

## Лабораторная работа 2

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОБОЯ ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФОКА–СЕМЕНОВА

### 2.1. Теория процесса

Для создания модели процесса необходимо определить факторы, в наибольшей степени влияющие на развитие процесса старения и образование канала пробоя. В твердых диэлектриках присутствуют дефекты различного вида, стохастически распределенные по рабочему объему. Это, например, газовые, металлические, углеродные включения различных форм и размеров, субмикро- и микротрещины, различная пыль, несовершенство контакта электрод–диэлектрик и самые различные внутренние дефекты структуры электроизоляционной системы.

Как правило, выявить дефект, ответственный за отказ конкретного электроизоляционного изделия или системы, не представляется возможным. Тем не менее можно утверждать, что электрофизическое состояние диэлектрика в локальной области нахождения дефекта отличается от состояния всей матрицы. В частности, это проявляется в изменении локальной проводимости и диэлектрической проницаемости, наличии большой концентрации *ловушек заряженных частиц* и *дилатонов*, что в свою очередь приводит к локальному увеличению тока проводимости, накоплению объемных зарядов и к перераспределению напряженности электрического поля в диэлектрике. Появляются *области с высокой локальной напряженностью электрического поля*, что вызывает дальнейшее увеличение тока проводимости в этой области, разогрев, разрушение *дилатонов* и зарождение канала пробоя [1]. Особенно заметна локализация тока перед пробоем. Происходит «шнурование или контрагирование тока» в месте будущего прорастания канала пробоя [2–4]. Значение радиуса канала тока в зависимости от материала диэлектрика находится в пределах от 0,2 до 35 мкм. Таким образом, при разработке модели, как наиболее значимые должны быть учтены следующие составляющие:

- дефекты, случайным образом распределенные в объеме диэлектрика и имеющие различную исходную проводимость;
- локальное распределение объемных зарядов в процессе воздействия электрического поля на диэлектрик;
- изменяющееся тепловое состояние локальных зон диэлектрика, как функция протекающего локального тока и образца в целом.

В качестве базовой модели для дальнейшей разработки выбрана апробированная успешной практикой тепловая теория пробоя твердых диэлектриков Фока–Семенова.

Теория теплового пробоя разработана В.А. Фоком на основе решения дифференциальных уравнений теплового баланса для случая одномерного

плоского или цилиндрического конденсатора с диэлектриком. Рассмотрим решение задачи при рационализированной форме записи уравнений. Для плоского конденсатора с диэлектриком уравнение теплового баланса и граничные условия (в случае постоянного электрического поля) могут быть записаны в виде:

$$\frac{\lambda d^2 T}{dz^2} + j^2 R = 0, \quad j = \text{const}; \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dz} \Big|_0 = 0; \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{dT}{dz} \Big|_h = \frac{c \cdot \lambda (T - T_0)}{h} = j\Phi, \quad (3)$$

где  $\lambda, \lambda_1$  – коэффициенты теплопроводности диэлектрика и металлического электрода;  $T, T_0$  – температура в точке  $z$  и в окружающей среде;  $2h, \delta$  – толщина диэлектрика и электрода;  $R$  – удельное сопротивление;  $j$  – плотность тока;  $c$  – коэффициент;  $2\Phi$  – разность потенциалов между электродами;

$$c = \frac{\lambda_1 \sigma \cdot h}{\lambda (\lambda_1 + \sigma \delta)}, \quad (4)$$

где  $\sigma$  – коэффициент внешней теплопроводности.

Коэффициент  $c$  рассчитывается с учетом линейной зависимости температуры от координаты.

Согласно уравнению теплового баланса количество тепла, выделяемого в расчете на единицу объема, равно количеству тепла, отводимого от этого участка диэлектрика:

$$Q_a = j^2 R; \quad (5)$$

$$Q_b = -\lambda \frac{d^2 T}{dz^2}. \quad (6)$$

Первое граничное условие (4) говорит о том, что плотность тока  $j$  в стационарном случае постоянна по всей толщине диэлектрика.

