

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

Нестерук Д.А.

**ТЕПЛОВОЙ КОНТРОЛЬ  
И ДИАГНОСТИКА.  
СБОРНИК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

Методические указания к лабораторным работам

Издательство  
Томского политехнического университета  
2009

УДК 620.179.13

Н

**Нестерук Д.А.**

Н Тепловой контроль и диагностика. Сборник лабораторных работ: методические указания к лабораторным работам для подготовки специалистов I, II, III уровня / Д.А. Нестерук. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 166 с.

Методические указания к лабораторным работам содержат теоретические и практические материалы для выполнения лабораторных и практических работ по тепловому методу неразрушающего контроля. Приводятся базовые сведения об активном и пассивном способах теплового неразрушающего контроля, а также описание физических основ и аппаратуры теплового метода. Описана постановка задач теплопередачи в дефектных структурах, а также изложены принципы моделирования тепловых процессов.

Методические указания подготовлены на кафедре «Физические методы и приборы контроля качества» ТПУ и предназначено для обучения студентов специальностей 200102, 220501, а также персонала, аттестуемого на I, II, III отечественный и международный уровень квалификации по тепловому методу НК.

УДК 620.179.13

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским  
Советом Томского политехнического университета

*Рецензент*

Начальник отдела теплотехнических  
и физико-химических средств измерений ФГУ «Томский ЦСМ»  
*Павлова Л.Н.*

© Томский политехнический университет, 2008

© Д.А. Нестерук, 2008

© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2008

## ОГЛАВЛЕНИЕ

УЧЕБНАЯ БАЗА ЛАБОРАТОРИИ ТЕПЛОВОГО КОНТРОЛЯ .....	7
Приборное обеспечение .....	7
Тепловизор ThermaCam P65 HS .....	7
Пирометр Optris Laser Sight .....	11
Источники теплового нагружения .....	13
Излучатель в виде модели АЧТ .....	14
Измеритель плотности тепловых потоков .....	15
Термоанемометр .....	16
Модуль ввода сигналов в компьютер .....	17
Программное обеспечение лаборатории .....	19
Моделирование тепловых процессов .....	19
Обработка тепловизионных данных .....	20
Специализированные программы .....	21
Опыт проведения работ.	
Учебно-методическое обеспечение .....	22
Организация тестовых последовательностей и m-файлов MATLAB .....	24
СИСТЕМА МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ MATLAB .....	26
Введение .....	26
Возможности MATLAB .....	26
Пользовательский интерфейс MATLAB .....	28
Справочная система MATLAB .....	29
Взаимодействие MATLAB с другими приложениями .....	30
Основы работы в MATLAB .....	31
Командная строка .....	31
Ввод-вывод данных. Специальные символы .....	31
Работа с памятью .....	33
Программирование в MATLAB .....	34
Чувствительность к регистру .....	34
Функции MATLAB .....	34
Виды функций в MATLAB .....	35
Сценарии MATLAB .....	35

Разработка функций MATLAB .....	36
Векторизация данных .....	37
Предварительное выделение памяти .....	39
Глобальные переменные .....	39
Указатели на функции .....	40
Создание расширений MATLAB .....	41
Отладка программ .....	42
Структуры данных .....	43
Работа с текущей директорией .....	44
Визуализация данных .....	44
Управляемая графика .....	44
Управление объектами .....	45
Построение одномерных и двумерных данных .....	46
Построение трехмерных данных .....	46
Лабораторная работа.	
Работа с математическим редактором MATLAB. Часть 1. ....	48
Лабораторная работа.	
Работа с математическим редактором MATLAB. Часть 2. ....	50
<b>РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ .....</b>	<b>53</b>
Дифференциальное уравнение теплопроводности .....	53
Дополнительные условия	
для решения уравнения теплопроводности .....	55
Моделирование задач теплопередачи .....	58
Постановка задач теплопередачи .....	61
Теория подобия.	
Использование безразмерных величин .....	62
Аналитические решения. Реализация в MATLAB .....	64
Адиабатический и неадиабатический теплообмен .....	73
Следствия из аналитических	
решений теории теплопроводности .....	73
Тепловые волны .....	75
Функции чувствительности .....	78
Преобразование Лапласа .....	79
Метод термического 4-х полюсника .....	82
Лабораторная работа.	
Решение уравнения теплопроводности. Часть 1. ....	86

Лабораторная работа.	
Решение уравнения теплопроводности. Часть 2 .....	88
<b>ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ .....</b>	<b>90</b>
Разностные соотношения .....	90
Построение сетки .....	91
Построение разностных схем .....	93
Оценка погрешности аппроксимации .....	94
Устойчивость и сходимость разностных схем .....	95
Примеры реализации численных расчетов для Matlab .....	96
Лабораторная работа.	
Численное моделирование тепловых процессов .....	100
<b>ОПРЕДЕЛЕНИЕ</b>	
<b>ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ .....</b>	<b>103</b>
Теплофизические характеристики материалов .....	103
Обзор методов определения ТФХ .....	105
Метод плоского слоя .....	106
Методы регулярного теплового режима .....	110
Метод квазистационарного теплового режима .....	114
Определение тепловой инерции материала .....	116
Метод Паркера .....	117
Анализ анизотропии ТФХ .....	120
Лабораторная работа.	
Определение ТФХ материалов. Часть 1 .....	125
Лабораторная работа.	
Определение ТФХ материалов. Часть 2 .....	127
<b>ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ .....</b>	<b>128</b>
Датчики теплового потока .....	128
Способы измерения теплового потока .....	130
Метод использования	
скрытой теплоты парообразования .....	130
Энтальпийный метод .....	130
Электрометрический метод .....	132
Метод дополнительной стенки .....	133
Измерение тепловых потоков	
по градиенту температуры .....	133

Конструкции датчиков теплового потока, работающих по принципу дополнительной стенки .....	134
Характеристики датчиков теплового потока .....	135
Погрешности измерения теплового потока методом дополнительной стенки .....	136
Особенности измерения теплового потока теплопроводности .....	138
Особенности измерения теплового потока излучения .....	140
Стационарная теплопередача теплопроводностью через плоскую стенку и определение термического сопротивления .....	141
Лабораторная работа. Измерение плотности тепловых потоков .....	145
<b>ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ТК .....</b>	<b>148</b>
Стандартная обработка тепловизионных изображений .....	148
Отношение сигнал/шум .....	150
Развитые алгоритмы обработки термограмм и их последовательностей .....	151
Нормализация на одно изображение .....	152
Фурье-анализ .....	154
Анализ главных компонент .....	156
Определение глубины расположения дефекта .....	160
Определение оптимального времени обнаружения дефекта .....	161
Определение уноса материала .....	161
Определение размеров дефекта .....	162
Лабораторная работа. Обработка данных в ТК .....	164

# УЧЕБНАЯ БАЗА ЛАБОРАТОРИИ ТЕПЛООВОГО КОНТРОЛЯ

## Приборное обеспечение

### Тепловизор ThermaCam P65 HS

Разработан фирмой FLIR Systems, которая является одним из пионеров и признанным мировым лидером в разработке и производстве тепловизионной техники.



*Рис. 1. Тепловизор ThermaCam P65 HS*

Компания FLIR Systems прошла длительный путь развития и стала широко известна в России после слияния со шведской фирмой AGEMA Infrared Systems (основана в 1958 г., тогда фирма AGA). Ее продукция – тепловизионные камеры уже почти 50 лет работают по всему миру и используются в самых разных областях от технической диагностики и задач обеспечения безопасности до проведения научных исследований и медицинской диагностики. Продукция компании под маркой AGEMA была широко известна в бывшем СССР, а затем в России. Многие камеры работают на российских предприятиях свыше 37 лет, подтверждая свою исключительную надежность. В 1997 г. произошло укрупнение фирмы AGEMA Infrared Systems путем ее слияния с крупнейшими производителями ИК аппаратуры в США – фирмами FLIR и Inframetrics, и была образована компания FLIR Systems.

Модель тепловизора ThermaCam P65 HS (рис. 1) предназначена, в основном, для проведения тепловизионных обследований на предприятиях, о чем свидетельствуют применение неохлаждаемого болометрического детектора, компактные размеры, сменная оптика тепловизора. Ряд особенностей позволяет использовать данный прибор и для прило-

жений активного теплового контроля, т. е. в лабораторных условиях. К таким возможностям относятся высокая температурная чувствительность – 0,05 °С, возможность записи до 600 термограмм во внутреннюю память тепловизора с частотой до 25 Гц. Имеется возможность сопряжения с программой ThermaCam Researcher, что позволяет сохранять в реальном масштабе времени термограммы с тепловизора на жесткий диск компьютера с работающей программой.

Дополнительно в лаборатории теплового контроля имеется длиннофокусный объектив 7°x5,3°, предназначенного специально для контроля удаленных объектов (дымовые трубы, линии ЛЭП).

В табл. 1 приведены характеристики тепловизора ThermoCam P65 HS.

Таблица 1

*Характеристики тепловизора ThermoCam P65*

<b>Параметры визуализации, тепловое изображение</b>	
Поле зрения/минимальное фокусное расстояние	24° x 18°/0,3 м
Пространственное разрешение (мгновенное поле зрения (IFOV))	1,3 мрад
Температурная чувствительность	0,05°С при 30°С
Частота кадров	50/60 Гц, с прогрессивной разверткой
Фокусировка	Автоматическая или ручная
Тип детектора	Плоская фокальная матрица (FPA), неохлаждаемый микроболометр, 320 x 240 пикселей
Спектральный диапазон	От 7,5 до 13 мкм
Повышение качества изображения цифровыми методами	Используются как обычное изображение, так и изображение повышенного качества
<b>Параметры визуализации, видеоизображение</b>	
Видеоизображение от встроенной цифровой видеокамеры	640 x 480 пикселей, с полным набором цветов
<b>ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ</b>	
Видеовыход	Композитный RS 170 или CCIR/PAL или S-видео
Видеоискатель	Встроенный, цветной, жидкокристаллический (TFT) с высокой разрешающей способностью
Внешний дисплей	4-дюймовый ЖК дисплей с интегрированными органами дистанционного управления



<b>Измерение</b>	
Интервал температур	диапазон 1: От $-40^{\circ}\text{C}$ до $+120^{\circ}\text{C}$ ; диапазон 2: От $0^{\circ}\text{C}$ до $+500^{\circ}\text{C}$ опция: до $+1500^{\circ}\text{C}$ или до $+2000^{\circ}\text{C}$
Точность	$\pm 2^{\circ}\text{C}$ , $\pm 2\%$ от показания
Режим измерения	Точка/вручную (до 10 перемещаемых точек), автоматическое снятие показаний максимальной или минимальной температуры в пределах участка измерения. Область (круг или квадрат, до 5 перемещаемых областей), изотерма (2), профиль, дельта (разность) T
Корректировка на коэффициент пропускания атмосферы	Автоматическая, основывается на вводимых значениях расстояния, температуры атмосферы и относительной влажности
Корректировка на коэффициент пропускания оптической системы	Автоматическая, основывается на сигналах от встроенных датчиков
Корректировка на коэффициент излучательной способности	Изменение коэффициента в пределах от 0,1 до 1,0 или выбирается из справочного листа для определенных материалов
Корректировка на отраженную температуру окружающего воздуха	Автоматическая, основывается на вводе отраженной температуры
Корректировка на внешнюю оптику/защитное окна	Автоматическая, основывается на вводе коэффициентов пропускания оптики/окна и температуры
<b>Сохранение изображения</b>	
Тип	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Съёмная FLASH-карта ёмкость 256 Мбайт)</li> <li>• Встроенная FLASH память (50 снимков) Встроенное ОЗУ для монопольной и AVI записи</li> </ul>
Форматы файлов – тепловые изображения	Стандарт JPEG, включаются 14-битовые данные измерений
Форматы файлов – изображения от видеокамеры	Стандарт JPEG (включая подвижный маркер), привязка к соответствующему тепловому изображению
Речевой комментарий для изображений	30-секундный «клип» в виде цифровой записи голоса хранится вместе с изображением
Текстовый комментарий для изображений	Заранее записанный текст выбирается и хранится вместе с изображением

<b>Объективы (опция)</b>	
Поле зрения/минимальное фокусное расстояние	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 7°x5,3°/4 м</li> <li>• 12°x 9°/1,2 м</li> <li>• 45°x 34°/0,1 м</li> <li>• 80°x 60°/0,1 м</li> <li>• 200 мкм, для получения изображения крупного плана (64 мм x 48 мм/150 мм)</li> <li>• 100 мкм, для получения изображения крупного плана (34 мм x 25 мм/80 мм)</li> <li>• 50 мкм, для получения изображения крупного плана (15 мм x 11 мм/19 мм)</li> <li>• 18 мкм, макросъемочная насадка (6 мм x 6 мм/7 мм)</li> </ul>
Распознавание объектива	Автоматическое
<b>Лазерный указатель</b>	
Классификация	Класс 2
Тип	Полупроводниковый AlGaInP диодный лазер: 1 мВт/635 нм, красное свечение
<b>Система питания</b>	
Тип	Литий-ионная, перезаряжаемая, заменяемая в условиях эксплуатации
Время работы	2 часа непрерывной работы
Система подзарядки	Подзарядка без извлечения аккумулятора из камеры (адаптер переменного тока или 12 В от автомобиля) или 2-секционное «интеллектуальное» зарядное устройство
Работа от внешнего источника питания	Адаптер переменного тока 110/220 В, 50/60 Гц или 12 В от автомобиля (кабель для подключения к бортовой сети автомобиля: опция)
<b>Требования к окружающим условиям</b>	
Интервал рабочих температур	От -15°С до +45°С
Интервал температур хранения	От -40°С до +70°С
Влажность	Работа и хранение – от 10 % до 95 %, без конденсации влаги
Герметизация	IP 54 IEC 529
Ударная нагрузка	При работе: 25g, IEC 68-2-29
Вибрация	При работе: 2g, IEC 68-2-6

<b>Физические характеристики</b>	
Масса	2,0 кг, включая аккумуляторную батарею и верхнюю ручку (включает органы дистанционного управления, ЖК дисплей, видеокамеру и лазер) 1,4 кг без аккумуляторной батареи и органов дистанционного управления с ЖК дисплеем
Размеры	Корпус камеры имеет размеры: 100 мм x 120 мм x 220 мм
Установка	1/4-дюймовая резьба, глубина отверстия 20 мм
<b>Интерфейсы</b>	
FireWire	Выход IEEE-1394 FireWire (DV-разъем)
USB / RS-232	Передача на ПК изображения (теплового и визуального), результатов измерений, голосовых и текстовых комментариев
IrDA	Беспроводная связь

### **Пирометр Optris Laser Sight**

Высокоточный пирометр, позволяет проводить измерения температуры в диапазоне температур от  $-35^{\circ}$  до  $900^{\circ}\text{C}$  с погрешностью 0,75 %. Изменяемый фокус позволяет проводить измерения температуры, как для удаленных поверхностей (с показателем визирования 75:1), так и для близкорасположенных, с расстояния до 6 мм (может быть использовано для измерения температуры корпусов микросхем). Имеется разъем для подключения термопары для контактного измерения температуры и последующей корректировки коэффициента излучения поверхности.



*Рис. 2. Пирометр Optris Laser Sight*

Поставляемое с пирометром программное обеспечение позволяет записывать значения температуры на персональный компьютер. Пирометр имеет USB интерфейс для подключения к компьютеру и поддерживает возможность управления с использованием стороннего программного обеспечения.

Таблица 2

*Характеристики пирометра Optris Laser Sight*

Диапазон измерения	-35° ... +900°С
Спектральный отклик	8...14 мкм
Точность	±0,75 %, но не менее ±0,75°С в температурном эквиваленте при температуре среды: 23±5°С в диапазоне 20...900°С)
Температурный коэффициент	±0,05 %/К, но не менее 0.05 К/К (при температуре среды ниже 20°С и выше 30°С)
Разрешение	0,1°С
Воспроизводимость	±0,5°С, но не менее ±0,5 % от ИВ
Время отклика	150 мсек (95 %)
Оптическое разрешение	75:1 16 мм @ 1200 мм (90 % энергии) переключается на ближний фокус: 1 мм @ 62 мм (90 % энергии)
Миним. размер пятна	1 мм
Коэффициент излучения	0,100 ... 1,100; регулируемый
Функции	MAX/MIN/HOLD/DIF/ AVG/°C/°F
Сигнализация	Виз./Звуковая HIGH/LOW сигнализация
Дисплей	ЖКИ дисплей с функцией автоповорота (датчик положения контролирует направление просмотра – горизонтальное или вертикальное)
Подсветка дисплея	Белая и 2 цвета для сигнализации
Графический дисплей	Автоматический выбор масштаба
Температура работы	0°С...50°С
Температура хранения	-30°С...65°С
Влажность	10...95 % (не конденсат)
Вес	420 грамм
Защита от ЭМШ	89/336/EWG
Защита от вибрации и шока	IEC 68-2-6: 3 G, 11-200 Гц, любая ось IEC 68-2-27: 50 G, 11 мсек, любая ось
Диапазон измерения Термопары типа К	-35°С до 900°С
Точность термопары	1 % от ИВ, но не менее ±0,75°С
Интерфейс	USB

### Источники теплового нагружения

В медицине, промышленности, военной деле, в основном, используется пассивный режим тепловизионной съемки объектов, что означает отсутствие дополнительной тепловой стимуляции объектов, температура которых отличается от температуры окружающей среды вследствие функционирования (печи, дымовые трубы, металлопрокат) или естественного подогрева (увлажненные стены, крыши зданий, мины под слоем земли). При обнаружении подповерхностных дефектов в материалах, температура, которых близка к температуре окружающей среды, необходимо применять дополнительную тепловую стимуляцию, или активный режим тепловизионной съемки. Активный режим может применяться как в односторонней процедуре (нагреватель и тепловизор находятся с одной стороны образца), так и в двухсторонней процедуре (нагреватель и тепловизор разделены слоем образца). Односторонний контроль типичен для наружных обследований, в то время как двухсторонний контроль применяется обычно в лабораторных условиях для определения теплофизических характеристик материалов.

Тепловая стимуляция объекта контроля может быть периодической (метод тепловых волн) и импульсной (метод вспышки). Отклик на тепловое воздействие может рассматриваться как в области амплитуд сигналов, так и в области времен.

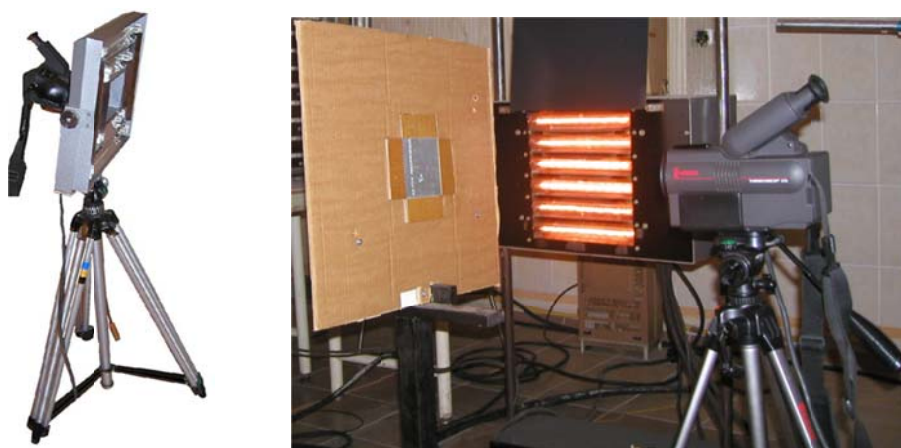


*Рис. 3. Компоненты установки импульсного нагрева*

**Установка импульсного нагрева на основе компонент Bowens.** В ряде приложений активного теплового контроля важен кратковремен-

ный мощный нагрев изделия. Такой тип нагрева используется при тепловом контроле высокотеплопроводных материалов, например при обнаружении коррозии в алюминии, при оценке теплофизических характеристик материалов

В основе установки импульсного оптического нагрева лежит генератор QUADX 3000, позволяющий накапливать энергию до 3000 Дж и обеспечивающий подключение до 4 оптических головок. Используется 2 типа импульсных ламп – стандартная и круговая. Импульсные лампы снабжаются рефлекторами и штативами (рис. 3).



*Рис. 4. Установки длительного нагрева 6 и 30 кВт*

**Установки продолжительного оптического нагрева.** Для активного теплового контроля низкотеплопроводных материалов и образцов значительной толщины используются установки длительного оптического нагрева. В лаборатории имеются 2 установки мощностью 6 кВт и 30 кВт (рис. 4).

### **Излучатель в виде модели АЧТ**

Данная установка используется для поверки ИК оборудования. В состав модели АЧТ входят термостат, термопара, излучатель, источник питания и милливольтметр В2-99. Установка позволяет проводить поверку ИК оборудования в диапазоне температур от 100° до 1100 °С (рис. 5).



*Рис. 5. Модель АЧТ*

Принцип работы установки состоит в задании и поддержании определенной температуры для излучателя в модели АЧТ. Нагрев осуществляется с помощью блока питания, совмещенного с блоком управления, в состав которого входит регулятор. Определение точного значения температуры излучателя осуществляется с помощью термопары и вольтметра. Для работы термопары используется термостат с тающим льдом.

### **Измеритель плотности тепловых потоков**

Прибор ИТП-МГ4.03 «ПОТОК» предназначен для измерения плотности тепловых потоков, проходящих через однослойные и многослойные ограждающие конструкции зданий и сооружений по ГОСТ 25380, через облицовку и теплоизоляцию энергообъектов при экспериментальном исследовании и в условиях эксплуатации (рис. 6). Прибор позволяет измерять температуру воздуха внутри и снаружи помещения, а также определять сопротивление теплопередаче и термическое сопротивление ограждающих конструкций и изделий по ГОСТ 26254 и 26602.1. Прибор ИТП-МГ4.03 «ПОТОК» обеспечивает выполнение измерений одновременно по пяти измерительным каналам в оперативном режиме, а также в режиме наблюдения с автоматической регистрацией тепловых потоков и температуры через интервалы времени, установленные пользователем. Длительность наблюдения до 360 часов. Прибор оснащен функцией передачи данных на ПК и часами реального времени. Получаемая в процессе измерений информация автоматически архивируется и маркируется датой и временем измерения.



*Рис. 6. Измеритель теплового потока ИТП-МГ4.03*

Диапазон измерений плотности тепловых потоков  $2 \dots 999 \text{ Вт/м}^2$ . Основная относительная погрешность измерения теплового потока не более 7 % (см. табл. 3).

## Характеристики ИТП МГ 4.03

Диапазон измерения плотности тепловых потоков, Вт/м <sup>2</sup>	5...999
Диапазон измерения температуры, °С	-30...+100
Диапазон измерения сопротивления теплопередаче, м <sup>2</sup> •К/Вт	0,05...5
Основная относительная погрешность измерения плотности тепловых потоков, не более, %	±5...±7
Основная абсолютная погрешность измерения температуры, не более, °С	±0,2
Объем архивируемой информации, значений	2000
Количество каналов измерения:	
-теплого потока	1...3
-температуры	2
Длительность наблюдения, час	1...24 1...360
Интервал измерений в режиме НАБЛЮДЕНИЯ, мин	1...60 1...180
Связь с компьютером	интерфейс RS-232
Питание от батареи типа "Корунд" (6LR61, 6F22) или от сетевого блока питания, В	6...9, комплектуются блоком питания
Потребляемый ток, не более, мА	12
Габаритные размеры, мм:	
-электронного блока	175×90×30
-преобразователя теплового потока	Ø27×2
-преобразователя температуры	контактный Ø12×4 зонд Ø4×300
Масса прибора с преобразователями, не более, кг	0,7

## Термоанемометр



Рис. 7. Термоанемометр Testo 425

Анемометр Testo 425 (рис. 7) может использоваться, например, для мониторинга объемного расхода в системах вытяжной вентиляции. Объемный расход отображается непосредственно на дисплее. Точный расчет объемного расхода благодаря тому, что зонд легко помещается в воздуховод. Также возможно переключение на отображение показаний текущей температуры. Функция усреднения по времени и количеству замеров, позволяет получить усредненные значения объемного расхода, скорости потока и температуры.



Основные характеристики термоанемометра Testo 425 приведены в табл. 4.

Таблица 4

*Характеристики термоанемометра Testo 425*

Диапазон измерения	0... +20 м/с / -20... +70°C
Погрешность ± 1 цифра	±(0.05 м/с ±5 % от изм. зн.) (0... +20 м/с) / ±0.5 °C (0... +50 °C) / ±0.7 °C (-20... 0 °C) / ±0.7 °C (+50.1... +70 °C)
Разрешение	0.01 м/с (0... +10 м/с) / 0.1 м/с (+10.1... +20 м/с) / 0.1 °C (-20... +70 °C)
Дисплей	ЖКИ, 2 строки
Материал/Корпус	ABS
Рабочая температура	0... +50°C
Температура хранения	-20... +70°C
Батарейки	Алкалиновые
Ресурс батареек	20 часов
Габариты	190×57×42 мм
Вес	300 г

**Модуль ввода сигналов в компьютер**

Внешний модуль ввода медленноменяющихся параметров (ММП) – E-270 фирмы LCARD (рис. 8). Используются интегрирующие АЦП, позволяющие измерять медленноменяющиеся сигналы с высокой степенью защиты от импульсных помех. Каждая цепь имеет индивидуальную гальваническую развязку для применения неизолированных датчиков.



Рис. 8. Модуль E-270

Установка разнотипных submodule позволяет конфигурировать модуль для измерения напряжения, тока, сигналов термопар, термосопротивлений и др. Дополнительно на модуле имеются: АЦП, дискретные входы и выходы, счетчик импульсов.

Модуль обеспечивает два интерфейса подключения к ПК. Основной – USB или RS-485, дополнительный – RS-232.

Наличие мощного 16 битного RISC-микроконтроллера CR16 со встроенной Flash-памятью (64 кБ) обеспечивает автономную работу модуля (см. табл. 5).

Программа пользователя, написанная на СИ, может быть загружена во flash-память через RS-232.

Таблица 5

*Характеристики модуля E-270*

<b>Ввод медленноменяющихся параметров с помощью субмодулей серии Н-27Х (внесены в Госреестр средств измерений)</b>	
Каналов	до 16
Субмодулей	до 8
Частота дискретизации	до 100 Гц
Разрядность (на 100 Гц)	11 бит
Разрядность (на 7,6 Гц)	15 бит
Основная приведенная погрешность (на 6 Гц)	0,05 %
Поканальная гальваническая развязка	до 300 В
<b>Основные интерфейсы</b>	
USB 1.1 (совместимо с USB 2.0)	без гальваноразвязки
RS-485	с гальваноразвязкой (возможно создание распределенной сети)
<b>Дополнительный интерфейс</b>	
RS-232	без гальваноразвязки
<b>Процессор</b>	
Тип	CR-16 MCS9 (National)
Память программ (Flash)	64 кБ
Память данных	3 кБ
Частота тактовая	16 МГц
Среда разработки	Си
<b>Базовые функции ввода/вывода</b>	
Дополнительный АЦП (8 бит)	8 каналов
ТТЛ-входы	8 бит
ТТЛ-выходы	8 бит
КМОП-входы/выходы	4 бит (уровни ТТЛ)
<b>Питание от USB или внешнего источника</b>	
Напряжение внешнего источника	9...25 В
Ток, максимальный	450 мА
<b>Габариты 129×95×26 мм</b>	

## Программное обеспечение лаборатории

### Моделирование тепловых процессов

**MultiLayer1D** – программа, предназначенная для решения нестационарной одномерной задачи теплопроводности для многослойной структуры (неограниченное число слоев в структуре) при граничных условиях 3-го рода (рис. 9). Возможен учет фазовых переходов в слоях структуры. Тепловые потоки  $Q$  действуют как на левой, так и на правой поверхностях структуры. Программа позволяет одновременно решать задачу теплопроводности для нескольких структур, что позволяет сравнивать изменения температуры для разных структур и получать температурные сигналы.

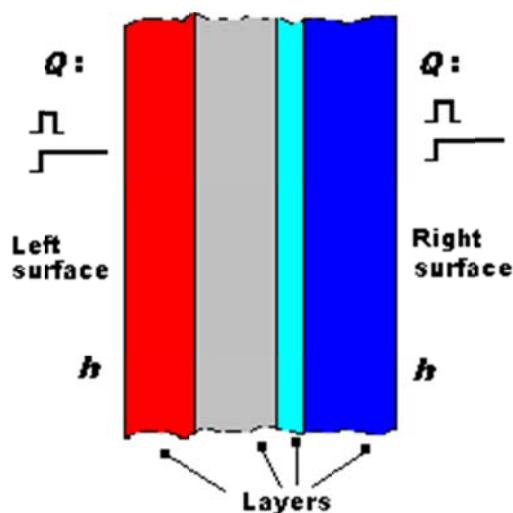


Рис. 9. Модель исследуемого образца для MultiLayer 1D

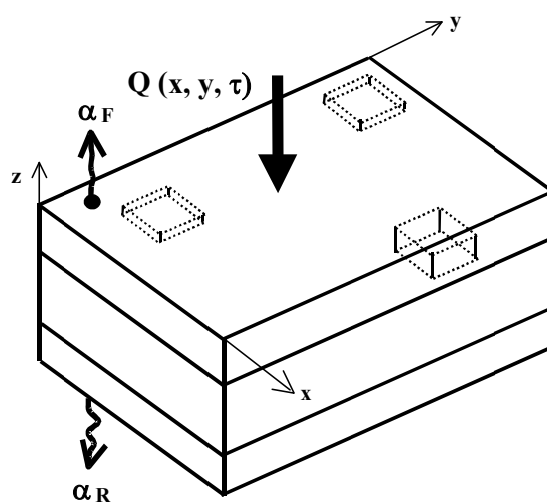


Рис. 10. Расчетная модель программы ThermoCalc 3D

**ThermoCalc 3D** программа предназначенная для 3-х мерного моделирования процессов теплопередачи в образце в виде параллелепипеда, который может содержать до 6 слоев и до 9 дефектов в каждом слое. Моделирование проводится с учетом граничных условий 2 и 3 типа, возможен также учет неоднородности нагрева и изменений коэффициента излучения для поверхности образца. Иллюстрация модели приведена на рис. 10.

### Обработка тепловизионных данных

**ThermoFit** – программа предназначенная для обработки данных активного теплового контроля. Процесс взаимодействия пользователя с программой состоит в применении различных алгоритмов к последовательности термограмм. В программе реализованы как стандартные алгоритмы обработки термограмм (работа с палитрами, диапазонами, изотермами), так и развитые алгоритмы обработки (Фурье-анализ, корреляционный анализ, алгоритмы дефектометрии и определения тепловых характеристик материалов).

**Visual Matrix** предназначена для облегчения работы с двумерными массивами данных или матрицами. В качестве таких двумерных массивов данных могут служить, например, термограммы, где каждый элемент двумерного массива несет информацию о температуре некоторой области объекта (рис. 11).

Возможности программы:

- Визуализация двумерных массивов данных, используя псевдоцветовое представление информации;
- Работа с неограниченным количеством матриц;
- Произвольное изменение палитры цветов, изменение числа цветов в палитре, сохранение и удаление палитр;
- Использование изоповерхностей, для выделения значений матрицы, которые принадлежат интересующему диапазону данных;
- Изменение динамического диапазона при отображении матриц;
- Использование «сшивки» матриц;
- Использование инструментов «точка», «линия», «прямоугольник», «эллипс», «многоугольник», «надпись» для получения и представления информации;
- Работа с термограммами тепловизора ThermoCam 570, а также работа с файлами программы MATLAB;
- Предоставление возможностей для создания отчетов по тепловизионным обследованиям;
- Использование трехмерного представления матричных данных.

**MATLAB 7.0.** Математический пакет MATLAB является одним из признанных лидеров среди программ для математических расчетов и

обработки данных. В лаборатории разработано достаточно большое количество m-функций для данного математического редактора, которые позволяют решать задачи обработки тепловизионных данных, задачи моделирования и определения ТФХ материалов, а также упрощающих работу с тепловизионными данными.

