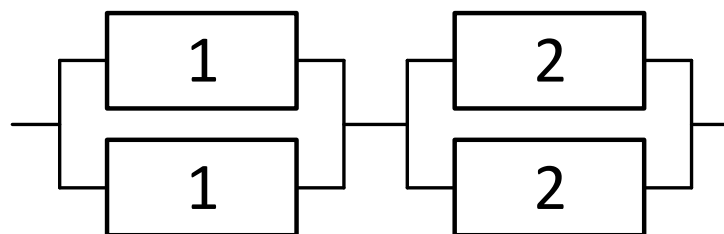
2



3

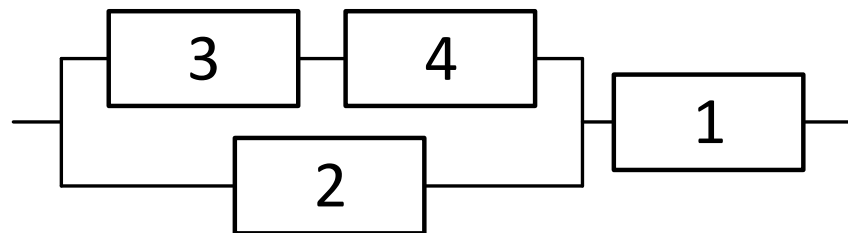


4

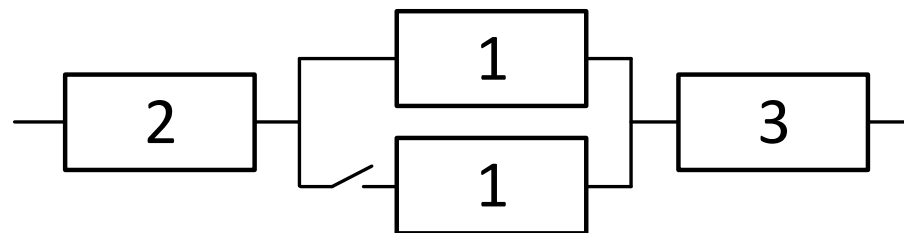


ЗАДАНИЕ

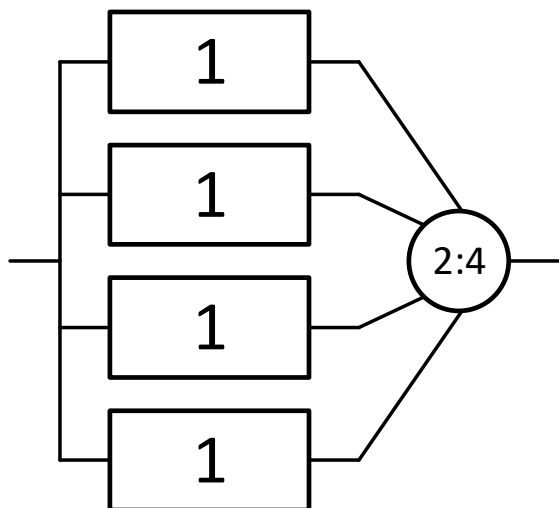
5



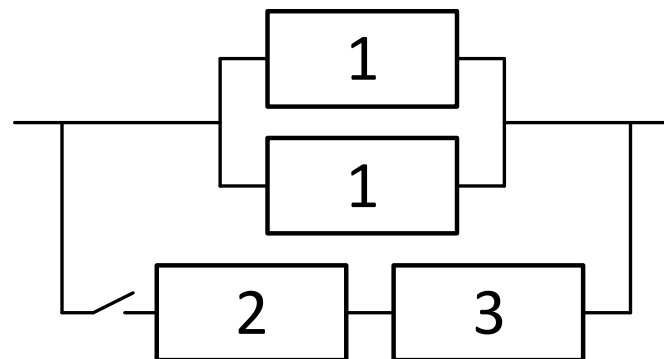
6



7



8



ЗАДАНИЕ

Таблица 3

	Метод	Истинная модель			$\Delta_{\max}$	СКО	-2 Δ	Модель Вейбулла		$\Delta_{\max}$	СКО	-2 Δ
		Параметры						Параметры				
F_1	МНК							$\eta =$	$\beta =$			
	ММП							$\eta =$	$\beta =$			
система	МНК							$\eta =$	$\beta =$			
	ММП							$\eta =$	$\beta =$			

Таблица 4

ЗАДАНИЕ

	Точечные оценки	Матрица Фишера			
		$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_2 = 0.01$	
		L	R	L	R
EXP	$\lambda =$				
NORM	$\mu =$				
	$\sigma =$				
F_1	$\gamma =$				
система	$\eta =$				
	$\beta =$				

Таблица 5

	Точечные оценки	Отношение правдоподобия			
		$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_2 = 0.01$	
		L	R	L	R
EXP	$\lambda =$				
NORM	$\mu =$				
	$\sigma =$				
F_1	$\gamma =$				
система	$\eta =$				
	$\beta =$				