

Безопасность, надежность технических систем,  
методы оценки и управления риском

Лабораторная работа №4

Оценки параметров моделей надежности систем.

Разработал: А.А. Ефремов

Томский политехнический университет, 2024

### Цель работы:

- ознакомиться с основными выборочными характеристиками и точечными оценками параметров случайных величин;
- освоить процедуру получения выборок псевдослучайных чисел с заданными законами распределения и их использования в статистических модельных экспериментах при решении задач теории надежности;
- ознакомиться с основными методами получения точечных и интервальных оценок параметров моделей надежности.

## ЗАДАНИЕ

### Ход работы:

1. Построить графики функций распределения и функций плотности и интенсивности отказов следующих распределений:
  - нормального с параметрами, заданными по варианту;
  - экспоненциального с параметрами, заданными по варианту (Таблица 1).
2. Определить для этих распределений теоретические значения
  - математического ожидания;
  - дисперсии;
  - среднеквадратичного отклонения.
3. Сгенерировать выборки случайных чисел объема  $N$  для этих распределений, где  $N$  – число заданное по варианту.

## ЗАДАНИЕ

4. Определить выборочные средние, выборочные дисперсии и среднеквадратичное отклонения (несмещенные) для всех выборок; сравнить полученные значения с теоретическими.
5. Построить эмпирические функции распределения для полученных выборок и сравнить их с теоретическими.
6. Определить значения числа элементов гистограммы для выборок в соответствии с
  - правилом квадратного корня;
  - формулой Стёрджеса;
  - правилом Скотта;и построить по одной гистограмме для каждого из распределений.
7. На основе данных гистограмм найдите оценки частоты и интенсивности отказов.

## ЗАДАНИЕ

8. Повторить пункты 1 и 2 для распределения  $F_1$ , заданного по варианту, выбрав его параметры таким образом, чтобы его математическое ожидания было равно  $T^*$ .
9. Используя метод обратного преобразования, написать функцию в ПО Mathcad, реализующую получение выборки псевдослучайных чисел, распределенных в соответствии с распределением  $F_1$ .
10. Повторить пункты 3-7 для данного распределения.
11. Для системы, заданной по варианту (Таблица 2), построить графики функций вероятности отказа, частоты и интенсивности отказов, считая, что время отказа компонента 1, распределено в соответствии с распределением  $F_1$ , а остальных компонентов – в соответствии с экспоненциальными распределениями, параметры которых указаны в Таблице 2.

\* Параметры  $a, b, \alpha, \beta$  не должны быть равны единице!

## ЗАДАНИЕ

12. Определить теоретическое значение времени до отказа системы.
13. Сгенерировать выборку случайных чисел объема  $N$ , представляющих времена отказа системы, где  $N$  – число заданное по варианту.
14. Определить выборочное среднее; сравнить полученное значение с теоретическим.
15. Построить эмпирическую функцию распределения для полученной выборки и сравнить ее с теоретической функцией вероятности отказа системы.
16. Построить гистограмму распределения времени до отказа системы, найти оценки частоты и интенсивности отказов и сравнить их с теоретическими функциями.

## ЗАДАНИЕ

17. Для выборки случайных значений, сгенерированной для распределения  $F_1$ , найти оценки параметров распределений с использованием МНК, считая, что случайная величина распределена:

- в соответствии со своим истинным распределением;
- в соответствии с распределением Вейбулла.

18. Повторить п.17 с использованием ММП.

19. Для результатов, полученных в п.17 и п.18 :

- определить максимальную ошибку;
- определить среднеквадратическую ошибку;
- определить значение  $-2\Delta$ ;
- построить графики функций вероятности отказа в соответствии с полученными моделями надежности.

## ЗАДАНИЕ

20. Повторить пп.17-19 для выборки случайных значений времени до отказа системы. При этом необходимо считать, что отказы системы распределены только по закону Вейбулла.
21. Заполнить Таблицу 3.
22. Используя информационную матрицу Фишера, определить границы доверительных интервалов для уровней значимости  $\alpha_1 = 0,05$  и  $\alpha_2 = 0,01$  для параметров моделей надежности.
23. То же с использованием метода отношения правдоподобия.

Примечание: Для распределения  $F_1$  один из параметров следует считать известным и не рассчитывать для него доверительный интервал в п.22.

24. Заполнить Таблицы 4-5.

Примечание: При использовании метода отношения правдоподобия необходимо построить графики доверительных интервалов (областей). Для распределения  $F_1$  в Таблицу 5 нужно внести минимальные и максимальные значения параметров, определяющих доверительную область.

## ЗАДАНИЕ

25. Исследовать зависимость ширины доверительного интервала от величины доверительной вероятности (или уровня значимости) и от метода определения его границ.
26. Сделать вывод по работе.

