

---

Лекция

# Измерения при принятии решений

---

ЮТИ ТПУ

Кафедра информационных систем

Направление 09.04.03 Прикладная информатика

# Понятие и место решений в управлении организацией

В процессе принятия решений ЛПР и эксперты формируют ситуации, цели, ограничения, варианты решений и производят **измерение** их характеристик. Эти измерения могут носить качественный или количественный характер и могут быть объективными или субъективными.

- **Объективные** качественные или количественные измерения производятся измерительными приборами, действие которых основано на использовании физических законов.
- **Субъективные** измерения производятся человеком, который выполняет роль измерительного прибора. Естественно, что при этом на результаты измерений влияют психологические особенности мышления человека.

# Измерение

**Измерение** определяется как процедура сравнения объектов по определенным показателям (признакам).

- Объектами могут быть предметы, явления, события, решения и т.п.
- В качестве показателей сравнения объектов используются пространственные, временные, физические, физиологические, социологические, психологические и другие свойства и характеристики объектов.
- Процедура сравнения включает определение отношений между объектами и способ их сравнения. Введение конкретных показателей сравнения позволяет установить отношения между объектами, например: “больше”, “меньше”, “равны”, “хуже”, “предпочтительнее” и т.д.

Существуют различные способы сравнения объектов между собой: последовательно с одним объектом, принимаемым за эталон, друг с другом в произвольной или упорядоченной последовательности.

# Эмпирическая система

**Эмпирическая система – вводится для формального описания множества объектов и отношений между ними при фиксированных показателях сравнения:**

$M = \langle X, R \rangle$ ,

- где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  - множество объектов, в качестве которых могут рассматриваться, например, ситуации, цели, решения и т.п.;
- $R = (R_1, R_2, \dots, R_s)$  - множество отношений между объектами.

Отношение является самой общей формой описания связей между объектами.

Частным случаем отношения является функция.

Запись вида  $x_i R_k x_j$  означает, что объекты  $x_i$  и  $x_j$  находятся между собой в отношении  $R_k$ . Такое отношение называется **бинарным** (двухместным), поскольку оно связывает между собой два объекта. Если отношение имеет место одновременно между тремя объектами, то оно называется **тернарным** (трехместным).

# Основные типы бинарных отношений

Если все объекты из множества  $X$  сравнимы между собой по этому отношению, то отношение  $R$  называется **полным** (совершенным, линейным).

Если не все объекты сравнимы по отношению  $R$ , то оно называется **неполным** (несовершенным, нелинейным, частичным).

# Основные типы бинарных отношений

Различают следующие типы отношений: **эквивалентности**, **строгого порядка** и **нестрогого порядка** (квазипорядка).

- **Отношение эквивалентности** содержательно интерпретируется как взаимозаменяемость, одинаковость объектов. Запись вида  $x_i \sim x_j$  означает эквивалентность объектов. Отношение эквивалентности порождает разбиение множества объектов на классы. В каждый класс попадают эквивалентные, т.е. неразличимые по показателю (или группе показателей) объекты.
- **Отношение строгого порядка** может интерпретироваться как предпочтительность одного объекта по сравнению с другим объектом, например, “важнее”, “лучше”, “выше”, “больше” и т.п. Если объект  $x_i$  строго предпочтительнее объекта  $x_j$ , то это записывается в виде  $x_i(>)x_j$ . Отношение полного строгого порядка порождает строгое упорядочение объектов по предпочтительности.
- **Отношение нестрогого порядка** есть объединение отношений строгого порядка и эквивалентности. Запись  $x_i(>\sim)x_j$  означает, что объект  $x_i$  либо строго предпочтительнее, либо эквивалентен объекту  $x_j$ ; другими словами, можно сказать, что объект  $x_i$  не хуже объекта  $x_j$ . Отношение полного нестрогого порядка порождает строгое упорядочение классов эквивалентных объектов.

# Универсальная система с отношениями

В качестве универсальной системы с отношениями используется **числовая система**

$$N = \langle C, S \rangle,$$

- где  $C$  – множество действительных чисел;
- $S = (S_1, S_2, \dots, S_s)$  – множество отношений между числами.

