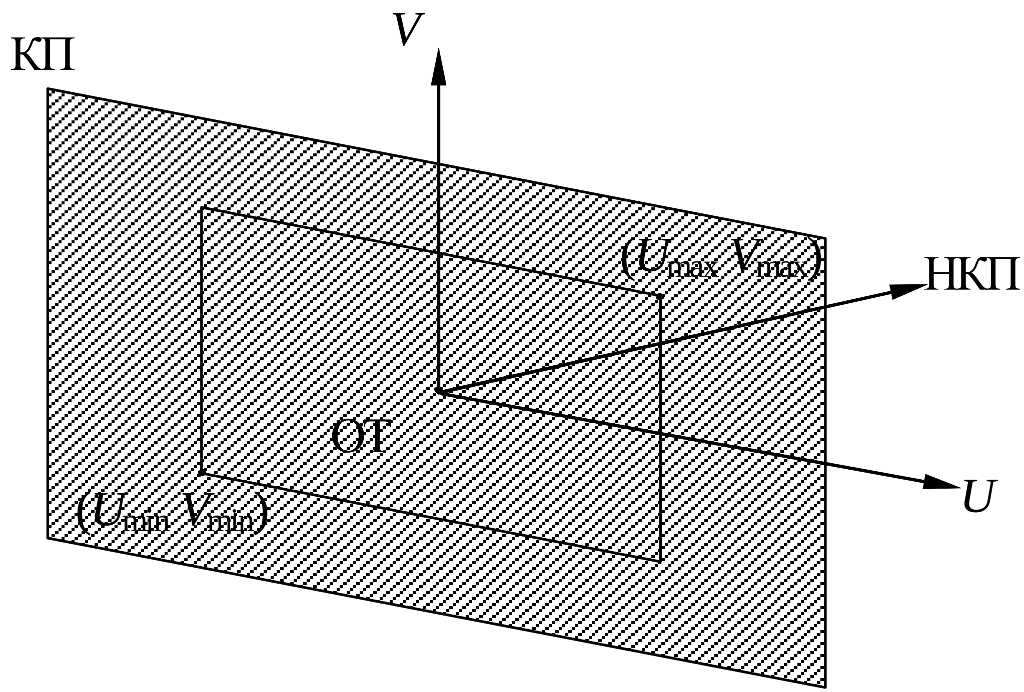
Изображение трехмерных объектов

Этапы отображения 3D объектов

- Преобразования в трехмерном пространстве (включая изменение положения камеры);
- Отсечение по видимому объему;
- Удаление невидимых граней и поверхностей;
- Вычисление теней и полупрозрачных объектов;
- Получение проекций;
- Растеризация и закраска;