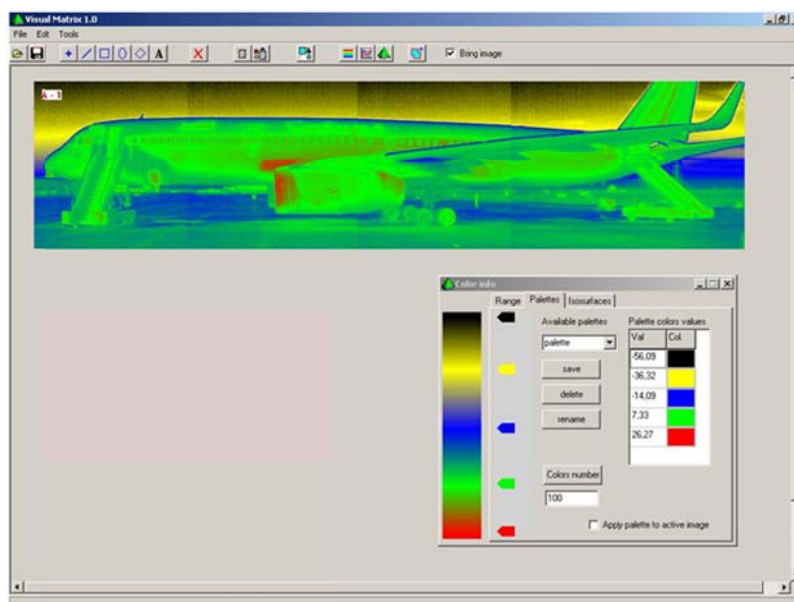


Рис. 11. Работа с панорамным изображением в Visual Matrix

**Borland C++ Builder 2007.** Среда разработчика на языке C++. Язык C++ является языком высокого уровня, который подходит для обработки тепловизионных данных и моделирования вследствие высокого быстродействия программ, написанных на этом языке и удобства разработки, основанного на применении принципов ООП.

Данная среда разработки создана компанией Borland. Основной отличительной особенностью является поддержка специализированных библиотек функций и классов – пакетов, которые могут содержать визуальные компоненты из которых создается программа в среде Borland C++Builder. Пользователь может создавать как свои пакеты, так и использовать пакеты других разработчиков.

#### **Специализированные программы**

**ThermaCAM Researcher** программа фирмы FLIR Systems, предназначенная для работы с тепловизорами этой фирмы. Программа позволяет осуществлять ввод тепловизионных данных с тепловизора в компьютер и осуществлять простейшую обработку данных. Особенностью программы является использование технологии COM, что позволяет использовать в сторонних программах пользователя функций **ThermaCam Researcher**, например функций управления тепловизором.

## Опыт проведения работ. Учебно-методическое обеспечение

Накоплен значительный опыт тепловизионных обследований зданий, оценки теплопотерь, обнаружения воды в сотовых авиационных конструкциях. Выполнена диагностика жилых и производственных зданий гг. Томска и Северска, дымовых труб нефтехимических предприятий в гг. Самаре, Ачинске, Томске, хранилищ аммиака в г. Кемерово. Совместно с городской больницей г. Сургут введен в эксплуатацию тепловизионный комплекс для обследования и диагностика сосудистых заболеваний. Проведен комплекс исследований по анализу ТФХ композиционных материалов с использованием метода Паркера и Фурье-анализа. Проведены обследования 6 самолетов Ту-204 и Ил-86 в аэропортах гг. Новосибирска, Красноярска и Москвы, показавшие пригодность тепловизионной диагностики для обнаружения воды в сотовых авиационных конструкциях. Разработана методика тепловизионного контроля воды в сотовых авиационных конструкциях, которая на данный момент находится на утверждении в ГосНИИ ГА (рис. 12).

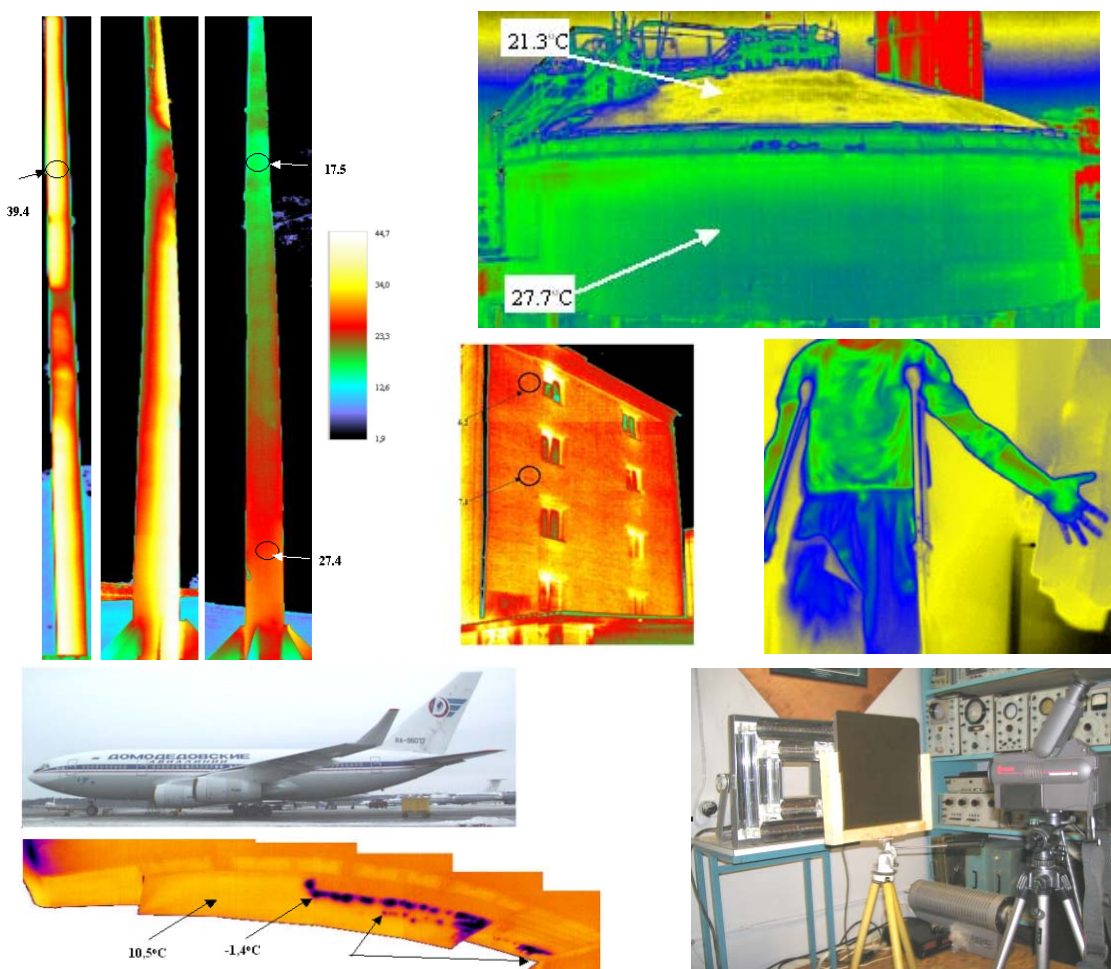


Рис. 12. Иллюстрации выполненных исследований в области теплового контроля

Накоплен большой опыт по программной реализации основных и развитых алгоритмов обработки тепловизионных данных. В процессе работы широко используется математический пакет MATLAB и среда разработки Borland C++ Builder.

В лаборатории имеются следующие учебные фильмы:

- Применение тепловизоров на производстве;
- Спектр электромагнитных колебаний. Открытие У. Гершелем ИК излучения. Законы ИК излучения. Производство тепловизоров в FLIR Systems;
- Обнаружение утечек газа на производстве тепловизором ThermaCAM GasFindIR.

Описание проспектов на тепловизионные системы, имеющихся в лаборатории, приведено в табл. 6:

Таблица 6

*Проспекты и технические характеристики тепловизоров*

Название	Описание
ThermoVision A20-V	Тепловизионный показывающий модуль
ThermoVision A40-M	Компактная инфракрасная измерительная камера для систем промышленной автоматике
Стационарные ИК-камеры ThermoVision A320/A325	Стационарные ИК-камеры для производства
ThermaCAM E300	Компактная измерительная ИК-камера с разрешением 320×240 пикселей
ThermaCAM E45	Компактная измерительная ИК-камера
Тепловизор InfraCAM	Компактная измерительная ИК-камера
FLIR i5	Компактная измерительная ИК-камера
InfraCAM SD	Компактная измерительная ИК-камера для быстрого обнаружения скрытых дефектов в электроустановках
ThermaCAM GasFindIR	ИК-камера для быстрого обнаружения утечек газа
ThermaCAM SC3000	ИК-камера для научных исследований
ThermoVision SC6000/4000 series	Тепловизоры для научных исследований
Cedip Silver 220S	Тепловизор ближнего ИК диапазона
Cedip TITANIUM	Тепловизор для промышленных и научных исследований
ThermaCAM Merlin	Высококчувствительная (0,018 °C) ИК-камера для применения в среднем участке ИК спектра
Тепловизоры ThermaCAM T-Series/B-Series	Тепловизоры для промышленности и строительной индустрии

Название	Описание
ThermaCAM B640	ИК-камера с разрешением 640×480 для строительной индустрии
Профессиональные тепловизоры FLIR серия P	Серия тепловизоров, предназначенная для профессиональных пользователей
ThermaCAM P65	Характеристики и использование тепловизора ThermaCAM P65
ThermaCAM P640	Первая профессиональная ИК-камера с разрешением 640×480 пикселей
ThermaCAM P65	Руководство пользователя
ThermaCAM Researcher	Описание к программе ThermaCAM Researcher
See it before it becomes a problem	Тепловизионные обследования в промышленности
Looking at the world in infrared	История развития и современное состояние фирмы FLIR Systems
Infrared thermography for the building industry	Применение ИК-техники в строительстве
Optris LaserSight	Руководство пользователя

### Организация тестовых последовательностей и m-файлов MATLAB

При выполнении лабораторных работ зачастую приходится использовать готовые m-файлы MATLAB, а также тестовые последовательности.

Пользовательские функции MATLAB располагаются в директории MATLAB в следующих поддиректориях (табл. 7):

Таблица 7

#### Организация m-файлов MATLAB для лабораторных работ

Директория	Описание
MATLAB\ClassicSolutions	Функции для аналитического расчета в соответствии с классическими решениями теории теплопроводности
MATLAB\GavSteh	Функции для реализации обратного преобразования Лапласа по алгоритму Гавера-Стехфеста
MATLAB\LaplaceSolutions	Решения в области Лапласа для использования в методе термического 4-х полюсника
MATLAB\ThermalQuadropoles	Функции для реализации метода термического 4-х полюсника
MATLAB\ParkerMeth	Реализация метода Паркера для расчета температуропроводности



*Окончание табл. 7*

Директория	Описание
MATLAB\Anisotropy	Функции для реализации метода определения компонент температуропроводности для анизотропных материалов
MATLAB\CommonFunc	Функции, реализующие стандартные алгоритмы обработки термограмм

В директории TERMO находятся тестовые последовательности в виде файлов данных программы MATLAB, а также файлы в исходном формате данных тепловизора.

# СИСТЕМА МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ MATLAB

## Введение

### Возможности MATLAB

MATLAB – это высокопроизводительная и универсальная система для математических расчетов. Типичное использование MATLAB – это:

- математические вычисления;
- создание алгоритмов;
- моделирование;
- анализ данных, исследования и визуализация;
- научная и инженерная графика;
- разработка приложений, включая создание графического интерфейса.

Основные особенности MATLAB – это интерфейс, основанный на командной строке, встроенный язык программирования, ориентация на высокопроизводительные матричные вычисления, большое количество библиотек функций.

Существует большое количество математических редакторов, например MathCad, Maple, Mathematica среди которых MATLAB занимает одно из лидирующих положений. Это связано с универсальностью, простотой и большой степенью расширяемости этого редактора. О высокой степени использования этого редактора говорит большое количество библиотек функций (toolboxes), которые были разработаны техническими специалистами для решения разнообразных задач науки и техники. Перечислим некоторые виды библиотек MATLAB: связь, системы контроля, финансовые вычисления, идентификация в частотной области, нечеткая логика, спектральный анализ высокого порядка, обработка изображений, линейные матричные неравенства, управление с эталонной моделью, численные алгоритмы, нейронные сети, уравнения в частных производных, проектирование робастных систем с обратной связью, робастное управление, обработка сигналов, моделирование (Simulink), сплайны, статистика, символьная математика, идентификация систем, вейвлеты. Описание некоторых библиотек функций более подробно приведено в табл. 1.

Ориентация на матричные вычисления позволяет решать различные задачи, связанные с техническими вычислениями, в которых используются матрицы и вектора, в несколько раз быстрее, чем при написании программ с использованием языков программирования, таких как Си,

Си++ или Фортран. Слово MATLAB означает матричная лаборатория (MATrix LABoratory).

Таблица 1

*Некоторые библиотеки функций системы MATLAB*

Extended Symbolic Math Toolbox	Extended Symbolic Math Toolbox – это пакет, расширяющий возможности символьной математики MATLAB. Содержит функции аналитических преобразований и поддерживает арифметику произвольной точности. Пакет включает в себя функции ядра Maple – известной среды аналитических расчетов. Обеспечивает возможность программирования на языке Maple и доступ к специализированным библиотекам.
Partial Differential Equation Toolbox	Partial Differential Equation Toolbox – это пакет расширения MATLAB, который содержит инструменты для исследования и решения уравнений в частных производных в двух измерениях со временем. Пакет содержит функций командной строки для программирования и графический интерфейс, позволяющий проводить предварительную обработку и решение типовых задач математической физики.
Statistics Toolbox	Statistics Toolbox – это пакет расширения MATLAB обеспечивающий исследователей, инженеров и финансовых аналитиков полным набором средств для статистической обработки данных. Содержит функции и интерактивные инструменты для анализа временных рядов, статистических моделей, исторических данных, а также средства разработки статистических алгоритмов.
Spline Toolbox	Spline Toolbox – это пакет расширения MATLAB содержащий набор функций и алгоритмов для работы со сплайнами. Позволяет осуществлять сплайн-интерполяцию, содержит графические средства для визуализации и интерактивной работы, позволяет производить вычисления со сплайн-объектами, комбинировать дифференцировать и интегрировать сплайны.
Curve Fitting Toolbox	Curve Fitting Toolbox – это пакет расширения MATLAB для различных прикладных задач подгонки, аппроксимации и интерполяции данных. Включает в себя интерактивные средства для предварительной обработки данных, для сравнения стандартных моделей и разработки моделей пользователя, для подгонки с помощью стандартных и робастных методов и для анализа качества аппроксимации.

Стоимость пакета MATLAB с основными библиотеками на 2008 г. составляет около 30 тыс. рублей. Стоимость той или иной дополнительной библиотеки зависит от назначения и составляет 10...40 тыс. рублей.

## Пользовательский интерфейс MATLAB

Внешний вид главного окна программы MATLAB представлен на рис. 1.

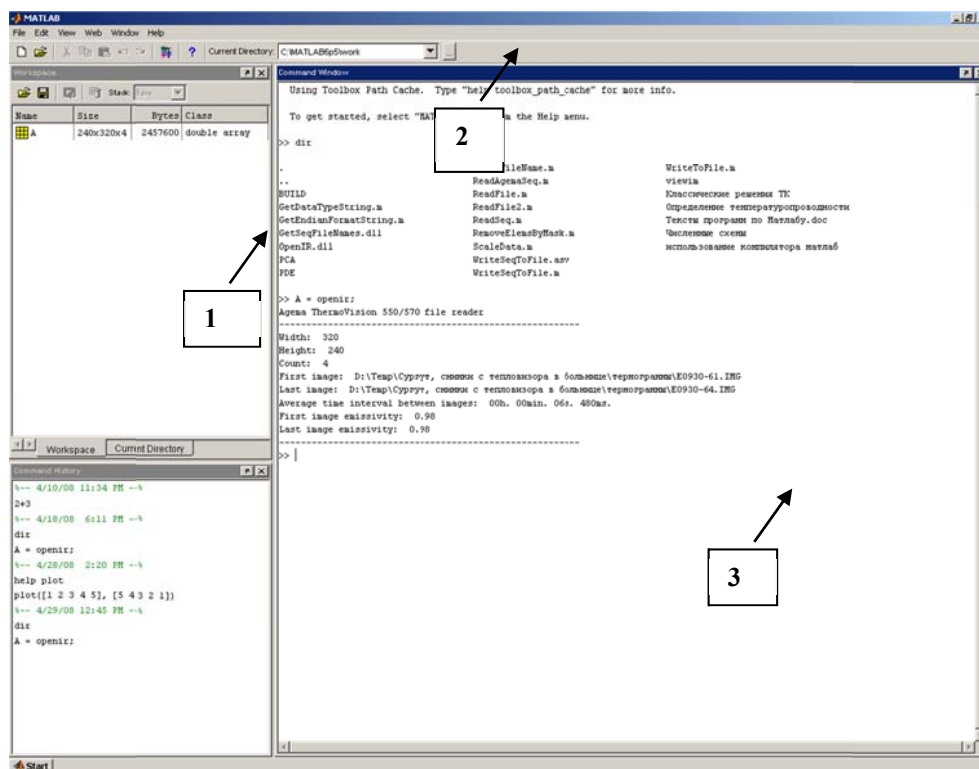


Рис. 1. Основные элементы управления

1 – окно Workspace;

2 – элемент для установки текущей директории (Current Directory);

3 – окно Command Window

Окно **Workspace** – отображает информацию о данных (рабочем пространстве), которые находятся в памяти программы. Рабочее пространство – это область памяти, элементы которой в виде переменных, функций доступны из командной строки MATLAB. В качестве переменных могут служить массивы, структуры, при этом в окне Workspace отображается имя, размеры массива, занимаемый размер в памяти в байтах, а также тип элемента. Пользователь может производить операции с данными, используя имя этого элемента (например, имя массива).

Окно **Command Window** – основное окно, с которым взаимодействует пользователь. В режиме командной строки пользователем вводятся команды, которые должны заканчиваться нажатием клавиши

**Enter.** В результате выполнения команды в окно **Command Window** может выводиться (или не выводиться) результат выполнения команды. Результат выводится в виде текстового сообщения, распечатки значений матриц, также возможно появление других окон, например окна, в котором будет построен график изменения значений переменной. Режим с командной строкой является эффективным способом взаимодействия пользователя с программой.

Элемент **Current Directory** позволяет настроить текущую директорию, в которой находятся функции, разработанные пользователем (например, функции в виде m-файлов). В результате установки текущей директории поиск функции, которая была запущена на выполнение через командную строку, будет начинаться именно с этой директории. Если MATLAB не удалось найти функцию в текущей директории, то поиск функции будет производиться в списке предварительно определенных директорий, к которым также относятся и директории, в которых расположены базовые функции MATLAB (например функция транспонирования матрицы или вычисления произведения матриц). Если функцию не удалось найти, то система выдаст сообщение об ошибке.

Настроить вид программы позволяют пункты меню **View** главного меню программы. Можно включить/выключить отображение тех или иных окон, а также установить вид доступный по умолчанию с помощью команды главного меню **View / Desktop Layout / Default**.

### Справочная система MATLAB

MATLAB имеет обширную справочную систему, которая вызывается с помощью главного меню программы **Help / MATLAB Help**. Вид окна справочной системы приведен на рис. 2. Вкладка **Contents** отображает все содержание справочной системы, разделенное по группам. Вкладка **Index** позволяет производить поиск по некоторым, заранее заданным и наиболее часто употребляющимся выражениям (например, названия функций MATLAB), вкладка **Search** используется для поиска выражения во всех статьях (topics) справочной системы, в качестве результата выдается список статей, в которых присутствует выражение для поиска.

В MATLAB также имеется большое количество примеров, которые доступны с помощью вкладки **Demos**.

Вкладка **Favorites** используется для помещения статей в категорию избранных для того, чтобы каждый раз не повторять процедуру поиска необходимой статьи.

Через командную строку MATLAB доступна команда **help**, которая позволяет получить справку через командную строку. Например, выражение **help sin** выдает справку по встроенной функции вычисления синуса.

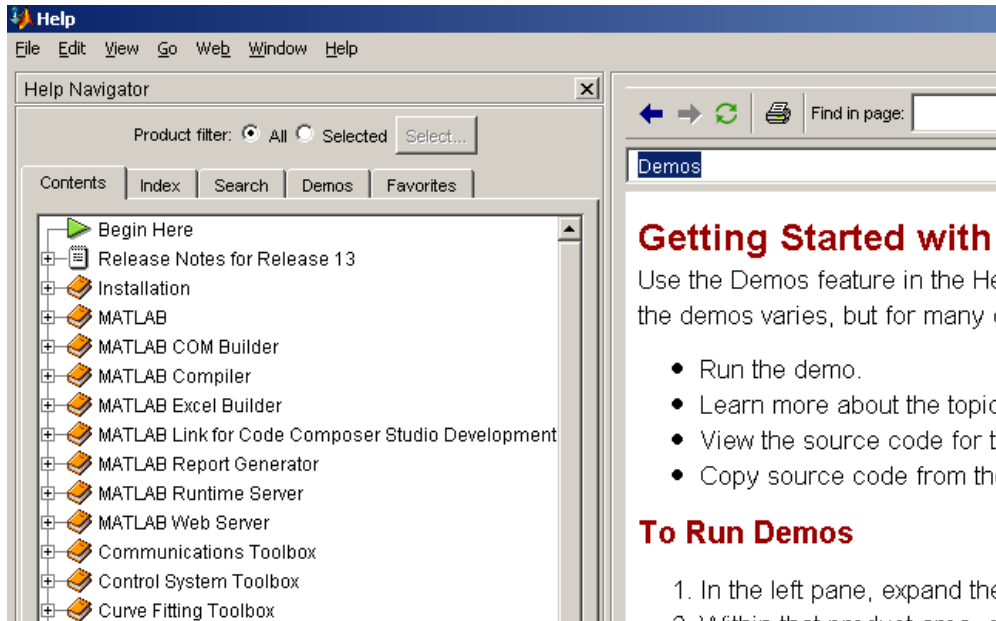


Рис. 2. Окно справки программы MATLAB

**Пример.** При создании собственных функций в виде m-файлов пользователь также может включать в текст функции собственную справку. Справка будет доступна с использованием выражения **help имя\_функции** через командную строку. Справка по функции оформляется в виде комментариев (в тексте программ комментарии начинаются с символа %), которые расположены по тексту программы до определения функции. Следует ввести в правило, при написании собственных функций в виде m-файлов добавлять справочную информацию по функции, куда включать назначение функции, синтаксис вызова, описание всех параметров, которые передаются и возвращаются функцией. Ниже приведен текст m-файла CircleSquare.m с возможным вариантом справочной информации.

```
%вычисление площади круга
%function S = CircleSquare(R)
%R – радиус круга
%S – площадь круга
```

```
function S = CircleSquare(R)
S = pi * R^2;
```

### Взаимодействие MATLAB с другими приложениями

Существует несколько способов взаимодействия системы MATLAB с внешними программами:

- Во-первых, можно написать расширение MATLAB на обычных языках программирования, таких как Си/Си++, Fortran и т. п.

- Имеется также возможность использования функций MATLAB в собственных приложениях. При этом, не обязательным требованием является наличие установленной системы MATLAB на компьютере. Необходимо только наличие dll библиотек MATLAB, которые можно распространять отдельно от MATLAB.
- Средой MATLAB можно управлять при помощи команд DDE (Dynamic Data Exchange) и технологии ActiveX (OLE, COM) Automation. Можно вызвать вычислительное ядро MATLAB из своей программы и получить результат вычислений среды MATLAB в свою программу. В этом случае MATLAB выступает как своего рода вычислительный сервер для внешней программы.
- Наконец, можно просто обмениваться данными со средой MATLAB через файлы данных (файлы, которые содержат данные в виде матриц, структур, имеют расширение **.mat**), структура которых описана в документации к системе.

## Основы работы в MATLAB

### Командная строка

Работа с программой MATLAB состоит в интерактивном взаимодействии пользователя с системой с помощью командной строки. Пользователь с помощью клавиатуры (в текстовом режиме) набирает определенные выражения в командной строке окна **Command Window**, а программа выполняет их после нажатия клавиши **Enter**. Результаты выполнения выводятся в это же окно. Выражениями могут быть:

- имена переменных;
- числа;
- операторы;
- имена функций и команды.

При наборе команд часто приходится вызывать предыдущие команды или достаточно частично изменить предыдущую команду, чтобы ввести новую. Для просмотра предыдущих команд следует использовать клавиши **вверх** ↑ и **вниз** ↓. Также можно пользоваться стандартными для текстовых редакторов клавишами: ←, →, Home, End, Ins, Backspace, Del для редактирования текста выражений в командной строке.

### Ввод-вывод данных. Специальные символы

**Матричные данные.** В MATLAB матрица – это прямоугольный массив чисел. Особое значение придается матрицам  $1 \times 1$ , которые являются скалярами, и матрицам, имеющим один столбец или одну строку, – векторам. MATLAB использует различные способы для

хранения численных и не численных данных, однако вначале лучше всего рассматривать все данные как матрицы. MATLAB организован так, чтобы все операции в нем были как можно более естественными. В то время как другие программные языки работают с числами как элементами языка, MATLAB позволяет вам быстро и легко оперировать с целыми матрицами.

**Ввод строк.** Для ввода строк используются символы апострофа, например 'stroka'. При вводе чисел в экспоненциальной форме следует пользоваться символом «e», например, следующие записи обозначают одно число: «12e-5» или «12\*10<sup>-5</sup>». При вводе комплексных чисел можно пользоваться символами 'i' и 'j', например «2+2i» или «2+2j».

**Вывод данных.** Для изменения формата вывода данных можно пользоваться командой **format**.

**Специальные символы.** При работе с матрицами широко используются специальные символы (например символ двоеточие «:» обозначает колонку в матрице, а также может использоваться для задания массива). Приведем некоторые, широко используемые символы. Следует помнить о том, что нумерация элементов матрицы начинается с единицы.

**Символы « [ ] ».** Квадратные скобки позволяют задавать массивы, например выражение «A = [1 2 3; 4 5 6]» задает массив A размерностью 2×3. Элементы массива, которые лежат на одной строке отделяются с помощью пробела, а строки разделяются символом «;».

**Символы скобок « () ».** Круглые скобки используются при индексации элементов массива (в индексных выражениях), а также для задания порядка выполнения операций. Например, можно выполнить операцию присвоения: «A(2, 3) = 100», которая присваивает элементу 2-го ряда 3-го столбца массива A значение 100.

**Символ « : ».** Оператор двоеточие позволяет обозначать колонки, а также используется для задания диапазонов.

Выражение «A = 1:10» присваивает переменной A значение вектора-строки, который задается в диапазоне 1...10 с шагом 1. Т. е. в результате выполнения этого выражения мы задаем вектор A с размерностью 1×10. При задании диапазонов можно также указывать шаг изменения. Например, результаты выполнения выражений «A = [1:0.5:2]» и «A = [1.0 1.5 2.0]» одинаковы.

Выражение «A(2:3)=[]» позволяет исключить из массива A 2-й и 3-й столбцы. Данный оператор также может использоваться для обозначения всего диапазона индексов.

**Символ « ' ».** Данный символ используется для транспонирования матриц.



**Символ « . ».** При выполнении арифметических операций с матрицами следует помнить о том, что по умолчанию все арифметические операции выполняются в матричном виде, т. е. выполнение выражений

$$A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6];$$
$$B = A * A;$$

вызовет ошибку и сообщение о том, что размерности матриц должны совпадать. Для выполнения поэлементного умножения элементов матриц следует пользоваться выражением « .\* » (например, «A = [1 2 3; 4 5 6]; B = A.\*A;»)

**Символ « ... ».** Данный символ служит для переноса курсора ввода на следующую строку. Так как переход на следующую строку и запуск команды на выполнение осуществляется при нажатии клавиши **Enter**, то для ввода «длинных» используют символы « ... ». После набора данных символов и нажатия **Enter** переход на новую строку осуществляется без выполнения введенного выражения.

**Символ « ; ».** Данным символом может заканчиваться введенное выражение. Если он не используется, то результат выражения печатается на экране. При создании матриц больших размеров следует использовать этот символ, так как печать значений матриц с несколькими тысячами элементов на экране может замедлить выполнение введенного выражения или пользовательской функции.

При использовании индексных выражений можно пользоваться выражением **end**, которое обозначает последний индекс в индексном выражении. Например, в результате выполнения выражения «A = [ 1 2 3 4 5 6]; B = A(2:end)» в массив B будет содержать значения «B = [ 2 3 4 5 6]».

Список специальных символов, доступных в MATLAB, с комментариями можно получить, набрав команду **help ops**.

### Работа с памятью

**Расположение элементов массивов в памяти.** Основные функции по работе с матрицами в MATLAB написаны на языке Fortran. Так как в этом языке принято располагать элементы массива в памяти в порядке расположения столбцов, то физически (в оперативной памяти или в файлах данных) данные хранятся в порядке расположения столбцов. Это можно видеть по результату выполнения команды: «A = [1 2 3; 4 5 6]; B = A(:)», в результате которой в массиве B будут следующие значения: B = [ 1; 4; 2; 3; 6]. Данный порядок расположения элементов в матрице следует учитывать при чтении и создании файлов данных программы MATLAB, которые имеют открытый формат. При обращении к элементам массива из командной строки используется обычный поряд-

док, например для двумерного массива сначала указывается номер строки, а потом номер столбца.

**Очистка памяти.** При работе с MATLAB в рабочей области может накапливаться достаточно большое количество переменных и функций, которые находятся в памяти. Это может создать проблемы из-за нехватки памяти, а также и из-за нехватки имен, которые присваиваются переменным. Для очистки рабочей области используется команда **clear**, а также ее производные (**clear all**, **clear global** и др.).

## Программирование в MATLAB

MATLAB – это мощный язык программирования, также как и интерактивная вычислительная среда. Как упоминалось выше, система MATLAB имеет встроенный язык программирования. Для хранения текстов программ, их организации используются m-файлы, которые представляют собой обычные текстовые файлы, которые можно открыть любым текстовым редактором. Код, написанный пользователем, может быть оформлен в виде функций и сценариев. Для вывода содержимого m-файла на экран используется команда **type**.

### Чувствительность к регистру

Язык программирования MATLAB является чувствительным к регистру, например, имена переменных **temp** и **Temp** различаются.

### Функции MATLAB

Функции имеют входные и выходные аргументы. Они оперируют с локальными переменными. Все переменные, создаваемые внутри функции доступны только внутри m-файла. Функции могут принимать несколько параметров, а также возвращать несколько значений. В качестве примера функции можно привести текст m-файла **getROI.m**. Данная функция позволяет вырезать из двумерной матрицы, которой может являться термограмма, определенную прямоугольную область (ROI – region of interest, область интереса). Координаты такой прямоугольной зоны можно получить с помощью функции **getrect**.

```
function B = getROI(A, rect);
    rc = [ rect(1) rect(3)+rect(1) rect(2) rect(4)+rect(2)];
    rect = round(rc);
    B = A(rc(3):rc(4), rc(1):rc(2));
```

Функции могут также не возвращать и не принимать значений. Также функции могут реализовываться в виде файлов динамически загружаемых библиотек, так называемых расширений системы MATLAB.

## Виды функций в MATLAB

Функции в системе MATLAB можно разделить на две группы: пользовательские функции и функции принадлежащие MATLAB. К пользовательским функциям относим функции, которые разрабатываются пользователем в процессе работы. Функции принадлежащие MATLAB поставляются вместе с MATLAB и библиотеками функций (toolboxes). Кроме того, часть функций принадлежащих MATLAB называется встроенными.

Встроенные функции оптимизированы по времени выполнения и имеют продуманный пользовательский интерфейс и справку. Особенностью этих функций является то, что они реализованы не с помощью встроенного языка программирования MATLAB, а с использованием языков более низкого уровня, для уменьшения времени выполнения. Примерами таких функций являются функции **sqrt**, **sin** и др.

**Пример.** Выполнение команды **type** для встроенной функции выдает сообщение о невозможности вывода текста функции. В то время как функция **mean**, позволяющая вычислять среднее значение, реализована в виде m-файла.

Все функции принадлежащие MATLAB разделены по группам. Чтобы получить справку по группам функций достаточно набрать в командной строке выражение **help**. Одной из таких групп может служить группа элементарных функций (обозначается **elfun**). Получить список доступных элементарных функций, уже реализованных в MATLAB можно с использованием выражения **help elfun**. Разделение на функций на группы можно проследить и физически, так в директории, куда установлен MATLAB имеется директория `matlab\toolbox`, в которой содержатся m-файлы, разделенные по группам. Например, в директории `matlab\toolbox\matlab` содержатся все принадлежащие MATLAB функции, к которым можно отнести элементарные функции (директория `matlab\toolbox\matlab\elfun`), функции для работы с матрицами (директория `matlab\toolbox\matlab\matfun`), а также функции различных библиотек функций.

## Сценарии MATLAB

Сценарии не имеют входных и выходных аргументов. Они оперируют с данными из рабочего пространства. Переменные, которые создаются внутри скрипта, становятся переменными рабочей области и остаются доступными после выполнения скрипта. В качестве примера скрипта можно привести текст файла `scen.m`.

```
A = openIR;  
viewim(A);
```

Данный скрипт вызывает функцию `openIR`, результат вызова которой присваивается переменной `A`, далее, эта переменная передается в функцию `viewim`. После выполнения этого сценария в рабочей области (**Workspace**) программы будет доступна переменная `A`. Текст файла `scen.m` не содержит слова `function`, что отличает сценарии от функций MATLAB.