## ЗАДАНИЕ

Таблица 1

8ТМ32	N	EXP	NORM		F <sub>1</sub>	T
		$\lambda, 10^{-3}$	$\mu$	$\sigma$		
Балахнин Илья Александрович	165	9	10	2	GW	650
Боровской Артём Романович	109	17	11	2,5	GCEG	300
Долгих Владимир Алексеевич	145	29	20	3	EW	1000
Жэнь Юйфэй	96	6	30	5	GCEG	450
Ивлев Алексей Александрович	88	3	14	2,5	CWG	1650
Киргефнер Михаил Сергеевич	133	32	15	1,5	Kw-E	1750
Лаврентьев Виктор	151	2	16	1	CWG	800
Ларина Анастасия Валерьевна	120	28	17	0,5	CWG	1150
Лесных Глеб Игоревич	140	23	10	0,5	ECEG	1300
Макев Адиль Нурланович	102	15	12	1	EW	1450
Парфенов Павел Васильевич	192	33	13	1,5	Kw-E	500
Стрельникова Виктория Анатольевна	174	14	18	3	GW	750
Суворов Данил Владиславович	111	4	8	1	GCEG	1250
Шадиянов Ильшат Рашитович	158	20	5	0,5	EW	350
Щербашин Никита Геннадьевич	170	7	22	5	Kw-E	900

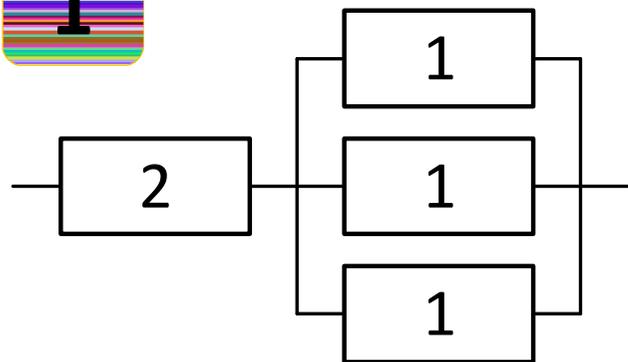
**ЗАДАНИЕ**

Таблица 2

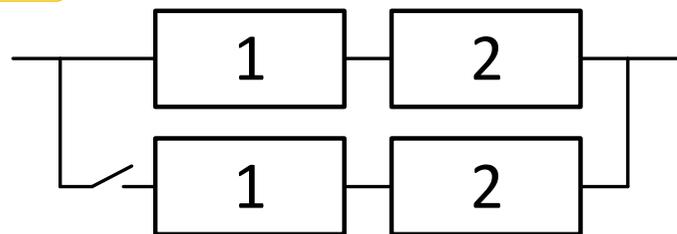
8ТМ32	F <sub>1</sub>	T	Схема	2	3	4
				$\lambda, 10^{-5}$	$\lambda, 10^{-5}$	$\lambda, 10^{-5}$
Балахнин Илья Александрович	GW	650	6	50	35	
Боровской Артём Романович	GCEG	300	7			
Долгих Владимир Алексеевич	EW	1000	3	30		
Жэнь Юйфэй	GCEG	450	8	100	70	
Ивлев Алексей Александрович	CWG	1650	6	25	15	
Киргефнер Михаил Сергеевич	Kw-E	1750	5	20	15	8
Лаврентьев Виктор	CWG	800	8	60	40	
Ларина Анастасия Валерьевна	CWG	1150	1	35		
Лесных Глеб Игоревич	ECEG	1300	2	30		
Макев Адиль Нурланович	EW	1450	4	30		
Парфенов Павел Васильевич	Kw-E	500	7			
Стрельникова Виктория Анатольевна	GW	750	4	50		
Суворов Данил Владиславович	GCEG	1250	3	40		
Шадиянов Ильшат Рашитович	EW	350	2	20		
Щербашин Никита Геннадьевич	Kw-E	900	1	25		

# ЗАДАНИЕ

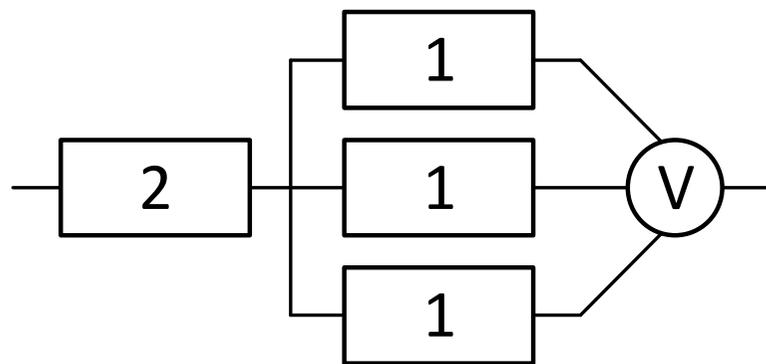
**1**



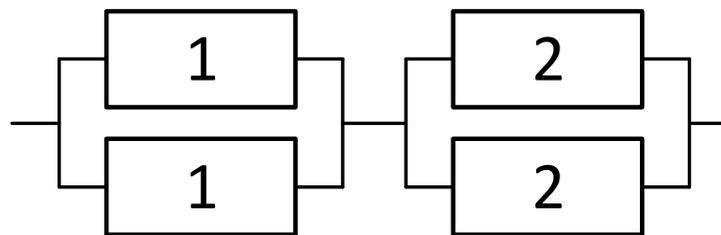
**2**



**3**

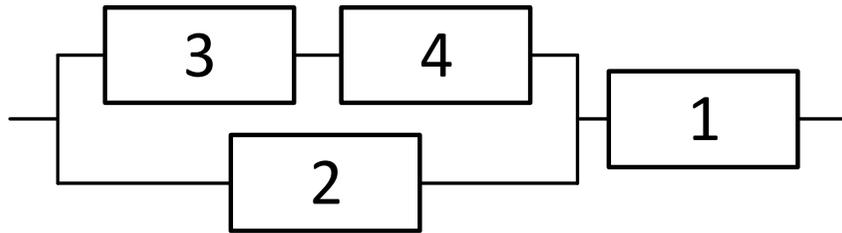


**4**

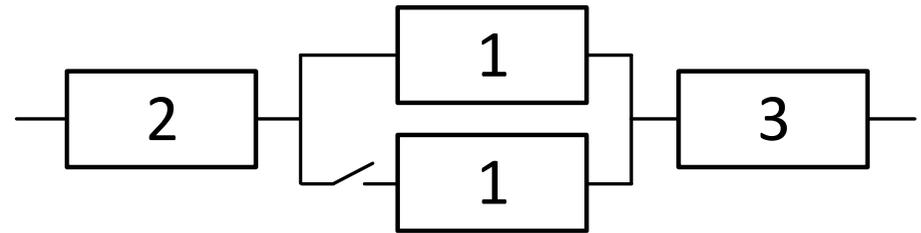


ЗАДАНИЕ

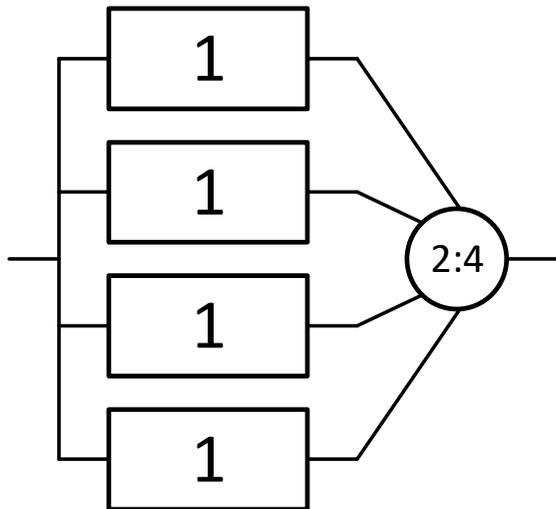
5



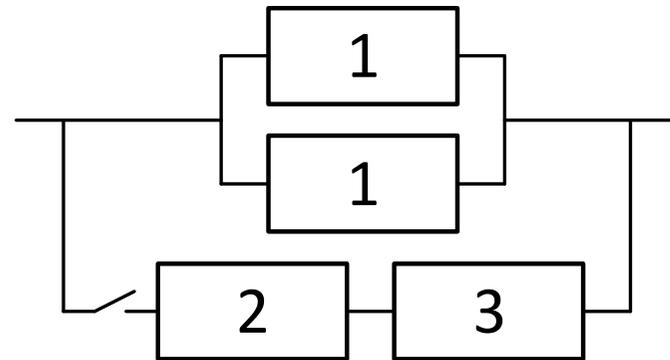
6



7



8



## ЗАДАНИЕ

Таблица 3

	Метод	Истинная модель			$\Delta_{\max}$	СКО	-2 $\Lambda$	Модель Вейбулла		$\Delta_{\max}$	СКО	-2 $\Lambda$
		Параметры						Параметры				
F <sub>1</sub>	МНК							$\eta =$	$\beta =$			
	ММП							$\eta =$	$\beta =$			
СИСТЕМА	МНК							$\eta =$	$\beta =$			
	ММП							$\eta =$	$\beta =$			

Таблица 4

**ЗАДАНИЕ**

	Точечные оценки	Матрица Фишера			
		$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_2 = 0.01$	
		L	R	L	R
EXP	$\lambda =$				
NORM	$\mu =$				
	$\sigma =$				
F <sub>1</sub>	$\gamma =$				
система	$\eta =$				
	$\beta =$				

Таблица 5

	Точечные оценки	Отношение правдоподобия			
		$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_2 = 0.01$	
		L	R	L	R
EXP	$\lambda =$				
NORM	$\mu =$				
	$\sigma =$				
F <sub>1</sub>	$\gamma =$				
система	$\eta =$				
	$\beta =$				