Второе граничное условие (5) означает, что в соответствии с симметричной конструкцией рассматриваемого плоского конденсатора температура в центре диэлектрика максимальна.

Третье граничное условие (6) выражает равенство между количеством тепла, подводимого к границе раздела диэлектрик–электрод и отводимого от этой границы. Коэффициент  $c$  рассчитывается с учетом линейной зависимости температуры от координаты в пределах электродов. Обычно уравнения теплового баланса решают при допущении, что удельное сопротивление экспоненциально зависит от температуры:

$$R = R_0 \exp[-a (T - T_0)], \quad (7)$$

где  $R_0$  – удельное сопротивление при  $T = T_0$ .

Введем новые переменные:

$$V = a (T - T_0); \quad (8)$$

$$y = z / h. \quad (9)$$

Тогда приведенные равенства можно записать в безразмерном виде:

$$\frac{d^2V}{dy} + D \cdot \exp(-V) = 0; \quad (10)$$

$$\frac{dV}{dy} \Big|_0 = 0; \quad (11)$$

$$-\frac{dV}{dy} \Big|_1 = cV_1 = \xi, \quad (12)$$

где  $\xi = ahj\phi / \lambda, \quad (13)$

$$D = ah^2R_0j^2 / \lambda. \quad (14)$$

Интегрируя уравнение теплового баланса с учетом граничных условий, получаем:

$$\arccos \exp\left(\frac{V_1 - V_m}{2}\right) = \sqrt{\frac{D}{2}} \exp\left(-\frac{V_m}{2}\right), \quad (15)$$

где  $V_m = a(T_m - T_0)$ ,  $T_m$  – максимальная температура при  $z = 0$ .

Введя обозначения,

$$\alpha = \arccos \exp\left(\frac{V_1 - V_m}{2}\right), \quad (16)$$

установим зависимость между  $\xi$  и  $D$  в параметрической форме:

$$\xi = 2\alpha \operatorname{tg}\alpha; \quad (17)$$

$$D = 2\alpha^2 \sec^2 \alpha \exp\left(\frac{2\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha}{c}\right). \quad (18)$$

Эти зависимости определяют вольт-амперную характеристику рассматриваемого конденсатора с учетом нагревания электрическим током. Такая характеристика выражается соотношением

$$\sqrt{D} = f(\xi / \sqrt{D}). \quad (19)$$

Зависимость (19) имеет максимальное значение при предельном отношении

$$\xi_{\text{пр}} / \sqrt{D_{\text{пр}}}, \quad (20)$$

выше которого уравнение теплового баланса решения не имеет. Следовательно, это значение соответствует условию теплового пробоя. Математически условие пробоя может быть выражено в виде

$$\frac{d\phi}{dj} = 0, \quad (21)$$

то есть 
$$\frac{d(\xi\sqrt{D})}{d\sqrt{D}} = 0. \quad (22)$$

Выводим условие пробоя:

$$c = \sin \alpha_{\text{пр}} \sec^3 \alpha_{\text{пр}} (\alpha_{\text{пр}} + \sin \alpha_{\text{пр}} \cos \alpha_{\text{пр}}). \quad (23)$$

Для вычисления пробивного напряжения полученное из этого условия значение следует подставить в равенство, определяющее разность потенциалов между электродами:

$$U_{\text{пр}} = 2\varphi_{\text{пр}} = 2\sqrt{\frac{\lambda R_0}{\alpha}} \cdot \frac{\xi_{\text{пр}}}{\sqrt{D_{\text{пр}}}} = \sqrt{\frac{8\lambda R_0}{c}} \Phi(c) \quad (24)$$

$$\Phi(c) = \sin \alpha_{\text{пр}} \exp\left(\frac{\alpha_{\text{пр}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{пр}}}{c}\right). \quad (25)$$