## Разработка функций MATLAB

**Синтаксис определения и вызова m-функций.** Текст m-функции должен начинаться с заголовка, после которого следует тело функции. Заголовок определяет «интерфейс» функции (способ взаимодействия с ней) и устроен следующим образом:

```
function [RetVal1, RetVal2,... ] = FunctionName(par1, par2,...)
```

Здесь провозглашается функция (с помощью неизменного "ключевого" слова `function`) с именем `FunctionName`, которая принимает входные параметры `par1, par2, ...,` и выработывает (вычисляет) выходные (возвращаемые) значения `RetVal1, RetVal2...`

По-другому говорят, что аргументами функции являются переменные `par1, par2, ...,` а значениями функции (их надо вычислить) являются переменные `RetVal1, RetVal2, ....`

Указанное в заголовке имя функции (в приведённом примере – `FunctionName`) должно служить именем файла, в который будет записан текст функции. Для данного примера это будет файл `FunctionName.m` (расширение имени, по-прежнему, должно состоять лишь из одной буквы `m`). Рассогласования имени функции и имени файла не допускается!

Тело функции состоит из команд, с помощью которых вычисляются возвращаемые значения. Тело функции следует за заголовком функции. Заголовок функции плюс тело функции в совокупности составляют определение функции.

Как входные параметры, так и возвращаемые значения могут быть в общем случае массивами (в частном случае – скалярами) различных размерностей и размеров.

При вызове функции из m-файла MATLAB производит разбор текста функции и сохраняет в памяти так называемый **псевдокод** (`pseudocode`) в виде инструкций процессору. Разобранная функция хранится в памяти до вызова команды **clear**. Хранение в памяти псевдокода функции позволяет не проводить разбор текста функции при каждом ее вызове. В MATLAB существует команда **pcode** которая позволяет сохранять псевдокод функции в файл с расширением **.p**, вызов таких файлов происходит быстрее, так как MATLAB не производит разбор кода

функции, кроме того, разработчик в этом случае оставляет текст функции недоступным другим пользователям.

**Вызов функций из m-файлов.** Для того чтобы функция могла быть вызвана из m-файла необходимо, чтобы название m-файла совпадало с названием функции. Внутри этой функции могут вызываться любые другие пользовательские функции (должны находиться в этой же директории что и m-файл или в этом же m-файле) и функции принадлежащие MATLAB. Кроме того, функция может вызывать саму себя (рекурсия).

В ряде случаев бывает достаточно удобно располагать в одном m-файле несколько функций (одну главную и несколько дополнительных). Для их обозначения в справочной системе MATLAB используется термин **subfunction**. В тексте m-файла можно поместить определения нескольких функций, причём только одна из них может совпадать по имени с именем файла. Именно эта функция и будет доступна из командной строки и других функций.

В качестве примера m-файла приведем функцию для получения среднего значения в прямоугольной области для каждой термограммы (2-х мерная матрица) в последовательности термограмм (3-х мерная матрица).

```
%получение среднего значения для последовательности в прямоугольной области
%function mn = getMeanInRect(A, rc)
%A – 3х мерная последовательность
%rc – прямоугольная область (получаем с помощью функции getrect)
%mn – изменение среднего значения во времени
```

```
function mn = getMeanInRect(A, rc)
```

```
numMat = size(A, 3);
```

```
nrc(1) = rc(1);
```

```
nrc(2) = rc(2);
```

```
nrc(3) = rc(1) + rc(3);
```

```
nrc(4) = rc(2) + rc(4);
```

```
for i=1:numMat
```

```
    B = A(nrc(2):nrc(4), nrc(1):nrc(3), i);
```

```
    mn(i) = mean(B(:));
```

```
end;
```

## Векторизация данных

Язык программирования MATLAB рассчитан на обработку матричных данных, поэтому многие операторы и функции позволяют проводить операции с такими данными. Например, функция **sin** позволяет найти функцию синуса для всех элементов массива данных. Пользова-

тель должен пользоваться данной возможностью, так как это позволяет улучшить читаемость текста программы и увеличить производительность. Например, вместо того, чтобы в цикле для всех элементов массива находить функцию синуса, можно ограничиться одним выражением. Такие действия называются векторизацией. Рассмотрим пример векторизации при расчете неадиабатического нагрева полуограниченного тела постоянным тепловым потоком. В качестве формулы для программирования используется выражение:

$$\frac{T}{Q/h} = 1 - e^{H^2 a \tau} \operatorname{erfc}(H \sqrt{a \tau}); \quad H = h / \lambda,$$

где  $\tau$  – время,  $Q$  – тепловой поток,  $T$  – температура,  $h$  – коэффициент поверхностного теплообмена,  $\lambda$  – теплопроводность,  $a$  – температуропроводность.

Ниже приводится пример программирования формулы без использования возможности векторизации (в функции используется цикл **for** в котором для каждого момента времени вычисляется значение температуры):

```
function T = SI_STEP_NA1(time, diff, Q, cond, alf)
%function T = SI_STEP_NA1(time, diff, Q, cond, alf)
%расчет температуры для полубесконечного тела, неадиабатический нагрев
%импульсом бесконечной длительности
%time – время
%diff – температуропроводность
%Q – тепловой поток
%cond – теплопроводность
%alf – коэф. теплообмена на поверхности

colCnt = size(time, 2);
T = zeros(1, colCnt);

H = alf / cond;
for i=1:colCnt
    T(i) = Q/alf * (1 - exp(H^2 * diff * time(i)) * erfc(H * sqrt(diff * time(i))));
end;
```

Далее приводится вариант, в котором используется возможность векторизации. Следует отметить использование оператора «.\*», который выполняет поэлементное умножение элементов массива.

```
function T = SI_STEP_NA2(time, diff, Q, cond, alf)
%function T = SI_STEP_NA2(time, diff, Q, cond, alf)
%расчет температуры для полубесконечного тела, неадиабатический нагрев
%импульсом бесконечной длительности
```

```

%time – время
%diff – температуропроводность
%Q – тепловой поток
%cond – теплопроводность
%alf – коэф. теплообмена на поверхности

H = alf / cond;
T = Q/alf * (1 - exp(H^2 * diff * time) .* erfc(H * sqrt(diff * time)));

```

### Предварительное выделение памяти

Если нет возможности векторизовать часть кода, то можно заставить цикл **for** работать быстрее. Для этого нужно предварительно выделить вектора или массивы, в которых будут храниться выходные результаты. Например, следующий код использует функция **zeros** для предварительного выделения вектора, создаваемого в цикле **for**. Это позволяет циклу **for** работать заметно быстрее.

```

r = zeros(32,1);
for n= 1:32
    r(n) = rank(magic(n));
end

```

Без предварительного выделения в предыдущем примере интерпретатор MATLAB увеличивает вектор **r** по одному элементу каждый раз внутри цикла. Предварительное выделение вектора устраняет это действие, и результат получается быстрее.

### Глобальные переменные

При использовании нескольких функций бывает необходимо, чтобы им была доступна одна переменная для ее модификации. Глобальные переменные объявляются в каждом файле. В качестве примера использования глобальных переменных рассмотрим работу встроенных функций **tic** и **toc**. Функция **tic** запускает встроенный таймер (используется встроенная функция **clock**) и сохраняет его в глобальной переменной **TICТОС**, а функция **toc** рассчитывает время, прошедшее с момента запуска таймера и выводит время таймера на экран.

```

function tic
% TIC Start a stopwatch timer.
% TIC; any stuff; TOC
% prints the time required.
% See also: TOC, CLOCK.
global TICТОС
TICТОС = clock;

```

```

function t = toc
% TOC Read the stopwatch timer.
% TOC prints the elapsed time since TIC was used.
% t = TOC; saves elapsed time in t, does not print.
% See also: TIC, ETIME.
global TICTOC
if nargin < 1
    elapsed_time = etime(clock,TICTOC)
else
    t = etime(clock,TICTOC);
end

```

Пример использования глобальной переменной дополнительной функции в файле Nroots.m.

```

function mu = NRoots(Bi, muCnt)
%function mu = NRoots(Bi, muCnt)
%вычисление первых muCnt положительных корней
%трансцендентного уравнения  $x * \tan(x) = Bi$ 

global BiValue
BiValue = Bi;

R = zeros(1, muCnt);
dx = 0.001;

a = -dx;
b = pi/2 - dx;
mu(1) = fzero(@func,[a b]);
for i=1:(muCnt-1)
    a = pi/2 * (2*i - 1) + dx;
    b = pi/2 * (2*i - 1) + pi - dx;
    mu(i+1) = fzero(@func,[a b]);
end;

function Res = func(x)
global BiValue
Res = x * tan(x) - BiValue;

```

### Указатели на функции

В ряде случаев удобно воспользоваться не самой функцией, а указателем на функцию. Это дает возможность в процессе вызова менять одни вызываемые функции на другие. Для обозначения указателя используют символ @. Ниже приведен пример m-файла, который в качестве аргумента принимает указатель на функцию.

```

function plotFuncPtr(funcPtr, data)
plot(data, feval(funcPtr, data));

```



## Создание расширений MATLAB

Обычно, пользователь-программист работает с системой MATLAB непосредственно, кодируя необходимые алгоритмы на встроенном языке MATLAB. В результате такого программирования получаются текстовые m-файлы. Встроенный язык программирования MATLAB весьма удобен для написания математических алгоритмов для работы с матрицами, но для работы с графикой или, например, программирования алгоритма чтения файла определенного формата данный язык не удобен. Также, в ряде случаев алгоритм на языке программирования MATLAB не поддается векторизации и время счета математической задачи может исчисляться сутками.

В этом случае функция MATLAB, написанная с помощью таких языков программирования как Си, Си++, Fortran и с использованием принципов ООП будет исполняться во много раз быстрее аналогичной программы на языке MATLAB.

Кроме того, иногда возникают ситуации, когда те или иные сложные алгоритмы уже были реализованы на других языках программирования. В этом случае также будет быстрее не переписывать весь алгоритм на языке MATLAB, но написать относительно небольшой «переходник» от MATLAB к уже существующему на другом языке программирования модулю и вызвать его из среды MATLAB напрямую.

Для того, чтобы написать модуль, расширяющий набор функций MATLAB, нужно создать обычную динамическую библиотеку (DLL) для Microsoft Windows со специальным набором функций (интерфейсом). Данная библиотека может быть создана при помощи многих компиляторов языка Си/Си++, однако, наиболее часто используется компилятор разработки компании Microsoft Visual C++.

В документации по системе MATLAB для подобных расширений употребляется термин MEX-файл (Matlab EXtension), и сам MATLAB по этому расширению имени файла может определить, что данный модуль является ее расширением. Хотя, специально назначать MEX в качестве расширения имени файла необязательно, MATLAB может прекрасно работать и со стандартным расширением подобных динамических библиотек – DLL.

Папка matlab\extern\include на диске, на котором установлена система MATLAB, содержит все необходимые файлы-заголовки для программ на Си и Си++. Примеры расширений в виде исходных текстов программ на Си находятся в папке matlab\extern\examples.

Кроме того, имеется папка matlab\extern\src, в которой приведен исходный текст некоторых вспомогательных функций, весьма облегчающий отладку модулей расширения MATLAB.

В справочной системе также содержится раздел **External Interfaces**, посвященный вопросам создания расширений MATLAB.

### Отладка программ

Остановимся на вопросе отладки m-файлов, то есть на приёмах, с помощью которых можно выявить месторасположение ошибок и их причину. Система MATLAB предоставляет ряд возможностей в этом процессе. В частности, при возникновении ошибки в процессе выполнения m-файла, в командное окно выводится приблизительное диагностическое сообщение и номер строки, в котором по мнению MATLABа произошла ошибка.

Другим, более развитым способом отладки функции является применение точек останова и пошаговое выполнения тела функции. Для этого применяют встроенные возможности редактора-отладчика системы MATLAB. Вид редактора m-файлов в режиме отладчика приведен на рис. 3.

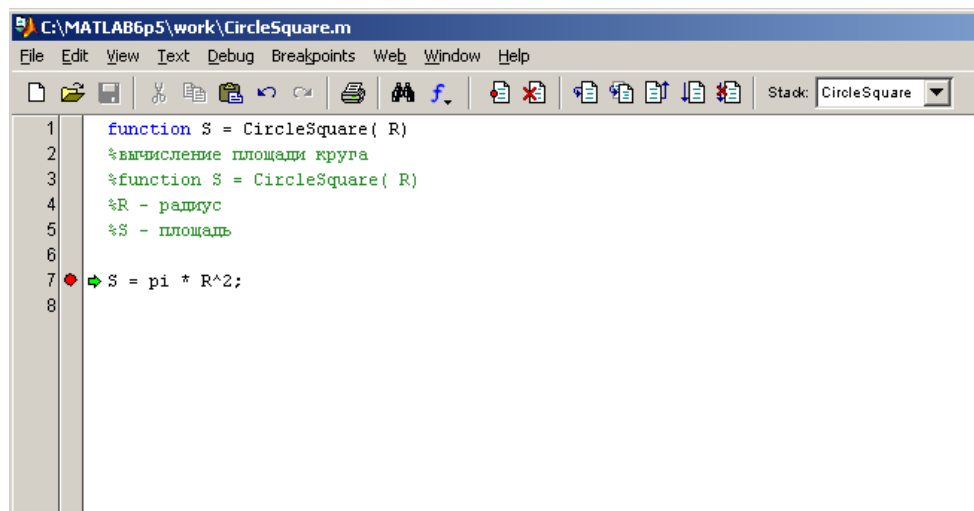


Рис. 3. Вид редактора m-файлов в процессе отладки

Пользователь может установить точку останова на определенной линии кода программы. Если точка останова определена, то выполнение программы прервется на данном месте (если функция находится в процессе отладки). Точки останова показаны красной точкой, а текущая позиция, в которой остановилось выполнение программы зеленой стрелкой. При наведении курсора на переменную во время отладки отображаются значения этой переменной. Кроме того, все переменные отлаживаемой функции становятся доступны через командную строку, т. е. пользователь может просмотреть их значения. Для изменения позиции отладки служат пункты меню Debug в редакторе m-файлов, которые позволяют увеличить позицию отладки на одну линию, перейти в тело вызываемой функции, перейти к следующей точке останова, выйти из режима отладки.

Изменив текст функции и устранив выявленную ошибку, запускаем функцию на выполнение, в результате чего, либо удостоверяемся в её правильной работе, либо находим новую ошибку. Желательно продумать методику отладки, запуская функцию на выполнение с разными значениями аргументов и разными значениями глобальных функций. В результате такого итерационного отладочного процесса приходят к правильно работающим функциям.

## Структуры данных

Иногда бывает желательно под одним именем объединить числовые и текстовые данные (например, результаты физических экспериментов, данные о переписи населения и так далее). Для этой цели в системе MATLAB предусмотрен специальный тип данных – **struct** (*структура*).

Переменные типа `struct` имеют в своём составе несколько именованных полей. Создадим переменную `MyStruct1`, состоящую из двух полей: одного числового поля с именем `data` и одного текстового поля с именем `name`:

```
MyStruct1.name = '1st result';  
MyStruct1.data = [ 1, 2.5; -7.8, 2.3 ];
```

Достаточно удобно использовать структуры при выполнении повторяющихся вычислений с различными параметрами, где в качестве результата возвращать не только вычисленные значения, но и набор параметров, при которых эти значения были получены. Полученные структуры можно сохранять в файлы и в последующем обрабатывать полученные результаты. Пример функции, которая рассчитывает значения при определенном наборе параметров, приведен ниже.

```
function Res = CalcFunction  
comment = 'комментарий';  
par1 = 1;  
par2 = 2;  
par3 = 3;  
par4 = 4;  
  
T = OtherFunction(par1, par2, par3, par4);  
  
Res.comment = comment;  
Res.par1 = par1;  
Res.par2 = par2;  
Res.par3 = par3;  
Res.par4 = par4;  
Res.T = T;
```

В данном случае, в функции `CalcFunction` вызывается функция `OtherFunction`, которая принимает набор параметров `par1`, `par2`, `par3`,

par4, par5 и присваивает возвращает результат в переменной T. Все параметры, возможные комментарии и посчитанные значения сохраняются в структуру Res, которая и возвращается функцией CalcFunction. Структуру Res можно сохранить в файле данных, а потом сравнить результаты выполнения функции OtherFunction с другими параметрами.

### Работа с текущей директорией

При вызове пользовательских функций (m-файлы или файлы dll) следует помнить о том, что программа загружает эти функции из **текущей директории (Current Directory)** или из списка директорий, в которых MATLAB может производить поиск файла вызываемой функции. В любом случае, вызываемая функция ищется сначала в текущей директории, а потом уже в директориях, которые указаны в пути поиска в порядке их следования. Текущая директория устанавливается с помощью команды **cd**, или с помощью элемента управления **Current Directory** в главном окне программы (рис.). Например, команда `cd C:\` устанавливает в качестве текущей директории корневой каталог диска C.

Для добавления директории в начало списка директорий для поиска используется команда **addpath**, для вывода списка директорий используется команда **path**. Для удаления директории из списка директорий для поиска используется команда **rmpath**. Бывает удобным создание сценариев, которые при вызове устанавливают нужные пути поиска, так как пользовательские функции обычно расположены в различных директориях.

## Визуализация данных

### Управляемая графика

Графические объекты – это базисные элементы системы управляемой графики в MATLAB. Они сформированы в дерево структурной иерархии. Этим отражается связь графических объектов. Например, объекты Line (линия) нуждаются в объектах Axes (оси) как в системе отсчета. В свою очередь объекты Axes существуют только с объектами Figure.

Графики отображаются на объекте Figure. Чтобы создать пустой объект данного типа достаточно выполнить команду Figure. В этом случае при выполнении команды plot, график будет отображен именно на этом объекте. Если не существует пустого объекта Figure, то он создается.

Есть одиннадцать видов объектов управляемой графики:

- Объекты Root являются вершиной иерархии. Они соответствуют экрану компьютера. MATLAB автоматически их создает в начале сеанса работы.
- Объекты Figure – это окна на экране, кроме командного окна.

- Объекты `Uicontrol` – это пользовательское управление интерфейсом. Когда пользователь активирует объект, вызывается соответствующая функция. Они включают в себя `pushbutton`, `radio button` и `slider`.
- Объекты `Axes` определяют область в окне `Figure` и ориентацию дочерних объектов в этой области.
- Объекты `Uimenu` представляют собой меню пользовательского интерфейса, которое расположено в верхней части окна `Figure`.
- Объекты `Image` – это двумерные объекты, которые выводит MATLAB, используя элементы прямоугольного массива как индексы в палитре.
- Объекты `Line` являются основными графическими базисными элементами для большинства двумерных графиков.
- Объекты `Surface` – это трехмерное представление данных матрицы, созданное путем графического отображения данных как высот над плоскостью XY.
- Объекты `Text` – это строки символов.
- Объекты `Light` определяют источник света, действующий на все объекты в пределах `Axes`.

### Управление объектами

Каждый отдельный графический объект имеет свой уникальный идентификатор, называемый **handle** (манипулятор), который MATLAB присваивает объекту при создании. Некоторые графики, например с несколькими кривыми, состоят из многих объектов, каждый из которых имеет свой собственный идентификатор (`handle`). Чем пытаться прочесть их с экрана и повторно вводить, вы увидите, что всегда лучше хранить значение в переменной и использовать его по необходимости.

MATLAB имеет несколько функций для получения доступа к часто используемым объектам:

- **gcf** (`get current figure`)
- **gca** (`get current axis`)
- **gco** (`get current object`)

Вы можете использовать эти функции в качестве входных аргументов других функций, оперирующих с идентификаторами `figure` и `axes`. Получить идентификаторы других объектов можно во время их создания. Все функции MATLAB, которые создают объекты, возвращают идентификатор (или вектор идентификаторов) созданного объекта.

Идентификатор объекта `root` всегда нуль. Идентификатор `Figure` – это целое число, которое по умолчанию отображается в заголовке окна. Идентификаторы других объектов являются числа с плавающей точкой, которые содержат ин-

Многие функции, которые работают с графикой возвращают идентификатор `handle`, с помощью которого можно управлять созданным объектом. Так команда `plot` возвращает массив идентификаторов на объекты `Line`. Команда `surf` возвращает идентификатор для объекта поверхность.

Для записи/чтения свойств объекта используются команды `set/get`. Вызов команды `get(h)`, где `h` является идентификатором объекта позволяет получить свойства этого объекта, которые можно изменять. Для установки свойств используется команда `set`. Синтаксис команды может быть следующим: `set(h, 'PropertyName', PropertyValue, ...)`, где `h` – идентификатор объекта, `PropertyName` – имя свойства для установки, `PropertyValue` – значение свойства.

### Построение одномерных и двумерных данных

Для построения используется команда `plot`. Данная команда ставит в соответствие каждому элементу из массива `X` соответствующий элемент из массива `Y`. Параметры команды также позволяют изменять вид кривой.

При использовании команды `plot` могут быть полезными следующие команды для изменения представления графиков:

- **hold on/ hold off** – включает/выключает режим отображения нескольких графиков на одном поле;
- Группа команд **axis**: `axis equal` – при представлении графика используется одинаковый масштаб по осям, `axis off` – отключает отображение осей, `axis([xmin xmax ymin ymax])` – устанавливает пределы по осям;
- **grid on/ grid off** – включает/выключает режим отображения сетки.

### Построение трехмерных данных

Для визуализации трехмерных данных могут использоваться команды **surf**, **mesh**, **image**, **imagesc**. В данные команды передается одномерные вектора `x` и `y`, которые определяют сетку по координатам `X` и `Y`, а также двумерная матрица `z`, которая определяет значения точек по оси `Z`. Если в функции передается только двумерная матрица, то сетка по осям `X` и `Y` определяется номерами строки и столбца для матрицы `z`.

Имеется возможность не только построить трехмерную поверхность, но и раскрасить ее в цвета палитры – таблицы, которая определяет соответствие между цветом и численным значением.

При визуализации трехмерных данных могут быть полезными команды:

- группа команд **shading**, которые устанавливают параметры затемнения (например, команда `shading interp`);
- команда **colorbar**, которая позволяет отобразить используемую палитру, вместе со шкалой значений;

- команда **colormap**, позволяющая установить палитру, например, `colormap jet` устанавливает стандартную палитру `jet` (в MATLAB имеется ряд стандартных палитр: `hsv`, `hot`, `gray`, `bone`, `copper`, `pink`, `flag`, `lines`, `colorcube`, `jet`, `prism`, `cool`, `autumn`, `spring`, `winter`, `summer`);
- команда **colormapeditor**, позволяющая в интерактивном режиме изменить палитру, а также установить палитру из стандартных палитр;
- команда **pixval**, позволяет отображать значение данных, которое соответствует позиции курсора на изображении данных;
- команды **getrect**, **getline**, которые позволяют выбрать на изображении определенную область и получить координаты этой области, а также данные в этой области.

### Рекомендуемая литература

1. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. MATLAB 7. Самоучитель. ISBN: 5-477-00283-2. – Издательство «НТ Пресс», 2006. – 464 с.
2. Поршнева С.В. MATLAB 7. Основы работы и программирования: учебник. ISBN: 5-9518-0137-0. – Издательство «Бином. Лаборатория знаний», 2006. – 320 с.
3. Подкур М.Л., Подкур П.Н., Смоленцев Н.К. Программирование в среде Borland C++ Builder с математическими библиотеками MATLAB. – М.: ДМК Пресс, 2006. – 496 с.: ил., CD.
4. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
5. Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. Серия: Самоучитель. – Издательство: НТ Пресс, 2006. Мягкая обложка. – 496 с.

### *Ссылки в Интернет*

1. <http://www.mathworks.com> – Сайт компании MathWorks – разработчика MATLAB
2. <http://matlab.exponenta.ru> – Консультационный центр MATLAB компании Softline
3. <http://www.butovo.com/~zss/matlab/5/1.htm> – Интернет – курс по MATLAB
4. <http://www.intuit.ru> – Интернет-Университет Информационных Технологий
5. <http://www.citforum.ru> – Центр информационных технологий
6. <http://amd.stu.neva.ru/anufriev/MLab/mlad.htm#posobie> – И.Е. Ануфриев. Информатика. Пакет MatLab. Основы работы и лабораторный практикум

## Лабораторная работа.

### Работа с математическим редактором MATLAB. Часть 1.

#### *Цель работы*

Ознакомление с основными элементами управления MATLAB 7.0. Выполнение элементарных вычислений с помощью системы MATLAB. Ознакомление со справочной системой MATLAB.

#### *Задание*

Изучить теоретический материал по системе MATLAB. Выполнить предложенные практические задания. Ответить на контрольные вопросы. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить результаты практических заданий (представить выполненные команды и результаты их выполнения) и ответы на контрольные вопросы.

#### *Практические задания*

1. Найдите в справочной структуре статью «MATLAB Directory Structure». Добавить эту статью в категорию избранных в справочной системе MATLAB. Найти список всех статей, в которых используется выражение «sin».
2. Наберите в командной строке выражение: **help sum**. Результатом выполнения этой команды служит справка по функции суммирования элементов для массива. Найдите в директории, в которую установлен MATLAB файл с именем **sum.m**, откройте его с помощью программы Notepad (Блокнот). По какому алгоритму работает эта функция? Как можно создать справку к своему m-файлу? Выполните команду `sum([0 1 2; 3 4 5])`, поясните результат.
3. Ввести матрицу:  $A(:, :, 1) = [1\ 2\ 3; 4\ 5\ 6]$ ;  $A(:, :, 2) = [7\ 8\ 9; 10\ 11\ 12]$ . Сколько размерностей имеет данная матрица? Вывести значения матрицы на экран. Посчитать сумму всех элементов матрицы используя функцию **sum**; Посчитать среднее значение всех элементов, используя функцию **mean**; В матрице В сохранить транспонированную матрицу  $A(:, :, 1)$ . Вывести матрицу В на экран.
4. Преобразовать 3-х мерную матрицу  $A(:, :, 1)=[1\ 2\ 3; 4\ 5\ 6]$ ;  $A(:, :, 2)=[7\ 8\ 9; 10\ 11\ 12]$ ; в 2-х мерную матрицу  $[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6; 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12]$  размерностью  $2 \times 6$  используя команду **reshape**. Преобразовать матрицу А в вектор размерностью  $1 \times 12$ .
5. Посмотрите результат выполнения команды:  $A = [1\ 2\ 3; 4\ 5\ 6]$ ;  $A(:)$ , объясните действия операторов.
6. Что выполняют функции: **zeros**, **ones**, **eye**, **fliplr**?



7. Решите систему линейных уравнений в матричном виде:  $Ax = B$ , где  $A = [1\ 2\ 3; 4\ 5\ 6; 7\ 8\ 9]$ ;  $B = [1; 2; 3]$
8. Создать двумерную матрицу  $5 \times 5$ , заполнить ее числами, которые заданы в соответствии с равномерным законом распределения, удалить 2 и 4 строки из получившейся матрицы.
9. Создать матрицу размерностью  $240 \times 320 \times 10$ , имитирующую последовательность термограмм. Вывести на экран количество строк, столбцов и количество термограмм, используя команду **size**.
10. Имеются два вектора  $A = [1\ 2\ 3\ 4\ 5]$  и  $B = [4\ 5\ 6\ 7\ 8]$ , вычислить поэлементное произведение векторов.
11. Вычислить произведение чисел  $2.05 \cdot 10^{15}$  и  $4.1 \cdot 10^{15}$ .
12. Посчитать значение функции **sin** в диапазоне от 0 до  $2\pi$  с шагом 0.1 радиан. Построить график функции, используя команду **plot**.
13. Сравните результат выполнения выражения  $A = \text{zeros}(500, 500)$  с введенным символом « ; » и без него.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что такое текущая директория? С помощью какой команды можно отобразить содержимое текущей директории? Какая команда позволяет изменить текущую директорию?
2. Как установить вид окон по умолчанию в редакторе MATLAB?
3. Сформулировать основные отличия в интерфейсах математических редакторов MATLAB и MathCad.
4. Как можно быстро вызвать предыдущие выполненные выражения в командной строке MATLAB?
5. Как можно перейти на следующую строчку командной строки при наборе длинного выражения в MATLAB?
6. Для чего используется функция **disp**?
7. В каких случаях применяются операторы «\*» и «.\*»?
8. С помощью какой функции можно вывести содержимое m-файла на экран.
9. Что такое переменная **ans**?
10. С помощью какой команды можно получить справку по функции?

## Лабораторная работа.

### Работа с математическим редактором MATLAB. Часть 2.

#### *Цель работы*

Получение навыков программирования m-файлов. Ознакомление со встроенным языком программирования MATLAB. Получение навыков работы со справочной системой.

#### *Задание*

Прочитать теоретический материал по системе MATLAB. Выполнить предложенные практические задания. Ответить на контрольные вопросы. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить результаты практических заданий в виде текстов m-файлов и результатов работы запрограммированных функций, а также ответы на контрольные вопросы.

#### *Практические задания*

1. Загрузить тепловизионное изображение с помощью функции **openir** и визуализировать термограмму, используя функции **surf**, **mesh**, **image**, **imagesc**. Применить функции **shading interp**, **colorbar**, **colormap**, **colormapeditor**, **pixval**. В отчете привести соответствующие изображения.
2. Просмотреть результат выполнения функции **viewim** для визуализации одиночных термограмм и их последовательностей. Для этого с помощью функции **openir** загрузить последовательность термограмм и открыть ее с помощью функции **viewim**. Данная функция написана на языке программирования MATLAB с использованием возможности создания пользовательского интерфейса (GUI). Возможность создания графического пользовательского интерфейса стала доступна в версиях 6.X MATLAB и выше. Текст функции находится в файле **viewim.m**, а пользовательский интерфейс загружается из файла **viewim.fig**.
3. Самый лучший способ научиться писать m-файлы – это разбор уже готовых решений. В директории, matlab/toolbox программы MATLAB, содержится большое количество таких файлов. Описать алгоритм работы функции **ind2sub** (файл ind2sub.m). Что выполняет эта функция?
4. Имеется трехмерная матрица. Написать функцию для получения определенной прямоугольной области из этой последовательности. Для задания прямоугольной области можно пользоваться функцией **getrect**.

5. Найдите в справочной структуре статью «MATLAB Directory Structure». Опишите основные директории системы MATLAB. Просмотреть содержимое директории matlab\toolbox. Какие группы встроенных функций вы можете выделить? Функциями каких пакетов (toolboxes) можно пользоваться при работе с текущей версией MATLAB (установленной на вашем компьютере)?
6. Привести результат выполнения функций **tic** и **toc**. Как работают эти функции?
7. Построить график параболы и гиперболы на одном поле и представить виды графиков при выполнении команд **axis equal**, **axis on**, **axis off**, **axis**([xmin xmax ymin ymax]), **grid on/ grid off**.
8. Написать функцию для поиска минимального значения и его индексов для одно-, дву- и трехмерного массива.
9. Получите идентификатор объекта поверхности (функция **surf**), приведите свойства этого объекта, измените свойства этого объекта на ваш выбор, приведите соответствующие графики, отражающие изменение свойств этого объекта. Для получения двумерного массива данных можно воспользоваться командой **peaks**.

#### *Контрольные вопросы*

1. Как оформляются комментарии в функциях?
2. С какими типами файлов работает MATLAB? Объяснить назначение файлов этих типов.
3. Что выполняют функции **eval**, **sprintf**, **input**?
4. Что такое векторизация данных? Для чего она необходима?
5. Зачем нужно предварительное выделение памяти? С помощью какой команды выделяется память?
6. Каким требованиям должно удовлетворять расширение MATLAB в виде dll-файла для вызова его из системы MATLAB?
7. Что такое псевдокод функции? Что выполняет команда **pcode**?
8. Что такое дополнительная функция (subfunction)?
9. Что такое глобальная переменная? Как объявить глобальную переменную? Приведите пример использования глобальных переменных.
10. В чем различие между командами **clear all**, **clear functions**, **clear global**? Что выполняют эти команды?
11. Для чего нужны указатели на функции? Как их можно использовать?
12. Используя m-файл plotFuncPtr.m построить графики для функций  $\sin(x)$ ,  $2*\sin(x)$ , при изменении аргумента:  $[-\pi:0.01:\pi]$ .
13. Как можно управлять графическими объектами? С помощью каких команд MATLAB можно просмотреть и установить свойства объекта?

14. Как можно организовать вызов функций, которые находятся в директории, отличной от текущей?
15. Что такое структура, как тип данных? Каким образом осуществляется обращение к элементам структуры? Как можно использовать структуры?
16. Как можно создать справку к своему m-файлу?

# РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

## Дифференциальное уравнение теплопроводности

Французский ученый Ж. Б. Фурье в 1807 г. установил, что плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры:  $q = -\lambda \frac{dT}{dn}$ .

