ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В.Н. Шкляр

НАДЁЖНОСТЬ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Издательство
Томского политехнического университета
2009

УДК 681.51-192(075.8)
ББК 30.14я73
Ш66

Шкляр В.Н.

Ш66 Надёжность систем управления: учебное пособие / В.Н. Шкляр; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 126 с.

В пособии приведены основные понятия теории надёжности объектов и систем, показатели надёжности, определяющие их безотказность, ремонтопригодность и восстанавливаемость. Рассмотрены основные методы расчёта надёжности систем при внезапных и постепенных отказах, способы повышения и обеспечения заданного уровня надёжности объектов и систем, а также некоторые вопросы эксплуатационной надёжности технических систем, оценки надёжности программного обеспечения. Приведены сведения по анализу последствий отказов.

Пособие разработано в рамках реализации Инновационной образовательной программы ТПУ по направлению «Информационно-коммуникационные системы и технологии» и предназначено для студентов, обучающихся по специальности 220301 «Автоматизация технологических процессов в нефтегазовой отрасли» направлений 220200 «Автоматика и управление», 22100 «Мехатроника и робототехника» очной и заочной форм обучения, а также для магистрантов, обучающихся по направлению «Автоматизация и управление». Пособие будет полезно также специалистам, занимающимся проектированием систем управления различного назначения.

УДК 681.51-192(075.8)
ББК 30.14я73

Рецензенты
Доктор технических наук, профессор
заведующий кафедрой электротехнических комплексов
Новосибирского государственного технического университета
Н.И. Щуров

Кандидат технических наук, доцент
директор НИИ «ЭРМИС»
А.Р. Свендровский

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 6

1. ВВЕДЕНИЕ 7

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ 11

3. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЁЖНОСТИ 17

- 3.1. Показатели безотказности 18
  - 3.1.1. Вероятность безотказной работы 18
  - 3.1.2. Частота отказов 19
  - 3.1.3. Интенсивность отказов 20
  - 3.1.4. Средняя наработка до отказа, наработка между отказами 22
- 3.2. Потоки отказов 24
- 3.3. Показатели ремонтопригодности 26
- 3.4. Комплексные показатели ремонтопригодности 28

4. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ 30

- 4.1. Экспоненциальный закон распределения 30
- 4.2. Распределение Вейбулла 32
- 4.3. Нормальное распределение или распределение Гаусса 33

5. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАСЧЁТА НАДЁЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ 35

- 5.1. Виды расчётов надёжности элементов и систем 35
- 5.2. Основные этапы расчёта надёжности объектов и систем 36
- 5.3. Метод структурной схемы надежности 38
- 5.4. Расчёт надёжности, основанный на использовании параллельно-последовательных структур 42
  - 5.2.1. Расчётные формулы для элементов, соединённых параллельно в структурной схеме надёжности 42
  - 5.4.2. Расчётные формулы для элементов, соединённых последовательно в структурной схеме надёжности 43
- 5.5. Способы преобразования сложных структурных схем надёжности 44
  - 5.5.1. Метод перебора состояний 44
  - 5.5.2. Преобразование с эквивалентной заменой треугольника в звезду 46

5.5.3. Преобразование с помощью разложения сложной структуры по базовому элементу 47

6. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗАХ 49

7. ОЦЕНКА НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ ПРИ ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗАХ 55

7.1. Оценка надёжности при постепенных отказах по времени безотказной работы 55

7.2. Надёжность механических систем (машин) по основным критериям их работоспособности 57

7.2.1. Оценка надёжности подшипников 60

8. НАДЁЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ 62

8.1. Применение графов состояний для расчёта надёжности восстанавливаемых объектов и систем 62

8.2. Показатели надежности восстанавливаемых систем 64

8.3. Оценка показателей надёжности восстанавливаемых систем 66

9. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ 69

9.1. Основные понятия и определения 69

9.2. Структурное резервирование без восстановления 74

9.2.1. Резервирование замещением: нагруженный резерв. Постоянное включение резерва 74

9.2.2. Расчёт показателей надёжности при других видах структурного резервирования 78

9.2.3. Анализ надежности дублированной группы при нагруженном резерве с учетом различного характера отказов устройств 79

9.3. Структурное резервирование систем с восстановлением 83

9.4. Расчет надежности систем с временным резервированием 86

9.4.1. Основные источники временной избыточности в системах, виды временного резерва 86

9.4.2. Расчёт показателей надёжности системы с мгновенно пополняемым резервом с обесцениванием выполненного объёма работы 87

10. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЁЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 89

10.1. Методы планирования регламентных проверок и профилактических работ 89

10.2. Количественные показатели эффективности профилактических работ и регламентных проверок 90

10.3. Статистическая оценка времени проведения профилактических работ 92
10.4. Определение параметров технического обслуживания при явных и не явных отказах 95
10.4.1. Определение параметров технического обслуживания при явных отказах 95
10.4.2. Определение параметров технического обслуживания объектов при не явных отказах 97
10.5. Расчёт необходимого количества запасного имущества и приборов (ЗИП) для устройств и систем 99
11. НАДЁЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ 104
11.1. Особенности оценки надёжности программного обеспечения технических систем 104
11.2. Динамические модели надёжности программ 109
11.2.1. Оценка надёжности программ по наработке (модель Шумана) 109
11.2.2. Модель Джелинского – Моранды 110
11.3. Статические модели надёжности программного обеспечения 111
11.3.1. Модель Миллса 112
11.3.2. Простая интуитивная модель 113
11.3.3. Эмпирические модели надёжности ПО 114
11.4. Определение оптимальной продолжительности тестирования программы 115
12. АНАЛИЗ ВИДОВ, ПОСЛЕДСТВИЙ И КРИТИЧНОСТИ ОТКАЗОВ 117
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 123
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 124

ПРЕДИСЛОВИЕ

Это учебное пособие предназначено для изучения дисциплин «Надёжность систем управления» и «Проектирование мехатронных систем» студентами по направлениям 220200 «Автоматика и управление», 22100 – «Мехатроника и робототехника».

Содержание учебного пособия соответствует также программе курса «Диагностика и надёжность автоматизированных систем», читаемого автором для студентов специальности 220301 – «Автоматизация технологических процессов в нефтегазовой отрасли».

Пособие будет полезным для студентов всех направлений и специальностей, изучающих вопросы надёжности систем и объектов, а также для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием и эксплуатацией систем с требуемым уровнем надёжности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Внедрение достижений науки и техники, современных технологий характеризуется созданием сложных систем и устройств с высоким уровнем автоматизации, выполняющих интеллектуальные, адаптивные функции управления в космической и авиационной технике, тепловой и атомной энергетике, химической, нефтехимической, нефтегазодобывающей, металлургической, обрабатывающей и других отраслях промышленности и транспорта. Успешное решение задач управления, связанных с повышением эффективности производств, поставило в качестве первоочередной проблему обеспечения высокой надёжности таких систем и технических средств. Важность этой проблемы обусловлена возможным существенным ущербом, который может возникнуть в опасных производствах и производствах с большими единичными мощностями.

Следует отметить, что вопросам обеспечения высокой надежности при конструировании и эксплуатации устройств и систем всегда уделялось значительное внимание, однако эти вопросы долгое время не выделялись в самостоятельную область исследования.

В нашей стране проблема надёжности машин в концептуальном аспекте впервые была выдвинута и обсуждена на сессии Академии наук СССР в 1934 году. На начальных этапах развития теории надёжности основное внимание уделялось разработке методик, регламентирующих порядок сбора и обработки статистических данных об отказах изделий. При этом совершенствовались вероятностно-статистические методы исследования, в том числе, определение адекватных законов распределения показателей безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости. Начали разрабатываться методы расчёта и испытаний изделий с учётом случайного характера отказов.

Если говорить о теории надежности в том ее виде, в каком она существует сейчас, то она появилась в США после второй мировой войны. Американцы ощутили проблему ненадежности во время Корейской войны, когда военные машины ведущих государств – США и СССР заметно модернизировались. На полях сражений этой войны отрабатывали и совершенствовали новую технику и современную тактику боя американские, китайские и советские войска. Здесь и проявился фактор «чужой земли»: американцам было дальше всех до ремонтных баз, где можно было отремонтировать технику и пополнить запас комплектующих. Поэтому и возникла проблема надежности, к которой американцы отнеслись с должным вниманием.

В США в Институте Радиоинженеров (IRE) была создана секция надежности и контроля качества, которая стала выпускать ежеквартальные журналы и, начиная с 1954г., созывать ежегодные симпозиумы по надежности. Волна публикаций по различным каналам докатилась и до Москвы. Уже в 1954 г. вышел первый сборник переводов под ред. академика В.И. Сифорова, в котором были затронуты вопросы надежности. Потом один за другим стали издаваться сборники трудов американских симпозиумов по надежности, которые сыграли решающую роль в развитии советской школы надежности.

В 1958 г. состоялась Первая Всесоюзная конференция по надежности. К тому времени уже сформировалась группа специалистов (в основном военных из Академии имени Н.Е. Жуковского), которые возглавили работы в Москве: Б.В. Васильев, Г.В. Дружинин, В.А. Кузнецов, Б.Р. Левин, И.И. Морозов, М.А. Синица, К.Ф. Цветаев. Уже в 1959 г. в отделе надежности одного из Ленинградских НИИ Судпрома была выпущена первая книга, всего на 139 страницах – «Основы теории и расчета надежности». Авторами книги были основоположники ленинградской школы надежности: И.М. Маликов, А.М. Половко, Н.А. Романов и П.А. Чукреев.

Основными организаторами работ по развитию теории надёжности, в том числе прикладной, стали академик А.И. Берг, Я.М. Сорин, создавший первый отдел надежности в «девятке» оборонных министерств, в котором работали известные учёные в области надёжности – профессора Б.Р. Левин и Я.Б. Шор.

Круг проблем, входящих в компетенцию теории надёжности, наиболее полно сформулировал А.И. Берг, которому принадлежит крылатая фраза «Надежность – проблема номер один»:

«Теория надёжности устанавливает закономерности возникновения отказов и восстановления работоспособности системы и её элементов, рассматривает влияние внешних и внутренних воздействий на процессы в системах, создаёт основы расчёта надёжности и предсказания отказов, изыскивает способы повышения надёжности (при конструировании и изготовлении систем и их элементов, а также способы сохранения надёжности при эксплуатации)».

В начале 1960-х годов интенсивно начала развиваться ***математическая теория надежности.*** Крупнейший вклад в данной области был сделан Б. В. Гнеденко, А. Д. Соловьевым, Ю. К. Беляевым, ставшими тремя китами советской школы надёжности.

Большой вклад в развитие теории надёжности в нашей стране внесли также Х.Б. Кордонский, возглавлявший Рижскую школу надёжности, Н.А. Шишонок, В.Ф. Репкин и Л.Л. Барвинский из Киевской школы надёжности, М.А. Ястребенецкий, Т.А. Голинкевич, И.А. Ушаков и др.

В конце 1970-х и начале 80-х годов появилось много ярких специалистов и авторов по надёжности: В.А. Гадасин, Э.В. Дзиркал, В.А. Каштанов, Ю.К. Коненков, И.В. Павлов, Г.Б. Рубальский, Р.С. Судаков, О.И. Тескин.

Проблемы надёжности современных информационно-вычислительных систем, автоматизированных систем управления рассматриваются в работах А.Е. Александровича, Ю.В. Бородакия, В.О. Чуканова, Ю.Н. Фёдорова и др.

Следует отметить, что вопросы надежности интенсивно исследовались и за рубежом, например, такими специалистами, как Д. Нейманом, А. Пирсом, К. Барлоу, С. Прошаном и др**.**

Высокая надежность технических систем, в том числе и систем управления, определяется не только проектированием и изготовлением включаемых в них технических средств, но и рациональной эксплуатацией, поэтому вопросам эксплуатационной надёжности, проведения испытаний и обработки информации об эксплуатации устройств и систем, всегда уделялось большое внимание.

Самостоятельную область исследования представляет собой ***техническая диагностика***, в которой рассматриваются вопросы контроля, ремонта и восстановления систем.

Изучение вопросов надёжности следует разделить на три направления [2].

К ***первому*** *следует отнести весь перечень вопросов общей теории надежности – научной дисциплины, изучающей общие закономерности отказов и восстановлений технических устройств и общие методы обеспечения надежности*. Так как построение *общей теории надежности основано на вероятностных представлениях*, то и изучение этой теории должно осуществляться после курса *теории вероятности и математической статистики*. Хотя общая теория надежности справедлива для любых технических устройств, однако ее изучение целесообразно осуществлять на примерах конкретных технических объектов, например, устройств автоматики, для чего необходимо изучение этих устройств хотя бы в объеме курса «Введение в специальность».

Знание общей теории надежности позволит при изучении различных систем и объектов рассматривать методы и способы обеспечения надежности, которые базируются на общих принципах, однако их реализация специфична для этих систем и объектов. Поэтому, ко ***второму*** *направлению относятся те разделы, которые касаются надежности отдельных элементов и устройств, изучаемых в специальных курсах.*

К ***третьему*** *направлению следует отнести изучение специальных вопросов теории надежности систем различного назначения, а также методов и способов повышения их надежности*.

В предлагаемом учебном пособии изложены вопросы общей теории надежности применительно к системам автоматического регулирования и управления, механическим системам, относящихся к техническим системам, однако в ряде разделов излагаются сведения, относящиеся, ко второму и третьему направлениям изучения надёжности.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

Эффективность функционирования технических систем (ТС) в значительной степени зависит от надежности как отдельных устройств, входящих в системы, так и элементов, обеспечивающих взаимодействие между этими устройствами.

Следует заметить, что, несмотря на значительные усилия в области повышения надежности ТС, *уровень их надежности остается недостаточно высоким и не удовлетворяет все возрастающим требованиям*. Недостаточная надежность элементов и устройств не только приводит к значительным простоям систем, но и удорожает стоимость их эксплуатации. Кроме того, отказы технических устройств могут привести к аварийным ситуациям, последствия которых трудно представить.

Основными причинами, определяющими повышенное внимание к проблемам надежности, являются:

- повышение сложности устройств и появление сложных систем;
- более медленный рост уровня надежности комплектующих элементов по сравнению с ростом числа элементов в устройствах и системах;
- повышение важности выполняемых элементами и устройствами функций и, как следствие этого, повышение требований к их надежности;
- усложнение условий эксплуатации систем.

Задачи теории надёжности и, следовательно, её определение, как было отмечено в предисловии, сформулированы академиком А.И. Бергом, являющимся одним из её создателей этой теории в нашей стране в следующем виде:

Теория надёжности устанавливает закономерности возникновения отказов и восстановления работоспособности системы и её элементов, рассматривает влияние внешних и внутренних воздействий на процессы в системах, создаёт основы расчёта надёжности и предсказания отказов, изыскивает способы повышения надёжности при конструировании и изготовлении систем и элементов, а также способы сохранения надёжности при эксплуатации [2].

Теория надежности изучает:

- *критерии и количественные характеристики надежности;*
- *методы анализа надежности элементов и систем;*
- *методы синтеза элементов и систем с заданной надежностью;*
- *методы повышения надежности элементов и систем на этапах их проектирования и эксплуатации;*

- *методы испытания элементов и систем на надежность.*

Базовыми понятиями в теории надежности являются понятия ***элемента, системы, компонента***.

В соответствии с ГОСТ Р51901. 5–2005:

элемент, объект (item, entity): *любая часть, компонент, устройство, подсистема, функциональный модуль, оборудование или система, которая может быть рассмотрена как самостоятельная единица.*

Под элементом понимают часть системы, которая имеет самостоятельную характеристику надежности, используемую при расчетах надёжности, и выполняет определенную частную функцию в интересах системы.

Примечание: элемент может представлять собой аппаратное средство, программное обеспечение или то, и другое. Он может, в отдельных случаях, включать людей.

Система (system): *совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов.*

С точки зрения надежности система должна иметь:

- определенную цель, выраженную в виде требований к функционированию системы;
- заданные условия эксплуатации;
- иерархическую структуру.

Компонент (component): элемент, рассматриваемый на самом низком иерархическом уровне при анализе системы.

Понятие «система» является в определенной степени условным. В зависимости от объектов исследования, от тех задач, которые поставлены перед специалистами, в понятие «система» могут попадать различные совокупности объектов. Например, в качестве систем могут рассматриваться автоматическая система управления насосной станции нефтепровода, система управления робота, мехатронный модуль, двигатель, редуктор, микросхема, резистор и т. д.

Все системы, рассматриваемые в теории надежности, могут быть разделены на ***восстанавливаемые***, в которых после появления отказа происходит замена отказавшего объекта с целью восстановления их функционирования, и ***невосстанавливаемые***, в которых такая замена не производится.

Элементы, используемые в системах, можно разделить на *первичные элементы* (типа радиоэлементов, двигателей и т. д.) и *элементы, состоящие из первичных элементов* (например, преобразователи, электрические двигатели, мехатронные модули и т. д.).

Как правило, либо путем анализа физических процессов в элементах, либо путем проведения испытаний, либо из опыта эксплуатации определяют характеристики надежности первичных элементов. Для остальных элементов, в том числе и для систем, характеристики надежности определяются с учетом характеристик надежности первичных элементов различными расчетными методами.

Каждая группа элементов имеет свои особенности относительно надежности, что приводит к необходимости учитывать эти особенности при проведении расчетов показателей надежности.

Элементы и системы, с точки зрения надёжности, могут находиться в четырёх состояниях: ***исправном, неисправном, работоспособном, неработоспособном, предельном***. В соответствии со стандартами [5, 7]:

Исправное состояние – это состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние – это состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Работоспособное состояние – это состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние – это состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Предельное состояние – это состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно. Связи между этими состояниями показаны на рис. 2.1.

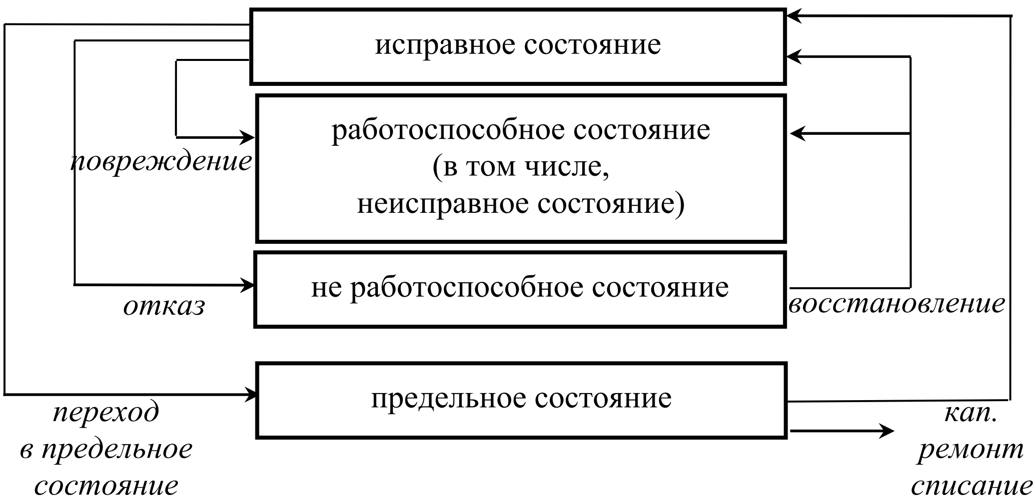


Рис. 2.1. Состояния системы

Как видно из рисунка, только в двух состояниях, исправном и работоспособном, система может выполнять свои функции. Поэтому, с позиций теории надёжности все элементы и системы могут находиться в двух состояниях: *работоспособном и неработоспособном*. Понятие *работоспособности* является одним из основных понятий теории надежности.

Переход из одного состояния в другое происходит в результате событий, называемых ***отказом и повреждением***.

В соответствии с ГОСТ 27.002–89. Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения [5]:

Повреждение – это событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении его работоспособного состояния.

Отказ – это событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния системы.

Ниже приведены определения видов отказов, данные в указанном стандарте.

Ресурсный отказ – отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

Независимый отказ (первичный отказ) – это отказ, не обусловленный другими отказами.

Зависимый отказ (вторичный отказ) – это отказ, обусловленный другими отказами.

Внезапный отказ – это отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта.

Постепенный отказ – это отказ, возникший в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта.

Сбой – это самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора

Перемежающийся отказ – это многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера.

Явный отказ – отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Скрытый отказ **–** отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

Конструктивный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования.

Производственный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Эксплуатационный отказ – отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации.

Деградационный отказ – отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

На основании понятий *работоспособности и отказа* можно определить очень важные для теории надежности понятия: ***безотказность, долговечность, ремонтопригодность, сохраняемость.***

Безотказность *– свойство системы или элемента непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки.*

Долговечность – *свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.*

Ремонтопригодность *– свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путём технического обслуживания и ремонта.*

Сохраняемость *– свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.*

Приведём определение понятия «надежность», данное в указанном выше стандарте [5].

Надежность *– свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.*

Надёжность является комплексным свойством, которое, в зависимости от назначения объекта и условий его применения, может включать безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость или определённые сочетания этих свойств. Например, для неремонтируемых объектов основным свойством является безотказность. Для ремонтируемых объектов одним из важнейших свойств, входящих в определение надёжности, может быть ремонтопригодность.

Для объектов, которые являются потенциальными источниками опасности, важными понятиями являются ***безопасность и живучесть.***

Безопасность – свойство объекта при изготовлении и эксплуатации и в случае нарушения работоспособного состояния не создавать угрозу для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды.

Живучесть – свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических отказов из-за дефектов и повреждений при установленной системе технического обслуживания и ремонта, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации.

Таким образом, можно видеть, что понятие надежности является фундаментальным понятием, которое охватывает все стороны технической эксплуатации элементов и систем. В первую очередь, *надежность* является составной частью более широкого понятия – ***эффективности.***

При этом, *под эффективностью понимается свойство, определяющее возможность системы или элемента выполнять заданные функции с требуемым качеством.*

На эффективность функционирования системы, наряду с надежностью, влияют и другие характеристики, например, такие как точность, помехоустойчивость и т. д.

В целях обеспечения надежности в устройствах и системах широко используется введение избыточности, называемое резервированием, а также техническое обслуживание, в том числе, проведение профилактических работ. Методы обеспечения требуемой надёжности объектов будут рассмотрены ниже.

Контрольные вопросы

1. Определите понятия «работоспособность системы» и «отказ системы».
2. Приведите классификацию отказов.
3. Дайте определение надёжности системы, установленное ГОСТом 27.002–89.
4. В чём заключается комплексность понятия «надёжность»?
5. Чем различаются понятия «надёжность системы» и «живучесть системы»?

3. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЁЖНОСТИ

Определение количественных характеристик или показателей надёжности необходимо для того, чтобы:

- учитывать надежность элементов и устройств при их применении в различных системах;
- формулировать требования по надежности к проектируемым устройствам или системам;
- сравнивать различные варианты построения системы;
- рассчитывать необходимый комплект запасных частей и принадлежностей (ЗИП) для восстановления систем, сроки их службы.

В соответствии с ГОСТом 27.001–95 [7]

Показатель надежности (Reliability measure) – это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Различают *единичные, комплексные, расчётные, экспериментальные, эксплуатационные и экстраполированные* показатели надёжности, определения которых приведены ниже.

Единичный показатель надежности *(Simple reliability measure) – это показатель надежности, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.*

Комплексный показатель надежности *(Integrated reliability measure) – это показатель надежности, характеризующий несколько свойств, составляющих надежность объекта.*

Расчетный показатель надежности *(Predicted reliability measure) –это показатель надежности, значения которого определяются расчетным методом.*

Экспериментальный показатель надежности *(Assessed reliability measure) –это показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным испытаний.*

Эксплуатационный показатель надежности *(Observed reliability measure) –это показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным эксплуатации.*

Экстраполированный показатель надежности *(Extrapolated reliability measure) –это показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется на основании результатов расчетов, испытаний и(или) эксплуатационных данных путем экстраполирования на другую продолжительность эксплуатации и другие условия эксплуатации.*

Поскольку отказы и сбои элементов являются *случайными событиями, то теория вероятностей и математическая статистика* являются основным аппаратом, используемым при исследовании надежности, а сами характеристики надежности должны выбираться из числа показателей, принятых в теории вероятностей.

Все показатели надёжности могут определяться *аналитически* по формулам, полученным на основе теории вероятности, и по результатам испытаний или наблюдений, т. е. *в виде статистических оценок* показателей надёжности, полученным на основе методов математической статистики.

Для объектов и систем выбор характеристик надежности должен осуществляться с учетом особенностей их функционирования. В теории надёжности рассматриваются характеристики, определяющие каждое из основных свойств надёжности или их совокупности. Поэтому, рассмотрим в начале показатели надежности, позволяющие оценить *безотказность элементов или систем*.

3.1. Показатели безотказности

ГОСТом 27.002–89 вводятся следующие показатели безотказности: ***вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, параметр потока отказов, средняя наработка до отказа, средняя наработка на отказ, осреднённый параметр потока отказов.***

Кроме названных показателей в технической литературе широко используется ещё один показатель – ***частота отказов.***

Рассмотрим показатели безотказности более подробно.

3.1.1. Вероятность безотказной работы

Вероятность безотказной работы (*Reliability function, survival function) – вероятность того, что в пределах заданной наработки на отказ (в заданном интервале времени t) отказ объекта не возникнет.*

Эта характеристика связана с функцией распределения времени безотказной работы следующим соотношением:

$$P(t) = 1 - Q(t), \tag{3.1}$$

где $P(t)$ – *вероятность безотказной работы объекта*; $Q(t)$ – функция распределения времени безотказной работы, *которая представляет собой вероятность появления отказа в течение времени t.*

Очевидно, что $0 \le P(t) \le 1$, $P(0) = 1$, $P(\infty) = 0$.

Следует отметить, что функция $P(t)$ является *монотонно убывающей* функцией (надежность в процессе эксплуатации может только уменьшаться), а функция $Q(t)$ – *монотонно возрастающей* функцией.

Для определения величины $P(t)$ используется *следующая статистическая оценка:*

$$P^*(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}, \tag{3.2}$$

где N_0 – число изделий, поставленных на испытание или на эксплуатацию; $n(t)$ – число изделий, отказавших в течение времени t.

Аналогично вероятности безотказной работы определяется вероятность бессбойной работы.

Вероятность бессбойной работы *– вероятность того, что в заданном интервале времени t будут отсутствовать сбои системы или элементов.*

Эта характеристика связана с функцией распределения времени бессбойной работы следующим образом:

$$P_C(t) = 1 - Q_C(t), \tag{3.3}$$

где $P_C(t)$ – вероятность отсутствия сбоя; $Q_C(t)$ – функция распределения времени бессбойной работы, которая представляет собой вероятность появления сбоя в течение времени t.

Для определения величины $P_C(t)$ используется следующая *статистическая оценка:*

$$P_C^*(t) = \frac{N_0 - n_C(t)}{N_0}, \tag{3.4}$$

где N_0 – число изделий, поставленных на испытание или на эксплуатацию; $n_C(t)$ – число изделий, у которых произошел сбой в течение времени t.

Так как показатели безотказной работы и бессбойной работы определяются по одинаковым формулам, то в дальнейшем показатели бессбойной работы отдельно выделяться не будут.

3.1.2. Частота отказов

Частота отказов a(t) *представляет собой плотность распределения времени безотказной работы или производную от вероятности безотказной работы.*

Поэтому частота отказов будет равна

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \tag{3.5}$$

Для определения величины $a(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$a^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}, \tag{3.6}$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших изделий в интервале времени от $(t - \Delta t/2)$ до $(t+\Delta t/2)$.

Между частотой отказов, вероятностью безотказной работы и вероятностью появления отказа имеются следующие зависимости:

$$Q(t) = \int_0^t a(x)dx; \qquad P(t) = 1 - \int_0^t a(x)dx. \tag{3.7}$$

Простая зависимость между величиной $a(t)$ и величинами $Q(t)$ и $P(t)$ является достоинством характеристики частоты отказов.

Аналогично можно определить и частоту сбоев.

3.1.3. Интенсивность отказов

Интенсивность отказов *(Failure rate)* – *это условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.*

Иначе говоря, это условная плотность распределения времени безотказной работы для момента времени t при условии, что до момента времени t отказ объекта не произошел.

Таким образом, в соответствии с определением

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)}. \tag{3.8}$$

Так как $P(t) \le 1$, то, очевидно, всегда выполняется соотношение

$$\lambda(t) \ge a(t).$$

Для определения величины $\lambda(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}, \tag{3.9}$$

где $N_{cp} = (N_I + N_{I+1})/2$ – среднее число исправно работающих изделий в интервале времени Δt.

Отметим важную особенность, вытекающую из формулы (3.8) для высоконадежных систем. Если $P(t) \ge 0{,}99$, то $a(t) \approx \lambda(t)$. Допускаемая ошибка составляет не более 1 % и, как правило, не превышает ошибок статистического определения величин $a(t)$ и $\lambda(t)$.

Можно отметить *различие между величинами a*(*t*) *и* λ(*t*).

Вероятность a*(*t*)*dt *характеризует вероятность отказа системы или элемента за интервал времени* (*t, t + dt*)*, взятых произвольным образом из группы таких же систем или элементов, причем неизвестно, в каком состоянии (работоспособном или неработоспособном) находится элемент или система.*

Вероятность **λ(*t*)*dt*** *характеризует вероятность отказа системы или элемента за интервал* (*t, t + dt*)*, взятых из группы элементов или систем, которые остались работоспособными к моменту времени t.*

Определим связь между вероятностью безотказной работы и интенсивностью отказов. Интегрируя выражение (3.8), имеем:

$$-\int_0^t \lambda(x)dx = ln\,P(t), \text{ откуда } P(t) = exp\left[-\int_0^t \lambda(x)dx\right]. \tag{3.10}$$

Зависимость (3.10), устанавливающая связь между вероятностью безотказной работы объекта и его интенсивностью отказов в общем видеможет рассматриваться как ***основной закон надёжности.***

Например, если λ(*t*) = λ = const, то

$$P(t) = e^{-\lambda t} \text{ и } a(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}. \tag{3.11}$$

Рассмотренный случай достаточно широко встречается на практике, а приведенное соотношение (3.11) характеризует ***экспоненциальное распределение времени безотказной работы.***

Графическое представление зависимости $\lambda(t)$ называется λ***-характеристикой*** объекта.

