

Руководство быстрого начала работы с FEMLAB

Огородников А.С., доцент кафедры прикладной математики.

Методические указания по выполнению лабораторной работы по курсу
“Дополнительные главы математической физики”

Цель этого раздела состоит в том, чтобы ознакомить читателя со средой FEMLAB, сосредотачиваясь прежде всего на том, как использовать её графический интерфейс пользователя(GUI). Для облегчения усвоения этого быстрого начала, данный подраздел содержит обзор последовательности действий по созданию несложных моделей и получению результатов моделирования.

1.1 Двумерная модель теплопередачи от медного кабеля в простом радиаторе

Эта модель исследует некоторые эффекты термоэлектрического нагрева. Строго рекомендуется, чтобы Вы следовали последовательности действий по моделированию, описанной в этом примере, даже если вы – не специалист в области теплопередачи; обсуждение сосредотачивается, прежде всего, на том, как использовать GUI-приложение femlab, а не на физических основах моделируемого явления.

Рассмотрим алюминиевый радиатор, который отводит тепло от изолированного высоковольтного медного кабеля. Ток в кабеле приводит к выделению теплоты из-за того, что кабель обладает электрическим сопротивлением. Эта теплота проходит через радиатор и рассеивается в окружающем воздухе. Пусть температура внешней поверхности радиатора постоянна и равна 273 К.

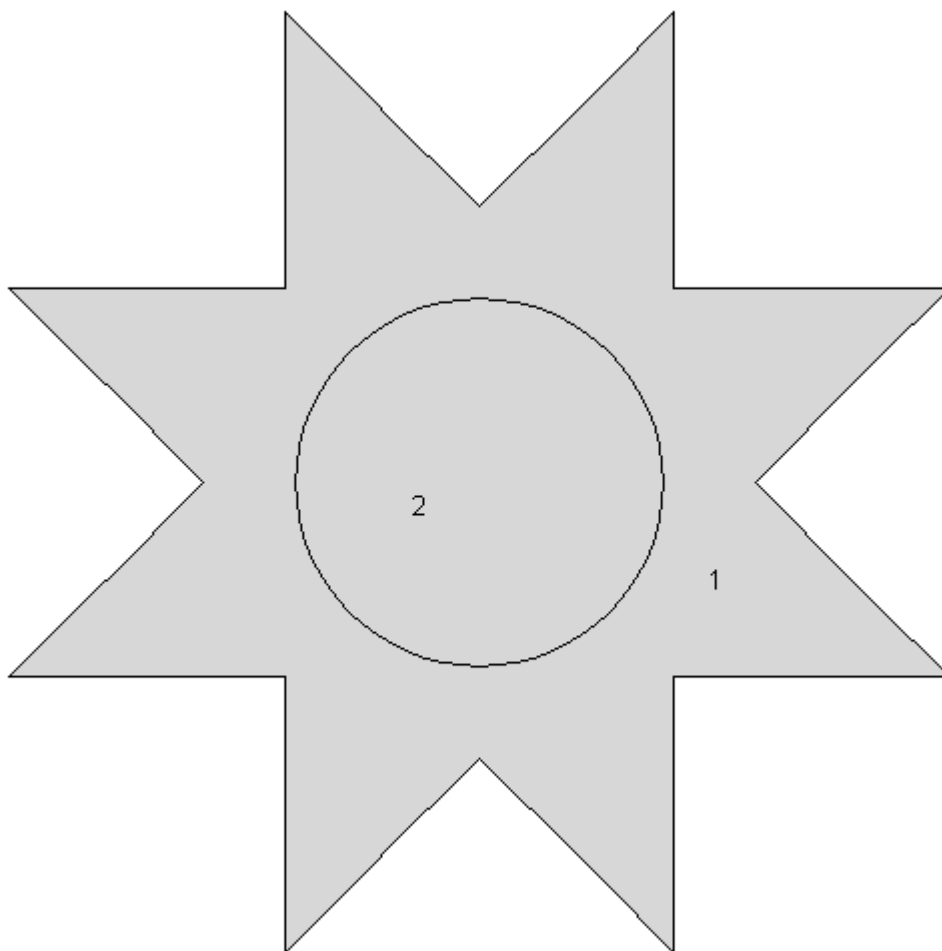


Рис. 1.1. Геометрия поперечного сечения медной жилы с радиатором:

1 – радиатор; 2 – электрически изолированная медная жила.

В этом примере моделируется геометрия радиатора, поперечное сечение которого представляет собой правильную восьмиконечную звезду (рис. 1.1). Пусть геометрия радиатора плоскопараллельная. Пусть протяжённость радиатора в направлении оси z много больше диаметра описанной окружности звезды. В этом случае можно игнорировать вариации температуры в направлении оси z , т.е. температурное поле можно считать тоже плоскопараллельным. Распределение температуры можно рассчитывать в двумерной геометрической модели в декартовых координатах x, y .

Эта методика пренебрежения вариациями физических величин в одном направлении часто удобна при постановке реальных физических моделей. Вы можете часто использовать симметрию, чтобы создавать двумерные или одномерные модели высокой точности, значительно экономя время вычисления и память.

1.1.1 Технология моделирования в GUI-приложении femlab

Чтобы начать моделирование, нужно произвести запуск GUI-приложения femlab. Если на компьютере установлены MATLAB и FEMLAB, то запуск femlab можно осуществить двумя способами. Один из способов – запуск с рабочего стола Windows или кнопкой "Пуск" ("Программы", "Femlab"). Этот способ наиболее приемлем, если MATLAB ещё не запущен. В результате двойного щелчка по ярлыку FEMLAB происходит запуск системы MATLAB, причём в соответствующей команде DOS имеется параметр, выполняющий роль оператора MATLAB, запускающего GUI-приложение femlab. Если MATLAB уже запущен, то для старта femlab достаточно в командном окне набрать femlab

В результате выполнения этой команды на экране будет развёрнута фигура FEMLAB и фигура Навигатора моделей (рис. 1.2).

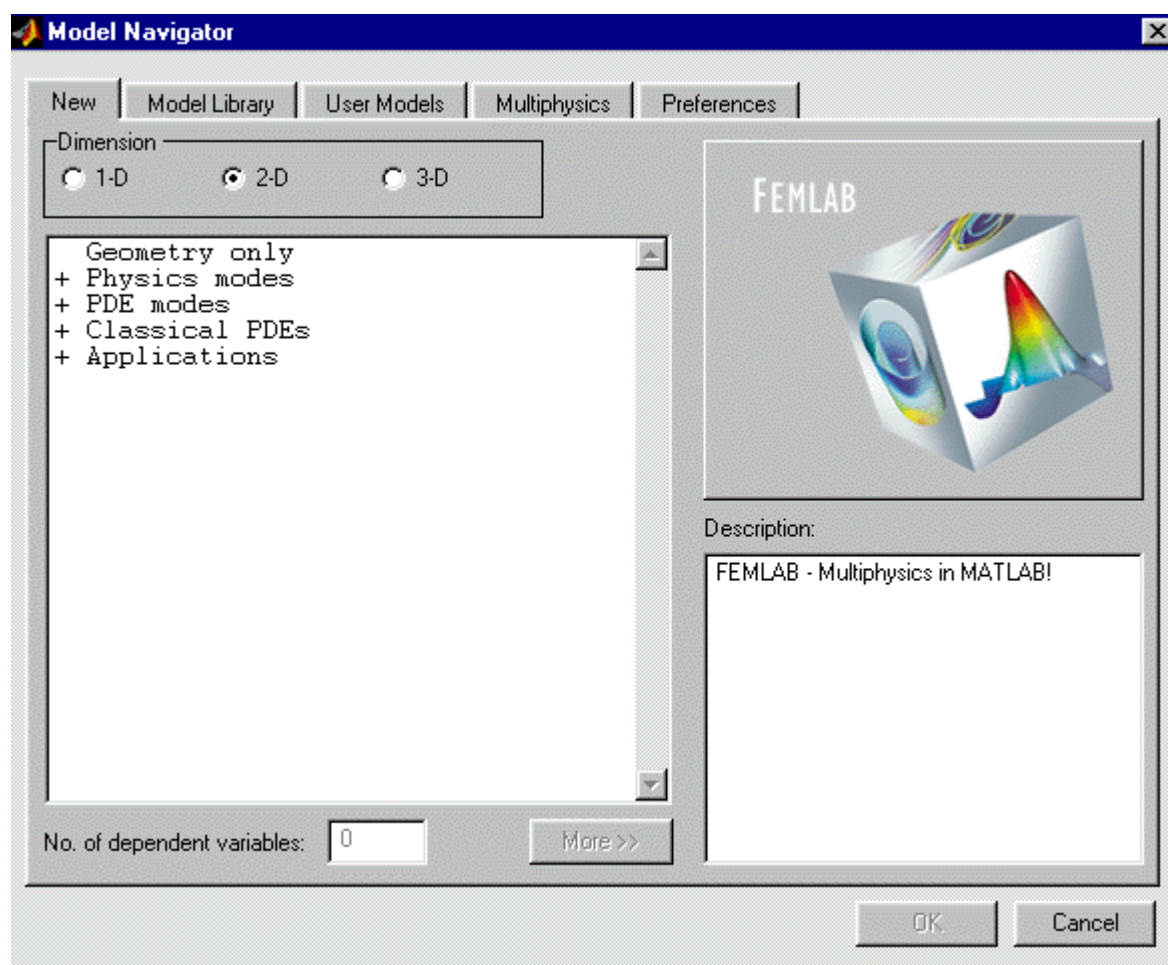


Рис. 1.2. Общий вид фигуры Навигатора моделей

Поскольку нас сейчас интересует двумерная модель теплопередачи, нужно на закладке "New" Навигатора включить радио-кнопку "2-D", выбрать модель "Physics models/ Heat transfer/ Linear stationary" и нажать кнопку "OK". В результате этих действий фигура FEMLAB приобретёт вид, изображённый на рис. 1.3.

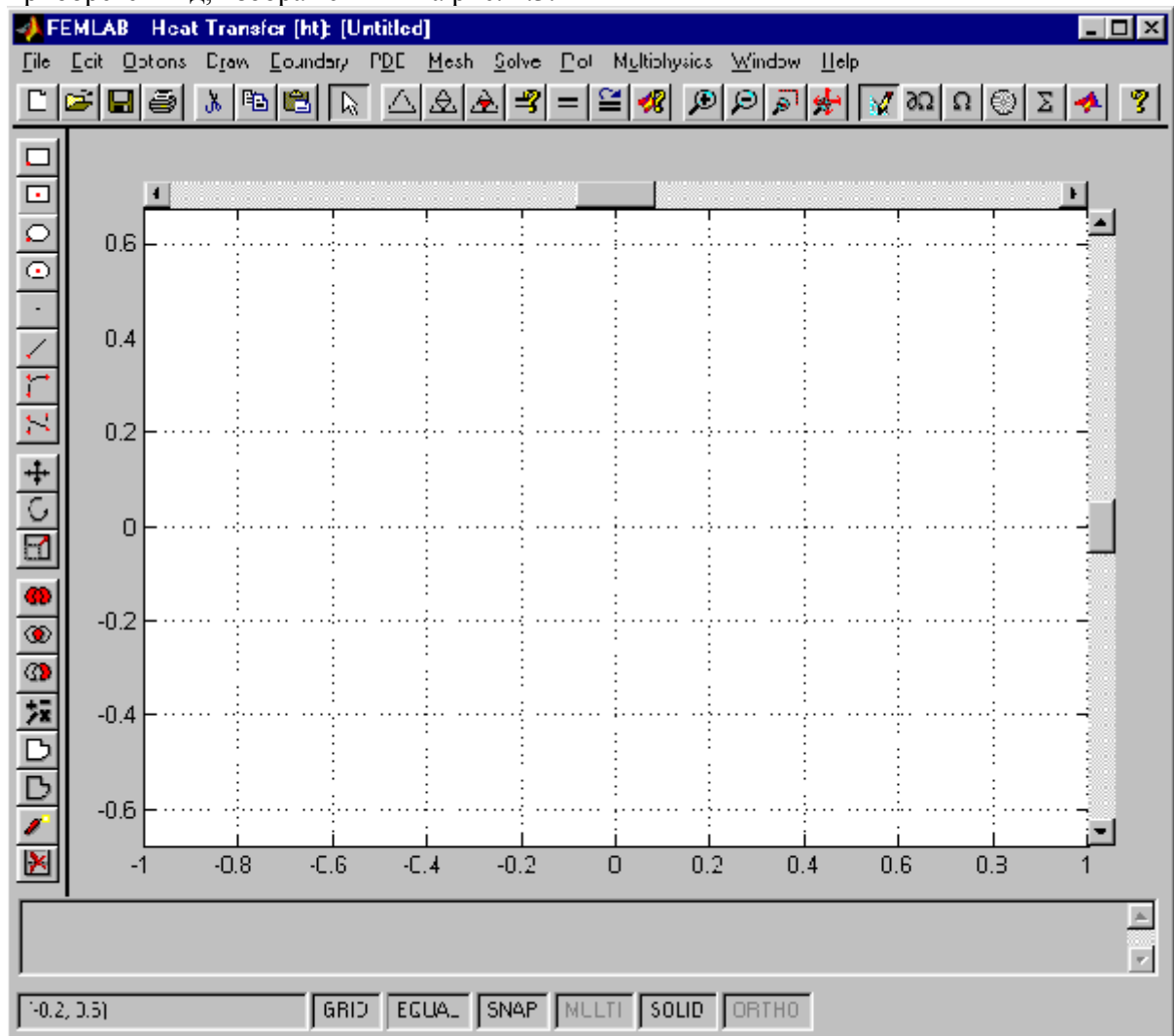







Рис. 1.3. Общий вид фигуры FEMLAB

Прорисовка геометрии

Теперь GUI-приложение femlab готово к прорисовке геометрии (действует режим Draw Mode). Прорисовывать геометрию можно, выполняя команды группы Draw главного меню или с помощью вертикально расположенной инструментальной панели, расположенной в левой части фигуры FEMLAB.

Пусть начало координат находится в центре медной жилы. Пусть радиус жилы равен 2 мм. Поскольку радиатор представляет собой правильную звезду, половина его вершин лежит на вписанной окружности, а другая половина – на описанной окружности. Пусть радиус вписанной окружности равен 3 мм, углы при внутренних вершинах – прямые.

Существует несколько способов прорисовки геометрии. Наиболее простые из них – непосредственное рисование мышью в поле axes и вставка геометрических объектов из рабочей области MATLAB.

Например, нарисовать медную жилу можно следующим образом. Нажимаем кнопку  вертикальной панели инструментов, устанавливаем указатель мыши в начале координат, нажимаем клавишу Ctrl и левую кнопку мыши и удерживаем их, перемещаем указатель мыши от начала координат до тех пор, пока радиус рисуемого круга не станет равным 2, отпускаем кнопку мыши и клавишу Ctrl. Прорисовку правильной звезды радиатора выполнить гораздо сложнее. Можно с помощью кнопки  нарисовать многоугольник, затем сделать по нему мышью двойной щелчок и в развёрнутом диалоговом окне исправить значения координат всех вершин звезды. Такая операция слишком сложна и трудоёмка. Рисуемую звезду можно представить комбинацией квадратов, которые удобно создавать кнопками  и  (при рисовании мышью нужно тоже удерживать клавишу Ctrl, чтобы получались квадраты, а не прямоугольники). Для точного позиционирования квадратов нужно делать по ним двойные щелчки и в разворачиваемых диалоговых окнах корректировать их параметры (координаты, длины и углы поворота можно задавать выражениями MATLAB). После точного позиционирования квадратов нужно из них создать составной геометрический объект, выполняя следующую последовательность действий. Выделяем квадраты, делая по ним одинарный щелчок мышью и удерживая клавишу Ctrl (выделяемые объекты будут подсвечиваться коричневым цветом), нажимаем кнопку , в развёрнутом диалоговом окне исправляем формулу составного объекта, нажимаем кнопку ОК. Формула составного объекта – это выражение, содержащее операции над множествами (в данном случае понадобится объединение множеств (+) и вычитание множеств (-)). Теперь круг и звезда готовы. Как видно, оба способа прорисовки звезды достаточно трудоёмки. Гораздо проще и быстрее создать геометрические объекты в рабочей области MATLAB и затем вставить их в поле axes командой GUI-приложения femlab. Для этого редактором m-файлов создадим и выполним следующий вычислительный сценарий:

```

C1=circ2(0,0,2); % Объект круг
r_radiator=3; % Внутренний радиус радиатора
R_radiator=r_radiator*sqrt(0.5)/sin(pi/8); % Наружный радиус радиатора
r_vertex=repmat([r_radiator R_radiator],1,8); % Радиальные координаты вершин звезды
al_vertex=0:pi/8:2*pi-pi/8; % Угловые координаты вершин звезды
x_vertex=r_vertex.*cos(al_vertex);
y_vertex=r_vertex.*sin(al_vertex); % Декартовы координаты вершин звезды
P1=poly2(x_vertex,y_vertex); % Объект многоугольник

```

Далее в GUI-приложение femlab нужно вставить объекты C1, P1. Чтобы вставить геометрические объекты в поле axes, нужно выполнить команду File/ Insert from Workspace/ Geometry Object(s). Выполнение этой команды приведёт к развёртыванию диалогового окна, вид которого показан на рис. 1.4.

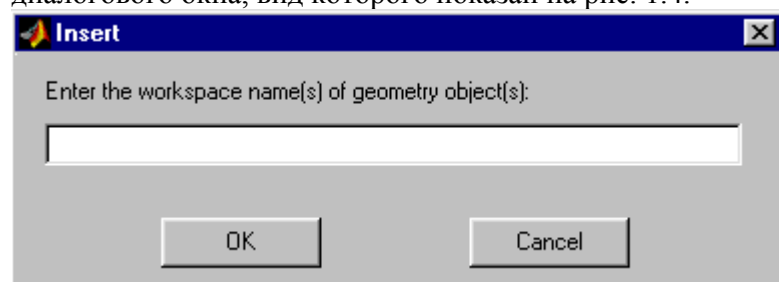


Рис. 1.4. Общий вид диалогового окна вставки геометрических объектов из рабочей области MATLAB

В строку редактирования нужно ввести имена объектов переменных вставляемых геометрических объектов (рис. 1.5).

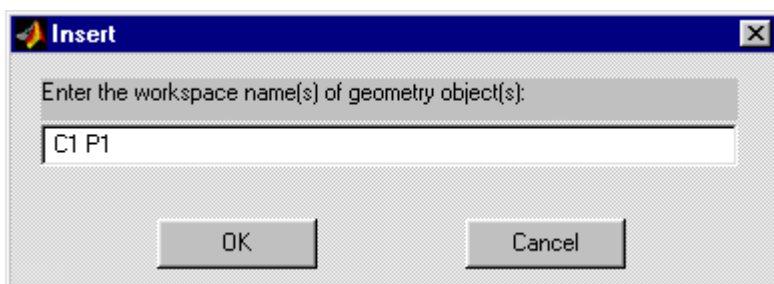


Рис. 1.5. Ввод имён вставляемых объектов

Нажатие кнопки ОК приведёт к вставке геометрических объектов (рис. 1.6). Объекты будут выделены и подсвечены коричневым цветом. В результате такой вставки параметры координатной сетки в GUI-приложении femlab настраиваются автоматически. На этом прорисовку геометрии можно считать законченной. Следующий этап моделирования – задание граничных условий.