Коэффициентом пропорциональности в этом выражении служит коэффициент теплопроводности. Знак «минус» отражает тот факт, что тепло распространяется в направлении убывания температуры. Отсюда следует, что коэффициент теплопроводности  $\lambda$  [ $Вт м^{-1} К^{-1}$ ] определяет плотность теплового потока [ $Вт м^{-2}$ ] в твердом теле при градиенте температуры, равном  $1^\circ C$ , и характеризует режим *стационарного* теплообмена, поскольку в размерности этой величины отсутствует время.

Для вывода дифференциального уравнения теплопроводности необходимо представить себе объем тела, которое нагревается или охлаждается и внутри которого имеет место температурное поле. Выделим внутри этого объема элементарный параллелепипед, расположив его соответственно в декартовой системе координат (рис. 1).

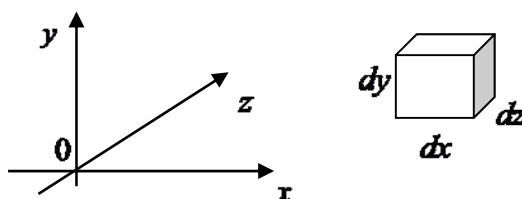


Рис. 1. Элементарный объем в прямоугольной системе координат

Прибыль или убыль теплоты в элементарном объеме  $dV = dxdydz$  может быть выражена из следующего уравнения теплового баланса:

$$\begin{aligned} & (q_{x1} dydz + q_{y1} dxdz + q_{z1} dxdy) d\tau + W dV d\tau = \\ & = (q_{x2} dydz + q_{y2} dxdz + q_{z2} dxdy) d\tau + (c\rho) dV dT. \end{aligned} \quad (1)$$

В левой части уравнения теплового баланса (1), с индексом 1, показан приход теплоты за единицу времени  $\tau$ , а в правой части, с индексом 2, – уход теплоты из параллелепипеда. Соотношение  $W dV d\tau$  характеризует внутреннее тепловыделение за счет положительных или отрицательных источников тепла  $W$  ( $\frac{Дж}{м^3}$ ), если такие источники отсутствуют, то  $W = 0$ . Соотношение  $(c\rho) dV dT$  характеризует приращение

тепла в объеме за счет изменения его температуры (прибыль или убыль теплоты). Из уравнения теплового баланса следует:

$$(c\rho)dVdT = [(q_{x1} - q_{x2})dydz + (q_{y1} - q_{y2})dxdz + (q_{z1} - q_{z2})dxdy]d\tau + WdVd\tau.$$

Так как  $q_1$  изменяется до  $q_2$  на бесконечно малом расстоянии, то их разность – также бесконечно малая величина:

$$(c\rho)dVdT = [-dq_x dydz - dq_y dxdz - dq_z dxdy]d\tau + WdVd\tau.$$

После сокращения множителя  $dV$  получаем:

$$(c\rho)dT = \left[-\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial z}\right]d\tau + Wd\tau,$$

с учетом того, что  $\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial(-\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} = -\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  получаем:

$$(c\rho)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W.$$

Отношение  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  называется температуропроводностью вещества  $\left(\frac{m^2}{c}\right)$  и характеризует скорость выравнивания температуры в неравномерном нагретом объеме тела [1].

В случае изотропного материала получаем уравнение:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{w}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}. \quad (2)$$

В большинстве задач активного ТК внутренние источники тепла отсутствуют ( $w=0$ ), что приводит к общеизвестной форме уравнения (3):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}. \quad (3)$$

В стационарном режиме при наличии внутренних источников тепла:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{w}{\lambda} = 0.$$

Стационарный режим без внутренних источников тепла описывается уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

Уравнение (2) является параболическим уравнением теплопроводности. При выводе данного уравнения скорость распространения тепла считается бесконечной. В задачах изучения быстротекущих процессов, например, процесс распространения взрывной волны используют гиперболическое уравнение теплопроводности [2].

### **Дополнительные условия для решения уравнения теплопроводности**

Дифференциальное уравнение теплопроводности в общем случае имеет бесчисленное множество решений. Чтобы из этого множества выбрать решение, характеризующее конкретный рассматриваемый процесс, и дать полное математическое описание процесса, необходимо к основному дифференциальному уравнению присоединить дополнительные условия, включающие геометрические, физические и краевые условия [3].

**Геометрические условия** определяют форму и линейные размеры тела.

**Физические условия** определяют ТФХ:  $\lambda$  – теплопроводность,  $\rho$  – плотность тела,  $c$  – удельную теплоемкость тела,  $q_v$  – объемную плотность теплового потока.

**Краевыми условиями** называют совокупность начального и граничных условий. Начальные условия задаются при изучении нестационарных процессов и состоят в задании температуры внутри тела в момент времени, выбранный в качестве начального. Граничные условия отображают условия теплового взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела.

Граничные условия для изучаемой задачи могут быть заданы несколькими способами; в теории теплопроводности различают граничные условия 1-го, 2-го, 3-го, 4-го и др. родов.

**Граничные условия 1-го рода** задают распределение температуры на поверхности  $S$  тела как функцию координат и времени:

$$T_S = \varphi(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in S.$$

К граничным условиям 1-го рода относят задачи разогрева и охлаждения системы при заданном изменении температуры на границе или при весьма интенсивном теплообмене на поверхности, когда температура поверхности близка к температуре среды. Для процессов стационарной теплопроводности функция  $\varphi$  не зависит от времени (условие Дирихле).

**Граничные условия 2-го** рода задают распределение плотности теплового потока на поверхности тела как функцию координат и времени:

$$q_s = \psi(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in S.$$

Согласно закону Фурье, данное условие записывают в виде:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = \psi(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in S,$$

где  $\bar{n}$  – внутренняя нормаль к поверхности  $S$ . В процессах стационарной теплопроводности функция  $\psi$  не зависит от времени (условие Неймана).

**Граничные условия 3-го** рода задают на поверхности тела зависимость плотности теплового потока вследствие теплопроводности со стороны тела от температур поверхности тела  $T_s$  и окружающей среды  $T_c$ .

В случае охлаждения (нагрева) тела имеем

$$q_s = \pm \alpha (T_s - T_c),$$

где  $\alpha$ , [Вт/(м<sup>2</sup> К)] – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи (теплообмена) и характеризующий интенсивность теплового взаимодействия среды заданной температуры  $T_c$  с поверхностью тела. В нестационарных процессах температура окружающей среды в общем случае изменяется во времени. Данное уравнение выражает закон Ньютона. Плотность потока, подводимая (отводимая) за счет теплопроводности к (от) поверхности тела, определяется по закону Фурье, тогда:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = \pm \alpha (T_s - T_c),$$

где  $\bar{n}$  – внутренняя нормаль к поверхности  $S$ .

В отличие от  $\lambda$ , коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  не является физической постоянной, характерной для того или иного вещества. В общем случае этот параметр отражает совместное действие конвекции, теплопроводности и излучения и зависит от многих факторов.

**Граничные условия 4-го** рода соответствуют теплообмену соприкасающихся твердых тел, когда температура соприкасающихся поверхностей одинакова. При этом задают условия равенства температуры и плотностей теплового потока на поверхности соприкосновения двух сред (или тел):

$$T_{1s} = T_{2s}; \tag{4}$$



$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_S = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_S, \quad (5)$$

где  $\frac{\partial}{\partial n}$  – означает дифференцирование вдоль нормали к поверхности раздела.

Равенство (4) выражает условие непрерывности температурного поля, а равенство (5) – закон сохранения энергии на поверхности соприкосновения двух сред. Условия (4) и (5) называют также условиями идеального теплового контакта.

**Другие виды граничных условий.** Кроме граничных условий, рассмотренных выше, возможны другие условия, связанные со специфическими физическими феноменами. Например, при наличии фазовых превращений (промерзания или плавления) на поверхности соприкосновения условие (5) заменяется следующим [4]:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_S - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_S = \rho q \frac{\partial S}{\partial \tau}, \quad (6)$$

где  $S$  – движущаяся граница раздела фаз (1 – твердая, 2 – жидкая);  $q$  – удельная теплота фазовых превращений;  $n$  – нормаль к поверхности  $S$ .

Если неизвестна зависимость  $S(x, y, z, \tau)$ , то условие (6) относит решаемую задачу к классу нелинейных задач и требует особых методов решения.

Возможно также задание условий **равенства нулю** теплового потока на границе (условие **тепловой изоляции**), что встречается при моделировании массивных тел (например, при моделировании нагрева земной поверхности).

Если теплоемкостью дефекта можно пренебречь, то его основной теплофизической характеристикой является тепловое сопротивление  $R_d = d / \lambda_d$ : такие дефекты часто называют *резистивными*. На границах резистивных дефектов температура изменяется скачкообразно, а тепловой поток остается неразрывным:

$$T_d - T_{nd} = R_d \frac{\partial T_d}{\partial z}; \quad -\lambda_{nd} \frac{\partial T_{nd}}{\partial z} = -\lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial z}.$$

В случае контакта двух шероховатых материалов используют термин «*контактное тепловое сопротивление*». Дефекты такого вида характерны для сварных соединений и покрытий. В частности, при диффузионной сварке возможны дефекты на границе свариваемых материалов, при которых имеется контакт материалов, но нет их взаим-

ного проникновения. Аналогичные дефекты, называемые в англоязычной литературе «целующимися» (kissing), могут возникать между слоями композиционного материала.

Модели ТК с резистивными дефектами имеют более простой вид и часто используются при разработке алгоритмов тепловой дефектометрии [2].

## Моделирование задач теплопередачи

**Одномерные системы** представляют собой наиболее простые случаи распространения теплового потока только в одном направлении. К этой категории относится ряд важных практических задач, например, теплопередача через пластину, через стенку трубы с изоляцией и многие другие. В ТК одномерные классические решения позволяют оценить глубину залегания и толщину дефектов, но не их поперечные размеры. Таким образом, с точки зрения ТК, основным отличием многомерных задач от одномерных является возможность учитывать диффузию тепла в материале объекта контроля вокруг дефектов конечных размеров.

Одномерные, в том числе многослойные, задачи решают аналитически с использованием *операционного метода, метода «термического четырехполюсника»* или *функций Грина*, а также и численными методами, тогда как для многомерных моделей наиболее пригодны исключительно численные методы.

В качестве примера использования одномерного моделирования приведем пример численного моделирования воздушного дефекта внутри пластины из пластика в программе MultiLayer1D. Представленный ниже рис. 2 иллюстрирует процесс получения температурного сигнала (С) из двух кривых – графика развития температуры для дефектной структуры (Д) и графика развития температуры для бездефектной структуры (БД) для левой поверхности структуры при одномерном моделировании.

Основное уравнение теплопередачи в одномерном случае имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \text{ для декартовой системы координат}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \text{ для цилиндрической системы координат}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \text{ для сферической системы координат}$$

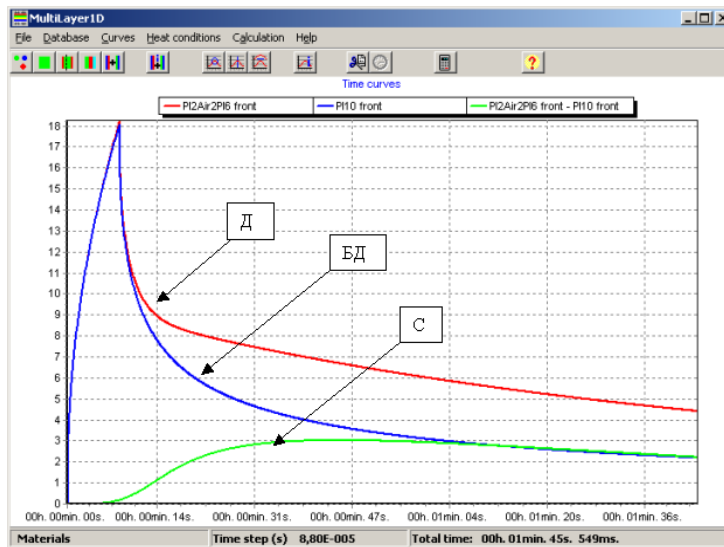
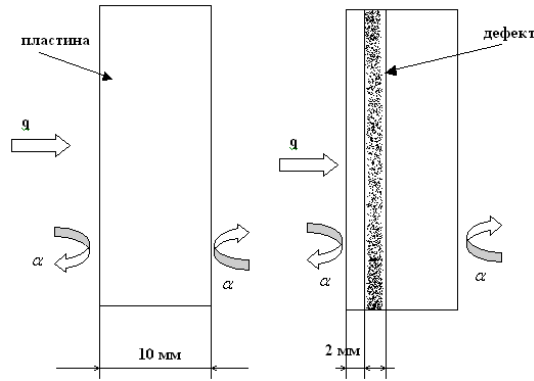


Рис. 2. Результаты одномерного численного моделирования в программе MultiLayer1D

(пластик:  $\lambda = 0.35 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ,  $a = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  
 воздух:  $\lambda = 0.07 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ,  $a = 5.8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $q = 5000 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ,  $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ )

**Двухмерные системы.** В этих случаях температура и тепловой поток изменяются в двух направлениях.

Основное уравнение теплопередачи имеет вид:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \text{ для декартовой системы координат}$$

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_r \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \text{ для цилиндрической системы координат}$$

Дефекты конечных размеров могут моделироваться в цилиндрической системе координат в виде дисков. На рис. 3 представлена модель обнаружения противопехотных мин при нагреве земной поверхности солнечным излучением. В двухмерной декартовой системе координат моделируются дефекты в виде каналов, пазов, проточек и т. п. (см. рис. 4).

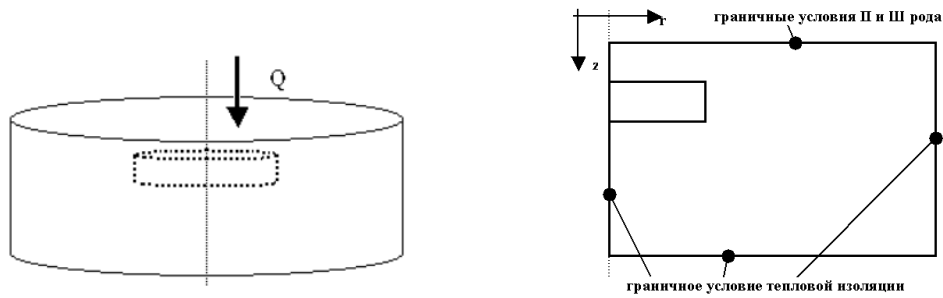


Рис. 3. Моделирование обнаружения противопехотных мин в двухмерной цилиндрической системе координат

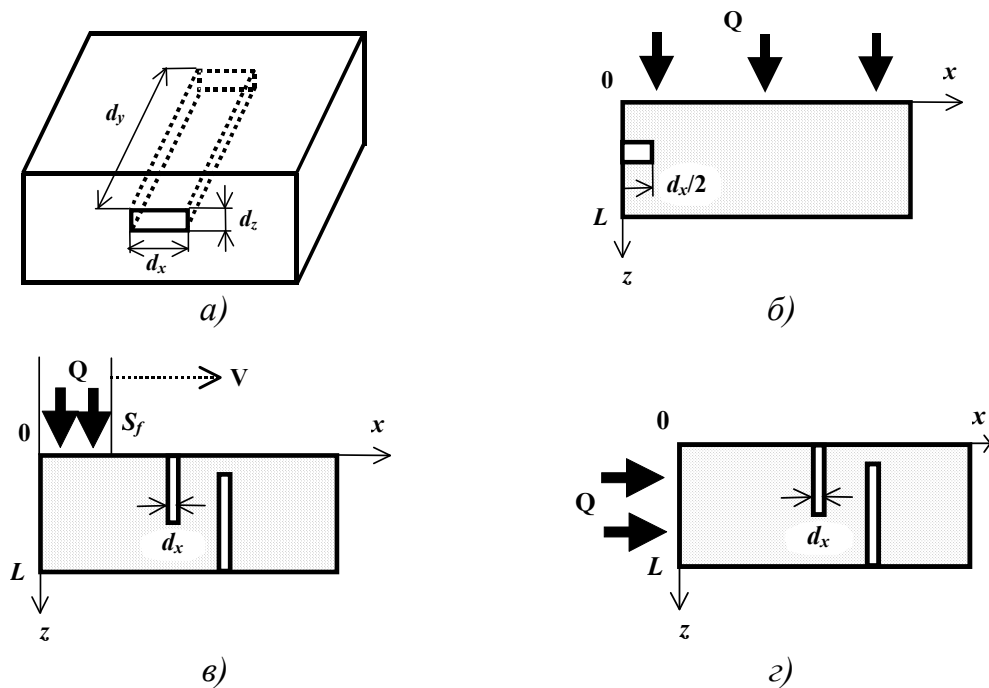


Рис. 4. Двухмерная декартова модель ТК:  
 а – изделие с дефектом типа «канал»;  
 б – модель с равномерным поверхностным нагревом;  
 в – модель с локализованным поверхностным нагревом;  
 г – модель с боковым нагревом

При равномерном поверхностном нагреве изделия с одиночным дефектом (см. рис. 4, а), в силу симметрии задачи по координате  $x$ , можно использовать только половину дефекта, причем на границе  $\{x=0, z=0 \div L\}$  будет иметь место условие симметрии (или тепловой изоляции)  $\partial T / \partial x = 0$  (см. рис. 4, б).

Узкие подповерхностные трещины, расположенные перпендикулярно передней поверхности, практически не обнаруживаются при равномерном нагреве (поверхностные дефекты могут быть видны на мониторе тепловизора из-за чисто радиационного феномена: трещина выступает в качестве имитатора «черного тела» с повышенным коэффициентом излу-

чения). Такие дефекты можно выявить, если в изделии создан тепловой поток, распространяющийся параллельно передней поверхности. Для этого изделие следует нагревать на поверхности в локальной зоне размером  $S_f$ , которая может быть неподвижной или перемещающейся со скоростью  $V$  (рис. 4, в). В ряде случаев можно нагревать торец изделия и отслеживать динамику распространения температурной волны (рис. 4, з).

**Трехмерные системы** учитывают изменение температуры и тепловых потоков в 3-х направлениях. Дефекты любого типа в объектах произвольной геометрической формы целесообразно описывать в трехмерной декартовой системе координат. На практике приемлемой является модель, в которой в изделии, имеющем форму многослойного параллелепипеда, содержатся дефекты в форме параллелепипеда (рис. 5).

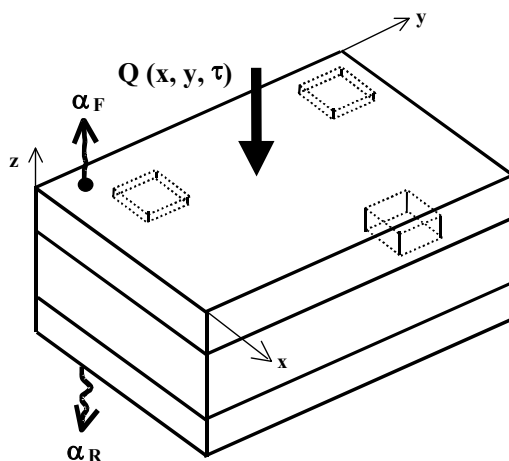


Рис. 5. Трехмерная декартова модель ТК многослойного параллелепипеда

### Постановка задач теплопередачи

Рассмотрим теплопроводность в двухслойной пластине (рис. 6) в декартовой системе координат, нагреваемой с одной стороны тепловым потоком  $q$  и находящейся в среде с температурой  $T_a$ . При постановке задачи следует учитывать направления тепловых потоков, так как тепловой поток является величиной векторной.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad (7)$$

$$T(t=0, x) = T_0; \quad (8)$$

$$q - \alpha(T(t, 0) - T_a) = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (9)$$

$$\alpha(T(t, L) - T_a) = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (10)$$

$$T_1(x=l) = T_2(x=l); \quad (11)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} (x=l) = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} (x=l). \quad (12)$$

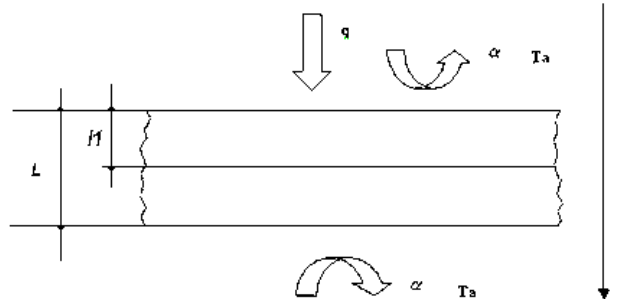


Рис. 6. Двухслойная пластина в одномерной декартовой системе координат

Выражения (7) являются основными уравнениями теплопроводности для одномерной декартовой системы координат для 1 и 2 слоя соответственно;

Выражение (8) является начальным условием, характеризующим распределение температуры в пластине в начальный момент времени ( $t = 0$ );

Выражение (9) отражает граничные условия 2-го и 3-го типов для верхней поверхности пластины (воздействие теплового потока  $q$  и внешней среды с температурой  $T_a$  и коэффициентом теплообмена  $\alpha$ );

Выражение (10) отражает граничные условия 3 типа для нижней поверхности пластины;

Выражения (11) и (12) отражает непрерывность температуры и теплового потока на границе между внутренними слоями пластины соответственно.

### Теория подобия. Использование безразмерных величин

Аналитические решения уравнения теплопроводности существуют только для тел простой формы (полубесконечное тело, пластина, цилиндр, шар и т. д.) и в основном представлены одномерными решениями. Кроме того, анализируется нагрев достаточно простыми функциями нагрева: импульс Дирака, прямоугольный импульс конечной длительности, гармонический нагрев. Использование аналитических решений позволяет понять закономерности протекания тепловых процессов.

Особенностью аналитических решений теории теплопроводности является представление их в безразмерном виде. Параметры, входящие в уравнения представляют собой комбинации теплофизических и геометрических параметров. Использование безразмерных критериев изучается в теории подобия.

Для исследования влияния на процесс какой-либо одной переменной величины остальные переменные нужно сохранять неизменными, что не всегда возможно или затруднительно из-за большого количества переменных. Кроме того, при этом нужно быть уверенным, что результаты, получаемые с помощью какой-либо конкретной установки (модели), можно перенести и на другие аналогичные процессы (образец). Эти трудности помогает разрешить теория подобия. С помощью теории подобия размерные физические величины можно объединять в безразмерные комплексы, причем так, что число комплексов будет меньше числа величин, из которых составлены эти комплексы. Полученные безразмерные комплексы можно рассматривать как новые переменные.

Использование безразмерных критериев позволяет распространить конкретное решение на бесконечное множество комбинаций ТФХ, размеров объектов контроля и параметров нагрева.

Особенностью аналитических решений теории теплопроводности является то, что в них применяются следующие безразмерные комбинации теплофизических и геометрических параметров:

- При анализе основного уравнения теплопроводности вводятся такие критерии, как безразмерная температура и безразмерные пространственные координаты, критерий Фурье и число Остроградского.
- При формулировке краевой задачи вводятся число Кирпичева, число Био. [3].
- При анализе тепловых волн вводится критерий Предводителя.

**Безразмерная температура** может определяться несколькими способами  $\Theta = \frac{(T - T^*)}{(T_* - T^*)}$  или  $\Theta = T/T^*$ . В случае, если начальное распределение температуры характеризуется постоянной величиной  $T_0 = const$ , то именно эту температуру можно выбрать в качестве  $T^*$ . В качестве  $T_*$  можно взять, например, температуру внешней среды.

**Безразмерные координаты.** Если выбрать некоторый характерный размер тела  $L$  за масштаб, то можно ввести безразмерные пространственные координаты:  $X = x/L$ ;  $Y = y/L$ ;  $Z = z/L$ .

**Критерий Фурье**  $Fo = \frac{a \tau}{L^2}$  (безразмерное время), выражает соотношение между темпом изменения условий в окружающей среде (величина времени  $\tau$ ) и темпом перестройки температурного поля внутри тела (величина  $\frac{L^2}{a}$ ). Параметр  $\frac{L^2}{a}$  характеризует масштаб времени

(например, значение  $Fo = 1$  соответствует квазистационарному режиму для адиабатической пластины нагреваемой импульсом Дирака) [2].

**Число Остроградского** определяется как  $Os = \frac{q_v L^2}{[\lambda(T_* - T^*)]}$ , где  $q_v$  – объемная плотность теплового потока,  $T_*$  и  $T^*$  – два фиксированных значения температуры (например, начальная температура и максимальная температура при нагреве).

**Число Кирпичева** определяется как  $Ki = \frac{q_s L}{[\lambda(T_* - T^*)]}$ , где  $q_s$  – плотность теплового потока на поверхности тела. Данный критерий применяется при формулировке граничных условий II рода.

**Критерий Био**  $Bi = \frac{\alpha L}{\lambda}$  можно рассматривать как отношение внутреннего термического сопротивления теплопроводности  $\frac{L}{\lambda}$  к внешнему термическому сопротивлению теплоотдачи  $\frac{1}{\alpha}$ . Данный критерий используется при задании граничных условий III рода, т. е. во всех случаях неадиабатического нагрева. Значение  $Bi = 0$  означает отсутствие теплоотдачи во внешнюю среду или адиабатические условия теплообмена, при больших значениях критерия Био имеем интенсивное взаимодействие с внешней средой и поверхностная температура приближается к температуре окружающей среды.

Таким образом, уравнение теплопроводности в безразмерных величинах имеет вид:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2}.$$

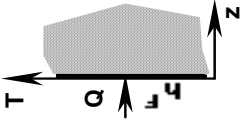
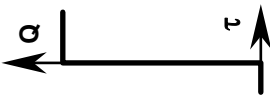
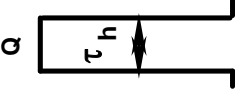

## Аналитические решения. Реализация в MATLAB

Аналитические решения для случаев нагрева полубесконечного тела и пластины в одномерном случае для прямоугольной системы координат приведены в табл. 1 и 2. Также представлены выражения, которые могут быть использованы для вычисления функций чувствительности. В представленных решениях используются следующие обозначения:  $h$  – коэффициент поверхностного теплообмена,  $L$  – толщина пластины,  $K$  – теплопроводность материала. Индексы «F» и «R» используется для обозначения передней (front) и задней (rear) сторон пластины относительно действия теплового возбуждения.



Таблица 1

Классические решения теории теплопроводности  
 для поверхности полубесконечного тела, нагреваемого тепловым потоком \*

Объект	Функция нагрева	Тип теплоотдачи на поверхности	Решение для нагреваемой поверхности
Полубесконечное тело 		$h^F = 0$ $h^F \neq 0$	$\frac{T}{Q/\lambda} = 2 \left( \frac{a\tau}{\pi} \right)^{1/2}$ $\frac{T}{Q/h} = 1 - e^{H^2 a \tau} \operatorname{erfc}(H \sqrt{a\tau}); \quad H = h/\lambda,$ <p>где <math>\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)</math>, <math>\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx</math></p>
		$h^F = 0$ $h^F \neq 0$	$\frac{T}{Q/\lambda} = 2 \left( \frac{a\tau}{\pi} \right)^{1/2} - 2 \left[ \frac{a(\tau - \tau_h)}{\pi} \right]^{1/2}$ $\frac{T}{Q/h} = e^{H^2 a(\tau - \tau_h)} \operatorname{erfc}[H \sqrt{a(\tau - \tau_h)}] - e^{H^2 a \tau} \operatorname{erfc}(H \sqrt{a\tau})$
		$h^F = 0$ $h^F \neq 0$	$\frac{T}{W} = \frac{1}{e \sqrt{\pi \tau}}; \quad e = \sqrt{C \rho \lambda}$ $\frac{T}{W} = \frac{1}{e \sqrt{\pi \tau}} - \frac{h}{e^2} [e^{H^2 a \tau} \operatorname{erfc}(H \sqrt{a\tau})]$

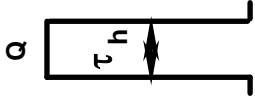
\* Решение для прямоугольного импульса дано для  $\tau \geq \tau_h$

Таблица 2


Классические решения теории теплопроводности для поверхности пластины, нагреваемой тепловым потоком

Объект	Функция нагрева	Тип теплоотдачи на поверхности	Решение для лицевой (нагреваемой) поверхности	Решение для задней поверхности
		$h^F = 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{Q'} = Fo + \frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} = \theta_{ST}^F(Fo);$ $Q' = QL/K; \quad \frac{T}{Q'} = \theta_{ST}^F(Fo)$ $\frac{\partial T / Q'}{\partial Fo} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo}$ $\frac{\partial T / T}{\partial Fo / Fo} = Fo \frac{\theta_{ST}^F(Fo)}{\theta_{ST}^F(Fo)}$	$\frac{T}{Q'} = Fo - \frac{1}{6} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} = \theta_{ST}^R(Fo)$ $\frac{\partial T}{\partial Q'} = \theta_{ST}^R(Fo)$ $\frac{\partial T / Q'}{\partial Fo} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo}$ $\frac{\partial T / T}{\partial Fo / Fo} = Fo \frac{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo}}{\theta_{ST}^R(Fo)}$
		$h^F \neq 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{Q'} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} = \theta_{ST}^F(Bi, Fo);$ $Q' = Q/h; \quad \frac{\partial T}{\partial Q'} = \theta_{ST}^F(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T / Q'}{Bi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Bi(6Bi+4)}{[Bi(Bi+1) + \mu_n^2]^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$ <p><math>\mu_n</math> положительные корни трансцендентного уравнения: <math>\mu_n \operatorname{tg} \mu_n = Bi</math></p>	$\frac{T}{Q'} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{2Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} = \theta_{ST}^R(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T}{\partial Q'} = \theta_{ST}^R(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T / Q'}{Bi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{Bi(6Bi+4)}{[Bi(Bi+1) + \mu_n^2]^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2}{\cos \mu_n} \frac{2Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$

Продолжение табл. 2

Объект	Функция нагрева	Тип теплоотдачи на поверхности	Решение для лицевой (нагреваемой) поверхности	Решение для задней поверхности
		$h^F = 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{Q'} = Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1);$ $Q' = QL / K$ $\frac{\partial T}{\partial Q'} = Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)$ $\frac{\partial T}{T} = Fo_h \frac{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 (Fo - Fo_h)}}{Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}$ $\frac{\partial T}{\partial Fo} = -Fo \frac{2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}{Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}$	$\frac{T}{Q'} = Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)$ $\frac{\partial T}{\partial Q'} = Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)$ $\frac{\partial T}{T} = Fo_h \frac{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 (Fo - Fo_h)}}{Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}$ $\frac{\partial T}{\partial Fo} = -Fo \frac{2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}{Fo_h + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 Fo} (e^{n^2 \pi^2 Fo} - 1)}$

Продолжение табл. 2

Объект	Функция нагрева	Тип теплоотдачи на поверхности	Решение для лицевой (нагреваемой) поверхности	Решение для задней поверхности
		$h^F \neq 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{Q'} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1) = \theta_{SP}^F(Bi, Fo, Fo_h)$ $Q' = Q/h; \quad \frac{\partial T}{\partial Q'} = \theta_{SP}^F(Bi, Fo, Fo_h)$ $\frac{\partial T / Q'}{Bi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{Bi(6Bi+4)}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1)$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo_h} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2}{\cos \mu_n} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} e^{\mu_n^2 Fo_h}$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2}{\cos \mu_n} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1)$	$\frac{T}{Q'} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1) = \theta_{SP}^R(Bi, Fo, Fo_h)$ $Q' = Q/h; \quad \frac{\partial T}{\partial Q'} = \theta_{SP}^R(Bi, Fo, Fo_h)$ $\frac{\partial T / Q'}{Bi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{Bi(6Bi+4)}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1)$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo_h} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2}{\cos \mu_n} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} e^{\mu_n^2 Fo_h}$ $\frac{\partial T / Q'}{Fo} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2}{\cos \mu_n} \frac{2 Bi}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} (e^{\mu_n^2 Fo_h} - 1)$
<p>W</p> 		$h^F = 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{W'} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo} = \theta_D^F; \quad W' = \frac{W \alpha}{K L}$ $\frac{\partial T}{\partial W'} = \theta_D^F$ $\frac{\partial T / T}{\partial Fo / Fo} = \frac{-2\pi^2 Fo \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^2 \pi^2 Fo}}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo}}$	$\frac{T}{W'} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo} = \theta_D^R$ $\frac{\partial T}{\partial W'} = \theta_D^R$ $\frac{\partial T / T}{\partial Fo / Fo} = \frac{-2\pi^2 Fo \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 e^{-n^2 \pi^2 Fo}}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo}}$

Окончание табл. 2

Объект	Функция нагрева	Тип теплоотдачи на поверхности	Решение для лицевой (нагреваемой) поверхности	Решение для задней поверхности
		$h^F \neq 0$ $h^R = 0$	$\frac{T}{W'} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \mu_n^2}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} = \theta_D^F(Bi, Fo)$ $W' = \frac{W \alpha}{K L}; \quad \frac{\partial T}{\partial W'} = \theta_D^F(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T / W'}{\partial Fo} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \mu_n^4}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$	$\frac{T}{W'} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{2 \mu_n^2}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo} = \theta_D^R(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T}{\partial W'} = \theta_D^R(Bi, Fo)$ $\frac{\partial T / W'}{\partial Fo} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos \mu_n} \frac{2 \mu_n^4}{Bi(Bi+1) + \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 Fo}$

Для реализации аналитических решений для пластины и полубесконечного тела в MATLAB запрограммированы следующие функции (m-файлы):

- SI\_STEP\_AD;
- SI\_STEP\_NA;
- SI\_PULSE\_AD;
- SI\_PULSE\_NA;
- SI\_IPULSE\_AD;
- SI\_IPULSE\_NA;
  
- PLATE\_STEP\_AD\_F;
- PLATE\_STEP\_AD\_R;
- PLATE\_STEP\_NA\_F;
- PLATE\_STEP\_NA\_R;
  
- PLATE\_PULSE\_AD\_F;
- PLATE\_PULSE\_AD\_R;
- PLATE\_PULSE\_NA\_F;
- PLATE\_PULSE\_NA\_R;
  
- PLATE\_IPULSE\_AD\_F;
- PLATE\_IPULSE\_AD\_R;
- PLATE\_IPULSE\_NA\_F;
- PLATE\_IPULSE\_NA\_R;

- NRroots;

При формировании названий функций использовались следующие обозначения:

- PLATE: пластина;
- SI: полубесконечное тело;
  
- STEP: функция нагрева – «ступенька» или единичная функция;
- PULSE: функция нагрева – импульс конечной длительности;
- IPULSE: функция нагрева – импульс бесконечно малой длительности (импульс Дирака);
  
- AD: адиабатический нагрев;
- NA: неадиабатический нагрев;

- F: решение для передней (front) поверхности пластины;
  - R: решение для задней (rear) поверхности пластины.
- Nroots: функция для получения N первых положительных корней трансцендентного уравнения  $\mu_n \operatorname{tg} \mu_n = Bi$ .