Зависимость  $\Phi(c)$  была рассчитана в широком интервале изменения  $c$ . Аналогично была рассчитана  $\Phi_1(c)$  для теплового пробоя диэлектрика в переменном электрическом поле. Различие между этими функциями обусловлено неодинаковым распределением потенциала по слою диэлектрика в постоянном и переменном электрических полях. В первом случае напряженность поля пропорциональна удельному сопротивлению. С повышением температуры в среднем слое значение удельного сопротивления уменьшается, поэтому в постоянном поле значение напряженности в средней части диэлектрика оказывается меньше, чем по краям. Такое распределение поля как бы облегчает условия работы диэлектрика.

В переменном электрическом поле при условии  $\operatorname{tg} \delta < 0,3$ , которое обычно соблюдается, напряженность поля обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости. Поскольку диэлектрическая проницаемость очень слабо зависит от температуры, то напряженность поля примерно постоянна и условия работы диэлектрика оказываются более жесткими, т. е. значения пробивного напряжения меньше, чем в постоянном электрическом поле. Значение пробивного напряжения, полученное в результате решения уравнения теплового баланса, соответствует достаточно длительному времени, необходимому для установления теплового равновесия.

## 4.2. Компьютерная модель процесса

Разработанная компьютерная модель описывает процесс теплового пробоя диэлектриков при длительном приложении постоянного электрического поля и имитирует стадию, предшествующую прорастанию канала пробоя. Диэлектрик характеризуется четырьмя основными параметрами: теплопроводностью, температурным коэффициентом электрического сопротивления, начальной электропроводностью и теплоемкостью. Распределение электрического поля для каждого шага пересчитывается по уравнению

$$\operatorname{div} E = \rho / \varepsilon, \quad (26)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля;  $\rho$  – плотность заряда;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость.

Модель теплового пробоя описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений, определяющих электрическое и температурные поля, распределение токов и зарядов в диэлектрике:

$$\operatorname{div} (-\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) = \rho / \varepsilon_0; \quad (27)$$

$$E = -\operatorname{grad} \varphi; \quad (28)$$

$$d\rho / dt = -\operatorname{div} j; \quad (29)$$

$$j = \gamma E; \quad (30)$$

$$\lambda c \partial T / \partial t = \operatorname{div} (k \operatorname{grad} T) + \gamma E^2; \quad (31)$$

$$\gamma = \gamma_0 \exp a(T - T_0), \quad (32)$$

где  $\varphi$  и  $E$  – потенциал и напряженность электрического поля;  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_0$  – абсолютные и относительные диэлектрические проницаемости;  $j$  – плотность тока;  $\rho$  – плотность заряда;  $\gamma_0, \gamma$  – начальная и текущая проводимость диэлектрика;  $a$  – показатель связи проводимости с температурой;  $T_0, T$  – начальная и текущая температура диэлектрика;  $\lambda$  и  $c$  – плотность и теплоемкость диэлектрика;  $k$  – коэффициент теплопроводности.

Для проведения исследований модель реализуется численно на двумерной квадратной решетке. Время изменяется дискретно с интервалом  $\Delta t$ . Состояние диэлектрика, соответствующее узлу решетки с координатами  $(i, j)$ , в момент времени  $t$  определяется потенциалом, плотностью заряда, температурой. Начальная проводимость диэлектрика задается статистически независимо в каждом узле и распределяется для двумерной решетки по экспоненциальному закону. Диэлектрическая проницаемость, теплопроводность, показатель связи проводимости с температурой, теплоемкость и плотность диэлектрика принимаются равными для всех точек объема диэлектрика и не изменяются во времени. Система электродов выполняется в геометрии плоскость-плоскость. Граничные узлы, соответствующие нижнему электроду, имеют потенциал, равный нулю. Температура электродов принимается равной  $T_0$ . Напряженность поля в диэлектрике находится как разность потенциалов между узлами, деленная на величину ребра решетки в каждый момент времени  $t$ . Распределение потенциала определяется с помощью конечно-разностной аппроксимации теоремы Гаусса:

$$\rho_{i,j}(t) = 1/4 [\varphi_{i+1,j}(t) + \varphi_{i,j+1}(t) + \varphi_{i-1,j}(t) + \varphi_{i,j-1}(t) + \rho_{i,j}(t)]. \quad (33)$$

