

Лабораторная работа №4

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО ПРОФИЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАСТИНЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Математическое моделирование физических процессов» для студентов ИЯТШ по
направлению 14.03.02 «Ядерная физика и технологии»

Томск 2020

1. Цель работы

Цель работы заключается в освоение методов численного решения дифференциальных уравнений в частных производных с применением программного комплекса на примере пакета Matlab.

2. Содержание работы

- 1) Изучение теоретического материала (лекции 10 и 11).
- 2) Выполнение индивидуального задания с применением программного комплекса на примере пакета Matlab.
- 3) Подготовка отчета по лабораторной работе.

3. Выполнение индивидуального задания

1. Для заданной в индивидуальном задании модели процесса теплопередачи выполнить построение сетки в области решения.

2. Получить по исходному дифференциальному уравнению конечно-разностное выражение в общем виде.

3. Записать систему алгебраических уравнений для неизвестных узловых значений функции (температуры) и выбрать метод решения этой системы.

4. Построить схему алгоритма решения модели по методу конечных разностей.

5. Реализовать алгоритм в системе Matlab в соответствии с разработанной схемой алгоритма.

6. Выполнить программу, вывести значения функции в табличном виде и виде трехмерного графика.

7*. По согласованию с преподавателем выполнить следующие задания:

7.1. В исходном дифференциальном уравнении вместо «= 0» добавить частную производную по времени «= $\partial T / \partial t$ »;

7.2. Получить по исходному дифференциальному уравнению конечно-разностное выражение в общем виде. Частную производную по времени заменить разностным выражением на основе известных методов (по согласованию с преподавателем использовать метод Эйлера или Рунге-Кутты и т.д.).

7.3. Решить полученную систему в пакете Matlab при различных начальных условиях и заданных граничных условиях, а также при различных шагах численного решения по времени.

8. Сделать выводы. Подготовить отчет.

Варианты заданий

Задание №1

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×3 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=1, T=10,0$	$x=3, y=3, T=160,0$
$x=1, y=0, T=25,0$	$x=0, y=2, T=50,0$	$x=4, y=3, T=200,0$
$x=2, y=0, T=50,0$	$x=0, y=3, T=80,0$	$x=4, y=1, T=130,0$
$x=3, y=0, T=75,0$	$x=1, y=3, T=120,0$	$x=4, y=2, T=170,0$
$x=4, y=0, T=100,0$	$x=2, y=3, T=140,0$	

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \lambda_2 \cdot \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

где λ_2 – коэффициент теплопроводности. Величину λ_2 задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

Задание №2

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=0,5, T=50,0$	$x=0,75, y=1, T=200,0$
$x=0,25, y=0, T=25,0$	$x=0, y=0,75, T=80,0$	$x=1, y=1, T=220,0$
$x=0,5, y=0, T=50,0$	$x=0, y=1, T=120,0$	$x=1, y=0,75, T=170,0$
$x=0,75, y=0, T=75,0$	$x=0,25, y=1, T=140,0$	$x=1, y=0,5, T=150,0$
$x=1, y=0, T=100,0$	$x=0,5, y=1, T=160,0$	$x=1, y=0,25, T=120,0$
$x=0, y=0,25, T=10,0$		

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

Задание №3

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=0,3, T=50,0$	$x=0,6, y=1, T=220,0$
$x=0,3, y=0, T=50,0$	$x=0, y=0,6, T=100,0$	$x=1, y=1, T=200,0$
$x=0,6, y=0, T=100,0$	$x=0, y=1, T=120,0$	$x=1, y=0,6, T=180,0$
$x=1, y=0, T=150,0$	$x=0,3, y=1, T=150,0$	$x=1, y=0,3, T=160,0$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

Задание №4

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×3 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=280,0$$

$$y=0, T=70 \cdot x$$

$$y=3, T=50 \cdot x^{1,5}$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метру.

Задание №5

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=100,0$$

$$y=0, T=50 \cdot x$$

$$y=2, T=50 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

Задание №6

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №7

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,2 метра.

Задание №8

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 3×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=900,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

Задание №9

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=600,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=2, T=10 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

Задание №10

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×4 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=1200,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=4, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

Задание №11

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=1000 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №12

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 3×2 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=600,0$$

$$y=0, T=200 \cdot x$$

$$y=2, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

Задание №13

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №14

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×3 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=500,0$$

$$y=0, T=125 \cdot x$$

$$y=3, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

Задание №15

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=500,0$$

$$y=0, T=250 \cdot x$$

$$y=2, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

Задание №16

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=250,0$$

$$y=0, T=250 \cdot x$$

$$y=1, T=50 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №17

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 3×3 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=1500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=3, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

Задание №18

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=200,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=2, T=10 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

Задание №19

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №20

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \lambda_2 \cdot \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

где λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности по осям x и y соответственно. Величины λ_1 и λ_2 задать произвольно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №21

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{dT}{dy} = 0$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности по оси x . Величину λ_1 задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №22

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{dT}{dydx} = 0$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности по оси x . Величину λ_1 задать произвольно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

Задание №23

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость $T(x; y)$, если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат x и y заданы в метрах, температура T в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_2 \cdot \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{dT}{dydx} = 0$$

где λ_2 – коэффициент теплопроводности по оси y . Величину λ_2 задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.