Пример реализации решения для адиабатического нагрева передней поверхности пластины единичной функцией приведен ниже:

```
function T = PLATE_STEP_AD_F(Qp, F0)
%function T = PLATE_STEP_AD_F(Qp, F0)
%расчет температуры для пластины на передней поверхности, адиабатический
нагрев
%единичной функцией
%Qp – привиденный тепловой поток: Qp = Q * Len / cond
%(где Q – тепловой поток, Len – толщина пластины, cond – теплопроводность)
%F0 – критерий Фурье: F0 = diff * time / Len^2
%(где diff – температуропроводность, time – время, Len – толщина пластины)

colCnt = size(F0, 2);
T = zeros(1, colCnt);
nCnt = 50;
for i=1:colCnt
    sum = 0;
    for n=1:nCnt
        sum = sum + 1/n^2 * exp(-(n * pi)^2 * F0(i));
    end;
    T(i) = Qp * (F0(i) + 1/3 - 2/pi^2 * sum);
end;
```

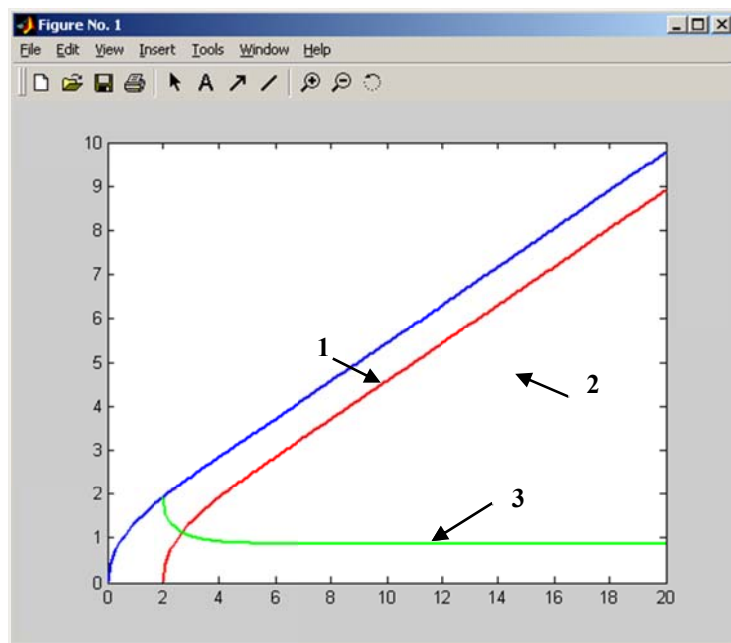
Для реализации функций нагрева импульсом конечной длительности можно пользоваться правилом суперпозиции, в этом случае искомое решение получается из разницы двух решений при нагреве единичной функцией, но сдвинутых во времени на время нагрева  $\tau_h$ . В качестве примера можно привести реализацию решения для адиабатического нагрева пластины импульсом конечной длительности.

```
function T = PLATE_PULSE_AD_F(Qp, F0, F0th)
%function T = PLATE_PULSE_AD_F(Qp, F0, F0th)
%расчет температуры для пластины на передней поверхности, адиабатический
нагрев
%импульсом конечной длительности
%Qp – привиденный тепловой поток: Qp = Q * Len / cond
%(где Q – тепловой поток, Len – толщина пластины, cond – теплопроводность)
%F0 – критерий Фурье: F0 = diff * time / Len^2
%(где diff – температуропроводность, time – время, Len – толщина пластины)
```

%F0th – критерий Фурье, отражающий длительность импульса нагрева

$$T = \text{PLATE\_STEP\_AD\_F}(Qp, F0) - \text{PLATE\_STEP\_AD\_F}(Qp, F0 - F0th);$$

На рис. 7 показан пример получения графика (график 3 на рис. 7) при адиабатическом нагреве пластины ( $a = 1.3e-6 \frac{m^2}{c}$ ;  $\lambda = 0.3 \frac{Bm}{m \cdot K}$ ;  $Len = 1e-3 m$ ) импульсом конечной длительности ( $Q = 1000 \frac{Bm}{m^2}$ ;  $th = 2c$ ) из 2-х графиков при нагреве единичной функцией, но смещенных во времени на время нагрева (графики 1 и 2 на рис. 7).



*Рис. 7. Получение решения  
в случае нагрева импульсом конечной длительности*

Так как аналитические решения при нагреве импульсом конечной длительности существуют только для моментов времени больше или равных времени нагрева  $\tau_h$ , то пользуясь MATLAB можно предложить функцию `PLATE_PULSE_AD_F_M`, которая позволяет вычислять температуру для всех моментов времени, т. е. включая время действия импульса. График этой функции можно получить как объединение графиков 1 и 3 на рис. 7.

```
function T = PLATE_PULSE_AD_F_M(Qp, F0, F0thIndex)
% function T = PLATE_PULSE_AD_F_M(Qp, F0, F0thIndex)
% расчет температуры для пластины на передней поверхности, адиабатический
нагрев
```



%импульсом конечной длительности  
 %Qp – приведенный тепловой поток:  $Q_p = Q / \text{alf}$   
 %(где Q – тепловой поток, alf – коэф. поверхностного теплообмена)  
 %F0 – критерий Фурье:  $F0 = \text{diff} * \text{time} / \text{Len}^2$   
 %(где diff – температуропроводность, time – время, Len – толщина пластины)  
 %F0thIndex – индекс момента времени F0, соответствующий окончанию нагрева

```
T = zeros(1, length(F0));
T(1:F0thIndex) = PLATE_STEP_AD_F(Qp, F0(1:F0thIndex));
T(F0thIndex + 1 : end) = PLATE_PULSE_AF_F(Qp, F0(F0thIndex + 1 : end),
F0(F0thIndex));
```

## Адиабатический и неадиабатический теплообмен

В активных процедурах ТК мощность потока нагрева может значительно превышать мощность встречного потока теплоотдачи за счет конвекции и излучения (например при ТК металлических поверхностей). В этом случае теплообмен становится адиабатическим и соответствующие решения теории теплопроводности имеют наиболее простой вид.

Неадиабатический теплообмен включает все три механизма, описанные выше. Наиболее трудно поддается оценке конвективная компонента теплообмена со средой, поэтому решение обратных задач тепловизионной диагностики затруднительно при интерпретации данных, полученных путем съемки при трудноконтролируемых условиях внешней среды.

## Следствия из аналитических решений теории теплопроводности

Для значений  $Bi < 0.1$  наблюдается следующая закономерность: нагрев пластины является адиабатическим и температура поверхности в течение длительного времени сохраняет температуру близкую к адиабатическому стационарному значению (величина  $\frac{Q a \tau_h}{\lambda L}$  в случае нагрева импульсом конечной длительности и величина  $\frac{W a}{\lambda L}$  в случае нагрева импульсом бесконечно малой длительности) [9]. Такие случаи характерны для высокотеплопроводных материалов и/или малых толщин пластины. На рис. 8 представлены графики адиабатического и неадиабатического нагрева для передней и задней поверхностей пластины из алюминия ( $a = 73 * 10^{-6} \frac{m^2}{c}$ ,  $\lambda = 177 \frac{Вт}{мК}$ ,  $\alpha = 10 \frac{Вт}{m^2 К}$ ,  $L = 0.01 м$ ,  $Bi = 5.6 * 10^{-4}$ ,  $\tau_h = 0.5 с$ ,  $Q = 1000 Вт/м^2$ ).

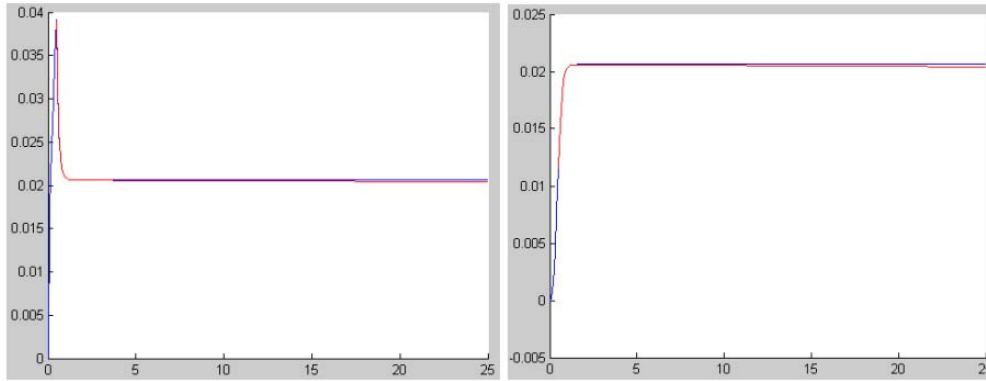


Рис. 8. Адиабатический и неадиабатический нагрев пластины из алюминия (время нагрева 0,5 с)

Увеличение времени нагрева до  $\tau_h = 2\text{ с}$  в предыдущем случае приводит возрастанию различия между адиабатическими и неадиабатическими температурами, а также росту величины температуры.

Из аналитических решений также следует важный вывод о том, что температура тела любой формы прямо пропорциональна величине теплового потока, в результате чего возможен простой пересчет температурных значений для различных мощностей нагрева.

Для значений  $Bi > 100$  температура поверхности изделий практически равна температуре окружающей среды уже в начале теплового процесса [9]. На рис. 9 представлен случай нагрева пластины из резины ( $a = 5.88 \cdot 10^{-8} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ,  $\lambda = 0.13 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$ ,  $\alpha = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}}$ ,  $L = 1.3 \text{ м}$ ,  $Bi = 100$ ,  $\tau_h = 5 \text{ с}$ ):

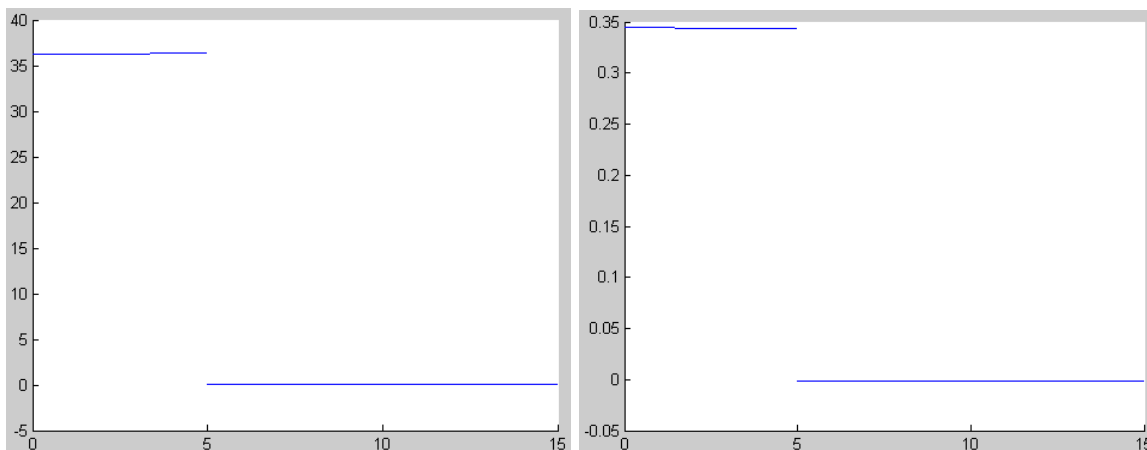


Рис. 9. Неадиабатический нагрев пластины из резины ( $Bi = 100$ ,  $\tau_h = 5 \text{ с}$ )

Как можно видеть, графики развития температуры повторяют форму импульса нагрева, а значения температур можно легко посчитать используя закон охлаждения Ньютона.

**Избыточное значение температуры в конце нагрева.** Используя классические решения, нетрудно вычислить избыточную температуру в конце нагрева. Так при адиабатическом нагреве полубесконечного тела импульсом конечной длительности температура на поверхности пластины в конце нагрева определится из следующего соотношения:

$$T = 2Q / \lambda \left( \frac{a \tau_h}{\pi} \right)^{1/2}.$$

### Тепловые волны

Многие явления природы подчиняются закону простого гармонического колебания. Периоды таких колебаний для разных условий могут быть различными. Например, период наиболее резких колебаний температуры земли равен одному году, а для ограждающих конструкций жилого помещения он составляет одни сутки. Существуют примеры, когда температурные колебания исчисляются периодом в долях секунды. Температурные колебания легко создаются в лабораторных условиях. Изменяя температуру поверхности тела в прямом и обратном направлениях, внутри его удастся получить температурные волны, которые, угасая, идут в глубину объема.

Стимуляции поверхности тела тепловыми волнами может описываться выражением:

$$Q(\tau) = Q_0 [1 + \cos(\omega \tau)], \quad (13)$$

где  $\omega$ -циклическая частота. Адиабатическое граничное условие при  $z=0$  имеет вид:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = Q_0 [1 + \cos(\omega \tau)] = \operatorname{Re} \{Q_0 [1 + \exp(j\omega \tau)]\}, \quad (14)$$

где  $\operatorname{Re}$  означает действительную часть комплексного выражения. Функция нагрева включает два члена: постоянный  $Q_0 / 2$  и осциллирующий  $\exp(j\omega \tau)$  (постоянная составляющая нагрева будет опущена в дальнейшем рассмотрении). Решение одномерного дифференциального уравнения (3) для осциллирующей составляющей имеет вид:

$$\begin{aligned} T(z, \tau) &= \frac{Q_0}{\lambda \sigma} \exp(-\sigma x + j\omega \tau) = \\ &= \frac{Q_0}{\sqrt{C \rho \lambda \omega}} \exp(-z \sqrt{\frac{\omega}{2a}}) \exp\left[j\left(\omega \tau - z \sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \frac{\pi}{4}\right)\right], \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\sigma = (1 + j)\sqrt{\omega / (2a)}$ . Выражение (15) аналогично выражению для амплитуды электромагнитной волны в скин-слое электропроводных материалов (металлов). Аналогия с оптическим излучением позволяет ввести в рассмотрение ряд эффектов, характерных для волновых процессов, таких как отражение, преломление, рассеяние и т. п.

Как любые распространяющиеся волны, тепловые волны в твердом теле обладают *волновым вектором*  $\text{Re}(\sigma) = 1 / \mu = \sqrt{\omega / (2a)}$ , где  $\mu$  – *длина тепловой диффузии*. С учетом  $\mu$  выражение (15) принимает вид:

$$T(z, \tau) = \frac{Q_0}{\sqrt{C\rho\lambda\omega}} \exp(-z / \mu) \exp[j(\omega\tau - z / \mu - \frac{\pi}{4})]. \quad (16)$$

Тепловые волны экспоненциально затухают с ростом глубины; можно считать, что они не проникают глубже трех длин тепловой диффузии ( $z = 3\mu$ ). Таким образом, глубина проникновения тепловых волн возрастает с ростом температуропроводности и/или уменьшением частоты. Например, на поверхности Земли действуют два типа тепловых волн с периодом, равным одним суткам (суточные волны) и одному году (годовые волны). Очевидно, что наиболее глубоко (до 2...3 м) проникают в почву именно годовые волны, обладающие сверхнизкой частотой. Суточные температурные колебания достигают глубины 10...20 см, что используется в тепловом методе обнаружения заглубленных противотанковых мин [2].

Тепловые волны обладают также существенной *дисперсией*, поскольку высокочастотные волны распространяются быстрее низкочастотных. *Фазовая скорость* тепловых волн определяется как

$$v = \omega \mu = \sqrt{2a\omega}. \quad (17)$$

Сдвиг фазы между *стимулирующей* тепловой волной и *поверхностной* волной ( $z = 0$ ) равен  $-45^\circ$ . С ростом глубины сдвиг фазы возрастает на величину, определяемую соотношением  $\phi = -z / \mu - \pi / 4$ .

Тепловая волна характеризуется *импедансом*

$$Z = \frac{1}{\lambda \sigma} = \frac{1}{\sqrt{j\omega C\rho\lambda}}, \quad (18)$$

который определяет амплитуду волны на поверхности изделия. Амплитуда волны возрастает в материалах с малой тепловой инерцией  $e = \sqrt{C\rho\lambda}$ .

Подобно коэффициенту температуропроводности, коэффициент *тепловой активности* (*тепловая инерция*) является динамической ха-

рактической характеристикой материала; как правило, бóльшая теплопроводность сопровождается бóльшей тепловой инерцией. С этой точки зрения, парадоксальными свойствами обладает воздух, который, благодаря своей низкой плотности, имеет коэффициент теплопроводности, близкий к металлам, но характеризуется очень низким коэффициентом тепловой активности.

Теплопроводность вещества  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  характеризует меру

тепловой инерции материала. При распространении тепла в полуограниченном пространстве коэффициент теплопроводности служит важнейшей теплофизической характеристикой, определяющей тепловую активность массива ограждающих конструкций и сооружений. При увеличении значений объемной теплоемкости ( $c\rho$ ) коэффициент теплопроводности  $a$  уменьшается и это означает большое накопление тепла в материале за период нагрева и неглубокое проникновение температурных волн, а при малых значениях ( $c\rho$ ) – наоборот.

Рассмотрим явления отражения и преломления (пропускания) тепловых волн на границе раздела двух сред (рис. 10).

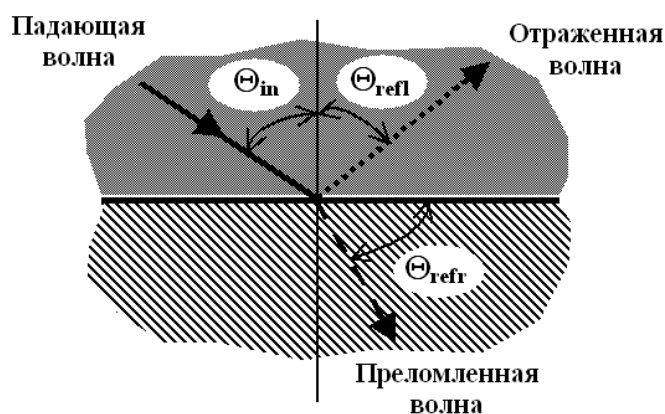


Рис. 10. Распространение тепловых волн на границах материалов

Коэффициенты отражения  $R$  и пропускания  $T$  тепловой волны равны [2]:

$$R = \frac{\cos(\Theta_{in}) - b \cos(\Theta_{refr})}{\cos(\Theta_{in}) + b \cos(\Theta_{refr})}; \quad T = \frac{2 \cos(\Theta_{in})}{\cos(\Theta_{in}) + b \cos(\Theta_{refr})}, \quad (19)$$

где  $b = e_2 / e_1$  ( $e$  – коэффициент тепловой инерции среды, в которой распространяется волна) характеризует степень теплового согласования двух сред, а индексы  $in$  и  $refr$  обозначают соответственно углы падения и преломления. В случае плоских (одномерных) волн:

$$R = \Gamma = \frac{1-b}{1+b}; \quad T = \frac{2}{1+b}, \quad (20)$$

или

$$R = \Gamma = \frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2}; \quad T = \frac{2e_1}{e_1 + e_2}.$$

Таким образом, тепловые волны проходят через границу раздела двух сред и отражаются от нее аналогично электромагнитным или акустическим волнам. Если тепловая волна из твердого тела выходит в воздух, то коэффициент ее отражения близок к единице из-за весьма низкого коэффициента тепловой активности воздуха. Тем не менее, в случае тонкого воздушного дефекта ситуация становится более сложной из-за возникновения интерференции тепловых волн в воздушном промежутке: при этом решающую роль начинает играть толщина дефекта.

### Функции чувствительности

Для оценки влияния изменения одних параметров аналитического решения на изменение других параметров вводят функцию чувствительности:

$$S_p = \frac{\partial T / T}{\partial p_i / p_i}, \quad (21)$$

где  $p_i$  – некоторый параметр решения соответствующей теплофизической задачи, например, коэффициент температуропроводности  $a$  или толщина образца  $L$ . Такая функция позволяет получить зависимость относительного изменения температуры от изменения параметра  $p_i$  [2].

Связь между любыми двумя параметрами решения может быть получена путем комбинирования соответствующих функций чувствительности. Например, зависимость погрешности определения времени процесса в зависимости от изменения температуропроводности, дается выражением:

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial \alpha / \alpha} = S_\alpha / S_\tau. \quad (22)$$

Для любой функции чувствительности справедливо следующее выражение:

$$S_p = \frac{\partial T / T}{\partial Q' / Q'} \frac{\partial Q' / Q'}{\partial p_i / p_i} + \frac{\partial T / T}{\partial \theta / \theta} \frac{\partial \theta / \theta}{\partial p_i / p_i}. \quad (23)$$

**Пример.** Найдем зависимость относительного изменения температуры  $\partial T / T$  от относительного изменения теплопроводности  $\partial \lambda / \lambda$  при адиабатическом нагреве полуограниченного тела импульсом Дирака:

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{e\sqrt{\pi\tau}}; \quad e = \sqrt{C\rho\lambda};$$

$$\frac{\partial T / T}{\partial \lambda / \lambda} = \frac{\partial T}{\partial \lambda} * \frac{\lambda}{T} = \frac{W}{\sqrt{C\rho\pi\tau}} \left(-\frac{1}{2}\right) \lambda^{-\frac{3}{2}} * \frac{\lambda\sqrt{C\rho\pi\tau} * \lambda^{\frac{1}{2}}}{W} = -\frac{1}{2}.$$

т. е. при приращении теплопроводности на 1 % температура поверхности полуограниченного тела уменьшится на 0.5 %.

## Преобразование Лапласа

Операционные методы (математические методы, преобразующие символы одной математической операции в символы другой) широко используются при решении линейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, к которым приводятся многие задачи нестационарной теплопроводности. Эти методы позволяют получить не только точное решение, но и приближенные решения с известной степенью точности.

Одностороннее интегральное преобразование Лапласа

$$\tilde{f}(p) = L[f(\tau)] = \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-p\tau} d\tau$$

ставит в соответствие каждой однозначной функции (оригиналу)  $f(\tau)$  ( $\tau$  – действительная переменная) единственную функцию  $\tilde{f}(p)$  (изображение) комплексной переменной  $p = \sigma \pm j\alpha$ .

После решения краевой задачи в изображениях переход к оригиналам осуществляется в общем случае по формуле

$$f(\tau) = L^{-1}[\tilde{f}(p)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \tilde{f}(p) e^{p\tau} dp.$$

Путь интегрирования лежит справа от всех особых точек  $\tilde{f}(p)$ .

**Нахождение обратного преобразования Лапласа по алгоритму Гавера-Стехвеста.** Для нахождения оригинала функции  $f(\tau)$  от ее изображения  $F(p)$  можно использовать численный алгоритм Гавера-Стехвеста [3].

$$f(\tau) \cong \frac{\ln(2)}{\tau} \sum_{i=1}^n v_i F[i \ln(2) / \tau],$$

где набор коэффициентов  $v_i$  зависит от  $n$ .

Данный алгоритм для приложения MATLAB реализован в функции GavSteh, в которую передается имя функции, описывающей изображение ( $\tilde{f}(p) = L[f(\tau)]$ ), передается значение аргумента оригинала  $\tau$ , в котором мы рассчитываем значение функции-оригинала, а также используется параметр, влияющий на точность расчета. Дополнительная MATLAB функция GavStehMain позволяет провести расчет для заданного массива аргументов функции-оригинала. Данные функции находятся в директории MATLAB\GavSteh.

**Пример.** Рассмотрим применения преобразования Лапласа для решения задачи теплопроводности при адиабатическом нагреве пластины импульсом Дирака.

Задача имеет вид:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad (24)$$

$$W \delta(t) = -\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x}; \quad (25)$$

$$\frac{\partial T(L, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (26)$$

$$T(x, 0) = T_0. \quad (27)$$

Уравнение (24) – основное уравнение теплопроводности, уравнения (25) и (26) описывают граничные условия для левой (воздействие импульсом Дирака  $\delta(t)$ ) и правой (условие тепловой изоляции) границ пластины,  $W$  – энергия нагрева, уравнение (27) описывает начальные условия.

Для решения задачи применяем интегральное преобразование Лапласа. Перейдем в уравнении (1) к изображениям.

$$p\tilde{T}(x, p) - T_0 = a \frac{\partial^2}{\partial x^2} L[T(x, \tau)] = a \frac{d^2 \tilde{T}(x, p)}{dx^2}$$

или 
$$\tilde{T}''(x, p) - \left(\frac{p}{a}\right) [\tilde{T}(x, p) - \frac{T_0}{p}] = 0. \quad (28)$$



Полученное однородное уравнение второго порядка относительно неизвестной функции  $\tilde{T}(x, p) - \frac{T_0}{p}$  имеет характеристическое уравнение:

$$k^2 - \frac{p}{a} = 0.$$

Общее решение уравнения (28) имеет вид:

$$\tilde{T}(x, p) - \frac{T_0}{p} = C_1 \exp\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) + C_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}x\right), \quad (29)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  постоянные, определяемые из изображений граничных условий (25) и (26):

$$W = -\lambda \tilde{T}'(0, p); \quad (30)$$

$$\tilde{T}'(L, p) = 0. \quad (31)$$

Из уравнения (29) получаем производную:

$\tilde{T}'(x, p) = C_1 \sqrt{\frac{p}{a}} \exp\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) - C_2 \sqrt{\frac{p}{a}} \exp\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}x\right)$ , и учитывая условия (30) и (31) находим выражения для коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$ :

$$C_1 = -\frac{W}{\lambda \sqrt{\frac{s}{a}} (1 - \exp(2\sqrt{\frac{s}{a}}L))};$$

$$C_2 = C_1 \exp(2\sqrt{\frac{s}{a}}L).$$

Далее, используя выражение (29) и алгоритм Гавера-Стехваста, можно получить графики развития температуры для любой точки  $x$  ( $0 \leq x \leq L$ ) пластины (используем функции LP\_PLATE\_IPULSE\_AD\_ALL\_DEPTH и GavStehMain, находящиеся в директориях MATLAB\LaplaceSolutions и MATLAB\GavSteh соответственно).

```
>> Res = GavStehMain('LP_PLATE_IPULSE_AD_ALL_DEPTH', 0.1:0.1:20);
>> plot(0.1:0.1:20, Res);
```

Для иллюстрации решения, приведем графики развития температуры для глубин: 1 мм, 3 мм и 5 мм при адиабатическом нагреве пластины

из стеклопластика импульсом Дирака ( $W = 1000$  Дж,  $a = 1.3 \cdot 10^{-6} \frac{M^2}{c}$ ,  
 $\lambda = 0.3 \frac{Bm}{MK}$ ,  $L = 5$  мм,  $T_0 = 0$ ) на рис. 11.

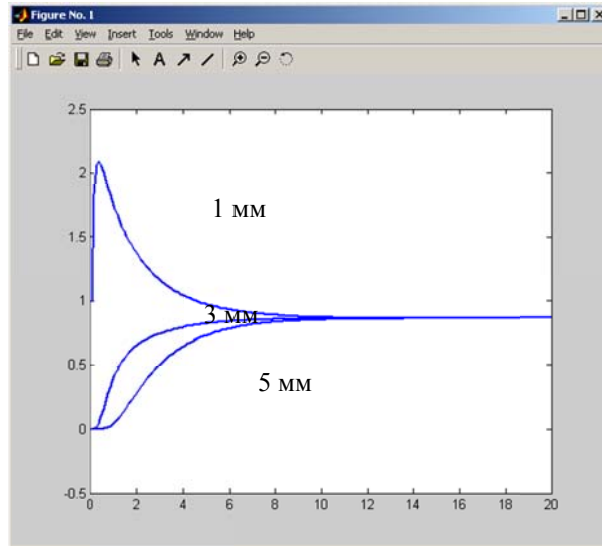


Рис. 11. Развитие температуры для разных глубин пластины (адиабатический нагрев импульсом Дирака,  $W = 1000$  Дж)

### Метод термического 4-х полюсника

Метод «термического четырехполюсника» особенно наглядно реализуется, если рассматривать только лапласовские образы температуры и тепловых потоков на передней и задней поверхности пластины:  $\tilde{T}^F$ ,  $\tilde{T}^R$ ,  $\tilde{Q}^F$ ,  $\tilde{Q}^R$ . Вышеуказанные четыре величины связаны между собой простым матричным уравнением [2]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{T}^F \\ \tilde{Q}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{T}^R \\ \tilde{Q}^R \end{bmatrix}; \quad \begin{aligned} A = D = \cosh(kL); & \quad B = \frac{1}{\lambda k} \sinh(kL); \\ C = \lambda k \sinh(kL); & \quad k = \sqrt{p/a}. \end{aligned} \quad (32)$$

или

$$\begin{cases} \tilde{T}^F = A\tilde{T}^R + B\tilde{Q}^R; \\ \tilde{Q}^F = C\tilde{T}^R + D\tilde{Q}^R. \end{cases}$$

Коэффициенты  $A, B, C, D$  зависят от параметра преобразования Лапласа  $p$ , толщины пластины  $L$  и ТФХ материала пластины. Важно отметить, что уравнение (32) справедливо для любого типа граничных условий.

Удобство представления решения в виде (32) состоит в том, что в случае многослойной пластины нужно перемножить матрицы  $M_i$ , определенные для каждого слоя.

**Пример: адиабатический нагрев пластины импульсом Дирака.** Имеем:  $\tilde{Q}^F = W$  (преобразование Лапласа от функции Дирака, умноженной на поверхностную плотность энергии нагрева  $W$ ), описывает граничные условия на нагреваемой поверхности);  $\tilde{Q}^R = 0$  (т. к. пластина теплоизолирована), описывает граничные условия на поверхности, противоположной нагреваемой; требуется найти  $\tilde{T}^F$  и  $\tilde{T}^R$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{T}^F = A\tilde{T}^R; \\ W = C\tilde{T}^R, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \tilde{T}^R = \frac{W}{C}; \\ \tilde{T}^F = A\tilde{T}^R. \end{cases}$$

Применяя алгоритм Гавера-Стехвеста, к полученной системе уравнений в изображениях, можно получить решения для конкретных граничных и начальных условий. Данные решения в области преобразования Лапласа реализованы в функциях LP\_PLATE\_IPULSE\_AD\_F и LP\_PLATE\_IPULSE\_AD\_R, находящихся в директории MATLAB\LaplaceSolutions.

**Пример: неадиабатический нагрев пластины импульсом Дирака.** Имеем:  $\tilde{Q}^F = W - \alpha^F \tilde{T}^F$  (преобразование Лапласа для граничного условия для передней нагреваемой поверхности),  $\tilde{Q}^R = \alpha^R \tilde{T}^R$  (преобразование Лапласа для граничного условия для задней поверхности). При задании граничных условий, считаем, что температура окружающей среды  $T_{amb} = 0$ . В данном случае учитываем коэффициенты теплообмена, как на передней, так и задней поверхностях.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{T}^F = A\tilde{T}^R + B\alpha^R \tilde{T}^R \\ W - \alpha^F \tilde{T}^F = C\tilde{T}^R + D\alpha^R \tilde{T}^R \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \tilde{T}^F = \tilde{T}^R (A + B\alpha^R) \\ \tilde{T}^R = \frac{W}{C + A\alpha^F + B\alpha^F \alpha^R + D\alpha^R}. \end{cases}$$

Данные решения в области преобразования Лапласа реализованы в функциях LP\_PLATE\_IPULSE\_NA2\_F и LP\_PLATE\_IPULSE\_NA2\_R (находятся в директории MATLAB\LaplaceSolutions).