Опыт эксплуатации ТС показывает, что интенсивность отказов $\lambda(t)$ в течение времени *t* изменяется так, как показано на рис. 3.1.

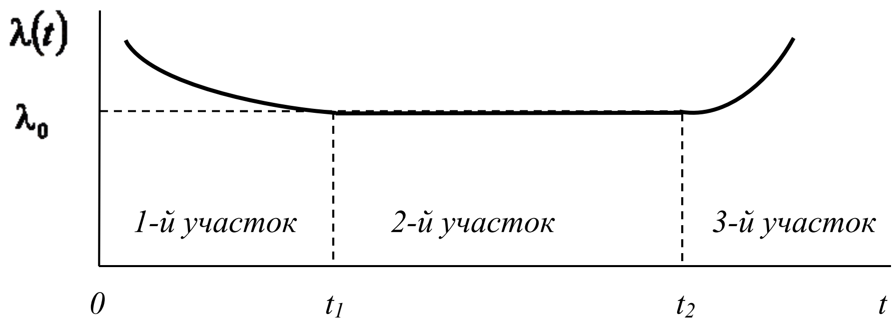


Рис. 3.1. λ*-характеристика технической системы*

Как видно из рисунка, график функции λ(*t*) можно разделить на ***три участка*** [2].

На первом участке, определяемом интервалом $(0 - t_1)$ интенсивность отказов высока и уменьшается с течением времени. На этом участке выявляются грубые дефекты производства объекта и сам участок носит название участка приработки. Для устройств и систем длительность этого участка составляет десятки, иногда сотни часов.

Второй участок, ограниченный интервалом $(t_1 - t_2)$ – это участок *нормальной эксплуатации*, на котором интенсивность отказов имеет постоянное значение. Длительность этого участка для современных элементов, устройств и систем составляет тысячи и десятки тысяч часов.

На третьем участке, определяемом интервалом $(t_2 - \infty)$, из-за усиления процессов старения элементов интенсивность отказов начинает возрастать. Время t_2 может служить временем, при достижении которого объекты должны сниматься с эксплуатации или ставиться на капитальный ремонт.

3.1.4. Средняя наработка до отказа, наработка между отказами

Средняя наработка до отказа* (*наработка до отказа*) *T *представляет собой математическое ожидание наработки до первого отказа.*

***Средняя наработка между отказами* (*наработка между отказами*)** *– это наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.*

Таким образом,

$$T = \int_0^\infty t a(t) dt. \tag{3.12}$$

Это выражение путем интегрирования по частям может быть преобразовано следующим образом:

$$T = \int_0^\infty t a(t) dt = -\int_0^\infty t \cdot P'(t) = t \cdot P(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t) dt.$$

Учитывая, что $t \geq 0$, $P(0) = 1$ и $P(\infty) = 0$, окончательно получим:

$$T = \int_0^\infty P(t) dt. \tag{3.13}$$

Для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы имеем

$$T = \int_0^\infty e^{-\lambda t} = \lambda^{-1}. \tag{3.14}$$

Для определения средней наработки до отказа используется следующая *статистическая оценка:*

$$T^* = N_0^{-1} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} t_i, \tag{3.15}$$

где t_i – время безотказной работы i-го изделия, поставленного на испытание, или время от окончания $(i-1)$*-го* восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа. Так как t_i определять для каждого изделия довольно сложно, то для получения статистической оценки средней наработки до отказа можно воспользоваться менее точной формулой:

$$T^* = N_0^{-1} \cdot \sum_{k=1}^{m} n_k t_{cpk}, \tag{3.16}$$

где $t_{cpk} = 0{,}5(t_{k-1} + t_k)$, $m = t_н / \Delta t_k$, $t_н$ – время, в течение которого вышли из строя все элементы или изделия, или время наблюдения за восстанавливаемым объектом, Δt_k – величина интервала наблюдений, n_k – число изделий, которые вышли из строя на интервале времени Δt_k.

Средняя наработка между отказами – это отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Гамма – процентная наработка до отказа t_γ – это наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ, выраженной в процентах, т. е. $P(t_\gamma) = \gamma/100$.

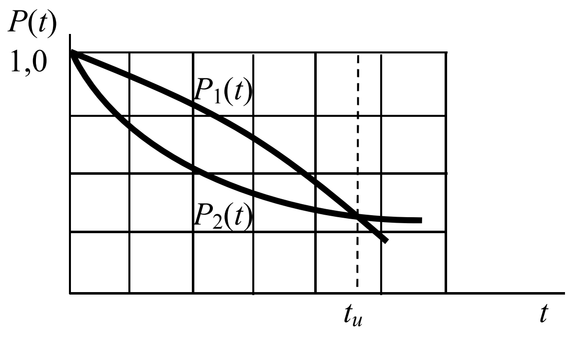


Рис. 3.2. Зависимости P(t) для объектов с различными надёжностными свойствами

Показатели средней наработки позволяют сравнивать по надёжности объекты с законами распределения времени безотказной работы одного типа. При различных законах распределения сравнение по надёжности объектов по одному показателю, средней наработке до отказа или по вероятности безотказной работы оказывается невозможным. Поэтому, ГОСТом 27.505–86 был введён показатель надёжности – *средняя доля безотказной наработки изделия (СДБН)*

$$I(t) = t^{-1} \cdot \int_0^t P(x) dx. \tag{3.17}$$

Как видно из рис. 3.2, $P_1(t) > P_2(t)$ *при* $t < t_u$, $P_1(t_u) = P_2(t_u)$. Но в соответствии с (3.17) $I_1(t_u) > I_2(t_u)$. Следовательно, СДБН различает изделия, вероятности безотказной работы которых равны. Поэтому этот показатель надёжности целесообразно использовать при *сравнительном анализе надёжности изделий.*

3.2. Потоки отказов

Для того, чтобы представить следующий показатель надёжности – ***параметр потока отказов***, рассмотрим случайную последовательность отказов как некоторый поток случайных событий.

Аналогично целому ряду технических процессов, процессы появления отказов и сбоев можно рассматривать в виде некоторых потоков требований, которые необходимо обслуживать. Для потока отказов *обслуживание заключается в определении места отказавшего элемента и замене или восстановлении его*. Для потока сбоев *обслуживание предполагает использование совокупности методов временной и аппаратной избыточности, позволяющих исправить полученный неверный результат.*

Широкое применение в теории надежности находят пуассоновские потоки, стационарные и нестационарные, потоки Эрланга *k-го* порядка [3]. Однако в инженерных расчётах наиболее часто используется ***стационарный пуассоновский*** или ***простейший поток***, который характеризуется следующими свойствами:

- ***стационарности***, когда вероятность появления n отказов в промежутке времени Δt зависит только от n и Δt и не зависит от положения промежутка Δt на оси времени;
- ***ординарности***, когда вероятность появления в один и тот же момент времени более одного отказа во много раз меньше, чем вероятность появления одного отказа;
- ***отсутствия последействия***, когда вероятность наступления n отказов в течение промежутка времени Δt не зависит от того, сколько было отказов и как они распределялись до момента начала промежутка Δt.

При выполнении этих условий вероятность появления n отказов в течение времени Δt определяется законом Пуассона:

$$P_n(\Delta t) = \frac{(\lambda \Delta t)^n}{n!} e^{-\lambda \Delta t}. \tag{3.18}$$

Очевидно, что вероятность отсутствия отказов в течение времени Δt

$$P_0(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t}. \tag{3.19}$$

Показателем надёжности, характеризующим потоки отказов, является ***параметр потока отказов***

Параметр потока отказов $\omega(t)$ – *это отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки.*

Для определения величины $\omega(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$\omega^*(t) = \frac{n_1(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \tag{3.20}$$

где $n_1(t)$ – число изделий, отказавших на интервале времени $(t\text{-}\Delta t/2,\ t+\Delta t/2)$, при условии, что отказавшее изделие немедленно заменяется новым.

Для определения свойств параметра потока отказов используем преобразование Лапласа. Можно показать, что

$$\omega(s) = \omega(s) \cdot a(s) + a(s).$$

Откуда

$$\omega(s) = \frac{a(s)}{1 - a(s)},\ a(s) = \frac{\omega(s)}{1 - \omega(s)}.$$

Переходя к оригиналу, получим:

$$\lim_{t \to \infty} \omega(t) = \frac{1}{T}.$$

Предел, к которому стремиться параметр потока отказов при $t \to \infty$, равен величине, обратной времени безотказной работы.

Можно указать следующие свойства *параметра потока отказов:*

1. Для любого момента времени, независимо от любого закона распределения времени безотказной работы, $\omega(t) > a(t)$.

2. Если $\lambda(t)$ – возрастающая функция времени, то $\lambda(t)>\omega(t)>a(t)$.
3. Если же $\lambda(t)$ – убывающая функция, то $\omega(t)>\lambda(t)>a(t)$.

Рассмотрим экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы, для которого $a(t)=\lambda e^{-\lambda \cdot t}$, где $\lambda=const$. Преобразование Лапласа имеет вид $a(s)=\frac{\lambda}{\lambda+s}$. Тогда $\omega(s)=\frac{\lambda}{s}$.

Переходя к оригиналу, получим

$$\omega(t)=\lambda=\frac{1}{T}=const.$$

Таким образом, *при* ***экспоненциальном законе*** *распределения времени безотказной работы параметр потока отказов равен интенсивности отказов объекта и обратно пропорционален среднему времени его безотказной работы.*

3.3. Показатели ремонтопригодности

Стандартом установлены следующие показатели ремонтопригодности: ***вероятность восстановления, интенсивность восстановления, среднее время восстановления, гамма – процентное время восстановления, средняя трудоёмкость восстановления.***

Вероятность восстановления – *вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданное значение.*

Указанная характеристика представляет собой функцию распределения времени восстановления и равна

$$S(t)=P[t_в<t]. \tag{3.21}$$

Очевидно, что $0\le S(t)\le 1$, $S(0)=0$, $S(\infty)=1$.

Для определения величины $S(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$S^*(t)=\frac{N_B}{N_{OB}}, \tag{3.22}$$

где – N_{OB} – число изделий, поставленных на восстановление; N_B – число изделий, время восстановления которых было меньше заданного времени t.

Частота восстановления – *плотность распределения времени восстановления.* Таким образом,

$$a_B(t)=S'(t).$$

Для определения величины $a_B(t)$ используется статистическая оценка:

$$a^*(t) = \frac{n_B(\Delta t)}{N_{OB}\Delta t}, \tag{3.23}$$

где – $n_B(\Delta t)$ – число восстановленных изделий на интервале времени $(t–\Delta t/2, t+\Delta t/2)$.

Интенсивность восстановления – *условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено*

Таким образом,

$$\mu(t) = \frac{a_B(t)}{1 - S(t)}. \tag{3.24}$$

Из этого уравнения, учитывая, что $a_B = \dfrac{dS(t)}{dt}$, $S(0)=0$, $S(\infty)=1$, получим

$$S(t) = 1 - exp\left[-\int_0^t \mu(x)dx\right]. \tag{3.25}$$

Если $\mu(t) = \mu = const$, то получаем экспоненциальное распределение для времени восстановления

$$S(t) = 1 - e^{-\mu \cdot t}. \tag{3.26}$$

Для определения величины $\mu(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$\mu^*(t) = \frac{n_B(\Delta t)}{N_{B.\ CP}\Delta t}, \tag{3.27}$$

где $N_{B.\ CP}$ – среднее число изделий, которые небыли восстановлены в интервале времени $(0, t)$.

Среднее время восстановления – *математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта после отказа*

$$T_B = \int_0^\infty t a_B(t)dt = \int_0^\infty [1 - S(t)]dt. \tag{3.28}$$

Для определения величины T_B используется следующая статистическая оценка:

$$T_B^{\ *} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{0B}} t_{iB}}{N_{0B}}, \tag{3.29}$$

где $t_{i\,B}$ – длительность восстановления i-го изделия.

Гамма – процентное время восстановления *– время, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью* γ*, выраженной в процентах.*

Средняя трудоемкость восстановления – *математическое ожидание трудоемкости восстановления объекта после отказа.*

При определении средней трудоёмкости восстановления затраты времени и труда на проведение технического обслуживания и ремонтов с учётом конструктивных особенностей объекта, его технического состояния и условий эксплуатации характеризуются оперативными показателями ремонтопригодности

3.4. Комплексные показатели ремонтопригодности

К комплексным показателям ремонтопригодности относятся следующие ***показатели надёжности***.

Функция готовности $K_Г(t)$ – *вероятность того, что в момент времени t объект работоспособен.*

Для определения величины используется следующая статистическая оценка:

$$K_Г^*(t) = \frac{N_t}{N_0}, \tag{3.30}$$

где N_0 – общее число изделий; N_t – число изделий, находящихся в исправном состоянии в момент времени t.

Коэффициент готовности $K_Г$ – *вероятность того, что объект работоспособен в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.*

Таким образом,

$$K_Г = \lim_{t\to\infty} K_Г(t). \tag{3.31}$$

Для определения величины $K_Г$ отдельного изделия используется следующая статистическая оценка:

$$K_Г^*(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{pi}}{\sum_{i=1}^{n} t_{pi} + \sum_{i=1}^{n} t_{B\,i}}, \tag{3.32}$$

где $t_{p\,i}$ – *i-й* интервал времени исправной работы изделия; $t_{B\,i}$ – *i-й* интервал времени восстановления изделия; n – число отказов изделия.

Коэффициент оперативной готовности $R(t,\tau)$ *– это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени*

Таким образом,

$$R(t,\tau) = K_Г P(\tau). \tag{3.33}$$

Для определения величины $R(t,\tau)$ используется следующая статистическая оценка:

$$R^*(t,\tau) = \frac{N_t(\tau)}{N_0}, \tag{3.34}$$

где $N_t(\tau)$ – число изделий, исправных в момент времени t и безотказно проработавших в течении времени τ.

Коэффициент технического использования $К_И$ *– отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.* Иначе говоря, *это относительная доля времени в цикле $T_Ц$, когда система выполняет заданные функции.*

Полное время $T_Ц$ может быть разделено на следующие составляющие:

- t_P – время, затрачиваемое на выполнение заданных функций;
- $t_В$ – время, затрачиваемое на восстановление после появления отказов;
- $t_П$ – время, затрачиваемое на проведение профилактических мероприятий;
- $t_К$ – время, затрачиваемое на поведение контроля.

Для определения этого коэффициента используется следующая статистическая оценка:

$$K_И^* = \frac{t_P}{t_P + t_В + t_П + t_К}. \tag{3.35}$$

4. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

Как следует из определений показателей надёжности, рассмотренных в разделе 3, для их расчёта необходимо знание закона или функции распределения времени безотказной работы объекта, которое является случайной величиной. Функция распределения времени безотказной работы объекта $Q(t)$, определяющей вероятность отказа, может быть определена по статистическим данным, полученным при испытании или при наблюдении за объектом. Однако, на стадии проектирования объектов таких статистических данных нет, поэтому, обычно, выдвигается и обосновывается гипотеза о функции распределения времени безотказной работы, которая затем должна проверяться после производства и в процессе эксплуатации объекта.

Время между отказами для элементов устройств или систем является *непрерывной случайной величиной*, которая характеризуется некоторым законом распределения.

В теории надежности наиболее часто используются следующие законы распределения времени безотказной работы: ***экспоненциальный, распределение Вейбулла, нормальный закон распределения или распределение Гаусса, гамма – распределение.***

Рассмотрим более подробно указанные выше распределения времени безотказной работы [2, 3].

4.1. Экспоненциальный закон распределения

Для экспоненциального закона распределения имеем следующие зависимости:

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t}; P(t) = e^{-\lambda \cdot t}; a(t) = \lambda e^{-\lambda \cdot t}; T = \int_0^\infty e^{-\lambda \cdot t} dt = \frac{1}{\lambda}, \tag{4.1}$$

где λ – параметр экспоненциального распределения, которым является интенсивность отказа объекта

Дисперсия времени безотказной работы равна

$$D = \int_0^\infty t^2 a(t) dt - T^2 = \int_0^\infty t^2 \lambda e^{-\lambda \cdot t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}. \tag{4.2}$$

Если $\lambda t << 1$, то $Q(t) \approx \lambda t = t/T$, $\quad P(t) \approx 1 - \lambda t$.

Важным свойством экспоненциального распределения является следующее:
вероятность безотказной работы на интервале (t, t+τ) *не зависит от времени предшествующей работы t, а зависит только от длины интервала* τ. Рассмотрим интервалы времени (0, t) и (0, t+τ). Для них можно записать

$$P(t+\tau)=P(t)P(\tau),$$

где $P(t+\tau)$ – вероятность безотказной работы системы или элемента за время $t+\tau$; $P(t)$- вероятность безотказной работы системы или элемента за время t; $P(\tau)$ – вероятность безотказной работы системы или элемента за время τ, при условии, что объекты безотказно проработали время t.

В случае экспоненциального закона $P(t+\tau)=e^{-\lambda\cdot(t+\tau)}=e^{-\lambda t}\cdot e^{-\lambda\tau}$. Но так как вероятность безотказной работы объекта до момента времени t равна $P(t)=e^{-\lambda\cdot t}$, то получим, что $P(\tau)=e^{-\lambda\cdot\tau}$.

Экспоненциальный закон времени безотказной работы в теории надёжности часто называют ***экспоненциальным законом надежности***.

Графики, характеризующие экспоненциальное распределение показаны на рис. 4.

Опыт эксплуатации современных устройств и систем показывает, что во многих случаях их характеристики надежности подчиняются ***экспоненциальному закону.*** Это объясняется тем, что современные системы, в том числе и системы управления, состоят из высоко надёжных первичных элементов, потоки отказов которых в основной период являются стационарными пуассоновскими потоками.

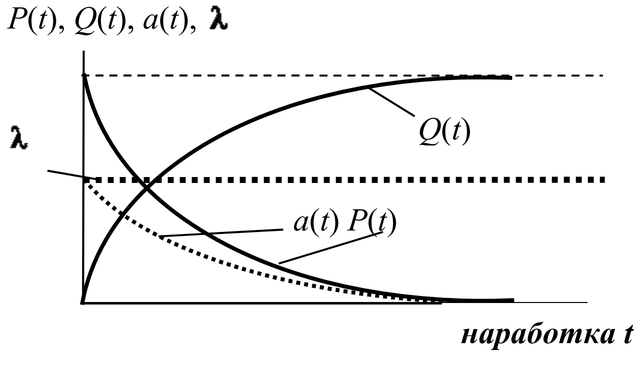


Рис. 4.1. Зависимости показателей надёжности для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы

Равенство среднеквадратичного отклонения среднему времени работы до отказа – характерный признак экспоненциального распределения.

4.2. Распределение Вейбулла

Распределение Вейбулла является двухпараметрическим распределением и используется часто для оценки показателей надёжности при постепенных отказах, вызываемых старением, износом, недостаточной прочностью и т. д. изделий или объектов.
Для него имеем

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda_B t^{\alpha}}; \quad P(t) = e^{\lambda_B t^{\alpha}}; a(t) = \lambda_B \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda_B t^{\alpha}}, \tag{4.3}$$

где λ_B и α – параметры распределения Вейбулла.

После подстановки в соответствующие формулы получим

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \lambda_B m t^{\alpha-1};$$

$$T = \int_0^{\infty} P(t)dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_B t^{\alpha}} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}{\lambda_B^{\frac{1}{\alpha}}}; \tag{4.4}$$

$$D = \frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}{\lambda_B^{\frac{2}{\alpha}}},$$

где Γ – гамма-функция, определяемая по таблицам, например, [9].

Графики, характеризующие распределение Вейбулла для различных значений α показаны на рис. 4.2.

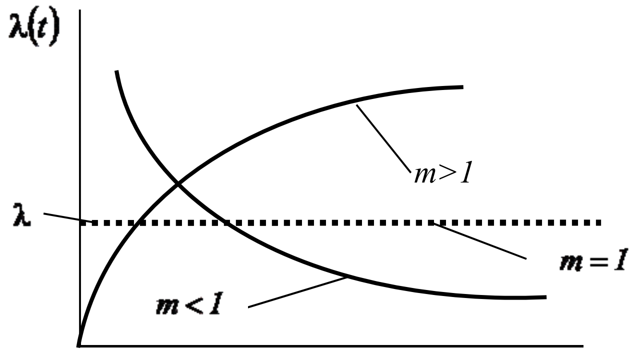


Рис. 4.2. Зависимости интенсивностей отказов при распределении Вейбулла времени безотказной работы

При $m = 1$ распределение Вейбулла переходит в экспоненциальное распределение, а при $m = 2$ – в распределение Рэлея.

4.3. Нормальное распределение или распределение Гаусса

***Нормальное распределение случайной величины** возникает всякий раз, когда случайная величина зависит от большого числа однородных по своему влиянию случайных факторов, причём влияние каждого из этих факторов по сравнению с совокупностью всех остальных – незначительно.*

В случае, если $\sigma << T$ (практически, если $T \geq 3\sigma$), что соблюдается в большинстве случаев для элементов, используемых в САУ, получим

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_0^t \exp\left[-\frac{(x-T)^2}{2\sigma^2}\right]dx;$$

$$P(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_0^t \exp\left[-\frac{(x-T)^2}{2\sigma^2}\right]dx; \tag{4.6}$$

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где T и σ – параметры нормального распределения, причём T – математическое ожидание случайной величины – времени безотказной работы объекта, σ – среднеквадратичное отклонение случайной величины.

Для определения функции *Q(t)* часто пользуются табулированной функцией Лапласа *Ф(u),* где $u = {t-T}/{\sigma}$ – квантиль нормального распределения. Таблицы для функции Лапласа имеются во многих книгах по теории надёжности, в частности, в [3, 9].

Q(t) связана с функцией *Ф(u)* при $\sigma << T$ соотношением:

$$Q(t) = 0{,}5 + \Phi(u). \tag{4.7}$$

Тогда, очевидно,

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi(u). \tag{4.8}$$

Можно показать, что ***величина λ(t) для нормального распределения монотонно возрастает и после значения t = T начинает приближаться к асимптоте*** $y = {(t-T)}/{\sigma}$*;* $t = T$, $D = \sigma^2$. В случае, если неравенство $\sigma << T$ не соблюдается, следует использовать ***усеченное нормальное распределение***.

Вообще, при нормальном распределении случайной величины она может изменяться от $-\infty$ до $+\infty$. Так как время при оценке надёжности всегда является величиной положительной, т. е. $0 \leq t \leq \infty$, то полное нормальное распределения заменяется *усечённым нормальным распределением.*

Усечённым нормальным распределением случайной величины называется распределение, получаемое из нормального распределения при ограничении интервала возможных значений этой величины.

Если $t_1 \le t \le t_2$, то плотность усечённого нормального распределения $f^y(t)$ определяется из условия

$$f^y(t) = c \cdot f(t), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1, \quad f(t) = a(t),$$

где c – нормирующий множитель, определяемый из условия, что площадь под кривой плотности усечённого распределения, как и полного, равна *1,* т. е.

$$c\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = 1,$$

откуда

$$c = 1\Big/\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = 1/[\Phi(u_2) - \Phi(u_1)], \quad u_1 = (t_1 - T)/\sigma, \quad u_2 = (t_2 - T)/\sigma.$$

Определив c, вероятность $P(t)$ можно определить по формуле

$$P(t) = c[0{,}5 - \Phi(u)]. \tag{4.9}$$

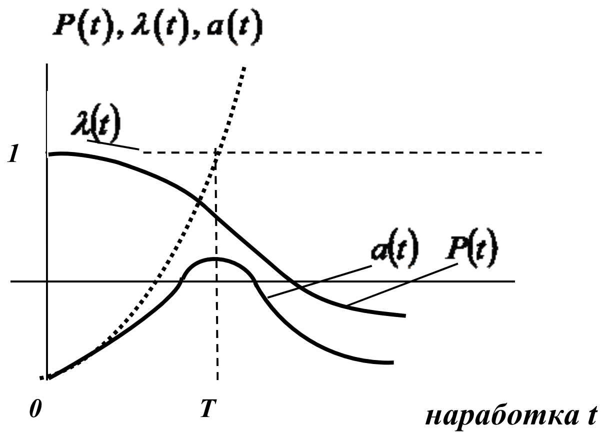


Рис. 4.3. Зависимости показателей надёжности при нормальном законе распределения времени безотказной работы

Анализ показывает, что если $T/\sigma > 2$, то $c \approx 1$. Это условие выполняется для большинства реальных технических объектов. Поэтому, ***в теории надёжности допускается использование вместо усечённого – обычного, не усечённого нормального распределения.***

Графики, характеризующие нормальное распределение, показаны на рис. 4.3.

5. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАСЧЁТА НАДЁЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

5.1. Виды расчётов надёжности элементов и систем

***Расчёты надёжности** – это расчёты, предназначенные для определения количественных показателей надёжности.*

На этапе проектирования расчёт надёжности проводится с целью прогнозирования надёжности проектируемой системы.

На этапе испытаний и эксплуатации расчёт надёжности проводится для оценки количественных показателей надёжности спроектированной системы.

Многочисленные цели расчётов надёжности определяет большое их разнообразие. Основные виды расчётов надёжности на этапе проектирования могут быть представлены схемой, приведённой на рис. 5.1. [2].

При этом,

- ***расчёт элементной надёжности – это определение показателей надёжности изделия, обусловленных надёжностью его комплектующих частей;***
- ***расчёт функциональной надёжности – это определение показателей надёжности выполнения заданных функций.***

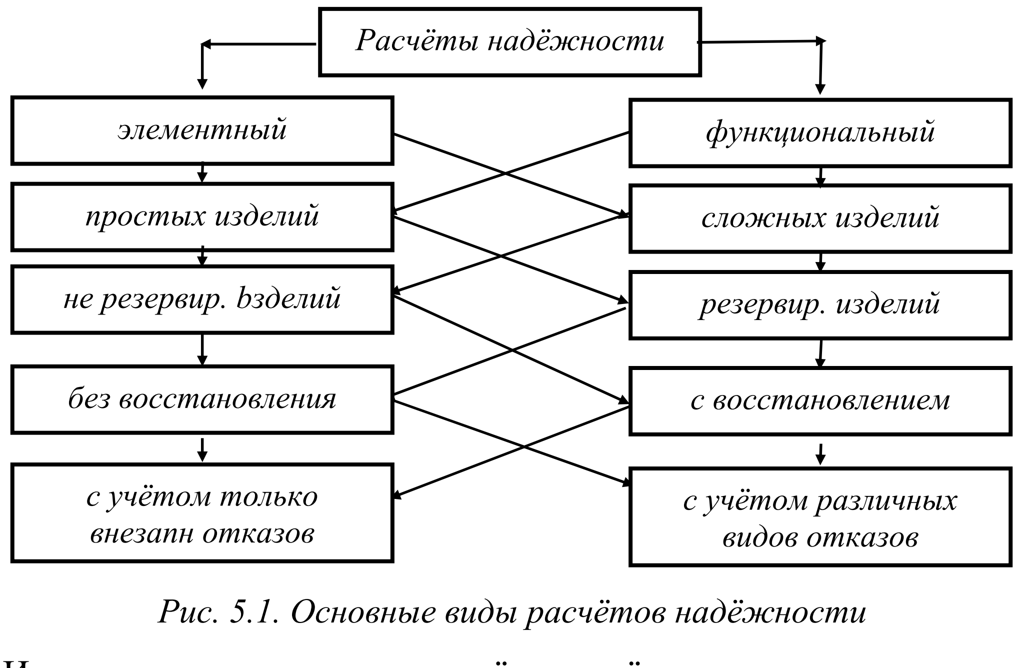


Рис. 5.1. Основные виды расчётов надёжности

Исходными данными при расчётах надёжности систем являются:

- ***принципиальные схемы с указанием типов элементов, входящих в систему или спецификаций;***

- ***режимы работы всех элементов (электрические, климатические, механические и т. д.);***
- ***значения интенсивностей отказов всех элементов при номинальных и фактических режимах, а также значения среднего времени исправной работы и дисперсии для элементов, подверженных постепенным отказам.***

Рис. 5.2. Последовательность расчёта надёжности

Последовательность расчётов надёжности можно представить схемой, представленной на рис. 5.2.

5.2. Основные этапы расчёта надёжности объектов и систем

Расчёт надежности элементов и систем можно разделить на несколько этапов.

На ***первом этапе*** должно быть осуществлено разделение рассматриваемой системы на отдельные элементы.

В качестве элементов здесь следует рассматривать первичные элементы, например, транзисторы, резисторы, конденсаторы, подшипники и т. д. Для систем в качестве элементов могут рассматриваться отдельные устройства, модули, блоки, показатели надёжности которых известны или должны определяться отдельно.

Для первичных элементов характеристики надежности определяются либо путем проведения специальных испытаний на надежность, либо по данным эксплуатации. Следует отметить, что первичные элементы тоже могут быть разделены на составные части. Глубина декомпозиции определяется целями расчёта надёжности. Например, для резистора такими составными частями могут быть выводы, основание для токопроводящего слоя, токопроводящий слой и т. д.

На втором этапе формулируется *понятие отказа для отдельных элементов и для системы в целом.*

Вначале это понятие формулируется ***по внезапным отказам***. Например, для конденсаторов и резисторов отказы могут проходить за счет обрывов и коротких замыканий, причем для конденсаторов – в основном за счёт коротких замыканий, а для резисторов – в основном за счёт обрывов. Для транзисторов внезапные отказы могут возникать как за счёт пробоя переходов, так и обрывов выводов.

Затем формулируется это понятие ***по постепенным отказам***. В процессе эксплуатации параметры первичных элементов изменяются во времени (сопротивление у резисторов, ёмкость у конденсаторов, коэффициент передачи по току у транзисторов и т. д.). В результате расчёта схем определяются допустимые значения параметров первичных элементов, при достижении которых система отказывает. *Отказ первичного элемента происходит при достижении предельных значений.*

На ***третьем этапе*** составляется ***логическая или структурная схема расчета надежности.*** При этом

Под структурной схемой надёжности понимается наглядное представление, графическое или в виде логических соотношений, условий, при которых система или объект находятся в работоспособном состоянии.