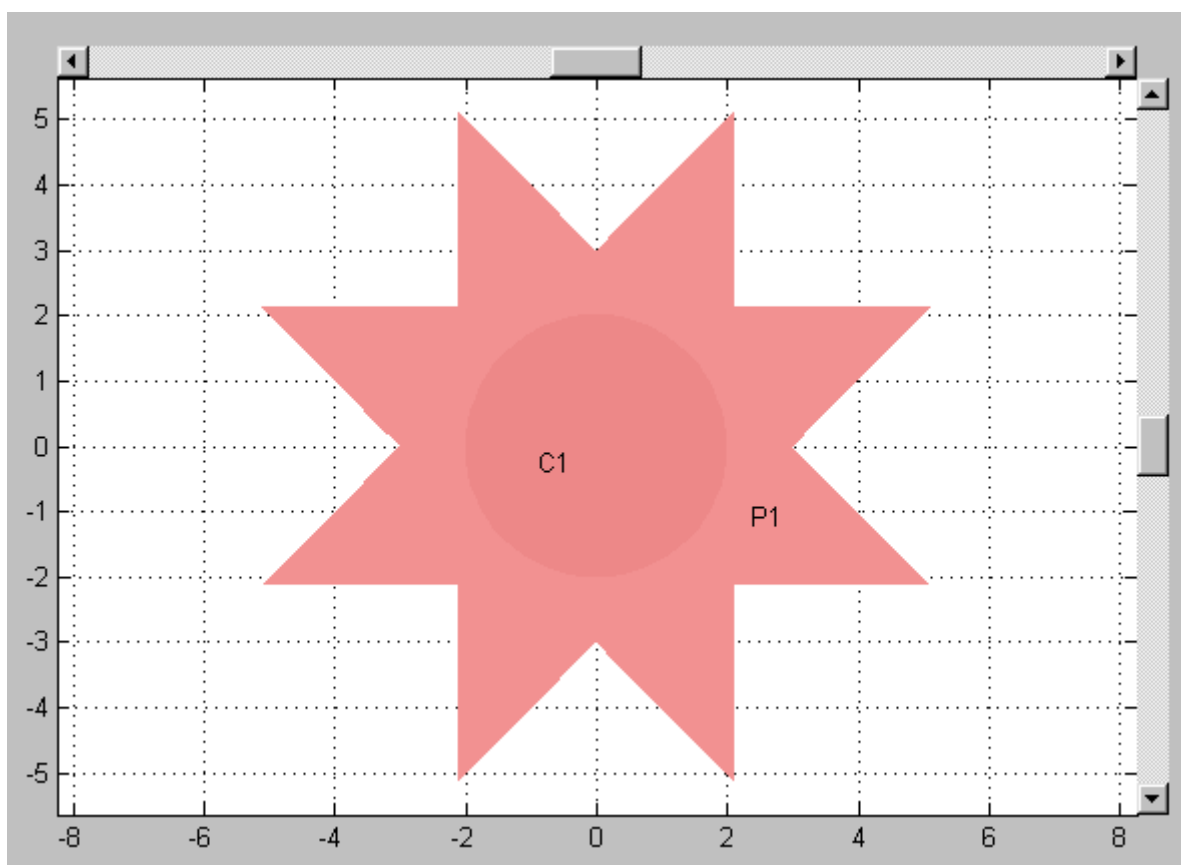


Рис. 1.6. Общий вид прорисованной геометрии токоведущей медной жилы с радиатором: C1, P1 – имена (метки) геометрических объектов (C1 – круг, P1 – многоугольник).

Задание граничных условий

Чтобы задать граничные условия нужно перевести GUI-приложение femlab перевести в режим ввода граничных условий (Boundary Mode). Переход этот осуществляется командой Boundary/Boundary Mode или нажатием клавиш Ctrl+B. В этом режиме в поле axes отображаются внутренние и внешние граничные сегменты (по умолчанию в виде стрелок, указывающих положительные направления сегментов). Общий вид модели в этом режиме показан на рис. 1.7.

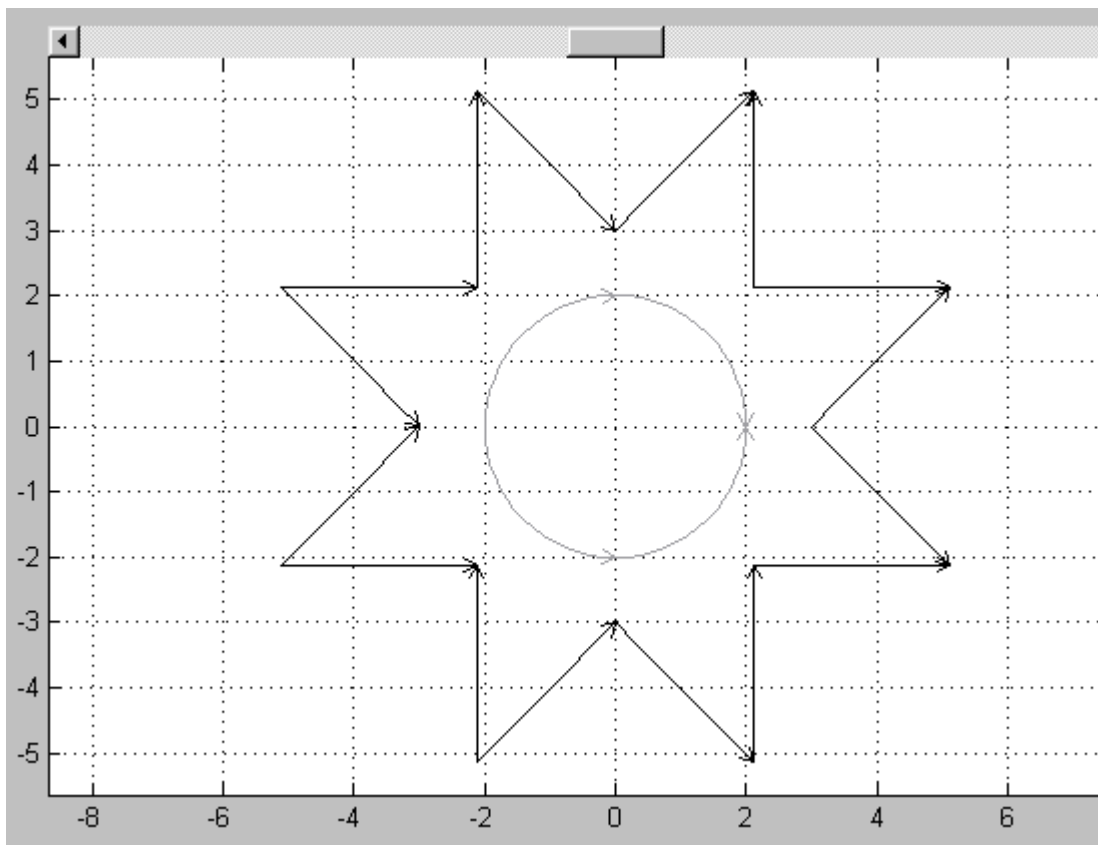


Рис. 1.7. Показ граничных сегментов в режиме Boundary Mode

По условию задачи температура на внешней поверхности радиатора равна 273 К. Для задания такого граничного условия нужно сначала выделить все внешние граничные сегменты. Для этого можно, удерживая клавишу Ctrl, мышью щёлкнуть по всем внешним сегментам. Выделенные сегменты подсвелятся красным цветом (см. рис. 1.8).

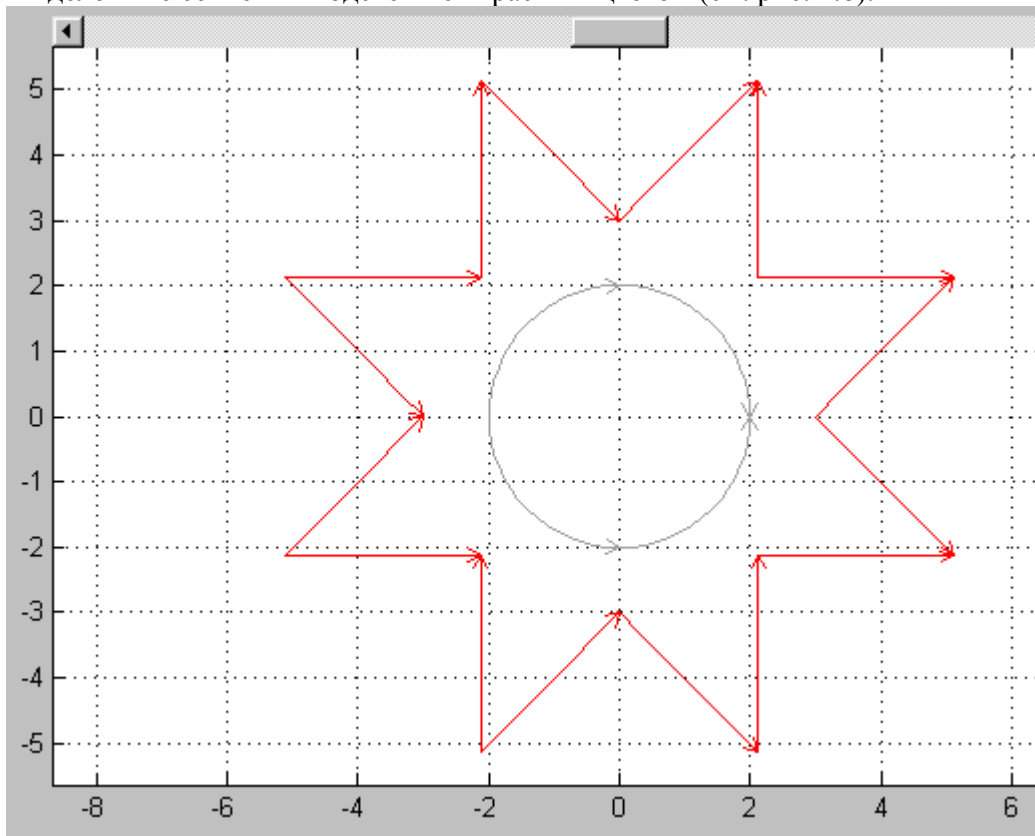


Рис. 1.8. Выделенные внешние граничные сегменты

Теперь выполним команду Boundary/ Specify Boundary Conditions. По команде развернется диалоговое окно, вид которого показан на рис. 1.9. Вообще, его вид зависит от действующего прикладного режима моделирования.

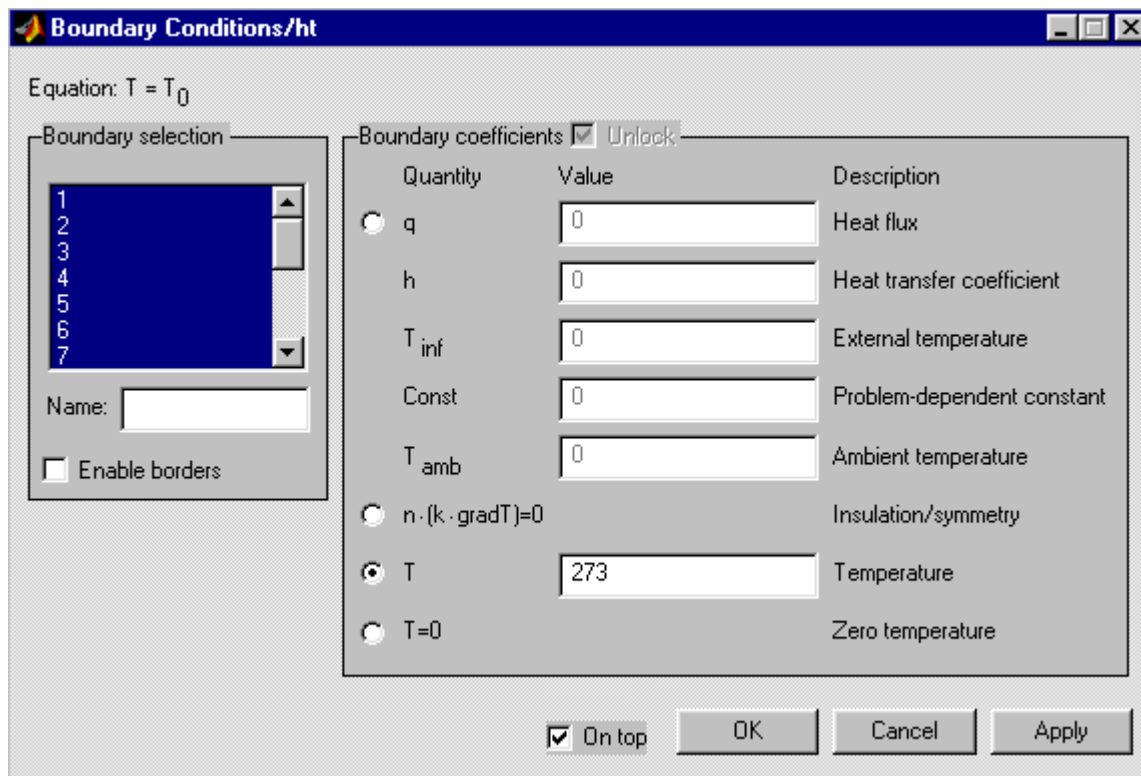


Рис. 1.9. Диалоговое окно ввода граничных условий

На рис. 1.9 показана включённая радио-кнопка "Т" и введённое значение температуры на выделенных сегментах. В этом диалоговом окне есть также панель выделения сегментов. Так что, не обязательно их выделять непосредственно в поле axes. Если нажать кнопку ОК или Apply, ОК, то введённые граничные условия будут приняты. На этом в данной задаче ввод граничных условий можно считать законченным. Можно переходить к заданию коэффициентов PDE.

Задание коэффициентов PDE

Переход в режим задания коэффициентов PDE осуществляется командой PDE/ PDE Mode. В этом режиме в поле axes геометрия расчётной области изображается в виде объединения неперекрывающихся подобластей, которые называются *зонами*. Чтобы номера зон было видно, нужно выполнить команду Options/ Labels/ Show Subdomain Labels. Общий вид поля axes с расчётной областью в режиме PDE Mode с показом номеров зон изображён на рис. 1.10. Как видно, в данной задаче расчётная область состоит из двух зон: зона №1 – радиатор, зона №2 – медная токоведущая жила.

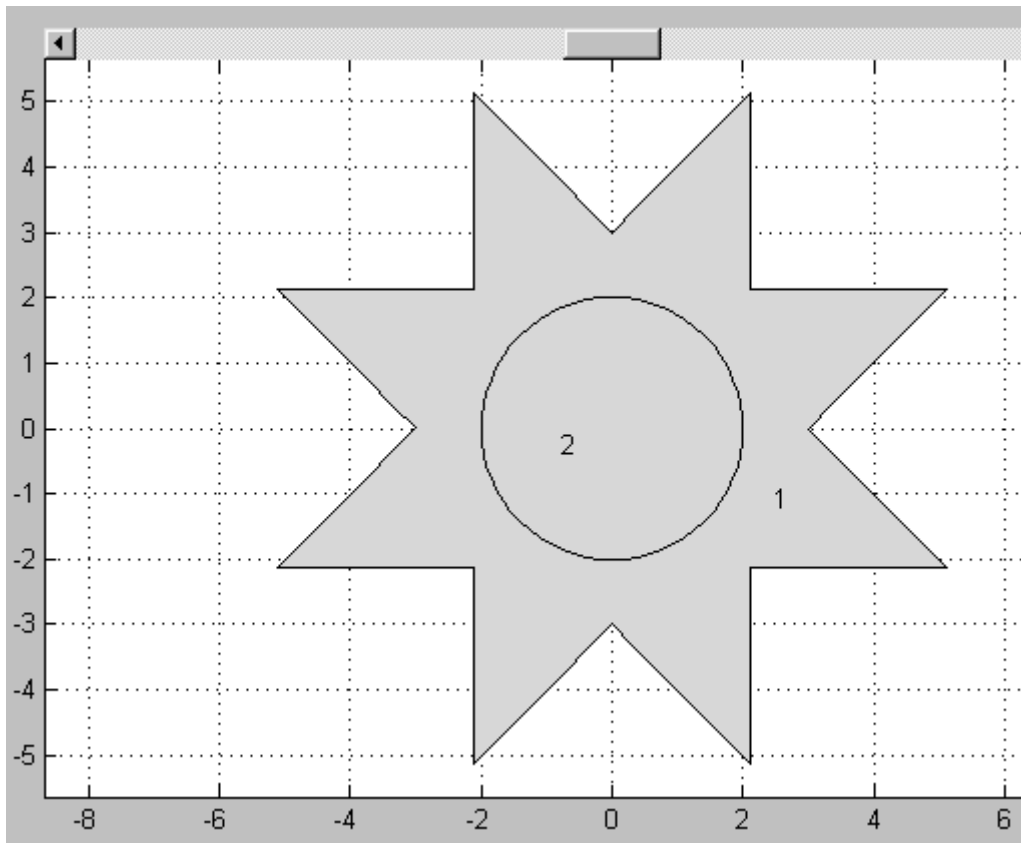


Рис. 1.10. Изображение расчётной области в режиме PDE Mode

Для ввода параметров материальных свойств (коэффициентов PDE) нужно воспользоваться командой PDE/ PDE Specification. По этой команде развернётся диалоговое окно ввода коэффициентов PDE, изображённое на рис. 1.11 (в общем случае вид этого окна зависит от действующего прикладного режима GUI-приложения femlab).

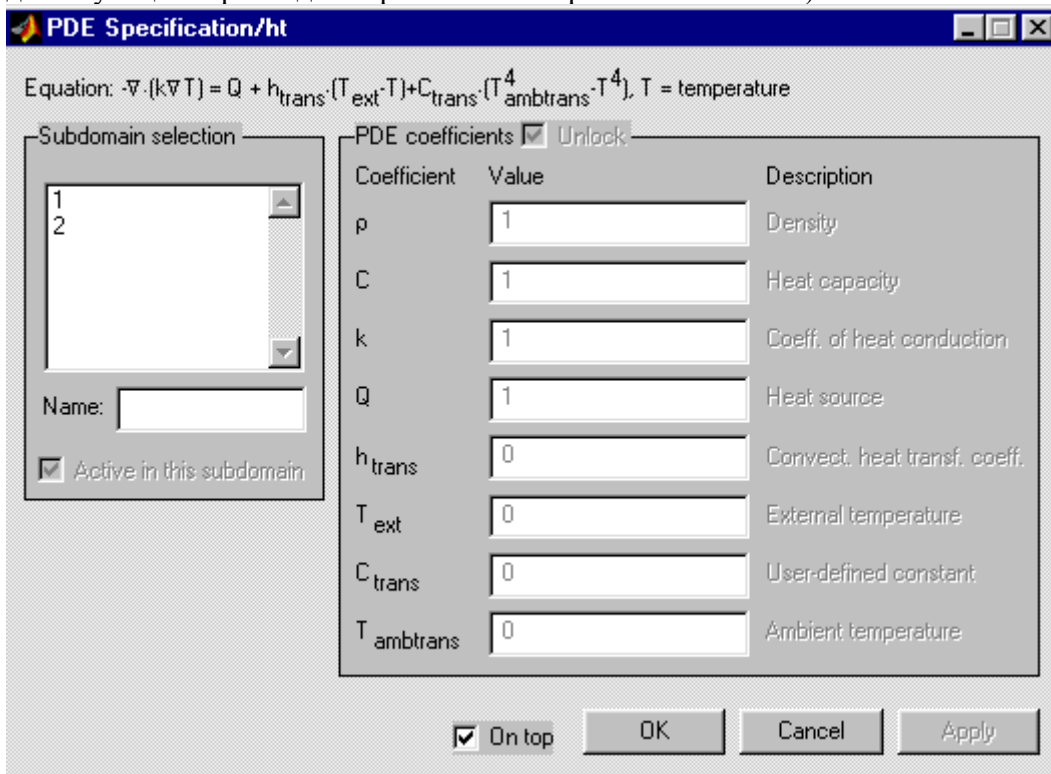


Рис. 1.11. Диалоговое окно ввода коэффициентов PDE в прикладном режиме теплопередачи. Зоны 1 и 2 состоят из материалов, обладающих разными теплофизическими свойствами, источником тепла является только медная жила. Пусть плотность тока в жиле $d = 50 \text{ A/mm}^2$;

удельная электрическая проводимость меди $\sigma = 5,6 \cdot 10^4$ См/мм; коэффициент теплопроводности меди $k=0,3896$ Вт мм⁻¹ К⁻¹; радиатор пусть сделан из алюминия, имеющего коэффициент теплопроводности $k=0,12$ Вт мм⁻¹ К⁻¹. Известно, что объёмная плотность мощности тепловых потерь при протекании электрического тока через вещество равна $Q=d^2/g$. Выделим зону №2 в панели Subdomain Selection и введём соответствующие параметры для меди (рис. 1.12).