Примеры использования данных решений приведены ниже: рассматривались 2 случая неадиабатического нагрева пластины из стеклопластика импульсом Дирака ( $W = 1000$  Дж,  $a = 1.3 \cdot 10^{-6} \frac{M^2}{c}$ ,  $\lambda = 0.3 \frac{Bm}{mK}$ ,  $L = 5$  мм,  $T_0 = 0$ ,  $\alpha^F = 10 \frac{Bm}{m^2K}$ ,  $\alpha^R = 0$  или  $\alpha^R = 10 \frac{Bm}{m^2K}$ ).

В первом случае только передняя поверхность была неадиабатичной, во-втором – обе поверхности. Решение в MATLAB для передней поверхности приведено ниже (рис. 12).

```
>> sol1 = GavStehMain('LP_PLATE_IPULSE_NA_F', 0.1:0.1:20);
>> sol2 = GavStehMain('LP_PLATE_IPULSE_NA2_F', 0.1:0.1:20);
>> plot(0.1:0.1:20, sol1);
>> hold on;
>> plot(0.1:0.1:20, sol2, 'r');
```

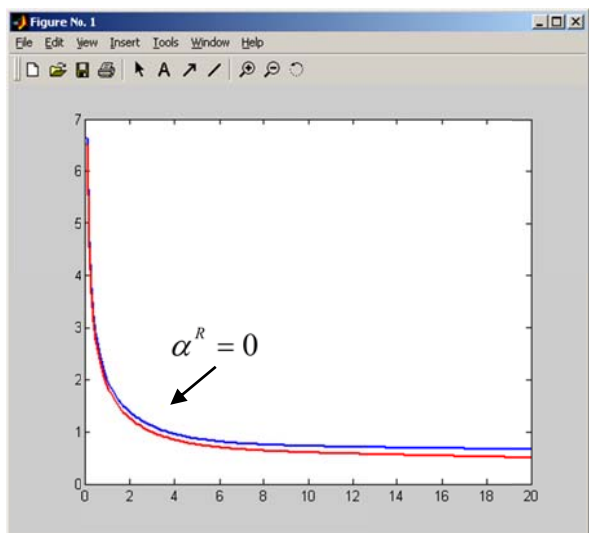


Рис. 12. Неадиабатический нагрев пластины (передняя поверхность)

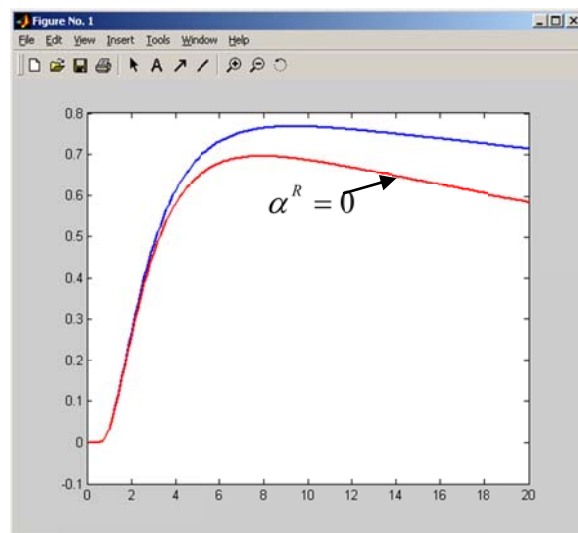


Рис. 13. Неадиабатический нагрев пластины (задняя поверхность)

Решение в MATLAB для задней поверхности (рис. 13):

```
>> sol1 = GavStehMain('LP_PLATE_IPULSE_NA_R', 0.1:0.1:20);
>> sol2 = GavStehMain('LP_PLATE_IPULSE_NA2_R', 0.1:0.1:20);
>> plot(0.1:0.1:20, sol1);
>> hold on;
>> plot(0.1:0.1:20, sol2, 'r');
```

### **Список использованных источников**

1. Фокин В.М., Бойков Г.П., Видин Ю.В., Основы технической теплофизики: монография. – М.: «Издательство Машиностроение-1», 2004. – 172 с.
2. Неразрушающий контроль: справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В. Клюева. Т.5: В 2 кн. Кн. 1: Тепловой контроль / В.П. Вавилов. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
3. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности: учеб. пособие для вузов. В 2-х частях. – М.: Высш. школа, 1982.
4. Никитенко Н.И. Исследование процессов тепло- и массообмена методом сеток. – Киев: Наукова думка, 1978. – 213 с.

### **Рекомендуемая литература**

1. Almond D., Patel P. Photothermal science and techniques.– Chapman & Hall, London, 1996. – 242 p.
2. Исаченко В.П. Теплопередача: учебник для вузов, Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: «Энергия», 1975.
3. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М., 1964 г. – 488 с. с илл.
4. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – Изд. 5-е перераб. и доп. – М.: Атомиздат, 1979, 416 с.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 604 с.
6. Лыков А.В. Теоретические основы строительной теплофизики. – Минск: Изд. АН БССР, 1961. – 519 с.

## Лабораторная работа.

### Решение уравнения теплопроводности. Часть 1.

#### *Цель работы*

Ознакомление с параболическим уравнением теплопроводности, постановкой задач теплопередачи (теплового неразрушающего контроля), аналитическими решениями уравнения теплопроводности.

#### *Задание*

Изучить теоретический материал по решению уравнения теплопроводности. Ответить на контрольные вопросы. Выполнить предложенные практические задания. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и полученные результаты по практическим заданиям.

#### *Контрольные вопросы*

1. Назовите основные механизмы распространения тепла.
2. Назовите теплофизические характеристики материалов. Какие из них могут проявлять анизотропию, а какие нет?
3. В чем отличие адиабатического и неадиабатического нагрева?
4. Почему импульсный нагрев тонкой алюминиевой пластины можно считать адиабатическим?
5. В каких случаях применяется гиперболическое уравнение теплопроводности?
6. Какие безразмерные комплексы используются в аналитических решениях уравнения теплопроводности?
7. Как можно приблизительно оценить мощность нагревателя, используемого в процедуре активного теплового контроля?
8. Какие требования можно предъявить к тепловизору и источнику нагрева при ТК высокотеплопроводных материалов?

#### *Практические задания*

1. Вывести уравнение теплопроводности для цилиндрической и сферической систем координат.
2. Написать функции, SI\_PULSE\_AD\_M, SI\_PULSE\_NA\_M, аналогичные PLATE\_PULSE\_AD\_F\_M которые позволяют рассчитывать температуру во время действия импульса нагрева.
3. Использование аналитических решений в MATLAB:
  - Используя запрограммированные решения для MATLAB получить графики, отражающие развитие температуры для пластины

при адиабатическом и неадиабатическом нагреве пластины из алюминия и резины (файлы «PLATE\_PULSE\_AD\_F.m», «PLATE\_PULSE\_NA\_F.m»). Графики желательно построить для полного интервала времени, начиная с момента времени  $t = 0$ , а не с момента времени окончания нагрева ( $t = t_h$ ).

- Построить графики развития температуры при нагреве полубесконечного тела из резины при различных значениях коэффициента теплообмена (файлы «SI\_PULSE\_AD.m», «SI\_PULSE\_NA.m»). Графики желательно построить для полного интервала времени, начиная с момента времени  $t = 0$ , а не с момента времени окончания нагрева ( $t = t_h$ ).
- Определить влияние мощности нагрева на характер развития температуры.
- Показать (с помощью графиков), что для значений  $Bi < 0.1$  нагрев пластины является адиабатическим и температура поверхности в течении долгого времени сохраняет температуру близкую к адиабатическому стационарному значению.
- Показать (с помощью графиков), что для значений  $Bi > 100$  температура поверхности пластины практически равна температуре окружающей среды.
- Показать (с помощью графиков) что для случая неадиабатического нагрева пластины, распределение температуры для моментов обобщенного времени  $F0 \geq 0.3$  распределение температуры практически описывается первым членом ряда соответствующего решения.

## Лабораторная работа.

### Решение уравнения теплопроводности. Часть 2

#### *Цель работы*

Получить навыки применения метода термического 4-х полюсника и преобразования Лапласа для решения уравнения теплопроводности. Ознакомление с функциями чувствительности.

#### *Задание*

Изучить теоретический материал по решению уравнения теплопроводности. Ответить на контрольные вопросы. Выполнить предложенные практические задания. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и полученные результаты по практическим заданиям.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды граничных условий вы знаете?
2. Как влияет частота тепловых волн на глубину их проникновения?
3. Какова разница фаз стимулирующей тепловой волны и тепловой волны на поверхности? При каких условиях выполняется это соотношение?
4. Назовите способы решения уравнения теплопроводности.
5. Какие достоинства и недостатки имеются у метода термического 4-х полюсника по сравнению с другими методами решения уравнения теплопроводности?

#### *Практические задания*

1. Рассчитать глубину проникновения тепловых волн, вызванных сменой дня и ночи, а также сменой времен года. Принять следующие ТФХ почвы:  $\lambda = 2.6 \frac{Вт}{мК}$ ,  $a = 0.5 * 10^{-6} \frac{м^2}{с}$ ,  $\rho = 2400 \frac{кг}{м^3}$ .
2. Проанализировать распространение теплового импульса Дирака в двухслойной пластине (алюминий-сталь), толщина каждого слоя 2 мм. Построить графики развития температуры на поверхности образца. Какие эффекты происходят при достижении теплового импульса границы раздела фаз. Как можно вычислить толщину первого слоя? Поменять слои местами и построить графики. Сравнить результаты. Для получения температурных кривых использовать метод термического четырехполюсника.



3. Проанализировать отличия при нагреве пластины импульсом Дирака и импульсом конечной длительности для различных материалов, например алюминия и пластика.
4. Получить функцию чувствительности  $\frac{\partial T / T}{\partial L / L}$  в зависимости от критерия Фурье для адиабатической пластины нагреваемой импульсом Дирака. Построить график функции чувствительности. Для каких моментов времени определение уноса материала  $\frac{\partial L}{L}$  является оптимальным?
5. Используя функции чувствительности, сравнить возможности определения температуропроводности для передней и задней поверхностей адиабатической пластины, нагреваемой импульсом Дирака.
6. Используя преобразование Лапласа, получить решение для случая неадиабатического нагрева пластины импульсом Дирака ( $\alpha_F \neq 0$ ,  $\alpha_R \neq 0$ ). Построить графики для различных глубин пластины.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

## Разностные соотношения

Теория теплопроводности, будучи основой теплового ИК неразрушающего контроля, позволяет решать и моделировать одномерные, двумерные и трехмерные задачи теплопроводности. Моделирование необходимо для лучшего понимания механизмов образования температурных сигналов при тепловом контроле; оптимизации условий тестов при контроле, т. е. определение величины ожидаемых сигналов и оптимального времени наблюдения; для разработки алгоритмов определения размеров дефектов.

В основном, только одномерные задачи теплопроводности могут быть решены аналитически. Самые важные решения для одномерных задач – это решение задачи теплопроводности для полубесконечного тела и пластины, нагреваемых импульсом Дирака, прямоугольным импульсом или периодической функцией нагрева. Одномерные задачи нагрева многослойных структур могут быть эффективно решаться с помощью метода квадруполя. Задачи с большей размерностью в основном решаются численными методами. Существует достаточно большое количество математических программ, позволяющих решать такие задачи, к ним относятся FemLab, Ansys, Samsef/Thermal, MatLab. Программа ThermoCalc 3D, фирмы Инновация, Россия, позволяет моделировать трехмерные задачи импульсного нагрева многослойной структуры с некоторым количеством произвольно расположенных дефектов.

Для приближенного решения краевых задач теплопроводности широко применяют метод конечных разностей (метод сеток) [1, 2]. Идея метода состоит в следующем. Область непрерывного изменения аргументов заменяется расчетной сеткой – дискретным множеством точек (узлов). Вместо функции непрерывных аргументов вводят функции дискретных аргументов – сеточные функции, определяемые в узлах сетки. Частные производные, входящие в дифференциальное уравнение, и граничные условия, заменяют (аппроксимируют) разностными соотношениями.

Если рассмотреть функцию целочисленного аргумента  $u(k)$ , где  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то можно образовать разности в точке  $k$  первого порядка:  $\Delta u_k = u(k+1) - u(k)$  (правая),  $\nabla u_k = u(k) - u(k-1)$  (левая). Обозначив  $u_k = u(k)$ , получим:

$$\Delta u_k = u_{k+1} - u_k, \quad \nabla u_k = u_k - u_{k-1}.$$

Тогда для разности второго порядка имеем:

$$\Delta^2 u_k = \Delta(\Delta u_k) = \Delta u_{k+1} - \Delta u_k = u_{k+2} - 2u_{k+1} + u_k.$$

Выражение для разности второго порядка можно также построить на основе правой и левой разностей первого порядка:

$$\Delta u_k - \nabla u_k = u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}.$$

В результате такой замены краевая задача в частных производных сводится к системе разностных уравнений (алгебраических уравнений), называемых также разностной схемой.

Если решение системы разностных уравнений существует и при измельчении сетки стремится к решению поставленной задачи (т. е. сходится), то это решение и является искомым приближенным решением краевой задачи. Несмотря на то, что число неизвестных в этой системе алгебраических уравнений весьма значительно, решение ее с точки зрения математических трудностей более просто, чем решение исходной задачи.

При решении конкретной задачи необходимо рассмотреть следующие вопросы:

1. Каким образом выбрать сетку?
2. Как построить разностную схему?
3. Определить, с какой точностью разностная схема аппроксимирует исходную задачу.
4. Проверить устойчивость разностной схемы.

Выяснить скорость сходимости решения разностной задачи к решению исходной краевой задачи.

## Построение сетки

Заменим область непрерывного изменения аргументов  $\Omega$  искомой функции  $T$  некоторым конечным множеством точек, лежащих в этой области. Это множество назовем разностной сеткой, а сами точки – узлами сетки [1].

В простейшем случае одномерной задачи  $\Omega = \{0 \leq x \leq l\}$  можно ввести равномерную сетку (рис. 1). Для этого отрезок  $[0, l]$  разобьем на  $N$  равных частей точками  $x_k = kh$ ,  $k=0, 1, \dots, N$ . Расстояние между узлами  $x_{k+1} - x_k = h$  называется шагом сетки. Так как в рассматриваемом случае  $h = \frac{l}{N} = const$ , то множество узлов  $x_k$ ,  $k=0, 1, \dots, N$  представляет собой равномерную сетку. Если отрезок  $[0, l]$  разбит на  $N$  частей произвольно

взятыми точками  $0 < x_1 < x_2 \dots x_{N-1} < l$ , причем  $x_0 = 0$ ,  $x_N = l$ , то получим неравномерную сетку с переменным шагом.

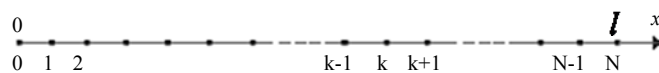


Рис. 1. Построение сетки

Аналогично можно построить сетку на плоскости. На рис. 2 представлена прямоугольная сетка, множество точек  $(x_k, y_j)$  образуют сетку в прямоугольнике. Если  $h \neq p$ , то сетка называется прямоугольной, а в противном случае – квадратной. Если построить сетку неравномерной хотя бы по одной координате, то полученная сетка называется неравномерной.

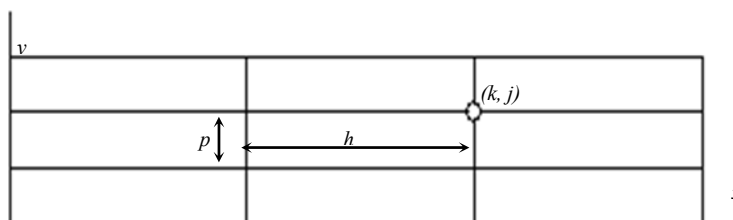


Рис. 2. Прямоугольная сетка

По аналогии с разностной сеткой для пространственных областей, вводится сетка по временной переменной  $\tau$ . В общем случае эта сетка может быть неравномерной и тогда  $\eta_i$  – шаг сетки – зависит от номера шага. Узлы сетки определяются точками  $\overline{\Omega}_n = (\tau_i, i = 0, 1, 2, \dots, M; \eta_i = \tau_{i+1} - \tau_i)$ .

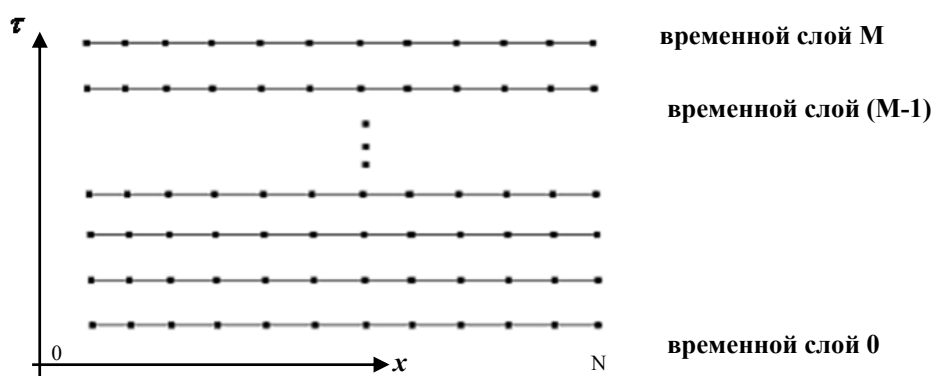


Рис. 3. Пространственно-временная сетка

Для решения, например, одномерной по пространственным координатам нестационарной задачи используют произведение двух сеток: пространственной и временной, в результате получают пространствен-

но-временную разностную сетку (рис. 3). Совокупность узлов сетки, лежащих на линии  $\tau = \tau_i$  называют  $i$ -м временным слоем.

Крайние узлы сетки называются граничными, остальные узлы – внутренними. Граничные условия задачи задаются в граничных узлах.

### Построение разностных схем

Разностный аналог, аппроксимирующий исходную краевую задачу, можно построить различными способами. Среди множества возможных подходов к построению разностных аналогов для дифференциальных операторов выделим основные:

- 1) метод формальной замены производных конечно-разностными выражениями;
- 2) метод интегральных тождеств (интегро-интерполяционный метод);
- 3) вариационные методы построения разностных схем;
- 4) метод неопределенных коэффициентов.

Метод конструирования разностных схем с помощью формальной замены производных конечно-разностными выражениями основан на использовании разложения в ряд Тейлора достаточно гладких функций, что, как правило, позволяет сохранить локальные свойства дифференциальных уравнений.

Для аппроксимации дифференциального оператора вида  $A[T] = dT / dx$  возможно использование следующих разностных отношений: правое разностное отношение:  $T_{x,k} = (T_{k+1} - T_k) / h$ ; левое разностное отношение:  $T_{x,k}^- = (T_k - T_{k-1}) / h$ , а также их линейную комбинацию:  $T_{\delta x,k} = \delta T_{x,k} + (1 - \delta) T_{x,k}^-$ . При  $\delta = 1/2$  получаем центральное разностное соотношение:  $T_{o_{x,k}} = (T_{k+1} - T_{k-1}) / (2h)$ .

Для аппроксимации второй производной можно использовать следующий разностный оператор:  $A[T] = d^2T / dx^2$ ,  $A_k[T_k] = (T_{k+1} - 2T_k + T_{k-1}) / h^2$ .

Рассмотрим оператор одномерного уравнения теплопроводности  $A[T] = \partial T / \partial \tau - a \partial^2 T / \partial x^2$ . Аппроксимируем производную по времени правым разностным отношением:  $T_\tau^i = (T_k^{i+1} - T_k^i) / \eta$ , а для второй производной по переменной  $x$  можно записать разностное отношение на временном слое  $i$ :

$$T_{xx,k}^i = (T_{k+1}^i - 2T_k^i + T_{k-1}^i) / h^2$$

или на временном слое  $(i+1)$ :

$$T_{xx,k}^{i+1} = (T_{k+1}^{i+1} - 2T_k^{i+1} + T_{k-1}^{i+1}) / h^2.$$

В соответствии с этим можно рассмотреть две различные аппроксимации оператора (вторая форма соответствует случаю  $A_{h\eta}[T]=0$ ):

$$A_{h\eta}[T] = T_{\tau}^i - aT_{xx,k}^i, \text{ или } T_k^{i+1} = mT_{k-1}^i + T_k^i(1-2m) + mT_{k+1}^i; \quad (1)$$

$$A_{h\eta}[T] = T_{\tau}^i - aT_{xx,k}^{i+1}, \text{ или } mT_{k-1}^{i+1} - T_k^{i+1}(1+2m) + mT_{k+1}^{i+1} = -T_k^i; \quad (2)$$

где  $m = \frac{al}{h^2}$ ,  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $[m^2/c]$ ,  $l$  – шаг расчета по времени,  $[c]$ ,  $h$  – шаг расчета по пространству,  $[m]$ .

Шаблон, представленный для оператора (1), используется в *явных* схемах. Данный шаблон отличает то, что для нахождения температуры на  $(n+1)$ -м временном слое используются уже известные значения температур на  $n$ -м временном слое, т. е. в этом случае вычислительный процесс достаточно прост.

При нахождении приближенных значений температур с использованием шаблона для оператора (2) (*неявная* схема), используются неизвестные значения температур на  $(n+1)$ -м временном слое, поэтому необходимо решать систему линейных алгебраических уравнений (например, с использованием метода прогонки). Процесс решения по неявной схеме более сложен по сравнению с явной схемой.

Схемы данных шаблонов изображены на рис. 4.



Рис. 4. Шаблоны для явной и неявной схемы

**Консервативные схемы.** При численном решении краевых задач естественно потребовать, чтобы для построенной разностной схемы выполнялись основные законы сохранения субстанции (теплоты, энергии, массы и т. д.). Разностные схемы, для которых удовлетворяется это требование, называются консервативными, соответственно, схемы, в которых нарушаются законы сохранения – неконсервативными [1].

### Оценка погрешности аппроксимации

Различные способы аппроксимации дают различную погрешность аппроксимации. Для оценки погрешности используют разложение в ряд Тейлора.

$$T(x_k \pm h) = T(x_k) \pm hT'(x_k) + \frac{h^2}{2!}T''(x_k) \pm \frac{h^3}{3!}T'''(x_k) + O(h^4).$$

Тогда в точке  $x_k$  получим следующие выражения для оценки погрешности аппроксимации первой производной:

$$T_{x,k} - T'(x_k) = \frac{h}{2!} T''(x_k) + O(h^2);$$

$$T_{\bar{x},k} - T'(x_k) = -\frac{h}{2!} T''(x_k) + O(h^2);$$

$$T_{o_{x,k}} - T'(x_k) = \frac{h^2}{6} T'''(x_k) + O(h^4).$$

Аналогично, погрешность аппроксимации для второй производной определяется как:

$$T_{xx,k} - T''(x_k) = \frac{h^2}{12} T^{IV}(x_k) + O(h^4) = O(h^2)$$

### Устойчивость и сходимость разностных схем

Важным ограничением, которое следует учитывать при использовании явной схемы, является необходимость выполнения соотношения:

$$m = \frac{al}{h^2} \leq 0,5, \quad (3)$$

Соотношение (3) является условием устойчивости явной схемы. Данное выражение накладывает ограничение на выбор шага по времени, при заданном шаге по пространству  $h$ . Например, при численном расчете для многослойной структуры, состоящей из различных материалов, необходимо определить временной шаг для каждого слоя, а затем выбрать наименьший шаг для всей структуры.

*Устойчивость схемы* характеризует то, что возникающие в процессе вычисления погрешности, избежать которые невозможно, хотя бы из-за округления чисел, имеют тенденцию убывать или, по крайней мере, не возрастать при переходе от одного временного слоя к другому.

Если факт устойчивости имеет место при любом соотношении шагов по различным переменным, при условии, что они достаточно малы, то схема называется безусловно устойчивой. Безусловно устойчивой является разностная схема, соответствующая оператору (2), т. е. неявная схема.

При решении разностной задачи необходимо, чтобы разностное решение стремилось к точному решению соответствующей краевой задачи при уменьшении числа шагов сетки. Свойство сходимости разностной схемы – основной критерий качества разностной схемы.

## Примеры реализации численных расчетов для Matlab

В качестве примера приводится m-функция «expScheme» для математического пакета MATLAB, предназначенной для расчета температуры вдоль стержня, концы которого находятся при температурах  $T1$  и  $T2$  соответственно (граничные условия 1 рода) с использованием **явной схемы**. Также приводится текст контрольной функции «expSchemeTest» для более удобного задания параметров и тестирования функции «expScheme».

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function Res = expScheme(m, T, T1, T2)
%function Res = expScheme(m, T, T1, T2)
%расчет температуры вдоль стержня с использованием явной схемы
%m = a * dt / h^2 (a – теплопроводность, dt – шаг по времени, h – шаг по пространству)
%для устойчивости схемы: m <= 0.5
sz = size(T, 2);
T(1) = T1;
T(sz) = T2;
for i=2:sz-1
    Res(i) = T(i) + m*(T(i-1) - 2*T(i) + T(i+1));
end
Res(1) = T1;
Res(sz) = T2;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function expSchemeTest

Len = 0.01;           %толщина стержня
diff = 1.4e-7;       %теплопроводность
cond = 0.586;        %теплопроводность

hNodeCnt = 100;      %число узлов по пространству
h = Len / (hNodeCnt - 1); %шаг по пространству

m = 0.5;
dt = m * h^2 / diff; %расчитываем шаг по времени исходя из условия устойчивости

T1 = 3;              %граничные условия
T2 = -3;

T = zeros(1, hNodeCnt); %начальная температура вдоль стержня

for i=1:100
    T = expScheme(m, T, T1, T2);
    plot(T);
    pause(0.1);
end;
```



Рассмотрим реализацию численной схемы расчета температуры вдоль стержня при граничных условиях 3-го рода для неявной схемы. Считаем, что стержень разбит на  $N$  равных частей величиной  $h$ . Аппроксимируем граничные условия 3-го рода ( $T_{amb1}, \alpha_1, \alpha_2$ ):

$$-\alpha_1(T_0^{n+1} - T_{amb1}) = -\lambda \frac{T_1^{n+1} - T_0^{n+1}}{h} \quad \text{или} \quad T_0^{n+1} \left(1 + \frac{\lambda}{h\alpha_1}\right) - \frac{\lambda}{h\alpha_1} T_1^{n+1} = T_{amb1} \quad (\text{для левой границы}),$$

$$\alpha_2(T_N^{n+1} - T_{amb2}) = -\lambda \frac{T_N^{n+1} - T_{N-1}^{n+1}}{h} \quad \text{или} \quad \frac{\lambda}{h\alpha_2} T_{N-1}^{n+1} - \left(1 + \frac{\lambda}{h\alpha_2}\right) T_N^{n+1} = -T_{amb2} \quad (\text{для правой границы}).$$

С учетом выражения (2.40) для внутренних узлов стержня:  $mT_{k-1}^{n+1} - T_k^{n+1}(1 + 2m) + mT_{k+1}^{n+1} = -T_k^n$ , для  $k = 1..(N-1)$  получаем систему из  $(N+1)$  линейных уравнений в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \left(1 + \frac{\lambda}{h\alpha_1}\right) & -\frac{\lambda}{h\alpha_1} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ m & -(1+2m) & m & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m & -(1+2m) & m & \dots & \dots & 0 \\ & & & & m & -(1+2m) & m \\ & & & & & \frac{\lambda}{h\alpha_2} & -(1 + \frac{\lambda}{h\alpha_2}) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0^{n+1} \\ T_1^{n+1} \\ \vdots \\ T_{N-1}^{n+1} \\ T_N^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{amb1} \\ -T_1^n \\ \vdots \\ -T_{N-1}^n \\ -T_{amb2} \end{pmatrix}$$

Для решения системы такого вида обычно используются методы Гаусса и прогонки. Ниже приведена  $m$ -функция «impScheme», реализующая неявную схему и использующая для решения системы линейных уравнений встроенные алгоритмы пакета MATLAB (для нахождения обратной матрицы), а также контрольная  $m$ -функция «impSchemeDemo» для более удобного задания параметров.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function Res = impScheme(m, T, Tamb1, Tamb2, alf1, alf2, cond, h)
%function Res = impScheme(m, T, Tamb1, Tamb2, alf1, alf2, cond, h)
%расчет температуры вдоль стержня с использованием неявной схемы
%граничные условия 3 рода
% h – шаг по пространству
% dt – шаг по времени
% cond – теплопроводность
% diff – температуропроводность
% alf1 – коэф. теплообмена
```

```

% alf2
% Tamb1 – температуры окруж. среды
% Tamb2
% m = diff * dt / h^2;

sz = size(T, 2);
A = zeros(sz, sz);

A(1, 1) = 1 + cond/h/alf1;
A(1, 2) = -cond/h/alf1;
A(sz, sz-1) = cond/h/alf2;
A(sz, sz) = -(1 + cond/h/alf2);

C = zeros(sz, 1);
C(1, 1) = Tamb1;
C(sz, 1) = -Tamb2;

for i=2:sz-1
    A(i, i-1) = m;
    A(i, i) = -(1 + 2*m);
    A(i, i+1) = m;
    C(i, 1) = -T(1, i);
end
B = A^-1 * C;
Res = reshape(B, 1, sz);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function impSchemeDemo
h = 1e-3;
dt = 4.41;
cond = 0.586;
diff = 1.4e-7;

alf1 = 10;
alf2 = 10;
Tamb1 = 10;
Tamb2 = 10;

T = zeros(1, 11);

m = diff * dt / h^2;

for i=1:100
    T = impScheme(m, T, Tamb1, Tamb2, alf1, alf2, cond, h)
    plot(T);
    pause(0.1);
end;

```

### **Список использованных источников**

1. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. – Учеб. Пособие для вузов. В 2-х частях. – М.: Высш. школа, 1982.
2. Никитенко Н.И. Исследование процессов тепло- и массообмена методом сеток. – Киев: Наукова думка, 1978. – 213 с.

### **Рекомендуемая литература**

1. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / пер. с англ. В.Е. Кондрашова, В.Ф. Курякина; под ред. Н.Н. Яненко. – М.: Мир, 1981. – 216 с.
2. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных / пер. с англ. Б.М. Будака и Н.П. Жидкова. – М.: Изд. иностр. лит., 1963.
3. Никитенко Н.И. Исследование процессов тепло- и массообмена методом сеток. – Киев: Наукова думка, 1978. – 213 с.

## Лабораторная работа.

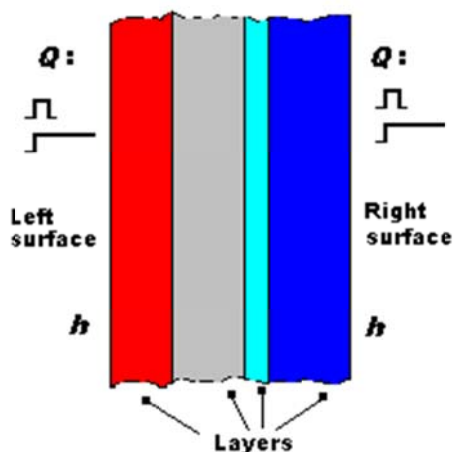
### Численное моделирование тепловых процессов

#### *Цель работы*

Ознакомление с численными способами моделирования тепловых процессов. Получение навыков численного одномерного моделирования тепловых процессов и выбора оптимальных параметров импульсного теплового контроля.

#### *Введение*

В данной работе численное моделирование проводится с помощью программы «MultiLayer1D», предназначенной для решения нестационарной одномерной задачи теплопроводности для многослойной структуры (неограниченное число слоев в структуре) при граничных условиях 3-го рода (рис. 1). В алгоритме численного расчета реализуется явная схема, полученная с помощью метода формальной замены производных. Также возможен учет фазовых переходов в слоях структуры (отдельная опция, в лабораторной работе не используется). Тепловые потоки  $Q$  задаются как для левой, и для правой поверхностей структуры. Программа позволяет одновременно решать задачу теплопроводности для нескольких структур, что позволяет сравнивать изменения температуры на поверхности для разных структур и получать температурные сигналы.



*Рис. 1 Модель исследуемого образца*

Использование в программе базы данных позволяет пользователю изменять, добавлять, редактировать и сохранять информацию о:

- материалах (теплофизические характеристики материалов);
- слоях (материал слоя, толщина слоя);
- структурах (составляющие слои, число узлов);

- сессиях, для параллельного решения задачи теплопроводности в нескольких структурах.

