

Лекция

**Методы принятия  
управленческих решений в  
условиях риска ЮТИ ТПУ**  
Кафедра информационных систем

Направление 09.04.03 Прикладная информатика

# Основные понятия

- **Риск** – это потенциально существующая вероятность потери ресурсов или неполучения доходов, связанная с конкретной альтернативой управленческого решения; риск есть вероятность неблагоприятного исхода.
- Риск как экономическая категория совмещает в себе оценку вероятности потерь и их величину. Для описания риска используют показатели: степень риска и цену риска.

## Основные понятия

Степень риска количественно характеризует вероятность результатов принятого решения (как негативных, так и позитивных).

Цена риска ( $R$ ) дает количественную характеристику вероятных потерь.

$$R = F(w; u)$$

- где  $F$  – функция описания риска;
- $w$  – вероятность неблагоприятного результата (степень риска);
- $u$  – количественная оценка возможных потерь.

# Основные понятия

Для оценки степени приемлемости риска выделяют определенные зоны риска в зависимости от ожидаемой величины потерь.

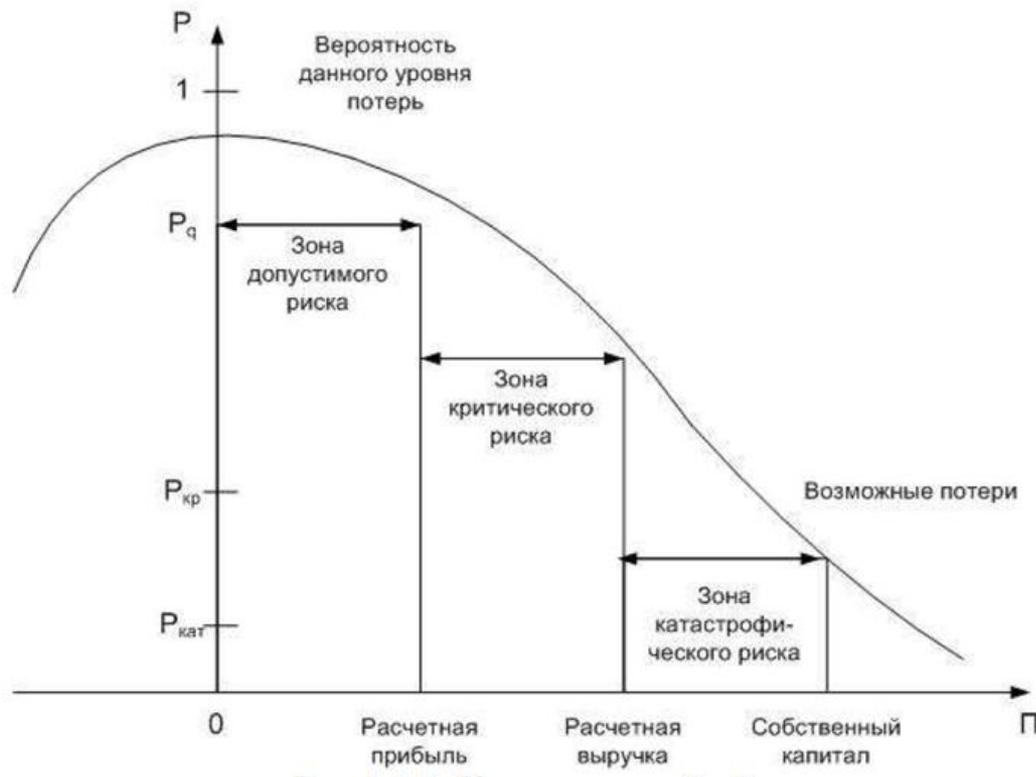


Рис. - Кривая риска .

## Основные понятия

- Зона допустимого риска – область, в пределах которой величина вероятных потерь не превышает ожидаемой прибыли.
- Зона критического риска – это область возможных потерь, превышающих величину ожидаемой прибыли вплоть до величины полной расчетной выручки (суммы прибыли и затрат).
- Зона катастрофического риска – область вероятных потерь, которые превосходят критический уровень и могут достигать величины, равной собственному капиталу организации (ситуация банкротства).

## Основные понятия

Управление рисками включает следующие основные направления деятельности:

распознавание,

анализ и оценка осуществление мер по предупреждению,

минимизации и страхованию риска;

кризисное управление (выработка механизмов выживания организации).

# Основные понятия

Методы управления рисками делятся на два основных направления:

1. Методы предупреждения и ограничения риска:

- экспертиза альтернатив решения и оценка риска;
- распределение риска между участниками;
- лимитирование риска (например, максимальный размер банковского кредита);
- использование залоговых операций и гарантий; диверсификация рисков;
- ориентация на среднюю норму прибыли (прогон за более высокой прибылью резко увеличивает риск);
- применении эффективных систем контроля для выявления и предотвращения возможных потерь.

2. Методы возмещения потерь (компенсации ущерба).

- резервирование (создание резервных фондов),
- страхование рисков.

## Теория полезности

Условия риска и неопределенности характеризуются так называемыми условиями многозначных ожиданий будущей ситуации во внешней среде.

В этом случае ЛПР должен сделать выбор одной альтернативы ( $A_j$ ), не имея точного представления о факторах внешней среды и их влияния на результат.

В этих условиях **исход, результат** каждой альтернативы представляет собой функцию условий – факторов внешней среды (**функцию полезности**), который не всегда способен предвидеть ЛПР.

# Теория полезности

- Методы принятия решений в условиях риска используют теорию выбора, получившую название **теории полезности**.
- В соответствии с этой теорией, ЛПР выбирает  $A_i$  из совокупности  $A_i$  ( $i = 1 \dots n$ ), если она максимизирует ожидаемую стоимость его функции полезности  $Y_{i,j}$ .
- Существует два основных подхода к определению данного показателя: метод дедукции и статистический анализ данных.

# Теория полезности

- Метод дедукции не нуждается в экспериментировании, а статистический анализ данных предполагает наличие экспериментов в прошлом и определяет частоту наступления события, которую и принимают за вероятность.
- После определения вероятности наступления состояния среды  $S_j$ , определяют ожидаемую стоимость реализации каждой альтернативы, которая представляет собой средневзвешенную стоимость  $E(x)$ :

$$E(A_i) = \sum_{j=1}^S w_j E_{i,j}$$

# Теория полезности

- $$E(A_i) = \sum_{j=1}^S w_j E_{i,j}$$

- где  $E_{i,j}$  – результат реализации  $A_i$ ;
- $w_j$  – вероятность реализации  $A_i$  в условиях  $S_j$ .

