

Рис. 4.27. Распределения давления p (а), электрической проводимости σ (б), плотности ρ (в), температуры T (г) и скорости воздуха V (д) по координате r спустя 20 мкс после начала импульса с $I_M = 20$ кА (разряд в канале, созданном лидерным током длительностью 9 мкс): r_k – граница канала; r_y – фронт ударной волны; r_T – граница зоны теплового возмущения

денные формулы позволяют проследить все эти процессы во времени. В качестве примера таких расчетов на рис. 4.27 приведены параметры газа в зонах теплового ($4 \text{ см} \geq r > 3 \text{ см}$), газодинамического ($3 \text{ см} \geq r > 1,8 \text{ см}$) возмущений и в канале разряда ($r < 1,8 \text{ см}$) при $I_M = 20$ кА и лидерном токе длительностью 9 мкс в момент $t = 20$ мкс после начала импульса.

Глава пятая

Тепловое воздействие молнии на объект

5.1. Характеристики теплового потока, поступающего в объект в месте удара молнии

Тепловое действие молнии на объект обусловлено рядом явлений. Среди них необходимо выделить нагрев, вызываемый прохождением тока по объекту, а также поступление тепла из канала молнии. Выделение энергии за счет прохождения тока (джоулев нагрев) происходит в объеме материала, и поэтому этот вид теплового источника называют объемным.

Как и при других импульсных воздействиях, при поражении молнией объектов тепловые процессы могут считаться адиабатическим, т.е. тепло, введенное в объект, остается в нем, вызывая локальное повышение температуры, а в некоторых случаях – фазовые превращения материала объекта. Теплообменом с окружающей средой обычно можно пренебречь.

Джоулев нагрев вещества в определенном фазовом состоянии (твердом или жидком) описывается уравнением

$$\rho J^2 dt = c\gamma dT, \quad (5.1)$$

где J – плотность тока; ρ – удельное сопротивление материала; c – удельная теплоемкость; γ – плотность материала; T – температура.

Зная плотность тока J , константы материала и начальные условия, по (5.1) нетрудно рассчитать температуру. Сложность расчетов возникает лишь при больших изменениях температуры, когда теплофизические характеристики материала меняются и начинаются фазовые переходы.

Более подробно рассмотрим тепловой поток, поступающий в объект из канала разряда. Он обусловлен несколькими причинами: бомбардировкой электронами анода или положительно заряженными ионами катода, теплопередачей и излучением из канала разряда [2.1].

Прежде чем переходить к характеристикам тепловых потоков, воздействующих на объект при ударах молнии, кратко проанализируем основные процессы в приэлектродных зонах в местах поражения объектов молнией.

Так как молния представляет собой длинный канал разряда, то можно ограничиться рассмотрением области объект (катод или анод) – канал разряда (рис. 5.1). Канал разряда непосредственно у электрода сужен; диаметр приэлектродной области 2 обычно в несколько раз меньше, чем диаметр канала l вдали от электрода. Форма канала, показанного на рис. 5.1, устанавливается достаточно быстро после возникновения канала, она существует уже на стадии лидерного тока молнии. При постоянной составляющей тока молнии радиальные размеры опорной зоны пропорциональны току: при уменьшении тока диаметр опорной зоны сокращается, а при увеличении возрастает.

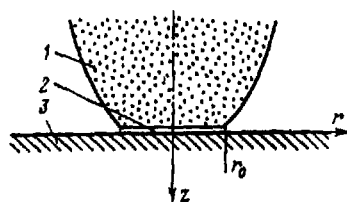


Рис. 5.1. Структура опорной зоны канала: 1 – канал разряда; 2 – приэлектродная область; 3 – электрод

Наибольший интерес при определении теплового потока представляет приэлектродная область 2. Ее толщина составляет несколько длин свободного пробега ионов и электронов (10^{-5} – 10^{-4} см). Структура приэлектродной зоны у анода и катода различается.

Приэлектродная область у катода формируется катодными пятнами. Катодные пятна представляют собой ограниченные участки поверхности катода, с которых происходит эмиссия электронов. Эта эмиссия, вероятно, является термоавтоэлектрон-

ной. Для ее осуществления необходима напряженность электрического поля порядка $10^5 - 10^6$ В/см, создаваемая объемным зарядом положительных ионов, подходящих из канала к катоду.

Различают несколько видов катодных пятен [2.1, 4.26, 5.1]. При малых токах и в начальной стадии разряда возникают перемещающиеся по поверхности катода со скоростью $10^3 - 10^4$ см/с пятна с размером $10^{-3} - 10^{-1}$ мм и менее. Ток, приходящийся на одно пятно, составляет доли ампера. Плотность тока в пятне согласно оценкам [2.1] достигает $10^4 - 10^5$ А/мм². Пятна, хаотично двигаясь в пределах ограниченной опорной зоны канала разряда, постепенно повышают температуру поверхности электрода. Эволюция этих пятен, а также увеличение тока до сотен ампер приводят к появлению другого вида пятен – более крупных, перемещающихся со скоростью примерно 10 м/с, с большим током, приходящимся на одно пятно, и с меньшей плотностью тока. Наконец, группировка пятен приводит к малоподвижным образованиям – ячейкам с током в сотни ампер.

Эрозия материала, вызванная первичными катодными пятнами, происходит в результате локальных процессов,носящих взрывной характер при указанных больших плотностях тока. Она непосредственно не связана с повышением температуры поверхности катода в пределах опорной зоны, т.е. автограф (след) канала разряда не соответствует размерам оплавленной зоны поверхности катода.

Прианодная область также состоит из пятен. Однако анодные пятна малоподвижны, плотность тока в них составляет $10^2 - 10^3$ А/мм².

Процессы, связанные с возникновением, движением и эволюцией катодных и анодных пятен, до настоящего времени изучены слабо. Поэтому при определении тепловых потоков, поступающих на электроды, используют интегральные характеристики приэлектродных зон. К ним в первую очередь относятся ток и падение напряжения в приэлектродной области.

Падение напряжения в прикатодной области слабо зависит от тока и определяется в основном материалом катода. По значению оно несколько превышает энергию ионизации молекул

газа и составляет обычно 15–20 В. Прианодное падение напряжения гораздо меньше, чем прикатодное. Обычно оно равно единицам вольт.

Приэлектродные напряжения не являются единственными характеристиками, определяющими поступление энергии в электроды.

Ток в прикатодной зоне имеет две составляющие: ионную и электронную. Доля ионного тока от общего зависит от материала катода и может достигать 0,5. Для материалов с высокой температурой плавления доля ионного тока снижается, для вольфрама она не превышает 1–10% [2.1]. С учетом того, что значительная часть тока в прикатодной области обусловлена движением ионов, баланс энергии в прикатодной области сильно отличается от баланса в прианодной.

В балансе энергии на катоде необходимо учитывать поступление энергии за счет бомбардировки ионами, имеющими энергию ионизации и кинетическую энергию, приобретенную при прохождении без столкновений прикатодной области, теплопроводности и конвекции, а также излучения. Часть энергии отводится в глубь электрода в результате теплопроводности, часть идет на плавление и испарение материала. В балансе необходимо также учитывать энергию, уносимую эмитируемыми с катода электронами. Некоторая часть этой энергии возвращается на катод в виде излучения, возникающего в зоне ионизации при взаимодействии электронов с нейтральными частицами и ионами.

Как показано в [2.1], количественные соотношения составляющих баланса энергии у катода определяются материалом катода. Для тугоплавких металлов энергия, переносимая ионами, невелика и тепловой поток в основном определяется разностью энергий, переносимых излучением и уносимых за счет эмиссии электронов. Для материалов с низкой температурой плавления преобладающую роль имеет энергия, переносимая ионами.

Поступление энергии на анод обеспечивается электронами, ускоренными в прианодной области, а также теплообменом и излучением из канала. При этом электроны отдают энергию,

приобретенную в поле, и энергию выхода при взаимодействии с ионами металла на аноде.

Сложность учета всех элементарных процессов у электродов приводит к тому, что вместо реальных приэлектродных падений напряжений при определении тепловых потоков на электроды, используют эквивалентное приэлектродное напряжение.

Эквивалентное приэлектродное напряжение находится как отношение теплового потока к плотности тока, или как значение, численно равное энергии, выделенной в электроде при протекшем заряде 1 Кл.

Эквивалентное приэлектродное напряжение можно оценить теоретически, как это было сделано в [5.1]. Однако теоретические расчеты не обеспечивают высокой достоверности получаемых результатов, и поэтому прикатодные и прианодные эквивалентные напряжения определяют экспериментально. При этом, как правило, используется калориметрический способ.

Этот способ основан на измерении введенной в электрод энергии и протекшего заряда. Энергия определяется путем измерения повышения температуры электрода известной массы после пропускания импульса тока. Электрод выполняется таким, чтобы уменьшить теплообмен с окружающей средой. Так, в [5.2] для определения эквивалентных приэлектродных напряжений использовали образцы различных материалов – пластины толщиной 2–5 мм и массой 5–20 г. Образец подключался в разрядную цепь проводником малого сечения, теплоотвод через который был незначителен (рис. 5.2). Пластина 1 с проводником 2 имела теплоизоляцию 3 за исключением участка, на который воздействовала дуга 4. Хромель-копелевой термопарой 5, сигнал с которой через термостабилизированное соединение 6 подавал

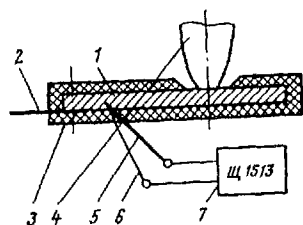


Рис. 5.2. Схема определения эквивалентных приэлектродных падений напряжения

ся на вольтметр 7, измерялась температура до и после импульса тока. Установившаяся температура пластины 1 не превышала ста градусов. Выбор сечения токопроводящего проводника 2 проводился из условия его нагрева током до температуры, приблизительно равной ожидаемой температуре пластины 1. Это позволяло ослабить потери тепла за счет теплопроводности от пластины 1 к токоподводу 2. Выравнивание температуры пластины происходило за время примерно 10 с, затем в течение нескольких минут температура практически не менялась, что позволяло достаточно надежно зарегистрировать максимальную температуру, и по ней определить количество тепла, поступившего в пластину.

