

Приложение 4. Расчет рекурсивного ЦФ методом билинейного преобразования

Для расчета фильтра предлагается воспользоваться встроенными функциями MATLAB. Так как рассматриваемый в Лабораторной работе 4 сигнал имеет низкочастотный широкополосный сигнал, который требуется подавить, и высокочастотный узкополосный сигнал, который требуется пропустить, имеет смысл использовать ФВЧ Баттерворта или Чебышева второго рода.

Расчет передаточной функции аналогового фильтра Баттерворта

Сначала следует определить частоту среза аналогового прототипа нашего ФВЧ. Она рассчитывается по формуле

$$\Omega_c = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_c T}{2}, \quad (\text{П4.1})$$

где Ω_c – циклическая частота среза аналогового прототипа, а ω_c – циклическая частота среза цифрового фильтра. Напомним, что частотой среза для фильтра Баттерворта называется частота в переходной полосе фильтра, для которой коэффициент передачи равен $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Затем выбирается порядок фильтра N . После этого используя встроенную функцию MATLAB `butter` находим передаточную функцию аналогового прототипа:

$$[b,a] = \text{butter}(N, \Omega_c, 'high', 's') \quad (\text{П4.2})$$

Аргумент 'high' указывает на то, что рассчитывается ФВЧ, а 's' – на то, что рассчитывается передаточная функция аналогового фильтра. Переменные b и a представляют собой вектора коэффициентов перед степенями s в числителе и знаменателе передаточной функции соответственно. Коэффициенты выдаются в порядке убывания степени s .

Далее, используя значения коэффициентов передаточной функции аналогового прототипа, находим передаточную функцию ЦФ с помощью

билинейного преобразования с помощью встроенной функции MATLAB `bilinear`:

$$[db, da] = \text{bilinear}(b, a, f_s) \quad (\text{П4.3})$$

Здесь f_s – частота дискретизации в Гц. Вектора db и da содержат коэффициенты перед степенями z в числителе и знаменателе передаточной функции ЦФ соответственно. Коэффициенты выдаются в порядке убывания степени z или возрастания степени z^{-1} . Таким образом, передаточная функция рассчитываемого ЦФ представляет собой следующее выражение:

$$H(z) = \frac{db(1) + db(2)z^{-1} + \dots + db(N+1)z^{-N}}{da(1) + da(2)z^{-1} + \dots + da(N+1)z^{-N}}. \quad (\text{П4.4})$$

Рассчитанные коэффициенты da , db можно использовать для задания передаточной функции и последующих вычислений в любом другом удобном для учащегося пакете, например, MathCAD.

Для расчета реакции фильтра нам требуется записать разностное уравнение, которое для передаточной функции (П4.4) имеет вид

$$y(n) = \frac{1}{da(1)} (db(1)x(n) + db(2)x(n-1) + \dots + db(N+1)x(n-N) - da(2)y(n-1) - \dots - da(N+1)y(n-N)). \quad (\text{П4.5})$$

Расчет передаточной функции аналогового фильтра Чебышева второго рода

Алгоритм расчета данного типа фильтра принципиально не отличается. Однако в случае фильтра Чебышева второго рода логичнее оперировать не частотой среда, а границей полосы подавления фильтра, которую по аналогии с соотношением (П4.1) можно найти по формуле:

$$\Omega_{sb} = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_{sb} T}{2}, \quad (\text{П4.6})$$

где Ω_{sb} и ω_{sb} – границы полосы подавления ФВЧ аналогового прототипа и ЦФ соответственно. Также вместо функции `butter` нужно использовать функцию `cheby2`:

$$[b, a] = \text{cheby2}(N, R_{sb}, \Omega_{sb}, 'high', 's') \quad (\text{П4.7})$$

Здесь R_{sb} – минимальное ослабление АЧХ ЦФ в полосе подавления в дБ, которое рассчитывается по формуле

$$R_{sb} = -20 \lg K_{\max sb}, \quad (\text{П4.8})$$

где $K_{\max sb}$ – максимальный коэффициент пропускания в полосе подавления. В Лабораторной работе 4 предлагается использовать фильтра Чебышева второго рода с минимальным ослаблением равным 26 дБ ($K_{\max sb} = 0.05$).

Билинейное преобразование и дальнейшие шаги выполняются так же, как и для фильтра Баттерворта.