Оптимальной стратегией является та, которая обеспечивает наибольшую ожидаемую стоимость.

$$E(A_i) = \sum_{j=1}^S w_j E_{i,j} \Rightarrow \max \quad \text{при } w_j = 1.$$

# Теория полезности

Для принятия решения в условиях риска используют два метода:

- 1. Матрица результативности;
- 2. «Дерево» решений.

# Теория полезности

	$w(S_1)$	$w(S_2)$	...	$w(S_S)$
	$S_1$	$S_2$	...	$S_S$
$A_1$	$E_{11}$	$E_{12}$	...	$E_{1S}$
$A_2$	$E_{21}$	$E_{22}$	...	$E_{2S}$
...	...	...	...	...
$A_A$	$E_{A1}$	$E_{A2}$	...	$E_{AS}$

Матрица решений

где  $A_1, A_2, \dots, A_A$  – альтернативные стратегии действий;  
 $S_1, S_2, \dots, S_S$  – состояние экономики (стабильность, спад, рост и др.)  
 $w(S_1), w(S_2), \dots, w(S_S)$  – вероятность наступления состояния экономики.

# Теория полезности

Числа в ячейках матрицы представляют собой результаты реализации  $A_i$  стратегии в условиях  $S_j$ .

При этом, в условиях риска вероятность наступления  $S_j$  известна, а в условиях неопределенности эта вероятность может быть определена субъективно, в зависимости от того какой информацией располагает ЛПР.

**В условиях риска при принятии решения основным моментом является определение вероятности наступления состояния среды  $S_j$ , т. е. степени риска.**

При принятии решений в условиях риска после определения предполагаемой стоимости  $E(A_i)$  и степени риска  $v$  встает проблема определения компромисса между риском и прибылью.

Как правило, получение больших доходов сопровождают более высокие значения степени риска, поэтому решения ЛПР будет зависеть не только от расчета показателей  $E(A_i) = \sum_{j=1}^S w_j E_{i,j}$ , но и от финансового состояния предприятия.

# Теория полезности

**Дерево решений** – графический метод, позволяющий увязать точки принятия решения, возможные стратегии  $A_j$ , их последствия  $Y_{i,j}$  с возможными факторами, условиями внешней среды.

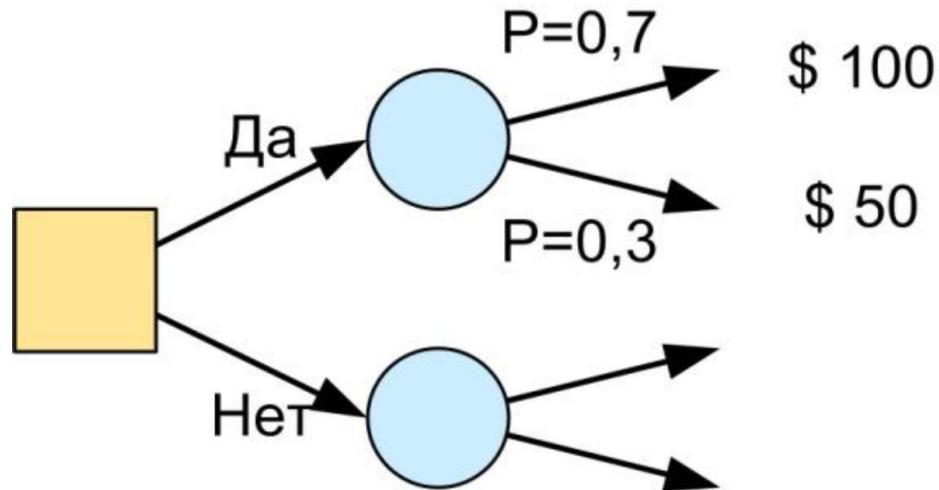
Построение дерева решений начинается с более раннего решения, затем изображаются возможные действия и последствия каждого действия (событие), затем снова принимается решение (выбор направления действия) и т. д., до тех пор, пока все логические последствия результатов не будут исчерпаны.

Дерево решений строится с помощью пяти элементов:

1. Момент принятия решения.
2. Точка возникновения события.
3. Связь между решениями и событиями.
4. Вероятность наступления события (сумма вероятностей в каждой точке должна быть равна 1).
5. Ожидаемое значение (последствия) – количественное выражение каждой альтернативы, расположенное в конце ветви.

# Теория полезности

Простейшее решение представляет собой выбор из двух вариантов – «Да» или «Нет»



Простейшее дерево решений

# Теория полезности

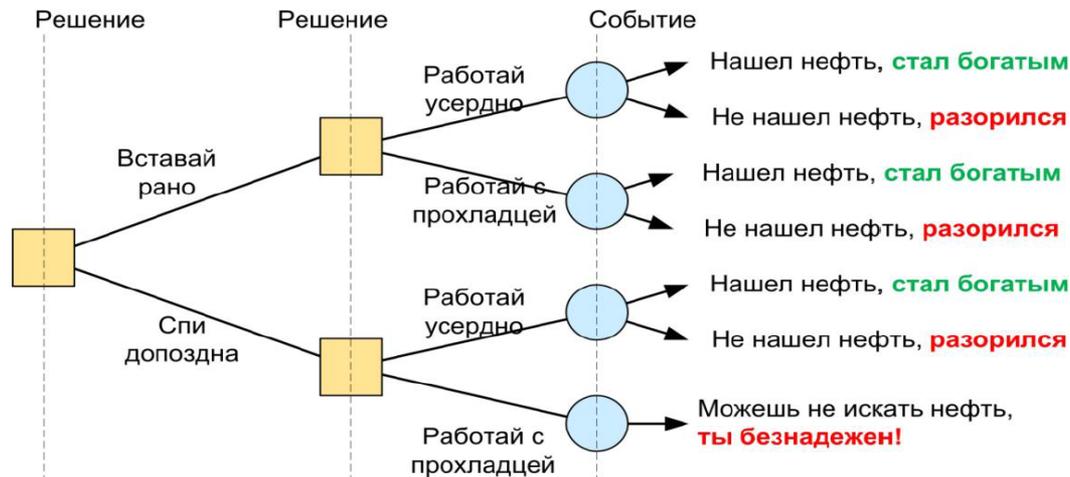
Пример. Формула Ж. Поля Гетти «Как стать богатым»: «Вставай рано»; «Работай усердно»; «Найдешь нефть!».

Моделирование последовательности решений (рис.):

1. Решение: Нужно сделать выбор между тем, чтобы «Вставать рано» или «Спать допоздна» – простейший выбор.

2. Решение: Нужно сделать выбор между тем, чтобы «Работать усердно» или «Спустя рукава» – простейший выбор.

3. Событие: «Найдешь нефть», происходит с определенной вероятностью, зависящей от последовательности принимаемых решений.