Числовая система называется полной, если  $C$  есть множество всех действительных чисел.

- Отношениям строгого и нестрогого порядка между объектами соответствуют отношения строгого и нестрогого неравенства между числами.
- Числовая система используется для унификации процесса измерения.

# Универсальная система с отношениями

Измерение заключается в отображении объектов эмпирической системы на множество чисел в числовой системе таким образом, чтобы отношения между числами, отображающими объекты, сохраняли отношения между самими объектами.

$$M = \langle X, R \rangle$$

$\Downarrow f$

$$N = \langle C, S \rangle \text{ объектов.}$$

- С помощью отображения (функции)  $f$  каждому объекту эмпирической системы приписывается число  $c_i = f(x_i)$ .
- При таком отображении отношения между числами должны сохранять отношения между объектами. Например, если  $x_i (>\sim) x_j$ , то  $c_i = f(x_i) \geq c_j = f(x_j)$ .



# Понятие шкалы

**Шкалой** называется совокупность эмпирической системы  $M$ , числовой системы  $N$  и отображения  $f$ :

$$Ш = \langle M, N, f \rangle.$$

Один и тот же объект эмпирической системы  $x_i$  может быть отображен разными числами с помощью разных шкал, различающихся функциями отображения:

$$c'_i = f_1(x_i), c''_i = f_2(x_i), \dots$$

В зависимости от вида и свойств функции отображения  $f$  различают типы шкал измерений.

# Типы шкал измерений

**Шкала наименований** используется для идентификации объектов, а также для описания принадлежности объектов к определенным классам. В последнем случае всем объектам одного и того же класса присваивается одно и то же число, а объектам разных классов – разные числа. В связи с этим шкала наименований часто называется шкалой классификации.

Используется для измерения значений качественных признаков. Значением такого признака является наименование класса эквивалентности, к которому принадлежит рассматриваемый объект. Такие признаки удовлетворяют аксиомам тождества:

- Либо  $A = B$ , либо  $A \neq B$ ;
- Если  $A = B$ , то  $B = A$ ;
- Если  $A = B$  и  $B = C$ , то  $A = C$ .

При большом числе классов используют иерархические шкалы наименований. Наиболее известными примерами таких шкал являются шкалы, используемые для классификации животных и растений.

# Типы шкал измерений

**Шкала наименований** используется для идентификации объектов, а также для описания принадлежности объектов к определенным классам. В последнем случае всем объектам одного и того же класса присваивается одно и то же число, а объектам разных классов – разные числа. В связи с этим шкала наименований часто называется шкалой классификации.

Используется для измерения значений качественных признаков. Значением такого признака является наименование класса эквивалентности, к которому принадлежит рассматриваемый объект. Такие признаки удовлетворяют аксиомам тождества:

- Либо  $A = B$ , либо  $A \neq B$ ;
- Если  $A = B$ , то  $B = A$ ;
- Если  $A = B$  и  $B = C$ , то  $A = C$ .

При большом числе классов используют иерархические шкалы наименований. Наиболее известными примерами таких шкал являются шкалы, используемые для классификации животных и растений.

# Типы шкал измерений

**Шкала порядка** применяется для измерения упорядочения объектов по одному или совокупности признаков (например, шкала твердости минералов).

Шкала порядка используется при экспертном оценивании для упорядочения объектов.

Для порядковой шкалы функцией отображения  $f$  является любой монотонный ряд чисел.

Числа в шкале определяют порядок следования объектов и не показывают на сколько или во сколько раз один объект предпочтительнее другого.

В этой шкале также отсутствуют понятия масштаба и начала отсчета.

# Типы шкал измерений

**Шкала интервалов** применяется для отображения величины различия между свойствами объектов. При экспертном оценивании шкала интервалов применяется для оценки полезности объектов. Основным свойством шкалы интервалов является равенство интервалов. Интервальная шкала может иметь произвольные точки отсчета и масштаб.

Функцией отображения  $f$  для шкалы интервалов является линейное преобразование  $f(x)=ax+b$ , где  $a$  – масштаб;  $b$  – начало отсчета.

В этой шкале отношение разности чисел в двух числовых системах определяется масштабом измерения.

Примером использования этой шкалы является отображение в градусах Цельсия температуры, представленной в градусах Фаренгейта:  
 $0C=5/9(0F-32)$ .

# Типы шкал измерений

**Шкала отношений.** В этой шкале числа отражают отношения свойств объектов, т.е. во сколько раз свойство одного объекта превосходит это же свойство другого объекта. Функцией отображения для шкалы отношений является преобразование подобия:  $f(x)=ax$ .

Следовательно, шкала отношений является частным случаем шкалы интервалов при выборе нулевой точки отсчета:  $b=0$ .

Примером использования этой шкалы является представление температуры в градусах Цельсия и Реомюра:  $0C=5/40R$ .

# Типы шкал измерений

**Шкала разностей** используется для измерения свойств объектов при необходимости установления, на сколько отличаются одноименные свойства сравниваемых объектов.

Эта шкала является частным случаем шкалы интервалов при выборе единичного масштаба.

Следовательно, функция отображения для шкалы разностей есть преобразование сдвига:  $f(x)=x+b$ .

Примером использования этой шкалы является представление температуры в градусах Цельсия и Кельвина:  $0C=0K-273$ .

# Типы шкал измерений

**Абсолютная шкала** является частным случаем шкалы интервалов.

В этой шкале принимается нулевая точка отсчета и единичный масштаб. Функцией отображения для абсолютной шкалы является тождественное преобразование, т.е.  $f(x)=x$ .

Это означает, что существует одно и только одно отображение объектов в числовую систему. Отсюда и следует название шкалы, т.к. для нее единственность отображения понимается в буквальном, абсолютном смысле.

Абсолютная шкала применяется, например, для измерения количества объектов (предметов, событий, решений и т.п.). Количество объектов измеряется единственным образом с помощью натуральных чисел  $1, 2, \dots, n$ .



# Типы шкал измерений

- Шкалы наименований и порядка являются **качественными** шкалами. В шкале наименований описывается различие или эквивалентность объектов, а в шкале порядка – качественное превосходство, отличие объектов. В этих шкалах нет понятия начала отсчета и масштаба измерения.
- Шкалы интервалов, отношений, разностей и абсолютная шкала являются **количественными** шкалами. В этих шкалах существуют понятия начала отсчета и масштаба, которые могут выбираться произвольно. Количественные шкалы позволяют измерить, на сколько (шкалы интервалов и разностей) или во сколько раз (шкалы отношений и абсолютная) один объект отличается от другого по выбранному показателю.
- Выбор той или иной шкалы для измерения определяется характером отношений между объектами эмпирической системы, наличием информации об этих отношениях и целями принятия решения. Применение количественных шкал требует значительно более полной информации об объектах по сравнению с применением качественных шкал.

# Методы субъективных измерений

Для осуществления субъективных измерений применяются различные методы, наиболее употребительными из которых являются:

- ранжирование,
- парное сравнение,
- непосредственная оценка
- последовательное сравнение.

При описании перечисленных методов будет предполагаться, что:

- имеется конечное число измеряемых объектов  $X=(x_1, \dots, x_m)$ ,
- сформулирован один или несколько признаков сравнения, по которым осуществляется сравнение свойств объектов.

Следовательно, методы измерения будут различаться лишь процедурой сравнения объектов. Эта процедура включает:

- построение отношений между объектами эмпирической системы,
- выбор отображающей функции  $f$ ,
- определение типа шкалы измерений.

# Ранжирование

**Ранжирование** представляет собой процедуру упорядочения объектов, выполняемую ЛПР или экспертом.

На основе знаний и опыта ЛПР или эксперт располагает объекты в порядке предпочтения, руководствуясь одним или несколькими выбранными показателями сравнения, и приписывает им соответствующие числовые представления. Эти числовые представления могут быть любыми, но должны удовлетворять единственному условию - их последовательность должна быть монотонна.