Метод структурной схемы надежности, определяемый ГОСТ Р51901. 14–2005 (МЭК 61078: 1991) является одним из методов, часто используемых в инженерной практике при анализе рисков технических и технологических систем. Метод позволяет строить модели технических систем и оценивать вероятности возможных благоприятных и неблагоприятных их состояний. Поэтому, этот метод часто применяется также в различных аналитических методах исследования надёжности.

На ***четвертом этапе*** проводится определение характеристик безотказности всех групп элементов, входящих в систему. Расчет характеристик безотказности производится ***раздельно для невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов, причем учитывается влияние***

нагрузки на надежность элементов, цикличность и периодичность их работы. Характеристики безотказности ***раздельно определяются по внезапным и постепенным отказам.***

На ***пятом этапе*** осуществляется определение характеристик восстановления всех групп элементов, которые имеют основное соединение и в которых предусмотрено восстановление.

На ***шестом этапе*** осуществляется определение характеристик надежности восстанавливаемых элементов, которые имеют основное соединение, с учетом характеристик безотказности и восстанавливаемости.

На ***седьмом этапе*** осуществляется определение характеристик надежности с учетом резервирования, временной и структурной избыточности и т. д.

В зависимости от предъявляемых требований расчет характеристик надежности на каждом этапе может быть разделен на две группы: ***предварительный расчет надежности и окончательный расчет надежности.***

При предварительном расчете учитываются только основные факторы, влияющие на надежность.

При окончательном расчете учитываются все факторы, влияющие на надёжность.

Завершающим этапом расчёта надёжности является анализ результатов расчёта надёжности. Основные процедуры анализа надёжности определяются ГОСТом Р51901. 5–2005 «Менеджмент риска. Руководство по применению методов анализа надёжности».

5.3. Метод структурной схемы надежности

Предпосылкой для построения моделей надежности системы в виде структурных схем является ***изображение путей сигнала, обеспечивающих работоспособность системы.*** Часто требуется более одного определения отказа системы. Отказы системы должны быть определены и перечислены.

Кроме того, необходимы чёткие инструкции по:

- функциям, выполняемым системой;
- параметрам эффективности и допустимым границам изменения параметров;
- режимам эксплуатации системы и условиям окружающей среды.

При разработке модели системы сначала необходимо дать определение ***работоспособного состояния*** системы. Если возможно более одного определения, то для каждого определения может потребоваться отдельная структурная схема надежности. Затем необходимо разделить систему на блоки так, чтобы определить логику их взаимодействия в системе. При этом каждый блок должен быть статистически независимым и максимально большим. В то же время каждый блок не должен содержать, (по возможности), резервирования. Для простоты числовой оценки каждый блок должен содержать только такие элементы, которые соответствуют одному и тому же статистическому распределению наработок до отказа.

Затем, используя определение отказа системы, строится структурная схема, в которой подключение блоков формирует *«путь успеха»* системы. При этом пути между портами ввода и вывода проходят через такие комбинации блоков, которые должны обеспечивать функционирование системы. *Если для функционирования системы требуется, чтобы функционировали все блоки, то соответствующей структурной схемой является такая схема, в которой все блоки соединены последовательно,* как показано на рис. 5.3.

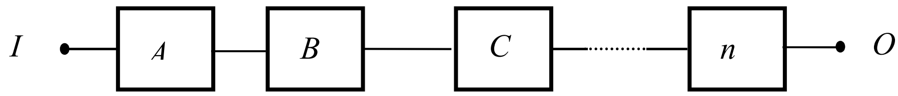


Рис. 5.3. Последовательное соединение элементов:
I – входной порт, O –порт вывода, A, B, C, n –блоки системы

Структурные схемы этого типа называются последовательными структурными схемами надежности или основным соединением элементов. Из-за статистической независимости отказ любого блока не должен повышать вероятность отказа любого другого блока системы.

На практике встречаются системы, для работы которых необходимо функционирование m или более из n элементов, соединенных параллельно. Структурная схема системы, для которой n=3*,* m=2 имеет вид, показанный на рис. 5.4. Таким образом, изображенная на рисунке система допускает отказ не более одного элемента.

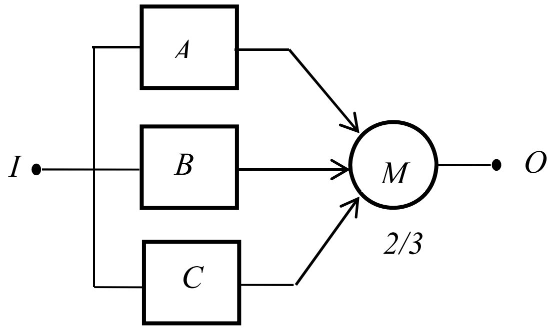


Рис. 5.4. Структурная схема надёжности
с мажоритарным резервированием
M – мажоритарный или голосующий элемент

Большинство структурных схем надежности легко понятны, а требования к работе системы – очевидны. Однако не все структурные схемы являются комбинациями последовательных или параллельных систем. Пример такой структурной схемы представлен на рис. 5.5.

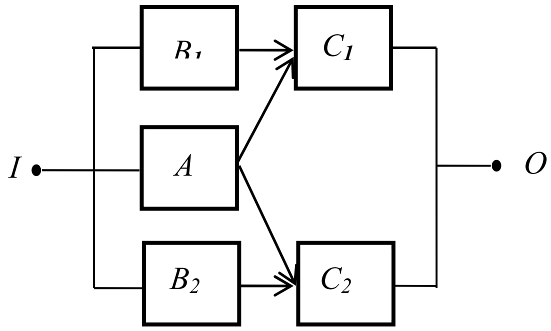


Рис. 5.5. Сложная структурная схема надёжности

Представленная система находится в рабочем состоянии, если одновременно работают элементы *B1* и *C1* или *A* и *C1*, или *A* и *C2*, или *B2* и *C2*. Работы элементов *B1* и *C2* или *B2* и *C1* недостаточно для работы системы.

Необходимо заметить, что на всех приведенных выше структурных схемах ни один элемент не появляется более одного раза. Более сложные структурные схемы надёжности получаются как комбинации рассмотренных выше структурных схем.

Существует много технических систем, работоспособность которых определяется работоспособностью её элементов или блоков в различных сочетаниях. При этом одни и те же элементы могут входить в несколько таких сочетаний.

Пример такой структурной схемы надёжности приведён на рис. 5.6.

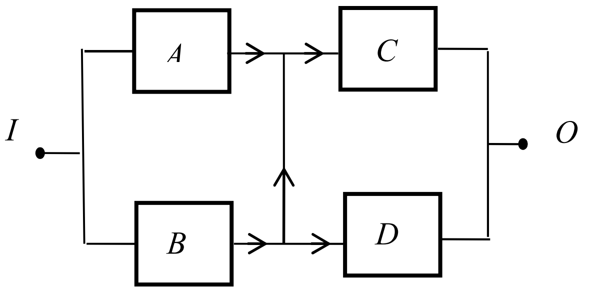


Рис. 5.6. Мостовая структурная схема надёжности

Пути между портами ввода и вывода проходят по направлению стрелок через такие комбинации блоков, которые должны обеспечивать функционирование системы.

Работоспособность системы может быть представлена, в соответствии со структурной схемой надежности, в виде параллельно-последовательной структуры, приведённой на рис. 5.7. Эта структурная схема была получена на основе анализа и выделения пар элементов, одновременный отказ которых приводит к отказу системы.

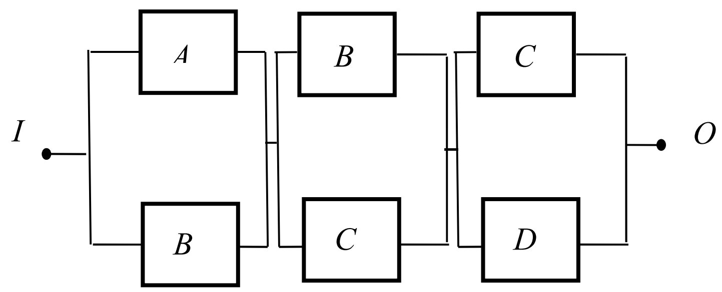


Рис. 5.7. Параллельно-последовательная структурная схема надёжности

Таким образом, при работе со структурными схемами типа, представленного на рис. 5.6, необходимо проводить более глубокий анализ работоспособности системы с целью учёта всех возможных путей потоков между входными и выходными портами системы.

Необходимо отметить, что структурная схема расчёта надежности отличается от электрической схемы, а в ряде случаев может отличаться и от функциональной. Покажем это на конкретном примере. Рассмотрим параллельное соединение двух конденсаторов (рис. 5.8). Так как основным видом отказа здесь является пробой конденсатора, то отказ схемы произойдет при отказе любого элемента. Тогда схема для расчета надежности будет представлять собой основное (последовательное) соединение двух элементов.

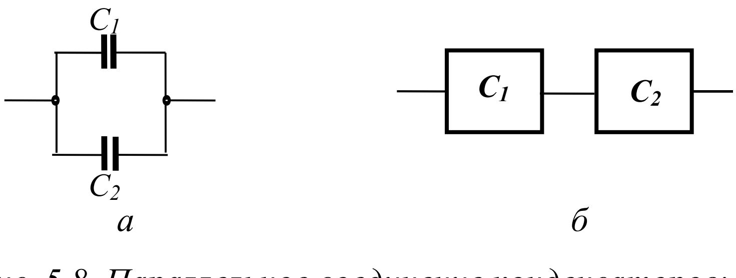


Рис. 5.8. Параллельное соединение конденсаторов:
а – принципиальная схема; б – структурная схема надёжности

Для того, чтобы можно было произвести расчёт показателей надёжности системы или объекта по их структурным схемам надёжности, необходимо знать правила преобразования структурных схем надёжности.

5.4. Расчёт надёжности, основанный на использовании параллельно-последовательных структур

Расчёт надёжности по структурным схемам надёжности ведётся последовательно, начиная от расчёта элементарных узлов структуры, содержащих только последовательно или параллельно соединённые звенья, к её более сложным узлам. Поэтому рассмотрим правила преобразования структурных схем надёжности, содержащих только параллельно соединённые звенья или последовательно соединённые звенья.

5.2.1. Расчётные формулы для элементов, соединённых параллельно в структурной схеме надёжности

Пусть структурная схема надёжности системы имеет вид, представленный на рис. 5.9, *а*.

Пусть *а, в, с* – события, определяющие работоспособное состояние элементов системы – *А, В, С*.

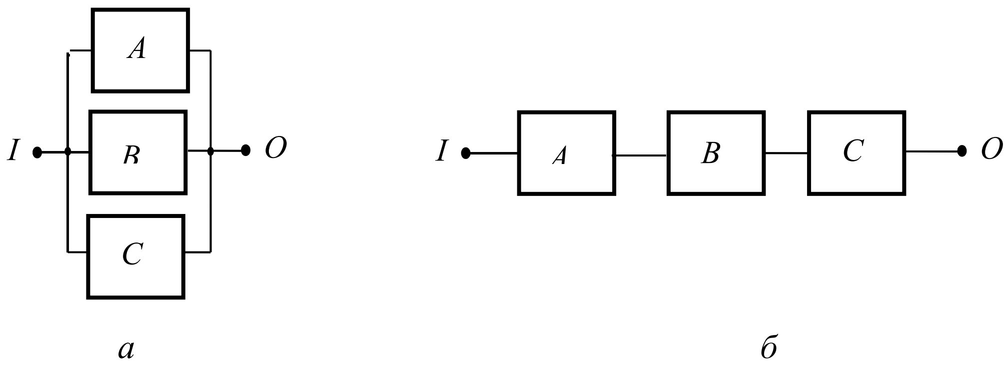


Рис. 5.9. Структурные схемы надёжности:
а – параллельное соединение звеньев; б – последовательное соединение звеньев

Условие работоспособности системы можно сформулировать следующим образом:

Система работоспособна, если работоспособны А или В или С, или работоспособны А и В, или А и С, или В и С, или А и В и С.

Этому условию соответствует логическая функция

$$F_л = a \vee b \vee c \vee a \wedge b \vee a \wedge c \vee b \wedge c \vee a \wedge b \wedge c\,. \qquad (5.1)$$

Проводя минимизацию, упрощение и арифметизацию этого выражения на основе правил булевой алгебры:

$$(a \vee b = a + b - a \cdot b, \quad a \wedge b = a \cdot b, \quad \bar{a} = 1 - a),$$

получим

$$F_a = a + b + c - (ab + ac + bc) + abc. \qquad (5.2)$$

Заменяя события в выражении (5.2) вероятностями этих событий на основе свойства аддитивности вероятностей, получим

$$P_\Sigma = P_a + P_b + P_c - \left(P_a \cdot P_b + P_a \cdot P_c + P_b \cdot P_c\right) + P_a \cdot P_b \cdot P_c \qquad (5.3)$$

Полученное правило для определения суммарной вероятности безотказной работы для структурной схемы с параллельно соединёнными звеньями трудно распространить на случай, когда число соединённых элементов больше трёх. Поэтому, для преобразования рассматриваемых структурных схем чаще пользуются правилом, получаемым при рассмотрении инверсных событий, определяющих ***не работоспособное состояние*** системы или устройства.

Система не работоспособна, если не работоспособны A и B и C.

В этом случае логическая функция не работоспособного состояния системы будет иметь вид:

$$\overline{F}_л = \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}. \qquad (5.4)$$

Проводя минимизацию, упрощение и арифметизацию этого выражения на основе правил булевой алгебры, а затем, заменяя события в полученном выражении вероятностями этих событий, получим:

$$Q(t) = \left[1 - P_a(t)\right] \cdot \left[1 - P_b(t)\right] \cdot \left[1 - P_c(t)\right] = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t)\right] \cdot \qquad (5.5)$$

Окончательно, вероятность безотказной работы n параллельно соединённых элементов будет равна:

$$P_\Sigma(t) = 1 - Q_\Sigma(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t)\right] \cdot \qquad (5.6)$$

5.4.2. Расчётные формулы для элементов, соединённых последовательно в структурной схеме надёжности

Пусть структурная схема надёжности системы имеет вид, представленный на рис. 5.9, *б*.

а, в, с – события, определяющие работоспособное состояние элементов системы – *A, B, C.*

Условие работоспособности системы можно сформулировать следующим образом:

Система работоспособна, если работоспособны A и B и C.

Этому условию соответствует логическая функция

$$F_л = a \wedge b \wedge c \qquad (5.7)$$

Проводя минимизацию, упрощение и арифметизацию этого выражения на основе правил булевой алгебры, получим

$$F_a = abc. \tag{5.8}$$

Заменяя события в выражении (5.8) вероятностями этих событий, получим

$$P_\Sigma(t) = P_a(t) \cdot P_b(t) \cdot P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t). \tag{5.9}$$

В частности, при основном соединении n звеньев с пуассоновскими потоками отказов с интенсивностями λ_i, $i = \overline{1,n}$, будем иметь

$$P_\Sigma(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot t}, \text{ откуда } \lambda_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i.$$

5.5. Способы преобразования сложных структурных схем надёжности

Относительная простота расчётов надёжности, основанных на использовании параллельно-последовательных структур, делают их самыми распространёнными в инженерной практике. Однако не всегда условие работоспособности системы можно представить такой структурной схемой надёжности. Примером таких схем являются, например, схемы, представленные на рис. 5.5, 5.6, мостиковые схемы. В этом случае стремятся сложную структурную схему преобразовать в эквивалентную параллельно-последовательную структурную схему или найти формулы для вычисления вероятности безотказной работы системы на основе анализа её состояний.

В инженерной практике наиболее часто используются следующие методы расчёта надёжности сложных систем:

- метод перебора состояний;
- преобразование с эквивалентной заменой треугольника в звезду;
- разложение сложной структуры по базовому элементу.

Рассмотрим кратко эти методы.

5.5.1. Метод перебора состояний

Рассмотрим суть метода на примере расчёта вероятности безотказной работы «мостиковой» структурной схемы надёжности системы, представленной на рис. 5.10.

Состоянием системы будем называть множество состояний работающих элементов системы.

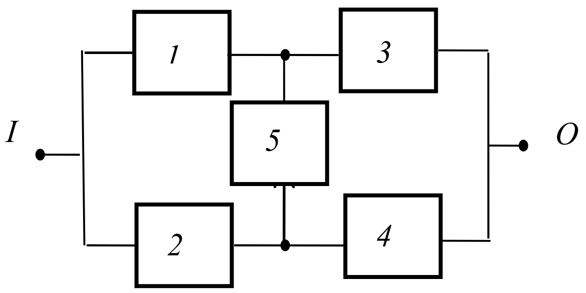


Рис. 5.10. «Мостиковая» структурная схема надёжности

Таблица 5.1

Множество работоспособных состояний мостиковой схема

Число отказавших элементов	Работоспособные состояния системы (*последовательности элементов*)	Вероятность работоспособного состояния системы
0	1, 2, 3, 4, 5	$P_1P_2P_3P_4P_5$
1	1, 2, 3, 4 1, 2, 3, 5 1, 2, 4, 5 1, 3, 4, 5 2, 3, 4, 5	$P_1P_2P_3P_4Q_5$ $P_1P_2P_3P_5Q_4$ $P_1P_2P_4P_5Q_3$ $P_1P_3P_4P_5Q_2$ $P_2P_3P_4P_5Q_1$
2	1, 2, 3 1, 2, 4 1, 3, 4 1, 3, 5 1, 4, 5 2, 3, 4 2, 3, 5 2, 4, 5	$P_1P_2P_3Q_4Q_5$ $P_1P_2P_4Q_3Q_5$ $P_1P_3P_4Q_2Q_5$ $P_1P_3P_5Q_2Q_4$ $P_1P_4P_5Q_2Q_3$ $P_2P_3P_4Q_1Q_5$ $P_2P_3P_5Q_1Q_4$ $P_2P_4P_5Q_1Q_3$
3	1, 3 2, 4	$P_1P_3Q_2Q_4Q_5$ $P_2P_4Q_1Q_3Q_5$

По методу перебора состояний последовательно рассматриваются все возможные состояния системы. Выбираются те состояния, в которых система работоспособна. *Для расчета надежности системы суммируются вероятности всех работоспособных состояний.*

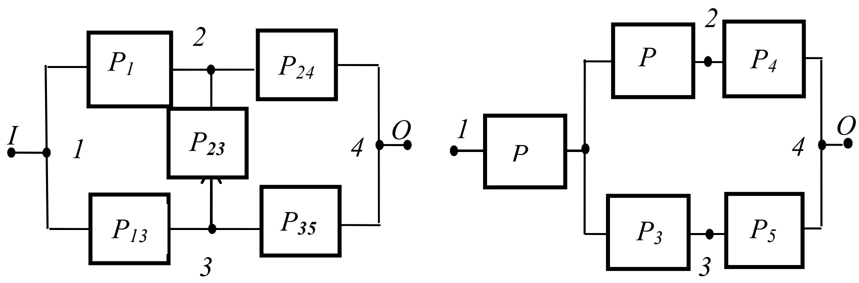
Для мостиковой схемы получаем следующие работоспособные состояния, указанные в табл. 5.1. Максимальное число отказавших элементов, при котором система может быть ещё работоспособной равно трём. В таблице P_i, Q_i, $i=\overline{1,5}$ – соответственно, вероятность безотказной работы и вероятность отказа *i-го* элемента системы.

Так как все указанные в таблице работоспособные состояния системы являются *независимыми*, то суммарная вероятность безотказной работы системы будет равна *сумме всех её работоспособных состояний*.

Достоинством метода перебора состояний является его простота. Он относительно легко программируется. Недостатком является громоздкость. Для сложных систем с большим числом элементов метод может оказаться неприменимым из-за больших вычислительных трудностей.

5.5.2. Преобразование с эквивалентной заменой треугольника в звезду

Сущность этого метода заключается в том, что ***узел сложной конфигурации заменяется узлом другой, более простой конфигурации, но при этом подбираются такие характеристики нового узла, чтобы показатели надёжности преобразуемой цепи сохранились прежними.*** Структурная схема надёжности, имеющая вид одинарного моста, представлена на рис. 5.11, *а*.



а) исходная структурная схемаб) преобразованная структурная схема

Рис. 5.11. Преобразование структурной схемы надёжности

Элементы между узлами *1*, *2*, *3* рассматриваемой структурной схемы надёжности считаются соединёнными по схеме «треугольника». Звено между узлами *2* и *3* не позволяет применить для преобразования и получения формулы для вероятности безотказной работы системы правила преобразования последовательных и параллельных соединений элементов.

На рис. 5.11, *б* представлена преобразованная структурная схема надёжности системы. Полученная структурная схема надёжности легко преобразуется в одно звено.

Преобразование будет эквивалентным, если вероятности связности узлов «1 *и* 2», «1 *и* 3» и «2 *и* 3» *в обеих структурных схемах будут одинаковыми.*

Исходя из этого условия, получим систему из трёх уравнений:

$$P_1P_2 = 1 - (1 - P_{12})(1 - P_{13}P_{23}),$$
$$P_1P_3 = 1 - (1 - P_{13})(1 - P_{12}P_{23}),$$
$$P_2P_3 = 1 - (1 - P_{23})(1 - P_{12}P_{13}).$$

Решая полученную систему уравнений относительно вероятностей P_i, $i=\overline{1,3}$ элементов преобразованной структурной схемы надёжности, находим:

$$P_1 = \sqrt{\frac{\left(1-(1-P_{12})(1-P_{13}P_{23})\right)\left(1-(1-P_{13})(1-P_{12}P_{23})\right)}{1-(1-P_{12})(1-P_{12}P_{13})}},$$
$$P_2 = \sqrt{\frac{\left(1-(1-P_{12})(1-P_{13}P_{23})\right)\left(1-(1-P_{23})(1-P_{12}P_{13})\right)}{1-(1-P_{13})(1-P_{12}P_{23})}}, \quad (5.10)$$
$$P_3 = \sqrt{\frac{\left(1-(1-P_{13})(1-P_{12}P_{23})\right)\left(1-(1-P_{23})(1-P_{12}P_{13})\right)}{1-(1-P_{12})(1-P_{13}P_{23})}}.$$

Точное определение вероятностей безотказной работы для исходной и эквивалентной структурных схем надёжности другими методами и сравнение их с результатами, определёнными с использованием формул (5.10) показывает, что *метод преобразования «треугольника в звезду» является приближённым методом.*

5.5.3. Преобразование с помощью разложения сложной структуры по базовому элементу

Этот способ преобразования сложных структурных схем надёжности основан на использовании теоремы *о сумме вероятностей несовместных событий, т. е. свойства аддитивности вероятностей.*

В соответствии с этой теоремой, если *A* и *B* не совместные события, а событие *C = A + B*, то справедливо равенство

$$P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B). \quad (5.11)$$

В сложной структурной схеме выбирают *базовый элемент или группу базовых элементов*, которые не позволяют применить для преобразования структурной схемы основные правила преобразования параллельно-последовательных структур.

Для выбранных элементов делают следующие допущения:

1. Базовый элемент находится в работоспособном состоянии на всём интервале времени (через него проходит сигнал), вероятность безот-

казной работы элемента $P(t)=1$, *при* $0 \le t \le \infty$. Такой элемент на структурной схеме надёжности может быть заменён *«перемычкой»*.

2. Базовый элемент находится в неработоспособном состоянии на всём интервале времени (через него не проходит сигнал), вероятность безотказной работы элемента $P(t)=0$, *при* $0 \le t \le \infty$. Такой элемент на структурной схеме надёжности может быть *исключён*.

Для этих случаев, представляющих собой два несовместных события, исходная схема надёжности преобразуется в две новые схемы.

Рассмотрим, для примера, сложную структурную схему, представленную на рис. 5.10.

Очевидно, структурная схема надёжности, соответствующая первому допущению (*событие А*), должна быть дополнена *последовательно включённым звеном, имеющим вероятность безотказной работы базового элемента*, как показано на рис. 5.11, *а*.

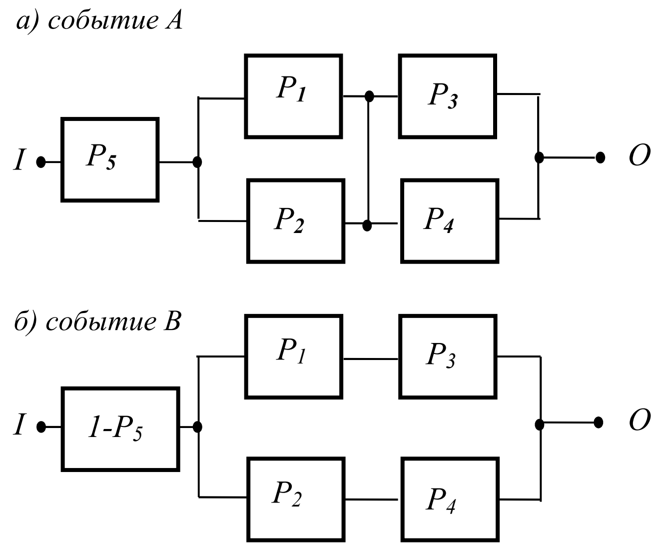


Рис. 5.11. «Предельные» структурные схемы надёжности

Структурная схема надёжности, соответствующая второму допущению (*событие В*), *должна быть дополнена последовательно включённым звеном, имеющим вероятность отказа базового элемента.*

Затем находятся формулы для вероятностей безотказной работы каждой из схем, проводится их *суммирование и получается итоговая формула для вероятности безотказной работы сложной структурной схемы надёжности.*

6. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗАХ

Рассмотрим устройство или систему, состоящую из m элементов, имеющих основное соединение. Их отказ происходит при отказе любого элемента. В этом случае вероятность безотказной работы группы элементов при условии, что отказы элементов независимы, равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов, т. е.

$$P(t) = \prod_{i=1}^{m} P_j(t), \tag{6.1}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента.

В свою очередь, для каждого элемента можно записать

$$P_i(t) = \prod_{j=1}^{m_i} P_j(t), \tag{6.2}$$

где $P_j(t)$ – вероятность безотказной работы j-го первичного элемента i-го элемента; m_i – число первичных элементов в i-м элементе.

Очевидно, при независимости отказов отдельных первичных элементов можно записать

$$P(t) = \prod_{k=1}^{N} P_k(t) \tag{6.3}$$

где $P_k(t)$ – вероятность безотказной работы k-го первичного элемента; N – число первичных элементов в системе.

Как было показано ранее, для ***большинства первичных элементов справедлив экспоненциальный закон надежности***. В этом случае можно записать

$$P(t) = \prod_{k=1}^{N} exp(-\lambda t) \ = exp\left(-t\sum_{k=1}^{N}\lambda_k\right). \tag{6.4}$$

Интенсивность отказов и среднее время безотказной работы системы соответственно будут равны:

$$\lambda = \sum_{k=1}^{N}\lambda_k; \quad T = \left(\sum_{k=1}^{N}\lambda_k\right)^{-1}. \tag{6.5}$$

Устройства систем состоят из элементов, работающих в различных условиях эксплуатации. Если представляется возможным объединение различных элементов в отдельные группы по *значению интенсивности отказов*, то расчетные формулы примут следующий вид:

$$P(t) = exp\left[-t\sum_{k=1}^{l} N_k\lambda_k\right]; \;\; \lambda = \sum_{k=1}^{l} N_k\lambda_k; \quad T = \left(\sum_{k=1}^{l} N_k\lambda_k\right)^{-1}, \tag{6.6}$$

где N_k – число элементов k-й группы; l – число групп элементов.

Определение интенсивности отказов элементов обычно осуществляется путем обработки статистических данных по результатам их испытаний или эксплуатации.

Интенсивности отказов некоторых наиболее часто используемых в системах управления первичных элементов, работающих в нормальных режимах, приведены во многих источниках, например, в [4, 19, 24].

Фактическая интенсивность отказов первичных элементов, входящих в рассматриваемые объекты зависит от режимов их работы, температуры окружающей среды, механических воздействий и т. д. Зависимость значений интенсивности отказов первичных элементов от указанных выше факторов можно определить с помощью *коэффициентов нагрузки*. При этом

Коэффициентом нагрузки $k_н$ называется отношение рабочего значения нагрузки или её отклонения от номинальной нагрузки к её номинальному значению, т. е.

$$k_н = \frac{F_р}{F_н} \text{ или } k_н = \frac{F_р - F_н}{F_н},$$

где $F_р$ – рабочее значение нагрузки, $F_н$ – номинальное значение нагрузки, определяемое техническими характеристиками элемента или техническими условиями.

Теоретически коэффициент нагрузки может изменяться от *0* до *∞.*

Равенство коэффициента нагрузки нулю в некоторых случаях означает отсутствие данного вида нагрузки (например, электрическая, вибрационная и т. д.), а в других случаях соответствует некоторому номинальному ее значению (например, тепловая нагрузка и т. д.).

Определим общий вид зависимости $f(k_н)$. Учтем следующие свойства функции $f(k_н)$, известные из опыта эксплуатации элементов и систем [2]:

1) при значении коэффициента нагрузки, равном нулю, интенсивность отказов имеет некоторое значение λ_0;
2) функция $\lambda = f(k_н)$ является монотонно возрастающей; при значении $k_н$= 0 первая производная интенсивности отказов равна 0;

3) функция $\frac{d\lambda}{dk_н} = f_1(k_н)$ является монотонно возрастающей.

Рассмотрим приращение функций $f(k_н)$ и $f_1(k_н)$. В пределах небольших изменений коэффициента нагрузки в первом приближении можно принять, что функции $f(k_н)$ и $f_1(k_н)$ линейно зависят от величины $\Delta k_н$ и пропорциональны значению функции в начале интервала $\Delta k_н$. Тогда

$$\Delta\lambda = a\lambda\Delta k_н; \quad \Delta\lambda' = b\lambda'\Delta k_н, \tag{6.7}$$

где a и b – коэффициенты пропорциональности.