# Теория полезности

**Степень риска, называемая коэффициентом вариации**, как известно, определяется отношением среднего квадратичного отклонения к средней арифметической:

$$v_i = \frac{\sqrt{\sum (E_{i,j} - \sum w_j E_{i,j})^2 w_j}}{\sum w_j E_{i,j}}$$

Коэффициент вариации вычисляется в процентах и характеризует показатель риска для каждой стратегии  $A_i$  ( $i=1-A$ ). Чем выше значение коэффициента вариации, тем более рискованное решение принимает ЛПР.

# Рациональный выбор в экономике

Одно из основных допущений экономической теории состоит в том, что человек делает рациональный выбор.

**Рациональный выбор** означает предположение, что решение человека является результатом упорядоченного процесса мышления. Слово «упорядоченный» определяется экономистами в строгой математической форме.

Вводится ряд предположений о поведении человека, которые называются **аксиомами рационального поведения**.

При условии, что эти аксиомы справедливы, доказывается теорема о существовании некой функции, устанавливающей человеческий выбор, - **функции полезности**.

**Полезностью** называют величину, которую в процессе выбора максимизирует личность с рациональным экономическим мышлением. Можно сказать, что полезность – это воображаемая мера психологической и потребительской ценности различных благ.

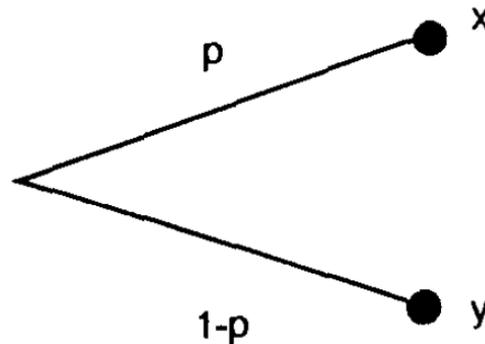
С содержательной точки зрения делается предположение, что человек как бы взвешивает на некоторых «внутренних весах» различные альтернативы и выбирает из них ту, полезность которой больше.

# Аксиомы рационального поведения

Обозначим через  $x$ ,  $y$ ,  $z$  различные исходы (результаты) процесса выбора, а через  $p$ ,  $q$  вероятности тех или иных исходов.

Введем определение лотереи. Лотереей называется игра с двумя исходами: исходом  $x$ , получаемым с вероятностью  $p$ , и исходом  $y$ , получаемым с вероятностью  $1-p$ .

Ожидаемая (или средняя) цена лотереи определяется по формуле  $px+(1-p)y$ .



Представление лотереи

# Аксиомы рационального поведения

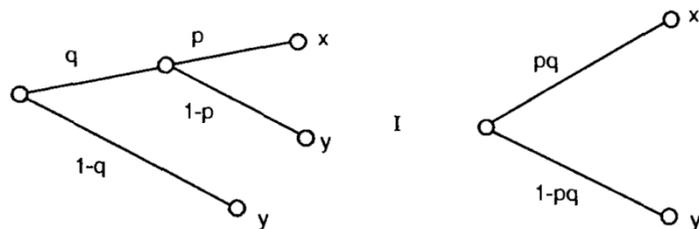
Аксиома 1. Исходы  $x, y, z$  принадлежат множеству  $A$  исходов.

Аксиома 2. Пусть  $P$  означает строгое предпочтение (похожее на отношение  $>$  в математике);  $R$  – нестрогое предпочтение (похожее на отношение  $>$ );  $I$  – безразличие (похожее на отношение  $=$ ). Ясно, что  $R$  включает  $P$  и  $I$ . Аксиома 2 требует выполнения двух условий:

- 1) связности: либо  $xRy$ , либо  $yRx$ , либо то и другое вместе;
- 2) транзитивности: из  $xRy$  и  $yRz$  следует  $xRz$ .

Аксиома 3. Две представленные на рис. 3 лотереи находятся в отношении безразличия.

Справедливость этой аксиомы очевидна. Она записывается в стандартном виде как  $((x, p, y)q, y) I (x, pq, y)$ .



# Аксиомы рационального поведения

Аксиома 4. Если  $xIy$ , то  $(x, p, z) I (y, p, z)$ .

Аксиома 5. Если  $xRy$ , то  $xP(x, p, y)Py$ .

Аксиома 6. Если  $xRyPz$ , то существует вероятность  $p$ , такая что  $yI(x, p, z)$ .

В предположении, что они выполняются, была доказана следующая теорема: если аксиомы 1–6 удовлетворяются, то существует численная функция  $U$ , определенная на  $A$  (множество исходов) и такая, что:

- 1)  $xRy$  тогда и только тогда, когда  $U(x) > U(y)$ ;
- 2)  $U(x, p, y) = pU(x) + (1-p)U(y)$ .

Функция  $U(x)$  измеряется на шкале интервалов.

Функция  $U(x)$  - единственная с точностью до линейного преобразования (например, если  $U(x) > U(y)$ , то и  $aU(x) > aU(y)$ , где  $a$  – целое положительное число).

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

Научное направление МАУТ (Multi-Attribute Utility Theory) отличаются следующие особенности :

- 1) строится функция полезности, имеющая аксиоматическое (чисто математическое) обоснование;
- 2) некоторые условия, определяющие форму этой функции, подвергаются проверке в диалоге с ЛПР;
- 3) решается обычно задача из второй группы, а полученные результаты используются для оценки заданных альтернатив.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

Представим этапы решения задачи при подходе МАУТ.

1. Разработать перечень критериев.
2. Построить функции полезности по каждому из критериев.
3. Проверить некоторые условия, определяющие вид общей функции полезности.
4. Построить зависимость между оценками альтернатив по критериям и общим качеством альтернативы (многокритериальная функция полезности).
5. Оценить вес имеющиеся альтернативы и выбрать наилучшую.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

В МАУТ эти условия можно разделить на две группы.

Первая группа – аксиомы общего характера, идентичные тем, которые использовались в теории полезности.

1. Аксиома, утверждающая, что может быть установлено отношение между полезностями любых альтернатив: либо одна из них превосходит другую, либо они равны.
2. Аксиома транзитивности: из превосходства полезности альтернативы А над полезностью альтернативы В и превосходства полезности В над полезностью С следует превосходство полезности альтернативы А над полезностью альтернативы С.
3. Для соотношений между полезностями альтернатив А, В, С, имеющими вид  $U(A) > U(B) > U(C)$ , можно найти такие числа  $\alpha$ ,  $\beta$ , которые меньше 1 и больше 0, так что:

$$\begin{aligned}\alpha U(A) + (1 - \alpha)U(C) &= U(B), \\ U(A)(1 - \beta) + \beta U(B) &> U(C).\end{aligned}$$

Аксиома 3 основана на предположении, что функция полезности непрерывна и что можно использовать любые малые части полезности альтернатив.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

Вторая группа условий специфична для МАУТ. Они называются аксиомами (условиями) независимости, позволяющими утверждать, что некоторые взаимоотношения между оценками альтернатив по критериям не зависят от значений по другим критериям.

