

Лекция

Методы принятия  
управленческих решений в  
условиях конфликта ЮТИ ТПУ  
Кафедра информационных систем

Направление 09.04.03 Прикладная информатика

# Основные понятия

Пусть соперником при ПР является мыслящий субъект или их группа, который осознанно выбирает вариант реализации ситуации.

Рассмотрим следующую модель: **ЛПР А** желает принять решение, на результат которого влияет другое **ЛПР В**, цели которого противоположны **А**. **ЛПР В** анализирует все возможные варианты **А** и принимает такое решение, которое приводит к наименьшему выигрышу **А** (соответственно максимальному своему выигрышу).

Примерами таких ситуаций служат отношения между продавцом и покупателем, адвокатом и прокурором, кредитором и дебитором, истцом и ответчиком и т.д.

- Подобные ситуации называются **конфликтными**.
- Математические методы анализа конфликтных ситуаций объединяются под названием **теории игр**, сама конфликтная ситуация носит название **игры**, а стороны, участвующие в конфликте, называются **игроками**.

# Основные понятия

- В 1927 г. французский математик Э. Борель сформулировал «фундаментальную теорему» теории игр – теорему существования оптимальных стратегий, которую в 1928 г. доказал Дж. фон Нейман.
- А в 1944 г. появилась капитальная монография по теории игр фон Неймана и О. Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение». В дальнейшем теория игр превратилась в самостоятельное математическое направление, имеющее практическое применение.
- **Теория игр** – это теория математических моделей конфликтных ситуаций, интересы участников которых различны, причём они достигают своих целей различными путями.

Конфликтные ситуации:

- ситуации, при которых интересы участников противоположны - модели называются «антагонистическими» играми,
- ситуации, при которых интересы участников не совпадают, хотя и не противоположны, «играх с непротивоположными интересами».

# Основные понятия

Игра двух лиц называется **парной**, когда в ней участвуют  $n$  игроков – это «игра  $n$  лиц»; в случае образования коалиций игра называется «**коалиционной**».

**Игра** - упрощённая модель ситуации.

Суть игры в том, что каждый из участников принимает такие решения (т.е. выбирает *стратегию* действий), которые, как он полагает, обеспечивает ему наибольший выигрыш или наименьший проигрыш, причём этому участнику игры ясно, что результат зависит не только от него, но и от действия партнёра (или партнёров). Иными словами, он принимает решение в условиях неопределённости

# Основные понятия

Неопределённость результата игры вызывается различными причинами, которые можно разбить на три группы:

- Особенности правил игры вызывают такое разнообразие в её развитии, что предсказать результат игры заранее невозможно. Источники неопределённости такого вида и соответствующие игры называются *комбинаторными*. Примером может служить шахматная игра
- Другим источником неопределённости является влияние случайных факторов. Игры, в которых исход оказывается неопределённым исключительно в результате случайных причин, называются *азартными* (игры в кости; игра, состоящая в отгадывании, какой стороной упадёт монета; рулетка).
- Третий источник неопределённости состоит в отсутствии информации о действиях противника, о его стратегии. Игры такого рода называются *стратегическими*.

# Основные понятия

Под *игрой* условимся понимать некоторую последовательность действий (*ходов*) игроков *A* и *B*, которая осуществляется в соответствии с чётко сформулированными правилами.

**Правила** определяют возможные варианты действий игроков, объём информации каждой стороны о действиях другой, результат игры, к которому приводит соответствующая последовательность ходов. В большинстве игр предполагается, что интересы участников поддаются количественному описанию, т.е. результат игры определяется некоторым числом.

**Ходом** в теории игр называется выбор одного из предложенных правилами игры действий и его осуществление.

# Основные понятия

Под *игрой* условимся понимать некоторую последовательность действий (*ходов*) игроков *A* и *B*, которая осуществляется в соответствии с чётко сформулированными правилами.

**Правила** определяют возможные варианты действий игроков, объём информации каждой стороны о действиях другой, результат игры, к которому приводит соответствующая последовательность ходов. В большинстве игр предполагается, что интересы участников поддаются количественному описанию, т.е. результат игры определяется некоторым числом.