Из (6.7), при $\Delta k_н \to 0$, получим,

$$\frac{d\lambda}{dk_н} = a\lambda; \quad \frac{d^2\lambda}{dk_н{}^2} = b\frac{d\lambda}{dk_н}.$$

После подстановки первого равенства во второе получим:

$$\frac{d^2\lambda}{dk_н^2} - c\lambda = 0, \tag{6.8}$$

где c – коэффициент пропорциональности.

Решение дифференциального уравнения (6.8) с учетом начальных условий имеет вид

$$\lambda = \lambda_0\left[1 + \frac{(hk_н)^2}{2!} + \ldots\right] = \lambda_0 ch(hk_н), \tag{6.9}$$

где λ_0 – значение интенсивности отказа элемента при номинальных режимах его работы; h – поправочный коэффициент нагрузки. Значения величины h для различных видов нагрузки и некоторых типов элементов, полученные по данным эксплуатации, приведены в табл. 6.2.

Если необходимо учитывать несколько видов нагрузки, то, принимая во внимание независимость воздействия нагрузок, интенсивность отказов можно определить по формуле

$$\lambda = \lambda_0 \prod_{i=1}^{s} ch(h_i k_{нi}), \tag{6.10}$$

где s – число учитываемых видов нагрузки.

Если $h_i k_{нi} << 1$, то тогда

$$\lambda = \lambda_0\left[1 + \sum_{i=1}^{s}(h_i k_{нi})\right]. \tag{6.11}$$

Значения поправочных коэффициентов для различных видов нагрузки для некоторых элементов приведены в табл. 6.1 [2, 9, 19].

Таблица 6.1

Поправочные коэффициенты нагрузки для некоторых элементов

Наименование элементов	Значение коэффициента h		
	Электрическая нагрузка	Тепловая нагрузка	Вибрационная нагрузка
Транзисторы германиевые	1,2…1,4	0,9…1,5	0,8
Транзисторы кремниевые	0,5	0,3…0,5	–
Диоды германиевые	0,4	0,3…0,6	0,5
Диоды кремниевые	–	0,2…0,6	–
Резисторы непроволочные	1,2…2,0	0,3…0,8	0,3
Конденсаторы керамические	3,0	0,5…0,85	0,3
Конденсаторы бумажные	2,5…4	1,2…1,6	–
Конденсаторы электролитические	–	0,5…0,6	–
Кремниевые интегральные схемы средней интеграции	0,5	0,5	–
Реле	2,3	–	–
Трансформаторы силовые	3,3	1,1	–

В качестве коэффициента нагрузки принимают:

1. При ***электрической нагрузке*** *– отношение рабочего значения некоторого электрического параметра к его номинальному значению по техническим условиям.*

   Такими параметрами являются:

   - *рассеиваемая мощность – для транзисторов, резисторов, туннельных диодов, интегральных полупроводниковых схем;*
   - *напряжение – для конденсаторов;*
   - *прямой ток – для полупроводниковых диодов*.

2. При ***тепловой нагрузке*** – отношение абсолютной разности между рабочей температурой и номинальной температурой к ее номинальному значению. За номинальную температуру следует принять 25 °С.
3. При ***вибрационной нагрузке*** – отношение действующего ускорения к величине $g = 9{,}81$ м/с^2.

Другим методом учета внешней нагрузки (исключая электрическую нагрузку) является ***метод поправочных коэффициентов***. При использовании этого метода интенсивности отказов первичных элементов умножаются на поправочный коэффициент, учитывающий интегрально влияние всех факторов, возникающих при конкретных условиях применения элементов и устройств. Значения поправочных коэффициентов на условия применения элементов приведены в табл. 6.2 [2, 19].

Таблица 6.2

Поправочные коэффициенты на условия применения элементов

Условия применения элементов	Значение k
В лабораторных и благоустроенных помещениях	1
В стационарных и наземных устройствах	16
На кораблях при монтаже приборов в защищенных отсеках	28
На автоприцепах	36
На железнодорожных платформах	50
В составе бортовых систем, монтируемых: на самолетах, на управляемых снарядах, на современных ракетах.	120…160 280 700

Для целого ряда устройств технических систем существует циклический режим работы, при котором устройство периодически включается и выключается. Такие режимы работы характерны для робототехнических, мехатронных систем, электрических и пневматических приводов и т. д. Опыт эксплуатации таких систем показывает, что *при достаточно высокой частоте включения происходит увеличение интенсивности отказов из-за увеличения электрических нагрузок в момент включения, или из-за не стационарности тепловых процессов после включения элементов и устройств.*

Интенсивность отказов для любого устройства можно определить из следующего выражения:

$$\lambda = \lambda_p + \lambda_ц n, \tag{6.12}$$

где λ_p – интенсивность отказов устройства при его непрерывной работе; $\lambda_ц$ – интенсивность отказов на один цикл включения устройства; n – средняя частота включений устройства $(шт/час)$.

Умножая левую и правую части выражения на время t – время работы устройства, после преобразований можно записать

$$\lambda t = \lambda_p t + \lambda_ц tn = \lambda_p \left(t + \varphi N^*\right), \tag{6.13}$$

N^* – общее число включений за время t; $\varphi = \lambda_ц / \lambda_p$.

Значение φ для устройств на электровакуумных приборах (например, кинескопов) равно 7…8 (до частоты включения *2 цикл/ч*), для устройств на полупроводниковых приборах $0{,}5 \div 0{,}8$ (до частоты включения 5 *цикл/ч*) [2]. К сожалению, информация о значениях коэффициента φ для большинства элементов, используемых в современных системах, в технической литературе отсутствует.

При проектировании новых типов систем и устройств могут отсутствовать данные по интенсивности отказов некоторых элементов. В этом случае может быть использован ***коэффициентный метод расчета надежности***. В основу метода положены следующие допущения:

1) *поток отказов является простейшим;*
2) *интенсивности отказов всех элементов изменяются в зависимости от условий эксплуатации в одинаковой степени.*

Второе допущение означает, что при различных условиях эксплуатации справедлива следующая зависимость:

$$k_i = \frac{\lambda_i^*}{\lambda_0^{**}} = const, \tag{6.14}$$

где λ_0^{**} – интенсивность отказов элемента, *количественные характеристики надежности которого известны достоверно*;

λ_i^* – интенсивность отказов i-го элемента.

Таким образом, для определения интенсивности отказов любого устройства достаточно знать интенсивность отказов одного из элементов и использовать значения коэффициента k_i.

С помощью величины k_i характеристики надежности могут быть выражены следующим образом:

$$P(t) = exp\left(-t\lambda_0^{**}\sum_{i=1}^{m} N_i k_i\right); \quad \lambda = \lambda_0^{**}\sum_{i=1}^{m} N_i k_i; \quad T = T_0^{**}\left(\sum_{i=1}^{m} N_i k_i\right)^{-1}.$$

Значения коэффициента k_i для некоторых типов элементов приведены в [19].

7. ОЦЕНКА НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ ПРИ ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗАХ

7.1. Оценка надёжности при постепенных отказах по времени безотказной работы

Процесс функционирования любого объекта может быть описан системой неравенств, в которые в качестве неизвестных величин входят параметры элементов, образующих этот объект. Эти неравенства могут определять работу исследуемых устройств и систем как в динамических так и в статических режимах.

Условия, определяющие процесс функционирования объектов, называются условиями работоспособности. Эти условия могут быть представлены в следующем виде:

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \geq 0; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_m(x_1, x_2, ..., x_n) \geq 0, \end{array}\right\} \quad (7.1)$$

где x_1, x_2, …, x_n – параметры элементов; f_1, …, f_m – функции работоспособности.

Для любого объекта можно определить набор таких параметров, которые имеют два основных значения:

- *критическое значение X_{ik}, при достижении которого объект прекращает выполнение заданных функций;*
- *профилактическое значение X_{in}, при достижении которого объект заменяется новым на время проведения очередной профилактики.*

Оценка надежности при появлении постепенных отказов может быть разделена на два этапа:

на первом этапе, на основе анализа условий работоспособности, определяются допустимые значения отклонений параметров элементов, характеризующих объект;

на втором этапе по определенным допустимым значениям оцениваются показатели надежности объекта в целом.

Расчетные формулы для оценки характеристик надежности при появлении постепенных отказов отличаются в зависимости от того, является ли рассматриваемый объект невосстанавливаемым или восстанавливаемым.

Как показывают исследования, *изменение параметров большинства объектов подчиняется нормальному закону.* Если работоспособность объекта зависит от нескольких параметров, то при условии независимости этих параметров его вероятность безотказной работы по постепенным отказам определяется из следующего выражения:

$$P_{П.С.}(t)=\prod_{i=1}^{k}\left[0.5-\Phi\left(u_i\right)\right], \tag{7.2}$$

$$\Phi\left(u_i\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{z_i}e^{-\frac{x^2}{2}}dx; \quad u_i=\frac{t-T_i}{\sigma_i};$$

где $\Phi\left(u_i\right), u_i$ – соответственно, функция Лапласа и квантиль распределения параметров объекта; T_i – среднее время отклонения i-го параметра выше критического значения; σ_i – среднеквадратичное отклонение i-го параметра; k – число параметров, определяющих работоспособность объекта.

При таком расчёте вероятности безотказной работы должен, как показано в разделе 4.4., решаться вопрос об использовании полного или усечённого нормального распределения.

Вероятность безотказной работы системы при появлении постепенных отказов определится из следующего выражения:

$$P_{П.С.}\left(t\right)=\prod_{i=1}^{l}P_{П\,i}\left(t\right), \tag{7.3}$$

где l – число устройств, образующих систему.

Следует отметить, что во многих случаях отказы устройств вызываются уходом за допустимые пределы одного основного параметра элемента. В дальнейшем такой параметр будем называть ***главным или определяющим***.

Для восстанавливаемых систем необходимо учитывать тот факт, *что поток отказов для отдельного устройства является стационарным с ограниченным последействием, а поток отказов для всей системы – простейшим*. Поэтому для практических расчетов с достаточно хорошим приближением можно принять, что вероятность безотказной работы системы при появлении постепенных отказов подчиняется экспоненциальному закону и тогда

$$P_{П.С.}\left(t\right)=e^{-\lambda_{П.С.}t}, \tag{7.4}$$

где $\lambda_{П.С.}$ – интенсивность выхода некоторого определяющего параметра системы за допустимую границу.

Для большинства устройств и систем определяются показатели надёжности, как функции времени, считая, что их жизненный цикл определяется временем от начала эксплуатации до снятия их с эксплуатации. Однако существует большой класс объектов и систем, для которых в качестве аргумента используются другие характеристики или критерии. К таким объектам относятся, прежде всего, механические элементы и устройства, которые, в частности, являются составной частью всех мехатронных систем. Рассмотрим кратко один из методов оценки надёжности таких систем, подробно рассмотренный в [18].

7.2. Надёжность механических систем (машин) по основным критериям их работоспособности

При определении показателей надёжности механических систем следует учитывать, что работоспособность деталей машин, входящих в эти системы, характеризуется часто такими критериями, как ***прочность, износостойкость, жёсткость, теплостойкость, виброустойчивость, точность***.

Поэтому, *расчёт надёжности сводится к сопоставлению по отдельным критериям расчётных параметров с их предельными величинами:*

- характеристиками прочности (пределом прочности, текучести, выносливости),
- предельной нагрузкой, ресурсом,
- предельными перемещениями (упругими, износовыми, температурными),
- теплостойкостью материалов,
- предельными частотами и амплитудами колебаний,
- динамической устойчивостью.

Предельные величины расчётных параметров критерия выбирают по нормативным или справочным данным, или устанавливают при испытаниях.

Работоспособность деталей по заданному критерию обеспечена, если расчётный параметр Y меньше его предельного значения $Y_{пред}$, т. е.

$$Y_{пред} - Y > 0. \tag{7.5}$$

В настоящее время наиболее часто расчёт надёжности с использованием заранее задаваемых *коэффициентов безопасности n.* Тогда расчётный параметр Y определится как

$$Y \le \frac{Y_{пред}}{n}, \quad n > 1. \tag{7.6}$$

С переходом на вероятностные методы расчёта Y и $Y_{пред}$ рассматриваются как случайные величины.

Мерой надёжности является вероятность безотказной работы $P(Y_{пред} - Y > 0)$ по заданному критерию. При этом расчётным условием для обеспечения вероятности безотказной работы в 50 % принимается равенство

$$\overline{Y} - \overline{Y}_{пред} = 0,$$

а для обеспечения вероятности P используется расчётное условие

$$\overline{Y} - \overline{Y}_{пред} = u_P \sigma_P,$$

где $\overline{Y}, \overline{Y}_{пред}$ математические ожидания величин Y и $Y_{пред}$, т. е.

$$\overline{Y} = m_Y,\ \overline{Y}_{пред} = m_{Y_{пред}},\ m_Y - m_{Y_{пред}} = u_P \sigma_P, \tag{7.7}$$

$\sigma_P = \sqrt{\sigma^2_{Y_{пред}} + \sigma^2_Y}$ – среднее квадратичное отклонение разности двух случайных величин Y и $Y_{пред}$; u_P – квантиль нормированного нормального распределения, зависящий от показателя P.

Здесь предполагается, что разность случайных величин $Y - Y_{пред}$ распределена по закону Гаусса. Из (7.6) и (7.7) следует:

$$u_P = \frac{m_Y - m_{Y_{пред}}}{\sqrt{\sigma^2_{Y_{пред}} + \sigma^2_Y}}. \tag{7.8}$$

Математическое ожидание коэффициента безопасности $\overline{n}$, в соответствии с (7.6), будет равно $\overline{n} = \dfrac{\overline{Y}_{пред}}{\overline{Y}} = \dfrac{m_{пред}}{m}$. Тогда, разделив числитель и знаменатель в (7.8) на m_Y, имеем

$$u_P = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 \cdot v^2_{Y_{пред}} + v^2_Y}}, \tag{7.9}$$

$v_{Y_{пред}} = \dfrac{\sigma_{Y_{пред}}}{m_{Y_{пред}}},\ v_Y = \dfrac{\sigma_Y}{m_Y}$ – коэффициенты вариации параметров.

Зависимость для параметров Y, $Y_{пред}$ от случайных факторов X_i, $i = \overline{1, m}$ может быть представлена как

$$Y = \varphi(X_1, X_2, ... X_m),\ Y_{пред} = \varphi_{пред}(X_1, X_2, ... X_m). \tag{7.10}$$

После разложения этих функций в ряд Тейлора, математические ожидания и среднеквадратичные отклонения параметров Y, $Y_{пред}$ будут определяться соотношениями

$$m_Y = \varphi\left(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots m_{X_m}\right),\ \sigma_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)^2_{m_{X_i}} \cdot \sigma^2_{X_i}}. \qquad (7.11)$$

Аналогично определяются величины $m_{Y_{пред}}, \sigma_{Y_{пред}}$. Функции $\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}$ рассчитываются в точках, соответствующих m_{X_i}.

В расчётах деталей машин широко используются формулы, устанавливающие связи между определяющими параметрами Y и факторами в виде степенных функций вида

$$Y = \prod_{i=1}^{m} X_i^{\alpha_i}, \qquad (7.12)$$

где α_i – показатель степени i-го фактора.

В этом случае $m_Y = \prod_{i=1}^{m} m_{Xi(\alpha i)_i}$, $v_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\alpha_i^2 \cdot v_i^2}$, $v_i = \frac{\sigma_{X_i}}{m_{X_i}}$ – коэффициент вариации фактора X_i.

Значения числовых характеристик распределения случайных факторов m_{X_i}, σ_{X_i} выбирают по справочным данным или на основе экспериментов. До накопления данных по этим характеристикам их можно оценить по предельным значениям $X_{i\,min}$ и $X_{i\,max}$. Тогда

$$m_{X_i} = \frac{X_{i\max} + X_{i\min}}{2};\ \sigma_{X_i} = \frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{d}, \qquad (7.13)$$

где d коэффициент, зависящий от объёма выборки, на которой определены $X_{i\,min}$ и $X_{i\,max}$. Некоторые значения коэффициента d приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Объём выборки N	2	5	10	15	20	30	50	100
Коэффициент d	1,13	2,3	3,1	3,5	3,7	4,1	4,5	5,0

Для факторов, $X_{i\,min}$ и $X_{i\,max}$ для которых нормированы (например, технологические допуски) обычно полагают, что поле допуска покрывается интервалом $3\sigma_{X_i}$ (правило 3σ), что соответствует вероятности P нахождения фактора в пределах допуска – 0,997.

Тогда $\sigma_{X_i} = \left(X_{i\,max} - X_{i\,min}\right)/6$. При других значениях вероятности P среднеквадратичное отклонение фактора при нормальном распределении определяют по формуле

$$\sigma_{X_i} = \left(X_{i\max} - X_{i\min}\right)/2u_P,$$

где значение квантиля может быть определено по табл. 7.2.

Таблица 7.2

Вероятность P	0,9	0,95	0,98	0,99	0,995	0,999
$2u_P$	3,29	3,92	4,66	5,16	5,62	6,38

Рассмотрим изложенную выше методику на примере оценки надёжности подшипников.

7.2.1. Оценка надёжности подшипников

Применяемые в настоящее время вероятностные расчёты подшипников были первыми вероятностными расчётами машиностроительных объектов.

Рассмотрим вероятностный расчёт подшипников в общей форме, аналогичной принятой для других деталей [18].

Вероятность безотказной работы подшипников отождествляется с вероятностью выполнения условия

$$P \cdot L^{\frac{1}{\rho}} < C, \tag{7.14}$$

где P – динамическая эквивалентная нагрузка [Н]; C – динамическая грузоподъёмность подшипника [Н]; L – заданный ресурс работы подшипника, измеряемый в миллионах оборотов внутреннего кольца; ρ – показатель степени, равный 3,0 – для шариковых подшипников, и 3,333 – для роликовых подшипников.

Динамическая эквивалентная нагрузка рассматривается как случайная величина.

90 % динамическая грузоподъёмность подшипника**,** значение которой даётся в справочниках, обозначается C_{90}.

Среднее значение динамической грузоподъёмности, в соответствии с ГОСТ 18885–82, равно:

$$\overline{C} = m_C = 1{,}46C_{90} \text{ – для роликовых подшипников,}$$

$$\overline{C} = m_C = 1{,}52 C_{90} -$$ для шариковых подшипников.

В методе предполагается, что динамическая эквивалентная нагрузка $\overline{P}$ и динамическая грузоподъёмность $\overline{C}$ распределены по нормальному закону распределения, что в большинстве случаев соответствует условиям их эксплуатации.

Тогда квантиль нормального распределения

$$u_P = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 \cdot v_C^2 + v_P^2}}, \tag{7.15}$$

где $\overline{n} = \dfrac{\overline{C}}{\overline{P} \cdot L^{1/\rho}}$, или $\overline{n} = \dfrac{1{,}46 C_{90}}{\overline{P} \cdot L^{1/\rho}}$ и $\overline{n} = \dfrac{1{,}52 C_{90}}{\overline{P} \cdot L^{1/\rho}}$; $\overline{n}$ – коэффициент запаса по средним нагрузкам; v_C, v_P – коэффициенты вариации динамической грузоподъёмности и динамической эквивалентной нагрузки.

Среднее значение динамической эквивалентной нагрузки $\overline{P}$ вычисляется через средние значения радиальной и осевой нагрузок.

Коэффициент вариации v_P динамической эквивалентной нагрузки равен коэффициенту вариации внешней нагрузки, действующей на подшипник.

Коэффициент вариации динамической грузоподъёмности принимают, в соответствии с указанным выше ГОСТом, равен:

$v_C = 0{,}25$ – для роликовых подшипников;

$v_C = 0{,}27$ – для шариковых подшипников.

Определив по (7.15) квантиль нормального распределения случайного параметра, определяем по таблицам функции Лапласа значение функции $\Phi(u_p)$, и затем находим вероятность безотказной работы подшипника по заданному критерию:

$$P(Y, L) = 0{,}5 - \Phi(u_P). \tag{7.16}$$

При более точных расчётах необходимо учитывать, что при одном и том же ресурсе L однотипные объекты будут иметь различную надёжность. Поэтому L необходимо считать случайной величиной, как показано в [18], имеющей распределение Вейбулла.

8. НАДЁЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ

8.1. Применение графов состояний для расчёта надёжности восстанавливаемых объектов и систем

При расчете показателей надежности восстанавливаемых объектов и систем наиболее часто используется допущение:

- *экспоненциальное распределение наработки между отказами;*
- *экспоненциальное распределение времени восстановления.*

Допущение во многом справедливо, поскольку, *во-первых*, экспоненциальное распределение наработки описывает функционирование системы на участке нормальной эксплуатации, *во-вторых*, экспоненциальное распределение описывает процесс без «предыстории».

Применение *экспоненциального распределения* для описания процесса восстановления позволяет при ординарных независимых отказах представить анализируемые системы в виде *марковских систем*.

При экспоненциальном распределении наработки между отказами и времени восстановления, для расчета надежности используют *метод дифференциальных уравнений для вероятностей состояний (уравнений Колмогорова–Чепмена).*

Случайный процесс в системе S, называется марковским, если он обладает следующим свойством:

для любого момента t_0 вероятность состояния системы в будущем ($t > t_0$) зависит только от состояния в настоящем ($t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние (иначе: при фиксированном настоящем будущее не зависит от предыстории процесса, т. е. от прошлого).

Марковский процесс, как процесс без последействия, не означает полной независимости от прошлого, поскольку оно проявляется в настоящем.

При использовании метода, в общем случае, для системы необходимо иметь математическую модель в виде множества состояний системы S_1, S_2,…, S_n, в которых она может находиться при отказах и восстановлениях элементов.

Для составления модели надёжности вводятся следующие допущения:

- отказавшие элементы системы, или рассматриваемый объект, немедленно восстанавливаются, (начало восстановления совпадает с моментом отказа);

- отсутствуют ограничения на число восстановлений;
- если все потоки событий, переводящих систему (объект) из со стояния в состояние, являются пуассоновскими (простейшими), то случайный процесс переходов будет *марковским процессом* с непрерывным временем и дискретными состояниями $S_1, S_2, \ldots, S_n$.

Основные правила составления модели:

1. Математическая модель надёжности элемента или системы представляется в виде графа состояний. Вершинами графа являются возможные состояния системы $S_1, S_2, \ldots, S_n$, возникающие при отказах элементов. Направленные дуги (связи), связывающие вершины графа, указывают возможные направления переходов. Над связями указываются интенсивности переходов из состояния в состояние. На рис. 8.1 приведён граф состояний элемента с интенсивностью отказов λ и интенсивностью восстановления μ.

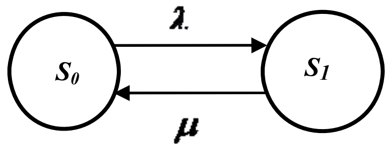


Рис. 8.1. Граф состояний восстанавливаемого объекта:
S_0 – работоспособное состояние; S_1 – состояние отказа

2. Для описания случайного процесса перехода состояний (отказ/ восстановление) применяют вероятности состояний или вероятности нахождения системы в *i-м* состоянии $P_i(t),\ i=\overline{1,n}.$

Так как система в любой момент времени может находиться только в одном состоянии, то, очевидно, для любого *t* будет выполняться условие

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(t)=1, \quad t=\overline{0,\propto}. \quad (8.1)$$

3. По графу состояний составляется *система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (уравнений Колмогорова-Чепмена), имеющих вид:*

$$\frac{dP_i(t)}{dt}=\sum_{k=1}^{\mu}\lambda_{ki}\cdot P_k(t)-\sum_{j=1}^{\nu}\lambda_{ij}\cdot P_i(t), \quad (8.2)$$

где: λ_{ki} – интенсивности перехода *k-х* состояний в *i-е* состояние, λ_{ij} – интенсивности, с которыми *i-е* состояние переходит в *j-е* состояния. В общем случае интенсивности потоков λ_{ki} и λ_{ij} могут зависеть от времени *t*.

При составлении системы дифференциальных уравнений можно пользоваться ***простым мнемоническим правилом:***

Производная от вероятности $P_i(t)$, $i=\overline{1,n}$, *равна сумме с числом слагаемых, равным числу стрелок, соединяющих рассматриваемое состояние с другими состояниями.*

Каждое слагаемое правой части равно произведению интенсивности перехода на вероятность того состояния, из которого выходит стрелка.

Знак слагаемого положителен, если стрелка входит (направлена острием) в рассматриваемое состояние, и отрицателен, если стрелка выходит из него.

Проверкой правильности составления уравнений является *равенство нулю* суммы правых частей уравнений.

Чтобы решить систему дифференциальных уравнений для вероятностей состояний $P_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ необходимо задать начальное значение вероятностей $P_i(0)$, $i=\overline{1,n}$, сумма которых, в соответствии с (8.1), равна единице. Обычно, состояние системы в начальный момент времени известно, поэтому начальное значение вероятности этого состояния равно *единице*, а начальные значения всех остальных вероятностей будут равны *нулю.*

8.2. Показатели надежности восстанавливаемых систем

Все состояния системы S можно разделить на подмножества:

- $S_k \subset S$, $k=\overline{1,K}$ – подмножество состояний, в которых система работоспособна;
- $S_m \subset S$, $m=\overline{1,M}$ – подмножество состояний, в которых система неработоспособна.

Очевидно, $S = S_k \vee S_m$, $K + M = N$. N – количество состояний системы.

Функция готовности $\boldsymbol{K_Г(t)}$ системы определяется вероятностью нахождения системы в работоспособном состоянии в момент t, т. е.

$$K_Г(t)=\sum_{k=1}^{K}P_k(t)=1-\sum_{m}^{M}P_m(t). \tag{8.3}$$

где $P_k(t)$ – вероятность нахождения системы в работоспособном *k-м* состоянии; $P_m(t)$ – вероятность нахождения системы в неработоспособном *m-м* состоянии.

Функция простоя $\boldsymbol{П(t)}$ ***системы***

$$П(t)=1-K_Г(t)=\sum_{m=1}^{M}P_m(t). \tag{8.4}$$

Коэффициент готовности $К_Г$ системы определяется при установившемся режиме эксплуатации (при $t \to \infty$). При $t \to \infty$ в системе устанавливается предельный стационарный режим, в котором она переходит из состояния в состояние, но вероятности состояний уже не меняются, т. е.

$$\lim_{t\to\infty} P_i(t) = P_i, \quad \overline{1,N}.$$

Коэффициент готовности $К_Г$ можно рассчитать по системе дифференциальных уравнений (8.2), приравнивая нулю их левые части, так как $P_i = const$ при $t \to \infty$, и, следовательно, $dP_i(t)/dt = 0$.

Тогда система уравнений (8.2) превращается в систему алгебраических уравнений вида:

$$\sum_{k=1}^{\mu} \lambda_{ki} \cdot P_k - \sum_{j=1}^{\nu} \lambda_{ij} \cdot P_j = 0; \ \sum_{i=1}^{n} P_i = 1, \quad t = \overline{0,\propto}. \qquad (8.5)$$

Таким образом, коэффициент готовности:

$$К_Г = \lim_{t\to\infty} К_Г(t).$$

есть предельное значение функции готовности при установившемся режиме при $t \longrightarrow \infty$.

Параметр потока отказов системы

$$\omega(t) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{M} \lambda_{km} \cdot P_k(t), \qquad (8.6)$$

где λ_{km} – интенсивности (обобщенное обозначение) переходов из работоспособного состояния в неработоспособное.

Функция потока отказов связана с параметром потока отказов соотношением:

$$W(t) = \int_0^t \omega(t) dt. \qquad (8.7)$$

Средняя наработка между отказами на интервале t определяется соотношением

$$T_0(t) = \int_0^t К_Г(t) \cdot W(t)^{-1}.$$

Можно легко показать, что средняя наработка между отказами T_0 будет равна:

$$T_0 = \lim_{t \to \infty} T_0(t) = K_Г \cdot \omega^{-1},$$

где $\omega = \lim_{t \to \infty} \omega(t)$ – параметр потока.

Для простейшего (пуассоновского) потока справедливо соотношение:

$$\omega = \lambda = T_0^{-1}.$$

8.3. Оценка показателей надёжности восстанавливаемых систем

Рассмотрим систему, включающую n последовательно соединённых не резервированных элементов, каждый из которых характеризуется интенсивностями отказов λ_i и восстановления μ_i. У такой системы возможно несколько вариантов поведения, в частности:

- *После отказа любого из элементов система отказывает, все исправные элементы отключаются, отказавший элемент восстанавливается. Во время восстановления отключенные элементы не отказывают.*
- *После отказа любого из элементов система отказывает, работоспособные элементы продолжают функционировать, вследствие чего отказы этих элементов могут возникнуть до завершения восстановления элемента, вызвавшего отказ системы.*

Рассмотрим более простой и наиболее часто реализуемый первый вариант поведения восстанавливаемой системы. Граф состояний в этом случае будет иметь вид, представленный на рис. 8.2.

