

Линейные, квадратные и простейшие дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметрами

Киреенко Светлана Григорьевна,
учитель математики МБОУ лицей при ТПУ

Ключевые задачи. Линейные уравнения и неравенства

$$ax + b = 0$$

- 1) $a \neq 0,$
 $x = -\frac{b}{a}$
- 2) $a = 0, b \neq 0,$
 $x \in \emptyset$
- 3) $a = 0, b = 0,$
 $x \in R$

1. Решите при всех значениях параметра

а) $ax = 5$

1. Решите при всех значениях параметра

а) $ax = 5$

- если $a = 0$, то $x \in \emptyset$,

- если $a \neq 0$, то $x = \frac{5}{a}$

1. Решите при всех значениях параметра

а) $ax = 5$

- если $a = 0$, то $x \in \emptyset$,

- если $a \neq 0$, то $x = \frac{5}{a}$

б) $ax - a = 4 - x$

1. Решите при всех значениях параметра

а) $ax = 5$

- если $a = 0$, то $x \in \emptyset$,

- если $a \neq 0$, то $x = \frac{5}{a}$

б) $ax - a = 4 - x$,

$$(a + 1)x = 4 + a$$

- если $a = -1$, то $0 \cdot x = 3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$,

- если $a \neq -1$, то $x = \frac{4 + a}{a + 1}$

$$\text{B) } (b^2 - 4)x = b + 2$$

в) $(b^2 - 4)x = b + 2$

- если $b = -2$, то $x \in R$,

- если $b = 2$, то $x \in \emptyset$,

- если $b \neq \pm 2$, то $x = \frac{1}{b-2}$

2. Найдите значения параметра, при которых уравнение не имеет решения

а) $ax = 2x + 1,$

б) $a^2x + 2ax + x = 1,$

в) $a^2x = a(x + 2) - 2$

2. Найдите значения параметра, при которых уравнение не имеет решения

а) $ax = 2x + 1,$

$(a - 2)x = 1,$

при $a = 2$ корней нет;

б) $a^2x + 2ax + x = 1,$

$(a + 1)^2x = 1,$

при $a = -1$ корней нет;

в) $a^2x = a(x + 2) - 2,$

$a(a - 1)x = 2(a - 1),$

при $a = 0$ корней нет

3. При каких значениях p уравнение

$$(p^2 - 16)x + p^2 - 3p - 4 = 0$$

имеет корни больше 1?

3. При каких значениях p уравнение $(p^2 - 16)x + p^2 - 3p - 4 = 0$ имеет корни больше 1?

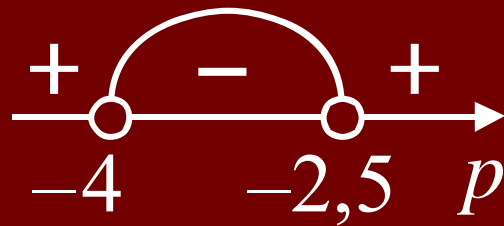
$$(p - 4)(p + 4)x + (p + 1)(p - 4) = 0$$

1) $p = 4$, $0 \cdot x + 0 = 0$, $x \in R$ (удовл. усл.),

2) $p = -4$, $0 \cdot x + 24 = 0$, $x \in \emptyset$,

3) $p \neq \pm 4$, $x = -\frac{p + 1}{p + 4} > 1$,

$$\frac{2p + 5}{p + 4} < 0$$



Ответ: $p \in (-4; -2,5) \cup \{4\}$

4. Решите неравенство

$$2a(a - 2)x > a - 2$$

4. Решите неравенство

$$2a(a - 2)x > a - 2$$

1) $a < 0$ или $a > 2$, 2) $a = 0$, 3) $0 < a < 2$, 4) $a = 2$,

$$x > \frac{1}{2a}$$

$$x \in R$$

$$x < \frac{1}{2a}$$

$$x \in \emptyset$$

Простейшие дробно- рациональные уравнения и неравенства

1. Решите уравнение $\frac{x^2 - 9}{x - a} = 0$

Простейшие дробно-рациональные уравнения и неравенства

1. Решите уравнение $\frac{x^2 - 9}{x - a} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3, \\ x = -3, \\ x \neq a \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Ответ: если } a = 3, \text{ то } x = -3, \\ \text{если } a = -3, \text{ то } x = 3, \\ \text{если } a \neq \pm 3, \text{ то } x = \pm 3 \end{array}$$

2. Решите уравнение $\frac{ax - 5 - x}{x^2 - 4} = 0$

2. Решите уравнение $\frac{ax - 5 - x}{x^2 - 4} = 0$

$$\begin{cases} (a-1)x = 5, \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

• если $a = 1$, то $x \in \emptyset$,

• если $a \neq -1$, то $x = \frac{5}{a-1}$

Проверка условия системы

$$\frac{5}{a-1} = 2, \quad \frac{5}{a-1} = -2$$

$$a = 3,5$$

$$a = -1,5$$

Ответ: при $a \in \{-1,5; 1; 3,5\}$ решений нет,

при $a \neq 1, a \neq -1,5, a \neq 3,5$ $x = \frac{5}{a-1}$

Квадратные уравнения с параметрами

1. При каких a уравнение $(a + 4)x^2 + 6x + 1 = 0$ имеет единственное решение?

2. При каких a уравнение $(2a + 8)x^2 - (a + 4)x + 3 = 0$ имеет единственное решение?

3. При каких a уравнение $(a + 6)x^2 + 8x + a = 0$ имеет более одного решения?

4. При каких a уравнение $a(2a + 4)x^2 - (a + 2)x - 5a - 10 = 0$ имеет более одного решения?

5. При каких значениях a система
$$\begin{cases} x^2 + ax - (a + 1) = 0, \\ x \leq 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

Квадратные уравнения с параметрами

1. При каких a уравнение $(a + 4)x^2 + 6x + 1 = 0$ имеет единственное решение?

Ответ: $a = -4, a = 5$

2. При каких a уравнение $(2a + 8)x^2 - (a + 4)x + 3 = 0$ имеет единственное решение?

Ответ: $a = 20$

3. При каких a уравнение $(a + 6)x^2 + 8x + a = 0$ имеет более одного решения?

Ответ: $a \in (-8; -6) \cup (-6; 2)$

4. При каких a уравнение $a(2a + 4)x^2 - (a + 2)x - 5a - 10 = 0$ имеет более одного решения?

Ответ: $a \in \{-2\} \cup (-1/40; 0) \cup (0; +\infty)$

5. При каких значениях a система $\begin{cases} x^2 + ax - (a + 1) = 0, \\ x \leq 4 \end{cases}$ имеет единственное решение?

Ответ: $a \in (-\infty; -5) \cup \{-2\}$

Спасибо за внимание!