Это уравнение решается методом итераций, согласно зарядным граничным условиям.

Плотность заряда и температура в узле определяются по формулам:

$$\rho_{i,j}(t + \Delta t) = \rho_{i,j}(t) - 1/2 \Delta t \sum [\gamma_{i,j}(t) + \gamma_{l,m}(t)] \cdot [\varphi_{i,j}(t) - \varphi_{l,m}(t)]; \quad (34)$$

$$T_{i,j}(t + \Delta t) = T_{i,j}(t) - 1/2 \Delta t \times \\ \times \beta \sum \left[ T_{i,j}(t) - T_{l,m}(t) + 1/4 \Delta t \cdot \xi \cdot [\gamma_{i,j}(t) + \gamma_{l,m}(t)] \cdot [\varphi_{i,j}(t) - \varphi_{l,m}(t)]^2 \right] \quad (35)$$

где  $\beta = k / (\lambda \cdot c)$ ,  $\xi = 1 / (\lambda \cdot c)$ , а суммирование выполняется по узлам  $(l, m)$ , соседним с  $(i, j)$ . В начальный момент времени  $t = 0$  температура равна  $T_0$  и заряд равен нулю во всех узлах решетки.

Таким образом, рассматривается только влияние случайных неоднородностей проводимости, хотя модель может быть использована также

для описания неоднородностей других параметров диэлектрика. Моделирование процесса выполняется до тех пор, пока максимальные напряженность поля или температура в какой-то локальной области диэлектрика не превысят заданное критическое значение.

В зависимости от условий эксперимента в программу можно вносить изменения в соответствии с заданными условиями эксперимента непосредственно в активном окне программы. Описание основных параметров диэлектрика находится в начале программы.

1. Зайдите в каталог D:\TP\BIN и после запуска turbo.exe (Паскаль) запустите программу labor1.pas, которая находится в D:\LABORAT. Затем в диалоговом окне введите данные эксперимента, такие как длина острия ( $L$ ) и испытательное напряжение ( $U_{исп}$ ). Программа работает в автоматическом режиме и необходимые данные экспериментов, такие как число шагов до пробоя ( $n$ ), проводимость диэлектрика ( $G_{max}$ ), записываются в файл lab.dat. После проведения 50 экспериментов программа завершает расчет.

2. Далее необходимо запустить программу obrab1.pas (которая находится в каталоге D:\LABORAT) для обработки полученных данных. Обработанные данные представляются в виде трех колонок: в первой представлен номер по порядку, во второй – вероятность пробоя, в третьей – соответствующее число шагов до пробоя модельного образца. Результаты обработки данных записываются в файл lab.ndx (который размещен в D:\LABORAT), после чего эти результаты должны быть сохранены под другим именем (присвоить самостоятельно) во избежание потери данных при следующем запуске программы. Проводится серия из четырех экспериментов с различными начальными условиями, для каждого отдельного эксперимента необходимо выполнить пункты 1–3.

3. Осуществите вывод на печать результатов расчетов. Для этого необходимо открыть файл с нужными данными с помощью редактора (Microsoft Word) и, изменив (если необходимо) параметры страницы, отправить файл на печать. После получения распечатки результатов к эксперименту может приступить следующая группа студентов.