Во всех состояниях, кроме нулевого, система отключена и производится восстановление соответствующего элемента. Система дифференциальных уравнений для определения вероятностей $P_i(t)$, в соответствии с (8.1, 8.2), будет иметь вид:

$$\frac{d\ P_0(t)}{d\ t} = -\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot P_0(t) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i \cdot P_i(t),$$

$$\frac{dP_j(t)}{dt} = \lambda_j \cdot P_0(t) - \mu_j \cdot P_j(t), \quad j = \overline{1,n}. \tag{8.8}$$

$$\sum_{i=0}^{n} P_i(t) = 1.$$

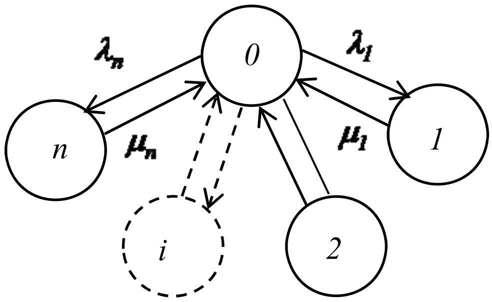


Рис. 8.2. Граф состояний восстанавливаемой системы
0 – состояние, когда работоспособны все элементы;
1…n – состояние отказа и восстановления i-го элемента

Функция готовности определяется вероятностью нахождения системы в состоянии 0. Для решения системы дифференциальных уравнений используем преобразование Лапласа. Тогда:

$$\begin{gathered}\left(S+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\right)P_0(S)-\sum_{i=1}^{n}\mu_i P_i(S)=0;\\ \left(S+\mu_j\right)P_j(S)-\lambda_j P_0(S)=0, \qquad j=\overline{1,n}.\end{gathered} \tag{8.9}$$

Из уравнений $2 \div n$ имеем

$$P_j(S)=\frac{\lambda_j}{S+\mu_j}\cdot P_0(S). \tag{8.10}$$

Учитывая, что $\sum\limits_{i=0}^{n} P_i(t)=1,$ и, следовательно, $\sum\limits_{i=0}^{n} P_i(S)=S^{-1}$, получим

$$P_0(S)\left[1+\frac{\lambda_1}{S+\mu_1}+\frac{\lambda_2}{S+\mu_2}+......+\frac{\lambda_n}{S+\mu_n}\right]=\frac{1}{S},$$

откуда

$$P_0(S)=\frac{1}{S\left[1+\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{S+\mu_i}\right]}. \tag{8.11}$$

Оригинал функции (8.11)

$$P_0(t)=K_Г(t)=K_Г+\left(1-K_Г\right)\exp\left[-\frac{1}{K_Г}\cdot\frac{\sum\limits_{ш=1}^{m}\lambda_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i/\mu_i}\cdot t\right], \tag{8.12}$$

где $K_Г = \lim\limits_{S \to 0} S \cdot P_0(S) = 1 \Big/ \left[1 + \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i / \mu_i \right]$ – коэффициент готовности системы.

Частота потока отказов будет равна

$$\omega = K_Г \cdot \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \Big/ \left[1 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i / \mu_i \right]. \qquad (8.13)$$

В частности, если элементы не восстанавливаемы, то $\mu_i = 0$, и, тогда

$$P_0(S) = \frac{1}{S\left[1 + \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i / S\right]} = \frac{1}{S + \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i}.$$

Переходя к оригиналу, получим:

$$P_0(t) = e^{-\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i t}, \quad T = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,$$

что соответствует экспоненциальному распределению отказов системы.

9. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЁЖНОСТИ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ

9.1. Основные понятия и определения

При проектировании технических систем разработчик реализует возможность выполнения системой набора функций, предусмотренных техническим заданием.

Структурная и аппаратурная реализации на начальных этапах разработки сводятся к созданию минимально необходимого варианта системы, т. е. такого варианта, который содержит минимально необходимое число элементов, отказ каждого из которых приводит к невыполнению одной или нескольких функций и предусматривает обработку минимально необходимого количества информации за минимально допустимое время.

Характеристики надежности минимально необходимого варианта системы не всегда удовлетворяют предъявляемым требованиям, что вынуждает изыскивать способы повышения надежности разрабатываемой системы.

Проблема повышения надежности должна решаться, в первую очередь, на основе разработки и применения высоконадежных элементов, используемых в системе.

Как показывает практика, этот путь повышения надежности не всегда позволяет создавать высоконадежные ТС. Действительно, средний уровень надежности современных элементов характеризуется значениями интенсивности отказов $\lambda = 10^{-6} \div 10^{-8}$ 1/*ч*. Следует ожидать в будущем повышения этого уровня до $\lambda = 10^{-9}$ 1/*ч*, что даст возможность поднять наработку на отказ системы, насчитывающей 10^6 элементов, до значения 1000 *ч*, что явно недостаточно. Необходимая надежность сложных систем может быть достигнута только при использовании различных видов *резервирования.*

В соответствии с ГОСТом 27.002–89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения» [5], *резервирование – способ обеспечения надёжности объекта за счёт использования дополнительных средств и (или) возможностей, избыточных по отношению к минимально необходимым для выполнения требуемых функций.*

Таким образом, *избыточность – это дополнительные средства и возможности сверх минимально необходимых для выполнения объектом заданных функций*. Задача введения избыточности – обеспечить нормальное функционирование объекта после возникновения отказов в его элементах. В теории надёжности выделяются ***структурное, информационное и временное резервирование.***

При этом *структурное резервирование, называемое ещё аппаратным, это резервирование, предусматривающее использование избыточных элементов объекта*.

Суть структурного резервирования заключается в том, что в минимально необходимый вариант системы, элементы которой называют основными, вводятся дополнительные элементы, устройства либо даже вместо одной системы предусматривается использование нескольких идентичных систем. При этом эти *избыточные структурные элементы, называемые резервными элементами, имеют единственное назначение – взять на себя выполнение рабочих функций при отказе соответствующих основных элементов.*

Информационное резервирование – это резервирование, предусматривающее для повышения надёжности использование избыточной информации. Его простейшим примером является многократная передача одного и того же сообщения по каналу связи. В цифровых вычислительных машинах применяются коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки, которые появляются в результате сбоев и отказов.

Следует заметить, что использование информационного резервирования практически всегда влечет за собой необходимость введения избыточных элементов.

Временное резервирование – это резервирование, предусматривающее для повышения надёжности использование избыточного времени. При этом предполагается, что *на выполнение системой необходимой работы отводится время, заведомо большее минимально необходимого времени, достаточное для её восстановления и возобновления функционирования после отказа.*

Перечисленные выше виды резервирования могут быть применены либо *к системе в целом, либо к отдельным элементам системы или к их группам*. В первом случае резервирование называется *общим,* во втором – *раздельным.*

Наиболее широко используемым, а поэтому и наиболее изученным, является структурное резервирование. При его использовании можно применить различные схемы включения резервных элементов. При этом, важное значение имеет режим работы резервных элементов до и после появления отказа в основных элементах, а также кратность резервирования. По этим признакам структурное резервирование можно классифицировать, как показано на рис. 9.1.

Резервирование замещением *– это такое резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному элементу только после отказа основного элемента*.

При использовании резервирования замещением необходимы контролирующие и переключающие устройства для обнаружения отказа основного элемента и переключения с основного на резервный элемент.

Постоянное резервирование *– это резервирование, при котором используется нагруженный резерв и при отказе любого элемента в резервированной группе выполнение объектом требуемых функций обеспечивается оставшимися элементами без переключений.*

При этом основные и резервные элементы могут иметь общий вход и общий выход, в частности гальваническую связь по входу и выходу, а могут быть и автономными, т. е. такой связи не иметь.

Общее резервирование *– это резервирование, при котором резервируется объект в целом.*

Раздельное резервирование *– это резервирование, при котором резервируются отдельные элементы объекта или их группы.*

Скользящее резервирование *– это резервирование замещением, при котором группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший элемент в данной группе.*

Рис. 9.1. Виды структурного резервирования

В зависимости от режима работы резервных элементов различают *нагруженный, облегченный и ненагруженный резервы.*

Нагруженный резерв *– резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента.* резервный элемент находится в том же режиме, что и основной.

Облегченный резерв *– резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной элемент.* Таким образом, принимается*, что характеристики надежности резервных элементов в период их пребывания в качестве резервных элементов выше, чем в период их использования в качестве основных после их отказа.*

Ненагруженный резерв *– резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функции основного элемента.*

Таким образом, при ненагруженном резерве резервный элемент практически не несет нагрузки. При этом принимается, *что такой резервный элемент, находясь в резерве, отказывать не должен, т. е. обладает в этот период идеальной надежностью; в период же использования этого элемента вместо основного после отказа последнего надежность резервного элемента становится равной надежности основного.*

Степень избыточности характеризуется *кратностью резервирования.*

Кратностью резервирования *называется отношение числа резервных элементов к числу резервируемых или основных элементов объекта, выраженное несокращённой дробью.*

Различают резервирование с ***целой*** *и* ***дробной*** *кратностью.*

Резервирование с целой кратностью имеет место, когда один основной элемент резервируется одним и более резервными элементами.

Резервирование с дробной кратностью имеет место, когда два и более однотипных элементов резервируются одним и более резервными элементами.

Наиболее распространенным вариантом резервирования с дробной кратностью является такой, когда число основных элементов превышает число резервных.

Резервирование, кратность которого равна единице, называется ***дублированием.***

На рис. 9.2 представлены расчетно-логические схемы различных видов структурного резервирования.

Надежность систем в значительной степени определяется тем, применено ли резервирование с восстановлением или без него.

Резервирование с восстановлением *– это резервирование, при котором восстановление отказавших основных и (или) резервных элементов возможно без нарушения работоспособности объекта в целом и предусмотрено эксплуатационной документацией.*

Таким образом, работоспособность любого основного и резервного элементов системы в случае возникновения отказов подлежит восстановлению в процессе эксплуатации системы.

Резервирование без восстановления *– это резервирование, при котором восстановление отказавших основных и (или) резервных элементов невозможно без нарушения работоспособности объекта в целом и (или) не предусмотрено эксплуатационной документацией.*

Прежде чем перейти к рассмотрению методов расчёта надёжности систем со структурным резервированием, сделаем некоторые замечания.

1. Расчетные схемы для общего резервирования (рис. 9.2, *а*, *в*) сводятся к расчетно-логической схеме резервированного элемента (рис. 9.2, *б*) путем замены последовательно соединенных элементов (блоков, устройств, приборов) эквивалентными элементами с показателями надежности, определяемыми по формулам:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{k} P_i(t); \tag{9.1}$$

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i(t), \tag{9.2}$$

   где $P_i(t)$ и $\lambda_i(t)$ – вероятность безотказной работы и интенсивность отказов i-го элемента; k – число последовательно соединенных элементов.

2. Для получения показателей надежности системы в целом при использовании в ней раздельного резервирования достаточно уметь находить показатели надежности резервируемого элемента (блока, устройства, прибора). Показатели надежности всей системы могут быть получены путем применения расчетных формул для основного соединения, в котором в качестве элементов выступают резервированные группы элементов. Учитывая эти замечания, далее проводится вывод расчетных формул для показателей надежности резервированного элемента.

3. Многие расчетные формулы, приводимые ниже, получены в предположении, что *случайное время до отказа элементов распределено по экспоненциальному закону.* Это предположение многократно подтверждалось экспериментальным путем в аппаратуре автоматики, построенной на элементах электроники и электротехники. В тех же случаях, *когда фактическое распределение времени до отказа отличается от экспоненциального, использование экспоненциального распределения дает, как правило, заниженные оценки, т. е. нижние границы надежности объекта или системы.*

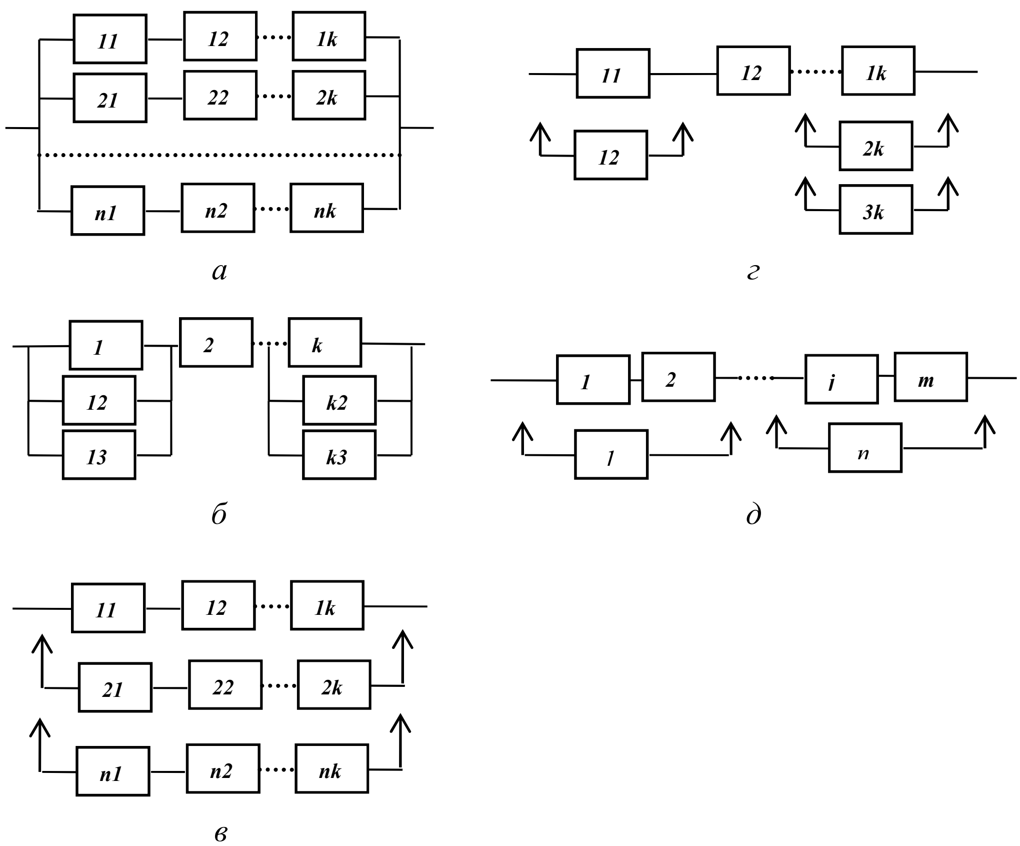


Рис. 9.2. Расчётно-логические схемы видов структурного резервирования:
а – общее резервирование и постоянное включение резерва;
б – раздельное резервирование и постоянное включение резерва;
в – общее резервирование и включение резерва замещением;
г – раздельное резервирование и включение резерва замещением;
д – резервирование с дробной кратностью при скользящем резерве

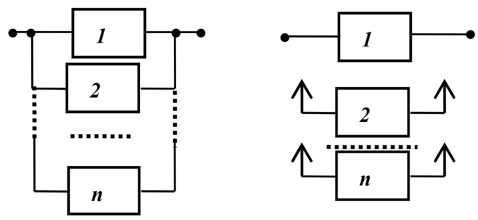
4. Надежность резервированной системы, особенно восстанавливаемой, в большой степени зависит от надежности аппаратуры встроенного контроля. При расчетах надежности резервированной системы или устройства надежность устройств встроенного контроля может быть приближенно учтена путем включения в расчетно-логическую схему последовательно с резервированной группой элемента, соответствующего этим устройствам.

9.2. Структурное резервирование без восстановления

9.2.1. Резервирование замещением: нагруженный резерв. Постоянное включение резерва

Расчетно-логическая схема для постоянного включения резерва приведена на рис. 9.3, *а*. Такая схема соответствует случаю, когда один основной элемент резервируется *n–1* резервными элементами. *Резервированная группа может исправно функционировать до тех пор, пока* *исправен хотя бы один из n элементов. Отказ группы наступает при отказе всех n элементов.*

Основные и резервные элементы включаются в работу одновременно, но выполняет рабочие функции лишь один элемент – основной. При этом *режимы работы основных и резервных элементов одинаковы*. В случае отказа основного элемента его функции без всякого перерыва начинает выполнять один из резервных.



а) *б)*

Рис. 9.3. Расчетно-логические схемы резервирования замещением.
а – постоянное включение резерва и нагруженный резерв;
б – включение резерва замещением и ненагруженный резерв

Определим среднее время работы до отказа резервированной группы, составленной из *равно надёжных элементов*. Будем также полагать, что случайное время до отказа каждого элемента распределено по экспоненциальному закону с параметром λ.

Случайный процесс функционирования резервированной группы схематически изображён на рис. 9.4.

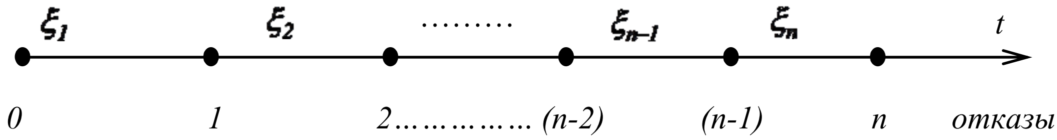


Рис. 9.4. Случайный процесс функционирования резервированной группы

Первый отказ одного из элементов группы наступит через случайное время ξ_1. В течение этого времени группа функционирует в полном составе и, следовательно, случайная величина ξ_1 распределена по экспоненциальному закону с параметром $n\lambda$. Второй отказ в группе наступит через случайное время ξ_2 после первого отказа. В течение промежутка времени ξ_2 число работающих элементов в группе будет n–1, случайная величина ξ_2 распределена по экспоненциальному закону с параметром $(n-1)\lambda$. И вообще, случайные промежутки времени ξ_i между $(i-1)$-*м* и i-*м* отказами распределены по экспоненциальному закону с параметром $(n-i+1)\lambda$ и имеют математическое ожидание, равное

$$M\left[\xi_i\right]=\frac{1}{\left(n-i+1\right)\cdot\lambda}. \qquad (9.3)$$

Отказ группы в целом наступит после отказа последнего, n-го элемента через случайное время

$$\tau=\sum_{i=1}^{n}\xi_i. \qquad (9.4)$$

Среднее время работы до отказа резервированной группы в целом T_P определится как математическое ожидание случайной величины τ. Используя теорему о математическом ожидании суммы случайных величин, получим:

$$T_P=M\left[\tau\right]=M\left[\sum_{i=1}^{n}\xi_i\right]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\left(n-i+1\right)\cdot\lambda}. \qquad (9.5)$$

Таким образом, среднее время работы до отказа резервированной группы в целом для равно надежных элементов при постоянном включении резерва (нагруженный резерв) может быть подсчитано по формуле

$$T_P=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n-i+1}=T\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n-i+1}, \qquad (9.6)$$

где T – средняя наработка до отказа одного элемента.

Определим вероятность безотказной работы резервированной группы $P_P(t)$ в течение времени t. Будем полагать, что время до отказа элементов, составляющих группу, распределено по *произвольному закону распределения*, элементы могут быть *не равно надёжными* и задана вероятность безотказной работы в течение времени t каждого элемента группы $P_i(t)$. Обозначим события:

- B – группа в целом в течение времени t работает исправно, т. е. в течение этого времени исправен хотя бы один элемент из n;
- $\overline{B}$ – группа в целом в течение времени t отказала, т. е. в течение времени t отказали все n элементов;
- A_i – i-й элемент в течение времени t находится в исправном состоянии;
- $\overline{A_i}$ – *i-й* элемент в течение времени t отказал.

Таким образом,

$$B=\sum_{i=1}^{n}A_i; \quad \overline{B}=\prod_{i=1}^{n}\overline{A_i}. \qquad (9.7)$$

Поскольку события A_i являются *совместными и независимыми*, то для нахождения вероятности безотказной работы группы $P_P(t)=P(B)$ проще определить вероятность противоположного события – отказа группы $Q_P(t)=P(\overline{B})$, а затем определить и искомую вероятность. Для этого воспользуемся *теоремой умножения вероятностей*

$$Q_P(t) = P(\overline{B}) = \prod_{i=1}^{n} P(\overline{A}_i) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t)\right]. \tag{9.8}$$

Таким образом, вероятность безотказной работы резервированной группы в течение времени t для элементов с различной надёжностью при постоянном включении резерва (нагруженный резерв) может быть определена по формуле

$$P_P(t) = 1 - Q_P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t)\right]. \tag{9.9}$$

Для равно надежных элементов будем иметь

$$P_P(t) = 1 - \left[1 - P_i(t)\right]^n, \tag{9.10}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы в течении времени t одного элемента.

Для дублирования при экспоненциальном распределении времени до отказа элемента, в соответствии с (9.11), получим

$$P_Д(t) = 2 \cdot e^{-\lambda \cdot t} - e^{-2 \cdot \lambda \cdot t}. \tag{9.11}$$

Для нагруженного резервирования замещением для подсчета T_P и $P_P(t)$ могут использоваться полученные выше формулы, если предположить наличие *идеального (абсолютно надежного) переключателя*. На самом деле *переключатель имеет отказы, которые могут быть различного характера:*

1) несрабатывание переключателя при отказе основного элемента, в результате чего резервный элемент не будет включен взамен отказавшего основного, что приведет к отказу резервной группы;
2) ложное срабатывание переключателя, в результате чего произойдет переключение на резервный элемент при исправном основном элементе, что приведет к уменьшению времени до отказа группы в целом;
3) отказы переключателя, которые выводят из строя резервную группу в целом.

Учет одновременно всех указанных выше ситуаций усложняет нахождение показателей надежности резервированной группы. Поэтому чаще всего учитываются лишь отказы переключателя первой и третьей групп. Схема для расчета надежности для этого случая приведена на рис. 9.5.

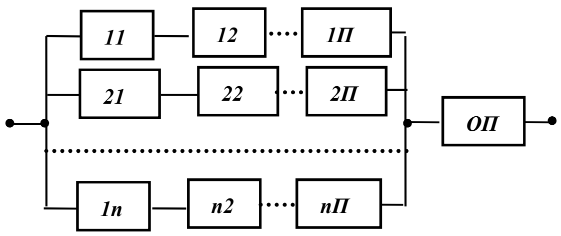


Рис. 9.5. Структурная схема надёжности резервированной группы с переключателями

Элементы переключателя, отказы которых приводят к отказу резервной группы в целом, условно выделяются в отдельный блок *ОП* (общие элементы переключателя), который в структурной схеме надёжности включается последовательно с резервной группой. Каждая ветвь резервной группы состоит из последовательно соединенных основного, либо резервного элемента и элементов переключателя *iП*, отказы которых переводят в состояние отказа *i-ю* ветвь структурной схемы. Вероятность безотказной работы резервной группы в течение времени t,с учетом ненадежности переключателя, в рассматриваемом случае может быть определена по формуле

$$P_P(t) = \left\{1 - \prod_{i=1}^{n}\left[1 - P_i(t)\cdot P_{iП}(t)\right]\right\} P_{О.\ П}(t), \tag{9.12}$$

где – $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы в течение времени $\underline{t}$ основного либо резервного элемента; $P_{iП}(t)$– вероятность безотказной работы в течение времени t совокупности элементов переключателя, которые осуществляют включение i-и ветви резервной группы; $P_{ОП}(t)$ – вероятность безотказной работы в течение времени t совокупности элементов переключателя, отказы которых приводят к отказу резервной группы в целом.

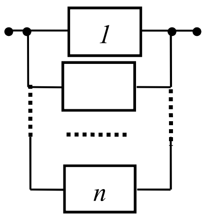
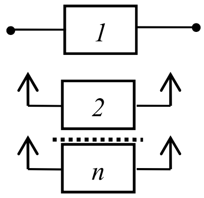
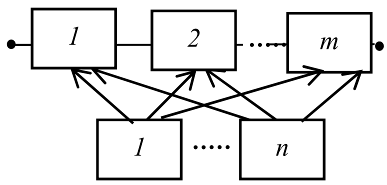
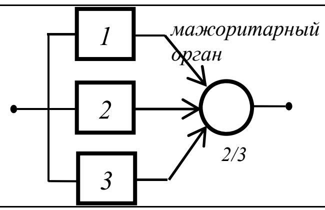
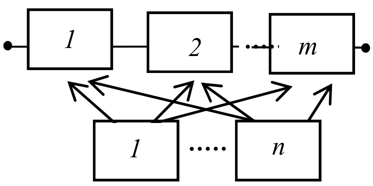
Подобным образом учитывается надёжность переключателей при всех видах резервирования замещением.

9.2.2. Расчёт показателей надёжности при других видах структурного резервирования

Основные виды структурного резервирования объектов представлены на рис. 9.1. Ниже в табл. 9.1 приведены структурные схемы надёжности и расчётные формулы для показателей надёжности при различных видах такого резервирования. Вывод расчётных формул, приведённых в таблице, проводится аналогично тому, как это сделано в 9.2.1, и подробно рассмотрен в [2].

Таблица 9.1

Расчётные формулы показателей надёжности
при структурном резервировании

Вид резервирования	Структурная схема надёжности	Расчётные формулы показателей надёжности
Резервирование замещением: нагруженный резерв. Постоянное включение резерва		$P_P(t)=1-Q_P(t)=1-\prod_{i=1}^{n}\left[1-P_i(t)\right]$; $P_Д(t)=2\cdot e^{-\lambda\cdot t}-e^{-2\cdot\lambda\cdot t}$; $T_P=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n-i+1}=T\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n-i+1}$.
Резервирование замещением: ненагруженный резерв с целой кратностью		$P_P(t)=\sum_{i=0}^{n-1}\frac{(\lambda\cdot t)^i}{i!}e^{-\lambda\cdot t}$; $P_Д(t)=(1+\lambda\cdot t)e^{-\lambda\cdot t}$; $T_P=n\lambda^{-1}=nT$.
Нагруженный резерв: резервирование с дробной кратностью		$P_P(t)=\sum_{i=0}^{n}C_{n+m}^{i}\left[1-P(t)\right]^i\left[P(t)\right]^{n+m-i}$, $C_{n+m}=\frac{(n+m)!}{i!\cdot(m+n-i)!}$; $T_P=T\cdot\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{m+i}$.
Мажоритарное резервирование		m=2, n=1; $P_P(t)=P_P(t)\left[3P^2(t)-2P^3(t)\right]$; $T_P=\frac{5}{6}T$.
Ненагруженный резерв: резервирование с дробной кратностью (скользящее резервирование)		$P_P(t)=\sum_{i=0}^{n-1}\frac{(m\cdot\lambda\cdot t)^i}{i!}e^{-m\cdot\lambda\cdot t}$; $T_P=\frac{n+1}{m\lambda}=\frac{n+1}{m}T$.

Мажоритарное резервирование является разновидностью нагруженного резервирования с дробной кратностью. При таком резервировании вместо одного элемента (канала) включаются *три идентичных* *элемента (канала), выходы которых подключаются к мажоритарному органу М (элементу голосования).* На выходе *М* будет сигнал, *совпадающий с большинством сигналов на его входе,* т. е. мажоритарный орган осуществляет операцию голосования или выбора по большинству. Таким образом, условием безотказной работы группы при мажоритарном резервировании является *безотказная работа любых двух элементов из трех и мажоритарного органа* в течение заданного времени *t*.

9.2.3. Анализ надежности дублированной группы при нагруженном резерве с учетом различного характера отказов устройств

При дублировании устройств с различным характером отказов, когда используется постоянное включение резерва и оба устройства (основной и резервный) работают на общую нагрузку, следует различать активные и пассивные отказы устройств.

Активный отказ *– это отказ, который выводит из строя не только отказавшее устройство, но и всю дублированную группу в целом (например, появление ложного сигнала на выходе одного устройства).*

Пассивный отказ *– это отказ, который выводит из строя отказавшее устройство, не нарушая работоспособности всей группы (например, исчезновение сигнала на выходе одного из устройств).*

При анализе надёжности конкретного устройства или системы можно определить, отказы каких элементов приводят к активным и пассивным отказам. Таким образом, всегда можно представить устройство состоящим из двух частей – части с суммарной интенсивностью отказов λ_a, отказы которой приводят к активным отказам, и части с суммарной интенсивностью λ_n, отказы которой приводят к пассивным отказам устройства, как показано на рис. 9.6. При этом, очевидно,

$$\lambda = \lambda_a + \lambda_n, \tag{9.13}$$

где λ – суммарная интенсивность отказов устройства.

Дублированная группа, изображенная на рис. 9.6, в течение времени *t* может находиться в трех *несовместных состояниях*:

- *A* – исправное состояние группы,
- *B* – состояние пассивного отказа,
- *C* – состояние активного отказа группы.

При этом,

$$P(A)+P(B)+ P(C) = 1,$$

где $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$ – вероятности пребывания группы в состояниях A, B и C соответственно в течение времени t.

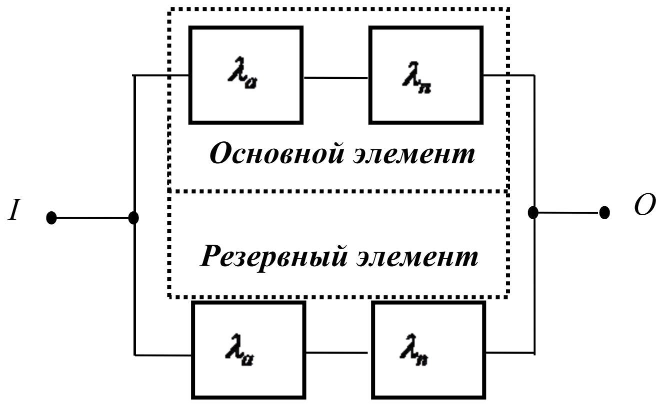


Рис. 9.6. Структурная схема надёжности устройства с учетом различного характера отказов

Пассивный отказ группы наступит тогда, когда в течение времени t в обоих устройствах появятся пассивные отказы. Поэтому,

$$P\left(B\right)=q_B^2\left(t\right),$$

где $q_B\left(t\right)=\rho_n\left[1-e^{-\lambda\cdot t}\right]$ – вероятность появления пассивного отказа в одном устройстве в течение времени t; $\rho_n=\lambda_n\cdot\lambda^{-1}$ – условная вероятность пассивных отказов устройства.

Активный отказ группы наступит тогда, когда в течение времени t появится, по крайней мере, в одном из двух устройств (основном или резервном) активный отказ. Поэтому,

$$P\left(C\right)=2q_C\left(t\right)\left[1-q_C\left(t\right)\right]+q_C^2\left(t\right),$$

где $q_C\left(t\right)=\rho_a\left[1-e^{-\lambda\cdot t}\right]$ – вероятность появления активного отказа в одном устройстве в течение времени t; $\rho_a=\lambda_a\cdot\lambda^{-1}$ – условная вероятность активных отказов устройства.

Поскольку вероятность безотказной работы группы $P_P(t)$ в течение времени t есть вероятность пребывания группы в состоянии A, то на основе приведённых выше формул, получим:

$$P_P\left(t\right)=1-P\left(B\right)-P\left(C\right)=\left[1-q_C\left(t\right)\right]^2-q_B^2\left(t\right),$$

или, окончательно,

$$P_P(t)=2\left(1-\rho_a\right)e^{-\lambda\cdot t}-\left(1-2\rho_a\right)e^{-2\cdot\lambda\cdot t}. \qquad (9.14)$$

Средняя наработка до отказа группы будет равна

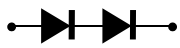
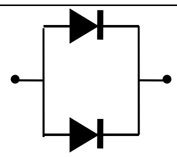
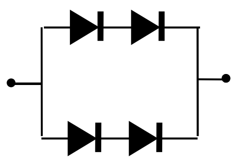
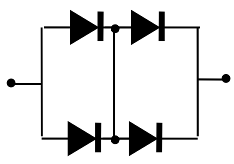
$$T_P(t)=\int_0^\infty P_P(t)dt=\left(\frac{3}{2}-\rho_a\right)\frac{1}{\lambda}=\left(\frac{3}{2}-\rho_a\right)T, \qquad (9.15)$$

где $T=\lambda^{-1}$ – средняя наработка на отказ одного элемента или устройства.