Приведем несколько условий независимости.

1. Независимость по разности. Предпочтения между двумя альтернативами, отличающимися лишь оценками по порядковой шкале одного критерия  $C_1$ , не зависят от одинаковых (фиксированных) оценок по другим критериям  $C_2, \dots, C_N$ . На первый взгляд это условие кажется естественным и очевидным.

*Пример: При примерно одинаковой цене ЛПР предпочитает большую по размеру машину. Однако его предпочтение меняется на обратное, когда он узнает, что у машины не автоматическая, а механическая коробка передач, что усложняет управление*

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

2. Независимость по полезности. Критерий  $C_1$  называется независимым по полезности от критериев  $C_2, \dots, C_N$ , если порядок предпочтений лотерей, в которых меняются лишь уровни критерия  $C_1$  не зависит от фиксированных значений по другим критериям. Как мы увидим далее, лотереи используются при построении функций полезности по отдельным критериям.

3. Независимости по предпочтению являются одним из наиболее важных и часто используемых условий. Два критерия  $C_1$  и  $C_2$  независимы по предпочтению от других критериев  $C_3, \dots, C_N$ , если предпочтения между альтернативами, различающимися лишь оценками по  $C_1$  и  $C_2$  не зависят от фиксированных значений по другим критериям.

Альтернатива	Критерии		
	Качество дачи (комфортность)	Наличие магазина недалеко от дачи	Расстояние от города
А	Хорошее	Нет магазина	
В	Среднее	Есть магазин	

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

## Следствия из аксиом

Если аксиомы первой группы и некоторые из условий независимости выполнены, то из этого следует строгий вывод о существовании многокритериальной функции полезности в определенном виде.

В качестве примера приведем широко известную теорему Р. Кини.

Если условия независимости по полезности и независимости по предпочтению выполнены, то функция полезности является:

аддитивной

$$U(x) = \sum_{i=1}^N w_i U_i(x) \quad \text{при} \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

либо мультипликативной

$$1 + kU(x) = \prod_{i=1}^N [1 + kw_i U_i(x)] \quad \text{при} \quad U \sum_{i=1}^N w_i \neq 1$$

где  $U, U_i$  – функции полезности, изменяющиеся от 0 до 1;

$w_i$  – коэффициенты важности (веса) критериев, причем  $0 < w_i < 1$ ;

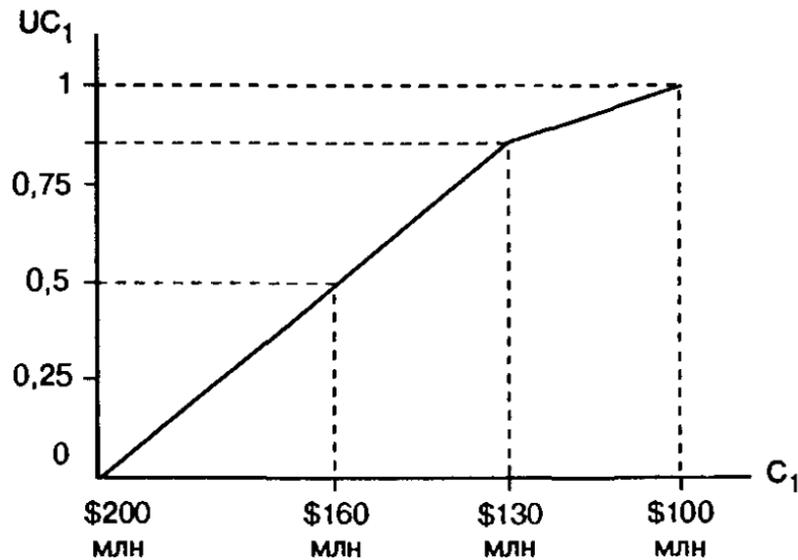
коэффициент  $k > -1$ .

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

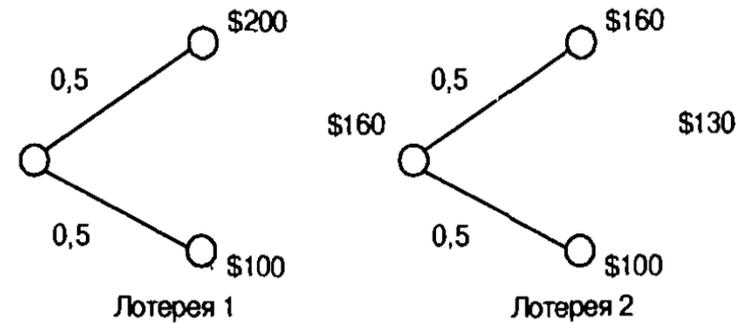
Разброс оценок вариантов постройки аэропорта

Критерий	Наихудшее значение	Наилучшее значение
(C <sub>1</sub> ) Стоимость постройки аэропорта	\$ 200 млн	\$ 100 млн
(C <sub>2</sub> ) Время поездки от центра города	90 мин	40 мин
(C <sub>3</sub> ) Количество людей, подвергающихся шумовым воздействиям	50 тыс.	5 тыс.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)



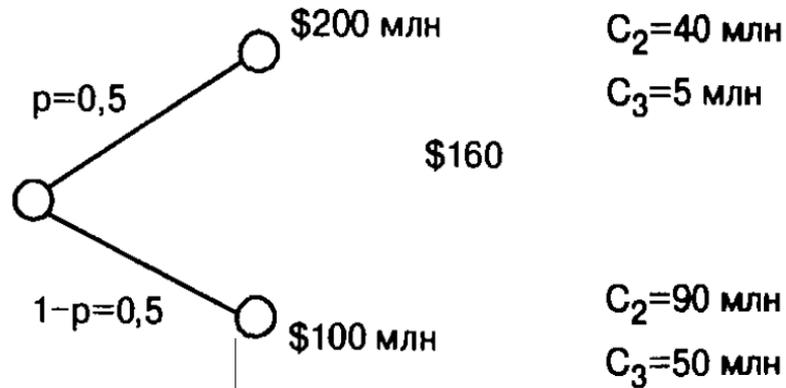
Функция полезности для критерия  $C_1$  «Стоимость постройки аэропорта»



Типовые лотереи, используемые при построении функции полезности по одному критерию