**Ходом** в теории игр называется выбор одного из предложенных правилами игры действий и его осуществление.

**Стратегией** игрока называется план, по которому он совершает выбор хода в любой возможной ситуации и при любой возможной фактической информации.

В зависимости от числа возможных стратегий игры делятся на конечные и бесконечные.

# Основные понятия

Задачей теории игр является выработка рекомендаций для игроков, т.е. определение для них оптимальной стратегии.

**Оптимальной** называется **стратегия**, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш.

Простейший вид стратегической игры – игра двух лиц с нулевой суммой (сумма выигрышей и проигрышей равна нулю), т.е. один игрок выигрывает столько, сколько проигрывает другой.

Игра состоит из двух ходов: игрок  $A$  выбирает одну из своих возможных стратегий  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), а игрок  $B$  выбирает стратегию  $B_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), причём каждый выбор производится при полном незнании выбора другого игрока.



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

$A_i$	$B_j$				Наименьший выигрыш А $\min_j c_{ij}$
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	35	35	3	10	3
$A_2$	24	1	6	90	1
$A_3$	40	60	10	15	10
Наибольший проигрыш В $\max_i c_{ij}$	40	60	10	90	$\max_i \min_j c_{ij} = 10$

*Условия игры в виде платёжной матрицы и нахождение седловой точки игры*

# Основные понятия

Сторона  $A$  руководствуется принципом максиминного выигрыша:  $a = \max_i \min_j c_{ij}$

- То есть сторона  $A$  выбирает стратегию  $A_3$ , которая гарантирует ей наибольший (10) из трёх возможных наименьших выигрышей (3, 1, 10).
- Определяемая таким образом величина  $a$  называется **нижней ценой игры**, **максиминным выигрышем**, или сокращённо **максимином**.
- **Стратегия**, обеспечивающая получение  $a$ , называется **максиминной**.

Сторона  $B$  руководствуется принципом минимаксного проигрыша:  $b = \min_j \max_i c_{ij}$

- Величина  $b$  называется **верхней ценой игры**, или **минимаксом**.  
Соответствующая проигрышу  $b$  стратегия – **минимаксной**.

Принцип, который определяет выбор сторонами стратегий, соответствующих максиминному выигрышу или минимаксному проигрышу, часто называют **принципом минимакса** или **принципом осторожности**.

# Основные понятия

В нашем случае нижняя цена игры  $a$  равна верхней цене игры  $b$ .

В этом случае **игра называется вполне определённой**, а выигрыш  $a = b$  называется значением игры и равен элементу матрицы  $c_{i_0, j_0}$

Вполне определённые игры называют **играми с седловой точкой**, т.к. элемент в матрице такой игры, являющийся одновременно минимальным в строке  $i_0$  и максимальным в столбце  $j_0$ , называется **седловой точкой платёжной матрицы**. Отклонение от неё любой из сторон приводит к уменьшению выигрыша для игрока  $A$  и, соответственно, увеличению проигрыша для игрока  $B$ .

Седловой точке соответствуют оптимальные стратегии игроков, их совокупность – это решение игры, которое обладает следующим свойством: если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то для другого отклонение от его оптимальной стратегии не может быть выгодно.

В играх с платёжной матрицей, имеющих седловую точку, говорят, что **решение находится в области чистых стратегий**.

# Основные понятия

В общем же случае фактический выигрыш игрока  $A$  при различных действиях партнёров ограничен нижней и верхней ценой игры  $a \leq v \leq b$ .

Возникает вопрос нахождения решения для игр, матрицы которых не содержат седловой точки. В таких играх  $a < b$ . Применение минимаксных (максиминных) стратегий для каждого из игроков обеспечивает выигрыш, не меньший  $a$ , и проигрыш, не превышающий  $b$ . Для каждого игрока естественен вопрос увеличения выигрыша (уменьшения проигрыша).

Решение состоит в том, что игроки применяют не одну, а несколько стратегий. Выбор стратегий осуществляется случайным образом.

Случайный выбор игроком своих стратегий называется **смешанной стратегией**. То есть если платёжная матрица не имеет седловой точки, то оказывается, что для определения успеха необходимо выбрать стратегии  $A$  и  $B$  с определёнными вероятностями или частотами при многократной игре, и такие стратегии называются **смешанными**.