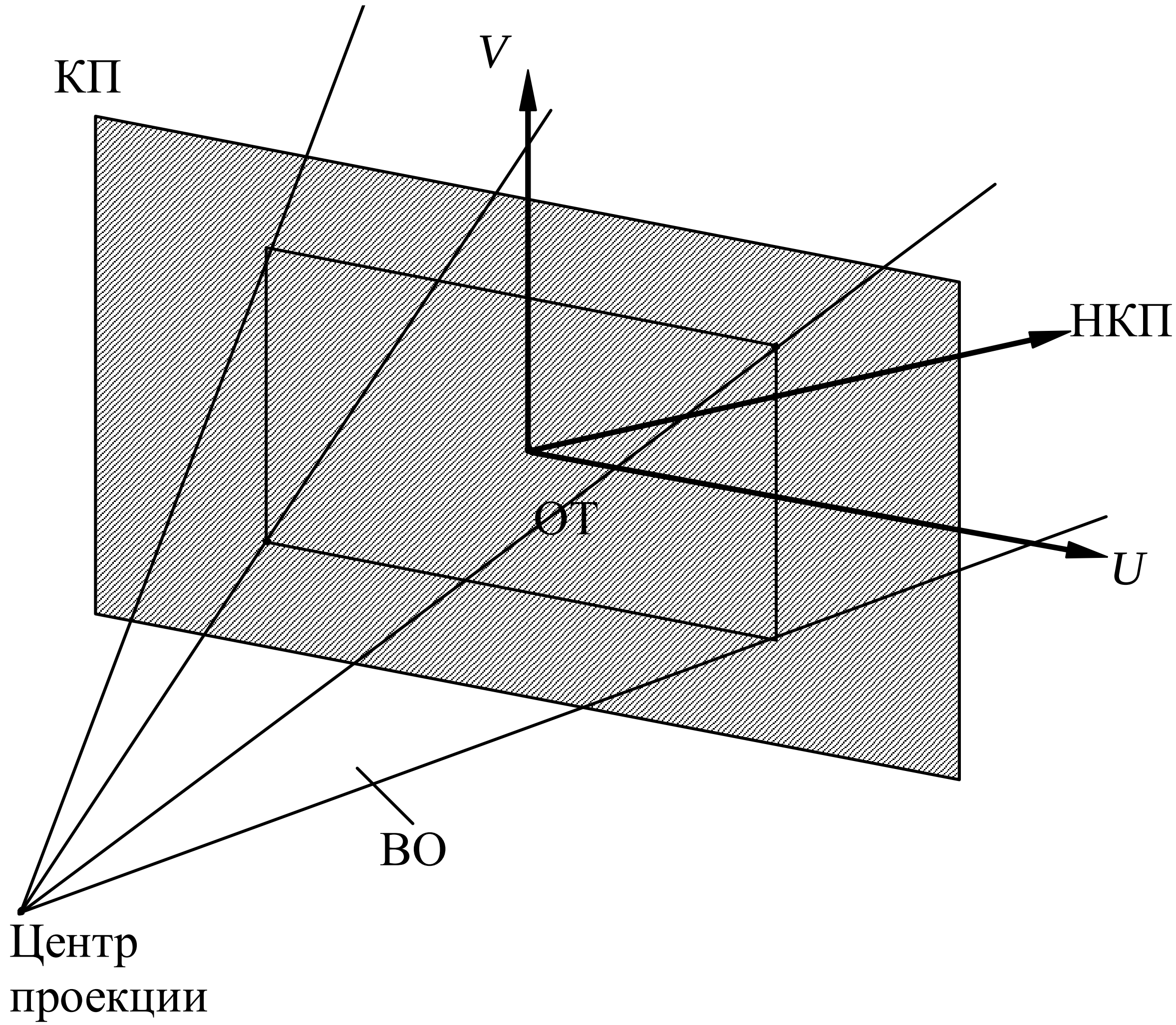
Отсечение по видимому объему (ВО)

- ***Видимым объемом*** называется замкнутая область пространства, объекты внутри которой проецируются на экран.
- Построение ВО

