

# **Линейные, квадратные и простейшие дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметрами**

Киреенко Светлана Григорьевна,  
учитель математики МБОУ лицей при ТПУ

# Ключевые задачи. Линейные уравнения и неравенства

$$ax + b = 0$$

- 1)  $a \neq 0,$   
 $x = -\frac{b}{a}$
- 2)  $a = 0, b \neq 0,$   
 $x \in \emptyset$
- 3)  $a = 0, b = 0,$   
 $x \in R$

1. Решите при всех значениях параметра

а)  $ax = 5$

# 1. Решите при всех значениях параметра

а)  $ax = 5$

- если  $a = 0$ , то  $x \in \emptyset$ ,

- если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{5}{a}$

# 1. Решите при всех значениях параметра

а)  $ax = 5$

- если  $a = 0$ , то  $x \in \emptyset$ ,

- если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{5}{a}$

б)  $ax - a = 4 - x$

# 1. Решите при всех значениях параметра

а)  $ax = 5$

- если  $a = 0$ , то  $x \in \emptyset$ ,

- если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{5}{a}$

б)  $ax - a = 4 - x$ ,

$$(a + 1)x = 4 + a$$

- если  $a = -1$ , то  $0 \cdot x = 3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$ ,

- если  $a \neq -1$ , то  $x = \frac{4 + a}{a + 1}$

$$\text{B) } (b^2 - 4)x = b + 2$$

в)  $(b^2 - 4)x = b + 2$

- если  $b = -2$ , то  $x \in R$ ,

- если  $b = 2$ , то  $x \in \emptyset$ ,

- если  $b \neq \pm 2$ , то  $x = \frac{1}{b - 2}$

2. Найдите значения параметра, при которых уравнение не имеет решения

а)  $ax = 2x + 1,$

б)  $a^2x + 2ax + x = 1,$

в)  $a^2x = a(x + 2) - 2$

2. Найдите значения параметра, при которых уравнение не имеет решения

а)  $ax = 2x + 1,$

$(a - 2)x = 1,$

при  $a = 2$  корней нет;

б)  $a^2x + 2ax + x = 1,$

$(a + 1)^2x = 1,$

при  $a = -1$  корней нет;

в)  $a^2x = a(x + 2) - 2,$

$a(a - 1)x = 2(a - 1),$

при  $a = 0$  корней нет

3. При каких значениях  $p$  уравнение

$$(p^2 - 16)x + p^2 - 3p - 4 = 0$$

имеет корни больше 1?

3. При каких значениях  $p$  уравнение  $(p^2 - 16)x + p^2 - 3p - 4 = 0$  имеет корни больше 1?

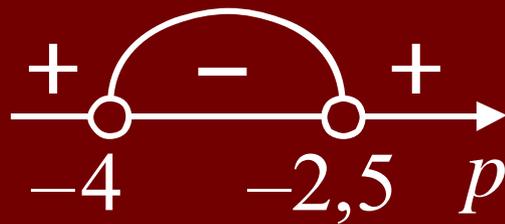
$$(p - 4)(p + 4)x + (p + 1)(p - 4) = 0$$

1)  $p = 4$ ,  $0 \cdot x + 0 = 0$ ,  $x \in R$  (удовл. усл.),

2)  $p = -4$ ,  $0 \cdot x + 24 = 0$ ,  $x \in \emptyset$ ,

3)  $p \neq \pm 4$ ,  $x = -\frac{p + 1}{p + 4} > 1$ ,

$$\frac{2p + 5}{p + 4} < 0$$



Ответ:  $p \in (-4; -2,5) \cup \{4\}$

4. Решите неравенство

$$2a(a - 2)x > a - 2$$

## 4. Решите неравенство

$$2a(a - 2)x > a - 2$$

1)  $a < 0$  или  $a > 2$ , 2)  $a = 0$ , 3)  $0 < a < 2$ , 4)  $a = 2$ ,

$$x > \frac{1}{2a}$$

$$x \in R$$

$$x < \frac{1}{2a}$$

$$x \in \emptyset$$

# Простейшие дробно- рациональные уравнения и неравенства

1. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 9}{x - a} = 0$



2. Решите уравнение  $\frac{ax - 5 - x}{x^2 - 4} = 0$

2. Решите уравнение  $\frac{ax - 5 - x}{x^2 - 4} = 0$

$$\begin{cases} (a-1)x = 5, \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

• если  $a = 1$ , то  $x \in \emptyset$ ,

• если  $a \neq -1$ , то  $x = \frac{5}{a-1}$

Проверка условия системы

$$\frac{5}{a-1} = 2, \quad \frac{5}{a-1} = -2$$

$$a = 3,5$$

$$a = -1,5$$

Ответ: при  $a \in \{-1,5; 1; 3,5\}$  решений нет,

при  $a \neq 1, a \neq -1,5, a \neq 3,5$   $x = \frac{5}{a-1}$

# Квадратные уравнения с параметрами

1. При каких  $a$  уравнение  $(a + 4)x^2 + 6x + 1 = 0$  имеет единственное решение?

2. При каких  $a$  уравнение  $(2a + 8)x^2 - (a + 4)x + 3 = 0$  имеет единственное решение?

3. При каких  $a$  уравнение  $(a + 6)x^2 + 8x + a = 0$  имеет более одного решения?

4. При каких  $a$  уравнение  $a(2a + 4)x^2 - (a + 2)x - 5a - 10 = 0$  имеет более одного решения?

5. При каких значениях  $a$  система 
$$\begin{cases} x^2 + ax - (a + 1) = 0, \\ x \leq 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

# Квадратные уравнения с параметрами

1. При каких  $a$  уравнение  $(a + 4)x^2 + 6x + 1 = 0$  имеет единственное решение?

*Ответ:*  $a = -4, a = 5$

2. При каких  $a$  уравнение  $(2a + 8)x^2 - (a + 4)x + 3 = 0$  имеет единственное решение?

*Ответ:*  $a = 20$

3. При каких  $a$  уравнение  $(a + 6)x^2 + 8x + a = 0$  имеет более одного решения?

*Ответ:*  $a \in (-8; -6) \cup (-6; 2)$

4. При каких  $a$  уравнение  $a(2a + 4)x^2 - (a + 2)x - 5a - 10 = 0$  имеет более одного решения?

*Ответ:*  $a \in \{-2\} \cup (-1/40; 0) \cup (0; +\infty)$

5. При каких значениях  $a$  система  $\begin{cases} x^2 + ax - (a + 1) = 0, \\ x \leq 4 \end{cases}$  имеет единственное решение?

*Ответ:*  $a \in (-\infty; -5) \cup \{-2\}$

**Спасибо за внимание!**