Эксперименты по определению эквивалентных приэлектродных напряжений проводились при условиях, максимально приближенных к условиям воздействия молнии на объекты: расстояние между пластиной и противоположным электродом составляло 20 см, т.е. исключалось влияние на результаты измерений противоположного электрода, ток выбирался равным 50–250 А, его длительность 20–100 мс. При этих параметрах тока ошибка, связанная с неучетом испарения материала пластины, незначительна, так как на испарение затрачивалось не более 5% введенной энергии, что подтверждалось взвешиванием пластины до и после разряда.

Как показали измерения, эквивалентные приэлектродные напряжения не зависят ни от значения тока, ни от его длительности при изменении этих параметров в указанных диапазонах, что иллюстрируется на рис. 5.3 для алюминиевых электродов. На этом рисунке точками показаны средние значения напряже-

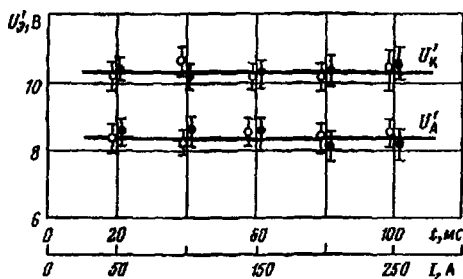


Рис. 5.3. Зависимости эквивалентных приэлектродных падений напряжения от тока и длительности разряда для алюминия: \circ — $U_3'(t)$ при $I=100$ А; \bullet — $U_3''(I)$ при $t=0,1$ с; — — — — — средние значения для катода (U_3') и анода (U_3'')

ний, вертикальными линиями – максимальный разорос напряжений, наблюдавшийся при 10–20 измерениях.

Аналогично определенные значения эквивалентных приэлектродных напряжений U'_z наряду с другими параметрами тепловых потоков для ряда материалов приведены в табл. 5.1 [5.5]. Следует отметить, что значения U'_z , указанные в табл. 5.1, несколько отличаются от значений в [5.1]. Это объясняется сильным различием условий проведения экспериментов. Учитывая тщательность проведения экспериментов в [5.2, 5.3] и выбирая условия их проведения близкими к условиям воздействия молнии на объекты, целесообразно в дальнейшем пользоваться данными табл. 5.1.

Таблица 5.1

Параметры тепловых потоков на электроды

Материал	Электрод	J , А/мм ²	U'_z , В	q_0 , 10 ⁸ Вт/м ²	$\frac{r_0}{\sqrt{I}}$, $\frac{\text{мм}}{\text{А}^{0.5}}$
Алюминий	Катод	17,5	10,2	1,8	0,135
	Анод	25	8,2	2,1	0,114
Д16Т	Катод	15,7	8,1	1,3	0,142
	Анод	25,1	7,2	1,8	0,113
АМг-3М	Катод	21,1	6,6	1,4	0,123
	Анод	27,8	6	1,7	0,107
Сплав 1201	Катод	28,2	5	1,4	0,106
	Анод	34	4,4	1,5	0,097
Сплав 1420	Катод	15,5	4,9	0,76	0,143
	Анод	19,1	4,3	0,82	0,129
Медь	Катод	29,8	9,5	2,8	0,104
	Анод	38	8,6	3,3	0,092
Латунь Л-62	Катод	35,2	6,8	2,4	0,095
	Анод	32,4	8	2,6	0,1
Сталь Ст.3	Катод	22	7,2	1,6	0,161
	Анод	28,4	6,1	1,8	0,152
Сплав ВТ-20	Анод	27,2	5,3	1,5	0,108

Таким образом, эквивалентное приэлектродное напряжение U'_3 позволяет рассчитывать энергию W , поступающую из канала молнии в объект, если известен ток $i(t)$:

$$W = \int_0^t U'_3 i(t) dt. \quad (5.2)$$

Так как практически U'_3 не зависит ни от тока, ни от времени его прохождения, то

$$W \approx U'_3 \int_0^t i(t) dt = U'_3 Q, \quad (5.3)$$

где Q – протекший заряд.

Поскольку энергия пропорциональна заряду, часто размер эрозии электродов также связывают с протекшим зарядом [5.1], что в полной мере относится и к рассмотрению теплового действия молнии на объекты. Так как заряд, переносимый током молнии, в основном определяется постоянной составляющей тока молнии (см. § 2.4), то и тепловое действие молнии на объект главным образом зависит от этого тока.

Для расчетов теплового воздействия канала молнии на объект помимо эквивалентного приэлектродного напряжения необходимо знать размеры теплового источника.

Часто тепловой источник принимается точечным [5.4], что, естественно, приводит к ошибкам при определении распределения температуры в объекте, глубины проплавления и т.д. При решении ряда задач, связанных с обеспечением молниестойкости тонкостенных объектов, необходимы более достоверные исходные данные о параметрах теплового источника, в частности, о плотности теплового потока. При постоянном U'_3 плотность теплового потока однозначно связана с плотностью тока J .

В [5.5] средняя плотность тока определялась делением общего тока на площадь опорной зоны дуги, фиксируемой скоростным фотографированием через интерференционный светофильтр со средней длиной волны пропускания 402 нм и полосой пропускания 12 нм. Как и при определении U'_3 , расстояние между

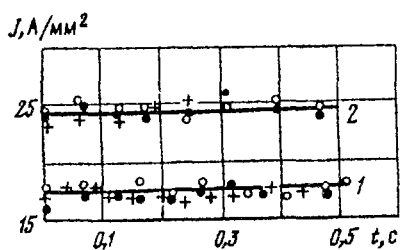
электродными составляло 20 см, что исключало влияние противоположного электрода на динамику опорной зоны дуги, исследования проводились как при постоянном токе разной длительности, так и при уменьшающемся во времени токе.

Инициирование разряда производилось взрывающейся тонкой провололочкой, оказывающей влияние на процесс лишь в течение десятых долей миллисекунды.

Как показали исследования, размеры опорной зоны довольно быстро (за время менее 1 мс) достигают предельного значения, зависящего только от материала электрода, значения и направления прохождения тока. По мере спада тока уменьшается и диаметр опорной зоны. Плотность тока, равная отношению тока в данный момент времени к площади опорной зоны, не меняется во времени.

На рис. 5.4 приведены данные о плотности тока при алюминиевых электродах. Принципиально такие же результаты получаются и при других материалах. Таким образом, при постоянных U_3^0 и J получается постоянной и плотность теплового потока $q_0 = U_3^0 J$. В табл. 5.1 приведены измеренные значения J и q_0 для разных материалов, а также величины r_0 / \sqrt{I} , где I — общий ток.

Рис. 5.4. Зависимости плотности тока от времени для катода (1) и анода (2):
 $I = 358$ А; \circ — 252 А; \bullet — 180 А



Данные, приведенные в табл. 5.1, обобщают результаты измерений при изменениях тока от 50 до 500 А и его длительности от 2 до 500 мс. Таким образом, получены сведения о поверхностном тепловом источнике в диапазоне значений токов и их длительностей, характерных для длительной составляющей тока молнии. Эти параметры теплового источника и использованы для расчетов температурных полей в объекте.

Как показано во многих работах (например в [2.1], при металлических электродах поток энергии из приэлектродной зоны

всегда много больше, чем объемный, обусловленный джоулевым нагревом. Лишь при плотностях тока более 10^5 А/мм² поверхностный и объемный источники становятся соизмеримы для металлов с высоким удельным электрическим сопротивлением. Так как плотность тока при длительной стадии молнии примерно на четыре порядка меньше указанного значения, то при металлических электродах достаточно учитывать лишь поверхностный источник тепла. Если объект изготовлен из композиционных материалов, обладающих низкой электрической проводимостью, например из углепластиков, то может потребоваться учет и объемного источника.

5.2. Описание тепловых процессов в объекте

При рассмотрении тепловых процессов в объекте воспользуемся цилиндрической системой координат, в которой тепловой источник имеет радиус r_0 (см. рис. 5.1). Система уравнений, описывающих процесс нагрева плоской неограниченной стенки толщиной h , имеет вид:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) - \frac{\partial}{\partial t}(c\gamma T) - b(T - T_0) + q_v = 0; \quad (5.4)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q(r, t), \quad z=0, \quad |r| \leq r_0, \quad t > 0; \quad (5.5)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \mu(T - T_0), \quad z=h, \quad z=0, \quad |r| > r_0; \quad (5.6)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad (5.7)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; c – удельная теплоемкость; γ – плотность материала; b – коэффициент температуропроводности; T_0 – температура окружающей среды; $q(r, t)$ – плотность поступающего в объект поверхностного теплового потока; q_v – плотность теплового потока, обусловленного объемным источником.

Если учитывать лишь поверхностный источник, то $q_v = 0$, следует принять $q_n = 0$. При $\mu = 0$ не учитывается теплообмен с окружающей средой.

Коэффициенты λ , c , γ в общем случае зависят от температуры, что сильно затрудняет решение системы уравнений (5.4)–(5.7). Однако вполне допустима линеаризация системы, при этом значения коэффициентов принимаются постоянными и равными табличным при определенной температуре. Далее будут выполнены расчеты при значениях λ , c и γ при комнатной температуре и при температуре, равной половине температуры плавления ($0,5T_{пл}$).

Решение системы уравнений (5.4)–(5.7) проводилось при равномерно распределенной в пределах окружности радиуса r_0 плотности теплового потока ($q = q_0 = JU'_0$) и распределении вида

$$q(r) = q_m \exp(-k^2 r^2 / r_0^2) = q_m \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (k^2 r^2 / r_0^2)^n, \quad (5.8)$$

где q_m — плотность теплового потока в центре источника ($r=0$); k — коэффициент сосредоточенности источника, определяемый по условию равенства тепловых потоков.

Схема теплового воздействия при различных распределениях теплового потока представлена на рис. 5.5. Различие результатов расчетов при разных значениях коэффициентов λ , c , γ и распределениях тепловых потоков будет продемонстрировано на примере определения проплавления пластины.