Рассмотренная выше модель надёжности дублированной группы, состоящей из элементов с различным характером отказов, может быть успешно использована при резервировании, например, радиоэлементов (РЭ), имеющих отказы типа «обрыв» и «короткое замыкание».

Очевидно, что *защитой от обрывов элементов является их соединение в группы с параллельным включением, а защитой от коротких замыканий элементов – соединение их в группы с последовательным включением.* В последнем случае предполагается, что короткое замыкание элемента выводит его из строя, но не нарушает электрическую цепь других последовательно соединенных с ним элементов. Когда возможны как короткие замыкания, так и обрывы элементов, используется параллельно-последовательное соединение элементов.

Таблица 9.2

№ п/п	Резервированная схема	Резерв от КЗ	Резерв от Обрыв	Расчётная формула для вероятности безотказной работы резервированной группы
1		+	–	$P_P(t)=2(1-\rho_O)e^{-\lambda\cdot t}-(1-2\rho_O)e^{-2\cdot\lambda\cdot t}$; $T_P=\left(\frac{3}{2}-\rho_O\right)T$
2		–	+	$P_P(t)=2(1-\rho_{К.З.})e^{-\lambda\cdot t}-(1-2\rho_{К.З.})e^{-2\cdot\lambda\cdot t}$; $T_P=\left(\frac{3}{2}-\rho_{К.З.}\right)T.$
3		+	+	$P_P(t)=\left\{1-\rho^2{}_{К.З.}\left(1-e^{-\lambda\cdot t}\right)^2\right\}-$ $-\left(1-\left\{1-(1-\rho_{К.З.})\left[1-e^{-\lambda\cdot t}\right]\right\}^2\right)^2$; $T_P=\left[\frac{11}{12}+\frac{7\left(4\rho_{К.З.}-3\rho^2{}_{К.З.}-1\right)}{6}+\left(1-\rho_{К.З.}\right)^3\right].$
4		+	+	$P_P(t)=\left\{1-\rho^2{}_0\left(1-e^{-\lambda\cdot t}\right)^2\right\}^2-$ $-\left(1-\left\{1-(1-\rho_0)\left[1-e^{-\lambda\cdot t}\right]\right\}^2\right)^2$; $T_P=\left[\frac{11}{12}+\frac{7\left(4\rho_O-3\rho^2{}_O-1\right)}{6}++\left(1-\rho_O\right)^3\right].$

В табл. 9.2 представлены основные схемы резервирования одного из видов элементов с отказами типа обрыва и короткого замыкания – диодов, приведены расчётные формулы для расчёта показателей таких резервированных схем. Такие же схемы резервирования могут быть применены и для других элементов, например, для конденсаторов, индуктивностей, контактов реле.

Такое же резервирование может быть реализовано для микропроцессорных устройств, промышленных контроллеров. Подробно вопросы резервирования таких устройств рассмотрены в работе [22], в которой достаточно полно проанализированы и обобщены результаты работ зарубежных специалистов в обеспечении высокой надёжности систем.

Для РЭ в справочниках по надежности кроме интенсивностей отказов приводятся значения условных вероятностей коротких замыканий $\rho_{КЗ}$ и обрывов $\rho_{О}$, определяемых как отношение числа, соответственно, коротких замыканий и обрывов к общему числу зафиксированных при испытаниях отказов. При этом

$$\rho_{КЗ} + \rho_{О} = 1. \qquad (9.16)$$

Для получения формул для вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа групп элементов, приведённых в таблице, можно воспользоваться формулами (9.14) и (9.15). При этом следует учесть, что для последовательного соединения элементов роль активных отказов играют обрывы и, следовательно, в указанные формулы вместо ρ_a используется $\rho_{О}$. Для параллельного соединения элементов роль активных отказов играют короткие замыкания и, следовательно, в формулах (9.14) и (9.15) ρ_a заменяется вероятностью $\rho_{КЗ}$.

9.3. Структурное резервирование систем с восстановлением

Определение показателей надежности резервированной группы с восстановлением проведем на примере *дублированной группы*, схема которой приведена на рис. 9.7.

Будем полагать, что *элементы, составляющие дублированную группу, равно надёжны, возможны их отказы только типа «обрыв», интенсивность отказа каждого элемента задана и равна* λ. При отказе одного из элементов группы отказавший элемент поступает в ***ремонтный орган*** и после восстановления через случайный промежуток времени, распределенный по экспоненциальному закону с параметром μ, опять включается в состав дублированной группы.

При этом интенсивность восстановления

$$\mu = T_B^{-1}, \qquad (9.17)$$

где T_B – среднее время восстановления.

Полагаем так же, что ремонтный орган может иметь *одну или две ремонтные бригады*, т. е. одновременно *может восстанавливаться один или оба элемента резервированной группы*. Отказ дублированной группы наступает тогда, когда во время восстановления одного элемента откажет второй элемент.

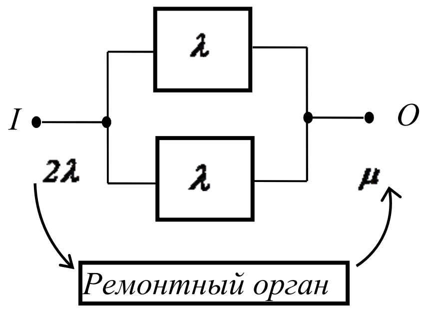


Рис. 9.7. Дублированная группа с восстановлением при нагруженном резерве

Для определения показателей надёжности рассматриваемой системы воспользуемся методом графов состояний, подробно рассмотренным в разделе 8.

Обозначим все возможные в течение времени t состояния дублированной группы следующим образом:

0 – исправны оба элемента;

1 – один из элементов исправен, второй восстанавливается;

2 – оба элемента неисправны – отказ группы (поглощающее состояние).

При исследовании надёжности восстанавливаемых систем могут определяться показатели безотказности – вероятность перехода системы в *поглощающее состояние 2* и среднее время работы системы до перехода в поглощающее состояние. Граф состояний, соответствующий рассматриваемому случайному процессу, изображен на рис. 9.8.

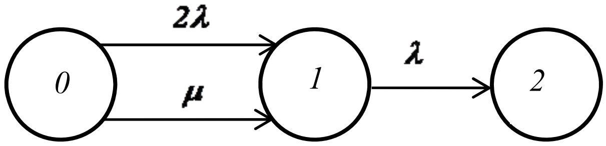


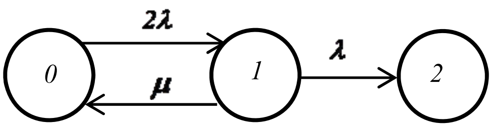
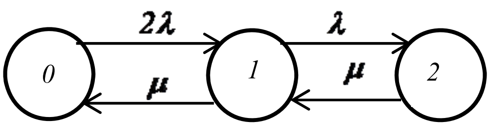
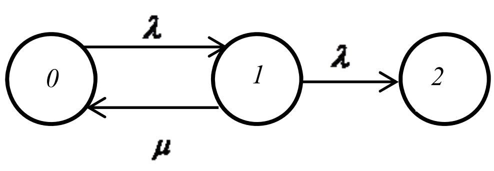
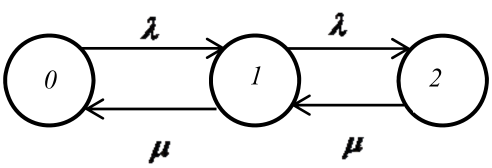
Рис. 9.8. Граф состояний дублированной группы с восстановлением для определения вероятности безотказной работы при нагруженном резерве

Вторая группа показателей – показатели ремонтопригодности определяются по графам состояний, у которых нет поглощающего состояния и дублированная группа после восстановления хотя бы одного элемента вновь переходит в работоспособное состояние.

Графы состояний для возможных ситуаций в дублированной группе с восстановлением при одном и двух ремонтных органах, расчётные формулы, полученные по методике, рассмотренной в главе 8, приведены в табл. 9.3.

Таблица 9.3

Графы состояний и расчётные формулы показателей надёжности восстанавливаемой дублированной системы

Граф состояний	Расчётные формулы показателей надёжности
	***Нагруженный резерв: одна ремонтная бригада Показатели безотказности*** $P_{\text{Д}}(t)=\frac{a+b}{2a}e^{\left[-\frac{1}{2}(b-a)t\right]}+\frac{a-b}{2a}e^{\left[-\frac{1}{2}(a+b)t\right]};$ $a=\sqrt{\mu^2+6\lambda\mu+\lambda^2},\ b=\mu+3\lambda,$ $T_{\text{Д}}=\frac{3\lambda+\mu}{2\lambda^2}=\frac{1+3M}{2M}T;\ M=\frac{\lambda}{\mu}.\ T=\frac{1}{\lambda}.$ $P_{\text{Д}}(t)\approx e^{-\frac{t}{T_{\text{Д}}}}$ *при* $M<1.$
	***Нагруженный резерв: Показатели ремонтопригодности одна ремонтная бригада*** $K_{\text{Г.Д.}}=p_0+p_1=\frac{1+2M}{1+2M+2M^2};$ *две ремонтные бригады* $K_{\text{Г.Д.}}=1-\left(\frac{M}{1+M}\right)^2=\frac{1+2M}{1+2M+M^2}.$
	***Ненагруженный резерв: одна ремонтная бригада Показатели безотказности*** $P_{\text{Д}}(t)=\frac{a+b}{2a}e^{\left[-\frac{1}{2}(b-a)t\right]}+\frac{a-b}{2a}e^{\left[-\frac{1}{2}(a+b)t\right]};$ $a=\sqrt{\mu^2+4\lambda\mu},\ b=\mu+2\lambda,$ $T_{\text{Д}}=\frac{2\lambda+\mu}{\lambda^2}=\frac{1+2M}{M}T.$
	***Ненагруженный резерв: Показатели ремонтопригодности одна ремонтная бригада*** $K_{\text{Г.Д.}}=p_0+p_1=\frac{1+M}{1+M+M^2}.$

Более подробно вопросы определения надёжности при резервировании восстанавливаемых объектов рассмотрены, например, в [2, 3, 15].

9.4. Расчет надежности систем с временным резервированием

9.4.1. Основные источники временной избыточности в системах, виды временного резерва

Достаточно эффективным способом повышения надежности технических систем и устройств является использование временной избыточности. При наличии временной избыточности на выполнение системой какой-либо работы отводится время, *заведомо большее, чем минимально необходимое*. В качестве основных источников временной избыточности в системах чаще всего используются следующие источники [2, 20]:

- *Особенности функционирования самого объекта*. К таким объектам относятся дискретные объекты, связанные с получением, обработкой и передачей информации в дискретные моменты времени;
- *Инерционность процессов (нагрев, охлаждение, расход и т*. д.). Резерв времени определяется скоростью протекания этих процессов;
- *Алгоритмы использования объектов*. Существует ряд объектов, у которых резерв времени предусмотрен алгоритмом их использования. К таким объектам, например, относятся объекты со случайной нагрузкой, поступающей в случайные моменты времени;
- *Введение запаса производительности за счёт увеличения быстродействия*. При этом появляется возможность уменьшить время выполнения задания и создать резерв времени без увеличения оперативного времени;
- *Использование внутренних запасов выходной продукции*. Это характерно для многофазных объектов, результат работы которых оценивается объёмом производимого продукта. Для хранения запасов в таких системах должны быть предусмотрены специальные накопители: запоминающие устройства, резервуары, бункеры и т. д.

В настоящее время существует достаточно много различных видов временного резервирования, которые можно классифицировать следующим образом:

- *По способу пополнения времени различают временной резерв:*
  – *пополняемый*, когда после восстановления работы системы резерв времени увеличивается по определённому закону.
  Пополняемый резерв может быть *мгновенно пополняемым и постепенно пополняемым; не пополняемый; комбинированный.*
- *По возможности использования резерва времени для восстановления:*
  без ограничений, когда есть возможность израсходовать весь резерв времени на восстановление и устранение последствий отказа;

с ограничением на время каждого восстановления работоспособности системы; *со сложными ограничениями.*

Возможны два варианта использования систем с временной избыточностью:

- *когда выполненный объем работы при наступлении отказа обесценивается;*
- *когда может происходить накопление работы, т. е. выполненный объем работы при наступлении отказа не обесценивается.*

Первый вариант временного резервирования является наиболее простым и в тоже время часто используемым. Поэтому здесь рассмотрим этот вариант.

9.4.2. Расчёт показателей надёжности системы с мгновенно пополняемым резервом с обесцениванием выполненного объёма работы

Пусть отказ системы или устройства обесценивает работу, выполненную ими до момента наступления отказа. В этом случае работа будет все-таки выполнена в полном объеме, если после отказа произойдет восстановление системы и оставшегося времени будет достаточно, чтобы, начав выполнение работы с самого начала, завершить ее в установленное время. При этом, возможно несколько отказов, после каждого из которых система восстанавливается и работа начинается с начала. Так будет до тех пор, пока работа не будет все-таки выполнена в полном объеме либо не будет исчерпан ресурс времени.

В качестве *характеристик надежности системы с временной избыточностью* целесообразно выбрать следующие [2]:

- *вероятность* $P(t, v)$ выполнения за заданное время t работы объемом v. Объем работы измеряется минимально необходимой продолжительностью ее выполнения при условии отсутствия отказов технического обеспечения. Очевидно, $v<t$;
- *среднее время* $T_{t.v.}$, затрачиваемое на выполнение работы объемом v на заданном промежутке времени t.

Рассмотрим определение указанных характеристик для системы с не пополняемым резервом. Пусть работа, которая должна быть выполнена системой, имеет объем (продолжительность) v. На выполнение этой работы отводится время t. При этом интервал v укладывается в промежуток t целое число раз, т. е. $n=t/v$.

Будем считать, что проверка исправности системы происходит в конце промежутка времени v. Если первая проверка установит отсутствие отказа, то работа считается успешно завершенной. В противном случае, работоспособность системы *полностью и мгновенно* восстанавливается и работа начинает выполняться с начала, после чего следует вторая проверка и т. д. В соответствии с таким режимом работы системы может быть построен следующий ряд распределения времени выполнения работы:

t_i	v	$2v$	…	nv
P_i	p	$(1–p)p$	…	$(1–p)^{n–1}p$

где t_i – возможные значения времени выполнения работы ($i=1, ..., n$), P_i – вероятность выполнения работы за время t_i, $p=p(v)$ – вероятность безотказного выполнения работы в течение промежутка времени v. Поскольку работа может быть выполнена за время v либо за время $2v$ и т. д., причем события $t_P = t_i$; (t_P – случайное время выполнения работы) являются событиями несовместными, то, применяя теорему сложения вероятностей, получим:

$$P(t,v) = p + (1-p)p + ... + (1-p)^{n-1}p. \tag{9.18}$$

Воспользовавшись формулой для суммы геометрической прогрессии, окончательно получим:

$$P(t,v) = 1 - (1-p)^n. \tag{9.19}$$

Отметим, что полученный результат совпадает с формулой для *нагруженного (n–1)-кратного резерва.* Однако в данном случае необходимая надежность обеспечивается не дополнительным включением *n–1* объектов, кроме основного, а за счет выделения дополнительного времени на выполнение работы одним объектом.

Определим теперь среднее время, затрачиваемое на выполнение работы объемом v на заданном промежутке времени t. Эта характеристика может быть найдена как математическое ожидание случайной величины t_P – случайного времени выполнения работы:

$$T_{t,v} = vp + 2vp(1-p) + 3vp(1-p)^2 + ... + nvp(1-p)^{n-1}.$$

Определяя сумму ряда, состоящего из геометрических прогрессий, окончательно получим

$$T_{t,v} = v\frac{1-(1-p)^n(1+np)}{p}. \tag{9.20}$$

Более подробно вопросы временного резервирования, в том числе, для более сложных вариантов временного резерва рассмотрены в [20].

10. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЁЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

10.1. Методы планирования регламентных проверок и профилактических работ

Организация эксплуатации изделий и систем существенным образом влияет на их надёжность. Среди мероприятий, направленных на повышение *эксплуатационной надёжности* систем важное место отводится ***техническому обслуживанию.***

Под техническим обслуживанием (ТО) понимается комплекс организационных и технических мероприятиё, направленных на предупреждение отказов, на обеспечение их исправного состояния в процессе эксплуатации и готовности к их использованию.

К основным задачам *технического обслуживания* относятся:

- *Предупреждение ускоренного износа и старения объектов;*
- *Поддержание основных технических характеристик элементов и систем на заданном уровне;*
- *Продление межремонтных сроков эксплуатации систем.*

Основу *технического обслуживания* составляют *профилактические работы или обслуживание и регламентные проверки.* При этом:

Профилактическое обслуживание – это система предупредительных мер, направленных на снижение вероятности возникновения отказов (технические осмотры, регулировка, замена комплектующих элементов, восстановление защитных покрытий, смазка, чистка и т. д.).

Профилактическое обслуживание может быть организовано по принципу:

- *регламентного обслуживания;*
- *календарного обслуживания;*
- *комбинированного обслуживания.*

Регламентное обслуживание – *обслуживание, которое проводится по достижении параметрами изделия некоторых регламентированных показателей.*

Этот вид обслуживания применяется тогда, когда известна связь работоспособности изделия и показателей некоторых его технических параметров, например, силы тока, напряжения, сопротивления, яркости и т. д. Эти параметры изделий называются ***главными параметрами***.

Если *главный параметр*, определяющий работоспособность изделия – *время,* в течение которого изделие эксплуатируется или хранится, то профилактическое обслуживание назначается в строго определённые календарные сроки вне зависимости от состояния изделия. Такое профилактическое обслуживание называется *регламентными календарными проверками или календарными регламентами.* К ним относятся [2]:

Регламент 1-й – ежедневный, основная цель которого состоит в выявлении и устранении дефектов, возникающих случайно во времени и в устранении причин, которые могут привести к появлению отказов в последующие сутки эксплуатации;

Регламент 2-й – недельный, включающий объём работ первого регламента и проверку функционирования системы во всех режимах;

Регламент 3-й – месячный, включающий объёмы работ предыдущих регламентов и отличающийся более глубокой проверкой компонент системы с целью выявления неисправностей, накапливаемых в течение месяца. Проводится пополнение израсходованных элементов в индивидуальном ЗИПе (ЗИП – *запасное имущество и принадлежности*), заполнение эксплуатационной документации;

Регламент 4-й, квартальный, включающий объёмы работ предыдущих регламентов, а также проверку состояния компонент системы, коммутационных цепей, элементов, а также измерение их параметров и характеристик;

Регламент 5-й, полугодовой, включающий объёмы работ предыдущих регламентов и сочетающий полугодовое техническое обслуживание и сезонные смазочные работы. Время проведения этого регламента определяется с учётом климатических условий эксплуатации системы;

Регламент 6-й, годовой, включающий объёмы работ предыдущих регламентов, обычно, совмещаемый со временем проведения пятого регламента, и предусматривающий наиболее полную инструментальную проверку параметров и характеристик компонент системы и определение возможности дальнейшей её эксплуатации в течение следующего года. При проведении этого регламента обязательно проверяется исправность и укомплектованность ЗИПа, контролируется ведение формуляров и журналов учёта регламентных работ и контроля технического состояния системы.

10.2. Количественные показатели эффективности профилактических работ и регламентных проверок

Количественная оценка эффективности профилактических работ (ПР) позволяет оценить эффективность работы обслуживающего персонала, сравнивать работу различных коллективов или бригад, прогнозировать состояние системы и корректировать сроки проведения ПР. С этой целью вводятся следующие показатели эффективности профилактических работ [2, 3]:

- *показатель эффективности ПР;*

- *коэффициент эффективности ПР;*
- *объём ПР;*
- *средняя продолжительность ПР;*
- *коэффициент технического использования системы.*

Рассмотрим кратко каждый из перечисленных выше показателей эффективности ПР.

Показателем эффективности ПР, который обозначается W, называется отношение наработки на отказ профилактируемой системы $T_{ср.пф}$ к наработке на отказ аналогичной системы, не подвергшейся профилактике $T_{ср}$, т. е.

$$W = T_{српф} / T_{ср}. \tag{10.1}$$

Прирост наработки на отказ профилактируемой системы обусловлен своевременным предотвращением отказов, которые могли бы появиться в ней при работе. Очевидно, чем больше W, тем система будет надёжнее при эксплуатации.

Коэффициент эффективности ПР определяется выражением:

$$k_{Эпф} = \frac{n_{Впф}}{n_{Впф} + n}, \tag{10.2}$$

где $n_{Впф}$ – число отказов, выявленных при проведении ПР. Значение $n_{Впф}$ выбирается из журнала эксплуатации системы, куда должны записываться все выявленные при проведении ПР неисправности, которые могли бы привести к отказу системы при её эксплуатации;
n – число отказов, возникших в системе при её эксплуатации после проведения профилактических работ.

Из формулы (10.2) видно, что $k_{Эпф}$ изменяется от *0* до *1*. При $k_{Эпф} = 0$ – ПР либо не проводятся, либо не достигают поставленной цели, при $k_{Эпф} = 1$ – достигается *100* – процентная эксплуатационная надёжность системы после проведения ПР.

Между показателем эффективности ПР и коэффициентом эффективности ПР существует тесная связь. Действительно:

$$W = \frac{T_{Српф}}{T_{Ср}} = \frac{t/n}{t/\left(n_{Впф} + n\right)} = \frac{\left(n_{Впф} + n\right)}{n} = \frac{1}{\frac{n}{\left(n_{Впф} + n\right)} + 1 - 1} = \frac{1}{1 - k_{Эпф}}, \tag{10.3}$$

где t – какой-то календарный срок эксплуатации системы.

Из формулы (10.3) следует:

$$T_{Српф} = \frac{T_{Ср}}{1 - k_{Эпф}}; \quad при \;\; k_{Эпф} \to 1 \quad T_{Српф} \to \infty, \tag{10.4}$$

что свидетельствует о существенном повышении надёжности системы за счёт проведения профилактических работ.

Объёмом профилактических работ называется число k проводимых на системе и её компонентах контрольных, регулировочных и других операций, направленных на предупреждение и выявление отказов.

Средняя продолжительность профилактических работ $\tau_{пф}$ *– величина, определяемая соотношением:*

$$\tau_{пф} = \sum_{ш=1}^{m} \tau_i, \tag{10.5}$$

где τ_i – средняя продолжительность i – ой профилактической операции. Уменьшить $\tau_{пф}$ можно либо уменьшением *k,* либо уменьшением τ_i. При заданном объёме ПР снизить их продолжительность можно за счёт использования методов и средств технического диагностирования, существенно уменьшающих время, затрачиваемое на поиск неисправности и контроль параметров системы.

Коэффициент технического использования определяется выражением:

$$K_{ТИ} = \frac{T_{Ср}}{T_{Ср} + T_В + \tau_{пф}}, \tag{10.6}$$

где $T_{Ср}$ – средняя наработка на отказ системы; $T_В$ – среднее время восстановления системы.

Коэффициент технического использования является более общей характеристикой, чем коэффициент готовности, так как он учитывает и время проведения профилактических работ. Поэтому этот показатель целесообразно применять для оценки вероятности готовности к работе непрерывно работающих систем.

10.3. Статистическая оценка времени проведения профилактических работ

Сущность метода состоит в том, что, на основе статистических оценок одного из определяющих работоспособность системы параметров, производится прогнозирование момента её отказа [2, 20]. При этом *определяющим параметром системы называется такой наблюдаемый параметр, который однозначно характеризует её техническое состояние,* например, выходная или потребляемая мощность, точность и т. д.

Этот параметр должен измеряться или определяться непрерывно или в дискретные моменты времени.

Для каждого определяющего параметра $x(t)$ устанавливаются *эксплуатационные допуски* α, β, в которых он может находиться в работоспособном состоянии, т. е., $\alpha < x(t) < \beta$.

Опыт эксплуатации систем показывает, что плотность распределения определяющего параметра подчиняется нормальному закону распределения, параметры же распределения – математическое ожидание $m(t)$ и дисперсия $D(t)$ являются функциями времени. Поэтому выражение для плотности распределения будет иметь вид:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)} \exp\left[-\frac{\left[x(t) - m(t)\right]^2}{2\sigma^2(t)}\right]. \tag{10.7}$$

Вероятность исправного состояния системы, т. е. вероятность нахождения определяющего параметра в пределах допусков для любого момента времени может быть определена по формуле:

$$P(t) = P\left[\alpha < x(t) < \beta\right] = \varPhi\left[\frac{\beta - m^*(t)}{\sigma^*(t)}\right] - \varPhi\left[\frac{\alpha - m^*(t)}{\sigma^*(t)}\right], \tag{10.8}$$

где $m^*(t) = \sum_{i=1}^{n} x_i(t)/n$ – статистическая оценка математического ожидания параметра $x(t)$ в момент времени t; $\sigma^*(t) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i-1}^{n}\left[x_i(t) - m^*(t)\right]^2}$ – статистическая оценка среднего квадратичного отклонения параметра $x(t)$ в момент времени t; $\varPhi(u)$ – табулированная функция Лапласа. Графически суть метода представлена на рис. 10.1.

$$x(t), m(t), \sigma(t).$$

На рисунке: m_0, σ_0 – номинальное значение определяющего параметра и его квадратичного отклонения в момент времени $t = 0$; m_α, σ_α – значение определяющего параметра и его квадратичного отклонения в момент отказа системы; φ, φ_1 – углы наклонов зависимостей $m(t), \sigma(t)$, соответственно; $f(x)$ – плотности нормального распределения определяющего параметра. Линейное представление изменения математического ожидания и среднеквадратичного отклонения определяющего параметра $x(t)$ хорошо согласуется с практикой и значительно упрощает решение поставленной задачи.

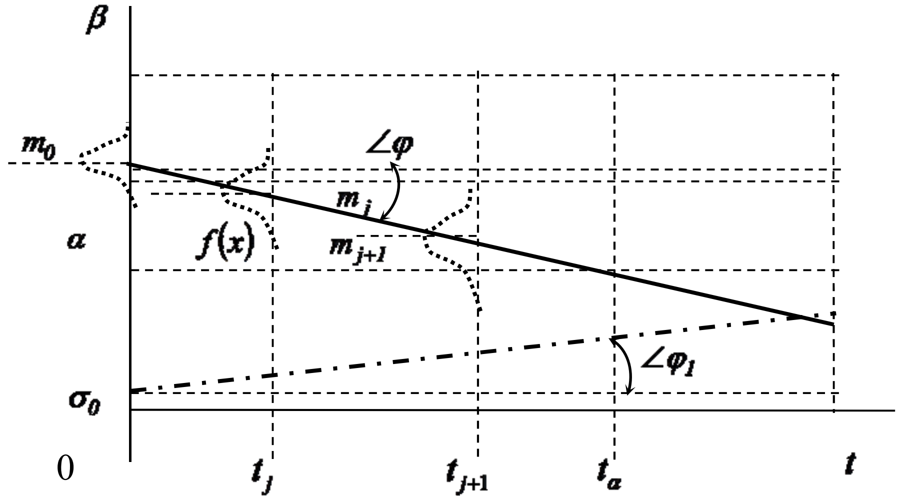


Рис. 10.1 Изменение параметров распределения определяющего параметра

Рассмотрим случай, чаще всего встречающийся на практике, когда значение определяющего параметра изменяется в одну сторону, приближаясь к нижнему пределу α, как показано на рис. 10.1, и для него установлен односторонний допуск $\alpha < x(t) < \infty$. Тогда выражение для определения вероятности $P(t)$ получим из выражения 10.8, подстановкой в него $\beta = \infty$:

$$P(t) = P\left[\alpha < x(t) < \infty\right] = 0,5 + \Phi(z), \tag{10.9}$$

где $z = [m(t) - \alpha]/\sigma(t)$ – модуль квантиля нормального распределения.

Из рис. 10.1 можно получить:

$$\begin{aligned} m(t) &= m_0 + t \cdot tg\varphi; \\ \sigma(t) &= \sigma_0 + t \cdot tg\varphi_1, \end{aligned} \tag{10.10}$$

где m_0, σ_0 – номинальное значение определяющего параметра и его квадратичного отклонения в момент времени t=0 могут быть определены по соотношениям:

$$m_0^* = \sum_{i=1}^{n} x_i(0)/n, \;\; \sigma_0^* = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i-1}^{n}\left[x_i(0) - m_0^*\right]^2}. \tag{10.11}$$

Из рис. 10.1 видно, что

$$tg\varphi = \frac{m_{j+1} - m_j}{t_{j+1} - t_j};$$

$$tg\varphi_1 = \frac{\sigma_{j+1} - \sigma_j}{t_{j+1} - t_j}.$$

Тогда ***задача прогнозирования времени проведения профилактических работ*** t_α ***решается в следующей последовательности:***

1) *задаётся численное значение прогнозируемой вероятности безотказной работы* $P_{прог}$*;*
2) *определяется* $\Phi(z)=P_{прог}-0{,}5$*;*
3) *по таблицам для функции Лапласа определяется значение квантиля z для найденного значения Φ(z);*
4) *из выражения для квантиля z, с учётом (10.11), находим*

$$z=\frac{m_0+t_{пф}\cdot tg\varphi-\alpha}{\sigma_0+t_{пф}\cdot tg\varphi_1}, \qquad t_{пф}=\frac{m_0-\alpha-z\cdot\sigma_0}{z\cdot tg\varphi_1-tg\varphi}. \tag{10.12}$$

10.4. Определение параметров технического обслуживания при явных и не явных отказах

В рассмотренном выше методе определения интервалов проведения профилактических работ в явной форме не учитываются экономические последствия таких назначений. В прикладной теории надёжности разработаны методы определения параметров технического обслуживания (ТО), обеспечивающие минимальные приведённые затраты на обеспечение функционирования системы [3]. Все отказы по форме их проявления и обнаружения можно разделить на две группы: *явные и не явные.*

Явные отказы – это отказы, которые выявляются практически мгновенно.