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

## Проверка условий независимости



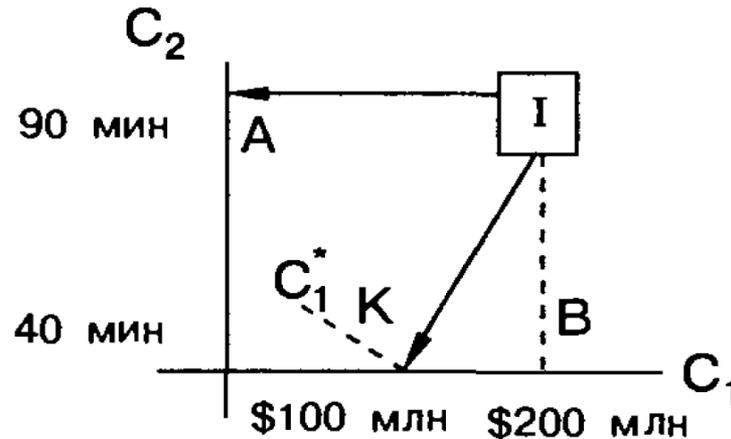
## Проверка условий независимости по полезности

Отметим, что для полноты проверки условия независимости по полезности следует осуществлять эту проверку для всех лотерей.

Однако часто довольствуются приближенной проверкой - только для первой из лотерей, используемых при построении однокритериальных функций полезности.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

## Проверка условий независимости



## Проверка условия независимости по предпочтению

Для полной проверки условия независимости по предпочтениям следует рассмотреть все пары критериев. Однако при приближенной проверке выбираются один или два наиболее существенных критерия и прочие рассматриваются только в паре с ними.

При проверке и первого, и второго условий критерии, независимость от которых проверялась, имели крайние значения. Строго говоря, следовало бы рассмотреть и промежуточные значения, но обычно такая проверка считается достаточной.

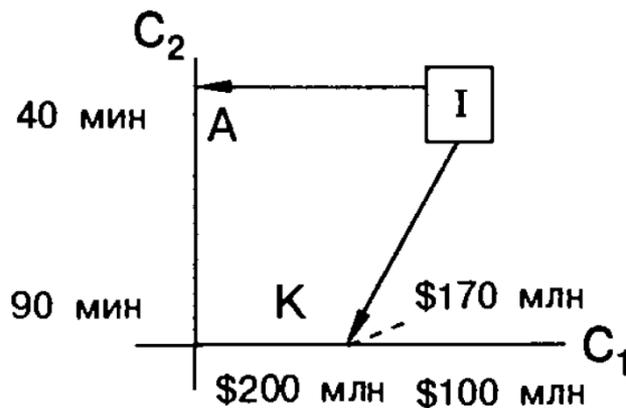
# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

Определение весовых коэффициентов (коэффициентов важности) критериев

Считается, что ЛПР может найти коэффициенты - числа, которые определяют важность критериев.

Отношения между весами критериев устанавливаются поиском точек безразличия на плоскостях двух критериев.

В отличие от проверки условий независимости по предпочтению, по осям упорядочиваются значения критериев от худших к лучшим.



$$w_2 = 0,4w_1$$

Аналогично

$$w_3 = w_1 \quad U(\$150 \text{ млн}) = 0,6 w_1$$

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

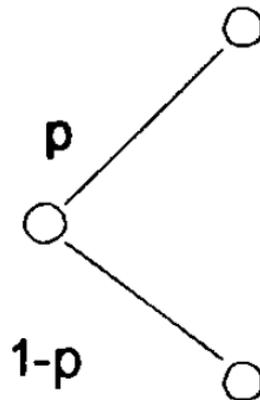
Для нахождения численного значения веса критерия  $C_1$  (и, следовательно, всех критериев) ЛПР предлагается сравнить две стратегии, представленные на рис., и определить вероятность  $p$ , при которой обе стратегии равноценны.

*Стратегия А*

$C_1 = \$100$  млн

$C_2 = 90$  мин.

$C_3 = 50$  тыс.



*Стратегия В*

$C_1 = \$100$  млн

$C_2 = 40$  мин.

$C_3 = 5$  тыс.

$C_1 = \$200$  млн

$C_2 = 90$  мин.

$C_3 = 50$  тыс.

Предположим, что такое  $p$  найдено. Тогда  $U(A) = U(B)$ , или  $w_1 = p$ . Пусть  $w_1 = 0,55$ . Тогда  $w_2 = 0,22$ ;  $w_3 = 0,33$ .

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

## Определение полезности альтернатив

В соответствии с теоретическими результатами остается установить вид функции полезности. В нашем примере сумма коэффициентов важности критериев  $\sum_{i=1}^N w_i = 1, 1$

Считая полученное значение достаточно близким к единице, выбираем аддитивную форму представления функции полезности:

$$U(x) = \sum_{i=1}^N w_i U_i(x)$$

Зная оценки альтернатив (вариантов площадок), можем подставить их в эту формулу, определить полезность каждой альтернативы, сравнить полезности и выбрать альтернативу с наибольшей полезностью.

# Многокритериальная теория полезности (МАУТ)

Положительные стороны:

- построена единая стройная математическая теория, позволяющая обосновать конкретный вид общей функции полезности в зависимости от предпочтений ЛПР. Целостное здание этой теории описано в широко известных книгах Х. Райфы и Р. Кини.
- хотя построение общей функции полезности требует достаточно много времени и усилий ЛПР, полученный результат позволяет оценить любые (в том числе и вновь появляющиеся) альтернативы.

Недостатки:

- предполагается (неявно), что человек может делать точные количественные измерения. Это далеко не так. Например, психологические исследования показали, что нет надежного способа количественного измерения весов критериев.
- подход МАУТ требует от ЛПР «немедленного» назначения всех основных параметров, не давая ему возможности провести исследования проблемы привычным для человека методом «проб и ошибок».

# Задача с вазами

Теория полезности экспериментально исследовалась в так называемых задачах с вазами (или урнами).

**Ваза** - это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное (известное лишь организатору эксперимента) количество шаров различного цвета.

Задачи с вазами типичны для группы наиболее простых задач принятия решений - задач статистического типа.

Для решения этих задач надо знать элементарные начала теории вероятностей. Человек делает выбор в этих задачах, основываясь на расчетах. Варианты действий выражены в наиболее простом виде.

Типовая задача для испытуемого может быть представлена следующим образом. *Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Дается следующая информация: сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов; сколько черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов; какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза; какие проигрыши ожидают его, если он ошибется.*

***После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.***

## Задача с вазами

Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2-го типа.

Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных.  
В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров.

Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 денежных единиц (д. е.), если не угадает, его проигрыш составит 50 д.е.  
Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит выигрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е.

Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:

$d_1$  – сказать, что ваза 1-го типа;

$d_2$  – сказать, что ваза 2-го типа.

Тип вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		$d_1$	$d_2$
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

## Задача с вазами

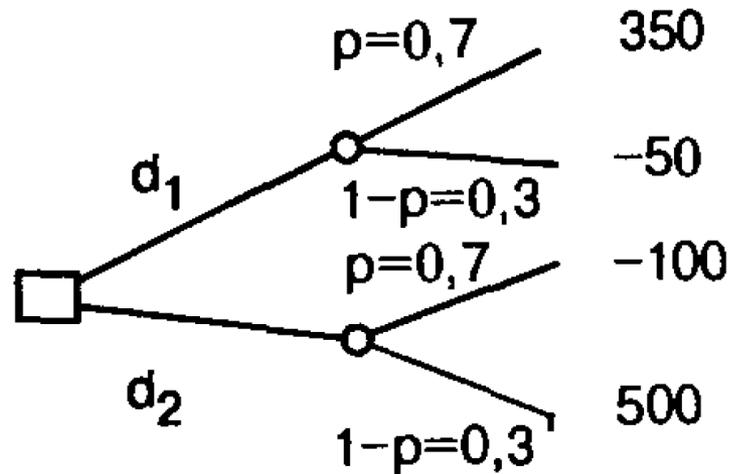
$$U(d_1) = 0,7 \cdot 350 - 0,3 \cdot 50 = 230 \text{ д.е.};$$

$$U(d_2) = 0,3 \cdot 500 - 0,7 \cdot 100 = 80 \text{ д.е.}$$

Следовательно, разумный человек выберет действие  $d_1$ ), а не действие  $d_2$ .

Из этого примера следует общий рецепт действий для рационального человека: определить исходы, помножить их на соответствующие вероятности, получить ожидаемую полезность и выбрать действие с наибольшей полезностью.

# Деревья решений

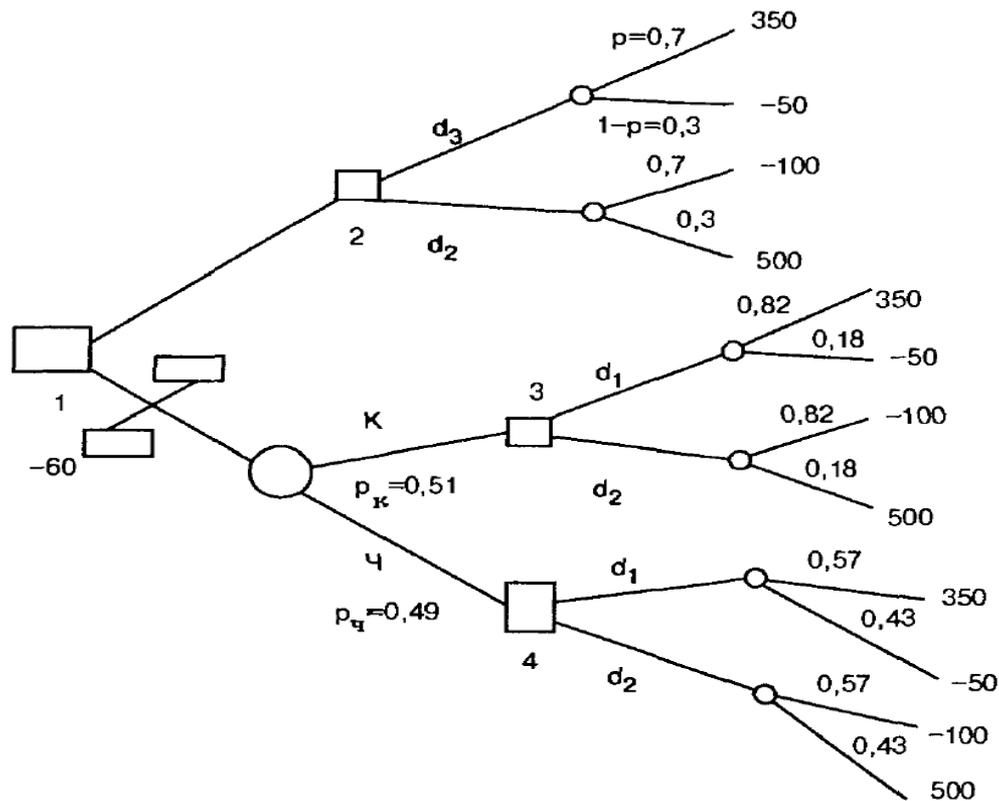


Квадрат означает место, где решение принимает человек, а светлый кружок – место, где все решает случай.

На ветвях дерева написаны значения вероятностей, а справа у конечных ветвей – значения исходов (результаты).

Дерево можем использовать для представления своих возможных действий и для нахождения последовательности правильных решений, ведущих к максимальной ожидаемой полезности.

# Деревья решений



Предоставим человеку, выбирающему между действиями  $d_1$  и  $d_2$ , дополнительные возможности.

Пусть он может до своего ответа вытащить за определенную плату один шар из вазы, причем после вытаскивания шар кладется обратно в вазу. Плата за вытаскивание одного шара 60 д. е.

Дерево решений с двумя его основными ветвями представлено на рис.

# Деревья решений

Первый вопрос: каковы вероятности вытащить красный и черный шары? Для ответа на этот вопрос произведем простые вычисления. Вероятность вытащить красный шар  $p_k(B_1)=0,7 \cdot 0,6=0,42$ , если ваза окажется 1-го типа,  $p_k(B_2)=0,3 \cdot 0,3=0,09$ , если ваза окажется 2-го типа. Следовательно, вероятность вытащить красный шар в общем случае  $p_k=0,51$ . Аналогичным образом можно посчитать, что вероятность вытащить черный шар  $p_ч=0,49$ .

Второй вопрос более сложный. Пусть вытащенный шар оказался красным (черным). Какое действие следует выбрать:  $d_1$  или  $d_2$ ? Для ответа на этот вопрос нужно знать вероятности принадлежности ваз к 1-му и 2-му типам после получения дополнительной информации. Эти вероятности позволяет определить знаменитая формула Байеса.

$$p(B_{1к}) = \frac{p_k(B_1)p(B_1)}{p_k(B_1)p(B_1) + p_k(B_2)p(B_2)}$$

Для нашей задачи:  $p(B_{1к})=0,82$ ;  $p(B_{1ч})=0,57$ ;  $p(B_{2к})=0,18$ ;  $p(B_{2ч})=0,43$ .

# Деревья решений

Приведем все обозначения вероятностей:

$p_k(B_1)$  – вероятность вытащить красный шар из вазы 1-го типа;

$p_{ч}(B_1)$  – вероятность вытащить черный шар из вазы 1-го типа;

$p_k(B_2)$  – вероятность вытащить красный шар из вазы 2-го типа;

$p_{ч}(B_2)$  – вероятность вытащить черный шар из вазы 2-го типа;

$p(B_1)$  – вероятность того, что ваза 1-го типа;

$p(B_2)$  – вероятность того, что ваза 2-го типа;

$p(B_{1к})$  – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания красного шара;

$p(B_{1ч})$  – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания черного шара;

$p(B_{2к})$  – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания красного шара;

$p(B_{2ч})$  – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания черного шара.

Формула Байеса позволяет оценить  $p(B_{ик})$  и  $p(B_{ич})$ , где  $i=1,2$ , используя все прочие вероятности. Например:

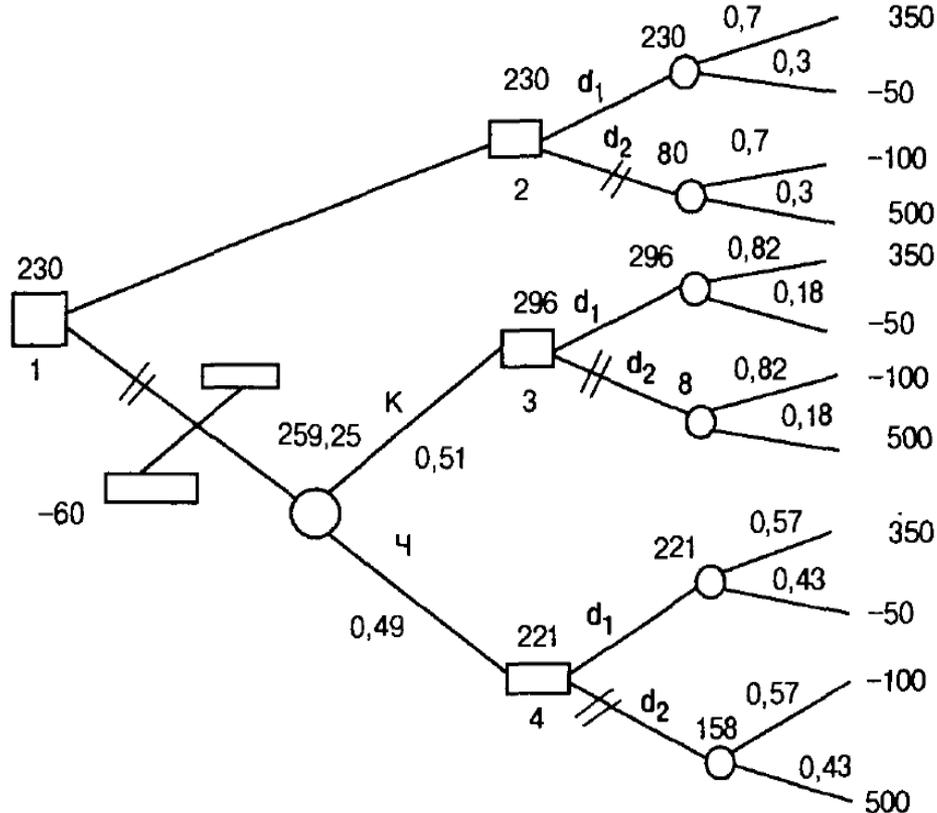
$$p(B_{1к}) = \frac{p_k(B_1)p(B_1)}{p_k(B_1)p(B_1) + p_{ч}(B_2)p(B_2)}$$

Для нашей задачи:  $p(B_{1к}) = 0,82$ ;  $p(B_{1ч}) = 0,57$ ;  $p(B_{2к}) = 0,18$ ;  $p(B_{2ч}) = 0,43$ .

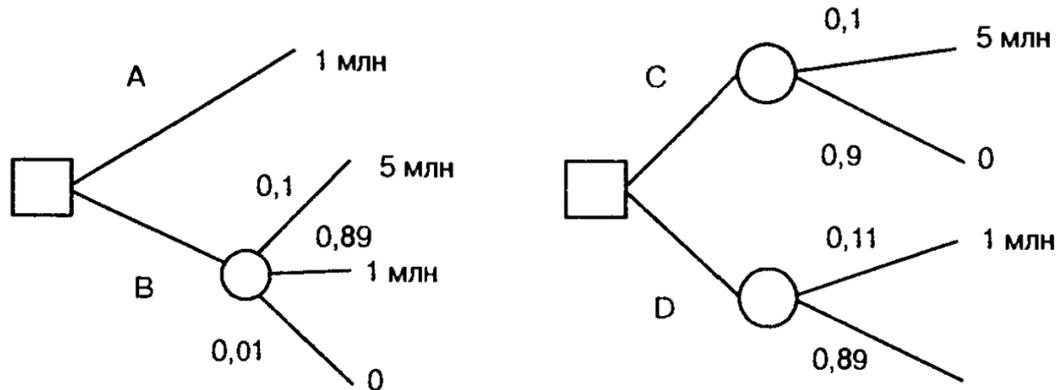
# Деревья решений

Есть три простых правила выбора оптимальной (по критерию максимума ожидаемой полезности) последовательности решений на основе дерева решений:

- 1) идти от конечных ветвей дерева к его корню;
- 2) там, где есть случайность (кружок), находится среднее значение;
- 3) там, где есть этап принятия решений (квадратик), выбирается ветвь с наибольшей ожидаемой полезностью, а другая отсекается двумя черточками.



# Парадокс Алле

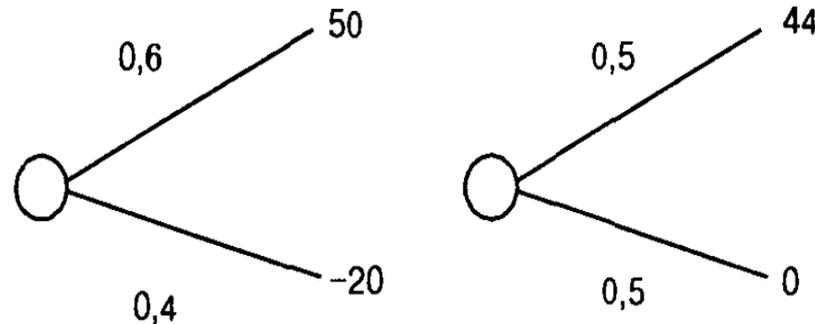


Обозначим:  $U(5 \text{ млн})=1$ ;  $U(1 \text{ млн})= U$ ;  $U(0)= 0$ .

В левой лотерее есть выбор между действиями А (получить 1 млн) и В (согласиться на лотерею). Подавляющее большинство людей предпочитает А. Из этого следует  $U > 0,1 \cdot 1 + 0,89 \cdot U$  или  $U > 10/11$ .