Возможно отображение графиков температур как для поверхностей, так и по глубине структуры.

Математическая формулировка (с учетом возможных фазовых переходов внутри любого из слоев) задачи теплопередачи для модели представленной на рис. 1 имеет вид:

$$c_i p_i \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_i * \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$-\lambda_i \frac{\partial T(x_b)}{\partial x} = \alpha(T_{amb} - T(x_b)), \quad (2)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i(x_b)}{\partial x} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(x_b)}{\partial x}; \quad (3)$$

$$T_i(x_b) = T_{i+1}(x_b),$$

$$-\lambda_i \frac{\partial T_i(x_b)}{\partial x} + \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(x_b)}{\partial x} = \rho q W(x_b); \quad (4)$$

$$T_i(x_b) = T_{i+1}(x_b) = T_{melt},$$

$$\alpha(T_{amb} - T_i(x_b)) + \lambda_i \frac{\partial T(x_b)}{\partial x} = \rho q W(x_b); \quad (5)$$

$$T(x_b) = T_{melt}.$$

Здесь, уравнение (1) является нестационарным уравнением теплопроводности в декартовых координатах для каждой из фаз системы, уравнение (2) аналитическое выражение граничных условий 3-го рода для неподвижных границ, (3) – условие непрерывности тепловых потоков на неподвижных границах, (4) – условие непрерывности тепловых потоков для подвижных границ, уравнение (5) – граничные условия 3-го рода для внешних подвижных границ.  $W(x)$  – скорость движения границы фазового перехода,  $\rho$  – плотность,  $q$  – удельная теплота фазовых превращений,  $\lambda_i$  – теплопроводность для  $i$ -го слоя,  $a_i$  – температуропроводность для  $i$ -го слоя,  $c$  – теплоемкость,  $x_b$  – координата подвижной или неподвижной границы,  $T_{melt}$  – температура плавления материала слоя.

### Задание

Изучить теоретический материал по системе MATLAB. Выполнить предложенные практические задания. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить результаты выполнения практических заданий.

### *Практическое задание 1*

Используя описание программы «MultiLayer1D» промоделировать обнаружение дефектов в виде расслоения внутри пластины из пластика активным способом теплового контроля. Принять толщину пластины 2 мм, толщину дефектов 0.1 мм и возможную глубину их расположения 0.5 мм и 0.7 мм.

- Определить оптимальное время обнаружения дефектов, используя соотношение  $\frac{l^2}{a}$ , где  $l$  – глубина расположения дефекта,  $a$  – температуропроводность.
- Определить длительность и мощность нагрева.
- Построить графики развития температуры для дефектных структур (для различных глубин расположения дефекта) и бездефектной структуры, а также графики температурных сигналов.

### *Практическое задание 2*

Промоделировать обнаружение коррозионного уноса 0.5 мм, 0.7 мм и 1 мм алюминиевой пластины толщиной 2 мм. Для этого необходимо выбрать мощность нагрева, длительность нагрева и построить графики развития температуры на передней поверхности пластины: коррозия 0.5 мм, коррозия 0.7 мм, коррозия 1 мм и коррозия 0 мм. Коррозионный унос материала отсчитывается от внутренней поверхности пластины.

**Примечания к заданиям 1 и 2:** принять значение коэффициента теплообмена  $\alpha = 10 \frac{Вт}{м^2 К}$ .

### *Практическое задание 3*

В программе MATLAB просмотреть работу m-функций, реализующих явную (функция expScheme) и неявную (функция impScheme) схему численного одномерного расчета температуры для стержня для граничных условий 1 и 3 рода. Описать основные шаги алгоритмов, привести графики. Используя явную функцию в качестве образца, написать MATLAB функцию, реализующую процедуру расчета температурного поля для многомерной пластины по явной схеме для граничных условий 3 рода.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ

## Теплофизические характеристики материалов

Тепловой ИК неразрушающий контроль может рассматриваться как задача определения теплофизических характеристик материала. Многие идеи теории теплопроводности могут быть плодотворно использованы в ИК термографии, для примера можно упомянуть метод Паркера. Определение следующих тепловых характеристик может быть особо интересно – это тепловая инерция (проявляется при одностороннем тесте) и температуропроводность (проявляется при двустороннем тесте). Анализ тепловой инерции позволяет определять толщину материала, а анализ температуропроводности позволяет исключить помехи связанные с неравномерностью нагрева образца.

Основными теплофизическими характеристиками (ТФХ) материалов являются коэффициент теплопроводности  $\lambda$ , теплоемкость  $C$  и плотность  $\rho$ . Коэффициент теплопроводности определяет величину теплового потока, распространяющегося в теле при стационарном теплообмене.

Динамическими ТФХ являются коэффициент температуропроводности  $a = \lambda / C\rho$ , выражаемый в  $\text{м}^2/\text{с}$ , и коэффициент тепловой активности, или тепловая инерция  $e = \sqrt{\lambda C\rho}$ , выражаемый в  $\text{Вт}\cdot\text{с}^{1/2}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ . Коэффициент температуропроводности является показателем диффузии тепловой энергии в материале; его величина пропорциональна скорости распространения изотермической поверхности [1]. Как правило, более теплопроводные материалы характеризуются большими значениями  $a$ . Тепловая инерция характеризует тепловое согласование двух сред (1 и 2) и определяет, например, коэффициент отражения тепловой волны  $\Gamma$  (рассматривается в теории тепловых волн) [2]:

$$\Gamma = \frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2}, \quad (1)$$

где  $\Gamma=0$  означает отсутствие теплового контакта,  $\Gamma=1$  соответствует случаю, в котором второй материал является абсолютным проводником тепла, и  $\Gamma = -1$  имеет место, если второй материал является абсолютным теплоизолятором.

В табл. 1 приведены ТФХ ряда материалов. Следует также учитывать то, что для некоторых материалов существует сильная зависимость

ТФХ от температуры, поэтому основное уравнение теплопередачи становится нелинейным. Кроме того, для ряда материалов наблюдается зависимость ТФХ от направления (анизотропия свойств). К таким материалам относятся, например стеклопластик, углепластик и другие композиционные материалы.

Таблица 1

*ТФХ некоторых материалов  
(в порядке увеличения теплопроводности материалов)*

Материал	Плотность	Удельная теплоемкость	Теплопроводность	Температуропроводность	Тепловая инерция
	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$	$* 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\frac{\text{Вт с}^{\frac{1}{2}}}{\text{м}^2 \text{ К}}$
Воздух (тонкие промежутки)	1,2	1005	0,07	58,0	9,19
Эпоксидная смола	1300	1700	0,2	0,09	664,8
Стеклопластик	1900	1200	0,3 $\perp$ 0,38 $\parallel$	0,13 0,17	827,0 930,8
Песок речной сухой	–	800	0.34	0.28	643
Вода	1000	4193	0,586	0,14	1570
Кирпич	1800	879	0,755	0,505	1093
Углепластик	1600	1200	0,8 $\perp$ 7 $\parallel$	0,42 3,7	1239,4 3666,1
Цемент	2400	800	1	0,53	1385,6
Песок речной влажный	2442	2090	1.13	0.328	1974
Бетон	1650	837	1,51	0,752	1740
Лед	900	2100	2,25	1,08	2062
Почва	2400	-	2,6	0,5	-
Уран	18700	120	27	12	7783,8
Дюралюминий 2024 –Т6	19300	875	177	73,0	54673

$\perp$  – перпендикулярно волокон

$\parallel$  – параллельно волокон



Низкие значения тепловой инерции приводят к значительным температурным сигналам на поверхности. Обычно материалы с высокой теплопроводностью имеют высокую тепловую инерцию, но существуют исключения из этого правила, например, воздух. Вода обладает наибольшей теплоемкостью и имеет достаточно низкое значение тепловой инерции, что приводит к специфическим температурным сигналам над участками в пористых или сотовых материалах, содержащих скрытую воду. При рассмотрении процессов фазовых переходов следует учитывать высокую теплоту плавления льда ( $340000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ ), которая обуславливает значительные задержки в развитии температуры над зонами с водой/льдом. Различия в теплопроводности и теплоемкости льда и воды также приводят к тому, что нагрев льда происходит значительно быстрее, чем нагрев воды. Для более точного рассмотрения процессов необходимо численное моделирование процессов теплопередачи, включая фазовые превращения.

## Обзор методов определения ТФХ

**Стационарные методы определения ТФХ.** Стационарные методы основываются на законе Фурье и применяются для определения теплопроводности материалов. С их помощью исследуют металлы, полупроводники, теплоизоляторы, волокна, порошки, жидкости и газы [3].

В стационарных методах используют основное расчетное уравнение:

$$\lambda = Q / (t_1 - t_2)K, \quad (2)$$

где  $Q$  – тепловой поток, проходящий через слой исследуемого вещества, ограниченный двумя изотермическими поверхностями, которым соответствуют температуры  $t_1$  и  $t_2$ ;  $K$  – коэффициент формы слоя исследуемого материала, который зависит от формы тела (плоское тело, цилиндрическая поверхность, шаровая поверхность).

Для изучения теплопроводности твердых теплоизоляционных материалов, неметаллических жидкостей и газов применяются, в основном, методы, в которых испытуемый образец имеет форму пластины, трубы или полого шара и обеспечиваются условия для протекания через образец одномерного теплового потока. Соответственно различают метод плоского слоя, метод трубы и метод шара.

**Нестационарные методы.** Нестационарные методы с точки зрения оперативности, полноты получаемой информации об объектах исследования и простоты реализации экспериментальных установок являются более перспективными. В нестационарных методах исследования теп-

лофизических свойств веществ, по сравнению со стационарными методами, снижены требования к тепловой защите, затрачивается меньше времени и тепловой энергии для проведения эксперимента. К недостаткам нестационарных методов следует отнести сложность расчетных уравнений и трудность оценки соответствия действительных граничных условий в эксперименте с условиями, принятыми в теории.

В нестационарных методах различают методы начальной стадии (значения критерия Фурье  $F_0 < 0.5$ ), методы регулярного режима ( $F_0 \geq 0.5$ ), а также методы квазистационарного теплового режима [3].

Из нестационарных методов для исследования ТФХ материалов при температурах, близких к комнатным, наибольшее применение находят методы регулярного режима первого рода, а при температурах от минус 100 до плюс 400 °С – методы монотонного режима.

В методах начальной стадии анализируются закономерности нестационарных процессов теплопередачи. К методам данной группы можно отнести метод Паркера, метод определения температуропроводности, основанный на двумерном преобразовании Фурье и другие методы.

### **Метод плоского слоя**

Образец выполняется в форме диска диаметром  $D$  и толщиной  $\delta$  ( $D > 10\delta$ ) с тщательно обработанными плоскими гранями и плотно зажимается между металлическими пластинами основного нагревателя и холодильника. При использовании образцов конечных размеров часть теплового потока, поступающего в образец, рассеивается во внешнюю среду через его боковую поверхность и на противоположную поверхность попадает измененный поток. Поэтому тепловой поток не является одномерным, а линии теплового потока вблизи боковой поверхности искривляются, что необходимо учитывать при разработке методики проведения эксперимента. Схема установки для определения температуропроводности, предложенная Понсгеном, приведена на рис. 1 [4].

Структура системы соответствует формулировке задачи для неограниченной пластины с постоянным источником. В середине образца, образуемого двумя плоскопараллельными квадратными или плоскими пластинами 1 равной толщины, помещается плоский нагреватель 3. Для создания одномерного теплового потока образец окружен охранным кольцом 4, в центре которого располагается охранный нагреватель 5. Небольшой зазор между образцом и охранным кольцом заполняется теплоизоляцией 2. Поддерживая разность температур  $T_3$  и  $T_4$  в зазоре (в плоскости нагревателей) равной нулю путем регулировки тока охранный нагреватель, можно обеспечить одномерность теплового по-

тока через образец. Чтобы обеспечить постоянную температуру на основаниях системы, последняя помещается между двумя пустотелыми металлическими блоками 6 и 7, через которые пропускается вода постоянной температуры.

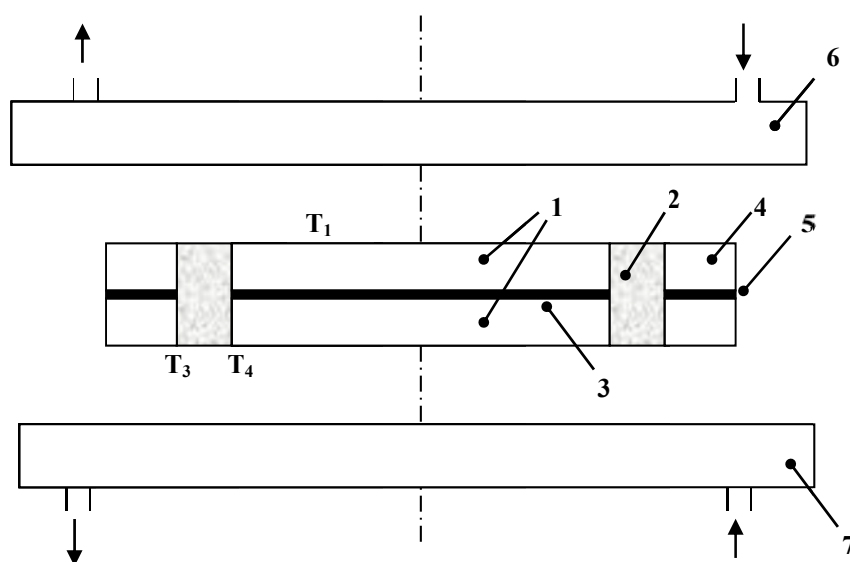


Рис. 1. Схема установки Понсгена

Если система полностью симметрична, т. е. пластинки имеют равные толщины и одинаковые свойства, то теплопроводность вычисляется по формуле:

$$\lambda = \frac{W}{2S} \frac{\delta}{\Delta T}, \quad (3)$$

где  $W$  – электрическая мощность, подводимая к нагревателю,  $S$  – площадь нагревателя,  $\delta$  – толщина пластины,  $\Delta T = (T_2 - T_1)$  – разница температур на гранях пластины.

Если температурный перепад по сечению образца велик, то можно найти не только среднее значение коэффициента теплопроводности, но и зависимость  $\lambda = f(T)$ .

Действительно, при больших температурных перепадах и наличии зависимости коэффициента теплопроводности от температуры распределение температур в стационарном состоянии не будет линейным, а будет представлять монотонно изменяющуюся кривую. Поскольку в стационарном состоянии поток в любой плоскости сечения величина постоянная, то для отыскания зависимости  $\lambda = f(T)$  нужно знать вид кривой распределения температур, а для этого в образец нужно внедрить дополнительные температурные датчики.

Практическая реализация методов пластины связана также с трудностями измерения температур поверхностей на горячей  $T_2$  и холодной  $T_1$  сторонах образца, разность которых входит в расчетную формулу. Наиболее удобны для этой цели термопары, но их монтаж непосредственно на образце затруднен. Поэтому образец – пластину помещают между двумя плоскими металлическими пластинами (постоянные элементы установки), а спаи термопар монтируют в них вблизи рабочих поверхностей.

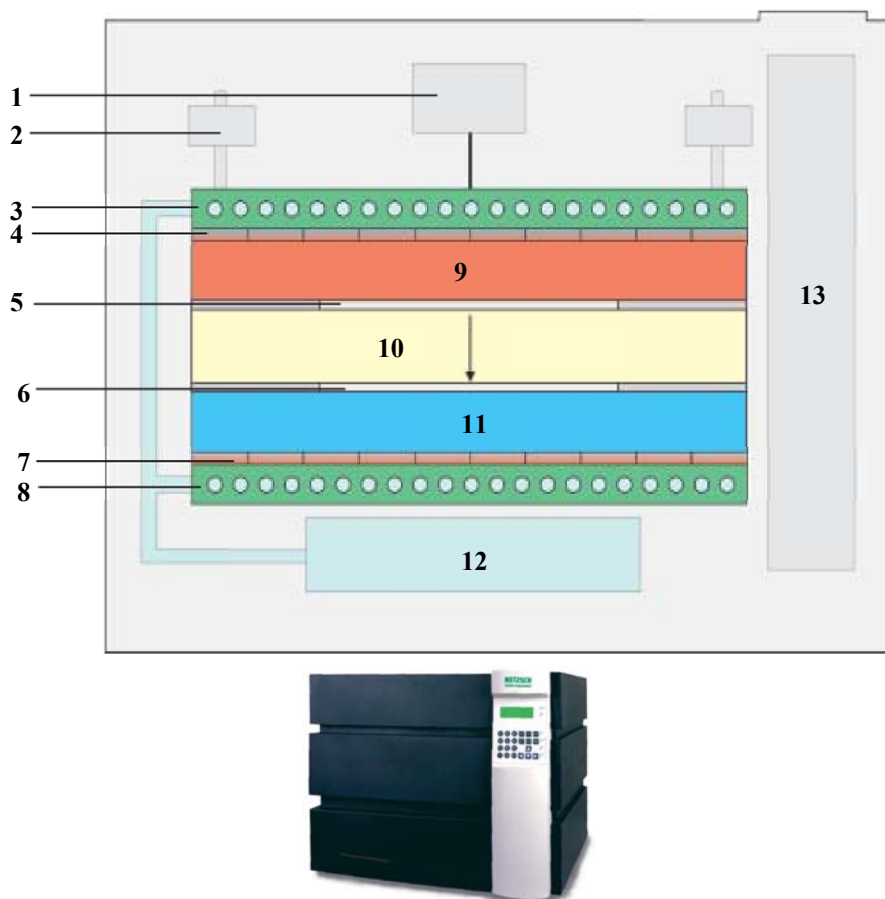
Однако монтаж термопар за пределами образца имеет свои недостатки, так как на границах контакта образца с металлическими пластинами возникают контактные тепловые сопротивления  $R_x$ . Величина  $R_x$  зависит от качества поверхности контактирующих плоскостей, теплопроводности газовой прослойки и величины внешнего сжатия пластин и отличаются заметной нестабильностью. Наличие  $R_x$  не дает возможности использовать метод пластины с вынесенными за пределы образца термопарами для исследования теплопроводности материалов при  $\lambda > 10 \text{ Вт} / (\text{мК})$ , что существенно сужает границы его практического применения. Уменьшить  $R_x$  можно, если увеличить давление сжатия между пластинами, повысить качество обработки поверхностей образцов или смазать контактирующие плоскости какой-либо жидкостью, коэффициент теплопроводности которой близок к теплопроводности исследуемого материала. Смазка заполняет воздушные пространства между соприкасающимися плоскостями и вытесняет оттуда воздух. Если образцы изготовлены из воздушно-пористых материалов малой плотности, или исследуются газы или жидкости, то влиянием контактных сопротивлений можно пренебречь.

Оптимальная толщина исследуемого образца подбирается из условия  $R_k \approx \frac{\delta}{\lambda} \gg 2R_k$ , где  $R_k$  – ожидаемое значение контактного теплового сопротивления между образцом и прилегающими к нему пластинками. Значения  $R_k$  зависят от качества обработки поверхностей, рода контактирующей смазки (порошок, жидкость) и обычно изменяются в пределах  $R_k \approx (0.5 \dots 10) \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{К} / \text{Вт}$  [4].

На рис. 2 приведена установка НФМ 436 фирмы Netzsch для определения теплопроводности.

Процесс измерения теплопроводности материалов состоит в задании пользователем желательного градиента и средней температуры образца 10, помещении образца между двумя нагреваемыми пластинами (9 и 11) установки. Термопары, встроенные в пластины измеряют градиент температуры в образце, а заданная температура пластин поддерживается с по-

мощью системы элементов Пельтье (4 и 7). Следует отметить, что эффект Пельтье – это процесс выделения или поглощения тепла при прохождении электрического тока через контакт двух разнородных проводников, причем величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, силы тока и времени прохождения тока. Основания пластин поддерживаются при постоянной температуре с помощью встроенного холодильника/нагревателя (3, 8, 12), основанного на циркуляции жидкости внутри установки. Жидкость охлаждается с помощью встроенной воздушной системы охлаждения. Для высоких температур образца, воздушное охлаждение жидкости может быть заменено внешней холодильной установкой. На каждой пластине устанавливается датчик теплового потока (5 и 6). Имеется также термopapa, по которой определяется установление стационарного состояния системы. Использование запатентованной системы из двух датчиков теплового потока позволяет сократить время измерения на одной температуре до 15 минут. Установка также имеет систему измерения толщины образца (1 и 2). Работа установки контролируется с помощью микропроцессорной системы 13.



*Рис. 2. Установка HFM 436 фирмы Netzsch для определения теплопроводности*

Приведем также характеристики установки НФМ 436 и некоторых ее модификаций [5]:

- температура пластин: от  $-30$  до  $100$  °С (при использовании внешнего холодильника);
- максимальные размеры образца:  $600 \times 600 \times 200$  мм<sup>3</sup>;
- диапазон измерения теплопроводности:  $0.005 \dots 0.5$  Вт/(м К);
- погрешность: 3 %.
- время измерения: 15 мин.

Как можно видеть, данная установка предназначена для измерения достаточно низких значений теплопроводности.

При экспериментальном определении коэффициента  $\lambda$  в промышленных лабораториях используется относительный метод плоского слоя, отличающийся от абсолютного тем, что в нем последовательно с исследуемым диском устанавливается эталонный диск из материала с известным значением коэффициента теплопроводности  $\lambda_0$ . В этом случае тепловой поток  $Q$ , проходящий через образец, измеряется по перепаду температуры  $\Delta t_0$  в эталонном диске. Кроме того, такой способ позволяет упростить конструкцию установки, не используя каких-либо охранных нагревателей.

## Методы регулярного теплового режима

Понятие "регулярный тепловой режим" может быть сформулировано так: это такой период нагрева (или охлаждения), когда натуральный логарифм температурного комплекса начинает изменяться во времени по линейному закону прямой. Регулярная стадия опыта в телах простой формы с равномерным начальным распределением температур обычно наступает при значениях числа Фурье  $F_0 \geq 0.5$ . В данных методах рассматривается нагрев/охлаждение тел в среде с постоянной температурой [3].

Процесс симметричного охлаждения неадиабатической пластины с начальной температурой  $T_0$  толщиной  $2R$  при граничных условиях третьего рода в среде с температурой  $T_A$  описывается выражением [6]:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad \Theta = \frac{T(x) - T_A}{T_0 - T_A}, \quad (4)$$

где точка  $x = 0$  соответствует центру пластины, а  $x = R$  боковой поверхности.

При некотором значении  $\tau > \tau^*$  все члены ряда, начиная со второго, станут пренебрежительно малы, по сравнению с первым и поэтому ими

можно пренебречь. Тогда натуральный логарифм температурного комплекса  $\Theta$  будет иметь вид линейной зависимости:

$$\ln \Theta = -\mu_1 \frac{a}{R^2} \tau + \ln \frac{2 \sin \mu_1 \cos \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right). \quad (5)$$

**Случай  $Bi \rightarrow \infty$ .** Для случая  $Bi \rightarrow \infty$  (практически  $Bi \geq 100$ ) температура поверхности пластины сразу принимает температуру окружающей среды, а температура центра пластины с учетом только первого члена ряда выражения (4) описывается выражением:

$$\Theta = \frac{4}{\pi} \exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 F_0\right), \quad x = R, \quad (6)$$

т. е. процесс охлаждения определяется физическими свойствами и размерами тела. Аналогичные выражения могут быть получены для цилиндра и шара.

**Случай малых значений числа  $Bi$ .** Если значение  $Bi$  мало (практически  $Bi \leq 0.1$ ), что соответствует случаю малой толщины пластины, большому значению коэффициента теплопроводности  $\lambda$  и малым значениям коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , температуры на оси и на поверхности пластины определяются выражениями (с учетом только первого члена ряда выражения (4)):

$$\Theta = \exp(-BiF_0), \quad x = 0; \quad (7)$$

$$\Theta = \cos(\sqrt{Bi}) \exp(-BiF_0), \quad x = R. \quad (8)$$

Температура на поверхности пластины незначительно отличается от температуры на оси пластины, т. е. процесс выравнивания температуры в теле происходит существенно интенсивнее, чем отвод теплоты с поверхности тела.

**Число  $Bi$  находится в пределах  $0.1 \leq Bi < 100$ .** В этом случае интенсивность процесса охлаждения (нагревания) определяется как внешними так и внутренними термическими сопротивлениями.

В зависимости от значения числа  $Bi$  можно выделить несколько методов определения тепло- и температуропроводности, а также теплоемкости для регулярного теплового режима.

**Метод альфа-калориметра.** Для определения коэффициента температуропроводности на практике обычно используется схема альфа-калориметра, позволяющая осуществить режим, близкий к условию  $Bi \rightarrow \infty$ . Под альфа-калориметром понимается металлическая форма, которая заполняется исследуемым материалом. Заполненный альфа-

калориметр выдерживается при постоянной температуре, а затем переносится в термостат, где он охлаждается или нагревается в непрерывно перемешиваемой жидкой среде.

Исследования обычно проводят на образцах простой формы (плита, цилиндр, шар). Схема установки приведена на рис. 3.

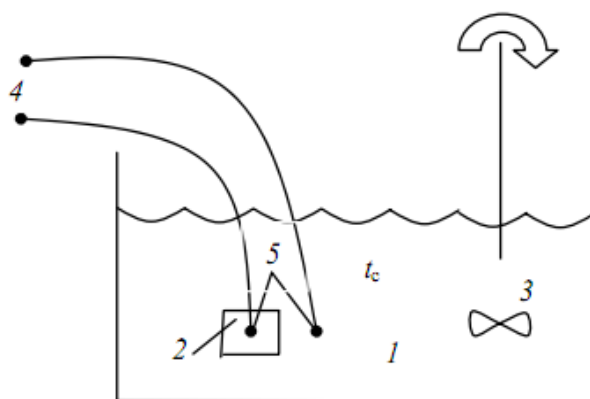


Рис. 3. Схема экспериментальной установки альфа-калориметра:  
 1 – кипящая вода (при нагреве) или вода с тающим льдом (при охлаждении)  
 и температурой среды  $T_A$ ; 2 – исследуемый образец; 3 – мешалка;  
 4 – измерительный прибор (гальванометр, потенциометр);  
 5 – разностная дифференциальная термопара

Установка представляет собой тонкостенный металлический стакан (сосуд), выполненный из металла (медь, латунь и т. п.) с высоким коэффициентом теплопроводности, наполненный исследуемым материалом и имеющим дифференциальную термопару. Предварительно нагревание альфа-калориметра осуществляется в сушильном шкафу с электрическим нагревателем. Затем нагретый альфа-калориметр переносят в жидкостный термостат, где происходит его охлаждение в непрерывно перемешиваемой жидкой среде при  $\alpha \rightarrow \infty$  и имеющей на протяжении всего опыта постоянное значение температуры  $T_A = const$ . Также возможен нагрев альфа-калориметра в среде кипящей воды. Измерение температуры проводят дифференциальной термопарой, один из спаев которой помещен в центре  $\alpha$  – калориметра или в центре образца, а другой – в охлаждающей среде. При использовании других расчетных формул положение термопары не влияет на точность измерений. Определяемый в ходе эксперимента темп охлаждения, служит основой для определения коэффициента температуропроводности.

Выполнение альфа-калориметра в виде закрытого стакана позволяет избежать проникновения влаги внутрь исследуемого материала и наиболее удобно при исследовании материалов порошковой структуры. Строительные и теплоизоляционные материалы часто покрывают



слоем эпоксидной смолы, что также позволяет избежать проникновения влаги внутрь исследуемого материала. Погрешность измерений не превышает 2...4 %.

Преимущества метода [3]:

- 1) метод абсолютен, не требует эталонов с известными тепловыми свойствами;
- 2) обеспечивает достаточно высокую точность эксперимента;
- 3) опыт идет непродолжительное время, а формулы для обработки экспериментальных результатов имеют простой вид.

Недостатки метода:

- 1) для эксперимента необходима капельная среда (жидкость);
- 2) опыт соответствует теории только при условии, когда температура окружающей среды  $T_A$  на протяжении всего опыта остается постоянной;
- 3) во избежание смачивания образца и проникновения влаги внутрь исследуемого материала его помещают в герметично закрытый стакан или его поверхность покрывают эпоксидной смолой или лаком;
- 4) опыты с сыпучими материалами приходится производить в специальных условиях (герметично закрытом стакане);
- 5) метод неудобен при исследовании твердых материалов.

**Метод лямбда-калориметра.** Данный метод позволяет определять значение тепло- и температуропроводности. В данном методе требуется охлаждать тело при постоянном значении температуры среды и при конечном значении числа  $Bi$ .

Недостатком данного способа является необходимость использования в установке дополнительного эталонного образца, теплофизические характеристики которого должны быть заранее известны.

**Метод бикалориметра.** Метод бикалориметра использует закономерности охлаждения составного тела – металлического ядра, окруженного тонким слоем исследуемого материала в термостатированной среде. Бикалориметр состоит из полый металлической оболочки (плоской, цилиндрической или шаровой формы), внутри которой с небольшим зазором размещается сплошное металлическое ядро (такой же формы). Зазор заполняется исследуемым материалом. Для измерения температур в ядре бикалориметра производится сверление для закладки рабочих концов (спаев) термопар.

В процессе опыта бикалориметр с исследуемым материалом помещается в печь для предварительного нагревания, а затем в термостат, где обеспечиваются необходимые условия охлаждения. При другой реализации метода в ядре устанавливается электрический нагреватель (для подогрева ядра перед опытом), а через оболочку пропускается

жидкость от термостата. На основании опытных измерений определяется темп охлаждения, а затем по расчетному уравнению вычисляется коэффициент теплопроводности  $\lambda$ .

**Метод микрокалориметра**, основанный на теории регулярного режима первого рода, использует закономерности охлаждения образца исследуемого материала в малом объеме (отсюда и название «микрокалориметр») в термостатированной среде с малым коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ , около  $3 \dots 6 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \text{К})$ , при  $Bi < 0.1$  и пригоден для определения удельной **теплоемкости** твердых материалов.

Установка включает два тонкостенных металлических стакана (диаметром 20...25 мм, высотой 60...75 мм) – один для образца исследуемого материала обычно измельченного, другой для эталонного вещества, а также два термостата – один для предварительного нагревания, другой для охлаждения.

Измерение температур образца и эталона осуществляется дифференциальными термопарами. Из данных измерений температур, определяются темпы охлаждения, а по расчетным формулам находится теплоемкость материала  $c$ . Погрешность измерений не превышает 5 %.

Методы регулярного режима являются универсальными, однако реализация их при высоких температурах затруднительна. Установки, в основу которых положен принцип регулярного режима, отличаются простотой измерительной аппаратуры. Опыты, проводимые с помощью этих установок, занимают мало времени и технически несложны. Основной измеряемой величиной в эксперименте является темп нагревания (охлаждения). Для этого достаточно фиксировать значения температур в одной произвольной точке тела (кроме метода двух точек) и окружающей среды.

Способы, использующие этот режим, дают возможность производить экспериментальные исследования различных теплофизических параметров многих веществ. Все они являются самоконтролируемыми. К их недостаткам относится необходимость тщательной реализации теоретических предпосылок о постоянстве температуры среды и коэффициента теплоотдачи на протяжении всего опыта.

### **Метод квазистационарного теплового режима**

Рассмотрим процесс симметричного нагрева пластины толщиной  $2R$  в среде с линейно изменяющейся температурой  $T_A = T_0 + b\tau$ . В начальный момент пластина и среда имеют температуру  $T_0$ , среда начинает нагреваться с постоянной скоростью  $b$ ,  $\text{град} / \text{с}$ . Распределение температуры по толщине пластины описывается выражением [4]:

$$\Theta = Pd \left\{ F_0 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{Bi} - \frac{x^2}{R^2} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos \left( \mu_n \frac{x}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 F_0) \right\}, \quad (9)$$

где  $\Theta = \frac{T - T_0}{T_0}$ , а  $Pd = \frac{bR^2}{aT_0}$  – критерий Предводителя, характеризующий интенсивность повышения температуры окружающей среды. Ряд в решении быстро сходится, и, начиная с определенного значения  $F_0 \geq F_{01}$ , им можно пренебречь. Тогда температура в любой точке пластины будет линейной функцией времени:

$$\Theta = Pd \left( F_0 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{Bi} - \frac{x^2}{R^2} \right] \right). \quad (10)$$

Такой режим нагрева называется квазистационарным [7], так как поле градиента температуры будет стационарным. Квазистационарное состояние наступает также при задании на поверхности тела постоянного теплового потока  $q = const$ . В случае плоской пластины, нагрев в квазистационарном режиме будет описываться выражением:

$$\Theta = Ki \left( F_0 - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{Bi} - \frac{x^2}{R^2} \right] \right), \quad (11)$$

где  $Ki = \frac{qR}{\lambda T_0}$  – критерий Кирпичева (используем равенство  $Pd = Ki$ ).