Не явные отказы – это отказы, которые выявляются только при проведении технического обслуживания системы, а между отказом и проведением ТО проходит случайное время.

10.4.1. Определение параметров технического обслуживания при явных отказах

Рассмотрим систему или устройство, у которых имеется только один вид отказов – явные, которые могут быть предупреждены некоторым набором операций ТО.

Обслуживание проводится через интервал времени γ*, если на интервале, предшествующем обслуживанию не было отказа (при обслуживании проводится полное обновление свойств системы или устройства).*

Если до момента обслуживания был отказ, то после него сразу выполняется восстановление, а график ТО перепланируется.

Очевидно, обновление свойств системы или устройства будет происходить через время или γ, или T – время средней наработки до отказа объекта, как показано на рис. 10.2.

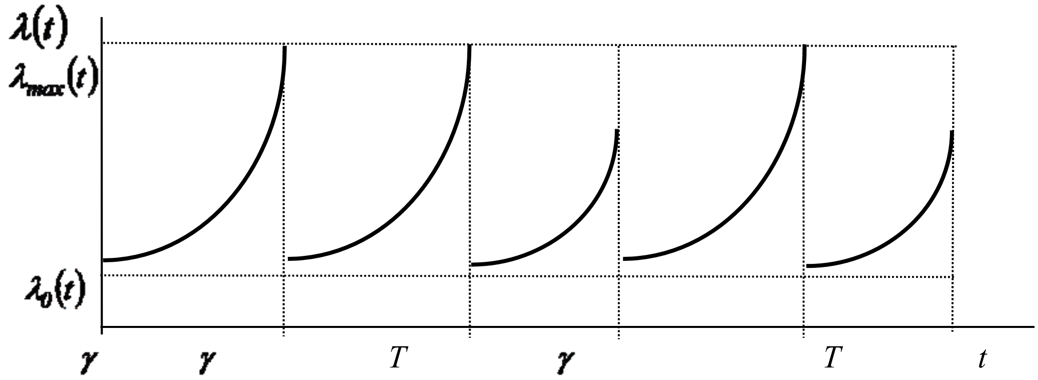


Рис. 10.2. График проведения ТО при явных отказах

Пусть известна функция распределения $Q(t)$ наработки до отказа T системы. *В качестве критерия для расчёта периодичности планового ТО примем минимум средних удельных потерь от отказов и планового ТО.*

Будем рассматривать процесс на бесконечном интервале времени. В этом случае *средние удельные потери будут равны средним удельным потерям на интервале между обновлениями*.

Обозначим через C_1 среднюю стоимость всех затрат, связанных с отказом и последующим восстановлением отказавшего устройства. Сюда также входят потери, связанные с ухудшением работы технологического оборудования. Среднюю стоимость всех затрат, связанных с проведением *планового ТО* обозначим через C_2.

На интервале между обновлениями средние потери $S(\gamma)$ будут равны:

$$S(\gamma) = C_1 \cdot P\{T < \gamma\} + C_2 \cdot P\{T \geq \gamma\} \qquad (10.13)$$

или

$$S(\gamma) = C_1 \cdot Q(\gamma) + C_2 \cdot [1 - Q(\gamma)]. \qquad (10.14)$$

Величина интервала между обновлениями будет равна:

$$T_{обн} = \begin{cases} T, & если T < \gamma; \\ \gamma, & если T \geq \gamma. \end{cases} \qquad (10.15)$$

Из (10.15) следует, что математическое ожидание интервала между обновлениями будет равно:

$$M[T_{обн}] = \int_0^{\gamma} t \cdot Q'(t)dt + \gamma \cdot [1 - Q(\gamma)] = \int_0^{\gamma} P(t)dt. \qquad (10.16)$$

Как следует из (10.16), если $P(t) = 1$, то $M[T_{обн}] = \gamma$.

Тогда средние удельные потери будут равны:

$$S_{уд}(\gamma)=\frac{S(\gamma)}{M[T_{обн}]}=\frac{C_1\cdot Q(\gamma)+C_2\cdot[1-Q(\gamma)]}{\int\limits_0^{\gamma}[1-Q(t)]dt}. \qquad (10.17)$$

Дифференцируя (10.17) по γ и приравнивая производную нулю, получим соотношение для определения $\gamma_{опт}$.

$$\frac{C_2}{C_1-C_2}=-Q(\gamma_{опт})+\lambda(\gamma_{опт})\cdot\int\limits_0^{\gamma_{опт}}[1-Q(t)]dt. \qquad (10.18)$$

Достаточными условиями существования одного положительного вещественного корня уравнения (10.18) являются:

1) $C_1 > C_2$, т. е., средняя стоимость всех затрат, связанных с отказами должна быть больше стоимости затрат на ТО;
2) $\frac{d\lambda(t)}{dt}>0$, т. е., интенсивность отказов монотонно возрастает;
3) $\lambda(t)\to\infty$ *при* $t\to\infty$.

Таким образом, при явных отказах ТО эффективно, если $\lambda(t)$ – возрастающая функция, что будет, например, при распределении Вейбулла, или нормальном распределении времени безотказной работы.

Если $\lambda(t)=const$, то обслуживание не выгодно, так как безотказность остаётся на постоянном уровне, а техническое обслуживание требует затрат. Это следует из того, что экспоненциальное распределение описывает внезапные отказы, не связанные со старением или накоплением повреждений.

Если $\lambda(t)$ – убывающая функция, то в этом случае техническое обслуживание при явных отказах снижает безотказность и, следовательно, является не целесообразным.

10.4.2. Определение параметров технического обслуживания объектов при не явных отказах

Рассмотрим систему, у которой имеется только один вид отказа – не явный, который может быть выявлен только при техническом обслуживании, проводимом через интервалы времени γ.

Обозначим через C_2 среднюю стоимость затрат, связанных с проведением ТО. Будем считать, что после ТО происходит полное обновление свойств устройства или системы.

Если в момент γ проведения ТО обнаруживается не явный отказ, то должно быть проведено восстановление системы с полным обновлением, стоимость которого обозначим через C_3.

Будем считать, что потери от скрытого отказа, связанные с *утратой функциональных возможностей системы* полностью или частично, являются линейной функцией времени, в течение которого она находилась в неработоспособном состоянии. Обозначим для этой ситуации удельные потери в единицу времени через C_4. Будем также считать, что функция распределения $Q(t)$ наработки до скрытого отказа известна.

В отличие от явных отказов здесь и при *экспоненциальном распределении целесообразно* проведение технического обслуживания. Эффект от него заключается в уменьшении времени, в течение которого система не работоспособна.

В качестве критерия для расчёта периодичности ТО, как и выше, примем минимум средних удельных потерь $S_{уд}$ от отказов и планового ТО.

По аналогии с ранее рассмотренным случаем на интервале между обновлениями средние потери будут равны:

$$S(\gamma)=C_4\cdot\int\limits_0^{\gamma} t\cdot f(\gamma-t)\,dt+C_3\cdot P\{T<\gamma\}+C_2\cdot P\{T\geq\gamma\}. \qquad (10.19)$$

В этом выражении: *первое* слагаемое соответствует потерям, связанным с ухудшением работы технологического объекта во время скрытого отказа; *второе* – затратам на восстановление при обнаружении при техническом обслуживании скрытого отказа; *третье* – затратам на ТО при условии, что восстановление не проводилось.

Уравнение (10.19) можно переписать в виде:

$$S(\gamma)=C_4\cdot\int\limits_0^{\gamma} Q(t)\,dt+C_2+(C_3-C_2)\cdot Q(\gamma). \qquad (10.20)$$

Средние удельные потери $S_{уд}(\gamma)$ определим, отнеся $S(\gamma)$ к длине интервала между обновлениями γ, учитывая что при неявных отказах $\gamma=const$. Тогда

$$S_{уд}(\gamma)=\gamma^{-1}\cdot C_4\cdot\int\limits_0^{\gamma} Q(t)\,dt+C_2+(C_3-C_2)\cdot Q(\gamma). \qquad (10.21)$$

Дифференцируя функцию $S_{уд}(\gamma)$ по γ и приравнивая производную нулю, получаем уравнение

$$\frac{C_2}{C_3-C_2}=-Q(\gamma)+\gamma\cdot a(\gamma)+\frac{C_4}{C_3-C_2}\cdot\left[\int\limits_0^{\gamma} P(t)\,dt-\gamma\cdot P(\gamma)\right], \qquad (10.22)$$

где $a(\gamma)=\left.\frac{dQ(t)}{dt}\right|_{t=\gamma}$ – частота отказов в момент проведения ТО.

Положительный вещественный корень уравнения (10.22) является оптимальным периодом проведения технического обслуживания системы при неявных отказах.

10.5. Расчёт необходимого количества запасного имущества и приборов (ЗИП) для устройств и систем

ЗИП – запасное имущество и приборы, придаваемые системам и устройствам с целью обеспечения их ремонта в процессе эксплуатации.

Практика показывает, что затраты на систему ЗИП сравнимы с затратами на изделие, поэтому возникает задача расчёта системы ЗИП, обеспечивающей заданный уровень надёжности изделия при минимальных затратах[3].

Практически любой используемый ЗИП можно построить из следующих комплектов:

- *одиночный комплект ЗИП (ЗИП–О);*
- *групповой комплект ЗИП (ЗИП–Г);*
- *ремонтный комплект ЗИП (ЗИП–РО).*

При этом:

Одиночный комплект ЗИП (ЗИП–О) – *это комплект запасных конструктивных элементов, придаваемый непосредственно изделию с целью обеспечения его надёжности при длительном использовании.*

Групповой комплект ЗИП (ЗИП–Г) – *это комплект, придаваемый группе изделий для пополнения одиночных комплектов по мере их расходования, или для обеспечения надёжности изделий по тем типам элементов, которые отсутствуют в номенклатуре одиночных комплектов ЗИП.*

Ремонтный комплект ЗИП (ЗИП–РО) – *это комплект ЗИП ремонтного органа, придаваемый ему с целью обеспечения работоспособности при обслуживании изделия.*

В существующих системах технического обслуживания используются два основных принципа создания ЗИПов:

- поставкой комплектов ЗИП;
- россыпью.

Схемы формирования одиночного и группового комплектов ЗИП показаны на рис. 10.3.

Модель работы системы с ЗИП, в простейшем случае, соответствует модели работы системы, резервированной замещением (не нагруженный резерв). Вероятность безотказной работы системы в этом случае определяется выражением

$$P_C(t) = e^{-\lambda_c t} \cdot \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_C t)^i}{i!}, \qquad (10.23)$$

где m – число резервных элементов в системе, λ_C – интенсивность отказов резервируемых элементов.

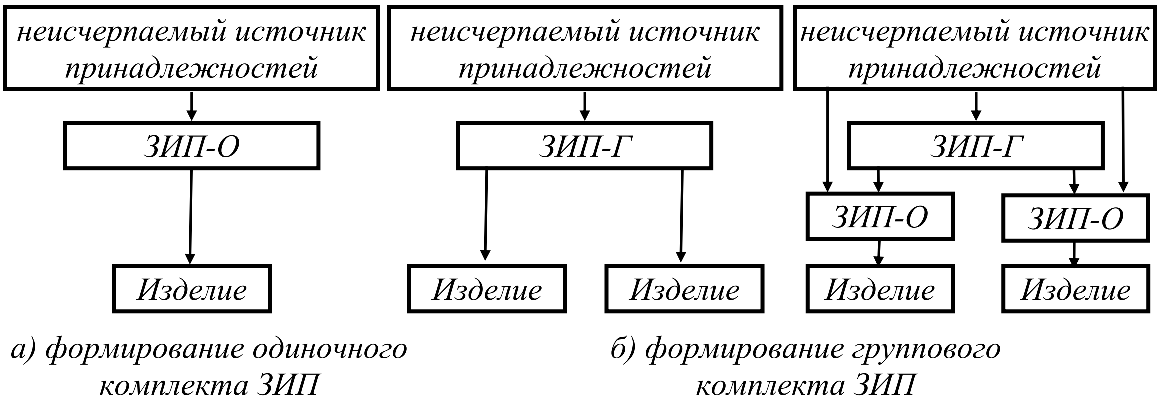


Рис. 10.3. Схемы формирования одиночного и группового комплектов ЗИП

Приведённое выражение можно использовать для расчёта необходимого количества элементов ЗИПа, если под m понимать число элементов в ЗИПе конкретного наименования, а под временем t – время, на которое рассчитывается ЗИП, или *время пополнения ЗИП* – t_n.

Пусть система состоит из n групп элементов. Каждая j-*я* группа, $j = \overline{1,n}$, в свою очередь, состоит из N_j элементов, причём, λ_j – интенсивность отказов элементов j-*й* группы.

Считается, что в системе с ЗИПом все группы равно надёжны и имеют основное соединение, т. е. отказ любой группы приводит к отказу системы в целом. Тогда справедливо соотношение:

$$P_C(t) = P_j^n(t). \qquad (10.24)$$

Таким образом, если вероятность безотказной работы системы задана, то вероятность безотказной работы j-*й* группы элементов будет равна:

$$P_j(t) = \sqrt[n]{P_C(t)} \approx 1 - \frac{1 - P_C(t)}{n}. \qquad (10.25)$$

Интенсивность отказов элементов j-*й* группы с учётом числа элементов в группе будет равна:

$$\lambda_{ГРj} = N_j \lambda_j. \qquad (10.26)$$

Тогда, с учётом (10.23), можно записать

$$P_j(t) = e^{-N_j\lambda_j t} \cdot \sum_{i=0}^{m} \frac{(N_j\lambda_j t)^i}{i!}. \qquad (10.27)$$

Из (10.27) можно найти число m – количество элементов, которое необходимо иметь в ЗИПе для обеспечения эксплуатации системы с заданной надёжностью в течение заданного промежутка времени – времени пополнения ЗИПа.

На практике расчёт ЗИПа проводится из следующих рассуждений:

Пусть λ – интенсивность отказов элемента группы, t_n – время пополнения ЗИПа. Очевидно, чем больше λ и t_n, тем большее количество запасных элементов потребуется при эксплуатации изделия. Для пуассоновского потока отказов вероятность того, что число отказов за время t будет не больше m, равна:

$$P_{n\le m}(t) = \sum_{n=0}^{m} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}. \qquad (10.28)$$

Вероятность того, что число отказов за время t будет больше m, равна:

$$P_{n>m}(t) = \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda\cdot t} = 1 - P_{n\le m}(t). \qquad (10.29)$$

Значения $P_{n>m}(t)$, определяющие вероятность того, что число отказавших элементов за время t_n будет больше числа элементов, находящихся в ЗИПе, называются *степенью недостаточности ЗИПа*.

Значения $P_{n\le m}(t) = 1 - P_{n>m}(t)$ называются *степенью достаточности ЗИПа*.

Степень достаточности ЗИП задаётся, обычно, в пределах $0{,}9 \div 0{,}99$.

Исходя из выше сказанного, процедура определения числа запасных элементов некоторого *j-го* типа для случая, когда элементы после отказа не восстанавливаются, может быть определена следующим образом.

Пусть заданы для элементов j-й группы: λ_j – интенсивность отказов одного элемента группы; t_{nj} – время пополнения ЗИПа; N_j – число элементов в j-й группе; $P_{дост}$ – достаточность ЗИПа.

Определим значение суммарной интенсивности отказов элементов *j-й* группы $\lambda_{ГPj} = N_j \lambda_j$.

Далее, по результатам расчёта по формулам (10.28), (10.29), а также с учётом того, что $P_{n=m}(t) = e^{-\lambda \cdot t} \cdot \frac{(\lambda t)^n}{n!}$, заполняется таблица.

m	*m=0*	*m=1*	……………	*M=m*
$P_{(n=m)}$	*P(0)*	*P(1)*	………………	*P(m)*
$P_{(n<m)}$	*P(0)*	*P(0)+ P(1)*	………………	

Если в ЗИП положить число элементов, равное *m*, то $P_{n\le m}$ будет определять *достаточность ЗИПа*.

Из полученной таблицы выбирается такое значение $P_{n\le m}$, которое не меньше заданного значения достаточности ЗИПа – $P_{дост}$. Соответствующее выбранному значению $P_{n\le m}$ значение *m* определяет необходимое значение элементов данной группы в ЗИПе. Следует иметь в виду, что если расчётное *m* равно *0*, то в ЗИП нужно поместить один элемент данной группы. Таблицы для расчёта необходимого количества элементов ЗИПа приведены во многих источниках, например, в [3].

Рассмотренная методика расчёта применяется для невосстанавливаемых элементов. Если элементы группы восстанавливаемы, то схема использования ЗИПа в этом случае будет иметь вид, представленный на рис. 10.4.

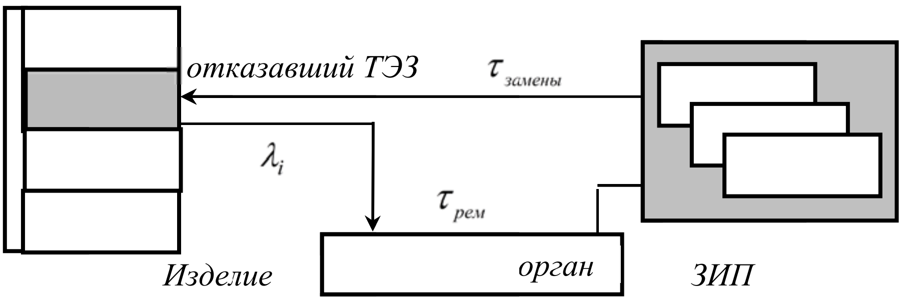


Рис. 10.4. Схема функционирования ЗИПа восстанавливаемых изделий

Отказ элемента происходит с интенсивностью λ_i. Отказавший элемент восстанавливается в ремонтном органе за время $\tau_{рем}$ и поступает затем на пополнение в ЗИП. Таким образом, для *восстанавливаемых элементов время пополнения ЗИПа принимается равным времени восстановления элементов в ремонтном органе.* Далее расчёт необходимого количества элементов в ЗИПе проводится также, как для невосстанавливаемых объектов.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под эксплуатационной надёжностью?
2. Назовите показатели эффективности профилактических работ.
3. Какие данные необходимы для статистической оценки времени проведения профилактических работ?
4. Назовите регламенты календарного обслуживания систем, определите их содержание.
5. Что понимают под явными и неявными отказами систем?
6. Почему при явных отказах техническое обслуживание систем не целесообразно, если отказы являются внезапными?
7. Чем отличается расчёт ЗИПа для невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов?
8. Как формируются группы элементов при расчёте ЗИПа?
9. Как определяются требования по надёжности к каждой группе элементов при заданной эксплуатационной надёжности системы?

11. НАДЁЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

11.1. Особенности оценки надёжности программного обеспечения технических систем

Надёжность современных технических систем, использующих вычислительные устройства (цифровые ЭВМ, контроллеры) определяется не только безотказной работой технических средств, но и программным обеспечением (ПО), не имеющим скрытых ошибок [1, 10, 11, 13].

Проблема надёжности ПО это проблема, включающая в себя следующие задачи:

- Оценка надёжности ПО;
- Определение факторов, влияющих на достижение заданного уровня надёжности ПО;
- Совершенствование методов повышения надёжности в процессе проектирования и эксплуатации разработанного ПО.

Исследование надёжности ПО в настоящее время развивается *в двух направлениях:*

- Обоснование интуитивного представления о надёжности ПО;
- Разработка методов, обеспечивающих достижение заданного уровня надёжности ПО.

Важным является определение понятия *надёжности ПО.*

Концептуальная модель типов воздействий на программу (П) со стороны техники (Т), операционной системы (ОС), информации (И) и человека (Ч) может быть представлена в следующем виде [10, 23]:

$$\langle П \rightarrow П,\ Т \rightarrow П,\ ОС \rightarrow П,\ И \rightarrow П,\ Ч \rightarrow П \rangle.$$

На рис. 11.1 представлена схема вычислительной среды, в которой функционирует ПО. Приведённая схема позволяет выделить, по аналогии с техническими системами, следующие четыре типа отказов.

Программный отказ, характеризующийся проявлением в программе ошибки, которая не была обнаружена ранее и возникла при каком-то конкретном сочетании исходных данных и команд, соответствующих спецификации.

Аппаратный отказ, который возникает в результате отказа или сбоя технических средств, или проявления ошибок в операционной системе, которые привели к искажению результата работы программы.

Информационный отказ, который возникает при ошибках в информации и искажает результат работы программы.

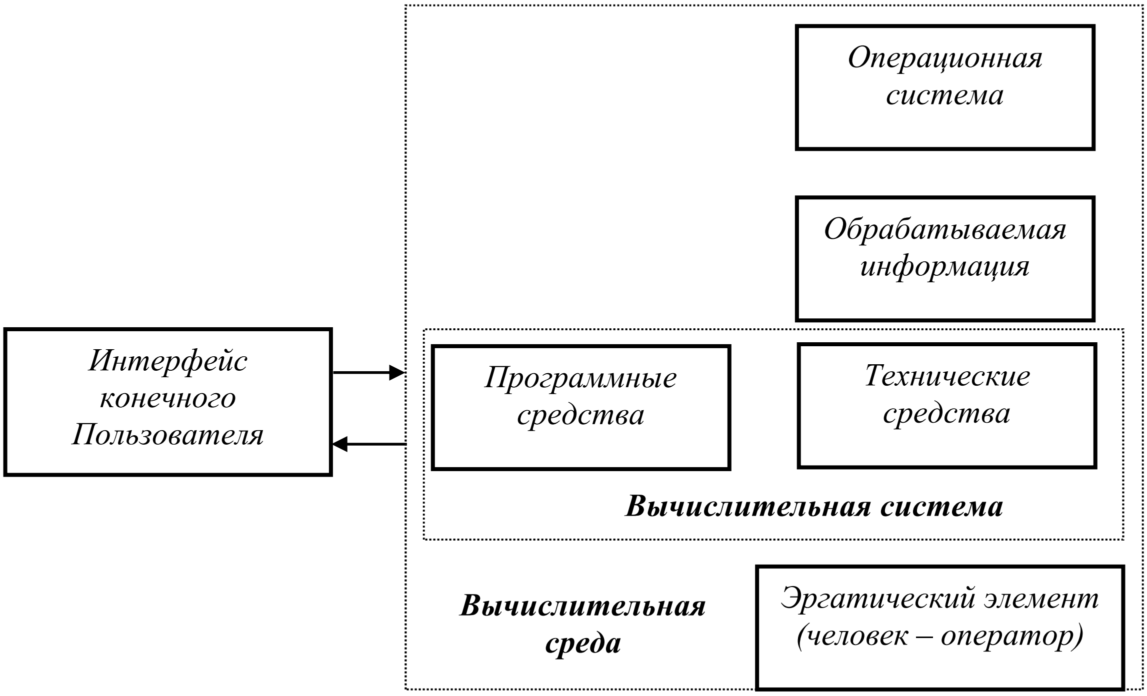


Рис. 11.1. схема вычислительной среды, в которой функционирует ПО

Эргатический отказ, который возникает из-за ошибки персонала и искажает результат работы программы.

При этом, *под ошибкой или дефектом в программе понимается такое сочетание команд, которое при правильных исходных данных и отсутствии воздействий типов Т→П, ОС→П, И→П, Ч→П даёт результат работы, не соответствующий эталонным значениям, заданным в технической документации* [10, 11, 13, 23].

В настоящее время при оценке надёжности ПО, как основной составляющей её качества доказывается, что надёжность программного обеспечения базируется на понятиях *корректности и устойчивости* комплекса программ или одиночной программы.

Программа считается ***корректной****, если она выполняет все запланированные действия и не имеет побочных эффектов.*

Понятие корректности базируется на тщательной *спецификации* требований пользователя. Возможна ситуация, *когда программа является корректной с точки зрения разработчика, но не корректной с точки зрения пользователя, так как предмет расхождений в оценке не был точно определён в требованиях к программе.*

Под устойчивостью программы понимается её способность правильно выполнять запланированные действия при наличии отказов в работе технических средств и ошибок в исходных данных. При оценке устойчивости программы должны быть заданы параметры окружающей среды, по отношению к которым программа должна быть устойчива.

С самого начала исследования надёжности ПО возникла необходимость определения *программной ошибки,* как аналога *отказа в технических системах*. В настоящее время не существует единого всеобъемлющего определения программной ошибки. Приведём некоторые наиболее часто используемые определения программной ошибки [6, 10, 13].

Программная ошибка происходит тогда, когда программа работает не в соответствии со своими спецификациями.

Недостаток данного определения: заранее предполагается, что спецификации корректны. Однако редко можно встретить явное подтверждение корректности спецификации, хотя практика показывает, что одним из главных источников ошибок являются спецификации.

Действительно: *если программа работает не в соответствии с её спецификациями, то это свидетельствует о присутствии ошибки, но если программа работает в соответствии со спецификациями, то нельзя утверждать, что ошибок в ней нет.*

Другие определения.

Ошибка происходит тогда, когда программа работает не в соответствии со спецификациями при условии, что она эксплуатируется в заранее определённых границах.

Ошибка имеет место тогда, когда работа программы не соответствует сопутствующей ей документации.

В наибольшей степени лишённым недостатков предыдущих определений и потому наиболее приемлемым является определение:

Программная ошибка имеет место тогда, когда программа работает не так, как предполагает пользователь.

Конечно, такое определение полностью устраивает пользователя, но не может устраивать разработчика ПО, если он точно не знает, что ожидает пользователь от программы.

Из изложенного выше следует, что программная ошибка не является неотъемлемым свойством программного обеспечения. *Наличие ошибки в программе – это функция от самой программы и от того, чего ждёт от неё пользователь.*

Определим некоторые наиболее часто встречающиеся *признаки* ошибок программного обеспечения [11].

Потеря функциональных возможностей. Этих ошибок можно избежать, если пользователь знает о их существовании. Но если пользователь не подозревает о их существовании, то они могут давать не правильные выходные результаты или другие программные ошибки.

Авария системы – это ошибки, определяемые такими признаками как зацикливание, останов системы без какой-либо индикации, ошибки, при которых программы должны быть перезагружены.

Программные ошибки пользователя – это те, которые вызывают неудачное завершение работы пользователя, «зависание» задачи в системе либо требование ресурсов, превышающих возможные.

Уничтожение данных – это ошибки, вызывающие потерю данных и, как следствие, неправильные выходные результаты.

Аварийный отказ прикладного программного обеспечения – это ошибки, останавливающие не систему в целом, а только один из её модулей или пакетов, который должен перезагружаться.

Нарушение защиты данных – когда пользователю открывается или закрывается не санкционированный доступ к файлам.

Снижение производительности – вызывается такими ошибками, как выделение лишних ресурсов или замедление операций ввода – вывода.

Программные ошибки могут быть разделены на ошибки, *обусловленные ограниченными возможностями программы* (отказ в получении результатов за заданное время или при заданных ограничениях по объёму вычислений) и на *логические ошибки* (выражаются в получении неправильных результатов, не взирая на время и объём вычислений).

В настоящее время имеется представительная статистика об ошибках ПО и их причинах. Частота появления некоторых типов ошибок, определённая по статистическим данным, приведена в табл. 11.1 [11].

Таблица 11.1

Частота появления некоторых типов ошибок

Причина ошибки	Частота появления, %
Неполное или ошибочное задание	28
Отклонение от задания	12
Пренебрежение правилами программирования	10
Ошибочная выборка данных	10
Ошибочная логика или последовательность операций	12
Ошибочные арифметические операции	9
Нехватка времени для решения	4
Неправильная обработка прерываний	4
Неправильные постоянные или исходные данные	3
Неточная запись	8
Ошибки в числовых значениях	12
Недостаточные требования к точности	4
Ошибочные символы или знаки	2
Ошибки оформления	15
Неправильное описание аппаратуры	2
Неполные или неточные основы разработки	52
Двусмысленность требований	13

Всесторонний анализ ошибок, встречающихся в программах, возможен только при наличии точных данных об отказах программ, причинах отказов, о самих программах и условиях их разработки. Эти данные являются основой для построения математических моделей надёжности программ с целью её оценки и прогнозирования, а также для нахождения путей её обеспечения и повышения.

Исходя из вышеизложенного, можно определить понятие надёжности программного обеспечения по аналогии с таким понятием для технических систем [10, 24].

Надёжность ПО – это его свойство выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных спецификациями эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонта, хранения и транспортирования.

Иначе говоря:

Надёжность ПО – это вероятность R(t) того, что программа какой-то период времени t будет работать без сбоев с учётом степени их влияния на выходные результаты, т. е. будет выполняться условие

$$R(t) = R(t_p > t).$$

Надёжность ПО в значительной степени отличается от аппаратной надёжности. Отказ технических средств обусловлен, как правило, разрушением каких – либо их элементов, отказ же ПО обусловлен его несоответствием поставленным задачам. ПО не *подвержено износу, в нём практически отсутствуют ошибки производства*. Надёжность ПО полностью определяется ошибками разработки. Для среды, в которой по мере обнаружения ошибки исправляются и не вносятся новые ошибки при исправлении, надёжность ПО будет характеризоваться кривой 2 на рис. 11.2.

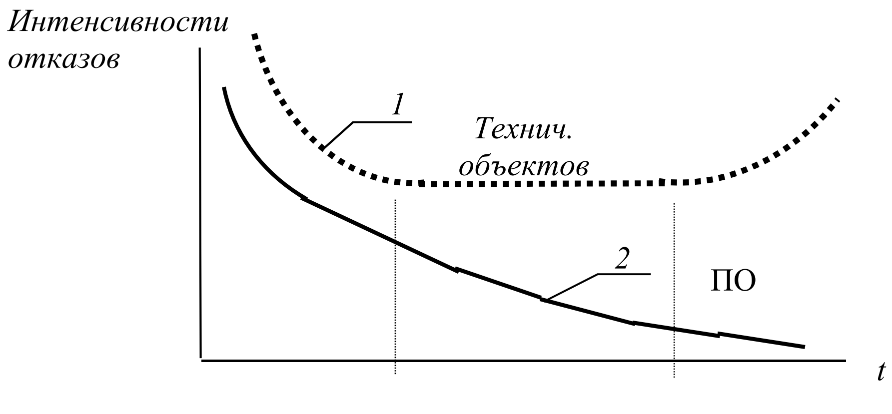


Рис. 11.2. Интенсивности отказов технического объекта и ПО

Для оценки и прогнозирования надёжности ПО необходимы соответствующие модели. Поэтому рассмотрим некоторые, наиболее часто используемые модели надёжности ПО. Предварительно отметим, что в настоящее время используются как динамические модели, учитывающие временные характеристики функционирования ПО, так и статические модели, в которых время в явной форме отсутствует.