В практике ранжирования чаще всего в качестве числового представления последовательности упорядоченных объектов используется натуральный ряд чисел, называемых рангами и обозначаемых буквой  $r$ . При этом наиболее **предпочтительному объекту** присваивается **ранг 1**, а по мере убывания предпочтения значение ранга возрастает. Эквивалентным объектам присваиваются одинаковые ранги.

# Ранжирование

Например, пусть имеется упорядоченная последовательность объектов:

- $x_1 (>) x_2 (>) x_3 \sim x_4 \sim x_5 (>) x_6 (>) \dots (>) x_{m-1} \sim x_m$

Так как в этой последовательности есть эквивалентные объекты, она образует нестрогий порядок.

- Ранжирование объектов этой последовательности может быть произведено следующим образом:

$$r_1=f(x_1)=1; r_2=f(x_2)=2; r_3=r_4=r_5=3; r_6=4;$$

- С точки зрения удобства последующей обработки применяется и другой способ присвоения рангов эквивалентным объектам, при котором им назначаются одинаковые ранги, равные среднему арифметическому значению порядковых номеров этих объектов. Такие ранги называют связанными рангами.

Для примера упорядочения при  $m = 10$  ранги эквивалентных объектов  $x_3, x_4, x_5$  будут равными:  $r_3 = r_4 = r_5 = (3 + 4 + 5)/3 = 4$ . Ранги объектов  $x_9, x_{10}$  также одинаковы и равны среднему арифметическому  $r_9 = r_{10} = (9 + 10)/2 = 9,5$ .

Как следует из этого примера, связанные ранги могут быть дробными числами.

# Ранжирование

- При групповом ранжировании каждый  $s$ -й эксперт присваивает каждому  $i$ -му объекту ранг  $r_{is}$ . В результате проведения экспертизы получается матрица рангов  $r_{is}$  размерности  $m \times d$ , где  $d$  – число экспертов,  $m$  – число объектов ( $s = 1, 2, \dots, d$ ;  $i = 1, 2, \dots, m$ ). Удобно представить результаты группового экспертного ранжирования в виде таблицы:
- Аналогичный вид имеет таблица, если осуществляется ранжирование объектов одним ЛПР (или экспертом) по нескольким показателям сравнения. В этом случае вместо экспертов в таблице указываются показатели сравнения.

| Эксперты \ Объекты | $\mathcal{E}_1$ | $\mathcal{E}_2$ | $\dots$ | $\mathcal{E}_d$ |
|--------------------|-----------------|-----------------|---------|-----------------|
| $X_1$              | $r_{11}$        | $r_{12}$        | $\dots$ | $r_{1d}$        |
| $X_2$              | $r_{21}$        | $r_{22}$        | $\dots$ | $r_{2d}$        |
| $X_m$              | $r_{m1}$        | $r_{m2}$        | $\dots$ | $r_{md}$        |

# Ранжирование

- Ранги объектов определяют только порядок расположения объектов по показателям сравнения. Ранги как числа не дают возможности сделать вывод о том, на сколько или во сколько раз предпочтительнее один объект по сравнению с другими.
- Достоинством ранжирования как метода субъективного измерения является простота осуществления процедур, не требующая какого-либо трудоемкого обучения экспертов.
- Недостатком ранжирования является практическая невозможность упорядочения большого числа объектов. Как показывает опыт, при числе объектов, большем 15-20, эксперты затрудняются в построении ранжировки. Это объясняется тем, что в процессе ранжирования эксперт должен установить взаимосвязь между всеми объектами, рассматривая их как единую совокупность. Поэтому при ранжировании большого числа объектов эксперты могут допускать существенные ошибки.

# Парное сравнение

- **Парное сравнение** представляет собой процедуру установления предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар.
- В отличие от ранжирования, в котором осуществляется упорядочение всех объектов, парное сравнение объектов представляет собой более простую задачу.
- При сравнении пары объектов возможно либо отношение строгого порядка, либо отношение эквивалентности. Отсюда следует, что парное сравнение, так же как и ранжирование, есть измерение в порядковой шкале.
- В результате сравнения пары объектов  $x_i, x_j$  эксперт упорядочивает ее, высказывая либо  $x_i(>)x_j$ , либо  $x_i(>\sim)x_j$ , либо  $x_i \sim x_j$ .

Выбор числового представления  $f(x_i)$  можно произвести так:

- если  $x_i(>)x_j$ , то  $f(x_i) > f(x_j)$ ;
- если предпочтение в паре обратное, то  $f(x_i) < f(x_j)$ .
- если объекты эквивалентны, то естественно считать, что  $f(x_i) = f(x_j)$ .

# Парное сравнение

- В практике парного сравнения используются следующие варианты числовых представлений:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{если } x_i(> \sim)x_j \\ 0 & \text{если } x_i(<)x_j \end{cases} \quad i, j = \overline{1, m}$$

$$c_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{если } x_i(>)x_j \\ 1 & \text{если } x_i(\sim)x_j \\ 0 & \text{если } x_i(<)x_j \end{cases} \quad i, j = \overline{1, m}$$

|       | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     |
| $x_2$ | 0     | 1     | 1     | 1     | 0     |
| $x_3$ | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| $x_4$ | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| $x_5$ | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     |

Таблица 1

|       | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | 1     | 2     | 2     | 2     | 0     |
| $x_2$ | 0     | 1     | 2     | 2     | 0     |
| $x_3$ | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| $x_4$ | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| $x_5$ | 2     | 2     | 2     | 2     | 1     |

Таблица 2



# Парное сравнение

- Если сравнение пар объектов производится отдельно по различным показателям или сравнение осуществляет группа экспертов, то по каждому показателю или эксперту составляется своя таблица результатов парных сравнений. Поэтому образуется пакет таблиц. Сравнение во всех возможных парах не дает полного упорядочения объектов. Поэтому возникает задача ранжировки объектов по результатам их парного сравнения.

Решение этой задачи возможно различными способами, простейшим из которых является следующий:

- Производят суммирование элементов матрицы парных сравнений в пределах каждой строки.
- Полученные суммы располагают в порядке убывания их значений, что соответствует расположению объектов по убыванию их предпочтительности.
- Упорядоченные таким образом объекты могут быть отранжированы по рассмотренным ранее правилам.
- Для данных табл. 1 получим: суммы элементов по строкам  $C_1=4$ ;  $C_2=3$ ;  $C_3=2$ ;  $C_4=2$ ;  $C_5=5$ . Соответствующее этим значениям сумм упорядочение объектов по предпочтительности будет:  $x_5 (>) x_1 (>) x_2 (>) x_3 \sim x_4$ .

# Непосредственная оценка

- **Непосредственная оценка** представляет собой процедуру приписывания объектам числовых значений в шкале интервалов.
- ЛПР или эксперту необходимо поставить в соответствие каждому объекту точку на определенном отрезке числовой оси.
- При этом эквивалентным объектам приписываются одинаковые числа. Удобно результат приписывания объектам чисел представить графически.
- Из рисунка 1 следует, что числовые представления объектов равны:  $f(x_1) = 0,28$ ;  $f(x_2) = f(x_5) = 0,75$ ;  $f(x_3) = 0,2$ ;  $f(x_4) = 0,5$ .

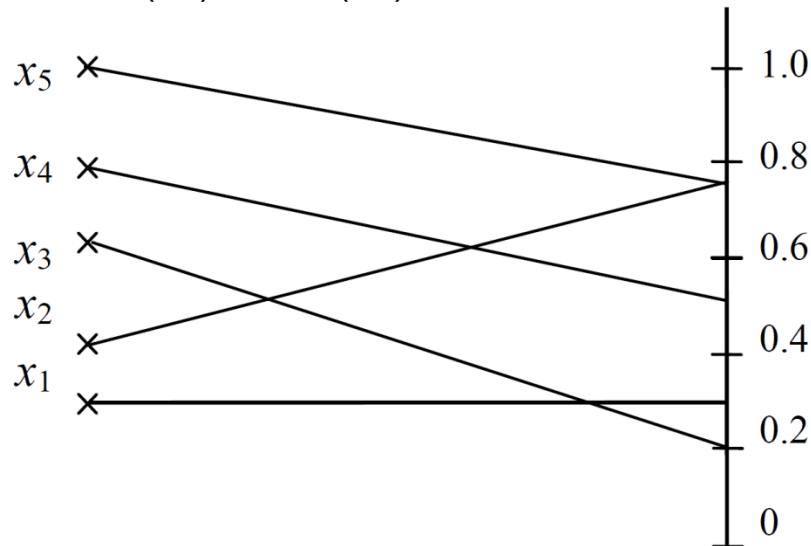


Рис.1. Непосредственная оценка объектов

# Последовательное сравнение (Метод Черчмена-Акоффа)

Представляет собой комплексную процедуру измерения, включающую как ранжирование, так и непосредственную оценку.

При последовательном сравнении ЛПР (эксперт) выполняет следующие операции:

- а) осуществляет ранжирование объектов;
- б) производит непосредственную оценку объектов на отрезке  $[0,1]$ , полагая, что числовая оценка первого в ранжировке объекта равна единице, т.е.  $f(x_1) = 1$ ;
- в) решает, будет ли первый объект превосходить по предпочтительности все остальные объекты вместе взятые. Если да, то эксперт увеличивает значение числовой оценки первого объекта так, чтобы она стала больше суммы числовых оценок остальных объектов, т.е.  $f(x_1) > \sum_{i=2}^m f(x_i)$ . В противном случае он изменяет величину  $f(x_1)$  так, чтобы она стала меньше, чем сумма оценок остальных объектов;
- г) решает, будет ли второй объект предпочтительнее, чем все последующие вместе взятые объекты, и изменяет  $f(x_2)$  так же, как это описано для  $f(x_1)$  в пункте в);
- д) продолжает операцию сравнения предпочтительности последующих объектов и изменяет числовые оценки этих объектов в зависимости от своего решения о предпочтении;
- е) повторяет п.п. в), г), д) до тех пор, пока не будут выполнены указанные условия.

# Последовательное сравнение (Метод Черчмена-Акоффа )

| Объекты | Исходные оценки | 1 <sup>я</sup> итерация | 2 <sup>я</sup> итерация | Нормированные оценки (приведенные к интервалу [0,1]) |
|---------|-----------------|-------------------------|-------------------------|--|
| $x_1$   | 1               | 2                       | 2,5                     | 1  |
| $x_2$   | 0,8             | 1,2                     | 1,2                     | 0,48   |
| $x_3$   | 0,5             | 0,6                     | 0,6                     | 0,24   |
| $x_4$   | 0,3             | 0,3                     | 0,3                     | 0,12   |
| $x_5$   | 0,2             | 0,2                     | 0,2                     | 0,08   |

# Измерение достоверности ситуаций

- При описании проблемной ситуации может иметь место **неопределенность**, обусловленная неполнотой или недостоверностью информации об условиях, в которых возникла проблема.
- Для устранения этой неопределенности необходимо сформулировать полную группу альтернативных ситуаций. Описание альтернативных ситуаций дополняется количественными характеристиками, среди которых важное значение имеет характеристика достоверности – вероятность ситуаций. Для полной группы альтернативных ситуаций сумма вероятностей их появления равна единице.
- Если нет уверенности в том, что сформулирован составляет полный набор ситуаций, и невозможно определить недостающие альтернативные ситуации, например из-за недостатка информации или времени на ее получение.
- В этих случаях необходимо сформулировать альтернативную ситуацию "остальные неизвестные ситуации", которая включает все возможные неизвестные события и дополняет уже сформулированные ситуации до полной группы. Для этой дополнительной ситуации также определяется вероятность ее свершения.

# Измерение достоверности ситуаций

Способы измерения вероятностей ситуаций:

**Объективные вероятности ситуаций:**

- основан на использовании статистических данных о частотах появления ситуаций. Если в прошлом возникали подобные ситуации и накоплены определенные статистические данные об их свершении, то на основе этих данных оценки вероятностей ситуаций определяются как относительные частоты ситуаций:

$$p_j = \frac{n_j}{n}$$

- где  $p_j$  - вероятность ситуации  $S_j$ ;
  - $n_j$  - количество случаев появления ситуации  $S_j$ ;
  - $n$  - общее количество случаев.
- Точность измерения объективных вероятностей зависит от объема статистических данных и возможности их использования для будущих событий, т.е. от сохранения условий, в которых происходили прошлые события.

# Измерение достоверности ситуаций

Способы измерения вероятностей ситуаций:

**Субъективные вероятности** представляют собой числовые оценки достоверности ситуаций и выражают мнение ЛПР(экспертов) о шансах появления этих ситуаций.

- Это мнение основывается на понимании ЛПР объективных причинно-следственных связей между ситуациями и условиями их появления.
- Субъективные вероятности при выполнении некоторых предположений обладают свойствами объективных вероятностей. Поэтому с ними можно производить обычные операции, определенные в теории вероятностей.
- Практическое измерение субъективных вероятностей осуществляется методом непосредственной оценки при дополнительном требовании, чтобы сумма вероятностей полной группы альтернативных ситуаций была равна единице. Измерение производится в шкале отношений на отрезке числовой оси  $[0, 1]$ .
- Для повышения точности измерения субъективных вероятностей целесообразно проводить групповую экспертизу с необходимой обработкой высказываний экспертов. Такая экспертиза обеспечивает использование коллективного знания и опыта.

# Измерение важности целей

Измерение важности целей, осуществляемое ЛПР, носит субъективный характер и в большой степени зависит от правильности понимания им целей и задач как конкретной хозяйственной системы, так и всего общества в целом.

Числовая характеристика свойства **важности целей** называется **приоритетом**.

Приоритеты обычно измеряются в порядковой шкале или в шкале отношений.

При измерении приоритетов в порядковой шкале эмпирической системой является множество целей с бинарным отношением нестрогого порядка.

Для того, чтобы иметь возможность упорядочить все цели, необходимо принять, что все цели между собой сравнимы по свойству важности.

В качестве числовой системы принимается множество натуральных чисел с бинарным отношением нестрогого неравенства.

Измерение приоритетов в порядковой шкале производится методом ранжирования или парного сравнения с последующей обработкой для построения ранжировки.



# Измерение важности целей

При измерении приоритетов в шкале отношений обычно величины приоритетов выбирают на отрезке от нуля до единицы, таким образом, чтобы сумма числовых значений приоритетов для всех целей была равна единице.

Измеренные таким образом приоритеты называют коэффициентами относительной важности целей или сокращенно **коэффициентами важности целей**. Эти коэффициенты дают возможность оценивать, во сколько раз каждая цель превосходит другие по свойству важности, т.е. являются относительными весами целей.

Например, пусть имеются четыре цели  $A_1, A_2, A_3, A_4$  и измерены их коэффициенты важности  $k_1=0.4$  ;  $k_2=0.25$  ;  $k_3=0.2$ ;  $k_4=0.15$ . Сумма коэффициентов равна единице:  $0.4+0.25+0.2+0.15=1$ . Таким образом, измерение коэффициентов важности заключается в распределении долей единицы на все цели.

Для измерения коэффициентов важности целей можно использовать методы непосредственной оценки, последовательного сравнения, парных сравнений

# Измерение предпочтений решений

- Для осуществления выбора наилучшего решения необходимо дать оценку предпочтений альтернативных вариантов решений.
- Измерение предпочтений есть отображение решений на числовую ось. Это отображение осуществляется **функцией предпочтения**.
- Значение функции предпочтения  $f(Y_i, S_j, A_k)$  определяет предпочтительность решения  $Y_i$  в ситуации  $S_j$  для достижения цели  $A_k$ .
- Функция предпочтения описывает **комплексную оценку** положительных и отрицательных последствий решения и, следовательно, характеризует его эффективность и качество.
- Для обеспечения комплексной оценки предпочтений решений необходимо сформулировать полное множество целей и конкретизировать их путем назначения показателей степени достижения.
- Получение функциональной зависимости эффективности решения от частных показателей в виде формулы возможно только в простейших случаях, редко встречающихся в реальных задачах.
- Как правило, эта зависимость носит более сложный характер причинно-следственных связей и не описывается простыми формальными соотношениями.