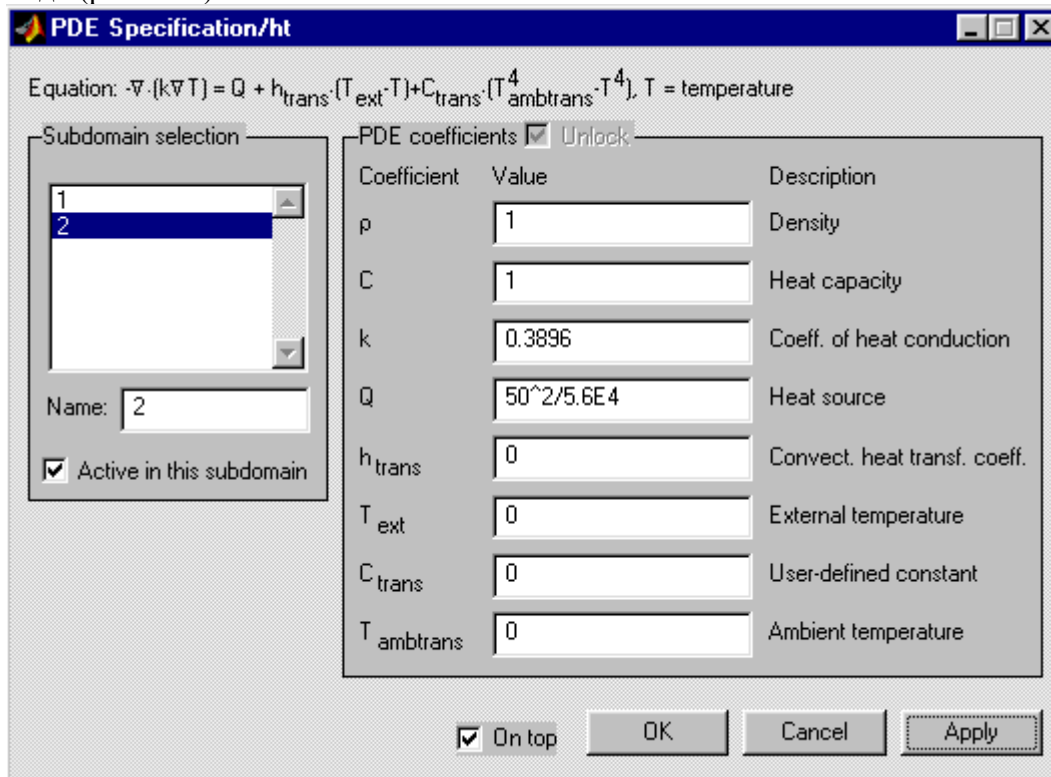


Рис.1.12. Ввод параметров свойств меди

Теперь выделим зону №1 и введём параметры алюминия (рис. 1.13).

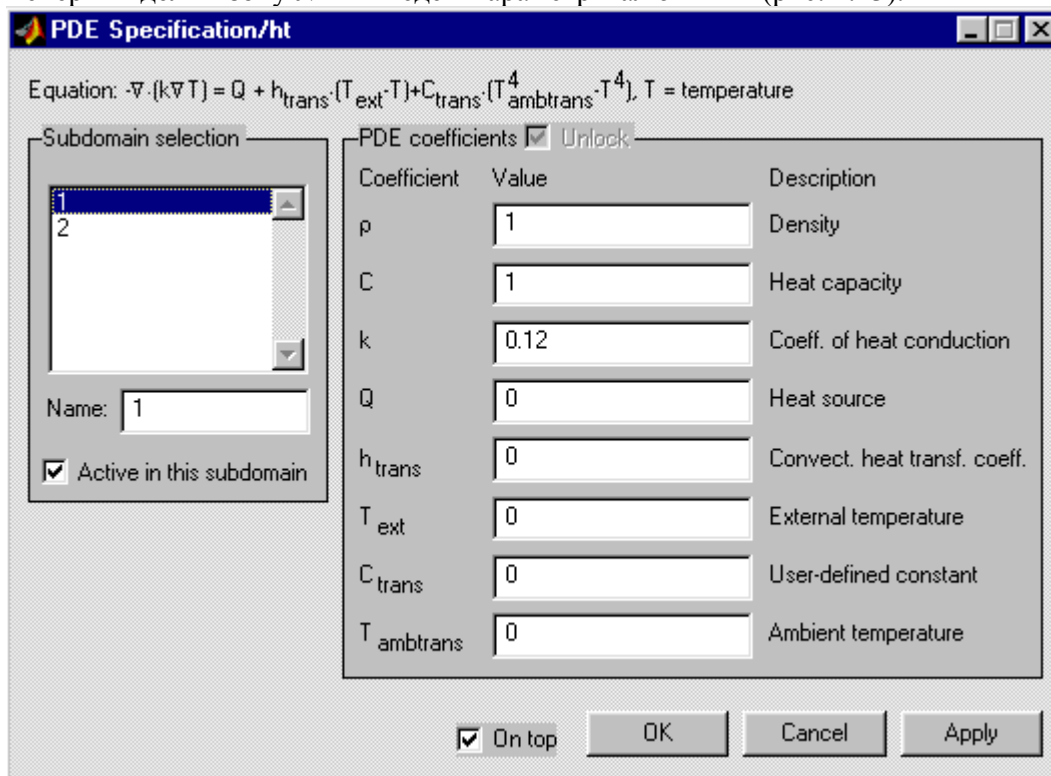


Рис.1.13. Ввод параметров свойств алюминия

Нажатие кнопки Apply приведёт к тому, что коэффициенты PDE будут приняты. Закрывать диалоговое окно можно кнопкой OK. На этом заканчивается ввод коэффициентов PDE. Следующий этап моделирования – генерация конечноэлементной сетки.

Генерация конечноэлементной сетки

Для генерации сетки достаточно перейти в режим Mesh Mode, подав команду Mesh/ Mesh Mode. Сетка автоматически сгенерируется в соответствии с текущими настройками генератора сетки. Автоматически сгенерированная сетка изображена на рис. 1.14.

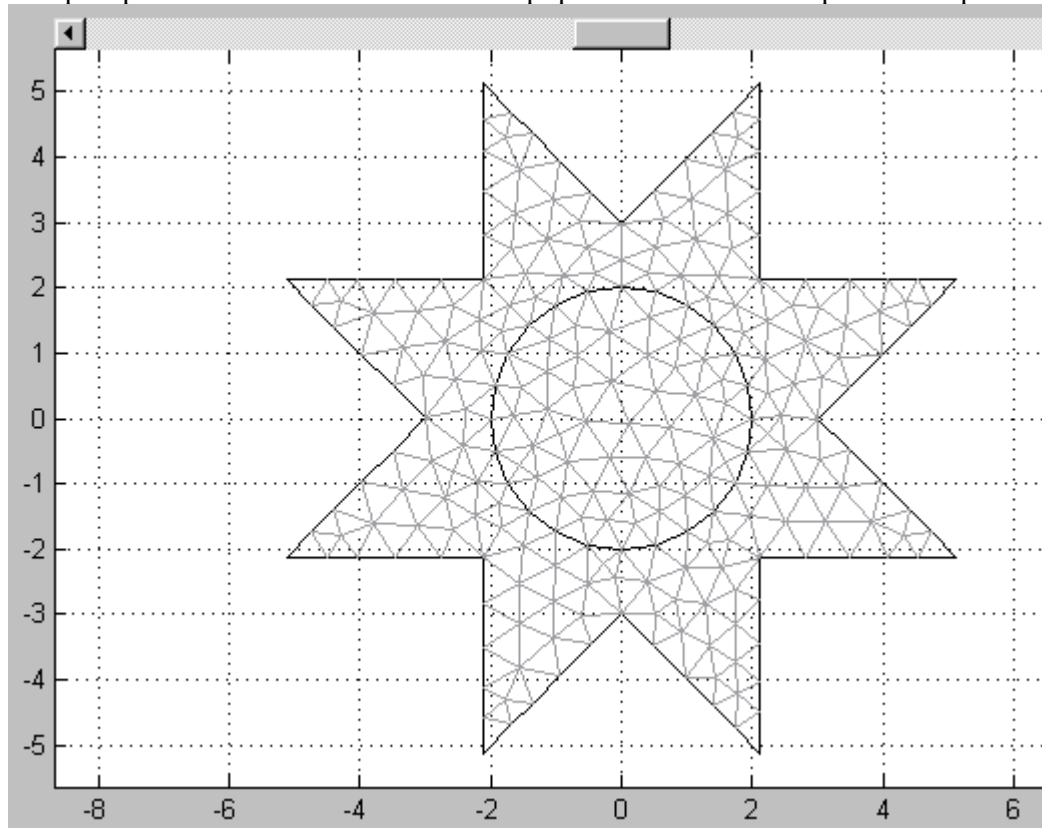


Рис. 1.14. Первично сгенерированная конечноэлементная сетка

Для повышения точности расчёта можно переопределить (сгустить) сетку с помощью команды Mesh/ Refine Mesh или клавиши Ctrl+M (рис. 1.15).

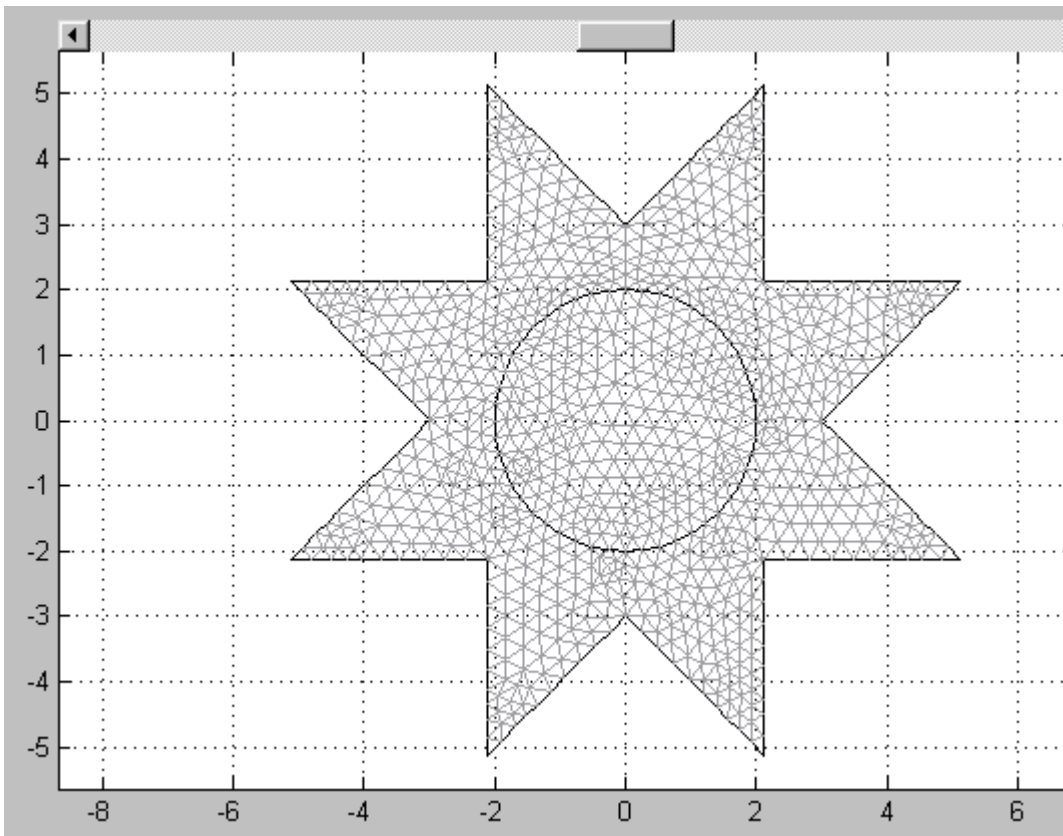




Рис. 1.15. Переопределённая конечноэлементная сетка

На этом этапе генерации конечноэлементной сетки можно завершить и перейти к решению PDE. В результате решения распределение температуры станет известным.

Решение PDE

Если изменять параметры решателя, установленные по умолчанию, не надо, то для решения PDE достаточно нажать кнопку  главной инструментальной панели. В случае необходимости изменить параметры решателя можно командой Solve/ Parameters. И так, нажимаем кнопку . Через несколько секунд femlab перейдёт в режим визуализации решения.

Визуализация решения

По умолчанию визуализация производится в виде раскрашенной поверхности, спроецированной на плоскость xOy (см. рис. 1.16).

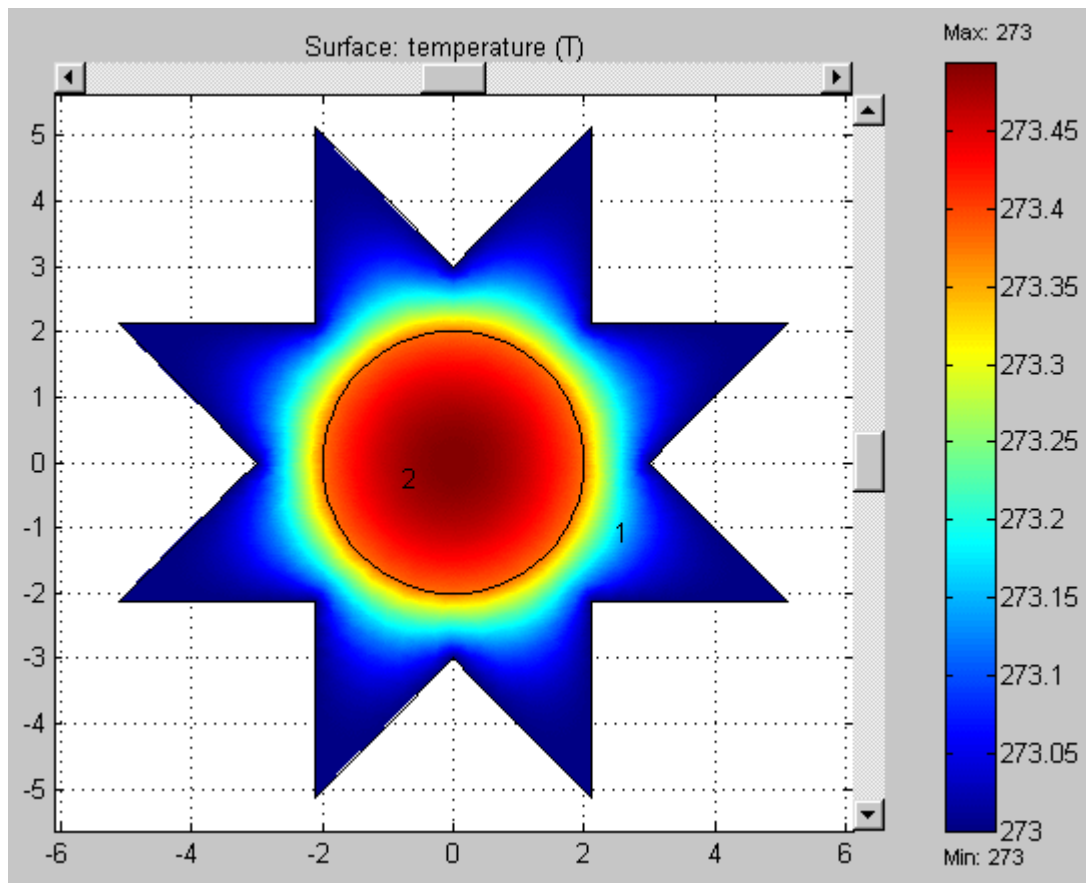


Рис. 1.16. Цветовая визуализация поля температур

Можно изменить параметры режима визуализации, воспользовавшись командой Plot/Parameters. По данной команде развернется диалоговое окно, показанное на рис. 1.17.

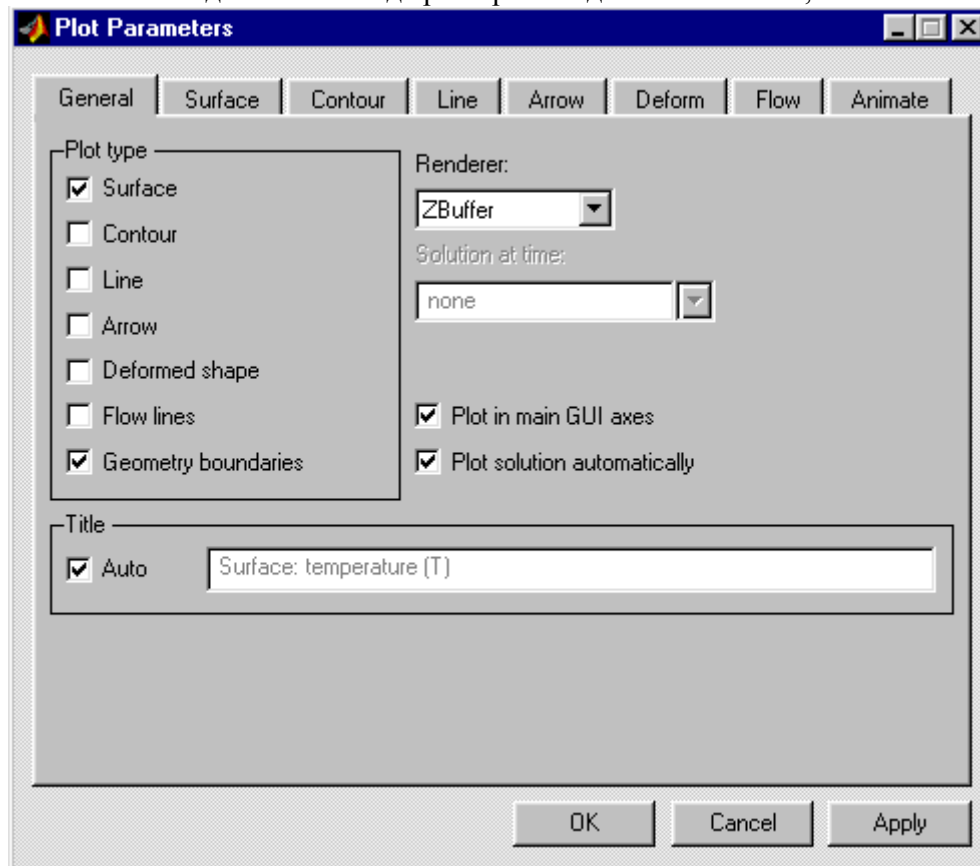


Рис. 1.17. Диалоговое окно изменения параметров режима визуализации

Например, если надо показать распределение плотности потока тепловой мощности в том же режиме, что и на рис. 1.16, то нужно изменить параметры визуализации так, как показано на рис. 1.18.

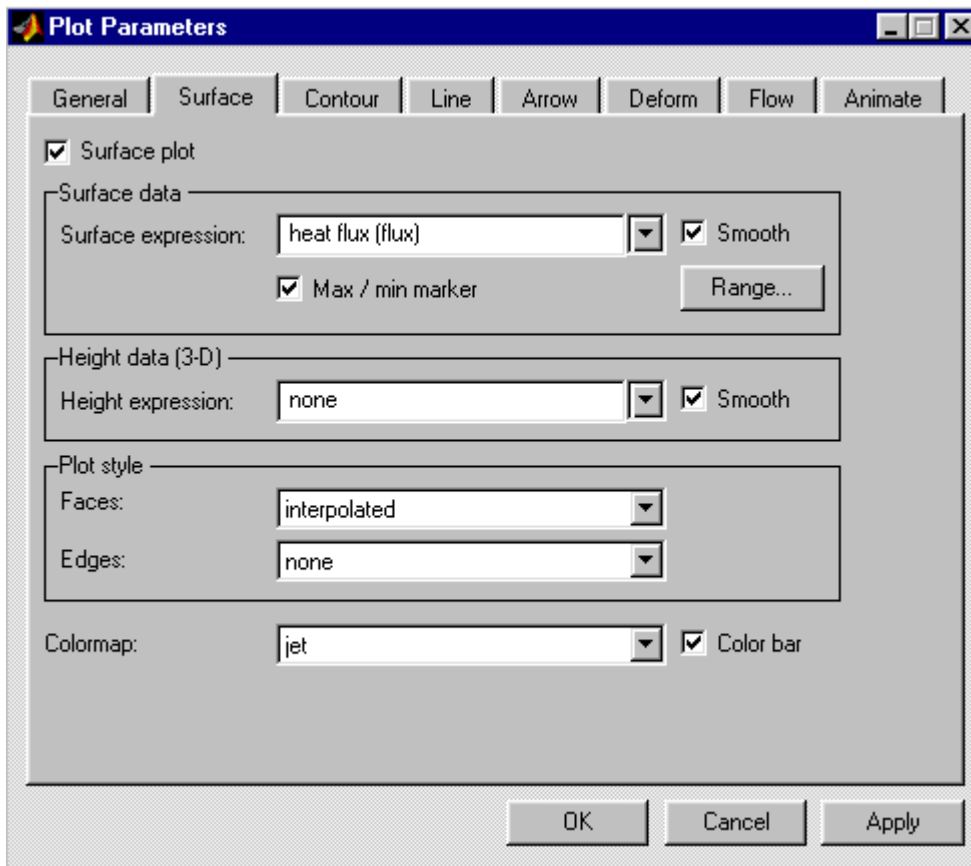


Рис. 1.18. Изменение параметров визуализации в закладке Surface

Распределение плотности потока тепловой мощности в соответствии с этими настройками (рис. 1.18) показано на рис. 1.19.

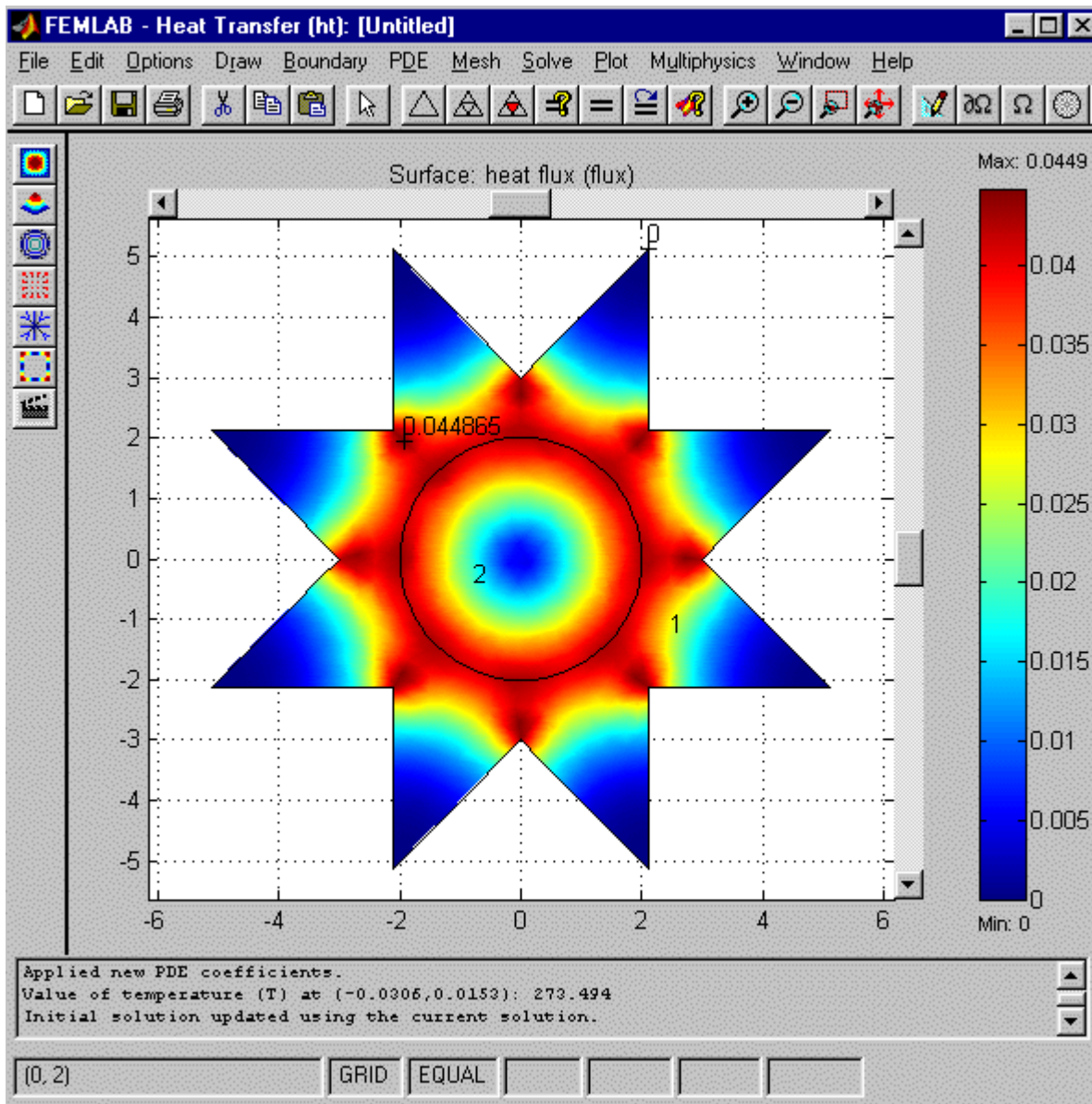


Рис. 1.19. Распределение плотности потока тепловой мощности с маркерами максимального и минимального значений

Возможно также отображение графика моделируемой величины в отдельной фигуре MATLAB. В закладке General (рис. 1.17) выключим кнопку Surface, включим Contour, выключим "Plot in main GUI axes". Нажатие кнопки Apply приведёт к появлению фигуры, изображённой на рис. 1.20 (в данном случае изменены также режимы закладки Contour).

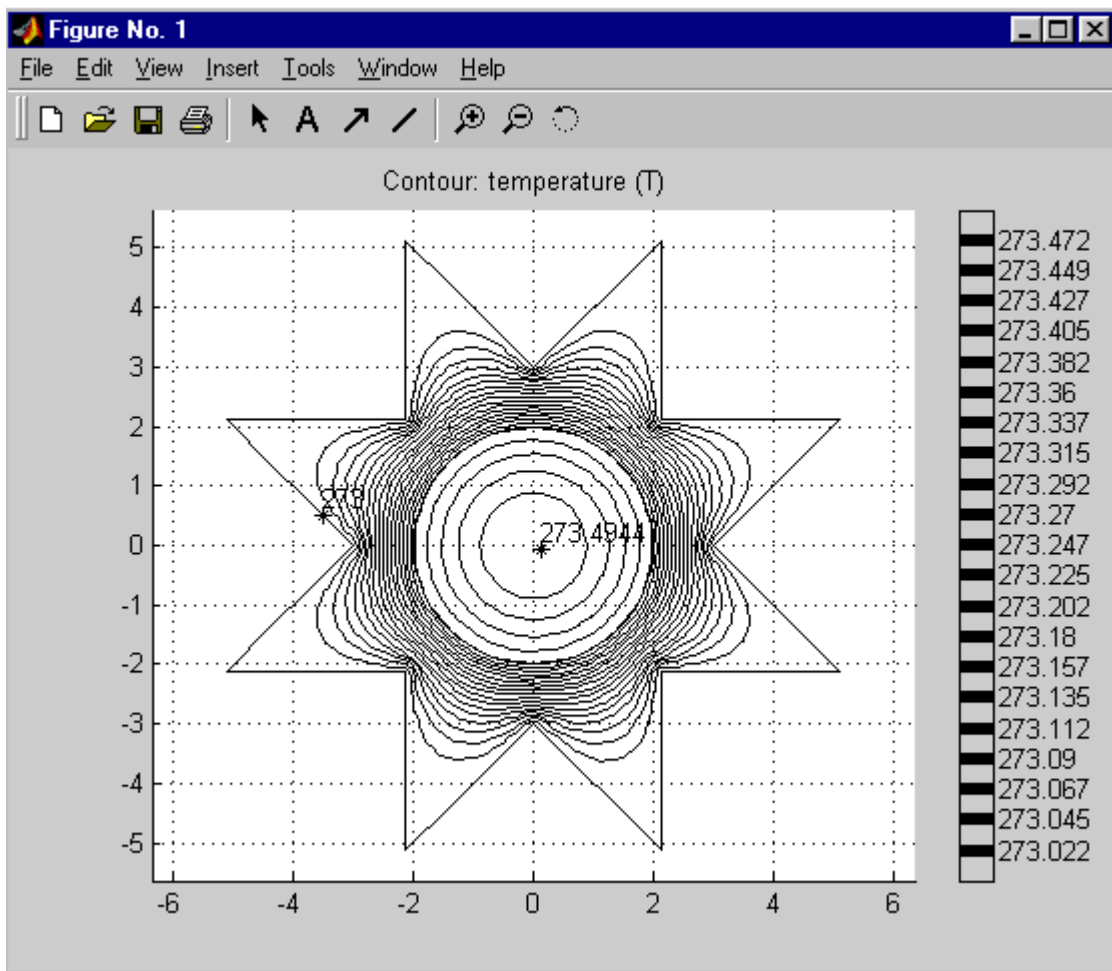


Рис. 1.20. Визуализация решения PDE в отдельной фигуре MATLAB

Такой режим визуализации позволяет использовать стандартные для системы MATLAB средства редактирования графиков (см. верхнюю часть рис. 1.20).

Изменение модели

Очень часто бывает нужно изменить в модели некоторые параметры (геометрические размеры, граничные условия, материалы (α , значит, и коэффициенты PDE)). Модификация модели осуществляется путём возврата в режимы PDE Mode, Boundary Mode, Draw Mode. Можно многократно изменять параметры модели и повторно выполнять решение PDE. В режиме визуализации возможна постпроцессорная обработка. Задаётся она в диалоговом окне Plot Parameters (рис. 1.17, 1.18). В соответствующих строках редактирования можно задавать MATLAB-выражения (в т.ч. и логические). Например, чтобы выделить подобласть с температурой от 273.1 до 273.2 К, можно задать выражение $T > 273.1 \& T < 273.2$. Чтобы не засорять рисунок, можно отключить кнопку Smooth.

Сохранение модели

В группе команд меню File имеются команды сохранения модели в виде mat-файла или m-файла. mat-файл может загружаться прямо в GUI-приложение femlab. Открытие m-файла приводит к последовательному выполнению его операторов (в некоторых случаях за одну загрузку может несколько раз решаться PDE). mat-формат более полно воспроизводит сохранённый сеанс моделирования.

1.1.2. Дифференциальное уравнение в частных производных

Модель, рассмотренная в п. 1.1.1, основана на линейной стационарной версии уравнения теплопроводности относительно температуры T . В терминологии системы FEMLAB переменная, относительно которой решается PDE, называется зависимой переменной, а пространственные координаты и время – независимые переменные. Стационарное дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид:

$$-\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} T) = Q, \quad (1.1)$$

где Q – объёмная плотность мощности тепловых источников, Вт/м³;

k – коэффициент теплопроводности вещества, Вт·м⁻¹·К⁻¹.

Если пространственные координаты измерять в миллиметрах, то Q и k нужно выражать в Вт/мм³ и Вт·мм⁻¹·К⁻¹ соответственно (так было сделано в п. 1.1.1). В рассмотренном примере уравнение (1.1) было дополнено граничными условиями первого рода (граничными условиями Дирихле):

$$T = T_0,$$

где T_0 – распределение температуры на границе расчётной области (в рассмотренном примере $T_0 = 273$ К).

В GUI-приложении femlab в прикладном режиме теплопередачи поддерживается также и другой тип граничных условий:

$$\mathbf{n} \cdot (k \cdot \operatorname{grad} T) = q_0 + h_0 \cdot (T_{\text{inf}} - T) + h_{\text{н}} \cdot (T_{\text{amb}}^4 - T^4), \quad (1.2)$$

где \mathbf{n} – вектор единичной нормали к границе расчётной области,

q_0 – фиксированная (независимая) составляющая плотности потока тепловой мощности через граничную поверхность;

h_0 – коэффициент кондуктивного или конвективного теплообмена расчётной области с окружающей средой;

$h_{\text{н}}$ – коэффициент теплообмена излучением с окружающей средой;

$T_{\text{inf}}, T_{\text{amb}}$ – значения температуры окружающей среды, которые при моделировании обычно принимаются равными.

(1.2) называется граничным условием второго рода (граничным условием Неймана).

Граничные условия первого и второго рода достаточно полно описывают взаимодействие расчётной области с окружающей средой.

Уравнения всех прикладных режимов работы GUI-приложения femlab являются частным случаем обобщённого PDE, поддерживаемого системой FEMLAB. Обобщённое стационарное скалярное PDE имеет вид:

$$-\nabla(\mathbf{c} \cdot \nabla u + \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u} - \boldsymbol{\gamma}) + a \cdot u + \boldsymbol{\beta} \cdot \nabla u = f, \quad (1.3)$$

где u – искомая скалярная величина; \mathbf{c} – заданное скалярное или тензорное (второй валентности) поле, обычно характеризующее одно из материальных свойств вещества; $\boldsymbol{\alpha}$ – заданное векторное поле (обычно характеризует конвективные свойства); $\boldsymbol{\gamma}$ – заданное векторное поле, выполняющее роль источника скалярного поля u (в электростатической задаче это вектор остаточной поляризованности вещества); a – заданное скалярное поле (в пространственно-частотных PDE выполняет роль динамического коэффициента); $\boldsymbol{\beta}$ – заданное векторное поле (обычно это векторный коэффициент конвекции); f – скалярный источник искомого поля u .

Если сравнить (1.3) с (1.1), то можно заметить, что в стационарной задаче

теплопроводности нет смысла задавать коэффициенты $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\beta}$, a , т.к. они равны нулю. Их нет даже в диалоговом окне ввода коэффициентов PDE, однако если включен режим PDE/ View as PDE Coefficients, то они появляются в соответствующем диалоговом окне. Коэффициентам \mathbf{c} и f в (1.3) соответствуют k и Q в (1.1). Коэффициент k в прикладном режиме теплопроводности также может задаваться в тензорной форме, если вещество

обладает анизотропными теплопроводящими свойствами. В последнем случае в соответствующую строку ввода (см. рис. 1.12, 1.13) записываются четыре значения (или выражения), разделённых пробелами: $k_{xx} k_{xy} k_{yx} k_{yy}$.

Обобщённое граничное условие Дирихле имеет вид:

$$h u = r \quad (1.4)$$

Обобщённое граничное условие Неймана имеет вид:

$$\bar{n}(c\nabla u + \alpha u - \gamma) + qu = g - h^T \mu \quad (1.5)$$

(1.3), (1.4), (1.5) – коэффициентная форма обобщённого PDE и граничных условий. В системе FEMLAB поддерживается также общая форма PDE и граничных условий.

Коэффициентную форму удобнее всего применять при решении линейных или несущественно-нелинейных краевых задач. Для задания существенно-нелинейных PDE или граничных условий удобнее применять общую форму.

В прикладном режиме теплопередачи в (1.5) $q=0$, $\alpha = \gamma = 0$, g представляет собой правую часть (1.2).

Если Вы работаете с моделью в недостаточно общем прикладном режиме, то можно переключиться в режим редактирования коэффициентов или граничных условий обобщённого PDE. Это бывает полезно при мультифизическом моделировании, если нужно представить не предусмотренные прикладным режимом связи между моделируемыми полями.

1.1.3. Сохранение модели в виде m-файла

Последовательность действий, выполненную в ходе сеанса работы в GUI-приложении femlab, можно сохранить в виде m-файла. Такой m-файл называется m-файлом модели. Пользователи могут изменять последовательность команд FEMLAB, используя редактор m-файлов, затем загружать её в GUI-приложение femlab или выполнять её непосредственно из командной строки MATLAB.

1.1.4. Трёхмерная модель теплопередачи от медного кабеля в простом радиаторе

Начиная со второго поколения версий, в FEMLAB появилась возможность трёхмерного моделирования. Технологию такого моделирования кратко рассмотрим на примере трёхмерного расширения предыдущей модели.

В двумерной модели предполагалось, что протяжённость геометрии расчётной области вдоль оси z во много раз больше, чем в направлении осей x и y . В двумерной модели игнорировались все возможные изменения температуры вдоль оси z . Теперь повторно смоделируем тот же радиатор, считая, что протяжённость всей системы в направлении оси z равна 10 мм.

Технология моделирования в GUI-приложении femlab

Запускаем GUI-приложение femlab, как написано в п.1.1.1. После запуска будет развёрнута фигура femlab и фигура Навигатора моделей (см. рис. 1.2). Включим радиокнопку “3D” и выберем прикладной режим Physics Modes/ Heat transfer/ Linear stationary. Фигура Навигатора моделей примет вид, показанный на рис. 1.24.

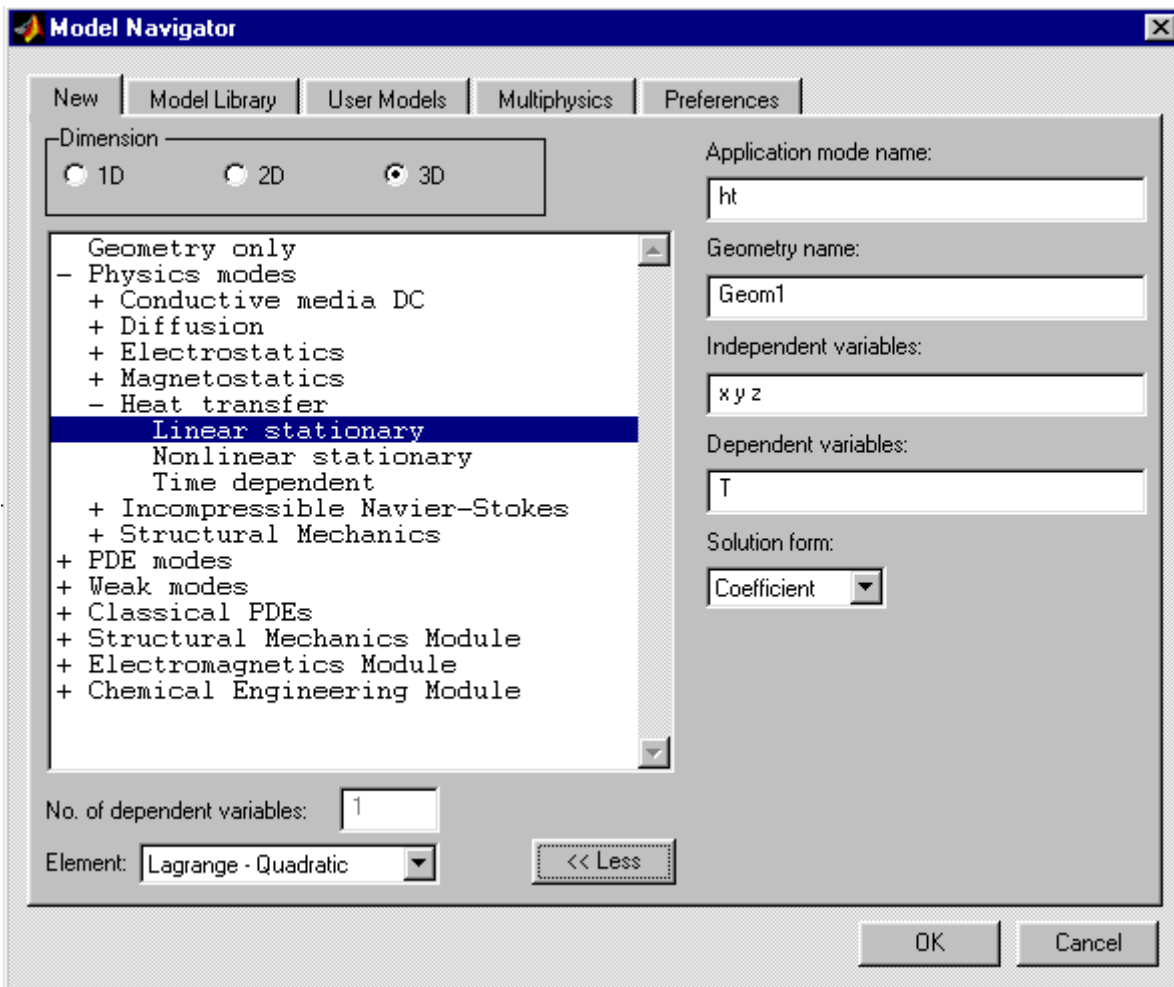


Рис. 1.24. Трёхмерные прикладные режимы в Навигаторе моделей

По умолчанию моделирование производится на конечноэлементной сетке, составленной из Лагранжевых элементов второго порядка (Lagrange - Quadratic). Двумерное моделирование проводилось на сетке, составленной из симплекс-элементов (Лагранжевых элементах первого порядка). Для соблюдения преемственности в ниспадающем меню Element выберем “Lagrange – Linear”.

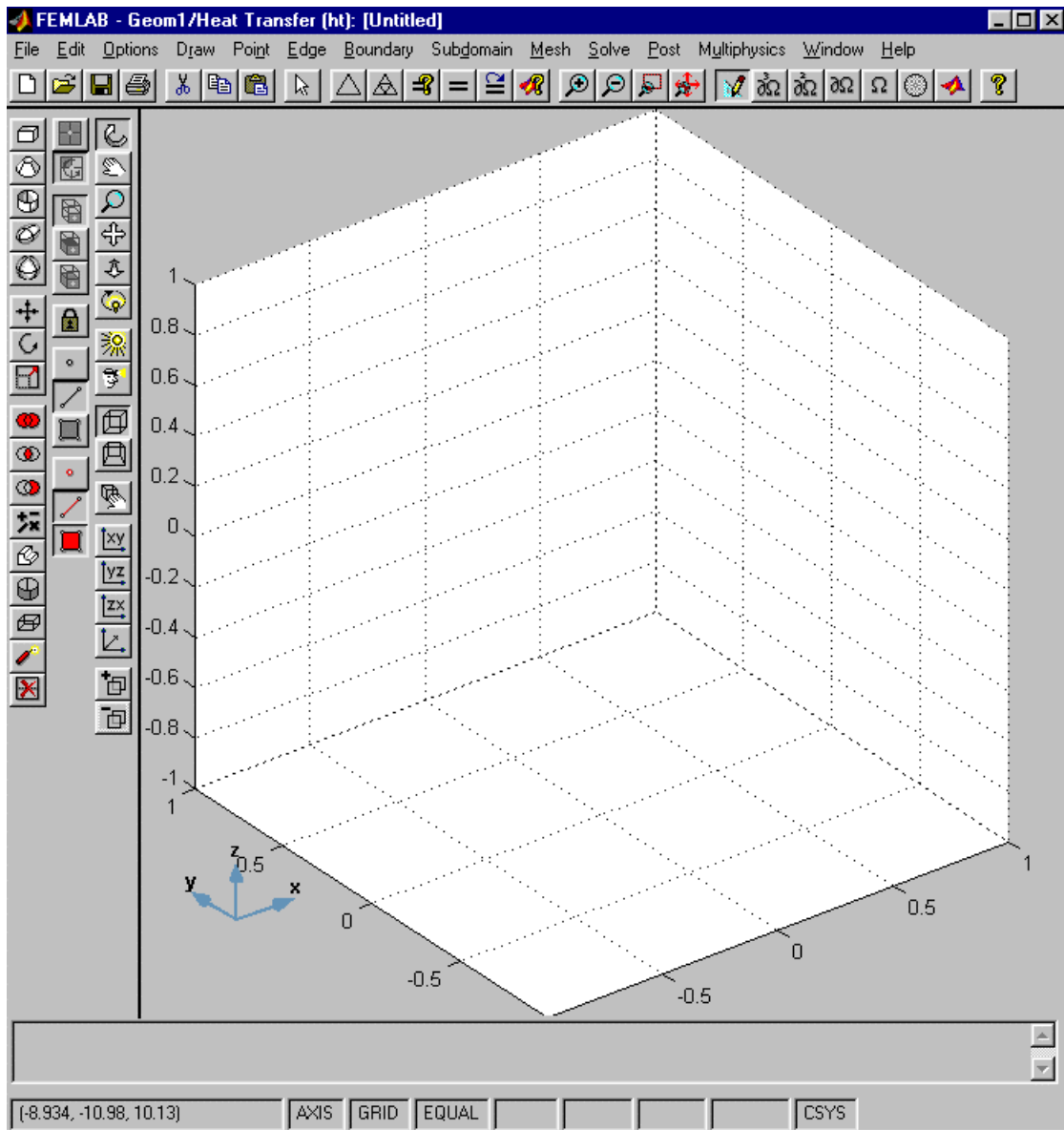


Рис. 1.25. Вид фигуры femlab в трёхмерном прикладном режиме

Нажатие кнопки “OK” приведёт к закрытию фигуры Навигатора моделей и переводу GUI-приложения femlab в выбранный прикладной режим. Вид фигуры femlab в трёхмерном прикладном режиме показан на рис. 1.25.

Прорисовка геометрии

Для прорисовки трёхмерной геометрии опять выполним уже использованный сценарий:

```

C1=circ2(0,0,2);           % Объект круг
r_radiator=3;             % Внутренний радиус радиатора
R_radiator=r_radiator*sqrt(0.5)/sin(pi/8); % Наружный радиус радиатора
r_vertex=repmat([r_radiator R_radiator],1,8); % Радиальные координаты вершин звезды
al_vertex=0:pi/8:2*pi-pi/8; % Угловые координаты вершин звезды
x_vertex=r_vertex.*cos(al_vertex);
y_vertex=r_vertex.*sin(al_vertex); % Декартовы координаты вершин звезды
P1=poly2(x_vertex,y_vertex); % Объект многоугольник
% Далее в GUI-приложение femlab нужно вставить объекты C1,
P1

```

После выполнения этого сценария командой меню Draw/ Add/Edit/Delete Work Plane создадим рабочую плоскость $z=-5$, в которую можно внедрять двумерные геометрические объекты. Выполнение данной команды приведёт к развёртыванию диалогового окна, с помощью которого можно задать параметры создаваемой рабочей плоскости (см. рис. 1.26).

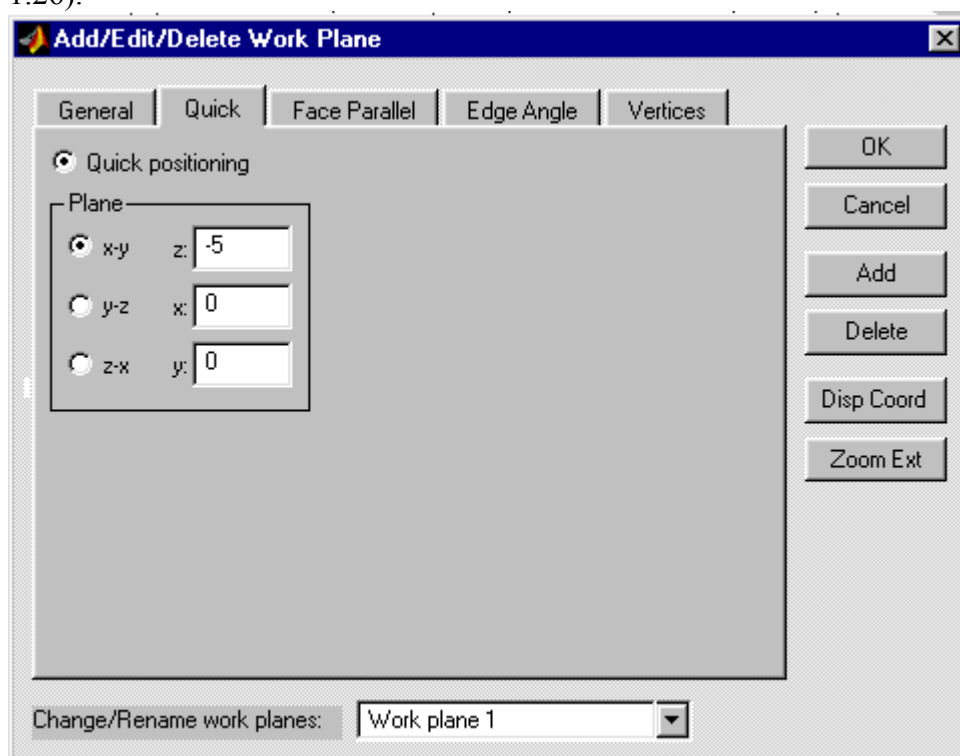


Рис. 1.26. Вид диалогового окна создания рабочей плоскости

Способом, описанным в п.1.1.1, внедрим в эту рабочую плоскость двумерные объекты C1, P1. Вид геометрии в рабочей плоскости будет точно соответствовать рис. 1.6.

Как было сказано во Введении к первому разделу, начиная со второго поколения версий, в femlab появилась возможность экструзии двумерных объектов для преобразования их в трёхмерные. Экструзия выполняется командой меню Draw/ Extrude. Выполнение этой команды приведёт к развёртыванию диалогового окна, показанного на рис. 1.27.

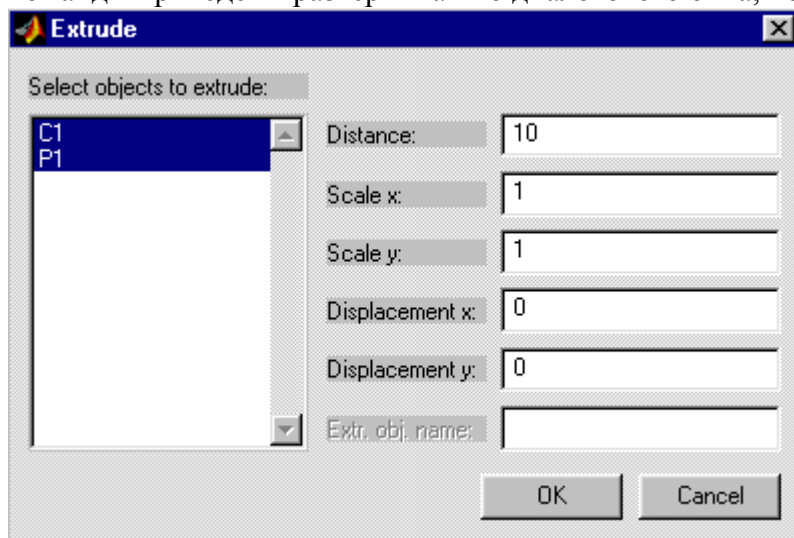


Рис. 1.27. Диалоговое окно экструзии

Нажатие кнопки “OK” приведёт к закрытию диалогового окна и выполнению экструзии. В результате этой операции геометрия расчётной области приобретёт вид, показанный на рис. 1.28.

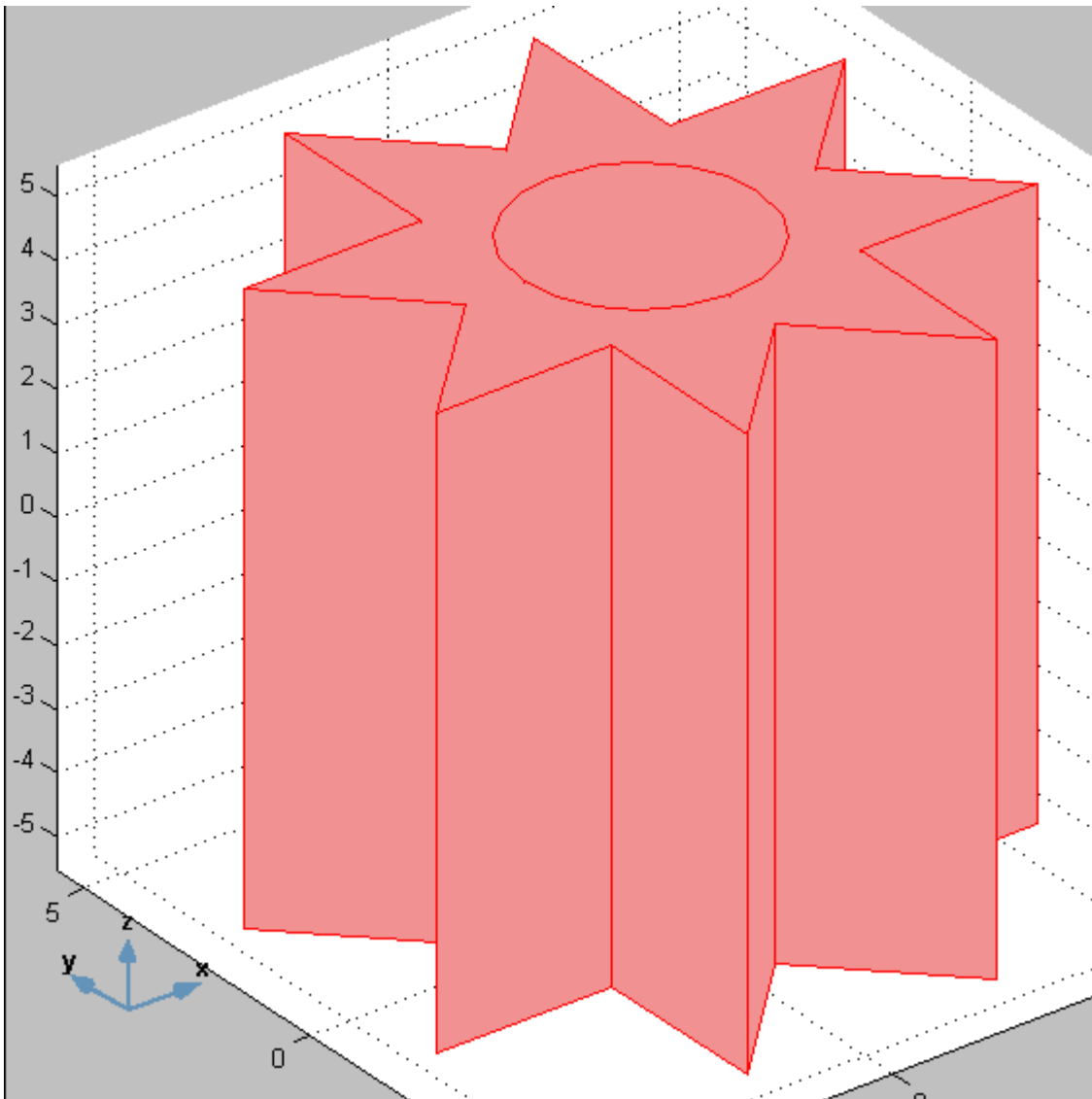


Рис. 1.28. Трёхмерная геометрия расчётной области

Задание граничных условий

Командой меню Boundary/ Boundary Mode переведём femlab в режим ввода и редактирования граничных условий. Далее командой меню Boundary/ Boundary Settings зададим граничные условия Дирихле $T=273$ на всех граничных поверхностях. По данной команде развернётся диалоговое окно ввода и редактирования граничных условий. Граничные сегменты выделим прямо в этом окне (см. рис. 1.29).

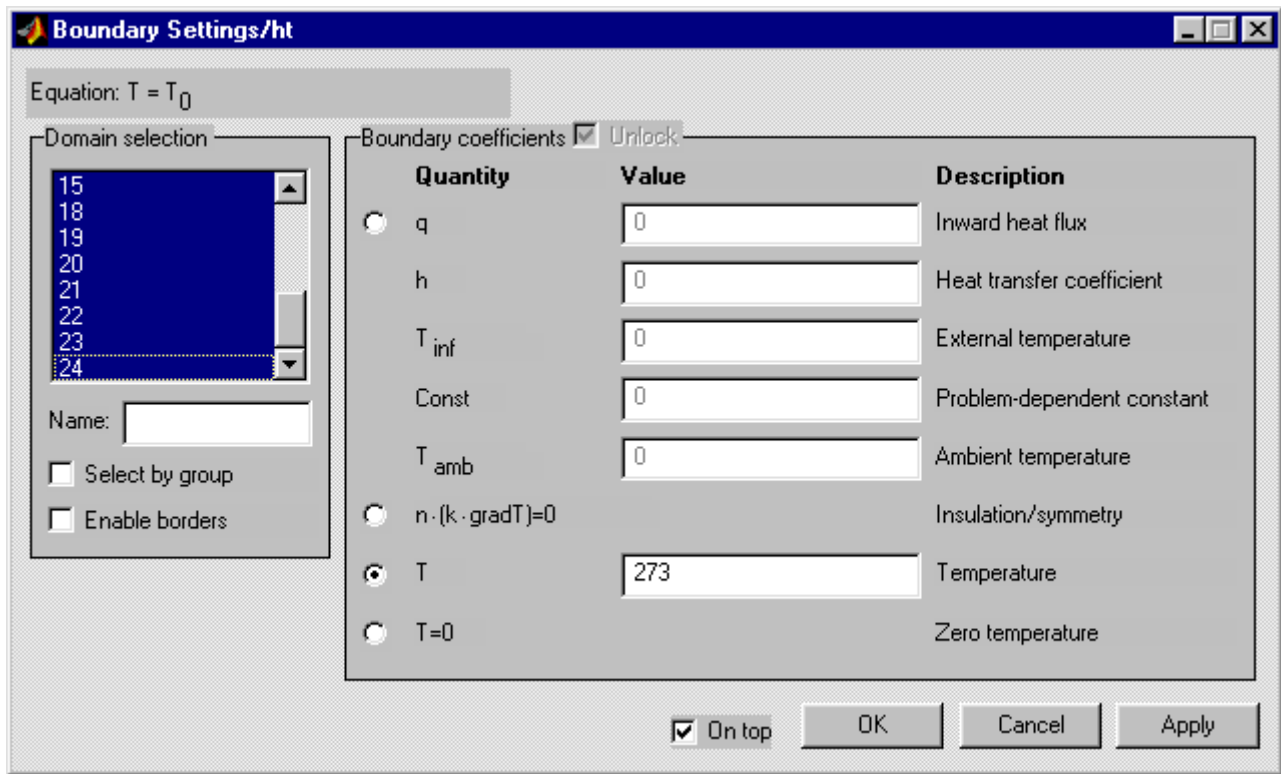


Рис. 1.29. Диалоговое окно задания граничных условий

Задание коэффициентов PDE

Переход в режим ввода и редактирования коэффициентов PDE осуществляется командой меню Subdomain/ Subdomain Mode. Выделяем зону №2 (медная жила) и подаём команду Subdomain/ Subdomain Settings, в результате развернётся диалоговое окно, изображённое на рис. 1.30. Коэффициент теплопроводности зададим такой же, как и в предыдущей задаче, а объёмную плотность мощности тепловых источников – в 100 раз больше.

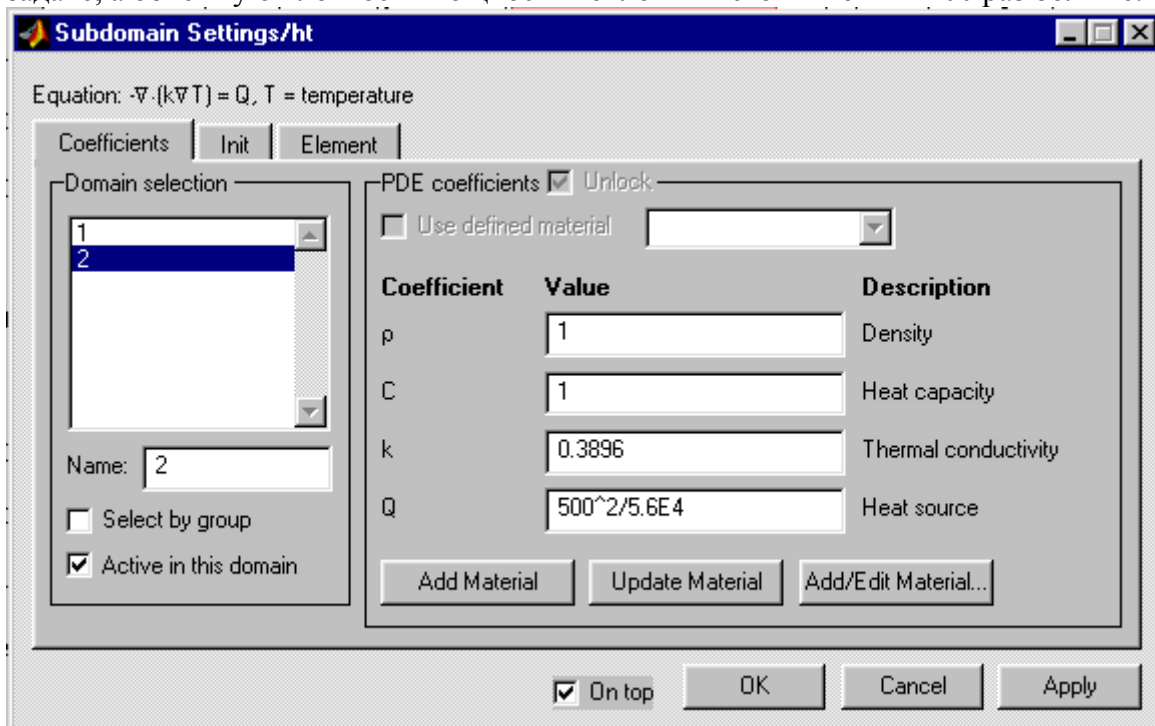


Рис. 1.30. Вид диалогового окна ввода свойств меди

Не выходя из диалогового окна (рис. 1.30), выделим зону №1 и введём свойства алюминия ($k=0.12$, $Q=0$, см. рис. 1.31).

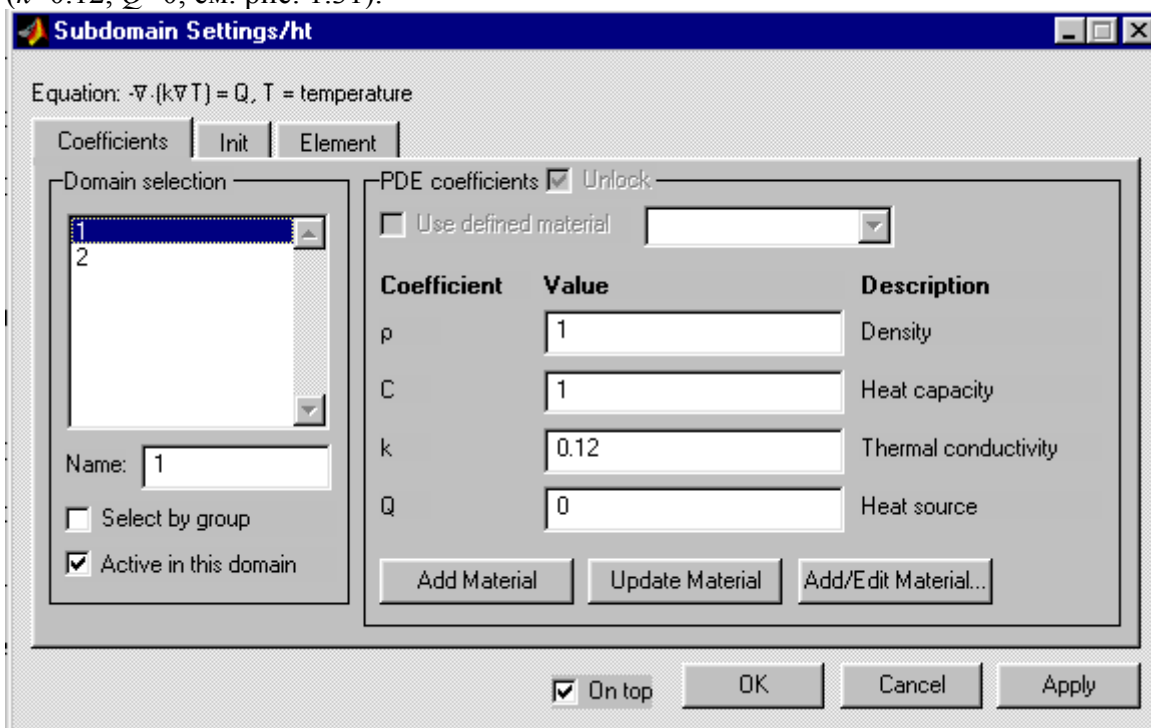


Рис. 1.31. Вид диалогового окна ввода свойств алюминия

Нажатие кнопки “OK” приведёт к принятию введённых значений и закрытию диалогового окна. На этом задание коэффициентов PDE закончено.

Генерация конечноэлементной сетки

Для генерации сетки достаточно перейти в режим Mesh Mode, подав команду Mesh/ Mesh Mode. Сетка автоматически сгенерируется в соответствии с текущими настройками генератора сетки. Автоматически сгенерированная сетка изображена на рис. 1.32.

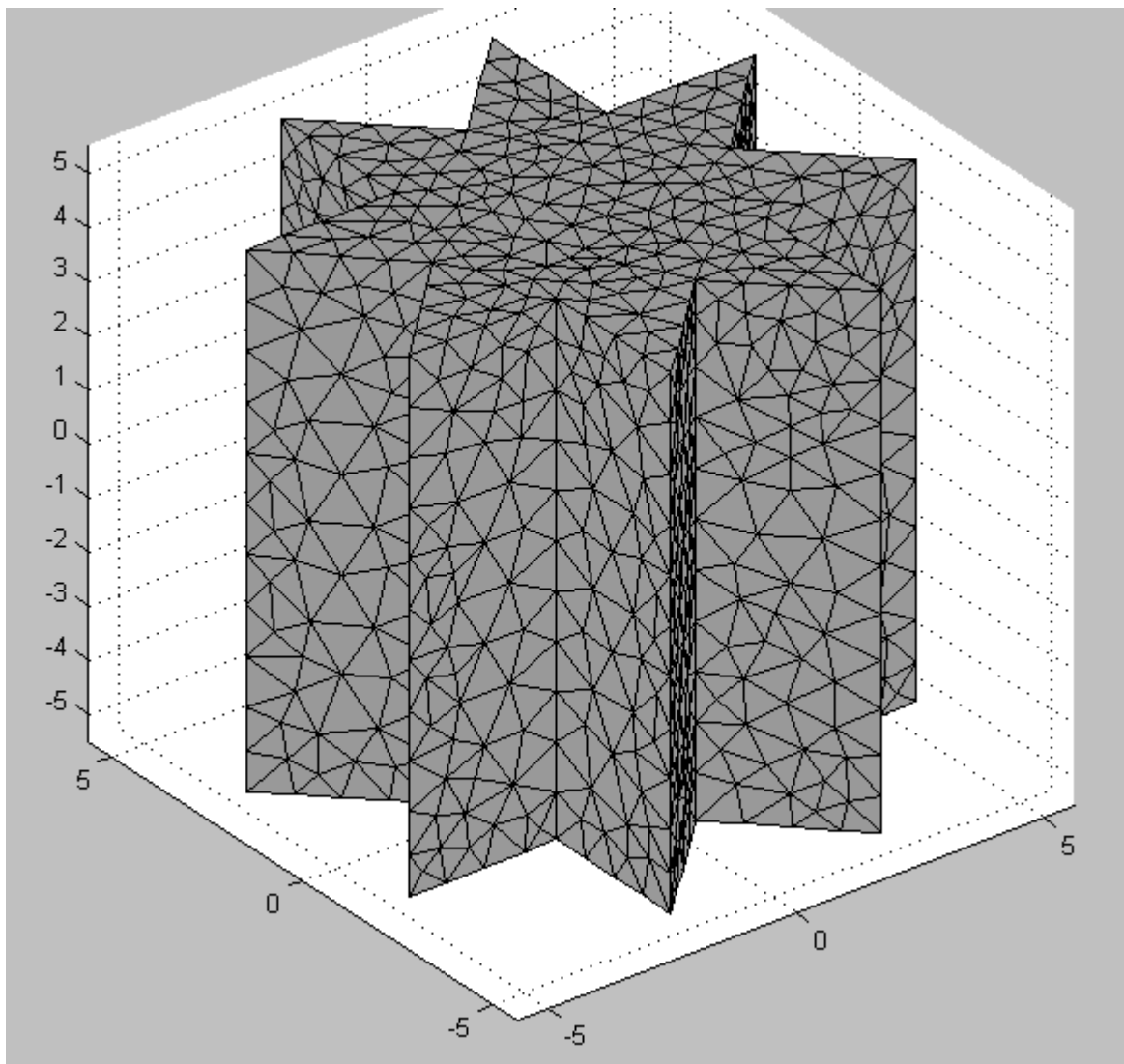


Рис. 1.32. Трёхмерная сетка в расчётной области
Переопределение (сгущение) сетки происходит по команде меню Mesh/ Refine Mesh.
Переопределённая в режиме Regular сетка изображена на рис. 1.33.

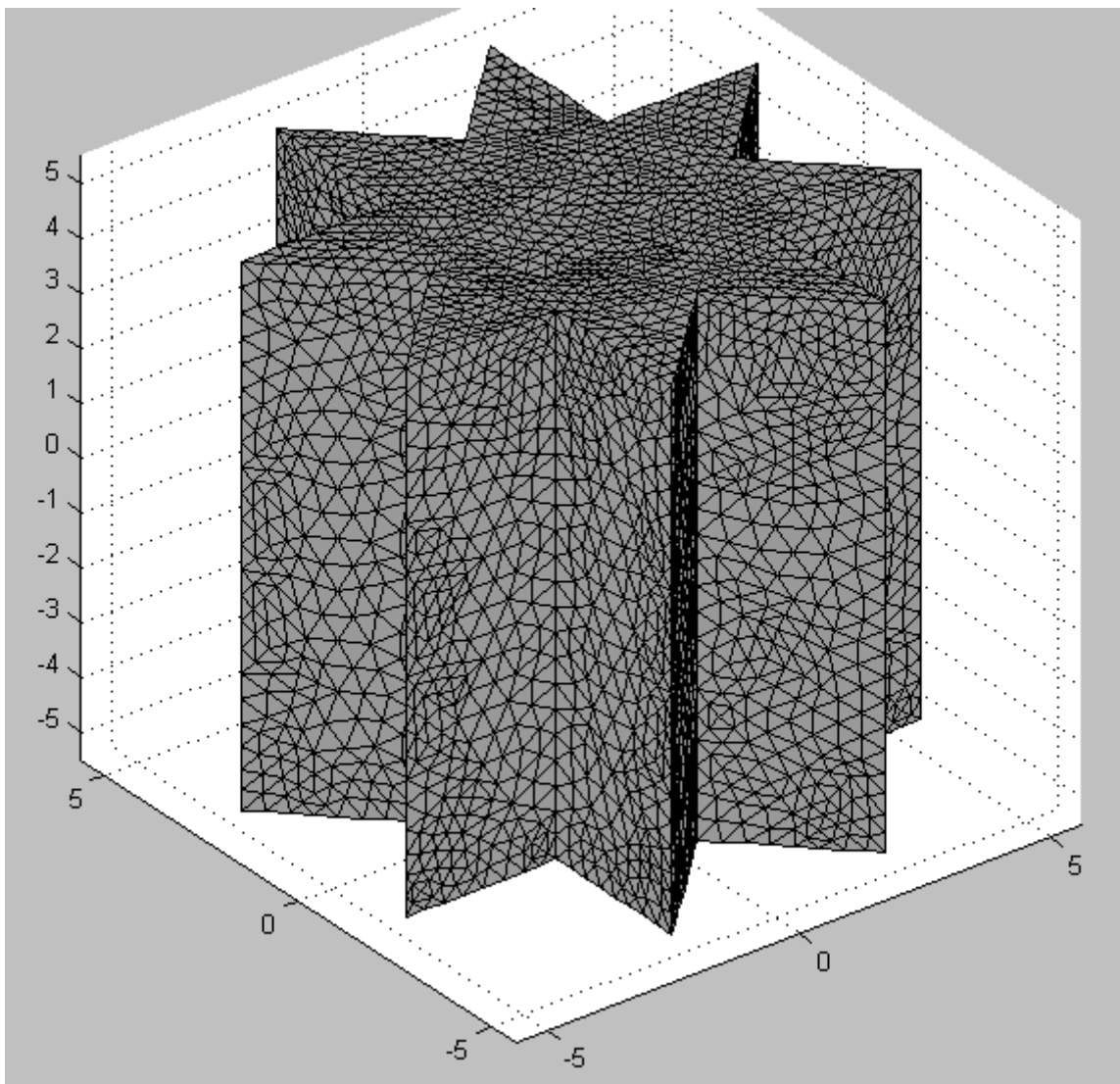


Рис. 1.33. Переопределённая трёхмерная сетка

Чтобы увидеть основные количественные параметры полученной сетки, можно подать команду меню Mesh/ Mesh Statistics. По данной команде развернётся окно сообщения, показанное на рис. 1.34.

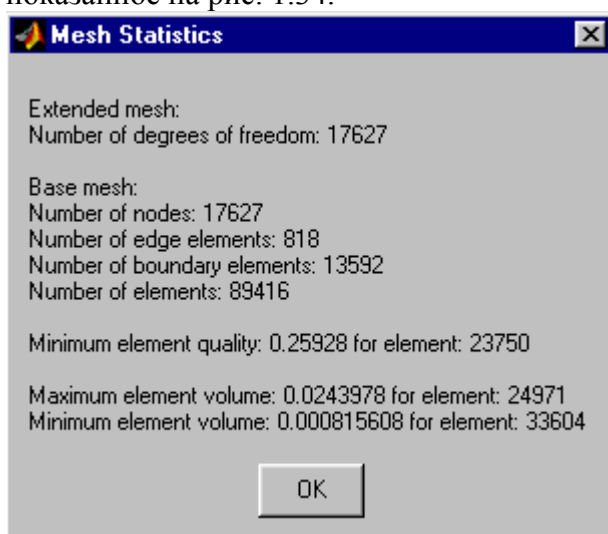




Рис. 1.34. Окно сообщения о количественных параметрах созданной сетки

Решение PDE

Если изменять параметры решателя, установленные по умолчанию, не надо, то для решения PDE достаточно нажать кнопку  главной инструментальной панели. В случае необходимости изменить параметры решателя можно командой Solve/ Parameters. И так, нажимаем кнопку . Примерно через две минуты (при наличии процессора Athlon 1000) femlab перейдёт в режим визуализации решения.

Визуализация решения

По умолчанию визуализация температурного поля производится по сечениям расчётной области в виде раскрашенных плоских поверхностей (см. рис. 1.35).

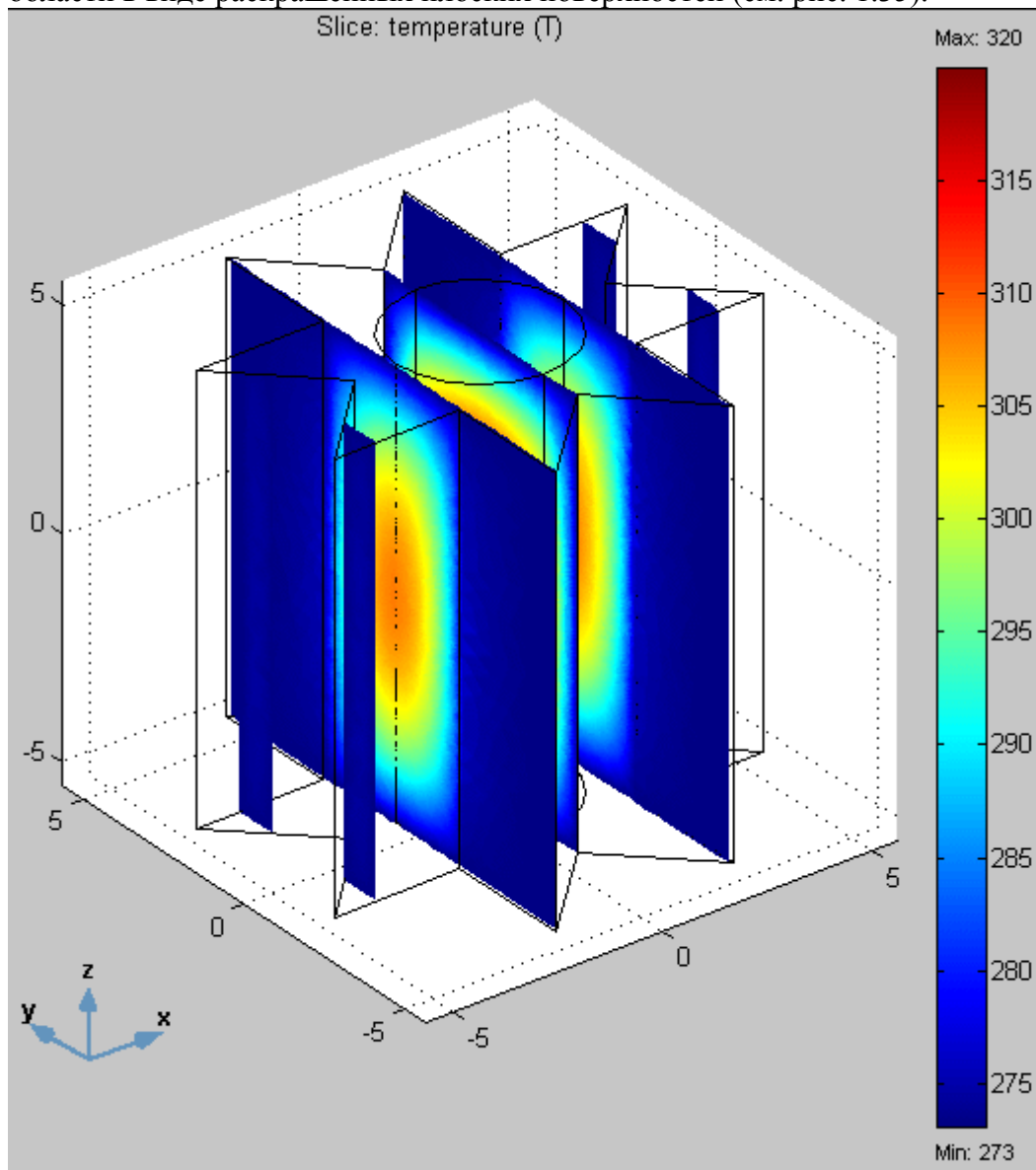


Рис. 1.35. Визуализация трёхмерного решения по умолчанию

Команда Post/ Plot Parameters позволяет управлять режимом визуализации. Например, можно показать распределение нормальной составляющей плотности потока тепловой

мощности по граничной поверхности расчётной области (см. рис. 1.36). Более подробно эти вопросы будут рассмотрены в п. 4.3.13.

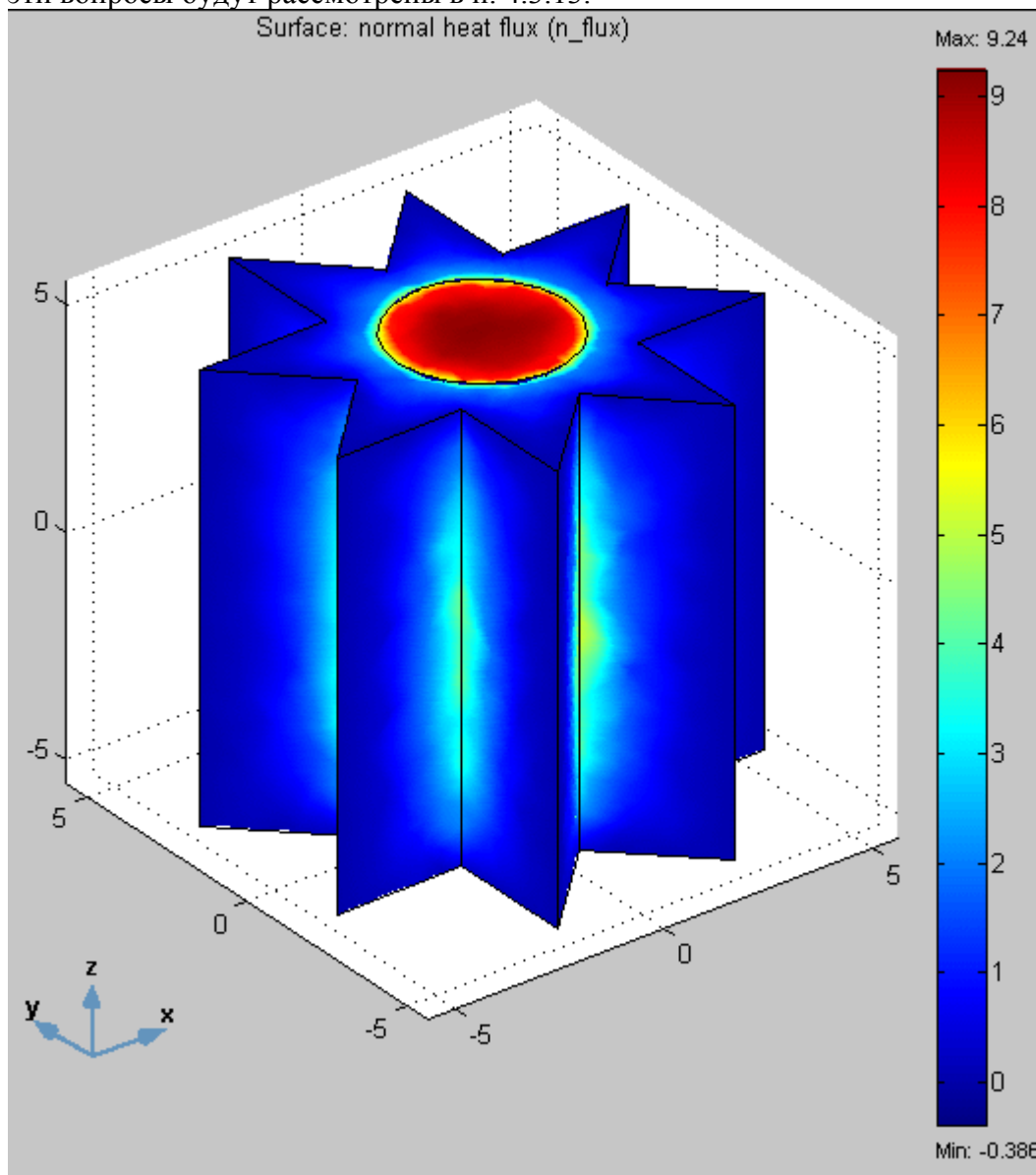


Рис. 1.36. Распределение плотности потока тепловой мощности

Изменение и сохранение модели femlab происходит так же, как и в двумерном режиме (краткие замечания см. в п. 1.1.1).

1.2. Навигатор моделей и библиотека моделей

В этом разделе описывается диалоговое окно Навигатора моделей. Навигатор моделей – универсальный инструмент, с помощью которого можно управлять общими параметрами настройки сеанса работы с GUI-приложением femlab.

1.2.1. Навигатор моделей

В результате запуска GUI-приложения femlab в системе MATLAB будет развёрнута фигура femlab и окно Навигатора моделей. Общий вид окна Навигатора моделей показан на рис. 1.37.

Навигатор моделей представляет собой диалоговое окно, в состав которого входит пять закладок: Закладка New – для инициализации нового прикладного режима моделирования

Закладка Model Library – для загрузки моделей из Библиотеки моделей
Закладка User Models – для загрузки собственной модели пользователя
Закладка Multiphysics – для инициализации мультифизических прикладных режимов моделирования
Закладка Preferences – для установки путей доступа к Библиотеке моделей и к файлу настроек

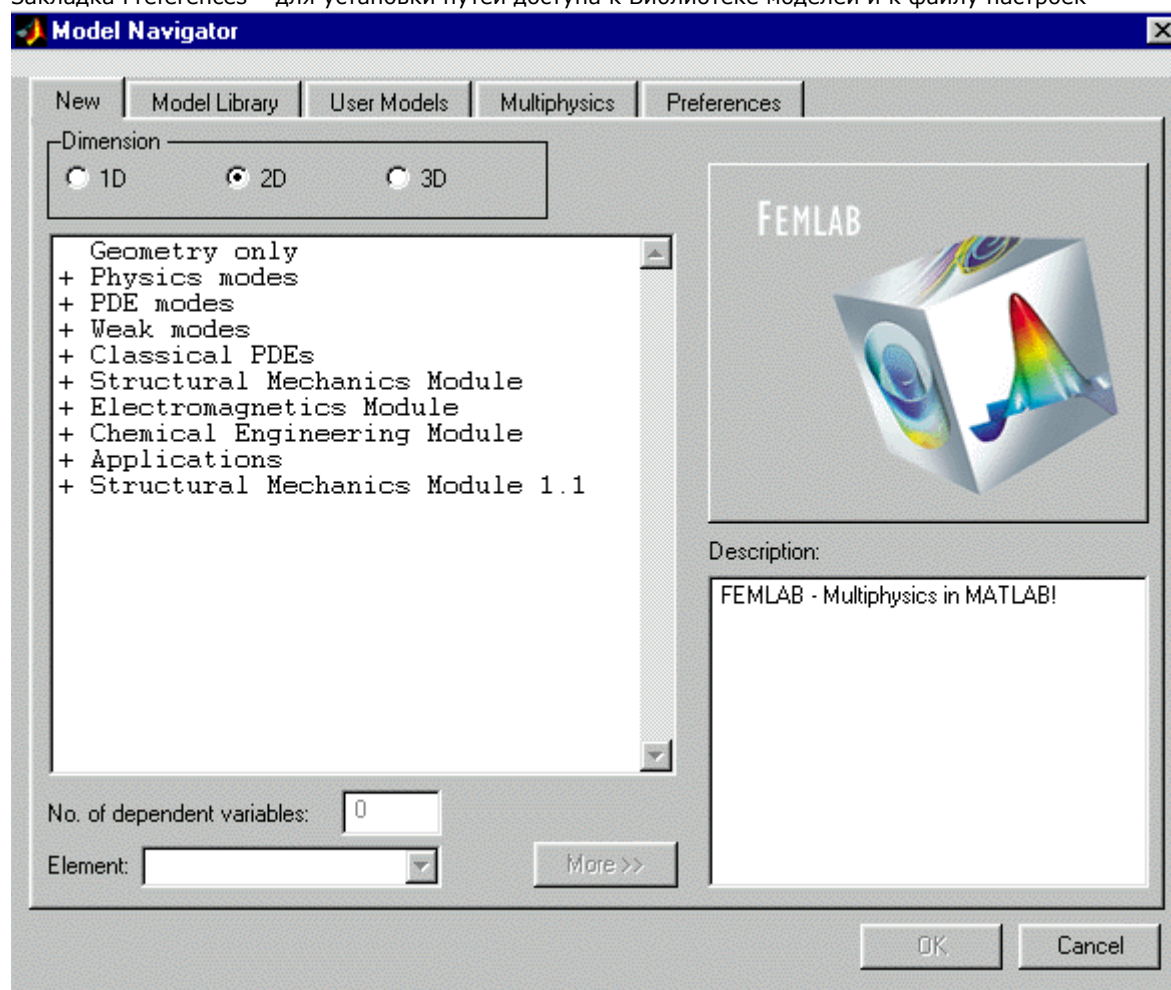


Рис. 1.37. Общий вид окна Навигатора моделей

1.2.2. Страница новых моделей (закладка New)

Закладка New состоит из группы радиокнопок выбора размерности модели (Dimension), окна древовидного меню выбора прикладного режима (левое окно с вертикальной полосой прокрутки), строки ввода числа зависимых переменных модели (No. Of dependent variables), ниспадающего меню выбора типа конечных элементов (Element), графического окна описания выбранного прикладного режима (над Description), текстового окна описания выбранного прикладного режима (Description), кнопки More/Less, окна дополнительных строк редактирования, кнопок OK, Cancel.

Выше было сказано, что система FEMLAB позволяет решать одномерные, двумерные и трёхмерные PDE-задачи. Прикладной режим, соответствующий размерности PDE, выбирается нажатием одной из трёх радиокнопок группы Dimension: 1D – одномерная; 2D – двумерная; 3D – трёхмерная PDE-задача. Размерность PDE-задачи равна числу независимых переменных модели, которые выполняют роль пространственных координат точки наблюдения. По умолчанию в одномерном режиме это переменная x , в двумерном – x, y , в трёхмерном – x, y, z .

Система меню выбора прикладного режима имеет древовидную структуру и позволяет выбрать режим в соответствии со структурой подчинённости, представленной в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Структура подчинённости прикладных режимов GUI-приложения femlab

Уровень подчинённости		
0	1	2
Только геометрия		
“Физические” режимы	Переменное гармоническое электромагнитное поле (только 2D)	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE
	Постоянное электрическое поле в проводящей среде	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE
	Диффузия (1D, 2D, 3D)	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE Нестационарное PDE
	Электростатическое поле	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE
	Магнитостатическое поле	
	Теплопередача (1D, 2D, 3D)	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE Нестационарное PDE
	Потоки несжимаемых жидкостей, уравнения Навье–Стокса	Стационарное PDE Нестационарное PDE
	Строительная механика: план напряжений (только 2D)	Стационарное PDE Собственные частоты Нестационарное PDE
Строительная механика: план деформаций (только 2D)	Стационарное PDE Собственные частоты Нестационарное PDE	
“Уравнение- основанные” режимы (1D, 2D, 3D)	Коэффициентная форма	Линейное стационарное PDE Нелинейное стационарное PDE
	Общая (General) форма	Нестационарное PDE Нестационарное PDE (волновое расширение) Собственные значения
Ослабленная проекционная формулировка	Подобласти (1D, 2D, 3D)	Линейное стационарное уравнение Нелинейное стационарное уравнение Нестационарное уравнение Нестационарное уравнение (волновое расширение) Собственные значения
	Границы (1D, 2D, 3D)	
	Рёбра (только 3D)	
	Точки	
	Замкнутые границы (1D, 2D, 3D)	Линейное стационарное уравнение Нелинейное стационарное уравнение Нестационарное уравнение Собственные значения

Классические PDE	Уравнение Лапласа
	Уравнение Пуассона
	Уравнение Гельмгольца
	Уравнение теплопроводности
	Волновое уравнение
	Уравнение Шрёдингера
	Уравнение конвекции-диффузии
Приложения (только 2D)	Двумерный волновод

Поддерживаются также прикладные режимы, реализованные в модулях расширения системы FEMLAB: Строительная механика (2 модуля), Химические технологии, Электромагнетизм. Модули расширения в студенческой версии не устанавливаются.

В большинстве прикладных режимов GUI-приложения femlab строка ввода числа зависимых переменных заблокирована. Ввод числа зависимых переменных разрешён только в “уравнение-основанных” прикладных режимах и некоторых режимах модуля Химические технологии. Всегда предполагается, что число уравнений в системе скалярных PDE равно числу скалярных зависимых переменных. Зависимой переменной называется одно из искомым скалярных полей в модели.

В FEMLAB версии 2.3 имеется библиотека конечных элементов. В предыдущих версиях поддерживались только симплекс-элементы (конечные элементы с линейными функциями формы, представляющие собой симплекс-фигуры в одномерной, двумерной или трёхмерной области). Симплекс-элементы являются Лагранжевыми элементами первого порядка. В FEMLAB 2.3 поддерживаются Лагранжевы элементы с полиномиальными функциями формы от первого до пятого порядка. По умолчанию генерируются Лагранжевы элементы второго порядка (см. ниспадающее меню Element на рис. 1.37). Это меню доступно, если выбран конкретный прикладной режим. Кроме Лагранжевых поддерживаются также Эрмитовы элементы до пятого порядка. В некоторых прикладных режимах поддерживаются конечные элементы специальных типов.

Если нажать на кнопку More, то она превратится в кнопку Less, и окна описания прикладного режима заменятся на окно дополнительных строк редактирования. Перечислим элементы этого окна. Строка редактирования Application mode name позволяет присвоить новое имя выбранному прикладному режиму. При мультифизическом моделировании каждый частичный прикладной режим идентифицируется своим именем. Частичные прикладные режимы могут задаваться для разных расчётных областей (для разных геометрий), каждая из которых идентифицируется своим именем. Это имя можно вписывать в строку редактирования имени геометрии Geometry name. Имена независимых переменных (пространственных координат) данной геометрии можно вписывать в строку редактирования Independent variables. В строку редактирования Dependent variables можно вписывать имена зависимых переменных (искомых скалярных полей), причём в прикладных режимах PDE Modes количество вписываемых имён ничем не ограничивается (число в строке редактирования No. Of dependent variables можно игнорировать). Ниспадающее меню Solution form позволяет выбрать форму записи решаемого PDE (или системы PDE). Если нажать кнопку Less, то она превратится в кнопку More, и окно дополнительных строк редактирования заменится на окна описания прикладного режима, причём число в строке редактирования No. Of dependent variables автоматически заменится на количество имён в строке редактирования Dependent variables.

Если в закладке New выбран нужный прикладной режим и заданы все необходимые его свойства, то нажатие кнопки ОК приведёт к закрытию окна Навигатора моделей, и GUI-приложение femlab перейдёт в выбранный прикладной режим, после чего можно приступить к процессу моделирования. Нажатие кнопки Cancel также приведёт к закрытию окна Навигатора моделей и переходу GUI-приложения femlab в прикладной режим Geometry only (только геометрия). В этом случае femlab может работать только в режиме Draw Mode (прорисовка геометрии), остальные режимы, соответствующие этапам моделирования, будут заблокированы. Разблокировать их можно командой меню Multiphysics/ Add/Edit Modes.

1.2.3. Страница библиотеки моделей (закладка Model Library)

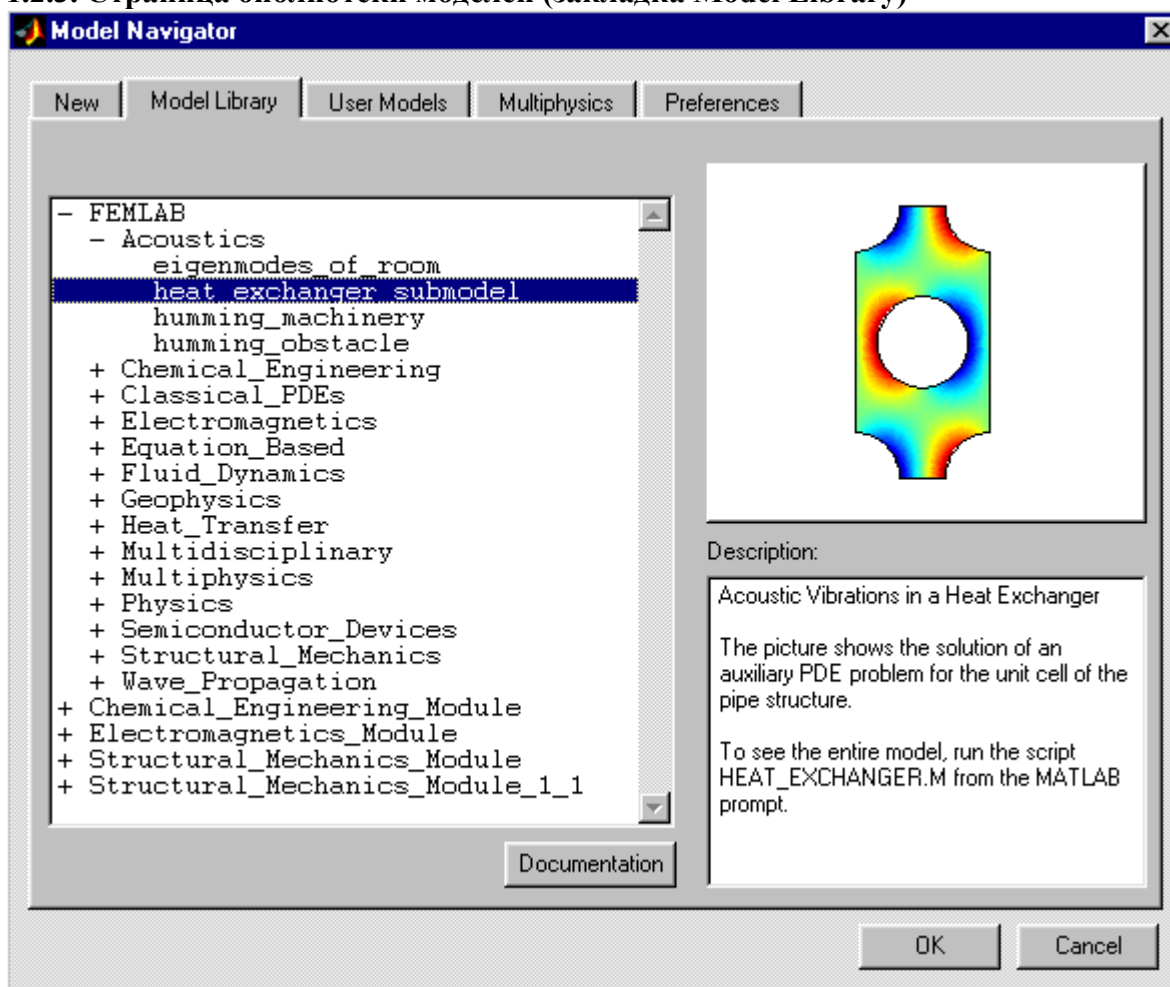


Рис. 1.38. Закладка Model Library

Закладка Model Library (и вообще вся Библиотека моделей) содержит ряд законченных моделей из различных областей техники и науки. Общий вид окна Навигатора моделей с развёрнутой закладкой Model Library показан на рис. 1.38. Закладка Model Library состоит из окна древовидного меню выбора готовой модели из Библиотеки (левое окно с вертикальной полосой прокрутки), графического окна описания выбранной модели (над Description), текстового окна описания выбранной модели (Description), кнопки Documentation, кнопок OK, Cancel.

Библиотека моделей важна по нескольким причинам: она предлагает быстрый способ изучения инструментальных средств системы FEMLAB и исследовать выходную информацию законченных моделей. Пользователь может экономить время, используя модели Библиотеки в качестве начальной платформы для разработки своих собственных моделей. Можно также изменять геометрию, значения переменных, граничных условий, и т.д. Библиотека моделей также полезна для демонстрационных целей.

В Библиотеку моделей FEMLAB версии 2.3 входят следующие законченные модели:

Акустические модели

- Собственные частоты (моды) помещения
- Акустическое поле (вибрации) в теплообменнике
- Шум от вращающейся электрической машины
- Распространение шума от вращающейся электрической машины в системе с

препятствием

Модели химических реакторов

- Монолитный реактор
- Трубчатый реактор
- Цилиндрический трубчатый реактор с охлаждением

Классические PDE

- Теплопередача в неоднородной среде
- Уравнение Пуассона на цилиндрическом диске с точечным источником в начале

координат

- Уравнение Пуассона на цилиндрическом диске с распределённым источником
- Собственные функции уравнения Шрёдингера для электрона
- Задача переноса с разрывным решением
- Волновое уравнение для поперечных колебаний мембраны

Электромагнитные модели

- Безопасный выключатель
- Магнитное поле электродвигателя
- Фильтр электростатического осаждения
- Постоянный магнит
- Распределение скалярного электрического потенциала между двумя цилиндрами
- Поверхностный эффект в круговом проводе
- Защита стального корпуса, погружённого в солёную воду
- Волновод прямоугольного сечения

“Уравнение-основанные” модели

- Одномерное уравнение Блэка-Шоулса
- Двумерное уравнение Блэка-Шоулса

- Уравнение Бюргера
- Собственные значения и собственные частоты квадратной расчётной области
- KdV уравнение и солитоны
- Уравнение Ландау-Гинзбурга
- Задача о минимальной поверхности

Гидродинамические модели

- Плоская модель стационарного потока несжимаемой жидкости, обратное течение жидкости
- Плоская модель стационарного потока несжимаемой жидкости, обратное течение жидкости, нулевая дивергенция поля скоростей
- Плоская модель стационарного потока несжимаемой жидкости, обратное течение жидкости, применение конечных элементов Аргириса
- Плоская пси-омега модель стационарного потока несжимаемой жидкости, обратное течение жидкости
- Поток вязкой жидкости (пасты) с преодолением препятствия в форме цилиндра
- Поток бумажной пульпы
- Распространение волн на мелководье, уравнение Сен-Венана
- Ударная волна в трубе

Геофизические модели

- Модель потока вещества в разрыве горной породы

Модели теплопередачи

- Генерация теплового поля в тормозном диске
- Тепловое поле в радиоактивном стержне
- Междисциплинарные модели
 - Магнитный тормоз
 - Регулятор температуры
 - Мультигеометрическое (две геометрии) моделирование регулятора температуры с использованием нелокальных переменных связи
- Мультифизические модели
 - Термоэлектрический нагрев токоведущей пластины
 - Механические напряжения в треснувшей теплообменной трубе
 - Термоэлектрический нагрев медной пластины
 - Принудительная и естественная конвективная теплопередача
 - Конвекция Марангони
 - Микро-робот
 - Вибрации в молочных контейнерах
- Физические модели
 - Электронная оболочка атома водорода (уравнение Шрёдингера)
- Модели полупроводниковых устройств
 - Модель полупроводникового диода
- Модели напряжённо-деформированного состояния вещества
 - Деформация держателя (фиксатора) с зажимом
 - Изгиб круглой пластины
- Модели распространения волн
 - Моделирование дифракции
 - Изоспектральные барабаны
 - L-образная мембрана со скруглённым углом

В закладке Model Library представлены также многочисленные модели модулей расширения системы FEMLAB: Химические технологии, Электромагнетизм, Строительная механика, Строительная механика 1.1.

Если конкретная модель Библиотеки выбрана, то нажатие кнопки Documentation приведёт к загрузке html-файла описания этой модели в Internet Explorer. Окно Навигатора моделей в этом случае не закрывается.

Если конкретная модель Библиотеки выбрана, то нажатие кнопки ОК приведёт к закрытию окна Навигатора моделей и загрузке выбранной модели в GUI-приложение femlab. Нажатие кнопки Cancel также приведёт к закрытию окна Навигатора моделей и переходу GUI-приложения femlab в прикладной режим Geometry only (так же, как и при работе с закладкой New).

1.2.4. Страница моделей пользователя (закладка User Models)

На закладке User Models Вы можете просмотреть Ваш собственный набор сохраненных моделей. Если Вы сохранили модель вместе с графическим и текстовым описанием, то в этой закладке модель будет отображаться так же, как и в закладке Model Library. Закладка User Models состоит из тех же элементов, что и закладка Model Library.

1.2.5. Страница мультифизических моделей (закладка Multiphysics)

С помощью закладки Multiphysics можно инициализировать мультифизические модели, выбирая частичные прикладные режимы из списка. В любое время в течение процесса моделирования в GUI-приложении femlab Вы можете открывать закладку Multiphysics Навигатора моделей, чтобы добавить или удалить частичные прикладные режимы. Общий вид закладки Multiphysics показан на рис. 1.39.

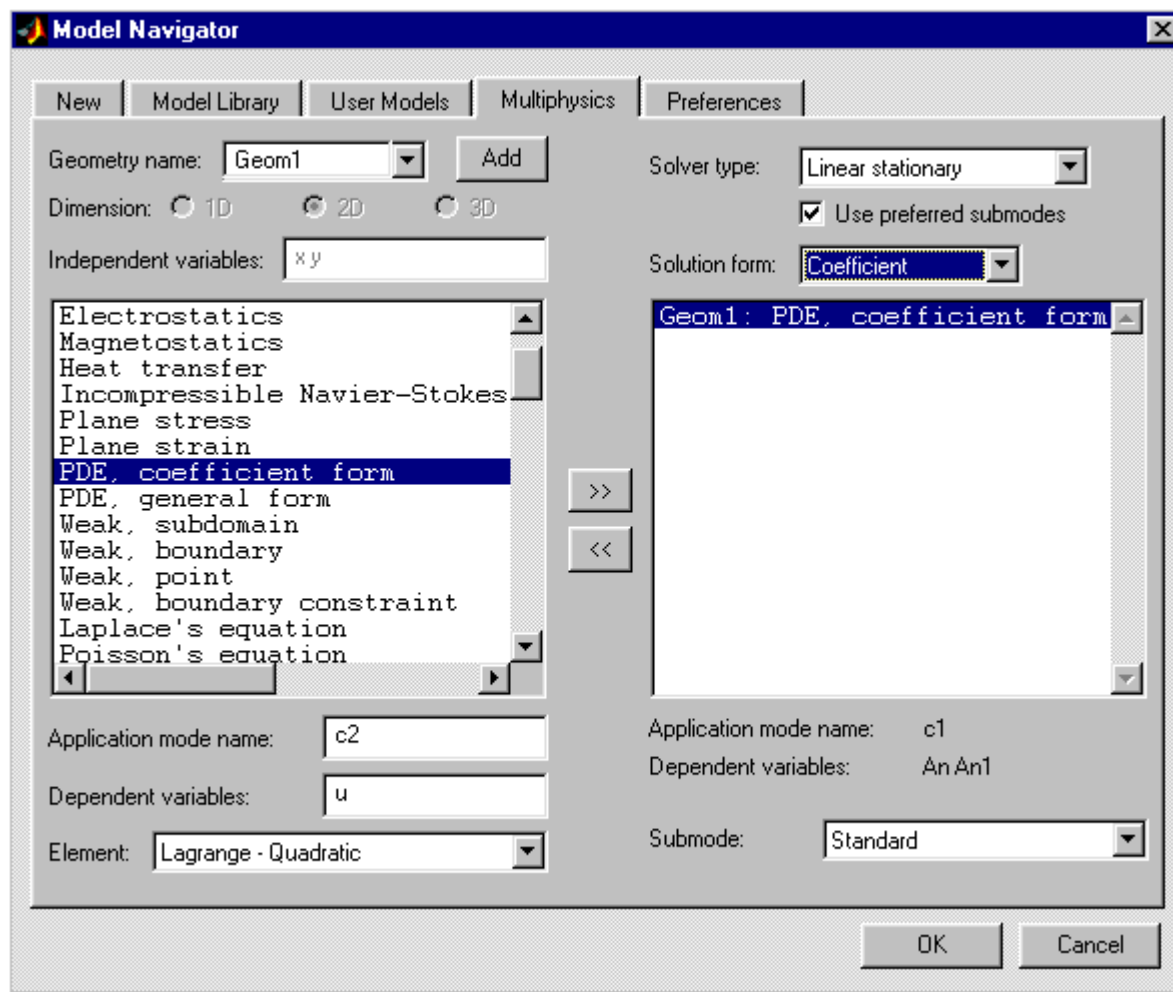


Рис. 1.39. Закладка Multiphysics Навигатора моделей

Закладка Multiphysics состоит из набора инструментов управления геометриями (левая верхняя часть), окна выбора частичных прикладных режимов с двумя полосами прокрутки, строки редактирования имени добавляемого прикладного режима, строки редактирования имён зависимых переменных добавляемого прикладного режима, выпадающего меню выбора типа конечных элементов для добавляемого прикладного режима, кнопок >>, <<, окна отображения и выбора прикладных режимов, уже включённых в мультифизическую модель, а также элементов управления включённым частичным прикладным режимом. К инструментам управления геометриями относятся: выпадающее меню Geometry name, кнопка Add, группа радиокнопок Dimension, строка редактирования имён независимых переменных Independent variables. К элементам управления включённым частичным прикладным режимом относятся: выпадающее меню Solver type, флажок Use preferred submodes, выпадающее меню Solution form, выпадающее меню Submode.

Как видно, закладка Multiphysics позволяет инициализировать мультигеометрические мультифизические прикладные режимы. Каждая геометрия идентифицируется своим именем (по умолчанию их имена Geom1, Geom2, Geom3 ...). Нажатие кнопки Add приводит к созданию новой геометрии, которой автоматически присваивается новое имя. Это имя добавляется в список пунктов выпадающего меню Geometry name. Это меню позволяет также редактировать имена геометрий. Если имя выбранной геометрии не присутствует в списке включённых частичных прикладных режимов, то группа радиокнопок Dimension и строка редактирования Independent variables разблокированы (в

этом случае можно изменять размерность геометрии и редактировать имена независимых переменных), в противном случае эти элементы управления заблокированы.

Если в общем списке выбран конкретный прикладной режим, то нажатие кнопки >> приведёт к его включению в мультифизическую модель, причём этот частичный прикладной режим будет определён на геометрии, выбранной в ниспадающем меню Geometry name. Перед нажатием кнопки >>> можно изменить имя прикладного режима, имена зависимых переменных и тип конечных элементов, воспользовавшись строками редактирования Application mode name, Dependent variables, а также ниспадающим меню Element. Если в списке включённых прикладных режимов выбран частичный режим, то нажатие кнопки << удаляет этот режим из мультифизической модели.

На закладке Multiphysics имеются инструментальные средства изменения настроек включённых частичных прикладных режимов. Ниспадающее меню Solver type позволяет выбрать тип решателя PDE-задачи: Linear stationary – линейный стационарный решатель; Nonlinear stationary – нелинейный стационарный решатель; Time dependent – нестационарный решатель; Parametric – параметрический решатель; Eigenvalue – собственные значения. Ниспадающее меню Solution form позволяет выбрать форму записи PDE: Coefficient – коэффициентная форма; General – общая форма (в дальнейшем мы будем называть её также генеральной формой); Weak – ослабленная проекционная форма. Ниспадающее меню Submode позволяет выбрать разновидность нестационарных PDE: Standard – стандартная форма (PDE содержит производную по времени первого порядка); Wave extension – волновое расширение (PDE содержит производную по времени второго порядка).

Нажатие кнопки ОК приведёт к закрытию окна Навигатора моделей и переходу GUI-приложения femlab в мультифизический режим, соответствующий списку включённых частичных прикладных режимов, причём состав геометрических объектов всех старых геометрий будет сохранён; вновь созданные геометрии будут пустыми (без геометрических объектов). Нажатие кнопки Cancel приведёт к закрытию окна Навигатора моделей и возврату GUI-приложения femlab в старый прикладной режим

1.2.6. Страница настроек Навигатора моделей (закладка Preferences)

Закладка Preferences позволяет изменять параметры настройки Навигатора моделей. Ниспадающее меню Startup mode позволяет выбрать закладку Навигатора моделей, отображаемую при запуске GUI-приложения femlab: Model Navigator - New, Model Navigator - Model Library, Model Navigator - User Models, Model Navigator - Multiphysics, Model Navigator - Preferences, Open file – открыть указанный mat-файл, Preference file – загрузить настройки из указанного mat-файла. Строка редактирования Model Library path позволяет изменить путь доступа к Библиотеке моделей. Строка редактирования User models path позволяет задавать и изменять путь доступа к директории собственных моделей. Строка редактирования Preference file позволяет задавать и изменять спецификацию файла настроек GUI-приложения femlab. Рядом с этой строкой редактирования имеется кнопка Browse, нажатие которой раскрывает браузер, из которого можно выбрать нужный файл и загрузить его спецификацию в строку редактирования. Включенный флажок Apply on new models обеспечивает применение файла настройки ко всем новым моделям, создаваемым в femlab. Общий вид закладки Preferences показан на рис. 1.40.

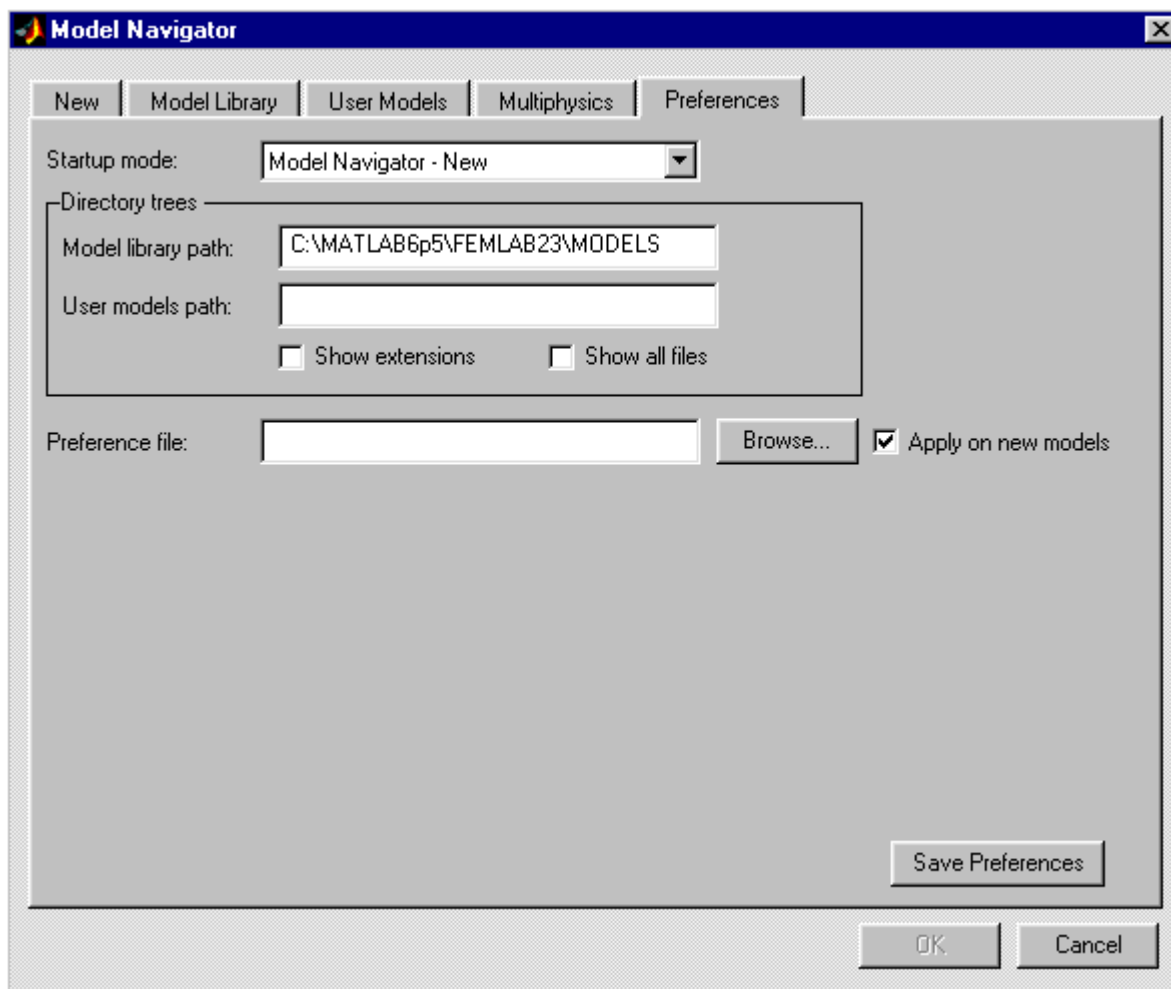


Рис. 1.40. Закладка Preferences Навигатора моделей