Система уравнений (5.4)–(5.7) учитывает лишь нагрев материала электрода. В действительности, кроме нагрева происходит изменение физического состояния материала — плавление и испарение. При необходимости учесть эти процессы к уравнениям (5.4)–(5.7) следует добавить граничные условия, состоящие из уравнений баланса тепловых потоков на границе раздела фаз

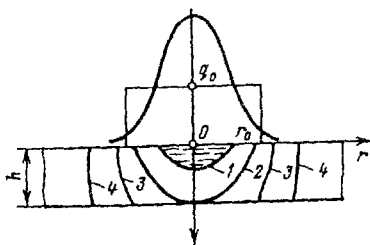


Рис. 5.5. К формулировке тепловой задачи: 1–4 — границы зоны проплавления в различные моменты времени ($t_1 < t_2 < t_3 < t_4$)

(твердой и жидкой, жидкой и парообразной), а также уравнения, описывающие перемещение фазовых границ. Однако далее будет показано, что при постоянной составляющей тока молнии часто нет необходимости учитывать потери энергии, идущие на фазовые превращения материала электродов.

5.3. Методы расчетов температурного поля в объекте

Распределение температуры в объекте в разные моменты времени может быть рассчитано путем численного или аналитического решения системы уравнений (5.4)–(5.8). Предпочтительным является аналитическое решение, так как оно позволяет непосредственно получить формулы для расчета температуры в любой точке объекта и позволяет проще проанализировать влияние различных факторов на температуру.

При расчетах тепловых полей в объекте, пораженном молнией, часто задачу упрощают. Тепловой источник в некоторых случаях принимается точечным, а его мощность берется равной произведению тока I на эквивалентное приэлектродное напряжение U'_3 : $P = IU'_3$. При постоянной мощности P , $h = \infty$, $\mu = 0$, $q_v = 0$ из системы уравнений (5.4)–(5.7) получается температура в точке $R = \sqrt{r^2 + z^2}$:

$$T(R, t) = \frac{P}{4\pi\lambda R} \operatorname{erfc}(R/2\sqrt{at}), \quad (5.9)$$

где

$$\operatorname{erfc}(R/2\sqrt{at}) = 1 - \operatorname{erf}(R/2\sqrt{at}) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{R/2\sqrt{at}} \exp(-\xi^2) d\xi;$$

$a = \lambda / (c\gamma)$ – коэффициент температуропроводности.

В [5.6] таким способом рассчитывалось тепловое воздействие молнии на стенку топливного резервуара. При этом принималось $U'_3 = 10$ В. Сопоставление расчетов по методике, изложенной

[5.4], и результатов экспериментов, содержащихся в [5.6], дает расхождение времени сквозного проплавления на 20% при длительностях тока 0,4–1 с. Как будет показано далее, расхождение при меньших длительностях импульсов тока увеличивается, достигая 100% и более. Поэтому требуется более точное решение системы уравнений (5.4)–(5.7).

Рассмотрим сначала решение системы без учета теплообмена с окружающей средой ($\mu = 0$). Используя метод источников токов (функций Грина), получим распределение температуры в виде интегралов от функции точечного мгновенного источника:

$$T(r, z, t) = \int_0^t \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} G(r, r', \varphi, \varphi', z, t, t') d\varphi' dr' dt', \quad (5.9a)$$

где $G(r, r', \varphi, \varphi', z, t, t')$ – функция точечного мгновенного источника, помещенного в точке с координатами r' и φ' на поверхности объекта в момент времени t' , удовлетворяющая системе (5.4)–(5.7).

В зависимости от соотношений толщины стенки h , амплитуды тока I и его длительности t возможны различные виды функции для полупространства, пластины и тонкой пластины, в которой температура по толщине пластины одинакова.

Для пластины и тонкой пластины функции соответственно имеют вид Ж

$$G = \frac{Q' \exp\left[\frac{R^2}{4a(t-t')}\right]}{4c\gamma[\pi a(t-t')]^{3/2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(2nh-z)^2}{4a(t-t')}\right]; \quad (5.10)$$

$$G = \frac{Q'}{3\pi \lambda h(t-t')} \exp\left[-\frac{R^2}{4a(t-t')}\right], \quad (5.11)$$

где $Q' = q_0 2\pi r' dr' d\varphi' dt'$ – количество теплоты, выделяемой в момент времени t' в начале координат;

$$R^2 = r^2 + (r')^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi').$$

Как показано в [5.7], подстановка (5.10) в (5.9a) дает следующее распределение температуры в пластине:

$$T(r, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma\lambda}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \operatorname{ierfc} u_{1n} - \operatorname{ierfc} u_{2n} + \frac{u_r^2}{2} \left(\frac{1}{u_n} \operatorname{erfc} u_{1n} - \frac{1}{u_{2n}} \operatorname{erfc} u_{2n} \right) - \left(\frac{u_r u_0}{u_{2n}} \right)^2 \left[\frac{\exp(-u_{2n}^2)}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2u_{2n}} \operatorname{erfc} u_{2n} \right] \right\}, \quad (5.12)$$

где

$$u_{1n} = \left[\frac{r^2 + (2nh - z)^2}{4at} \right]^{1/2}; \quad u_{2n} = \left[\frac{r_0^2 + r + (2nh - z)^2}{4at} \right]^{1/2};$$

$$u_{1n} = \frac{r}{2\sqrt{at}}; \quad u_0 = \frac{r_0}{2\sqrt{at}};$$

$$\operatorname{ierfc} u = \int_u^{\infty} \operatorname{erfc} \xi d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) - u \operatorname{erfc} u.$$

При $n=0$ выражение (5.12) представляет собой распределение температуры в полупространстве:

$$T(r, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma\lambda}} \left[\operatorname{ierfc} u_1 - \operatorname{ierfc} u_2 + \frac{u_r^2}{2} \left(\frac{1}{u_1} \operatorname{erfc} u_1 - \frac{1}{u_2} \operatorname{erfc} u_2 \right) - \left(\frac{u_r u_0}{u_2} \right)^2 \left(\frac{\exp(-u_2^2)}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2u_2} \operatorname{erfc} u_2 \right) \right], \quad (5.12a)$$

а при $r=0$ имеем распределение температуры по оси z полупространства:

$$T(r, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma\lambda}} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{at}} \right) - \operatorname{ierfc} \left(\frac{\sqrt{r_0^2 + z^2}}{2\sqrt{at}} \right) \right]. \quad (5.12b)$$

Распределение температуры по оси z пластины толщиной h получается из (5.12) при $r=0$:

$$T(0, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma \lambda}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\operatorname{ierfc} \left(\frac{2nh-z}{2\sqrt{at}} \right) - \operatorname{ierfc} \left(\frac{\sqrt{u_0^2 + (2nh-z)^2}}{2\sqrt{at}} \right) \right]. \quad (5.12\text{в})$$

Для тонкой пластины распределение температуры в результате подстановки (5.11) в (5.9а) имеет вид:

$$T(r, t) = T_0 + \frac{q_0 t}{c\gamma h} \left[\exp(-u_1^2) - \left(1 + \frac{u_1^2 u_0^2}{u_2^2} \right) \exp(-u_2^2) - u_0^2 \operatorname{Ei}(-u_2^2) \right], \quad (5.13)$$

где

$$u_1 = \frac{r}{2\sqrt{at}}; \quad u_2 = \frac{\sqrt{r_0^2 + r^2}}{2\sqrt{at}}; \quad \operatorname{Ei}(-u_2^2) = - \int_{u_2^2}^{\infty} \frac{\exp(-\xi)}{\xi} d\xi -$$

интегральная показательная функция.

При $r=0$ получим:

$$T(0, t) = \frac{q_0 t}{c\gamma h} [1 - i \operatorname{Ei}(-u_0^2)], \quad (5.13\text{а})$$

где

$$i \operatorname{Ei}(-u_0^2) = \exp(-u_0^2) + u_0^2 \operatorname{Ei}(-u_0^2).$$

При распределении плотности теплового потока в виде (5.8) для температуры по оси z имеем:

$$\begin{aligned} T(0, z, t) = & T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma \lambda}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k^{2n}}{n!} \left\{ n! \left(\frac{u_{1n}}{u_0} \right)^{2n} \frac{u_{1n}}{2\Gamma(n+3/2)} \times \right. \\ & \times \left[(-1)^{n+1} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} u_{1n} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u_{2n}^2) \sum_{m=1}^{n+1} (-1)^m \Gamma(n-m+3/2) u_{1n}^{(2m-2n-3)} \right] - \\ & \left. - \sum_{l=1}^n n(n-1) \dots (n-l+1) \left(\frac{u_{2n}}{u_0} \right)^{2l} \frac{u_{2n}}{2\Gamma(n+3/2)} \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \left[(-1)^{n+1} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} u_{2n} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u_{2n}^2) \sum_{m=1}^{n+1} \Gamma(n-m+3/2) u_{2n}^{(2m-2n-3)} \right] - \operatorname{ierfc} u_{2n} \left. \vphantom{\sum} \right\}, \quad (5.14)$$

где

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} \xi^{(x+1)} \exp(-\xi) d\xi.$$

На основе расчета температурных полей можно определить радиус и глубину зоны проплавления, время сквозного проплавления стенок объекта. Получение этих характеристик сводится к построению семейства температурных кривых в интервале от T_0 до температуры плавления $T_{\text{пл}}$ в интересующей точке при различных амплитудах и длительностях тока либо для различных точек в зависимости от времени. Поскольку полученные аналитические выражения содержат ряды и степенные функции, с целью снижения трудоемкости расчеты целесообразно проводить на ЭВМ. При расчетах можно воспользоваться также специальными функциями, приведенными в табл. 5.2.

Как следует из полученных формул, температурные поля зависят от распределения плотности теплового потока по поверхности опорной зоны и теплофизических характеристик материала. Проанализируем их влияние на характеристики проплавления пластины. Расчеты проведем по (5.12) при $q=q_0$ и по (5.14) при $n=0; 1$, что соответствует $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$. Значения теплофизических характеристик материала примем равными справочным при T_0 и при $0,5 T_{\text{пл}}$.