11.2. Динамические модели надёжности программ

В настоящее время при оценке надёжности ПО можно выделить 2 группы моделей [10].

В моделях первой группы программы считаются аналогами не восстанавливаемых объектов и определяются значения соответствующих показателей надёжности:

вероятность безотказной работы (т. е. вероятность отсутствия программных ошибок) программ в течение определённого интервала наработки или числа прогонов при эксплуатации программы в расчётном режиме, средняя наработка до отказа и другие.

В моделях второй группы работа программ рассматривается как функционирование восстанавливаемых объектов и находятся характеристики потока отказов программ.

11.2.1. Оценка надёжности программ по наработке (модель Шумана)

Для прогнозирования надёжности ПО в этой модели используются данные о числе ошибок, устранённых в процессе компоновки программ в систему ПО и в процессе её отладки. По этим данным вычисляются параметры модели надёжности, которая может быть использована для прогнозирования показателей надёжности в процессе использования программного обеспечения по аналогии с невосстанавливаемыми техническими объектами [10].

В рассматриваемой модели предполагается, что при последовательных прогонах программы наборы входных данных являются *случайными* и выбираются в соответствии с законом распределения, соответствующим реальным условиям функционирования.

Модель основана на ***следующих допущениях***:

- в начальный момент компоновки программ в систему ПО в них имеется E_0 ошибок. При корректировке программ новые ошибки не вносятся;
- общее число машинных команд в программах постоянно;
- интенсивность отказов программы λ пропорциональна числу ошибок, оставшихся в ней после отладки в течение времени τ, т. е.

$$\lambda = \left[E_0 - E_C(\tau) \right] \cdot C, \qquad (11.1)$$

где $E_C(\tau)$ – число ошибок, устранённых в течение времени отладки τ; C – коэффициент пропорциональности, который подлежит определению.

Таким образом, в модели различаются два значения времени: время отладки τ, которое может измеряться месяцами, и время работы программы после отладки t или суммарная наработка программы. Время отладки включает затраты времени на выявление ошибок, их устранение, контрольные проверки и т. п. Значение интенсивности отказов λ считается *постоянным* в течение всего времени функционирования $(0,t)$ и изменяется лишь при обнаружении и исправлении ошибок, при этом время t вновь отсчитывается от нуля.

В силу принятых допущений для фиксированного τ вероятность отсутствия ошибок в программе в течение наработки $(0,t)$ будет равна:

$$P(t,\tau) = \exp\left\{ -C\left[E_0 - E_C(\tau) \right] \cdot t \right\}. \qquad (11.2)$$

Средняя наработка программы до отказа будет равна:

$$m_t = T_{Пср} = \lambda^{-1} = \left\{ C\left[E_0 - E_C(\tau) \right] \right\}^{-1}. \qquad (11.3)$$

Для практического использования формулы (11.3) необходимо оценить величины C и E_0 по экспериментальным данным. Для этого могут быть применены хорошо известные в математической статистике методы моментов или максимального правдоподобия. Так применяя метод моментов и рассматривая два периода отладки программ τ_1 и τ_2, при $\tau_1 < \tau_2$, получаем

$$E_0^* = \frac{\left[\gamma E_C(\tau_1) - E_C(\tau_2) \right]}{\gamma - 1}; \quad \gamma = \frac{T_1 \cdot n_2}{T_2 \cdot n_1}; \quad C^* = \frac{n_1}{T_1 \cdot \left[E_0^* - E_C(\tau) \right]}, \qquad (11.4)$$

где T_1, T_2 – продолжительности работы системы ПО, соответствующие τ_1 и τ_2; n_1, n_2 – число ошибок в ПО, обнаруженных, соответственно, в периодах τ_1 и τ_2.

11.2.2. Модель Джелинского – Моранды

Эта модель основана на следующих допущениях:

- время наработки до следующего отказа распределено по экспоненциальному закону распределения;
- интенсивность отказов программы пропорциональна количеству оставшихся в программе ошибок;

- отказ программы наступает при появлении одной программной ошибки и работа её восстанавливается при устранении этой ошибки.

Тогда, согласно этим допущениям, вероятность безотказной работы программы на *i-м* интервале работы после очередного восстановления будет равна:

$$P(t_i) = \exp(-\lambda_i \cdot t_i), \tag{11.5}$$

где

$$\lambda_i = C_D \cdot \left[E_0 - (i-1) \right], \tag{11.6}$$

интенсивность отказов программы на *i-м* интервале работы, начинающемся после устранения *(i –1)-го* отказа; C_D – коэффициент пропорциональности; E_0 – число программных ошибок в ПО на момент начала его эксплуатации.

Определить параметры C_D и E_0, необходимые для расчёта показателей надёжности для *k-го* интервала работы программы можно по статистическим данным по длительности интервалов между предшествующими *(k–1)-му* отказами.

На основе метода максимального правдоподобия было получено соотношение [10]:

$$(k-1) \cdot \frac{\sum_{i=1}^{k-1} t_i}{\sum_{i=1}^{k-1} 1/(E_0 - i + 1)} = \sum_{i=1}^{k-1} (E_0 - i + 1) \cdot t_i. \tag{11.7}$$

Из (11.7) методом подбора находится оценка E_0^*. После этого оценка коэффициента C_D^* определяется по формуле:

$$C_D^* = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} 1/(E_0^* - i + 1)}{\sum_{i=1}^{k-1} t_i}. \tag{11.8}$$

Модель Джелинского–Моранды совпадает с моделью Шумана, но здесь не разделены время отладки и время эксплуатации ПО.

11.3. Статические модели надёжности программного обеспечения

Статические модели отличаются от динамических моделей, рассмотренных выше, прежде всего тем, что в них не учитывается время появления ошибок.

11.3.1. Модель Миллса

Модель Миллса [21] предусматривает внесение в исследуемую программу перед началом тестирования некоторого количества известных (искусственных) ошибок. Ошибки вносятся случайным образом и фиксируются в протоколе искусственных ошибок. Специалист, проводящий тестирование, не знает ни количества, ни характера внесенных ошибок.

Предполагается, что все ошибки (как естественные, так и искусственно внесенные) имеют *равную вероятность* быть найденными в процессе тестирования.

Программа тестируется в течение некоторого времени и собирается статистика об обнаруженных ошибках.

Пусть после тестирования обнаружено n_c собственных ошибок программы и $n_и$ искусственно внесенных ошибок. Тогда первоначальное число ошибок в программе E_0 можно оценить по формуле Миллса

$$E_0 = n_c \frac{E_и}{n_и},$$

где $E_и$ – количество искусственно внесенных ошибок.

Например, *если в программу внесено 50 ошибок и в процессе тестирования обнаружено 25 собственных и 5 внесенных ошибок, то по формуле Миллса делается предположение, что первоначально в программе было 250 ошибок.*

Модель Миллса позволяет решать и обратную задачу – *проверку гипотезы о первоначальном количестве ошибок E_0.*

Предположим, что программа первоначально (в момент начала тестирования) содержит K ошибок, т. е., $E_0 = K$. Введём искусственно в программу $E_и$ ошибок и тестируем ее до тех пор, пока все искусственно внесенные ошибки не будут обнаружены. Пусть при этом обнаружено n_e собственных ошибок программы. Вероятность, что в программе первоначально было K ошибок, можно рассчитать по соотношению

$$P\left(E_0 = K\right) = \begin{cases} 0, & если \;\; n_e > K; \\ \dfrac{E_и}{E_и + K + 1}, & если \;\; n_e \le K. \end{cases} \tag{11.9}$$

Например, если утверждается, что в программе нет ошибок ($K = 0$) и при внесении в программу 10 ошибок все они в процессе тестирования обнаружены, но при этом не выявлено ни одной собственной, то $P\left(E_0 = 0\right) = 10/11 = 0{,}91$. Таким образом, с вероятностью 0,91 можно утверждать, что в программе нет ошибок. Но если в процессе тестирования обнаружена хоть одна собственная ошибка, то $P(E_0 = 0) = 0$.

Формулу (11.9) можно использовать только в случае, если обнаружены все E_u искусственно внесенных ошибок. Если же обнаружено только n_u искусственно внесенных ошибок, то применяют формулу

$$P(E_0 = K) = \begin{cases} 0, & если \quad n_e > K; \\ \dfrac{C_{E_u}^{n_u - 1}}{C_{E_u + K + 1}^{K + n_u}}, & если \quad n_e \le K, \end{cases} \qquad (11.10)$$

где C_m^n – число сочетаний из m по n.

Например, если утверждается, что в программе нет ошибок, а к моменту оценки надежности обнаружено 5 из 10 искусственно внесенных ошибок и не обнаружено ни одной собственной ошибки, то вероятность того, что в программе действительно нет ошибок, будет равна

$$P(E_0 = 0) = C_{10}^4 / C_{11}^5 = 5/11 \approx 0{,}45.$$

Если при тех же исходных условиях оценка надежности производится в момент, когда обнаружены 8 из 10 искусственных ошибок, то

$$P(E_0 = 0) = C_{10}^7 / C_{11}^8 = 8/11 \approx 0{,}73.$$

Достоинством модели Миллса является простота применяемого математического аппарата и наглядность. Применение этой модели для оценки надежности оказывает положительное психологическое воздействие на людей, выполняющих тестирование, уже только тем, что они знают, что в программу внесены ошибки.

Недостатками модели Миллса являются:

- необходимость внесения искусственных ошибок (этот процесс является плохо формализуемым);
- достаточно вольное допущение величины K, которое основывается исключительно на интуиции и опыте человека, проводящего оценку, т. е. модель допускает большое влияние субъективного фактора.

11.3.2. Простая интуитивная модель

Использование этой модели [11, 21] предполагает *проведение тестирования двумя группами программистов (или двумя программистами в зависимости от величины программы) независимо друг от друга, использующими независимые тестовые наборы.* В процессе тестирования каждая из групп фиксирует все найденные ошибки.

Пусть первая группа обнаружила n_1 программных ошибок, вторая – n_2 ошибок, при этом, n_{12} – число ошибок, обнаруженных как первой, так и второй группой тестирующих.

Обозначим через E_0 неизвестное количество ошибок, присутствующих в программе до начала тестирования. Тогда можно эффективность тестирования каждой из групп определить соотношениями

$$Э_1 = \frac{n_1}{E_0}; \quad Э_2 = \frac{n_2}{E_0}.$$

Эффективность тестирования можно интерпретировать как вероятность того, что ошибка будет обнаружена.

Тогда вероятность того, что ошибка будет обнаружена обеими группами, можно принять равной

$$P_{12} = \frac{n_{12}}{E_0}. \qquad (11.11)$$

Так как группы действуют независимо друг от друга, то в соответствии с правилами теории вероятностей, получаем

$$P_{12} = P_1 \cdot P_2, \text{ или } P_{12} = \frac{n_1}{E_0} \cdot \frac{n_2}{E_0} = \frac{n_1 \cdot n_2}{E_0^2}. \qquad (11.12)$$

Подставляя (11.11) в (11.12) получаем оценку первоначального числа ошибок программы

$$E_0 = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_{12}}. \qquad (11.13)$$

11.3.3. Эмпирические модели надёжности ПО

Эмпирические модели основаны на анализе накопленной информации о функционировании ранее разработанных программ.

Наиболее простая эмпирическая модель связывает число ошибок в программе с её объемом. Практика показывает, что к началу системного тестирования программы на каждые *1000* её операторов приходится, примерно, *10* ошибок. *Уровень надежности ПО считается приемлемым для начала эксплуатации, если 1000 операторов будет соответствовать одна ошибка* [13, 24].

Фирма IBM использует эмпирическую модель, которая оценивает число ошибок в различных редакциях операционной системы по формуле

$$E_0 = 23M_{10} + 2M_1, \qquad (11.14)$$

где: M_{10} – число модулей, потребовавших 10 и более исправлений; M_1 – число модулей, в которых обнаружено меньше 10 ошибок.

Для оценки средней наработки ПО может быть использована эмпирическая формула:

$$T_{ПО} = \alpha \cdot \frac{V_{ПО}}{E_0}, \tag{11.15}$$

где $T_{ПО}$ – средняя наработка ПО в часах; $V_{ПО}$ – объем программы в операторах; E_0 – число ошибок в ПО, оцененное по одной из приведенных выше моделей; α – коэффициент, лежащий в диапазоне от 100 до 1000. Значение этого коэффициента зависит от типа и сложности программы, должен оцениваться экспертно. По приведённой формуле может быть оценена минимальная средняя наработка ПО.

11.4. Определение оптимальной продолжительности тестирования программы

На практике модели надежности ПО могут применяться для оценки соответствия программы системным требованиям, оценки надежности ПО заказчиком и т. д. Наиболее распространенная сфера применения указанных моделей – определение оптимальной продолжительности тестирования программы.

Пусть: C_1 – стоимость тестирования программы (сюда входят стоимость обнаружения и устранения ошибок и стоимость выполнения тестовых прогонов); C_2 – стоимость устранения ошибок, возникающих на этапе сопровождения.

Тогда полная стоимость тестирования программы будет равна

$$C = C_1 + C_2.$$

Пусть каждая ошибка ПО может проявиться (привести к программному отказу) с интенсивностью λ. Тогда за время t она проявится с вероятностью отказа программы

$$Q_{ПО}(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Среднее за время t количество отказов будет равно $n_t = E_0 \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right)$, где E_0 – первоначальное число ошибок.

Стоимости C_1 и C_2 можно выразить следующим образом:

$$C_1 = k_1 n_T + k_3 T, \qquad C_2 = k_2\left(n_{Tц} - n_T\right),$$

где k_1 – стоимость обнаружения и устранения одной ошибки на этапе тестирования ПО; k_2 – стоимость обнаружения и устранения ошибки на этапе сопровождения ПО, обычно, $k_2 > k_1$; k_3 – стоимость тестирования ПО в единицу времени; $T_Ц$ длительность жизненного цикла ПО; T – суммарное время тестирования.

Необходимо определить такое суммарное время тестирования программы T, при котором суммарная стоимость тестирования C будет минимальной. Для этого нужно найти минимум функции

$$C = C_1 + C_2 = -\left(k_2 - k_1\right)E_0 + k_3T + \left(k_2 - k_1\right)E_0e^{-\lambda T}.$$

Так как C нелинейно зависит от T, то минимальное значение времени тестирования программы можно найти из соотношения

$$\frac{\partial C}{\partial T} = 1 - \frac{\lambda E_0\left(k_2 - k_1\right)}{k_3}e^{-\lambda T} = 0.$$

Отсюда,

$$T_{\min} = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{k_3}{\lambda E_0\left(k_2 - k_1\right)}. \qquad (11.16)$$

Очевидно, $T_{min} \geq 0$, если выполняется соотношение $k_3 \leq \lambda E_0\left(k_2 - k_1\right)$.

Так как время тестирования не может превышать длительность жизненного цикла, то время тестирования будет определяться в интервале

$$T_{\min} \leq T \leq T_Ц.$$

В заключение отметим, что рассмотренные методы оценки надёжности программного обеспечения целесообразно использовать для программного обеспечения, используемого для управления техническими системами. Оценка надёжности других видов программного обеспечения может проводиться при оценке его качества, например, в соответствии с ГОСТ 28195–89 – «Оценка качества программных средств» [6].

12. АНАЛИЗ ВИДОВ, ПОСЛЕДСТВИЙ И КРИТИЧНОСТИ ОТКАЗОВ

Анализ последствий отказов в объектах и системах должен проводиться в соответствии с Межгосударственным стандартом ГОСТ 27.310–95 «Надёжность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов АВПКО» [8]. Стандарт применяют при разработке и производстве технических объектов, для которых соответствующими документами (стандартами, техническими заданиями, контрактом, договором, программой обеспечения надежности и др.) признано необходимым такой анализ.

В стандарте устанавливаются следующие понятия.

Тяжесть последствий отказа *– это качественная или количественная оценка вероятного (наблюдаемого) ущерба от отказа элемента и/или системы.*

Категория тяжести последствий отказов *– это классификационная группа отказов по тяжести их последствий, характеризуемая определённым, установленным до проведения анализа, сочетанием качественных и/или количественных учитываемых составляющих ожидаемого (вероятного) отказа или нанесённого отказом ущерба.*

Критический отказ *– это отказ системы или элемента, тяжесть последствий которого в пределах данного анализа признана недопустимой и требует принятия специальных мер по снижению вероятности данного отказа и/или возможного ущерба, связанного с его возникновением.*

Показатель критичности отказа *– это количественная характеристика критичности отказа, учитывающая его вероятность за время эксплуатации и тяжесть возможных последствий.*

АВПКО проводят с целью обоснования, проверки достаточности, оценки эффективности и контроля за реализацией управляющих решений, направленных на совершенствование конструкции, технологии изготовления, правил эксплуатации, системы технического обслуживания и ремонта объекта и обеспечивающих предупреждение возникновения и/или ослабление тяжести возможных последствий его отказов, достижение требуемых характеристик безопасности, экологичности, эффективности и надёжности. Полный перечень задач, решаемых в процессе АВПКО, основные принципы такого анализа даны в указанном выше стандарте.

При категорировании отказов по тяжести их последствий должны учитываться следующие факторы в различных сочетаниях:

- опасность отказа для жизни и здоровья людей, для окружающей среды, для целостности и сохранности самого объекта, другого имущества и материальных объектов;

- влияние отказа на качество функционирования объекта и полноту выполнения им назначенных функций, возможный ущерб любого вида, обусловленный снижением качества функционирования объекта или невыполнением объектом определенных функций;
- скорость развития неблагоприятных последствий отказа, определяющая возможность принятия соответствующих мер защиты от них.

Пример возможной классификации отказов с учетом перечисленных факторов приведен в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Шкала для установления категории тяжести последствий отказов

$К_Т$	Характеристика тяжести последствий отказов
IV	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или окружающей среды, гибель или тяжелые травмы людей, срыв выполнения поставленной задачи. IV – *катастрофический отказ*
III	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или для окружающей среды, срыв выполняемой задачи, но создает пренебрежимо малую угрозу жизни и здоровью людей. III – *критический отказ*
II	Отказ, который может повлечь задержку выполнения задачи, снижение готовности и эффективности объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей. II – *не критический отказ*
I	Отказ, который может повлечь снижение качества функционирования объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей. I – *отказ с малыми последствиями*

Примечание: $К_Т$ – категория тяжести последствий отказов.

При АВПО проводится предварительная, качественная оценка ожидаемой (наблюдаемой) частоты наступления отказов разных категорий тяжести при эксплуатации объектов. Указанные оценки используют:

- для ранжирования отказов по очередности необходимых доработок объекта с целью их предупреждения с использованием матриц «вероятность отказа – тяжесть последствий»,
- для построения шкал балльных оценок критичности отказов систем.

При этом рекомендуется пользоваться оценками, приведёнными в табл. 12.2.

Критичность отказа C рассчитывают как произведение $C = B_1 \cdot B_2 \cdot B_3$, входящие в которое сомножители оценивают в баллах с использованием табл. 12.3.

Таблица 12.2

Матрица «Вероятность отказа – тяжесть последствий» для ранжирования отказов

$\omega(t)$	Качественное описание частоты для:		Ранги отказов для различных $\boldsymbol{K_T}$			
	индивидуального изделия	*совокупности изделий*	**IV**	**III**	**II**	**I**
Частый отказ	Вероятно частое возникновение	Наблюдается постоянно	**A**	**A**	**A**	**C**
Вероятный отказ	Будет наблюдаться несколько раз за срок службы изделия	Вероятно частое возникновение	**A**	**A**	**B**	**C**
Возможный отказ	Возможно одно наблюдение данного отказа за срок службы	Наблюдается несколько раз	**A**	**B**	**B**	**D**
Редкий отказ	Отказ маловероятен, но возможен хотя бы раз за срок службы	Вполне возможен хотя бы один раз	**A**	**B**	**C**	**D**
Почти невероятный отказ	Отказ настолько маловероятен, что вряд ли будет наблюдаться даже один раз за срок службы	Отказ маловероятен, но возможен хотя бы один раз	**B**	**C**	**C**	**D**

Примечание: $\omega(t)$ *– ожидаемая частота возникновения отказов*

Ранги отказов

A – *обязателен углубленный количественный анализ критичности;*

B – *желателен количественный анализ критичности;*

C – *можно ограничиться качественным анализом;*

D – *анализ не требуется.*

Анализ влияния последствий отказов проводится одним из следующих методов:

- *структурным;*
- *функциональным;*
- *комбинированным.*

Таблица 12.3

Значения коэффициентов B_i для расчёта критичности отказов

Оценка вероятности отказа в баллах B_1		*Оценка последствий отказов в баллах B_2*		*Оценка вероятности обнаружения отказа до поставки изделия потребителю в баллах B_3*	
Вероятность отказов, оцененная расчетом или экспериментальным путем	B_1	***Описание последствий отказов***	B_2	***Вероятность обнаружения отказа, оцененная расчетным или экспертным путем***	B_3
Менее 0,00005 Практич. невероятен	1	Отказ не приводит к заметным последствиям, потребитель, вероятно, не обнаружит наличие неисправности	1	Более 0,95 Очень высокая вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	1
От 0,00005 до 0,001 Отказ маловероятен	2				
От 0,001 до 0,005 Малая вероятность, отказа обусловленная точностью расчёта	3	Последствия отказа незначительны, но потребитель может выразить неудовольствие его появлением	2…3	От 0,95 до 0,85 Высокая вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	2…3
От 0,005 до 0,001 Умеренная вероятность отказа	4				
От 0,001 до 0,005 Отказы возможны, но при испытаниях или в эксплуатации аналогичных изделий не наблюдались	5	Отказ приводит к заметному для потребителя снижению эксплуатационных характеристик и/или к неудобству применения изделия	4…6	От 0,85 до 0,45 Умеренная вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	4…6
От 0,001 до 0,005 Отказы возможны, наблюдались при испытаниях и в эксплуатации аналогичных изделий	6	Высокая степень недовольства потребителя, изделие не может быть использовано по назначению, но угрозы безопасности отказ не представляет	7…8	От 0,45 до 0,25 Высокая вероятность поставки потребителю дефектного изделия	7…8
От 0,005 до 0,01 Отказы вполне вероятны	7				

Окончание табл. 12.3

<table>
<tr><th colspan="2">Оценка вероятности отказа в баллах B_1</th><th colspan="2">Оценка последствий отказов в баллах B_2</th><th colspan="2">Оценка вероятности обнаружения отказа до поставки изделия потребителю в баллах B_3</th></tr>
<tr><th>Вероятность отказов, оцененная расчетом или экспериментальным путем</th><th>B_1</th><th>Описание последствий отказов</th><th>B_2</th><th>Вероятность обнаружения отказа, оцененная расчетным или экспертным путем</th><th>B_3</th></tr>
<tr><td>От 0,01 до 0,10
Высокая вероятность отказов</td><td>8</td><td rowspan="2">Отказ представляет угрозу безопасности людей или окружающей среды</td><td rowspan="2">9…10</td><td rowspan="2">Менее 0,25
Очень высокая вероятность поставки потребителю дефектного изделия</td><td rowspan="2">9…10</td></tr>
<tr><td>Более 0,11
Вероятны повторные отказы</td><td>10</td></tr>
</table>

Структурные методы АВПО относятся к классу индуктивных методов (анализ «снизу вверх»), применяемых для относительно простых объектов, отказы которых могут быть четко локализованы, а последствия каждого отказа элементов выбранного начального уровня разукрупнения могут быть прослежены на всех вышестоящих уровнях структуры объекта.

Функциональные методы АВПО) относятся к классу дедуктивных (анализ по схеме «сверху вниз») методов, применяемых для сложных многофункциональных объектов, отказы которых трудно априорно локализовать и для которых характерны сложные зависимые отказы.

Общая схема (алгоритм) АВПО (АВПКО) функциональным методом включает следующие операции:

- идентификация всех функций, выполняемых объектом;
- определение для каждой функции на основе априорных данных, опыта исследователя, инженерного анализа возможных нарушений (отклонений) данной функции;
- качественная оценка для каждого нарушения функции тяжести возможных последствий этого нарушения (через АВПО) или количественная оценка ожидаемого ущерба (при АВПКО). В результате оценки выделяются критические нарушения функции, тяжесть возможных последствий которых или ущерб от которых превосходит пределы, установленные планом анализа;
- построение для каждого выделенного критического нарушения, принимая его возникновение в качестве «вершинного события»,

дерева отказов, охватывающего отказы элементов всех уровней разукрупнения;

- выделение с помощью построенного дерева одиночных элементов, приводящих к критическому нарушению функций изделия, и сочетания элементов, совместные отказы которых ведут к указанному нарушению;
- оценка вероятности отказов одиночных элементов и вероятности выделенных комбинаций отказов элементов, с использованием которых при проведении АВПКО рассчитывают показатели критичности соответствующих отказов (сочетаний отказов);
- составление перечня критичных элементов в соответствии с общими правилами.

Для сложных объектов АВПО проводят, как правило, комбинированными методами, сочетающими элементы структурных и функциональных методов.

Алгоритмы методов анализа подробно представлены в указанном выше стандарте [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечень проблем, задач и методов их решения в современной теории надёжности достаточно полно представлен в [15, 16]. В учебном пособии была представлена лишь малая часть задач, которые должны решаться при проектировании современных качественных, в том числе высоконадёжных, устройств и систем различного назначения.

Ограниченный объём пособия не позволил включить в него справочные данные, необходимые для расчёта показателей надёжности конкретных объектов. Это касается, прежде всего, таких показателей надёжности первичных элементов, как их интенсивность отказов или средняя наработка до отказа. Поиск информации о показателях надёжности для современных элементов или устройств – основная проблема проектировщиков при оценке надёжности проектируемых объектов. Это объясняется тем, что представленная в источниках информация об этих показателях является существенно устаревшей и не охватывает современную элементную базу систем управления. В настоящее время практически отсутствуют доступные справочники по показателям надёжности элементов и устройств и такая информация может быть получена в большинстве случаев лишь у разработчиков или производителей элементной базы современных систем.

В пособии, из-за его ограниченного объёма, не приведены выводы некоторых расчётных формул, не приведены примеры задач и расчётов, поэтому читателю предоставляется возможность сделать это самостоятельно по аналогии с приведёнными доказательствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александрович А.Е., Бородакий Ю.В., Чуканов В.О. Проектирование высоконадёжных информационно-вычислительных систем. – М.: Радио и связь, 2004. – 144 с.
2. Глазунов Л.П., Грабовецкий В.П., Щербаков О.В. Основы теории надёжности автоматических систем управления: учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоатомиздат, Л.О., 1984. – 208 с.
3. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надёжности: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1985. – 168 с.
4. Гук Ю.Б. Теория надёжности в электроэнергетике: учеб. пособие для вузов. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.
5. ГОСТ 27.002–89. Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
6. ГОСТ 28195–89. Оценка качества программных средств.
7. ГОСТ 27.001–95. Межгосударственный стандарт. Система стандартов «Надёжность в технике». Основные положения.
8. ГОСТ 27.310–95. Межгосударственный стандарт. Надёжность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения.
9. Дружинин Г.В., Степанов С.В. и др. Теория надёжности радиоэлектронных систем в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов. – М.: Энергия, 1976. – 448 с.
10. Дружинин Г.В. Надёжность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.
11. Иыуду К.А. Надёжность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем: учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1989. – 216 с.
12. Кубарев А.И. Надёжность в машиностроении – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 224 с.
13. Лонгботтом Р. Надёжность вычислительных систем: пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 288 с.
14. Микроэлектроника: учеб. пособие для втузов в 9 кн. / кн. 5 И.Я. Козырь Качество и надёжность интегральных микросхем. – М.: Высшая школа, 1987. – 144 с.
15. Надёжность технических систем: справочник / под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
16. Надёжность и эффективность в технике: справочник в 10 томах / ред. совет: предс. В.С. Адуевский. – М.: Машиностроение, 1986. 1990.

17. Райнике К., Ушаков И.А. Оценка надёжности систем с использованием графов. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.
18. Решетов Д.Н., Иванов А.С. и др. Надёжность машин: учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1988. – 238 с.
19. Рипс Я.А., Савельев Б.А. Оценка и расчёт надёжности систем управления электроприводами. – М.: Энергия, 1974. – 247 с.
20. Северцев Н.А. Надёжность сложных систем в эксплуатации и отработке: Учеб. пособие для вузов. – М: Высшая школа, 1989. – 432 с.
21. Тейер Т., Липов М., Нельсон Э. Надёжность программного обеспечения. – М.: Мир, 1981.
22. Фёдоров Ю.Н. Основы построения АСУТП взрывоопасных производств В 2-х томах. Т.1 «Методология». – М.: СИНТЕГ, 2006. – 720 с.
23. Хазов Б.Ф., Дадуев Б.А. Справочник по расчёту надёжности машин на стадии проектирования. – М.: Машиностроение, 1986. – 224 с.
24. Шураков В.В. Надёжность программного обеспечения систем обработки данных. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 272 с.
25. Ястребенецкий М.А., Иванова Г.М. Надёжность автоматизированных систем управления технологическими процессами: учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.

Учебное издание

ШКЛЯР Виктор Николаевич

НАДЁЖНОСТЬ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Научный редактор
доктор технических наук, профессор
А.М. Малышенко

Редактор *Н.Т. Синельникова*
Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*
Дизайн обложки *О.Ю. Аршинова*

Подписано к печати 12.05.2011. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 7,33. Уч.-изд. л. 6,63.
Заказ 665-11. Тираж 35 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru