Лекция

Принятие решений коллективом экспертов ЮТИ ТПУ

Кафедра информационных систем

Направление 09.04.03 Прикладная информатика

Под **групповым выбором** понимают процедуру принятия коллективного решения на основе согласования индивидуальных предпочтений членов группы.

Постановка группового выбора формулируется следующим образом:

- Для решения проблемной ситуации предложено ряд вариантов решений Y=(Y1,...,Ym).
- Имеется групповое ЛПР, состоящее из d членов.
- Каждый член группы может выбирать решения из множества Y в соответствии со своими предпочтениями.
- Оценка решений группой представляет собой вектор предпочтений f=(f1,...,fd).
- Для образования единого группового предпочтения F=F(f1,...,fd) необходимо согласовать индивидуальные предпочтения.
- Это согласование производится на основе принципа группового выбора, который определяет правило согласования и выбора оптимального решения, т.е. является по существу критерием выбора.

Принцип диктатора.

В соответствии с этим принципом в качестве группового предпочтения принимается предпочтение одного члена группы.

Функция группового предпочтения равна

$$F(f1,f2,...,fd)=fk,$$

где fk - функция предпочтения диктатора.

Ввиду того, что при данном принципе совершенно не учитываются предпочтения других членов группы, понятие группового ЛПР теряет содержательный смысл.

По существу групповое предпочтение в данном случае соответствует индивидуальному предпочтению (известна шутка: «Мы тут посоветовались, и я решил»).

Принцип диктатора характерен для военных организаций и широко используется при принятии решений в чрезвычайных обстоятельствах.

Принцип большинства голосов.

В групповом ЛПР могут образовываться коалиции - объединения участников в группы с совпадающими целями.

Принцип большинства голосов используется при демократическом способе принятия решений и характерен для союзных типов организаций (партийные, профсоюзные, общественные, любительские и др.)

Пусть в групповом ЛПР возникло множество коалиций V=(V1,V2,...,Vs) где s - количество коалиций.

При s=d все коалиции одноэлементные, т.е. включают только по одному члену и, следовательно, все члены группы преследуют разные цели.

При s=1 имеет место всего одна коалиция, включающая всех членов группового ЛПР и преследующая одну или несколько общих целей.

В промежуточном случае 1<s<d образуется конечное число коалиций. Каждая коалиция имеет свою функцию предпочтения f_{vi} .

Принцип большинства голосов.

При измерении предпочтений в качественных шкалах объединение индивидуальных предпочтений в коалиционное предпочтение обычно осуществляется по принципу 100% большинства, т. е. одно решение предпочитается в коалиции другому, если все члены коалиции имеют такое же предпочтение.

При измерении предпочтений в количественных шкалах коалиционное предпочтение обычно получают как взвешенную сумму индивидуальных предпочтений членов коалиции

$$f_{vj} = \sum_{i=1}^{n_{vj}} k_i \cdot f_{ij}$$

где f_{ij} - индивидуальное предпочтение i-го участника в коалиции j;

 k_i - весовые коэффициенты;

 n_{vi} – количество членов, входящих в коалицию vj.

Очевидно, что $n_{v1} + n_{v2} + ... + n_{vs} = d$.

Принцип большинства голосов.

Таким образом, каждая коалиция характеризуется своей функцией предпочтения, а все множество коалиций, входящих в групповое ЛПР, характеризуется вектором функций предпочтения $f = (f_{v1}, \dots, f_{vs})$.

Принцип большинства утверждает, что групповое предпочтение должно соответствовать предпочтению коалиции, которая имеет число членов(голосов), превышающее некоторый порог. Формально это можно записать в виде

$$F(f_{v1}, f_{vs}) = f_{vk}$$
 при $f_{vk} > Cd/2$,

где f_{vk} - функция предпочтения коалиции, имеющей число голосов nvk; C - некоторый коэффициент, изменяющийся в пределах 1< C<2.

При C=1 порог равен половине участников группового ЛПР, поэтому говорят о принципе простого большинства голосов. При C=4/3 порог равен 2/3 голосов, поэтому говорят о принципе большинства в 2/3 голосов (или квалифицированного большинства), при C=2 порог равен d, что соответствует абсолютному большинству голосов.

Принципы диктатора и большинства голосов не учитывают интересы всех членов группы. Их применение при отсутствии других сдерживающих факторов может привести к распаду группового ЛПР. В формулировке этих принципов не содержится оснований для обеспечения устойчивости существования группы.

Существуют принципы согласования индивидуальных предпочтений, обеспечивающие в определенной степени учет интересов всех членов группы и, следовательно, сохраняющие ее устойчивость.

Для множества коалиций V=(V1,V2,...,Vs), s<d, решение называется **V-оптимальным**, если оно оптимально для каждой коалиции V1,...,Vs.

V-оптимальность означает, что ни одной коалиции не выгодно менять этого решения, поскольку не существует лучшего решения.

Принципы согласования, основанные на понятии V-оптимальности и отличающиеся количеством участников в коалиции.

Принцип Курно соответствует случаю, когда все коалиции являются одноэлементными, т.е. групповое ЛПР состоит из независимых индивидов, имеющих различные предпочтения и поэтому не образующих какие-либо группы. Тогда V-оптимальное решение отражает индивидуальную рациональность: никому из членов группового ЛПР отдельно не выгодно менять решение, поскольку не существует лучшего.

Принцип Парето применяется, когда множество коалиций состоит из одной коалиции, т.е. все члены группового ЛПР образуют единое целое. В этом случае V-оптимальным является решение, которое невыгодно менять всем членам группы сразу, поскольку не существует лучшего. По принципу Парето группа может улучшать свои решения без нанесения ущерба каждому члену, поэтому его применение возможно только при сильной зависимости всех членов группового ЛПР. Эта зависимость выражается в общности целей всех членов группы. Множество эффективных решений удовлетворяет принципу Парето, поэтому этот принцип широко используется в задачах группового выбора.

Принцип Эджворта объединяет принципы Парето и Курно. Он соответствует случаю, когда множество коалиций состоит из произвольного числа s (1<s<d) коалиций. При этом V- оптимальным является решение, которое невыгодно менять каждой коалиции, поскольку нет лучшего.

Конкретизация принципов согласования может быть произведена в соответствии с характером отношений между коалициями группового ЛПР. Рассматривается три типа отношений между коалициями: *статус-кво, конфронтация и рациональность*.

При отношении *статус-кво* коалиции стараются сохранить существующее положение. Это отношение используется в экономических моделях, в которых рассматриваются взаимодействия слабо связанных участников.

При отношении конфронтации коалиции действуют так, чтобы навредить друг другу. Причем возможно, что эти действия могут наносить ущерб самим коалициям. На основе отношения конфронтации построена теория игр. Выбор оптимального решения в этой теории основан на предположении о наихудшем для данной коалиции поведении остальных коалиций. Поэтому оптимальное решение определяется для наихудших условий и обеспечивает максимальный гарантированный выигрыш для этих условий.

При отношении *рациональности* коалиции действуют в собственных интересах для получения максимального результата, что, естественно, не обязательно приносит ущерб другим коалициям. При использовании отношения рациональности возникают затруднения, связанные с бесконечной цепочкой взаимосвязанных рассуждений (так называемая рефлексия).

ПРИМЕР

- Пусть имеется групповое ЛПР, включающее всего два члена. Сформулировано два варианта решения проблемы, и каждый из членов группы в соответствии со своим предпочтением может выбрать любое решение. Поэтому всего возможны четыре варианта состояний (Y₁¹, Y₁²), (Y₁¹, Y₂²), (Y₂¹, Y₁²), (Y₂¹, Y₂²), где нижний индекс означает номер решения, а верхний номер члена группового ЛПР.
- Состояние (Y_1^1, Y_1^2) означает, что оба члена выбирают первое решение; соответственно состояние (Y_2^1, Y_2^2) , означает выбор членами группового ЛПР второго решения. В состояниях (Y_1^1, Y_2^2) , (Y_2^1, Y_1^2) , выбираемые членами группы решения не совпадают.
- Оба члена группового ЛПР высказали свои предпочтения состояний в рангах, приведенных в таблице.

Таблица Предпочтения состояний решения

Предпочтения	Решения						
состояний							
	(Y_1^1, Y_1^2) (Y_1^1, Y_2^2) (Y_2^1, Y_1^2) (Y_2^1, Y_2^2)						
fı	1	3	3	2			
f ₂	2	3	3	1			

Предпочтения состояний	Решения						
	(Y_1^1, Y_1^2) (Y_1^1, Y_2^2) (Y_2^1, Y_1^2) (Y_2^1, Y_2^2)						
f1	1	3	3	2			
f ₂	2	3	3	1			

Рассмотрим оптимальные решения группового ЛПР для различных принципов группового выбора и типов отношений между членами группы.

- **В условиях гипотезы статус-кво** и **принципа Курно** каждый член группы стремится не ухудшить свое состояние. Поэтому оптимальными состояниями являются (Y_1^1, Y_1^2) и (Y_2^1, Y_2^2) . Это означает, что каждому члену группы выгодно одновременно принять либо решение Y_1 , либо решение Y_2 . Действительно, если первый член принял решение Y_1^1 , то второй член может принять решение Y_1^2 1, либо Y_2^2 . В соответствии с предпочтениями таблицы решение Y_2 для второго члена предпочтительнее. Соответствующие рассуждения можно провести и для первого члена в зависимости от выбора решения вторым членом и убедиться в том, что оптимальными по Курно в условиях гипотезы статус-кво являются одновременное принятие членами группы решений либо Y_1 , либо Y_2 . Состояния (Y_1^1, Y_1^2) и (Y_2^1, Y_2^2) являются состояниями равновесия по принципу Курно.
- Оптимальными состояниями по принципу Парето в условиях отношения статус-кво являются $(Y_1^1, Y_1^2), (Y_2^1, Y_2^2)$. Действительно, из таблицы следует, что для этих состояний нет доминирующих.

Предпочтения состояний	Решения						
	(Y_1^1, Y_1^2) (Y_1^1, Y_2^2) (Y_2^1, Y_1^2) (Y_2^1, Y_2^2)						
f1	1	3	3	2			
f ₂	2	3	3	1			

- Оптимальными состояниями по **принципу Эджворта** в условиях отношения **статус-кво** также являются $(Y_1^1, Y_1^2), (Y_2^1, Y_2^2)$
- Таким образом, для всех трех принципов в условиях отношения статус-кво оптимальные состояния одинаковы и заключаются в том, что обоим членам группы нужно принимать одинаковое решение. Но какое именно решение: Y1 или Y2 однозначного ответа нет, поскольку оба они оптимальны. Так как в рассматриваемом случае имеется всего два решения, то фактически применение принципов группового выбора в условиях гипотезы статус-кво ничего не дало.
- В условиях отношения конфронтации для первого члена группы оптимальными решениями являются Y1 и Y2, поскольку второй член группы на эти решения будет выбирать Y2 и Y1 соответственно. Этим второй член будет наносить первому члену наибольший ущерб (третий ранг в таблице.
- **В условиях отношения рациональности** оптимальным решением для первого члена является Y1, а для второго Y2, т.е. члены группы должны принимать разные решения.

Экспертные оценки при разработке решения

Возрастающая сложность управления организациями требует тщательного анализа целей и задач деятельности, путей и средств их достижения, оценки влияния различных факторов на повышение эффективности и качества работы. Это приводит к необходимости широкого применения экспертных оценок в процессе формирования и выбора решений.

В настоящее время экспертные оценки являются в основном сформировавшимся научным методом анализа сложных неформализуемых проблем.

Сущность метода экспертных оценок заключается в рациональной организации проведения экспертами анализа проблемы с количественной оценкой суждений и обработкой их результатов. Обобщенное мнение группы экспертов принимается как решение проблемы.

В процессе принятия решений эксперты выполняют информационную и аналитическую работу по формированию и оценке решений. Все многообразие решаемых ими задач сводится к трем *типам*:

2016

- формирование объектов,
- оценка характеристик,
- формирование и оценка характеристик объектов.

Экспертные оценки при разработке решения

При решении рассмотренных задач все множество проблем можно разделить на два класса: с достаточным и недостаточным информационным потенциалом.

Для проблем первого класса имеется необходимый объем знаний и опыта по их решению. Поэтому по отношению к этим проблемам эксперты являются качественными источниками и достаточно точными измерителями информации. Для таких проблем обобщенное мнение группы экспертов определяется осреднением их индивидуальных суждений и является близким к истинному.

В отношении проблем второго класса эксперты уже не могут рассматриваться как достаточно точные измерители. Мнение одного эксперта может оказаться правильным, хотя оно сильно отличается от мнения всех остальных экспертов. Обработка результатов экспертизы при решении проблем второго класса не может основываться на методах осреднения.

Метод экспертных оценок применяется для решения проблем прогнозирования, планирования и разработки программ деятельности, нормирования труда, выбора перспективной техники, оценки качества продукции и др.

Для применения метода экспертных оценок в процессе принятия решений необходимо рассмотреть вопросы подбора экспертов, проведения опроса и обработки его результатов.

- В зависимости от масштаба решаемой проблемы организацию экспертизы осуществляет ЛПР или назначаемая им группа управления. Подбор количественного и качественного состава экспертов производится на основе анализа широты проблемы, требуемой достоверности оценок, характеристик экспертов и затрат ресурсов.
- Широта решаемой проблемы определяет необходимость привлечения к экспертизе специалистов различного профиля. Следовательно, минимальное число экспертов определяется количеством различных аспектов, направлений, которые необходимо учесть при решении проблемы.
- Достоверность оценок группы экспертов зависит от уровня знаний отдельных экспертов и количества членов. Если предположить, что эксперты являются достаточно точными измерителями, то с увеличением числа экспертов достоверность экспертизы всей группы возрастает.
- Затраты ресурсов на проведение экспертизы пропорциональны количеству экспертов. С увеличением числа экспертов увеличиваются временные и финансовые затраты, связанные с формированием группы, проведением опроса и обработкой его результатов. Таким образом, повышение достоверности экспертизы связано с увеличением затрат. Располагаемые финансовые ресурсы ограничивают максимальное число экспертов в группе. Оценка числа экспертов снизу и сверху позволяет определить границы общего количества экспертов в группе.

- Характеристики группы экспертов определяются на основе индивидуальных характеристик экспертов: компетентности, креативности, отношения к экспертизе, конформизма, конструктивности мышления, коллективизма, самокритичности.
- В настоящее время перечисленные характеристики в основном оцениваются качественно.
 Для ряда характеристик имеются попытки ввести количественные оценки.
- **Компетентность** степень квалификации эксперта в определенной области знаний. Компетентность может быть определена на основе анализа плодотворной деятельности специалиста, уровня и широты знакомства с достижениями мировой науки и техники, понимания проблем и перспектив развития.
- Для количественной оценки степени компетентности используется коэффициент компетентности, с учетом которого взвешивается мнение эксперта. Коэффициент компетентности определяется по априорным и апостериорным данным.
- При использовании априорных данных оценка коэффициента компетентности производится до проведения экспертизы на основе самооценки эксперта и взаимной оценки со стороны других экспертов.
- При использовании апостериорных данных оценка коэффициента компетентности производится на основе обработки результатов экспертизы.

Наиболее простой является методика оценки относительных коэффициентов компетентности по результатам высказывания специалистов о составе экспертной группы.

Сущность этой методики заключается в следующем.

Ряду специалистов предлагается высказать суждение о включении лиц в экспертную группу для решения определенной проблемы. Если в этот список попадают лица, не вошедшие в первоначальный список, то им также предлагается назвать специалистов для участия в экспертизе. Проведя несколько туров такого опроса, можно составить достаточно полный список кандидатов в эксперты.

По результатам проведенного опроса составляется матрица, в ячейках которой проставляются переменные х_{і,і}, равные

- $x_{i,i}$ =1, если j-й эксперт назвал i-го эксперта
- $x_{i,j}$ =0, если j-й эксперт не назвал i-го эксперта.
- Причем каждый эксперт может включать или не включать себя в экспертную группу.

17

По данным матрицы вычисляются коэффициенты компетентности как относительные веса экспертов по формуле

1

$$k_{i} = \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \qquad (i = \overline{1, m})$$

где k_i – коэффициент компетентности і-го эксперта, m – количество экспертов (размерность матрицы $\|x_{i,j}\|$). Коэффициенты компетентности нормированы так, что их сумма равна единице:

$$\sum_{i=1}^{m} k_i = 1.$$

Содержательный смысл коэффициентов компетентности, вычисленных по данным таблицы $\|xi,j\|$, состоит в том, что подсчитывается сумма единиц (число "голосов"), поданных за i-го эксперта, и делится на общую сумму всех единиц. Таким образом, коэффициент компетентности определяется как относительное число экспертов, высказавшихся за включение i-го эксперта в список экспертной группы.

- **Креативность** это способность решать творческие задачи. В настоящее время кроме качественных суждений, основанных на изучении деятельности экспертов, нет каких-либо предложений по оценке этой характеристики.
- **Конформизм** это подверженность влиянию авторитетов. Особенно сильно конформизм может проявиться при проведении экспертизы в виде открытых дискуссий. Мнение авторитетов подавляет мнение лиц, обладающих высокой степенью конформизма.
- Отношение к экспертизе является очень важной характеристикой качества эксперта при решении данной проблемы. Негативное или пассивное отношение специалиста к решению проблемы, большая занятость и другие факторы существенно сказываются на выполнении экспертами своих функций. Поэтому участие в экспертизе должно рассматриваться как плановая работа. Эксперт должен проявлять интерес к рассматриваемой проблеме.
- **Конструктивность мышления** это прагматический аспект мышления. Эксперт должен давать решения, обладающие свойством практичности. Учет реальных возможностей решения проблемы очень важен при проведении экспертного оценивания.
- **Коллективизм** должен учитываться при проведении открытых дискуссий. Этика поведения человека в коллективе во многих случаях существенно влияет на создание положительного психологического климата и тем самым на успешность решения проблемы.
- Самокритичность эксперта проявляется при самооценке степени своей компетентности, а также при учете мнений других экспертов и принятии решения по рассматриваемой проблеме.

2016

В качестве характеристики эксперта можно принять достоверность суждений эксперта, которая определяет его как "измерительный прибор". Однако применение такой обобщенной характеристики требует информации о прошлом опыте участия эксперта в решении проблем. В ряде случаев такой информации может не быть.

Достоверность оценок эксперта количественно оценивают по формуле:

$$D_{i} = \frac{N_{i}}{N} \qquad (i = \overline{1, m}),$$

где Ni - число случаев, когда i-й эксперт дал решение, приемлемость которого подтвердилась практикой, N - общее число случаев участия i-го эксперта в решении проблем.

Вклад каждого эксперта в достоверность оценок всей группы определяется по формуле

$$D_{i}^{O\Gamma} = \frac{D_{i}}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} D_{i}} \qquad (i = \overline{1, m}),$$

где m - число экспертов в группе. В знаменателе стоит средняя достоверность группы экспертов.

Опрос

Опрос экспертов представляет собой заслушивание и фиксацию в содержательной и количественной форме суждений экспертов по решаемой проблеме. Проведение опроса является основным этапом совместной работы групп управления и экспертов.

На этом этапе выполняются следующие процедуры:

- организационно-методическое обеспечение опроса;
- постановка задачи и предъявление вопросов экспертам;
- информационное обеспечение работы экспертов.

Вид опроса по существу определяет разновидность метода экспертной оценки. Основными видами опроса являются:

- анкетирование,
- интервьюирование,
- метод Дельфы,
- мозговой штурм,
- дискуссия.

Обработка экспертных оценок

- После проведения опроса группы экспертов осуществляется обработка результатов. Исходной информацией для нее являются числовые данные, выражающие предпочтения экспертов, и содержательное обоснование этих предпочтений.
- Целью обработки является получение обобщенных данных и новой информации, содержащейся в скрытой форме в экспертных оценках. На основе результатов обработки формируется решение проблемы.
- Наличие как числовых данных, так и содержательных высказываний экспертов приводит к необходимости применения качественных и количественных методов обработки результатов группового экспертного оценивания.

Обработка экспертных оценок

В зависимости от целей экспертного оценивания при обработке результатов опроса решают следующие основные задачи:

- определение согласованности мнений экспертов;
- построение обобщенной оценки объектов;
- определение зависимости между суждениями экспертов;
- определение относительных весов объектов;
- оценка надежности результатов экспертизы.

Обработка экспертных оценок

В зависимости от целей экспертного оценивания при обработке результатов опроса решают следующие основные задачи:

- определение согласованности мнений экспертов;
- построение обобщенной оценки объектов;
- определение зависимости между суждениями экспертов;
- определение относительных весов объектов;
- оценка надежности результатов экспертизы.

Обработка результатов экспертизы вручную связана с большими трудовыми затратами (даже в случае решения простых задач упорядочения), поэтому ее целесообразно проводить на базе вычислительной техники. Применение ЭВМ выдвигает проблему разработки машинных программ, реализующих алгоритмы обработки результатов экспертного оценивания. При организации обработки результатов опроса следует тщательно проанализировать трудоемкости решения задач с учетом разработки математического обеспечения для ЭВМ.

- Оценка согласованности суждений экспертов основывается на использовании понятия компактности, наглядное представление о котором дает геометрическая интерпретация результатов экспертизы.
- Оценка каждого эксперта представляется как точка в некотором пространстве, в котором имеется понятие расстояния. Если точки, характеризующие оценки всех экспертов, расположены на небольшом расстоянии друг от друга, т.е. образуют компактную группу, то, очевидно, можно это интерпретировать как хорошую согласованность мнений экспертов.
- Если же точки в пространстве разбросаны на значительные расстояния, то согласованность мнений экспертов невысокая.
- Возможно, что точки оценки экспертов расположены в пространстве так, что образуют две или несколько компактных групп. Это означает, что в экспертной группе существуют две или несколько существенно отличающихся точек зрения на оценку объектов.

- При использовании количественных шкал измерения и оценке всего одного параметра объекта все мнения экспертов можно представить как точки на числовой оси. Эти точки можно рассматривать как реализации случайной величины и поэтому для оценки группировки и разброса точек использовать хорошо разработанные методы математической статистики.
- Центр группировки точек можно определить как математическое ожидание (среднее значение) или как медиану случайной величины, а разброс количественно оценивается дисперсией случайной величины. Мерой согласованности оценок экспертов, т.е. компактности расположения точек на числовой оси, может служить отношение среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию случайной величины.
- Если объект оценивается несколькими числовыми параметрами, то мнение каждого эксперта представляется как точка в пространстве параметров. Центр группировки точек опять определяется как математическое ожидание вектора параметров, а разброс точек дисперсией вектора параметров. Мерой согласованности суждений экспертов служит в этом случае сумма расстояний оценок от среднего значения, отнесенная к расстоянию математического ожидания от начала координат.
- Мерой согласованности может также служить количество точек, расположенных в радиусе среднеквадратического отклонения от математического ожидания, ко всему количеству точек. Различные методы определения согласованности количественных оценок на основе понятия компактности рассматриваются в теории группировок и распознавания образов.

- При измерении объектов в порядковой шкале согласованность оценок экспертов в виде ранжировок или парных сравнений объектов также основывается на понятии компактности.
- При ранжировке объектов в качестве меры согласованности мнений группы экспертов используется дисперсионный коэффициент конкордации (коэффициент согласия).
- Рассмотрим матрицу результатов ранжировки m объектов группой из d экспертов $\| \mathbf{r}_{is} \|$ (s=1, d; i = 1,m), где \mathbf{r}_{is} ранг, присваиваемый s-м экспертом i-му объекту. Составим суммы рангов по каждой строке. В результате получим вектор с компонентами

$$r_i = \sum_{s=1}^{d} r_{is} \quad (i = \overline{1, m}).$$

■ Будем рассматривать величины і как реализации олучайной величины и найдем оценку дисперсии. Как известно, оптимальная по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценка дисперсии определяется формулой (1):

$$D = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (r_i - \bar{r})^2$$

где r - оценка математического ожидания, равная (2):

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} r_i$$

 Дисперсионный коэффициент конкордации определяется как отношение оценки дисперсии к максимальному значению этой оценки:

$$W = D/Dmax$$
 (3)

Коэффициент конкордации изменяется от нуля до единицы, поскольку 0 ≤ D ≤ Dmax.
 Максимальное значение дисперсии равно (4)

$$D_{\text{max}} = \frac{d^2 (m^3 - m)}{12(m - 1)}$$

Введем обозначение (5)

$$S = \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{s=1}^{d} r_{is} - \overline{r} \right)^{2}.$$

- Используя его, запишем оценку дисперсии в виде (6) $D = \frac{1}{m-1} \times S$
- Подставляя (4), (6) в (3) и сокращая на множитель (m 1), запишем окончательное выражение для коэффициента конкордации (7)

$$W = \frac{12 \times S}{d^2 \times (m^3 - m)}$$

 Если в ранжировках имеются связанные ранги, то максимальное значение дисперсии в знаменателе формулы (3) становится меньше, чем при отсутствии связанных рангов. Доказано, что при наличии связанных рангов коэффициент конкордации вычисляется по формулам (8,9)

W =
$$\frac{12 \times S}{d^2 \times (m^3 - m) - d \times \sum_{s=1}^{d} T_s}$$
,

где:

$$T_{s} = \sum_{k=1}^{H_{s}} (h_{k}^{3} - h_{k}).$$

- В формуле (9) Ts показатель связанных рангов в s-й ранжировке, Hs число групп равных рангов в s-й ранжировке, h_к число равных рангов в k-й группе связанных рангов при ранжировке s-м экспертом.
- Если совпадающих рангов нет, то Hs = 0, $h_k = 0$ и, следовательно, Ts = 0. В этом случае формула (8) совпадает с формулой (7).

- Коэффициент конкордации равен 1, если все ранжировки экспертов одинаковы, и равен нулю, если все ранжировки различны. Коэффициент конкордации, вычисляемый по формулам (7) и (8), является оценкой истинного значения коэффициента и, следовательно, представляет собой случайную величину.
- Для определения значимости оценки коэффициента конкордации необходимо знать распределение частот для различных значений числа экспертов d и количества объектов m. Распределение частот для W при различных значениях m и d может быть определено по известным статистическим таблицам. При числе объектов m > 7 оценка значимости коэффициента конкордации может быть произведена по критерию χ2.
- Величина d*(m-1) W имеет χ2 = распределение с v = m-1 степенями свободы.
- При наличии связанных рангов χ2 = распределение с v = m-1 степенями свободы имеет значение (10)

$$\chi^2 = \frac{12 \times S}{d \times m \times (m+1) - \frac{1}{m-1} \sum_{s=1}^{d} T_s}.$$

• **Пример** Результаты ранжирования шести объектов (О1, О2,...,О6) пятью экспертами (Э1,Э2,...,Э5) представлены в таблице.

	Э1	Э2	Э3	Э ₄	Э5
O_1	1	2	1,5	1	2
O ₂	2,5	2	1,5	2,5	1
O_3	2,5	2	3	2,5	3
O_4	4	5	4,5	4,5	4
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5
O_6	6	6	6	5	5,5

 Вычислим коэффициент конкордации и произведем оценку его значимости. Среднее значение r по формуле (2) равно:

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \times \sum_{i=1}^{m} \sum_{s=1}^{d} r_{is} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{6} \sum_{s=1}^{5} r_{is} = 17,5.$$

Величина S в соответствии с формулой (5) равна: $S = \sum_{i=1}^{6} \left(\sum_{s=1}^{5} r_{is} - 17,5 \right)^2 = 361.$

- Поскольку в ранжировках имеются связанные ранги, то вычисление коэффициента конкордации выполним по формуле (8).
- Предварительно вычислим величины Тѕ используя формулу (9). В данном случае из таблицы следует, что в ранжировке экспертом Э1 имеется одна группа связанных рангов, поэтому Н1 = 1. В этой группе содержится два связанных ранга, равных 2,5, поэтому h1 = 2. Отсюда Т1 = 2³ −2 = 6. Аналогичным образом вычисляем Т2 ÷ Т5 :

$$T_2 = 3^3 - 3 = 24;$$
 $T_4 = 2^3 - 2 + 2^3 - 2 = 12;$ $T_5 = 2^3 - 2 = 6.$

 Подставляя значения Ts , S и m = 6, d = 5 в формулу (8) и производя вычисления, получаем:

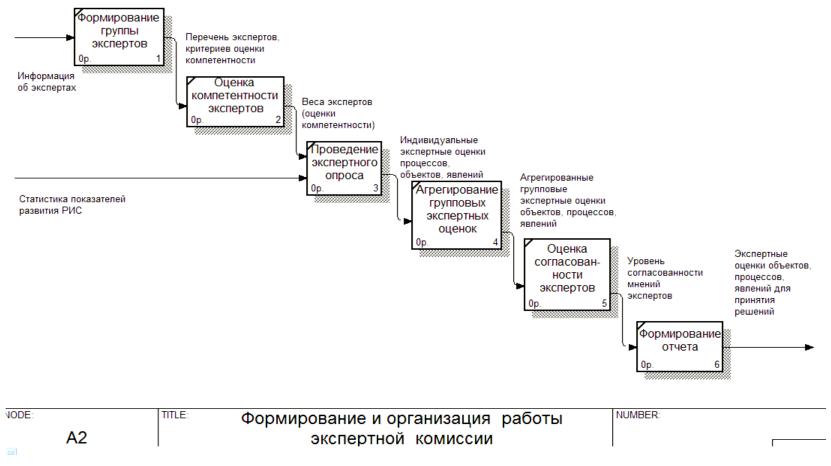
W = $\frac{12 \times 361}{5^2 \times (6^3 - 6) - 5 \times 60} = 0.874$.

Оценим значимость коэффициента конкордации. В данном случае число степеней свободы v = 5. Табличное значение χ2 для v = 5 и 5% уровня значимости χ2 табл. = 11,07. Подставляя значения величины в формулу (10), получаем

$$\chi^2 = \frac{12 \times 361}{5 \times 6 \times 7 - 0.2 \times 60} = 21.8$$
.

Поскольку 11,07 < 21,8, то гипотеза о согласии экспертов в ранжировках принимается.

Курс МИМППР Захарова А.А. 2016



- Минимальное количество экспертов определяется числом функциональных сфер жизнедеятельности региона, используемых при планировании. Выделяются шесть блоков показателей социально-экономического развития региона. Минимальное количество экспертов предлагается определять по формуле:
- $N = 0.5 (3/\alpha + 5),$
- где 0< α ≤1 параметр, задающий минимальный уровень ошибки экспертизы. Исходя из этого условия минимальное количество экспертов равно 4 (при α = 1).
- Для каждого эксперта необходимо определить оценку уровня его компетентности по каждому блоку показателей.
- Основные требования к эксперту: широкий кругозор и знание предметной области, наличие научных трудов и практического опыта, способность решать творческие задачи, независимость мышления и др. Таким образом, задача определения компетентности экспертов является многокритериальной. Наиболее популярным методом многокритериальной оценки альтернатив является метод взвешенных сумм.

Предлагается использовать следующие критерии и шкалы для оценивания экспертов:

- Уровень образования: среднее (1 балл); среднее специальное (2–4 балла); высшее (5–8 баллов); наличие ученой степени (9–10 баллов).
- Соответствие профиля образования предметной области (а именно конкретной сфере функционирования региона): не соответствует (1 балл); не очень соответствует (2–4 балла); более или менее соответствует (5–8 баллов); соответствует (9–10 баллов).
- Опыт работы по профилю предметной области: отсутствует (1 балл); небольшой (2–4 балла); не очень большой (5–8 баллов); большой (9-10 баллов).
- Административная и экономическая независимость в данной сфере: отсутствует (1 балл);
 низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).
- Способность решать творческие задачи и опыт участия в экспертном оценивании: отсутствует (1 балл); низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).

Суммарная оценка уровня компетентности эксперта по і-тому функциональному блоку определяется по формуле

$$O\kappa_i = \sum_j W_j O_j$$

- где –
- $O\kappa_i$ оценка уровня компетентности эксперта по *i*-тому функциональному блоку;

- O_{j} оценка эксперта по j-тому критерию; W_{j} вес критерия оценки эксперта, причем . $\sum_{i}W_{j}=1$

Суммарная оценка уровня компетентности эксперта по *і*-тому функциональному блоку определяется по формуле

$$O\kappa_i = \sum_j W_j O_j$$

- где –
- $O\kappa_i$ оценка уровня компетентности эксперта по i-тому функциональному блоку;
- $O_{j} -$ оценка эксперта по j-тому критерию; $W_{j} -$ вес критерия оценки эксперта, причем . $\sum_{j} W_{j} = 1$
- Затем сводим полученные оценки в таблицу компетентности экспертов.

Таблица компетентности экспертов

Функциональные блоки	Эксп	Эксперты				max	
$O\kappa_i$	1	2	3	4		d	$O\kappa_{is}$
Социально-жономический							
Кадровый							
Инвестиционный							
Инфраструктурный							
Производственный							
Финансовый							

На пересечении строк и столбцов находятся оценки уровня компетентности s-того эксперта по i-тому функциональному блоку $\mathcal{O}_{\mathbf{x}_i}$

- При анализе, планировании и прогнозировании социально-экономического развития региона данной таблицей можно воспользоваться:
- 1) для определения наиболее компетентного эксперта по определенному функциональному блоку показателей (в случае использования индивидуального метода экспертных оценок). Им будет являться эксперт, имеющий наибольшую оценку по *i*-тому блоку (max);
- 2) для определения весов важности экспертов при групповом экспертном оценивании. Вес важности s-того эксперта по i-тому функциональному блоку определяется по формуле

$$W_{is} = \frac{O\kappa_{is}}{\sum_{s} O\kappa_{is}}$$

Пример таблицы компетентности экспертов группы стратегического планирования

Функциональные	Эксперты								Наибо		
блоки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	— лее компет ентны й экспер т
Социально- экономический	0.100	0.102	0.097	0.087	0.129	0.126	0.093	0.066	0.100	0.100	№ 5
Кадровый	0.097	0.105	0.091	0.089	0.126	0.129	0.097	0.067	0.097	0.102	№ 6
Инвестиционный	0.101	0.103	0.098	0.088	0.130	0.109	0.095	0.066	0.109	0.101	№ 5
Инфраструктурный	0.087	0.099	0.113	0.096	0.122	0.102	0.090	0.093	0.073	0.125	№ 10
Производственный	0.081	0.092	0.111	0.100	0.114	0.111	0.106	0.098	0.070	0.117	№ 10
Финансовый	0.094	0.100	0.101	0.091	0.125	0.115	0.097	0.076	0.093	0.108	№ 5
Средняя оценка	0.094	0.100	0.101	0.091	0.125	0.115	0.097	0.076	0.093	0.108	№ 5

Оценка согласованности экспертов

Субъективный характер восприятия экспертами оцениваемой ситуации приводит к расхождению в оценках экспертов. В связи с этим возникает две проблемы:

- получение агрегированной групповой оценки нескольких экспертов;
- оценка согласованности мнений экспертов.

Для решения первой проблемы необходимо назначение весов важности экспертов, учитывающих их компетентность в предметной области.

Если имеется d экспертов ($s = \overline{1,d}$, то имеется d весов важности $W_s (\Sigma W_s = 1)$, и d полученных от экспертов оценок факторов развития региона x_s . Тогда агрегированная групповая оценка экспертов определяется по формуле

$$x_{\text{rpyn}} = \sum_{s} W_{s} \cdot x_{s}$$

Например, пусть при оценивании вероятности реализации возможности внешней среды от пяти экспертов получены следующие оценки вероятности: x_1 =0,8, x_2 =0,7, x_3 =0,9, x_4 =0,5, x_5 =0,7. Веса важности экспертов W_1 =0,15, W_2 =0,2, W_3 =0,15, W_4 =0,1, W_5 =0,4. Тогда агрегированная групповая оценка $x_{\text{груп}}$ =0,725.

Оценка согласованности экспертов

Полученные экспертные оценки фактически представляют собой вариационный ряд

X _s	x ₁	X ₂	 X _d
W _s	W ₁	W ₂	 W_d

- Поэтому критерием согласованности мнений экспертов может служить показатель вариации экспертных оценок. Для этих целей на практике используется коэффициент вариации K_{ν} , который применяют не только для сравнительной оценки вариации, но и для характеристики однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33 % (для распределений, близких к нормальному) .
- Таким образом, необходимо вычислить коэффициент вариации и сравнить его с нормативным значением (33 %). Если $K_{\nu} \le 33$ %, то считать оценки экспертов согласованными. Если $K_{\nu} > 33$ %, то оценки экспертов не согласованы, и тогда экспертам нужно пересмотреть свои оценки, причем наиболее правильным будет пересмотреть оценку, имеющую наибольшую разницу $|x-x_{\text{трул}}|$, при наличии одинаковых отклонений в первую очередь пересматривается оценка наименее

компетентного эксперта.

Курс МИМППР

Захарова А.А.

Оценка согласованности экспертов

Коэффициент вариации определяется по формуле

$$K_{\mathbf{v}} = \frac{\sigma}{\overline{x}} \cdot 1\%9$$

где σ – среднее квадратическое отклонение;

 \bar{x} – среднее значение, или $x_{\text{груп}}$.

Используя введенные выше обозначения, среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

по формуле $\sigma = \sqrt{\sum_{s} W_{s} \cdot (x_{s} - x_{\text{rpyn}})^{2}}$

Для приведенного выше примера K_v =14,38 %, т.е. согласованность оценок экспертов достаточная.

Коэффициент вариации равен нулю при наибольшей согласованности оценок экспертов (все оценки одинаковые). С увеличением значения коэффициента вариации, степень согласованности экспертов снижается. Поэтому предлагается ввести следующую шкалу изменения коэффициента вариации:

0–11%	11–22 %	22–33 %	> 33 %
Очень высокая	Высокая	Умеренная	Недостаточная (слабая)
		Λ Λ	
	Очень высокая	Очень высокая Высокая	Очень высокая Высокая Умеренная