### **Порядок обработки результатов**

Применение вероятностно-статистических методов при изучении закономерностей отказов твердых диэлектриков физически обосновано уже тем, что весь процесс формирования канала разряда, с момента его зарождения в локальном объеме промежутка и до полного пробоя, является случайным. Экспериментально установленный разброс значений пробивной прочности и «времени жизни» до пробоя образцов изоляции, изготовленных единым образом и испытанных в идентичных условиях, связывается с индивидуальными особенностями микро- и макроструктуры единичных изделий.

Вероятностное исследование включает в себе представление реальной неоднородной совокупности явлений при помощи теоретической однородной

совокупности, конечная цель которого – получение количественных характеристик (закономерностей физического состояния). Количественные характеристики – это своего рода выражение опасности отказов как целой конструкции, так и отдельных ее элементов в вероятностных терминах. Для практического применения законов теории вероятности необходимо обратиться к закону распределения отказов. Выбор последнего, в свою очередь, определяется некоторой теоретической картиной явления, называемой физической моделью.

*Концепция «слабейшего звена»*, которая учитывает распределение минимальных сроков службы, на сегодня является наиболее разработанной в приложении к теории пробоя электрической изоляции. Этому в определенной мере способствовало то, что был выведен обобщающий закон Вейбулла, который, как принято считать, является наиболее общей формой описания закономерностей электрического старения изоляции и указывает на вероятностную форму связи «времени жизни» изоляции с интенсивностью воздействия внешнего электрического поля. Аналитическое уравнение закона имеет вид

$$P(E, t) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{E}{E_0} \right)^a \cdot \left( \frac{t}{t_0} \right)^b \right], \quad (36)$$

где  $P(E, t)$  – вероятность отказа;  $E, t$  – текущие значения пробивной прочности и времени до пробоя соответственно;  $E_0, t_0$  – значения прочности и времени до пробоя при вероятности отказа, определяемого как:

$$P(E_0, t_0) = 0,632,$$

где  $a, b$  – параметры формы.

Практическая ценность обобщенного закона Вейбулла для электроизоляционных конструкций с любым уровнем надежности состоит в получении результатов ускоренных испытаний для реальных условий эксплуатации. Этому вопросу в литературе уделяется особенно большое внимание. Опубликованные на сегодня результаты свидетельствуют о правомочности применения распределения Вейбулла к описанию распределений пробивных значений прочности и отказов различных диэлектрических материалов, композиций на их основе и целых конструкций.

Для конкретного значения испытательной напряженности (напряжения)  $E_{исп}$  функция распределения времени до пробоя может быть представлена в виде

$$P(t) = 1 - \exp (-t / t_0)^b. \quad (37)$$

Достоинством распределения Вейбулла является возможность широкого варьирования показателей распределения  $t_0, b$ . Например, при  $b = 1$  распределение обращается в экспоненциальное, а при  $b = 6$  – приближается к нормальному. Эти его свойства позволяют описывать изменения случайной величины  $t$  в широких пределах. Опыт и практика показали, что этот вид распределения дает самые точные оценки при определении кратковременной и длительной электрической прочности твердой изоляции.

Результаты экспериментов представляются в виде вариационных рядов времени до пробоя (компьютерные распечатки экспериментальных результатов в виде таблиц). Затем результаты таблиц отражаются на графике Вейбулла. В общем виде зависимость 2, представленная на рис. 2.1, описывается несколькими прямолинейными участками.

Наличие нескольких прямолинейных участков на графике Вейбулла связано с определенными (различными) физическими процессами, происходящими в диэлектрике при длительном воздействии электрического поля. Первый участок (область малых времен до пробоя) вызван отказом изоляционных изделий с грубыми внутренними дефектами: трещины, полости, различные инородные включения и др. Этим дефектам сравнительно мало, но они играют определенную роль в процессе быстрого пробоя. То есть на первом участке происходит отбраковка технологических дефектов в партии изоляционных изделий. Второй участок на графике Вейбулла соответствует случайным отказам и является рабочим участком для изоляции. Каждый прямолинейный участок описывается распределением Вейбулла, но имеет свои параметры  $t_0$  и  $b$ . Точка перегиба на графике Вейбулла определяет время, необходимое для отбраковки технологических дефектов, и ожидаемый процент брака.

На основании полученных результатов (таблицы и графики) необходимо построить «кривую жизни» изоляции, т. е. зависимость «времени жизни» от напряженности (приложенного напряжения). «Кривая жизни» является основной характеристикой, позволяющей экстраполировать экспериментальные результаты в область других напряженностей.

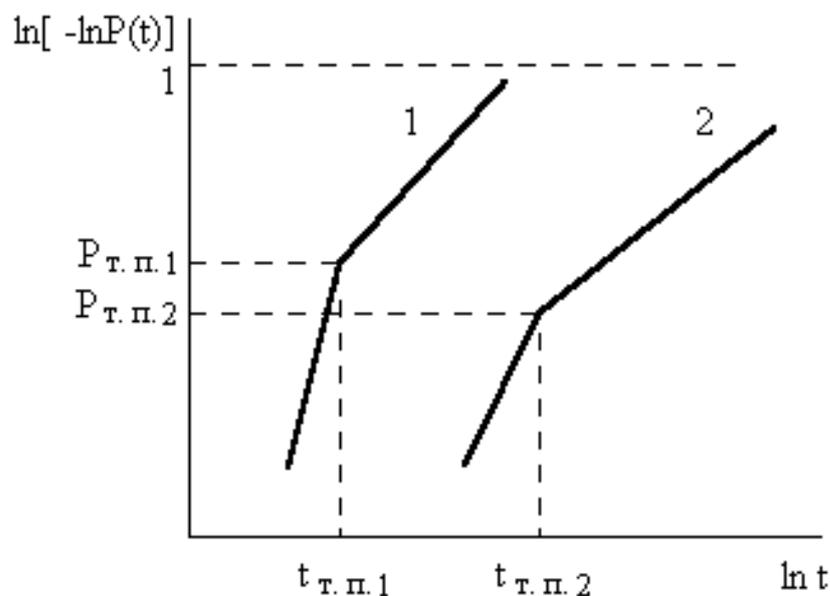


Рис. 2.1. Распределение времени до пробоя твердой изоляции:

$$1 - E_{ucn1}; 2 - E_{ucn2}; E_{ucn1} > E_{ucn2}$$

«Кривая жизни» описывается формулой

$$t_i = AE_i^{-n}, \quad (38)$$

где  $t_i$  – «время жизни» при  $E_i$ ;  $A$  и  $n$  – коэффициенты, определяемые экспериментально.

На рис. 2.2 приведена «кривая жизни» в би-логарифмических координатах. Она представляет собой прямую линию, как следует из уравнения (38). Коэффициент  $A$  представляет собой время жизни при выбранном значении напряженности (напряжения):

$$A = t_1 \cdot E_1^n. \quad (39)$$

Подставляя уравнение (39) в (38), получим:

$$t_i = t_1 (E_1 / E_i)^n. \quad (40)$$

Коэффициент  $n$  характеризует скорость старения изоляции и может быть определен как тангенс угла наклона «кривой жизни» (рис. 2.2).

Данные основных параметров процесса:

- испытательное напряжение  $U_{исп} = 50, 60, 70, 80, 90, 100$ ;
- проводимость дефектов  $G = 1,0 \dots 11$ ;
- количество пробоев в выборке  $N = 50$ ;
- форма электродов (плоскость–плоскость, острие–плоскость и т. д.).

Постройте график Вейбулла для полученных результатов.

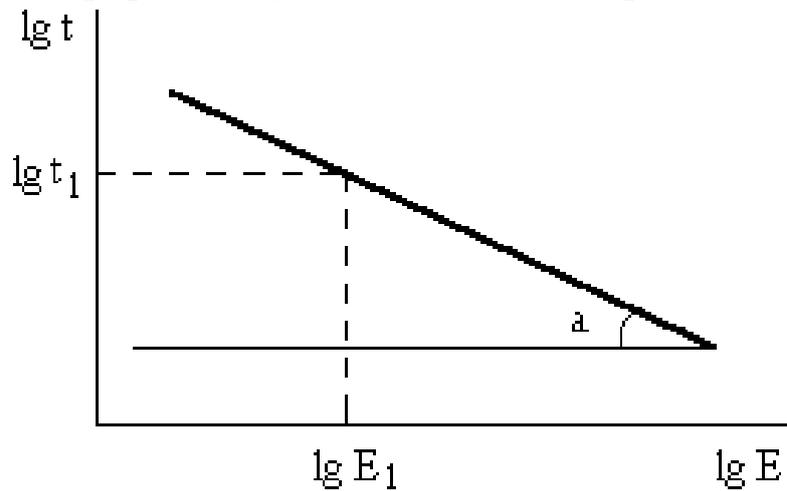


Рис. 2.2. «Кривая жизни» твердой изоляции

Определите параметры точек перегиба  $P_{т. п}$ ,  $t_{т. п}$  на графике Вейбулла и время до пробоя. Полученные данные занесите в табл. 2.1.

Таблица 2.1

*Экспериментальные результаты*

$N_{п/п}$	$t_{0,5}$	$P_{т. п}$	$t_{т. п}$	Примечание
1				$A =$ $n =$
2				
3				
4				

На основании данных табл. 2.1 постройте зависимости:

- 1)  $\lg t_{0,5} = f(\lg U_{исп})$ ; 2)  $\lg t_{т. п} = f(\lg U_{исп})$ ; 3)  $P_{т. п} = f(\lg U_{исп})$ .

На основании рис. 2.1 определить коэффициенты  $A$  и  $n$  в уравнении «кривой жизни» ( $t = A \cdot E^{-n}$ ). Провести анализ полученных результатов. Ответить на контрольные вопросы.

### Контрольные вопросы

1. Как влияет испытательное напряжение на время до пробоя твердой изоляции?
2. Почему изменяется время, необходимое для отбраковки дефектной изоляции, в зависимости от испытательного напряжения?
3. Как и почему изменяется число «дефектных» образцов в зависимости от испытательного напряжения?

Отчет по экспериментальной части выполняется на листах белой бумаги формата А4 в строгом соответствии с СТО ТПУ. На защите отчета необходимо быть готовыми строить ответы на основе как изученного теоретического материала, так и результатов, полученных лично подгруппой в ходе выполнения экспериментальных исследований.

### Список литературы

1. Ушаков В.Я. О роли неоднородности полимеров в развитии разрушения под действием электрического поля / В.Я. Ушаков, А.Л. Робежко, В.Ф. Важов // ФТТ. – 1985. – Т. 5, № 8. – С. 23–65.
2. Травков И.В. Моделирование переноса заряда в диэлектрике со случайно расположенными глубокими центрами захвата с учетом разогрева электронов / И.В. Травков, В.А. Швейгерт // Физика. – 1987. – № 5. – С. 73.
3. Борисова М.Э. Физика диэлектриков / М.Э. Борисова, С.Н. Койков. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1979. – 240 с.
4. Гельман М.З. Статистический метод расчета электрической прочности твердой изоляции / М.З. Гельман, В.И. Мурович // Электричество. – 1973. – № 5. – С. 67–71.
5. Смирнов Н.В. Курс теорий вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – Москва : Наука, 1969. – 511 с.
6. Кузнецова Ю.А. Методика моделирования предпробивных полей в жидкости / Ю.А. Кузнецова, В.Б. Ясинский, С.М. Коробейников // Вопросы электротехнологии. – 2021. – № 3. – С. 38–47.