Результаты расчетов зависимости глубины проплавления $z_{\text{пл}}$ пластины-анода из алюминиевого сплава Д16Т толщиной 2 мм от времени при токе 300 А приведены на рис. 5.6. Как видно из рисунка, расхождения расчетных кривых невелики. Это означает, что для практических целей расчет характеристик проплавления

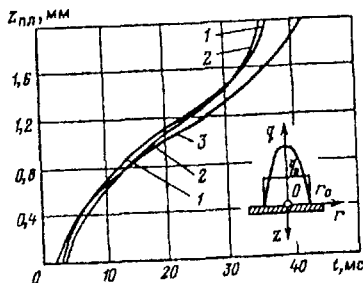
ния можно проводить при равномерно распределенной плотности теплового потока и значениях теплофизических характеристик материала, соответствующих комнатной температуре.

Таблица 5.2

Специальные функции, используемые при расчетах распределения температуры в электродах

u	$\operatorname{erf} u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-\xi^2} d\xi$	$\operatorname{erfc} u = 1 - \operatorname{erf} u$	$\operatorname{ierfc} u = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} - u \operatorname{erfc} u$	$Ei(-u) = -\int_u^{\infty} \frac{1}{\xi} e^{-\xi} d\xi$	$iEi(-u) = e^{-u} + u Ei(-u)$
0,0	0,0000	1,0000	0,5642	$-\infty$	1,0000
0,1	0,1125	0,8875	0,4698	-1,8229	0,9860
0,2	0,2227	0,7773	0,3866	-1,2227	0,8535
0,3	0,3286	0,6714	0,3142	-0,9057	0,7417
0,4	0,4284	0,5716	0,2526	-0,7024	0,6256
0,5	0,5205	0,4795	0,1997	-0,5598	0,5177
0,6	0,6039	0,3961	0,1560	-0,4544	0,4184
0,7	0,6778	0,3222	0,1201	-0,3738	0,3319
0,8	0,7421	0,2579	0,0912	-0,3106	0,2584
0,9	0,7969	0,2031	0,0692	-0,2601	0,1976
1,0	0,8427	0,1573	0,0503	-0,2194	0,1485
1,1	0,8802	0,1198	0,0365	-0,1860	0,1093
1,2	0,9103	0,0897	0,0226	-0,1584	0,0836
1,3	0,9340	0,0660	0,0183	-0,1355	0,0564
1,4	0,9523	0,0477	0,0127	-0,1162	0,0393
1,5	0,9661	0,0339	0,0086	-0,1000	0,0270
1,6	0,9763	0,0237	0,0058	-0,0863	0,0182
1,7	0,9838	0,0162	0,0038	-0,0746	0,0122
1,8	0,9891	0,0109	0,0022	-0,0647	0,0079
1,9	0,9928	0,0072	0,0016	-0,0562	0,0051
2,0	0,9953	0,0047	0,0010	-0,0489	0,0032

Рис. 5.6. Изменение во времени глубины проплавления $z_{пл}$ при различных значениях λ, c, γ и распределениях q : 1 - $q=2q(1-r_0^2)$; λ, c, γ - при $0,5 T_{пл}$; 2 - $q=q_0$; λ, c, γ - при T_0 ; 3 - $q=q_0$; λ, c, γ - при $0,5 T_{пл}$



Как уже отмечалось, система уравнений (5.4)–(5.7) описывает процесс нагрева без учета изменения физического состояния материала. Поэтому возникают погрешности расчета характеристик проплавления, связанные с неучетом затрат энергии на плавление и испарение. Для оценки погрешности рассмотрим тепловой процесс в тонкой пластине с учетом затрат энергии на фазовые превращения и сопоставим результаты с расчетами по формуле (5.13).

В тонкой пластине распространение изотермы проплавления происходит в радиальном направлении. В этом случае температуры твердой и жидкой фаз $T_1(r, t)$ и $T_2(r, t)$ должны удовлетворять дифференциальным уравнениям

$$\operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T_1) - \frac{\partial}{\partial t}(\gamma c_1 T_1) = 0, \quad r_{\text{пл}} < r < \infty; \quad (5.15)$$

$$\operatorname{div}(\lambda_2 \operatorname{grad} T_2) - \frac{\partial}{\partial t}(\gamma c_2 T_2) = 0, \quad 0 < r < r_{\text{пл}}, \quad (5.16)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют твердой и жидкой фазам.

Как следует из (5.15), при постоянных значениях λ , c и γ решением уравнений (5.15) и (5.16) в цилиндрических координатах является распределение температуры в виде $T_{1,2} = A_{1,2} + B_{1,2} \times \operatorname{Ei}(-r^2 4a_{1,2} t)$ с законом движения границы плавления $r_{\text{пл}} = \alpha \sqrt{t}$. Коэффициенты $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$, а также фазовый коэффициент плавления α определяются из граничных и начальных условий и уравнения баланса энергии. Подробное решение приведено в [5.8], и трансцендентное уравнение, определяющее связь α с удельной мощностью $I U_3' / h$, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{I U_3'}{\pi h} = & \alpha^2 (T_{\text{пл}} - T_0) \gamma (c_2 - c_1) + \alpha^2 \operatorname{схр} \left(\frac{\alpha^2}{4a_2} \right) \omega_{\text{пл}} \gamma - 4\lambda_1 (T_{\text{пл}} - T_0) \times \\ & \times \operatorname{схр} \left[-\frac{\alpha^2}{4} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) \right] / \operatorname{Ei} \left(-\frac{\alpha^2}{4a_1} \right), \end{aligned} \quad (5.17)$$

где $\omega_{\text{пл}}$ – удельная теплота плавления.

Справочные данные об изменении теплофизических характеристик конструкционных материалов в жидком состоянии отсутствуют. Поэтому примем $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $C_1 = C_2 = C$, $a_1 = a_2 = a$. Анализ, проведенный в [5.10] на примере алюминия, показывает, что разница в расчетах α при выборе значений теплофизических характеристик с учетом и без учета их изменения в жидкой фазе не превышает 8%.

Наиболее сильно влияние испарения проявляется в случае тонкой пластины. Если принять в качестве средней температуры паровоздушной фазы температуру кипения T_k и считать, что закон движения границы испарения имеет вид $r_{исп} = \beta\sqrt{t}$, то согласно [5.8] система трансцендентных уравнений, связывающих фазовые коэффициенты плавления α и испарения β с удельной мощностью IU'_3/h , имеет вид:

$$\beta^2 = \frac{\frac{IU'_3}{\pi h} - \alpha^2 (T_{пл} - T_0)(c_2 - c_1)\gamma}{\gamma(\omega_{исп} - \omega_{пл}) - \gamma c_2 (T_{пл} - T_0)}; \quad (5.18)$$

$$\text{Ei}\left(-\frac{\beta^2}{4a_2}\right) = \text{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_2}\right) + \frac{4\lambda_2 (T_k - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_2}\right) \text{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right)}{4\lambda_1 (T_{пл} - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right) - \alpha^2 \omega_{пл} \gamma \text{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right)}. \quad (5.19)$$

По этим уравнениям нетрудно построить зависимости α и β от IU'_3/h для конкретного материала, на основе которых удобно определить изменение радиуса плавления при заданном токе.

Результаты расчета радиусов проплавления по (5.13) и по выражениям (5.17)–(5.19) различаются не более чем на 10% при учете плавления и не более чем на 15% при учете испарения.

Как показывают расчеты изотерм плавления, в зависимости от амплитуды и длительности тока происходит выравнивание температур по толщине пластины (рис. 5.5). Поэтому, начиная с некоторого момента, процесс можно рассматривать как для тонкой пластины. Критерий перехода к этому режиму можно получить, приравняв решения (5.12) и (5.13):

$$4u_0 \frac{1 - \text{ierfc } u_0}{\sqrt{\pi} \text{Ei}(-u_0^2)} = \frac{r_0}{h}. \quad (5.20)$$

Зависимости $u_0(r_0/h)$ и $at(r_0/h)$ представлены на рис. 5.7. Область, соответствующая режиму тонкой пластины, отмечена штриховкой.

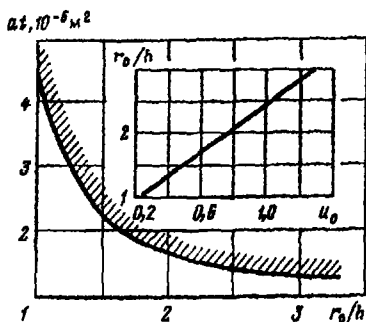


Рис. 5.7. Связь безразмерных параметров u_0 и r_0/h и область применимости решений для тонкой пластины

Для тонкой пластины условие возникновения испарения получим, приравняв решение (5.13) при $r=0$ температуре кипения материала T_K , равной для сплава температуре наиболее летучего компонента:

$$\frac{1 - iEi(-u_0^2)}{4\pi u_0^2} = \frac{h\lambda T_K}{iU_3'} \quad (5.21)$$

Выражения (5.20) и (5.21) позволяют определить для стенок объекта конкретной толщины диапазоны амплитуд токов и их длительностей, при которых расчет размеров зоны плавления и испарения можно проводить с использованием более простых выражений для фазовых коэффициентов, либо распределения температуры в тонкой пластине по (5.13).

На примере тонкой пластины проанализируем также влияние теплообмена с окружающей средой, так как тепловые процессы в такой пластине происходят наиболее интенсивно, а, следовательно, и влияние будет наиболее сильным.

Функция точечного мгновенного источника для тонкой пластины с учетом влияния теплообмена имеет вид:

$$G = \frac{Q'}{4\pi\lambda h(t-t')} \exp\left[-\frac{R^2}{4a(t-t')}\right] \exp[-b(t-t')]. \quad (5.22)$$

Подставив в (5.22) в (5.9), получим:

$$T(r, t) = T_0 +$$

$$+ \frac{q_0 t}{cyh} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(abt)^n}{n!(n+1)!} \left\{ \left[u_1^{(2n+2)} \text{Ei}(-u_1^2) - (-1)^n \exp(-u_1^2) \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k (n-k+1)! u_1^{(2k-2)} \right] - \right. \\ \left. - \left[u_2^{(2n+2)} \text{Ei}(-u_2^2) - (-1)^n \exp(-u_2^2) \sum_{k+1}^{n+1} (-1)^k (n-k+1)! u_2^{(2k-2)} \right] \right\}. \quad (5.23)$$

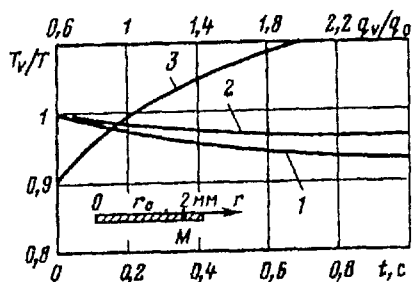
При $n=0$ выражение (5.23) представляет распределение температуры в теплоизолированной пластине (5.13).

Рассмотрим относительное изменение температуры при наличии воздушного потока, параллельного поверхности пластины и имеющего скорость v . Коэффициент теплоотдачи в этом случае может быть принят равным $\mu = 5,6 + 4v$ [5.11], а $ab = \mu / (cyh)$.

Рассчитанные по (5.23) зависимости относительного изменения температуры T_v/T (T_v – температура с учетом теплообмена, T – температура при $\mu = 0$) от времени t в точке M ($r = 2$ мм) пластины-анода из алюминиевого сплава Д16Т толщиной 1 мм при токе 200 А представлены на рис. 5.8. При расчетах использовались параметры теплового потока, приведенные в табл. 5.1, т.е. предполагалось, что воздушный поток не влияет на q_0 и r_0 .

Как показывают расчеты (кривые 1 и 2), изменение температуры при скоростях $v = 100 \div 200$ м/с и длительностях импульса тока в сотни микросекунд происходит всего на несколько процентов, т.е. теплообмен даже при больших скоростях воздушно-

Рис. 5.8. Зависимости относительной температуры T_v/T в точке M тонкой пластины-анода из сплава Д16Т толщиной 1 мм при токе $I = 100$ А от времени при скорости воздушного потока $v = 200$ м/с (кривая 1) и $v = 100$ м/с (кривая 2), а также относительного потока q_v/q_0 при $t = 0,1$ с (кривая 3)



го потока не играет существенной роли в распределении температуры в пластине.

Однако при наличии скоростного воздушного потока могут измениться параметры теплового потока q_0 и r_0 . Оценка влияния изменения q_0 на температуру в фиксированной точке может быть выполнена по зависимости T_s/T от отношения q_v/q_0 при $t=0,1$ с (кривая 3 на рис. 5.8), где q_v – плотность теплового потока при наличии воздушного потока. Изменение радиуса источника r_v учитывалось соотношением $r_v=r_0\sqrt{q_v/q_0}$. Как видно из рис. 5.8, относительное изменение плотности теплового потока q_v/q_0 от 0,6 до 2,0 не приводит к относительному изменению температуры, превышающему 10%, в рассматриваемой точке M ($r=2$ мм).

Приведенные аналитические выражения для температурных полей справедливы для прямоугольных импульсов тока, при которых неизменны во времени плотность теплового потока q и радиус опорной зоны канала разряда r_0 . В реальных условиях воздействия молнии на объект ток уменьшается, и на определенном временном интервале можно принять спад линейным. Как показывают эксперименты, в этом случае средняя плотность тока, равная отношению тока в данный момент времени к площади опорной зоны канала на поверхности электрода, не изменяется во времени, а опорная зона как бы следит за изменением тока. Поскольку плотность тока постоянна, остается неизменной и плотность поверхностного теплового потока q_0 , а закон изменения площади опорной зоны аналогичен закону изменения тока:

$$r_t^2 = r_0^2(1 - \delta t), \quad (5.24)$$

где r_t – радиус опорной зоны в момент времени t ; δ – коэффициент, учитывающий скорость спада тока во времени.

Одними из важнейших характеристик проплавления является глубина проплавления и время проплавления стенки заданной толщины. Найдем распределение температуры по оси z при постоянной плотности теплового потока $q=q_0$ и радиусе теплового источника, изменяющемся согласно (5.24). Как и при выводе

предыдущих выражений для распределении температур, -- и метод источников, а при интегрировании по координате r возьмем пределы интегрирования от 0 до r_t . В итоге получим:

$$T(0, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\sqrt{c\gamma h}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\text{ierfc } u_{1n} - \exp\left(\frac{r_0^2 \delta}{4a}\right) \text{ierfc } u_{2n} \right]. \quad (5.25)$$

Здесь $u_{1n} = (2nh - z) / 2\sqrt{at}$; $u_{2n} = \sqrt{r_0^2 + (2nh - z)^2} / 2\sqrt{at}$.

Проведем сравнение результатов расчета по (5.25) с экспериментальным определением времени сквозного проплавления стенки из стали Ст. 3 толщиной 2 мм с начальным током 200 А и $\delta = 2 \text{ с}^{-1}$. Экспериментальное время сквозного проплавления составляет 0,145–0,150 с, а расчет дает время 0,158 с. При расчете температура плавления стали принималась равной 1680 К, а значения параметров теплового потока были взяты из табл. 5.1.

При использовании выражений для $T(r, z, t)$ при малых временах необходимо иметь в виду их приближенный характер, вызванный заменой при интегрировании функций Бесселя первого рода нулевого порядка двучленами. Обоснование такой замены дано в [5.12], здесь отметим лишь, что наибольший интерес представляет распределение температуры под опорной зоной канала. Значение аргумента s функции Бесселя в этом случае соответствует границе теплового источника $s = r_0^2 / 2at$. Если взять два члена разложения в ряд функции Бесселя, то при $s \leq 1,5 \div 2,0$ ошибка не будет превышать 5–10%. В частности, для алюминиевого анода связь радиуса r_0 с током I следующая: $r_0 = 0,11 \cdot 10^{-3} \sqrt{I}$, и при $a = 1,01 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ получим $t \geq 0,3 \cdot 10^{-4} I$. Например, для тока $I = 100 \text{ А}$ $t \geq 3 \text{ мс}$. Это означает, что применимость предложенного метода расчета можно распространять и на длительности тока порядка миллисекунд.

Приведенные в данном параграфе сведения могут служить основой для расчетов температурных полей в объектах при воздействии на них канала молнии. При этом в большинстве случаев можно пользоваться наиболее простыми формулами, выведенными в предположении отсутствия теплообмена с окружающей средой, равномерного распределения теплового потока по опор-

ной зоне, постоянства теплофизических характеристик материала и неучета фазовых изменений материала, так как возникающие при этом погрешности невелики.

Вместе с тем подход к расчету температурных полей, развитый в данном параграфе, позволяет при необходимости более точно учесть влияние перечисленных факторов на тепловые процессы в объекте.

Следует отметить, что импульсные токи главных стадий молнии не внося существенного вклада в тепловой поток, поступающий в объект, могут оказывать влияние на характер поражения объекта. В частности, динамические возмущения, вызываемые током главного разряда, могут приводить к выбросу всей массы расплавленного материала за время, предшествовавшее главному разряду. При рассмотрении тепловых процессов непосредственно после главного разряда необходимо учитывать изменение начальных условий. Так, если главному разряду предшествовала лидерная стадия или стадия длительного тока, то начальным условием для расчетов является температурное поле, существовавшее к моменту возникновения главного разряда, с полным выбросом расплавленной массы материала. Сами эрозионные процессы, вызванные протеканием импульсного тока главного разряда, можно учесть, используя методики, изложенные, например, в [2.1].

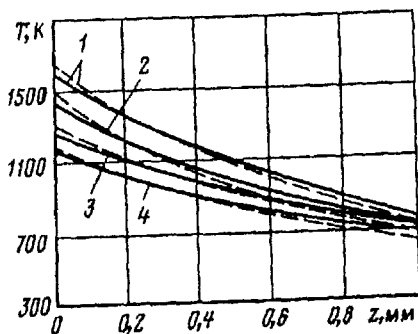
Далее рассмотрим результаты расчетов температуры по приведенным формулам в ряде конкретных случаев и сравним их с экспериментами.

5.4. Расчеты температуры некоторых объектов и сравнение расчетов с экспериментами

Для того чтобы продемонстрировать возможности разработанного метода расчетов температурных полей в объекте при поражении молнией и дать представление о температурах, возникающих под действием тепловых потоков из канала молнии, рассмотрим ряд конкретных случаев.

Расчитанные по (5.12а) и (5.14) распределения температуры в алюминиевом массивном электроде (полупространстве) приведены на рис. 5.9. При расчетах были приняты различные распределения плотностей теплового потока: постоянное $q=q_0$ (кривые 3 и 4) и по закону $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$ (кривые 1 и 2). Значения теплофизических характеристик алюминия приняты равными справочным данным при комнатной температуре T_0 (кривые 1 и 3) и при температуре $0,5 T_{пл}$ (кривые 2 и 4). Зависимости на рис. 5.9 построены для тока 100 А и его длительности 100 мс.

Рис. 5.9. Распределение температуры по оси z массивного алюминиевого электрода при токе $I=100$ А длительностью $t=100$ мс: 1 - $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$; λ, c, γ - при T_0 ; 2 - $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$; λ, c, γ - при $0,5 T_{пл}$; 3 - $q=q_0$; λ, c, γ - при T_0 ; 4 - $q=q_0$; λ, c, γ - при $0,5 T_{пл}$; — катод; - - - - анод



Как видно из рис. 5.9, распределение температуры в меньшей степени зависит от выбора теплофизических характеристик материала (разница в расчетах до 15%), чем от распределения плотности теплового потока (разница достигает 25% в центре опорной зоны при $z=0$). При $T \leq T_{пл}$ кривые сближаются. Следовательно, для точек, удаленных от поверхности электрода, неравномерность распределения теплового потока сказывается в меньшей степени, и при определении зон проплавления металла можно использовать расчетные выражения при $q=q_0$. Из рис. 5.9 также видно, что результаты расчетов при $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$ и теплофизических характеристиках материала, соответствующих $0,5 T_{пл}$ (кривая 3), мало отличаются от расчетов при $q=q_0$ и теплофизических характеристиках при T_0 (кривая 2). Это еще раз указывает на то, что выбор условий ($q=q_0$ и теплофизические характеристики при T_0) является обоснованным.

На рис. 5.10 приведены результаты расчетов по (5.12) перемещения во времени изотерм плавления в пластинах из сплава

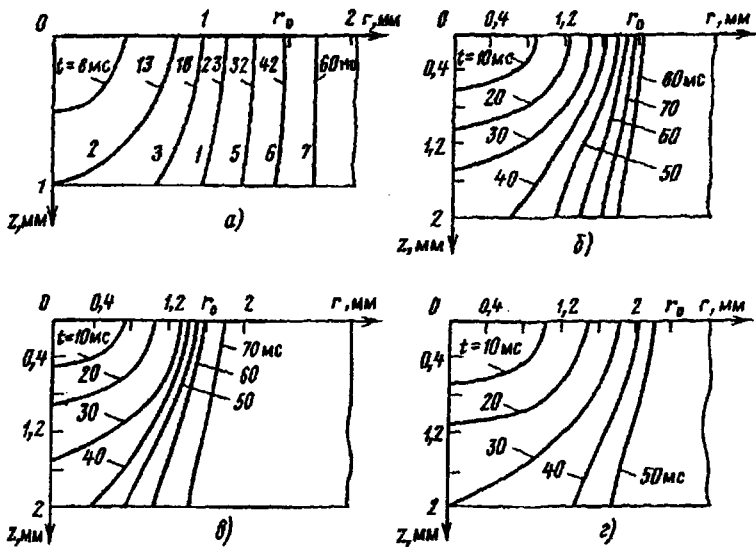


Рис. 5.10. Перемещение границы расплавленной зоны в пластинах из сплава Д16Т: а - $h=1$ мм, $I=200$ А; б - $h=2$ мм, $I=200$ А; в - $h=2$ мм, $I=300$ А; г - $h=2$ мм, $I=500$ А

Д16Т при различных толщинах h и токах I . Расчеты выполнены при $q=q_0$ для анода, данные для q_0 и r_0 взяты из табл. 5.1.

Из рис. 5.10 видно, что в зависимости от длительности тока может иметь место частичное плавление материала на глубину менее h , может наблюдаться сквозное проплавление (достижение границей плавления обратной стороны пластины), а также распространение зоны плавления вдоль пластины с переходом к режиму тонкой пластины, в которой радиусы проплавленных зон на лицевой и тыльной сторонах пластины совпадают.

Профиль изотермы в момент достижения обратной стороны пластины зависит от тока: чем выше ток, тем больше площадь расплавленной зоны на лицевой стороне пластины.

Рассмотрим некоторые примеры расчетов характеристик проплавления. На рис. 5.11 представлены кривые изменения температуры на обратной стороне пластины под центром опорной зоны $T(0, h, t)$ для листовых материалов толщиной 1 мм при различ-

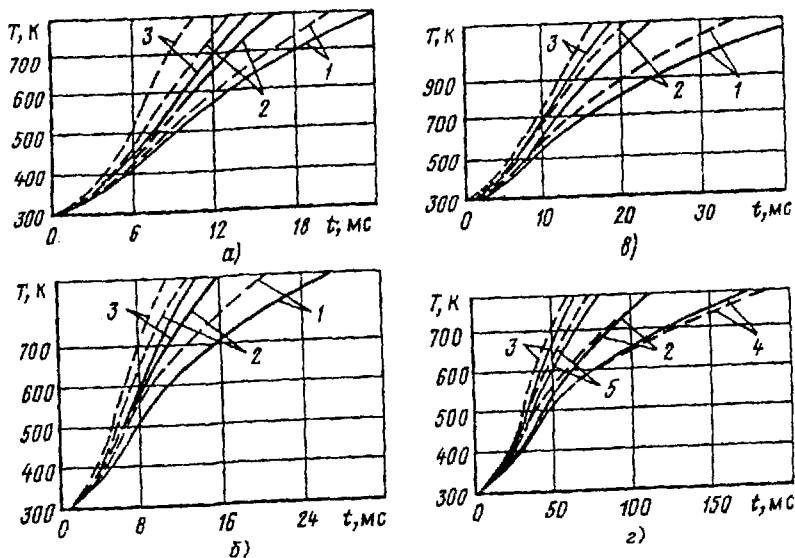


Рис. 5.11. Изменение температуры во времени $T(0, h, t)$ на обратной стороне пластины при токах 100 А (кривые 1), 150 А (кривые 4), 200 А (кривые 2), 300 А (кривые 5) и 400 А (кривые 3): а - сплав Д16Т, $h=1$ мм; б - сплав АМг-3М, $h=1$ мм; в - латунь Л-62, $h=1$ мм; г - сплав Д16Т, $h=2,5$ мм; ——— - катод; - - - - - анод

ных значениях тока и направлениях его прохождения. При проведении расчетов с $q=q_0$ использовались данные о параметрах теплового потока, приведенные в табл. 5.1, а также следующие значения характеристик материалов: для сплава Д16Т $c=1090$ Дж/(кг·К), $\gamma=2730$ кг/м³, $\lambda=154$ Вт/(м·К), $a=0,52 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $T_{пл}=775$ К; для сплава АМг-3М $c=860$ Дж/(кг·К), $\gamma=2670$ кг/м³, $\lambda=125$ Вт/(м·К), $a=0,54 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $T_{пл}=821$ К; для латуни Л-62 $c=380$ Дж/(кг·К), $\gamma=8500$ кг/м³, $\lambda=106$ Вт/(м·К), $a=0,33 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $T_{пл}=1178$ К. Границы осей ординат на рис. 5.11 соответствуют температурам плавления.

Как видно из рис. 5.11, а-в, анод проплавляется быстрее катода, что объясняется более высокими плотностями теплового потока на поверхности анода (см. табл. 5.1).

Аналогичные температурные зависимости $T(0, h, t)$ для сплава Д16Т толщиной 2,5 мм приведены на рис. 5.11, г. В этом

случае в отличие от рис. 5.11, *a–в* при токах менее 200 А катод проплавляется быстрее, что является следствием определяющей роли площади теплового источника на поверхности пластины.

На основе температурных зависимостей $T(0, h, t)$, полученных для различных токов, можно построить зависимости времени сквозного проплавления пластин $t_{пл}$ от тока I для различных толщин (рис. 5.12). Как видно из этих рисунков, при значе-

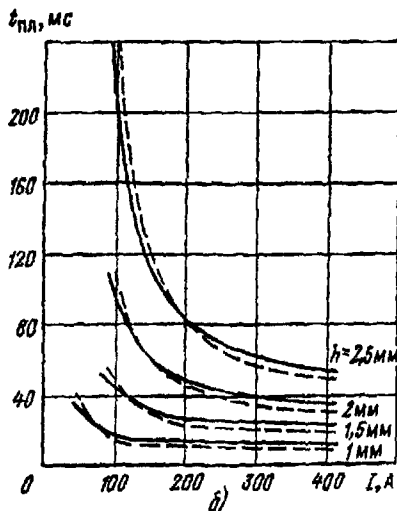
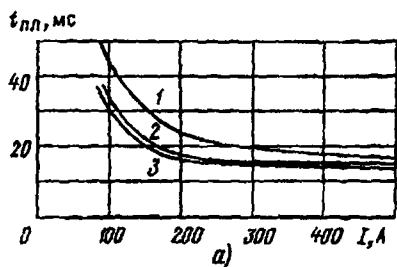
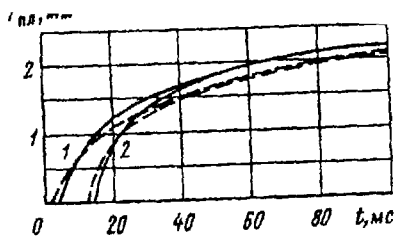


Рис. 5.12. Зависимости времени проплавления $t_{пл}$ пластин толщиной 1 мм из латуни Л-62 (кривая 1), сплава Д16Т (кривая 2), сплава АМг-3М (кривая 3) (*a*) и пластин из сплава Д16Т разной толщины h (*б*) от тока: — катод; - - - - - анод

ниями более 200 А ток оказывает меньшее влияние на время сквозного проплавления, чем при значениях 50–100 А. В области больших токов анод проплавляется быстрее, чем катод (рис. 5.12, *б*).

Для определения электрической эрозии важной характеристикой помимо глубины проплавления является радиус зоны проплавления материала. На рис. 5.13 представлены зависимости радиусов проплавления $r_{пл}$ лицевой и обратной сторон пластины из сплава Д16Т толщиной 1 мм от длительности разряда при токе 200 А. Радиус проплавления, как и глубина проплавления, определялся по расчетной точке солидус (начало проплавления). Как видно из рис. 5.13, анод проплавляется быстрее, но радиус проплавления обратной стороны для катода с течением времени становится больше, чем для анода, что объясняется большим радиусом теплового источника на катоде.

Рис. 5.13. Зависимости радиуса проплавления $r_{\text{пл}}$ лицевой (1) и обратной (2) сторон пластины из сплава Д16Т толщиной 1 мм от длительности разряда при токе 200 А: — — — катод; - - - - - анод



Интерес представляет движение изотермы плавления по оси z , определяющее скорость проплавления пластины и рассчитываемое по (5.12, б, в). В качестве примера таких расчетов на рис. 5.14, а представлено изменение во времени глубины проплавления $z_{\text{пл}}$ пластин из сплава Д16Т различной толщины при токе 300 А. Из рис. 5.14, а видно, что скорость проплавления пластин меньшей толщины выше.

На рис. 5.14, б приведены зависимости глубины проплавления от времени для пластины из сплава Д16Т толщиной 2,5 мм при различных токах. Из рисунка видно, что при токе 150 А происходит пересечение кривых для катода и анода, т.е. начинается более быстрое проплавление катода при больших токах. Это объясняется тем, что с возрастанием длительности теплового воздействия при меньших токах на скорость проплавления оказывает влияние не только плотность теплового потока, но и размеры теплового источника.

В дополнение к приведенным расчетным результатам дадим сведения о сопоставлении

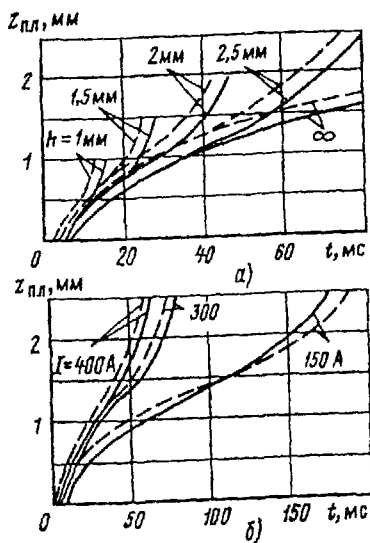


Рис. 5.14. Изменения во времени глубины проплавления $z_{\text{пл}}$ пластин из сплава Д16Т при токе $I=300$ А и разных толщинах (а) и пластины толщиной 2,5 мм при разных токах I (б)

ях результатов расчетов и экспериментов. Для этого были выполнены расчеты при условиях, для которых в литературе имеются экспериментальные данные. Кроме того, в дальнейшем используем экспериментальные данные, полученные Н.Р. Абрамовым, частично опубликованные в [5.3].

Сравнение расчетных зависимостей глубины проплавления алюминиевого массивного электрода с экспериментальными данными приведено на рис. 5.15, а. Расчет проводился с использованием выражений (5.12, б) (кривая 2) и (5.14) с учетом двух членов ряда (кривая 1). Экспериментальные точки получены путем изготовления шлифов поперечного разреза пораженных участков электродов.

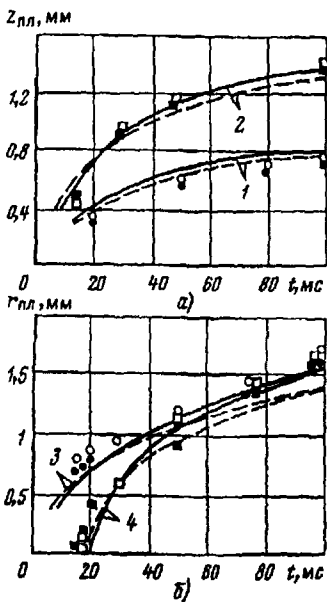


Рис. 5.15. Зависимости глубины проплавления массивного алюминиевого электрода (а) и пластины из сплава Д16Е толщиной 1 мм (б) от длительности разряда: 1 – расчет при $I=100$ А, $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$, λ, c, γ, a при $0,5 T_{пл}$; 2 – расчет при $I=400$ А, $q=q_0$, λ, c, γ, a при T_0 ; 3 – расчет при $I=100$ А, обратная сторона пластины; о, □, — — — катод; ●, ■, — — — — — анод

Как видно из рис. 5.15, а, расчетные зависимости $z_{пл}$, полученные при различных распределениях плотности теплового потока $q=2q_0(1-r^2/r_0^2)$ и $q=q_0$, согласуются с экспериментом с погрешностью не более 10–15%. Экспериментальные точки для катода и анода при токе 100 А и длительности 0,1 с лежат между кривыми 2 и 3 на рис. 5.9, что говорит о том, что при расчетах можно пользоваться средней плотностью теплового потока q_0 и брать значения теплофизических характеристик, соответствующие T_0 или $0,5 T_{пл}$.

На рис. 5.15, б приведены зависимости радиуса проплавления $r_{пл}$ пластин из сплава Д16Т толщиной 1 мм от длительности разряда при токе разряда 100 А для лицевой и обратной сторон. Расчетные

зависимости построены согласно выражению (5.12) с использованием средних значений теплофизических характеристик материала при 550 К. Экспериментальные точки получены путем измерения радиусов расплавленных зон разрядов определенной длительности. Расчетные и экспериментальные данные рис. 5.15, б хорошо согласуются. Необходимо также отметить, что при длительностях разряда 60–70 мс расчетные и экспериментальные значения радиусов проплавления катода и анода на лицевой и оборотной сторонах практически одинаковы, что согласуется с условием перехода к режиму тонкой пластины (5.20). Расчет радиуса проплавления с использованием выражения (5.13) для тонкой пластины при $t \geq 70$ мс также дает удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Представляет интерес сравнение расчетов с экспериментом с учетом и без учета затрат тепла на разовые изменения в тонкой пластине. На рис. 5.16 приведены зависимости радиусов проплавления тонкой алюминиевой пластины от длительности разряда при токе 100 А. Кривые 2 соответствуют расчету с использованием закона перемещения границы плавления $r_{пл} = \alpha\sqrt{t}$ при $\alpha = 1,35 \cdot 10^{-2}$ м/с^{0,5} для катода и $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-2}$ м/с^{0,5} для анода. Эквивалентное прикатодное напряжение составляло 10,2 В, прианодное 8,2 В. Кривые 1 соответствуют расчету без учета изменения физического состояния по выражению (5.13) при теплофизических характеристиках алюминия при 600 К и параметрах теплового потока, приведенных в табл. 5.1. Как видно из рисунка, расчетные кривые хорошо согласуются с экспериментальными точками.

Проплавление и испарение материала тонких пластин приводит к образова-

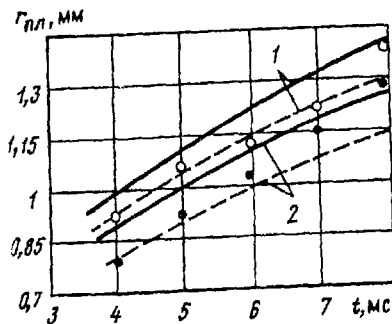


Рис. 5.16. Изменения во времени радиуса проплавления алюминиевой пластины толщиной 0,2 мм при токе 100 А: 1 – расчет без учета изменения физического состояния материала; 2 – расчет с учетом затрат энергии на плавление; о, — — — — катод; •, — — — — анод

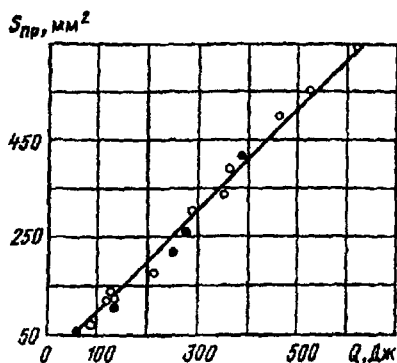


Рис. 5.17. Зависимость площади отверстия $S_{пр}$ в алюминиевой пластине толщиной 0,2 мм от поступившей энергии Q : \circ — катод; \bullet — анод

нию отверстия. Для определения площади, соответствующей испарившемуся материалу, можно использовать фазовый коэффициент β , зависимость которого от IU_3/h определяется уравнением (5.18). Зависимости площади испарения от энергии, поступившей в пластину, имеют линейный характер при любых направлениях прохождения тока, т.е. подтверждается экспериментальная зависимость площади отверстия $S_{пр}$ от энергии Q , показанная на рис. 5.17. Естественно, площадь испарения

несколько меньше площади отверстия, так как в реальных условиях теплового воздействия происходит перемещение расплавленного металла под действием сил тяжести и поверхностного натяжения после окончания разряда.

Исследования эрозии тонких пластин, сопровождающейся плавлением и испарением материала, дают ответ на вопрос о влиянии изменения физического состояния материала на тепловые процессы. Как видно из полученных результатов, роль фазовых изменений не столь существенна, и при применяемой на практике толщине листовых материалов от 1 мм и более можно использовать расчетные выражения, не учитывающие фазовых изменений. С другой стороны, расчет эрозии для тонкой пластины имеет и практическое значение, связанное, например, с длительным тепловым воздействием молнии на тонкостенные объекты.

До наступления режима тонкой пластины большую опасность может представить сквозное проплавление стенок объекта. Для определения времени проплавления пластины используем выражение (5.12в). На рис. 5.18 представлены зависимости времени сквозного проплавления $t_{пш}$ пластин из сплава Д16Т от

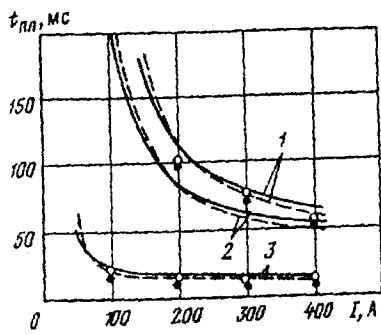


Рис. 5.18. Зависимости времени проплавления $t_{пл}$ пластины из сплава Д16Т от тока I : 1, 2 – расчет для $h=2,5$ мм и $\epsilon, \gamma, \lambda, a$ при $0,5 T_{пл}$ и T_0 ; 3 – расчет для $h=1$ мм; \circ , ——— — катод; \bullet , - - - - - анод

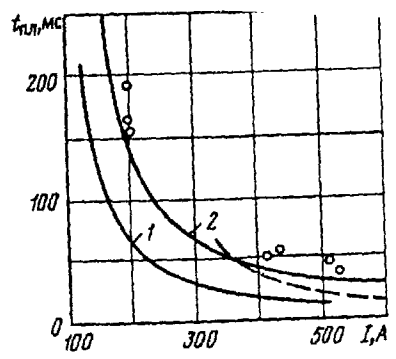


Рис. 5.19. Зависимости времени проплавления $t_{пл}$ алюминиевой пластины-анода толщиной 2 мм от тока I : \circ – эксперимент [5.14]; ——— — эксперимент [5.13]

разрядного тока I при различных толщине и значениях теплофизических характеристик. Как видно из рисунка, расхождение расчетов и экспериментов невелико.

На рис. 5.19 приведено сравнение расчетов по (5.12в) времени сквозного проплавления $t_{пл}$ при разных токах для алюминиевой пластины-анода толщиной 2 мм с результатами экспериментов, изложенных в [5.10, 5.11], а также с расчетом по (5.9) в случае точечного источника [5.4]. Расчет по выражению (5.12в), полученному с учетом размеров теплового источника (кривая 2 на рис. 5.19) дает согласие с экспериментальными данными с погрешностью не более 15%. При расчете методом точечного источника [5.4] (кривая 1 на рис. 5.19) имеется двукратное расхождение с экспериментом. Кроме того, формула (5.9) не объясняет наблюдаемое в экспериментах [5.12] более быстрое проплавление пластин-анодов, поскольку входящая в эту формулу мощность P прямо пропорциональна напряжению U'_3 , которое имеет большее значение для катода (табл. 5.1). Например, расчет по (5.9) дает время сквозного проплавления пластины из сплава Д16Т толщиной 1 мм при токе 100 А в случае катода 8,8 мс, а анода –

10,1 мс, в то время как экспериментальные значения составляют 17 и 15 мс для катода и анода соответственно.

Как показывают исследования, плотность теплового потока имеет большее значение для анода (табл. 5.1), что и объясняет более быстрое проплавление пластины-анода.

Из изложенного ясно, что при расчетах характеристик проплавления необходимо учитывать размеры поверхностного теплового источника, что дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом.

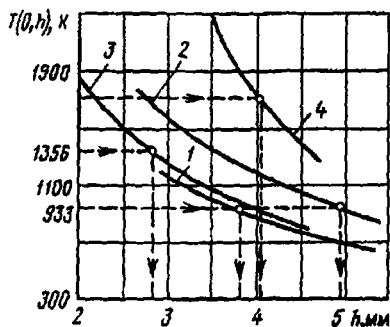


Рис. 5.20. Зависимости температуры $T(0, h)$ на обратной стороне пластин от толщины h : 1 — алюминий при токе 200 А длительностью 1 с; 2 — алюминий при токе 500 А длительностью 0,4 с; 3 — медь при токе 500 А длительностью 0,4 с; 4 — сталь Ст.3 при токе 500 А длительностью 0,4 с

Важное значение при решении вопросов молниезащиты объектов в ряде случаев имеет правильный выбор толщины стенки объекта (например, топливного резервуара, бака). Часто можно считать толщину стенки допустимой, если на внутренней стороне температура не превышает некоторого значения, меньшего температуры плавления. На рис. 5.20 представлены зависимости температуры $T(0, h)$ от толщины h стенок из различных материалов, полученные при разных токах, но одинаковом переносимом заряде 200 Кл.

Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что большая допустимая толщина стенки получается при токе 500 А длительностью 0,4 с по сравнению с током 200 А длительностью 1 с. Этот вывод, а также полученные значения толщины, соответствующие температуре плавления (стрелки и штриховые линии на рис. 5.20), согласуются с результатами экспериментов, изложенных в [5.14]. Так, для тока 500 А при длительности 0,4 с допустимая толщина алюминиевой стенки равна 4,9 мм, а медной — 2,8 мм. В [5.14] рекомендуется брать толщины молниезащитных шин из алюминия

4,5 мм, а из меди – 2,9 мм, что практически совпадает с другими значениями.

Таким образом, глубина проплавления при одном и том же значении протекшего заряда зависит от постоянной составляющей тока молнии. При выборе допустимой толщины стенок объектов, поражаемых молнией, необходимо учитывать максимальное значение тока, а не только протекший заряд, как рекомендуется в [5.11–5.13].

5.5. Особенности теплового воздействия канала молнии на летательные аппараты

Особенности теплового воздействия канала молнии на летательные аппараты обусловлены перемещением аппарата в неподвижном воздухе. Это приводит не только к появлению тангенциальной составляющей скорости воздушного потока относительно опорной зоны канала молнии, вызывающей унос тепла из этой зоны, но и к смещению опорной зоны и изменению параметров теплового потока.

Как было показано в предыдущем параграфе, влияние воздушного потока на теплообмен даже при больших скоростях потока не существенно, если опорная зона не перемещается и не изменяются параметры теплового потока. Однако в действительности это не так.

В [5.14] экспериментально исследовалось поведение дуги при перемещении электрода в неподвижном воздухе, а в [5.15] – при воздушном потоке, действующем на дугу, с целью моделирования воздействия молнии на летательные аппараты. Исследования показали, что как в первом, так и во втором случае наблюдается деформация канала дуги. Участок, непосредственно прилегающий к электроду, изгибается и становится практически параллельным поверхности электрода. По мере удлинения этого участка и роста падения напряжения на нем происходят пробой

между основной частью канала дуги и электродом. Зашунтированная часть дуги гаснет.

Таким образом, помимо плавного перемещения опорной зоны канала со скоростью, в несколько раз меньшей относительной скорости воздушного потока, наблюдается скачкообразное изменение места положения опорной зоны. Если поверхность электрода имеет дефекты, царапины или покрытие в виде краски, лака и т.п., то плавного перемещения опорной зоны не наблюдается вплоть до скоростей порядка многих десятков метров в секунду.

Для анализа теплового воздействия движущейся дуги на объект важным параметром является время удержания дуги на одном месте. Если дуга перемещается плавно, то ее можно считать квазинеподвижной в течение времени, за которое она перемещается на расстояние, равное диаметру опорной зоны.

При скачкообразном изменении места положения опорной зоны время горения дуги в одной точке (время удержания) согласно [5.14, 5.15] лежит в пределах от нескольких до десятков миллисекунд, а связанное с ним расстояние между отдельными точками поражения (следами оплавления) -- от нескольких до десятков сантиметров, а при наличии диэлектрического покрытия на электроде -- до метра и более. Время удержания опорной зоны на катоде оказывается в несколько раз больше, чем на аноде.

Таким образом, локальное тепловое воздействие канала молнии на движущийся объект ограничивается временем удержания опорной зоны на одном месте. Существенное влияние на характер теплового воздействия оказывает диэлектрическое покрытие электрода. Оно не только увеличивает время удержания, но и изменяет характеристики теплового потока, так как покрытие затрудняет расширение опорной зоны. В результате плотность теплового потока возрастает и глубина проплавления оказывается больше, чем при голом электроде.

5.6. Определение сечения проводников по условиям нагрева током молнии

При прохождении тока по узким участкам объекта, проводам и шинам, связывающим молниеприемник с контуром заземления, плотность тока может оказаться значительной и будет иметь место джоулев нагрев материала, что может привести к чрезмерно высокой температуре или даже к тепловому разрушению токонесущего провода. При прохождении тока тепловой источник является объемным, и нагрев материала описывается уравнением (5.1). Удельное электрическое сопротивление большинства металлов зависит от температуры, и эта зависимость в широком диапазоне температур (от комнатной T_0 вплоть до температуры плавления) имеет вид:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha T), \quad (5.26)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при T_0 ; α – температурный коэффициент сопротивления.

Подставляя (5.26) в (5.1), после разделения переменных T и интегрирования получим температуру

$$T = T_0 + \frac{1}{\alpha} \left[\exp \frac{\alpha \rho_0 A}{c \gamma S^2} - 1 \right], \quad (5.27)$$

где $A = \int_0^{\infty} i^2 \alpha t$; S – площадь токоведущей части сечения проводника.

Если не учитывать поверхностный эффект и эффект близости, то можно считать, что ток равномерно распределен по сечению проводника и S равно площади сечения. При наличии поверхностного эффекта величина S в (5.27) равна произведению эквивалентной глубины проникновения электромагнитного поля в материал проводника на периметр сечения проводника.

Эквивалентная глубина проникновения Δ в неферромагнитных материалах рассчитывается по формуле (3.13).

Несмотря на то что импульс тока главного разряда молнии имеет сложную форму, формулу (3.13) можно использовать для

оценок Δ , подставляя в нее частоту первой гармоники тока. Для импульсов длительностью 40 мкс частота $\omega \approx 8 \cdot 10^4$ 1/с, и глубина проникновения Δ равна: для меди – примерно 0,6 мм, алюминия – 0,7 мм, стали – 1,4 мм (в сильном магнитном поле при полном насыщении), нержавеющей стали – 4,5 мм. Эти значения ω и Δ отличаются от определенных в § 3.2, так как там нас интересовали напряженности электрического поля в начале импульса, до момента максимума тока.

Как показано в гл. 2, значение A в основном определяется током главного разряда молнии. Оно в сильной степени зависит от длительности импульса тока. Для испытательного тока амплитудой 200 кА длительностью 40 мкс $A=0,6 \cdot 10^6$ А²·с, а для тока главного разряда с положительно заряженного облака длительностью 200 мкс $A=2,7 \cdot 10^6$ А²·с. Для этих значений A с помощью (5.27)

были рассчитаны повышения температуры $\Delta T = T - T_0$ проводников после прохождения по ним единичного импульса амплитудой 200 кА в зависимости от площади токопроводящей части сечения. Результаты расчетов приведены на рис. 5.21. По кривым на этом рисунке нетрудно определить требуемое сечение S , если известна допустимая температура на поверхности проводника $T = T_0 + \Delta T$. По условиям пожарной безопасности эта температура должна быть меньше температуры воспламенения горючих материалов, соприкасающихся с проводником. Если проводник с током изолирован, то максимальный его нагрев ограничен температурой, выдерживаемой изоля-

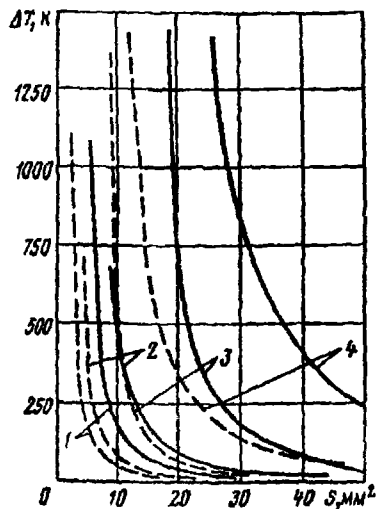


Рис. 5.21. Повышение температуры проводников ΔT из разных материалов после прохождения тока молнии в зависимости от площади токопроводящего сечения: 1 – медь; 2 – алюминий; 3 – сталь; 4 – нержавеющая сталь; — — — $A=2,7 \cdot 10^6$ А²·с; - - - - $A=0,6 \cdot 10^6$ А²·с

ней. В случае неизолированного проводника, находящегося в воздухе, допустим его нагрев до температуры, при которой материал еще сохраняет механическую устойчивость. Естественно, эта температура меньше температуры плавления.

При наличии поверхностного эффекта предельная температура на поверхности проводника может быть принята равной температуре плавления. В этом случае за счет теплопроводности в глубь проводника температура на поверхности после прохождения импульса тока быстро падает, и проводник может сохранить свою первоначальную форму.

Как видно из рис. 5.21, при заданной предельной температуре требуемая площадь S оказывается гораздо большей при $A=2,7 \cdot 10^6 \text{ A}^2 \cdot \text{с}$ (сплошные линии), что соответствует главным разрядам с положительно заряженного облака, чем при $A=0,6 \cdot 10^6 \text{ A}^2 \cdot \text{с}$ (штриховые линии).

Таким образом, сечение проводников должно выбираться по условию прохождения по ним более длительного импульсного тока главного разряда при положительно заряженном облаке.