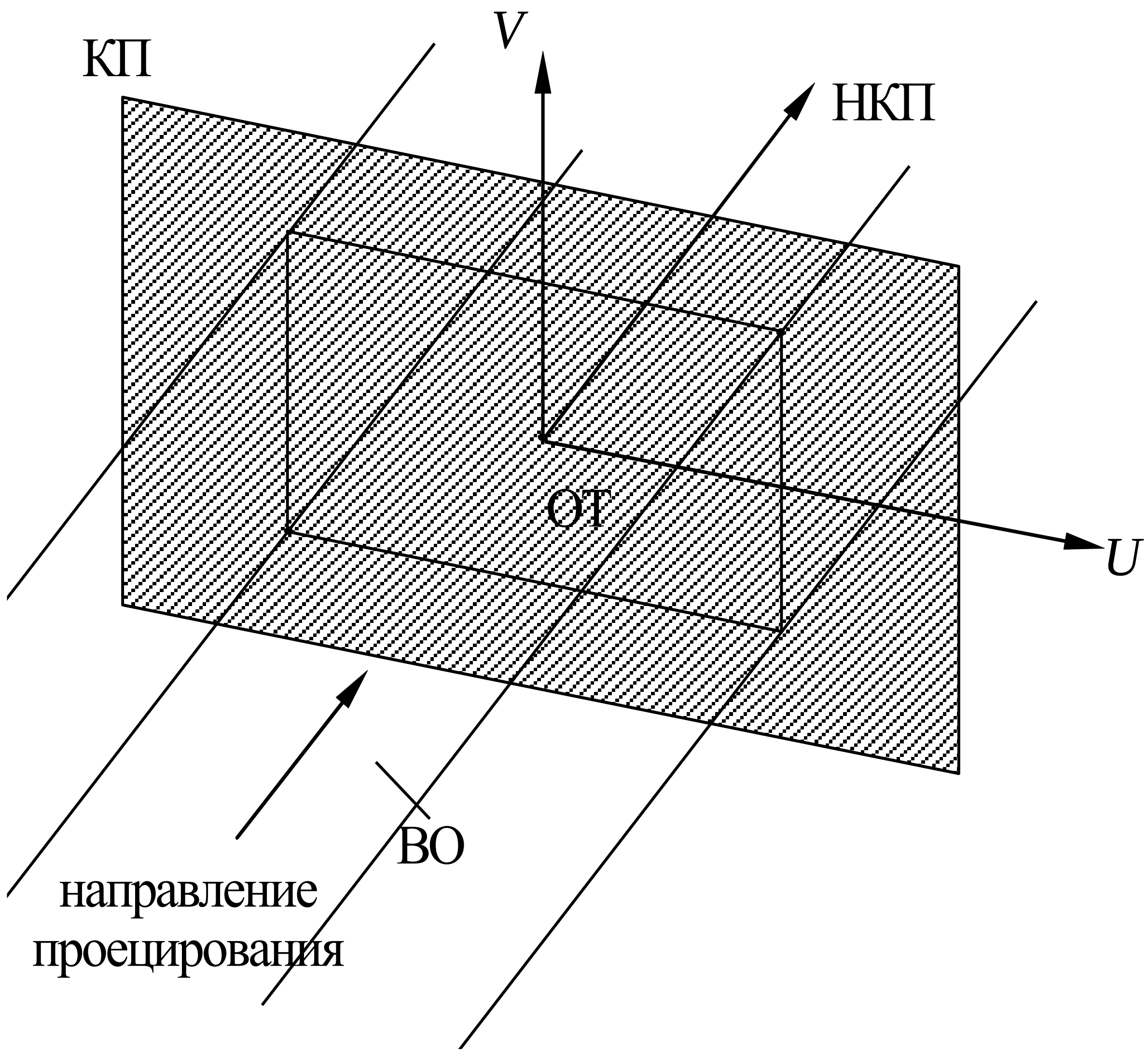


- НКП – нормаль к картинной плоскости
- ОТ – опорная точка

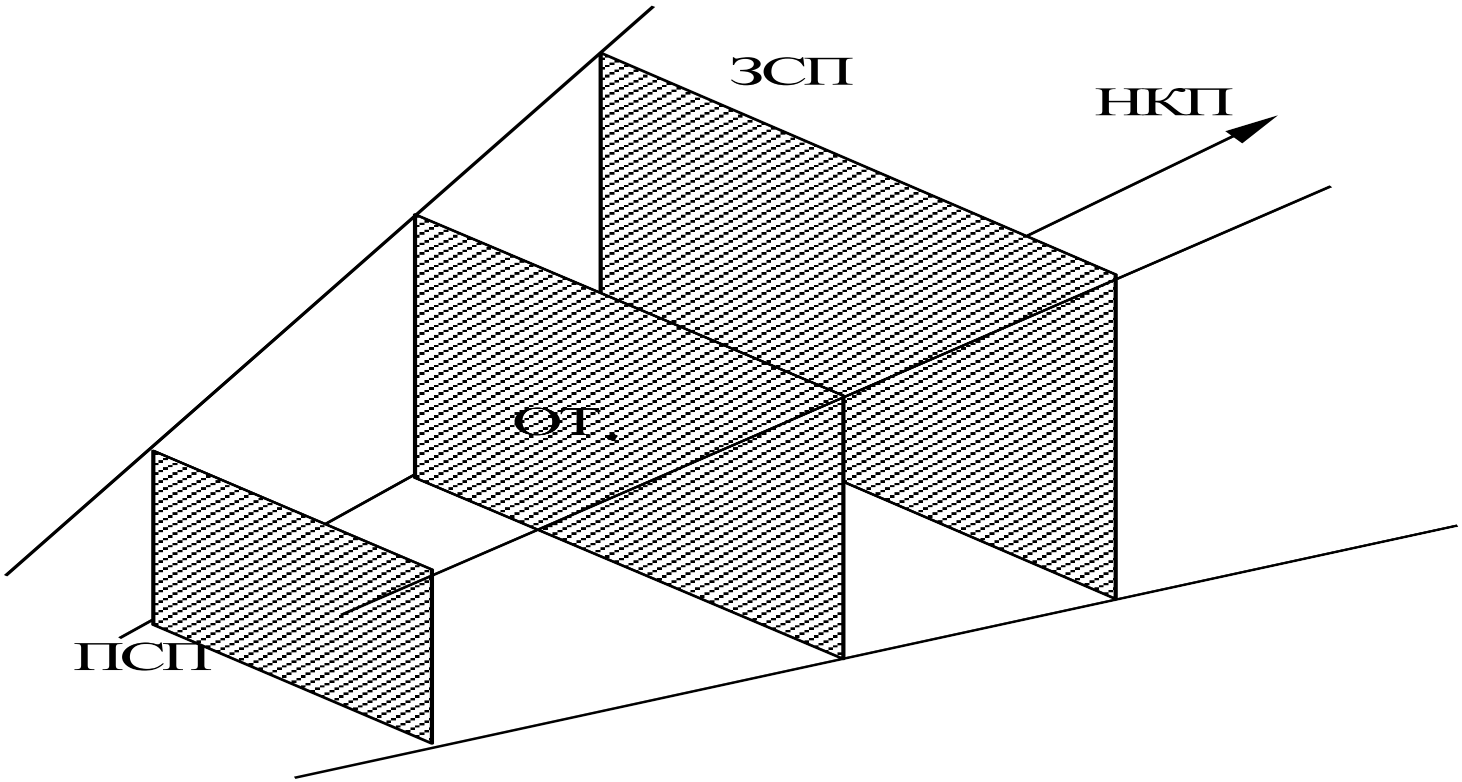
Видимый объем для центральной проекции