# Основные понятия

Доказано, что для всякой игры с нулевой суммой всегда существуют оптимальные смешанные стратегии. Общее значение верхней и нижней цены называется *ценой* игры.

Смешанная стратегия для стороны  $A$  обозначается

$$S_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{pmatrix}$$

где  $p_1, p_2, p_3$  – вероятности использования соответствующих чистых стратегий, при этом  $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ .

Смешанная стратегия, которая гарантирует данной стороне наибольший возможный выигрыш (или наименьший проигрыш) независимо от действий другой стороны, называется *оптимальной*.

# Основные понятия

Для определения оптимальных стратегий поведения сторон в задачах теории игр используется:

- с полной информацией – наиболее часто аппарат линейного программирования;
- с неполной информацией (при наличии некоторого риска) – теория игр;
- при неопределённости – теория стратегических решений.

# Постановка задачи и выбор критерия оптимизации

Пусть в игре принимают участие две стороны:  $A$  и  $B$ . Условия игры заданы платёжной матрицей.

*Общий вид платёжной матрицы игры*

$A$	$B$				
	$B_1$	...	$B_j$	...	$B_n$
$A_1$	$c_{11}$	...	$c_{1j}$	...	$c_{1n}$
...	...	...	...	...	...
$A_i$	$c_{i1}$	...	$c_{ij}$	...	$c_{in}$
...	...	...	...	...	...
$A_m$	$c_{m1}$	...	$c_{mj}$	...	$c_{mn}$

# Постановка задачи и выбор критерия оптимизации

- Требуется определить оптимальные вероятности использования стратегий, максимизирующих средний выигрыш первой стороны.
- Выбранную стороной  $A$  стратегию будем соответственно обозначать  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,
- аналогично стратегии стороны  $B$  – символами  $B_1, B_2, \dots, B_n$ ;
- $p_i$  – вероятность использования стратегии  $i$  первой стороной  $A$ ,
- $q_j$  – вероятность использования стратегии  $j$  второй стороной  $B$ , при этом

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1, \sum_{j=1}^n q_j = 1$$



# Постановка задачи и выбор критерия оптимизации

Средний выигрыш первой стороны А

$$Y = c_{11}p_1q_1 + \dots + c_{ij}p_iq_j + \dots + c_{mn}p_mq_n = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}p_iq_j$$

Ограничения

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1, \sum_{j=1}^n q_j = 1$$

# Постановка задачи и выбор критерия оптимизации

Применение смешанной стратегии позволяет получить выигрыш, равный цене игры:  $a \leq v \leq b$ .

Для оптимальных стратегий игроков имеет место соотношение

$$\max_i \min_j c_{ij} = \min_j \max_i c_{ij}$$

Применение игроком  $A$  оптимальной стратегии должно обеспечивать ему при любых действиях игрока  $B$  выигрыш не меньше цены игры  $v$ . Поэтому должны выполняться следующие соотношения:

$$\sum_{i=1}^m p_i^* c_{ij} \geq v, j = 1, \dots, n \quad (1)$$

# Постановка задачи и выбор критерия оптимизации

Аналогично, для игрока  $B$  оптимальная стратегия игрока должна обеспечивать при любых стратегиях игрока  $A$  проигрыш, не превышающей величину  $v$ , т.е. справедливо соотношение

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} q_j^* \leq v, i = 1, \dots, m \quad (2)$$

В дальнейшем соотношения (1) и (2) используются для решения игры.

Вообще, задача решения игры, если её матрица не содержит седловой точки, тем сложнее, чем больше значения  $m$  и  $n$ .

Стратегии игроков  $A$  и  $B$ , для которых вероятности  $p_i$  и  $q_j$  отличны от нуля, называются *активными*.

# Методы решения задач теории игр

Методы решения задач теории игр во многом зависят от условий задачи и от вида матрицы выигрышей первого игрока.

1. Если матрица  $C$  имеет седловую точку, то решение игры сводится к нахождению седловой точки матрицы  $C$ . Оптимальные стратегии игроков определяются при этом координатами  $(i_0, j_0)$  седловой точки матрицы  $C$ , а

цена игры – элементом  $C_{i_0 j_0}$

2. Если матрица  $C$  имеет размер  $m \times 2$  или  $2 \times n$ , то решение задачи может быть получено графически.

3. Метод Брауна.

4. Можно решить задачу теории игр, сведя математическую игру к задаче линейного программирования.

# Методы решения задач теории игр: графический метод

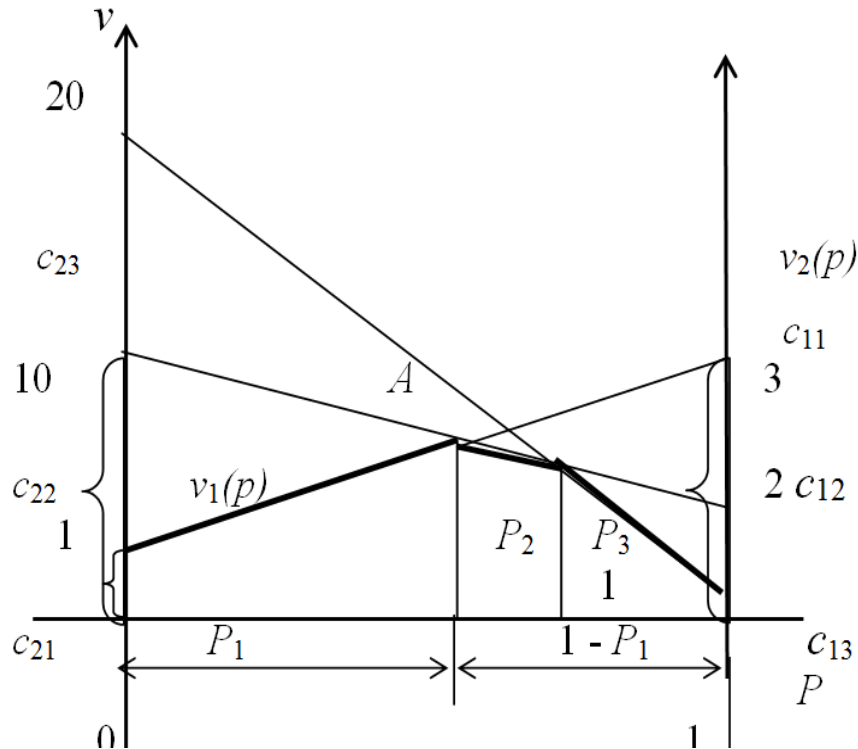
$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 9 & 20 \end{pmatrix}$$

В плоскости переменных  $(p, v)$  построим  $v_j(p)$  – ожидаемый средний выигрыш первого игрока, применяющего первую стратегию с вероятностью  $p$  при условии, что второй игрок отвечает чистой стратегией

$v_j (j = 1, 2, 3)$ :

$$\begin{aligned} v_1(p) &= 3p + 1(1 - p) = 2p + 1, \\ v_2(p) &= 2p + 9(1 - p) = -7p + 9, \\ v_3(p) &= p + 20(1 - p) = -19p + 20. \end{aligned} \quad 0 \leq p \leq 1$$

# Методы решения задач теории игр: графический метод



$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 &= 1 \\ 2p + 1 &= 7p + 9, \\ 9p &= 8, \quad p = 8/9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^* &= (1/9, 1/9); \\ q^* &= (7/9, 2/9, 0) \\ v^* &= 25/9. \end{aligned}$$

В точке A пересечения прямых  $v_1(p)$  и  $v_2(p)$  гарантированный выигрыш первого игрока, изображённый жирной линией, достигает наибольшего значения.

Следовательно, игрок A применяет стратегию  $A_1$  с вероятностью  $8/9$ , а стратегию  $A_2$  — с вероятностью  $1/9$ . Игрок B применяет стратегию  $B_1$  с вероятностью  $7/9$  или  $B_2$  с вероятностью  $2/9$ . При этом его выигрыш (игрока A) в среднем составляет  $25/9$  единиц. Столько же составляет средний проигрыш игрока B.

# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Рассмотрим игру, матрица  $C$  которой имеет размерность  $m \times n$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Пусть матрица не содержит седловой точки, поэтому решение игры представлено в смешанных стратегиях:  $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ ;  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ .

При оптимальной стратегии игрока  $A$  выполняется условие  $\sum_{i=1}^m p_i^* c_{ij} \geq v, j = 1, \dots, n$

а оптимальной стратегии игрока  $B$  удовлетворяет условие

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} q_j^* \leq v, i = 1, \dots, m$$

# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Таким образом, можно рассмотреть задачу отыскания оптимальной стратегии игрока А, для которой имеют место следующие ограничения:

$$\begin{cases} c_{11}P_1 + c_{21}P_2 + \dots + c_{m1}P_m \geq v, \\ c_{12}P_1 + c_{22}P_2 + \dots + c_{m2}P_m \geq v, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ c_{1n}P_1 + c_{2n}P_2 + \dots + c_{mn}P_m \geq v. \end{cases} \quad (3)$$

Величина  $v$  (цена игры) неизвестна, однако можно предположить, что  $v > 0$ , если все элементы платежной матрицы неотрицательны, а этого всегда можно достигнуть, как уже упоминалось, прибавляя ко всем элементам матрицы некоторое положительное число.



# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Преобразуем систему ограничений, разделив все члены неравенств на  $v$ . В результате получим

$$\begin{cases} c_{11}t_1 + c_{21}t_2 + \dots + c_{m1}t_m \geq 1, \\ c_{12}t_1 + c_{22}t_2 + \dots + c_{m2}t_m \geq 1, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ c_{1n}t_1 + c_{2n}t_2 + \dots + c_{mn}t_m \geq 1, \end{cases} \quad (4)$$

где  $t_i = p_i/v$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Из условия  $p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$  следует, что  $t_1 + t_2 + \dots + t_m = 1/v$ .

# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Решение игры должно максимизировать значение  $v$ , значит, функция

$$Z = \sum_{i=1}^m t_i$$

должна принимать минимальное значение.

Таким образом, получена задача линейного программирования:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m t_i$$

при ограничениях (4) и дополнительных условиях неотрицательности переменных  $t_i (i = \overline{1, m})$ .

Решая её, находим значение  $t_i$  и величину  $1/v$ , затем отыскиваем значение  $p_i = vt_i$ .

# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Для определения стратегии игрока  $B$  запишем следующие условия:

$$\begin{cases} c_{11}q_1 + c_{12}q_2 + \dots + c_{1n}q_n \leq v, \\ c_{21}q_1 + c_{22}q_2 + \dots + c_{2n}q_n \leq v, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ c_{m1}q_1 + c_{m2}q_2 + \dots + c_{mn}q_n \leq v. \end{cases} \quad (5)$$

# Методы решения задач теории игр: линейное программирование

Разделив все члены неравенств на  $v$ , получим:

$$\begin{cases} c_{11}u_1 + c_{12}u_2 + \dots + c_{1n}u_n \leq 1, \\ c_{21}u_1 + c_{22}u_2 + \dots + c_{2n}u_n \leq 1, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ c_{m1}u_1 + c_{m2}u_2 + \dots + c_{mn}u_n \leq 1, \end{cases} \quad (6)$$

где  $u_j = q_j/v$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Переменные  $u_1, u_2, \dots, u_n$  должны быть выбраны так, чтобы выполнялись условия (6) и достигался максимум функции

$$W = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1/v, \quad u_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m). \quad (7)$$

Таким образом, для решения игры имеем пару двойственных симметричных задач линейного программирования. Используя свойство симметричности, можно решить одну из них, требующую меньших вычислений, а решение второй задачи найти на основании оптимального плана двойственной.

# Стратегические игры

- В условиях полной неопределённости действует уже так называемая теория стратегических решений.
- В рассмотренных выше задачах теории игр предполагалось, что в них принимают участие два игрока, интересы которых противоположны. Поэтому действия каждого из них направлены на увеличение выигрыша (уменьшение проигрыша). Однако во многих задачах, приводящихся к игровым, неопределённость вызвана отсутствием информации об условиях, в которых осуществляются действия.
- Эти условия зависят не от сознательных действий другого игрока, а от объективной действительности, которую принято называть природой.
- Такие игры называются *играми с природой*. Решения в этих играх получают с помощью теории стратегических решений.

# Стратегические игры

- Человек  $A$  в играх с природой старается действовать осмотрительно, используя, например, минимаксную стратегию, позволяющую получить наименьший проигрыш.
- Второй игрок  $B$  (природа) действует совершенно случайно, возможные стратегии определяются как её состояния (например, условия погоды в данном районе, спрос на определённую продукцию, объём перевозок, некоторое сочетание производственных факторов и т. д.).
- В некоторых задачах для состояний природы может быть задано распределение вероятностей, в других – и оно неизвестно.

# Стратегические игры

- Условия игры, как и в рассмотренных выше задачах теории игр, задаются в виде матрицы

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Элемент  $c_{ij}$  равен выигрышу игрока  $A$ , если он использует стратегию  $A_i$ , а состояние природы –  $B_j$ .

В ряде случаев при решении игр рассматривают *матрицу рисков*  $R$ .

Элемент матрицы  $r_{ij}$  представляет собой разность между выигрышем, который получил бы игрок  $A$ , если бы он знал состояние природы  $B_j$ , и выигрышем, который он получит в тех же условиях, применяя стратегию  $A_i$ , т.е.

$$r_{ij} = \beta_j - c_{ij}, \text{ где } \beta_j = \max_i c_{ij}$$

# Стратегические игры: критерии

Все критерии основаны на принципе, на основании которого неопределённые ситуации преобразуются в детерминированные и которые решаются ранее рассмотренными методами (одним из них является принцип минимакса).

Однако здесь принцип минимакса (осторожности) будет чрезмерно пессимистическим – это стратегия перестраховщиков. При использовании принципа минимакса не учитывается априорная информация о состоянии природы и тем самым ограничивается тот выигрыш, который эта информация может дать.

Критерии, когда вопрос распределения вероятностей состояний природы не решён.

**Максиминный критерий Вальда** – это критерий, который совпадает с критерием выбора стратегии, позволяющим получить цену игры для двух лиц с нулевой суммой. Согласно этому критерию выбирается стратегия, гарантирующая при любых условиях выигрыш не меньший, чем  $\max_i \min_j c_{ij}$



# Стратегические игры: критерии

**Критерий минимального риска Сэвиджа** – это критерий, рекомендуемый выбирать стратегию, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации, т. е.

$$\min_j \max_i r_{ij}$$

Принцип Сэвиджа состоит в том, чтобы не допустить чрезмерно высоких потерь, к которым могут привести ошибочные решения. Его применяют особенно часто при принятии менеджерами управленческих решений в каких-то ответственных случаях.

Как критерий Вальда, так и критерий Сэвиджа основаны на самой пессимистической оценке обстановки.

# Стратегические игры: критерии

**Критерий Гурвица** учитывает как пессимистический, так и оптимистический подход к ситуации.

Такого рода компромиссное правило, определяющее выбор решения в условиях полной неопределённости, когда распределение вероятностей состояний природы неизвестно, заключается в том, что неразумно, приняв во внимание самый маленький выигрыш, не учитывать самый большой, для чего субъективным образом вводится некоторый коэффициент оптимизма (он выполняет роль вероятности).

Этот принцип часто называется **обобщённым максимумом**. Принимается решение о выборе стратегии, при которой имеет место

$$\max_i \left\{ \lambda \max_j c_{ij} + (1 - \lambda) \min_j c_{ij} \right\} \quad \text{где } 0 \leq \lambda \leq 1.$$

Значение  $\lambda$  выбирают на основании субъективных соображений. Чем больше желание подстраховаться в данной ситуации, тем ближе к нулю следует брать значение  $\lambda$ .

# Стратегические игры: критерии

Применение принципа Гурвица к игре

$A_i$	$B_j$				$min$ выигрыш	$max$ выигрыш	Расчётный выигрыш при	
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	A	A	$\lambda = 0,4$	$\lambda = 0,2$
$A_1$	35	35	3	10	3	35	15,8	9,4
$A_2$	24	1	6	90	10	90	36,6	18,2
$A_3$	40	60	10	15	1	60	42	20

По принципу обобщённого максимина необходимо стороне A использовать стратегию  $A_3$ .

# Стратегические игры: критерии

**Принцип Байеса-Лапласа** отступает от условий полной неопределённости.

При этом предполагается, что возможным состояниям природы  $B_1, B_2, \dots, B_n$  можно приписать определённую вероятность, соответственно равную  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

Этот принцип используется, если есть возможность определить вероятность возникновения отдельных состояний природы (например, статистическая обработка метеосводок), если нет – применяют **принцип равновероятности** (принцип недостаточного основания Лапласа). Он заключается в том, что всем возможным состояниям природы приписывается одинаковая вероятность, и решение игры ищется при таких условиях.

Однако во всех случаях нельзя утверждать, что принятое решение оптимальное, оптимальным оно является только относительно принятого распределения вероятностей состояний природы.

# Принятие решений в условиях неопределенности

В рассмотренных ранее задачах принятия решения в условиях риска известны оценки вероятностей, с которыми можно ожидать тот или иной исход при их случайном выборе. Однако, во многих практических задачах очень часто совершенно неизвестно, с какой вероятностью можно ожидать возможные сценарий развития ситуации.

Математическую модель принятия решений при таких условиях назовем методом принятия решений в условиях неопределенности.

Выбор наилучшего решения в условиях неопределенности существенно зависит от того, какова степень этой неопределенности, т.е. от того, какой информацией располагает ЛПР.

Поскольку предположения являются субъективными, постольку должны различаться степени неопределенности со стороны лица, принимающего решение. Например, два человека могут рассматривать одно и то же событие, но каждый будет делать собственные предположения с большей или меньшей вероятностью, чем другой. Процедура принятия решения может зависеть от степени неопределенности, понимаемой лицом, принимающим решение.

# Принятие решений в условиях неопределенности

Лицо, принимающее решение, может использовать имеющуюся у него информацию и свои собственные личные суждения, а также опыт для идентификации и определения субъективных вероятностей возможных внешних условий, а также оценки вытекающих в результате отдачи для каждой имеющейся стратегии в каждом внешнем условии. Это, в сущности, делает условия неопределенности аналогичными условиям риска, а процедура принятия решения, обсуждавшаяся ранее для условий риска, выполняется и в этом случае.

Если степень неопределенности слишком высока, то лицо, принимающее решение, предпочитает не делать допущений относительно вероятностей различных внешних условий, т.е. это лицо может или не учитывать вероятности, или рассматривать их как равные, что практически одно и то же.

# Принятие решений в условиях неопределенности

Для оценки предполагаемых стратегий имеются четыре критерия решения:

- а) критерия решения Вальда, называемый также максимином;
- б) альфа-критерий решения Гурвица;
- в) критерий решений Сэйвиджа, называемый также критерием отказа от минимакса;
- г) критерий решений Лапласа, называемый также критерием решения Бэйеса.

Пожалуй, наиболее трудная задача для лица, принимающего решение, заключается в выборе конкретного критерия, наиболее подходящего для решения предложенной задачи. Выбор критерия должен быть логичным при данных обстоятельствах. Кроме того, при выборе критерия должны учитываться философия, темперамент и взгляды нынешнего руководства фирмы (оптимистические или пессимистические; консервативные или прогрессивные).

# Принятие решений в условиях неопределенности

Кроме вышеназванных четырех критериев для принятия решений в условиях неопределенности существуют неколичественные методы, такие как приобретение дополнительной информации, хеджирование, гибкое инвестирование и др.

Основным правилом принятия решения в условиях неопределенности является стремление к возможно большей объективности.

В заключение следует сказать, что процесс принятия решения в условиях неопределенности - это процесс выбора критерия, а затем выполнения вычислений, необходимых для осуществления выбора в пределах этого критерия.



# Принятие решений в условиях неопределенности

Неопределенность можно представить как некоторое состояние знаний, при котором одна или несколько альтернатив приводят к блоку возможных результатов, вероятности которых неизвестны. Обычно это, происходит потому, что не имеется надежных данных, на основании которых вероятности могли бы быть вычислены апостериори, а также потому, что не имеется каких-либо способов вывести вероятности априори.

Это означает, что принятие решений в условиях неопределенности всегда субъективно.