В правой лотерее есть выбор между действиями С и D (две лотереи). Подавляющее большинство людей предпочитает действие С (почти та же вероятность проиграть, но выигрыш больше). Тогда  $1 \cdot 0,1 > 0,11 U$ , т. е.  $U < 10/11$ . Совершая такой выбор, люди действуют не в соответствии с функцией полезности.

# Парадокс Алле



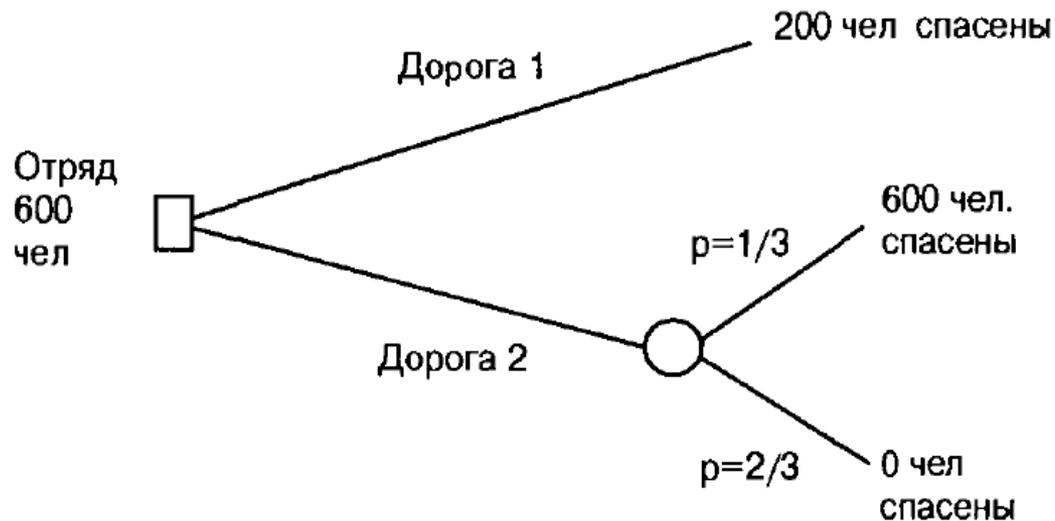
Средняя цена лотерей одинакова. Но это не означает, что людям безразлично, какую из них выбрать.

Свобода выбора остается за ЛПР.

Предъявление различным группам людей пар лотерей показало, что люди предпочитают правую лотерею, где при той же средней цене риск проигрыша исключен.

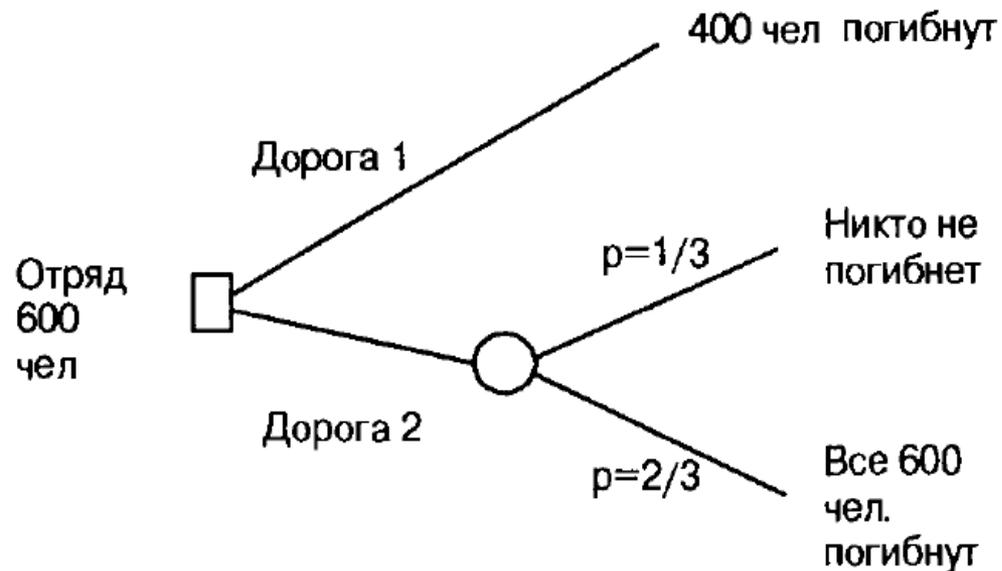
# Нерациональное поведение. Эвристики и смещения

«Дилемма генерала» . Генерал потерпел поражение в войне и хочет вывести свои войска (600 чел.) с территории противника. У него есть две возможные дороги, и разведка дала оценки возможных потерь при выборе каждой из них.



# Нерациональное поведение. Эвристики и смещения

«Дилемма генерала» - другое представление



# Нерациональное поведение. Эвристики и смещения

Многочисленные эксперименты продемонстрировали отклонение поведения людей от рационального, определили **эвристики**, которые используются при принятии решений.

- Суждение по представительности.
- Суждение по встречаемости.
- Суждение по точке отсчета.
- Сверхдоверие.
- Стремление к исключению риска.

# Нерациональное поведение. Эвристики и смещения

Причины нерациональности человеческого поведения:

- 1) недостаток информации у ЛПР в процессе выбора;
- 2) недостаточный опыт ЛПР: он находится в процессе обучения и поэтому меняет свои предпочтения;
- 3) ЛПР стремится найти решение, оптимальное с точки зрения совокупности критериев (целей), строго упорядоченных по важности, но не может его найти;
- 4) различие между объективно требуемым временем для реализации планов и субъективным горизонтом планирования ЛПР.

# Нерациональное поведение. Эвристики и смещения

Должны ли экономисты принимать во внимание отклонения поведения людей от рационального ?

Одной из важнейших в экономике задач является задача предсказания поведения потребителя по отношению к конкретным группам товаров или услуг. Знание такого поведения позволяет определить спрос на товар (услугу), подсчитать, сколько нужно производить товаров (услуг) и по какой цене их можно продавать.

Экономисты различают **наблюдаемые** предпочтения и **выявляемые** предпочтения потребителей. Наблюдаемые предпочтения определяются на основе изучения данных о покупках и продажах. Строятся математические модели, описывающие спрос покупателей на определенные товары (услуги). Такие модели позволяют предсказать поведение покупателей по отношению к данному товару (услуге) или близким к нему.

Знание человеческого поведения, человеческих эвристик не дает ничего нового при определении наблюдаемых предпочтений.

Для получения надежных данных на основе выявляемых предпочтений необходимо строить опросы с учетом мыслимых человеческих эвристик.