ВО для параллельных проеций



Усеченный ВО



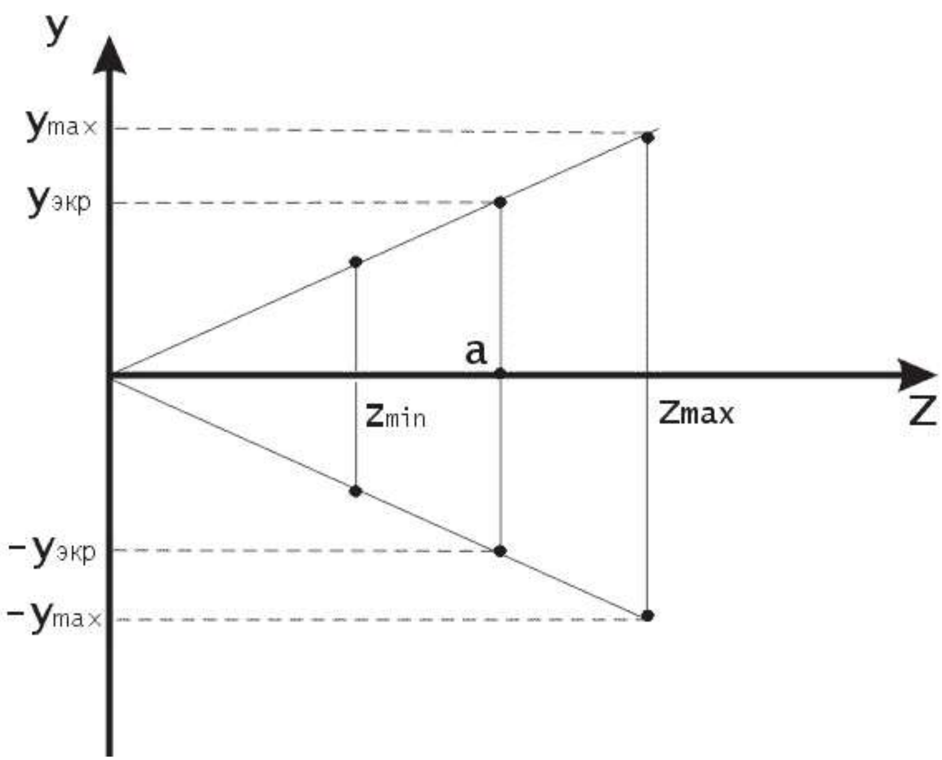
- ПСП – передняя секущая плоскость
- ЗСП – задняя секущая плоскость

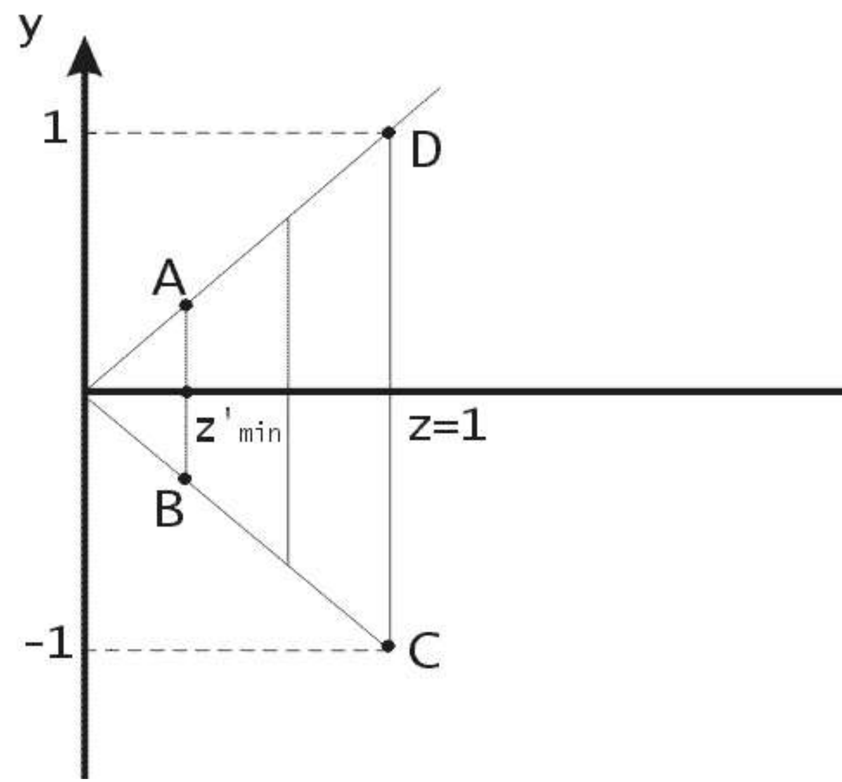
Нормированный ВО

- В случае центральной перспективы, для решения задачи отсечения по ВО требуются значительные вычисления. Решение заключается в преобразовании ВО к виду, в котором вычисления проводились бы значительно проще.
- В общем идея заключается в том, чтобы свести преобразование центральной перспективы математически к виду параллельной проекции.
- Будем решать задачу в два этапа. В начале приведем видимый объем к нормированному виду. При этом значение $\boldsymbol{z}_{max}=1$, а границы по осям $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ лежат в диапазоне [-1,1].
- Нормирующим преобразованием в этом случае будет операция масштабирования, которая для произвольной точки X выражается в виде:

$$X' = X \cdot S\left(\frac{1}{x_{\max}}, \frac{1}{y_{\max}}, \frac{1}{z_{\max}} \right)$$

Графическая иллюстрация



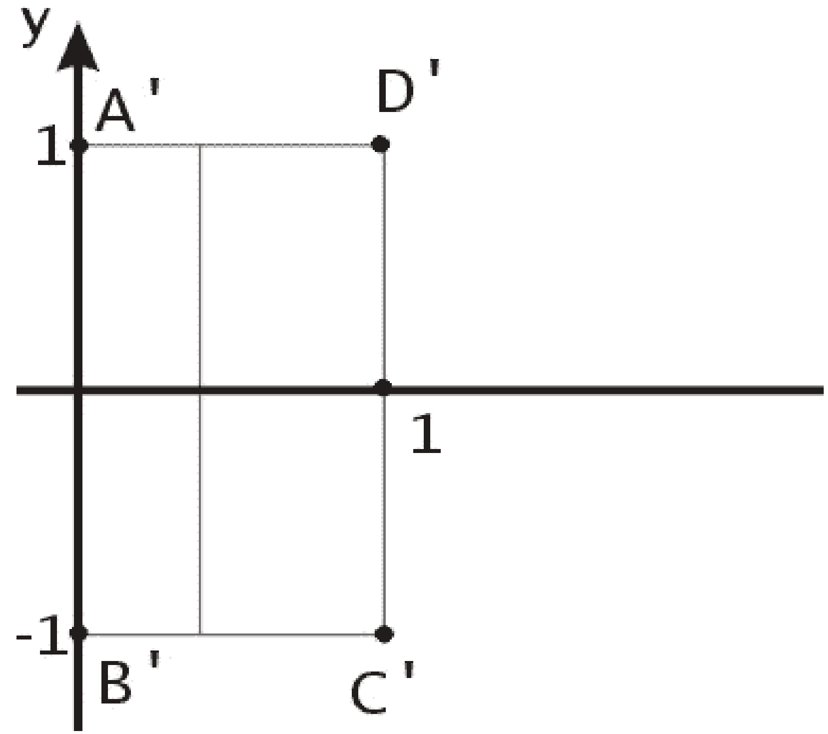


Нормированный видимый объем позволяет с большей легкостью решать задачу отсечения по границе.

Преобразование к каноническому виду

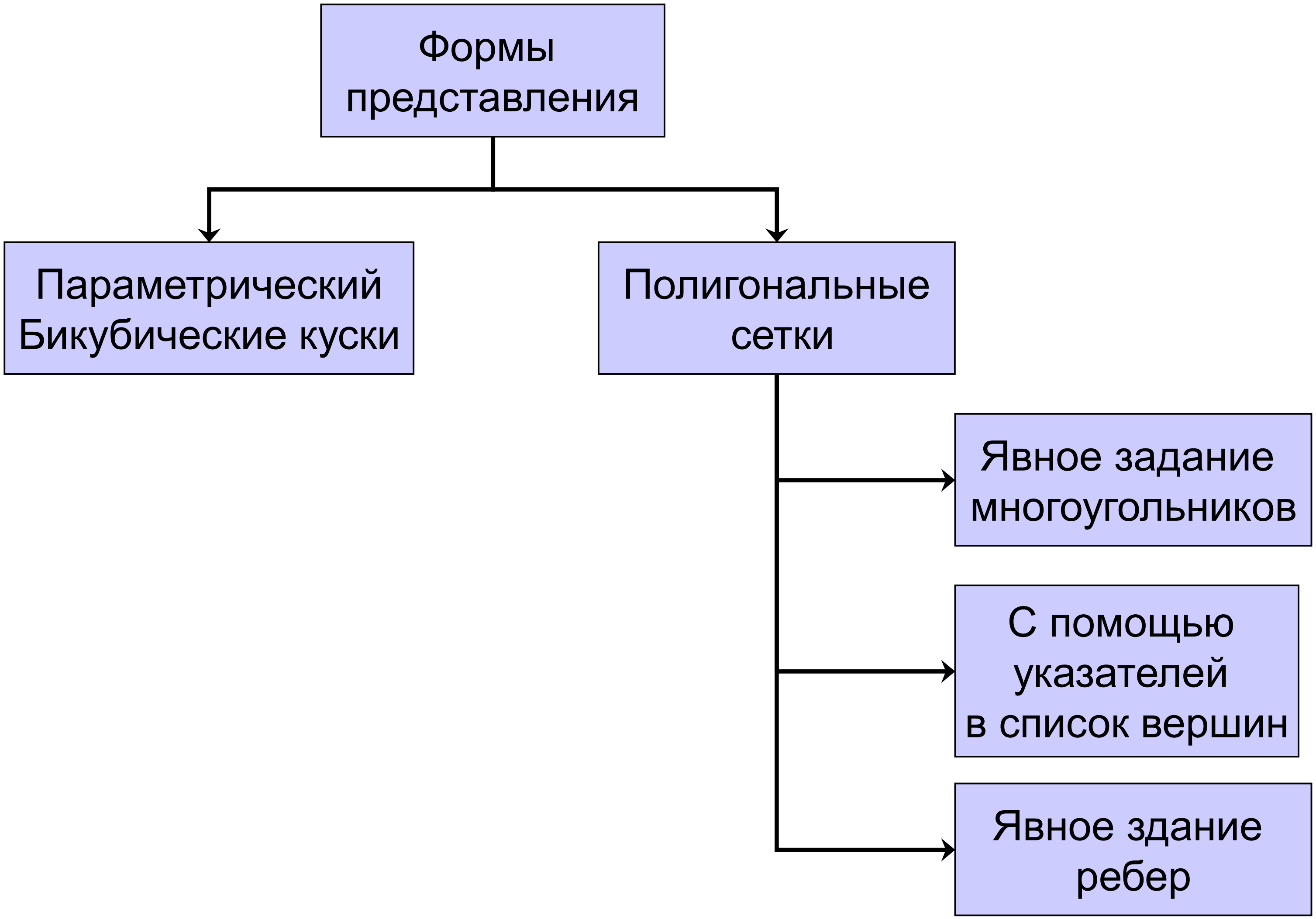
- Для эффективного решения задачи удаления невидимых ребер/граней преобразуем нормированный видимый объем к каноническому виду

$$M_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{1 - z'_{\min}} & 1 \\ 0 & 0 & \dfrac{-z'_{\min}}{1 - z'_{\min}} & 0 \end{bmatrix}$$



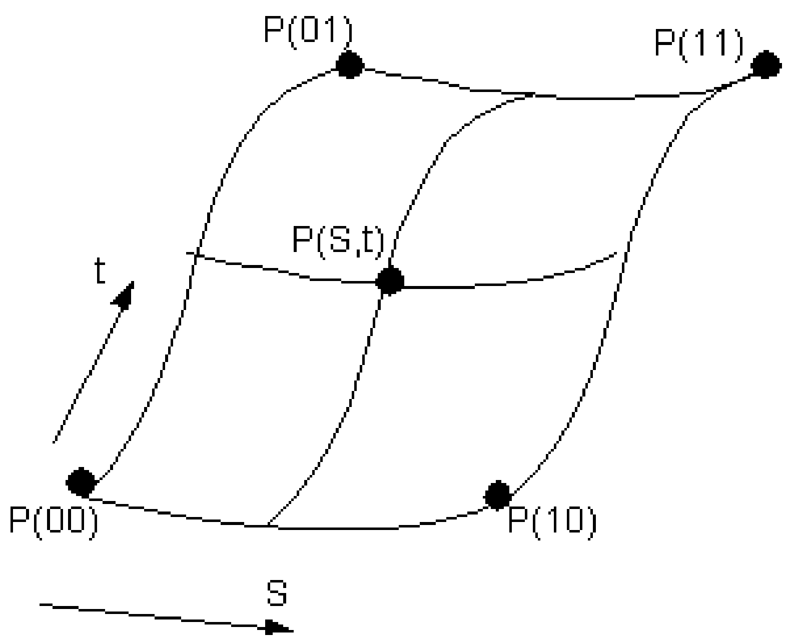
После применения матрицы M_p нормированный ВО становится прямоугольным параллелепипедом, что позволяет перейти от центральной перспективной к параллельной проекции.

Представление пространственных форм



Параметрические бикубические поверхности

- Поверхность может быть разбита на куски, каждый из которых будет описан параметрическим бикубическим уравнением. Отдельно идёт работа по X, по Y, по Z для представления поверхности.



Запись для X

- Бикубическое уравнение для описания X:

$$X(S,t) = a_{11}\cdot S^3\cdot t^3 + a_{12}\cdot S^3\cdot t^2 + a_{13}\cdot S^3\cdot t + a_{14}\cdot S^3 +$$

$$+ a_{21}\cdot S^2\cdot t^3 + a_{22}\cdot S^2\cdot t^2 + a_{23}\cdot S^2\cdot t + a_{24}\cdot S^2 +$$

$$+ a_{31}\cdot S\cdot t^3 + a_{32}\cdot S\cdot t^2 + a_{33}\cdot S\cdot t + a_{34}\cdot S +$$

$$+ a_{41}\cdot t^3 + a_{42}\cdot t^2 + a_{43}\cdot t + a_{44}$$

В матричной форме

$$X(S,t) = S \cdot C_X \cdot T^T$$ где $S = \begin{vmatrix} S^3 & S^2 & S & 1 \end{vmatrix}$ $T = \begin{vmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{vmatrix}$

$$C_X = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Явное задание многоугольников

- Каждый многоугольник можно представить в виде списка координат его вершин:
- $P = ((x1, y1, z1), (x2, y2, z2), \dots , (xn, yn, zn))$

Задание с помощью указателей в список вершин

- Узел полигональной сетки запоминается лишь один раз в списке вершин $V = ((x1, y1, z1), \ldots , (xn, yn, zn))$. Многоугольник определяется списком указателей (или индексов) в списке вершин.

Явное задание ребер

- список вершин V
- Список ребер
- Ребро $E = (V1, V2, P1, P2)$
- Полигон $P =(E1, ..., E2)$