Задание постоянных тепловых потоков на поверхностях, ограничивающих тело, позволяет реализовать методы комплексного определения теплофизических характеристик в режиме непрерывного изменения температуры:

$$\lambda = \frac{qR}{2\Delta T} \left( \frac{x_2^2 - x_1^2}{R^2} \right), \quad (12)$$

где  $\Delta T = T(x_2, \tau) - T(x_1, \tau)$  – разность температур между какими-либо двумя точками тела в один и тот же момент времени.

Для определения температуропроводности можно использовать выражения:

$$a = \frac{b}{2\Delta T} (x_2^2 - x_1^2), \quad (13)$$

или

$$a = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2\Delta\tau}, \quad (14)$$

где  $\Delta\tau$  – время запаздывания, т. е. время, в течении которого температура в некоторой точке тела становится равной температуре в другой точке тела.

Знание теплового потока позволяет в квазистационарном режиме найти удельную теплоемкость из соотношения:

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} = \frac{q}{b\rho R}, \quad (15)$$

где  $\rho$  – плотность материала. Кроме того, можно непосредственно использовать соотношение:

$$c = \frac{\lambda}{a\rho}.$$

Основным достоинством квазистационарных методов определения температуропроводности является простота расчетных соотношений, возможность исследования температурной зависимости  $\lambda = f(T)$  в режиме непрерывного нагревания и независимость результатов исследования от начального распределения температуры. Метод позволяет определять температуропроводность в диапазоне температур от  $-200$  до  $+3000$  °С.

### Определение тепловой инерции материала

Используя решение для полуограниченного тела, нагреваемого импульсом Дирака можно определить тепловую инерцию твердого тела как комплекс трех параметров ( $e = \sqrt{C\rho\lambda}$ ), при этом необходимо измерять *поглощенную* телом энергию, что на практике не всегда удается выполнить с необходимой точностью:  $e = \frac{W}{T(\tau)} \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}}$ . Последнюю трудность можно преодолеть, используя метод эталона [1]:

$$\frac{e}{e_{ref}} = \frac{T_{ref}(\tau)}{T(\tau)}, \quad (16)$$

где индекс *ref* относится к эталону.

## Метод Паркера

В классической работе У. Паркера и соавторов [8] предложено измерять ТФХ, прежде всего, температуропроводность, используя решение для нестационарной температуры на задней поверхности адиабатической пластины, нагреваемой на передней поверхности коротким тепловым импульсом (импульсом Дирака):

$$\frac{T}{(Wa / \lambda L)} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo} . \quad (17)$$

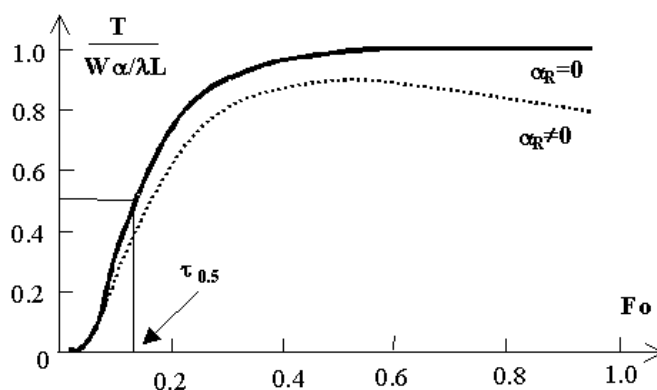


Рис. 4. Изменение температуры на задней поверхности пластины

График последней функции, показанный на рис. 4, стартует из нулевой точки и стремится к стационарному значению  $T \rightarrow Wa / \lambda L$ . В случае реальной (неадиабатической) пластины, температура задней поверхности достигает максимума, после чего спадает из-за сброса энергии в окружающую среду (см. пунктирную линию на рис. 4). Нарастающий фронт температурного отклика позволяет выделить ряд характерных точек, каждой из которых соответствует характеристическое время теплопередачи  $\tau^*$ , в частности:

- время достижения половины максимального значения  $\tau_{1/2}$ ;
- время максимума первой производной  $\tau_{m.d.}$ .

Для любого экспериментально измеренного времени  $\tau^*$ , значение коэффициента температуропроводности можно определить из очевидного соотношения:

$a = Fo^* \frac{L^2}{\tau^*}$ , где коэффициент  $Fo^*$  легко определяется из уравнения (17).

В частности:

- $Fo^* = 0.1388$  для  $\tau_{1/2}$ ;
- $Fo^* = 0.0918$  для  $\tau_{m.d.}$ .

Преимуществом использования характеристического времени  $\tau_{m.d.}$  является возможность определения температуропроводности в режиме реального времени, т. е. не дожидаясь времени наступления максимума температурной кривой, необходимого для вычисления  $\tau_{1/2}$ , а также более слабая зависимость  $\tau_{m.d.}$  от интенсивности теплообмена с окружающей средой. Однако необходимость вычисления производной  $\partial T / \partial \tau$  для зашумленного сигнала влечет существенный рост высокочастотных шумов, что снижает эффективность метода по параметру  $\tau_{m.d.}$ . Поэтому до сих пор наиболее применим метод Паркера с использованием характеристического времени  $\tau_{1/2}$  [1].

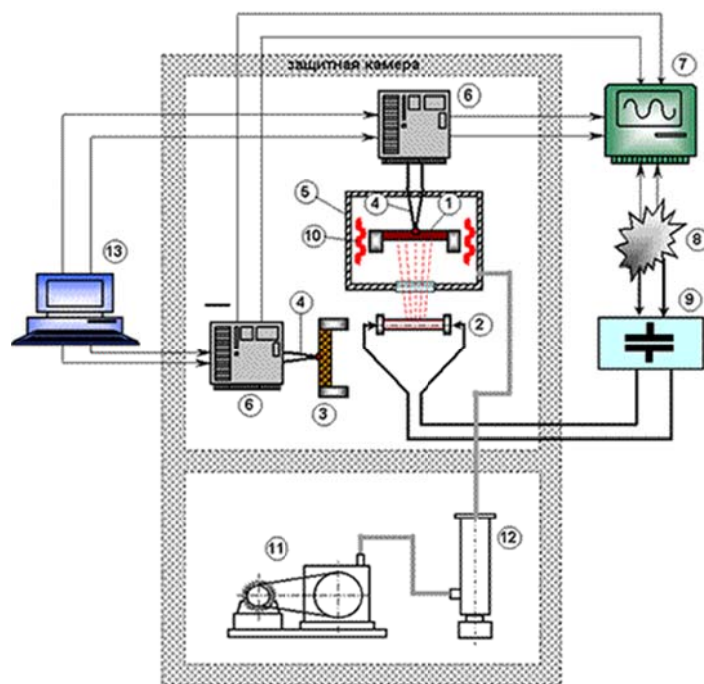
Метод Паркера, или импульсный метод (Parker's method, flash method), обладает высокой точностью, благодаря чему его используют в большинстве исследований по анализу температуропроводности твердых тел. Существуют различные модификации метода, в которых точность измерений повышают за счет: 1) учета теплоотдачи на поверхностях объекта контроля, 2) более строгого обоснования выбора характеристического времени  $\tau^*$ , 3) учета конечных размеров объекта контроля и т. п.

Помимо коэффициента теплопроводности, метод Паркера позволяет также определить коэффициент теплопроводности, для чего, наряду с толщиной изделия, необходимо измерить величину поглощенной энергии  $W$ . По известным  $a$  и  $\lambda$  можно определить теплоемкость:  $C = \lambda / (\rho a)$ .

Для *передней* (нагреваемой) поверхности нагреваемой адиабатической пластины, структура соответствующего импульсного решения такова, что характерные точки на температурной кривой отсутствуют и определение ТФХ сложнее, чем при использовании решения для обратной поверхности. Кроме того, чувствительность этого решения, например, к изменениям температуропроводности ниже, чем на задней поверхности.

Схема установки определения коэффициента теплопроводности представлена на рис. 5. Установка состоит из четырех основных узлов: камеры, измерительной схемы, зарядного блока и вакуумной системы.

Камера выполнена таким образом, что все операции по перезакреплению образца можно выполнять дистанционно. Образец закреплен в держателе, размещен в вакуумной камере и может нагреваться печью сопротивления до температуры от 10 до 800°C. В вакуумной камере имеется кварцевое окно, через которое одна сторона образца может облучаться световым потоком от импульсной лампы. Симметрично оси лампы вне нагревательной печи расположен эталонный образец с известной теплоемкостью. К поверхности образцов, противоположных импульсной лампе, прижимаются термопары.



*Рис. 5. Схема установки измерения температуропроводности  
 1 – образец; 2 – импульсная лампа; 3 – эталонный образец;  
 4 – термопары; 5 – вакуумная камера; 6 – усилитель постоянного тока;  
 7 – осциллограф; 8 – зарядное устройство; 9 – конденсаторы;  
 10 – нагреватель; 11 – форвакуумный насос; 12 – диффузионный насос;  
 13 – блок управления, компенсации и эталонного сигнала*

Электрическая часть установки состоит из зарядного блока для зарядки батареи, конденсаторов и измерительной схемы для регистрации термоЭДС термопар, прижатых к образцу.

В блоке управления усилителем расположены источник эталонного напряжения, цепь компенсации постоянной термоЭДС и индикаторный прибор.

Процесс измерения происходит следующим образом. В момент разрядки конденсаторов импульсная лампа, зажигаясь, посылает импульс света на образец. Поглотив этот импульс, лицевая сторона нагревается и тепло начинает распространяться по образцу. ТермоЭДС измеряется термопарой, прижатой к обратной стороне образца, усиливается усилителем и подается на осциллограф. Сигнал регистрируется на экране осциллографа, развернутого по времени синхронно со световой вспышкой. Одновременно через второй канал усилителя записывается термоЭДС калибровочного образца для определения количества тепла, поглощенного измеряемым образцом. Теплоемкость образца рассчитывается по максимальному изменению температуры образца, температуропроводность – по кривой изменения температуры во времени. Теплопроводность рассчитывается из известных значений температуропроводности, теплоем-

кости и плотности. Погрешность в определении коэффициента температуропроводности не превышает 5 %.

При использовании метода Паркера необходим учет следующих особенностей реализации, следующих из решения, на котором основан данный метод: 1) тепловой поток должен быть одномерным; 2) необходимо адиабатизировать условия нагрева.

## Анализ анизотропии ТФХ

Особенность представленных выше методов состоит в том, что для их использования необходим образец в виде пластинки, цилиндра или шара, который формируется непосредственно из изделия или порошка анализируемого материала, причем анализируется одномерный тепловой поток внутри этих тел. На данный момент имеется обширный класс материалов, называемых композиционными, которые проявляют анизотропию ТФХ. Так, например, для углепластиков, стеклопластиков значения теплопроводности в направлении пространственных осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  могут существенно различаться (рис. 6).

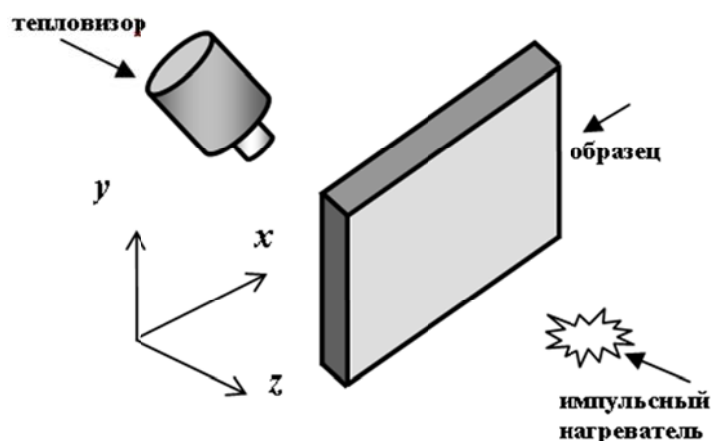


Рис. 6 Схема опыта для определения анизотропии температуропроводности

Исследование ТФХ в направлении осей  $x$  и  $y$  с помощью предложенных методов встречает серьезные затруднения. Одним из методов, который позволяет решать эту задачу, является метод, основанный на применении двумерного преобразования Фурье к температурному полю пластины исследуемого материала [9, 10, 11].

Возьмем пластину материала толщиной  $L$  с анизотропией по направлениям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ :  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  (температуропроводность по направлениям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ),  $K_x, K_y, K_z$  – теплопроводности по направлениям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Плотность и теплоемкость материала не зависят от направления и равны  $\rho, c$  соответственно. Размеры пластины составляют  $L_x, L_y$  по направле-



ниям  $x$ ,  $y$  и  $L$  в направлении оси  $z$ . Пластина не должна содержать внутри себя различные неоднородности. Схема эксперимента представлена на рис. 6.

Рассмотрим нагрев пластины импульсом Дирака произвольной формы. Распределение плотности теплового потока на поверхности пластины определяется функцией:  $\varphi(x, y, \tau) = f(x, y) \delta(\tau)$ , где  $f(x, y)$  – геометрическое распределение интенсивности теплового потока на поверхности,  $\delta(\tau)$  – функция Дирака.

Математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = K_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} [K_z(z) \frac{\partial T}{\partial z}];$$

$$T(x, y, z, \tau = 0) = 0;$$

$$-K_z \frac{\partial T(z=0)}{\partial z} = -hT(x, y, z=0, \tau) + \varphi(x, y, \tau);$$

$$-K_z \frac{\partial T(z=L)}{\partial z} = hT(x, y, z=L, \tau);$$

$$\frac{\partial T(x, y=0)}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial T(x, y=L_y)}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial T(x=0, y)}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial T(x=L_x, y)}{\partial x} = 0.$$

Применяя преобразование Лапласа по времени  $\tau$  и двумерное преобразование Фурье по координатам  $x$  и  $y$

$$\tilde{\tilde{T}}(\omega_x, \omega_y, z, p) = \int_{\tau'=0}^{\tau'=\infty} \int_{x'=-\infty}^{x'=\infty} \int_{y'=-\infty}^{y'=\infty} T(x', y', z, \tau) e^{i\omega_x x'} e^{i\omega_y y'} e^{-p\tau} d\tau' dy' dx'$$

к функции распределения температуры, получаем решение системы уравнений в области преобразования Лапласа и Фурье для задней поверхности пластины в следующем виде:

$$\tilde{\tilde{T}}(\omega_x, \omega_y, L, p) = \frac{\Phi(\omega_x, \omega_y)}{K_z \sigma sh(\sigma L) + (2h)ch(\sigma L) + h^2 sh(\sigma L) / (K_z \sigma)},$$

где  $\omega_x, \omega_y$  пространственные частоты,  $p$  – параметр преобразования Лапласа. Следует отметить, что символ « $\approx$ » обозначает двумерное преобразование Фурье, а символ « $\rightarrow$ » обозначает преобразование Лапласа.

Также  $\sigma = \sqrt{\frac{p}{\alpha_z} + \frac{K_x}{K_z} \omega_x^2 + \frac{K_y}{K_z} \omega_y^2} = \sqrt{\frac{1}{\alpha_z} (p + \alpha_x \omega_x^2 + \alpha_y \omega_y^2)}$ , а  $\Phi(\omega_x, \omega_y)$  – преобразование Фурье от  $f(x, y)$ , а  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  – температуропроводности в направлении осей  $x, y, z$ .

Используя свойство сдвига для преобразования Лапласа и находя обратное преобразование Лапласа, можно получить следующее выражение:

$$\tilde{T}(\omega_x, \omega_y, L, \tau) = \tilde{T}(0, 0, L, \tau) e^{-(\alpha_x \omega_x^2 + \alpha_y \omega_y^2) \tau},$$

или

$$Ln \frac{\tilde{T}(\omega_x, \omega_y, L, \tau)}{\tilde{T}(0, 0, L, \tau)} = -(\alpha_x \omega_x^2 + \alpha_y \omega_y^2) \tau.$$

Тогда составляющие температуропроводности  $\alpha_x, \alpha_y$  могут быть найдены из выражений:

$$Ln \frac{\tilde{T}(\omega_x, 0, L, \tau)}{\tilde{T}(0, 0, L, \tau)} = -\alpha_x \omega_x^2 \tau, \quad (18)$$

$$Ln \frac{\tilde{T}(0, \omega_y, L, \tau)}{\tilde{T}(0, 0, L, \tau)} = -\alpha_y \omega_y^2 \tau. \quad (19)$$

Таким образом, температуропроводность в направлении оси  $x$   $\alpha_x$  представляет собой коэффициент наклона прямой  $f(\tau) = Ln \frac{\tilde{T}(\omega_x, 0, L, \tau)}{\tilde{T}(0, 0, L, \tau)}$  к оси времени  $\tau$ . Пространственная частота определяется из выражения:  $\omega_x = \frac{2\pi n}{L}$ , где  $n$  – число пространственных частот, которое будет определяться разрешением тепловизора,  $L$  – период функции  $f(x, y)$  в направлении  $x$ , зависит от размеров образца. Возможен расчет для нескольких пространственных частот.

Алгоритм для вычисления температуропроводности по данному методу можно представить следующей последовательностью шагов:

- а) суммирование всех строк термограмм для каждого момента времени (в результате каждая термограмма будет представлять собой вектор из одной строки).
- б) выполнение одномерного преобразования Фурье для полученных строк и вычисления абсолютных значений от полученных комплексных величин.
- в) помощью действий а) и б) вычисляем значения двумерного преобразования Фурье для различных частот  $\omega_x$  и частоты  $\omega_y = 0$ ).
- г) вычисления отношения (18) для каждой частоты  $\omega_x$  в различные моменты времени  $\tau$ .
- д) по полученным значениям отношений в различные моменты времени  $\tau$  и для фиксированной частоты  $\omega_x$  строятся графики, которые аппроксимируются линейной зависимостью. Исходя из коэффициента наклона для прямой, вычисляют значения горизонтальной составляющей  $a_x$  температуропроводности.

Для определения вертикальной составляющей  $a_y$  используется аналогичная последовательность шагов для вычисления  $a_x$ , но перед выполнением алгоритма входную последовательность термограмм необходимо транспонировать.

Данный алгоритм был реализован в виде m-файла **diff\_X** для программы MATLAB. Текст программы находится в директории **MATLAB/Anisotropy**.

В данную функцию передается:

- последовательность термограмм (в виде трехмерной матрицы)
- временной интервал между термограммами
- пространственное разрешение
- номер первой термограммы, где достаточно точно определяется сигнал после нагрева, что связано с тем, что сигнал на задней поверхности появляется с некоторым запозданием.

## Литература

1. Неразрушающий контроль: справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В. Клюева. Т.5: В 2 кн. Кн. 1: Тепловой контроль / В.П. Вавилов. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
2. Almond D., Patel P. Photothermal science and techniques.– Chapman & Hall, London, 1996. – 242 p.

3. Фокин В. М., Чернышов В. Н., Неразрушающий контроль теплофизических характеристик строительных материалов. – М.: «Издательство Машиностроение-1», 2004. – 212 с.
4. Шашков А.Г., Волохов Г.М., Абраменко Т.Н., Козлов В.П. Методы определения теплопроводности и температуропроводности / под ред. А.В. Лыкова. – М.: «Энергия», 1973. – 336 с.; с ил.
5. <http://www.netzsch-thermal-analysis.com> – сайт фирмы NETZSCH
6. Исаченко В.П. Теплопередача: учебник для вузов. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: «Энергия», 1975.
7. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 604 с.
8. W.J. Parker, R.J. Jenkins, C.P. Butler, G.L. Abbot. Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity // J. Appl. Physics. – Sept. 1961. – Vol. 32. – P. 1679–1684.
9. Philippi, J.-C. Batsale, D. Maillet, A. Degiovanni. Measurements of thermal diffusivities through processing of infrared images. // Rev. Sci. Instrum., Jan. – 1995. – V. 66(1).
10. J.-C. Krapez, L. Spagnolo, M. Frieß. Measurement of in-plane diffusivity in non-homogeneous slabs by applying flash thermography // Intern. J. of Thermal Sciences. – 2004. – V. 43. – P. 967–977.
11. P.G. Bison, E. Grinzato, S. Marinetti. Local thermal diffusivity measurement // J. Quant. Infr. Thermogr. – 2004. – Vol. 1. – № 2. – P. 241–250.

## Лабораторная работа. Определение ТФХ материалов. Часть 1

### *Цель работы*

Ознакомление с основными ТФХ материалов и методами их определения, основанными на стационарной теплопередаче, регулярном и квазистационарном тепловом режиме.

### *Задание*

Изучить теоретический материал. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и результаты практических заданий.

### *Практические задания*

#### **Стационарный тепловой режим:**

- Начертить схему установки для определения температуропроводности, предложенной Понсеном. Объяснить назначение элементов схемы. Объясните принцип действия охранного нагревателя. Для чего через установку пропускается вода?

#### **Регулярный тепловой режим:**

- Запрограммировать формулу (4) в MATLAB для расчета охлаждения/нагрева неадиабатической пластины с начальной температурой  $T_0$  толщиной  $2R$  при граничных условиях третьего рода в среде с температурой  $T_A$ .
- Проиллюстрировать влияние 1, 2 и 3 членов ряда формулы (4) с помощью графиков. При каких значениях  $F_0$  можно пренебрегать членами ряда, начиная со 2-го? Привести соответствующие графики.
- Проиллюстрировать использование метода альфа-калориметра. Выбрать материал, выбрать толщину пластины из этого материала, построить графики в соответствии с решением (4) для случая  $Bi \rightarrow \infty$  (принять значение  $Bi = 100$ ) для внешней поверхности образца, середины образца при нагреве образца в кипящей воде. Объяснить поведение графиков, построить графики логарифма температуры. Экспериментально найти температуропроводность образца.
- Принять величину  $Bi = 0.1$ . Выбрать материал и толщину пластины для данного условия. Построить графики развития температуры для формулы (4) для середины пластины и поверхности пластины. Построить графики логарифма температуры. Определить температуропроводность образца экспериментально.

### **Квазистационарный тепловой режим:**

- Запрограммировать формулу (9) для MATLAB.
- Выбрать материал, толщину пластины, условия нагрева. Построить график развития температуры для передней поверхности и середины пластины. По графику определить значение  $F_0$ , при котором можно пренебречь членами ряда в формуле (9).
- Используя формулы (12), (13) и (14) и графические данные определить значения теплопроводности и температуропроводности.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие ТФХ можно определить с помощью стационарных методов теплопроводности? Почему?
2. Для определения каких ТФХ можно использовать нестационарные методы теплопроводности?
3. Что необходимо учитывать при проведении эксперимента по определению ТФХ стационарными методами?
4. В чем отличие относительного и абсолютного методов плоского слоя?
5. Каким образом можно исследовать температурную зависимость теплопроводности в методе плоского слоя?
6. Какое влияние оказывает контактное сопротивление в методе плоского слоя? Какие способы можно предложить для уменьшения контактного сопротивления?
7. Как можно разделить методы регулярного теплового режима в зависимости от значения числа  $Bi$ ?
8. Для определения температуропроводности каких материалов больше всего подходит метод альфа-калориметра?
9. Сравните достоинства и недостатки методов регулярного и квазистационарного теплового режима.
10. Что такое анизотропия ТФХ? Какие ТФХ могут проявлять анизотропию?
11. Какие условия должны выполняться при использовании метода Паркера?
12. Что такое теплопроводность?
13. В чем особенность теплофизических свойств воздуха? Как это влияет на процесс распространения тепла в этом веществе?
14. На что влияет температуропроводность?

## Лабораторная работа. Определение ТФХ материалов. Часть 2

### *Цель работы*

Ознакомление с основными ТФХ материалов и методами их определения основанными на нестационарном процессе теплопроводности.

### *Задание*

Изучить теоретический материал. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и результаты практических заданий.

### *Контрольные вопросы*

1. Что такое анизотропия ТФХ? Какие ТФХ могут проявлять анизотропию?
2. Какие условия должны выполняться при использовании метода Паркера?
3. Приведите схему установки для определения температуропроводности по методу Паркера. Объясните назначение элементов этой установки.
4. Какие материалы проявляют анизотропию теплофизических свойств? Как можно контролировать анизотропию ТФХ?

### *Практические задания*

#### **Метод Паркера:**

- Проиллюстрировать влияние неоднородности теплового потока на погрешность определения температуропроводности в методе Паркера. Для этого промоделировать нагрев образца неоднородным тепловым потоком численными методами с использованием программы ThermoCalc 3D и рассчитать значение температуропроводности для каждой точки образца. Для расчета температуропроводности использовать m-файл **diff\_Z** программы MATLAB.

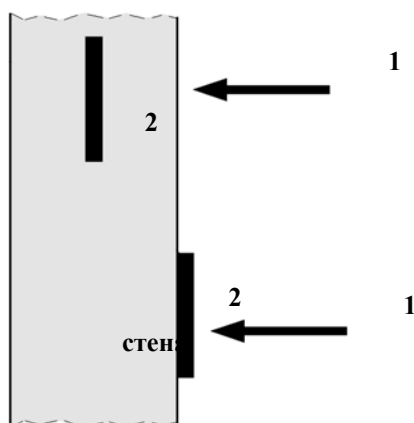
#### **Анизотропия ТФХ:**

- Для образца из изотропного материала, предложенного преподавателем определить значения температуропроводности пользуясь методом Паркера и методом основанным на двумерном преобразовании Фурье. Сравнить полученные значения температуропроводности. Для расчетов использовать функции **diff\_X** и **diff\_Z** для MATLAB.

# ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

## Датчики теплового потока

Существует три механизма теплопередачи: теплопроводность, конвекция и излучение. С теоретической точки зрения, возможно измерение всех трех составляющих теплового потока. Наиболее широкое распространение датчики теплового потока получили при измерениях стационарного теплового потока теплопроводности и излучения. Имеются сведения об использовании датчиков теплового потока для оценки массопереноса газов, коэффициента теплопроводности газов и жидкостей и для измерения нестационарных тепловых потоков (например, тепловые волны в ударных трубах). На рис. 1 представлена схема измерения теплового потока через стенку датчиком расположенным на поверхности и датчиком, внедренным в стену.



*Рис. 1. Измерение теплового потока  
1 – тепловой поток, 2 – датчик теплового потока*

Трудности использования датчиков теплового потока для измерения конвективной составляющей теплопередачи связаны с достаточно большой инерционностью датчиков и сложностью интерпретации результатов.

Датчики теплового потока используются в строительстве для оценки качества теплоизоляции зданий и измерения теплового сопротивления стен. В климатических исследованиях и агротехнике измерение теплового потока сквозь почву и потока излучения от Солнца позволяет оценить степень испарения воды, что является важным при выращивании растений в засушливых районах. В медицинских исследованиях измерения теплового потока через кожу пациента используется в диагностике заболеваний



внутренних органов. Важным примером использования датчиков является оценка теплозащитных свойств одежды и снаряжения для туризма.

В качестве примера датчика теплового потока рассмотрим прибор HFP01 (Heat Flux Plate) фирмы Hukseflux (Голландия), представленный на рис. 2. Рекомендуемые области использования: метеорология, строительная теплофизика, определение термического сопротивления стен, климатические системы зданий [1]. Характеристики: чувствительность:  $50 \text{ мкВ} \cdot \text{м}^2 / \text{Вт}$ , диапазон рабочих температур:  $-30 \dots +70 \text{ }^\circ\text{C}$ , термическое сопротивление:  $< 6.25 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}^2 / \text{Вт}$ , диапазон измерения:  $-2000 \dots +2000 \text{ Вт} / \text{м}^2$ , погрешность: 5 %.

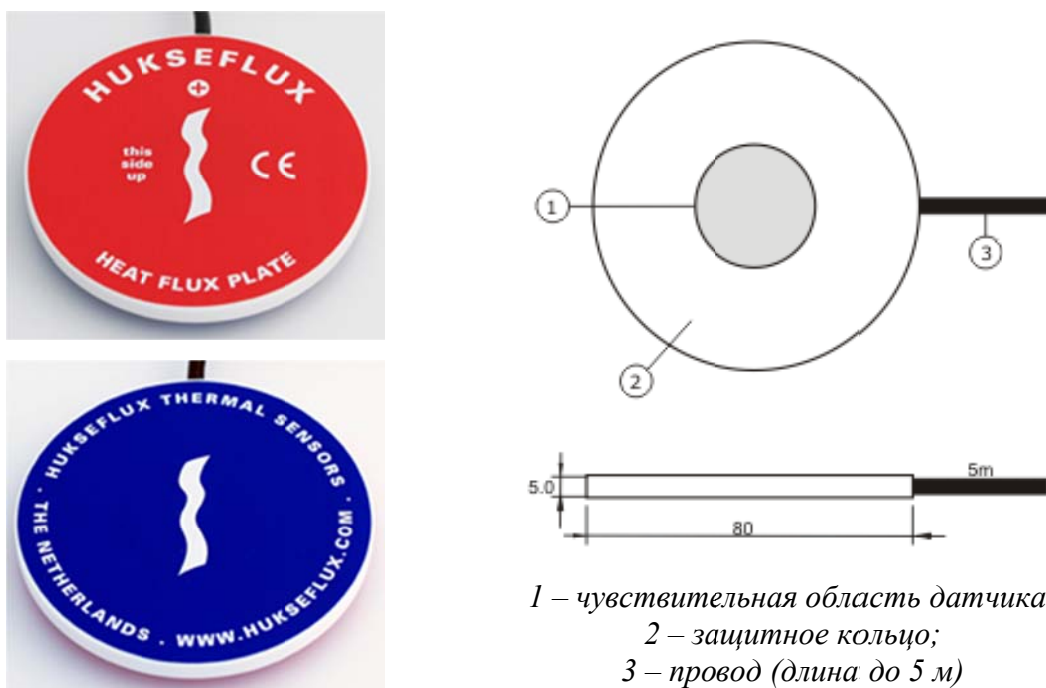


Рис. 2. Датчик теплового потока HFP01

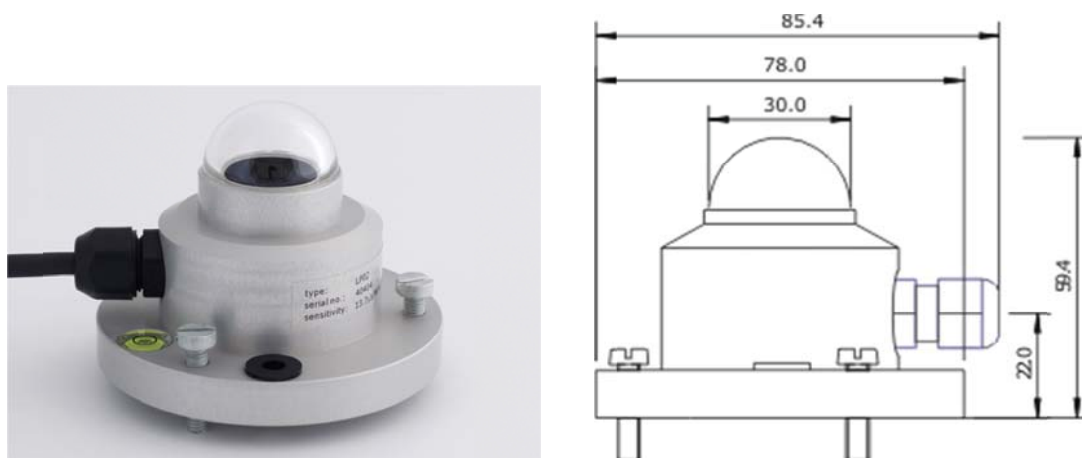


Рис. 3. Датчик теплового потока излучения LP02

Для измерения потока излучения может применяться датчик LP02 фирмы Hukseflux (рис. 3), который позволяет измерять солнечное излучение в телесном угле равном  $180^\circ$ . Датчик имеет плоскую характеристику чувствительности для всего спектрального диапазона. Может применяться на метеорологических станциях. Основные характеристики: чувствительность:  $15 \text{ мкВ} \cdot \text{м}^2 / \text{Вт}$ , спектральный диапазон:  $305 \dots 2800 \text{ нм}$ , диапазон рабочих температур:  $-40 \dots +80 \text{ }^\circ\text{C}$ , диапазон измерения:  $0 \dots 2000 \text{ Вт} / \text{м}^2$ .

Имеется ряд фирм, специализирующихся на изготовлении датчиков теплового потока: «Vatell» (США), «Wuntromc» (Германия), «Captec» (Франция), «Hukseflux» (Голландия), «Newport» (США), «TNO» (Голландия), «FORTECH HTS» (Германия), «RdF» (США). Цена датчиков составляет  $100 \dots 2000 \$$  в зависимости от типа датчика. В России датчики выпускаются предприятиями «Карат», «Стройприбор», «Техноас» и др.

## **Способы измерения теплового потока**

### **Метод использования скрытой теплоты парообразования**

Преимущества метода определения количества энергии по количеству испарившейся или сконденсировавшейся жидкости обусловлены физическими свойствами жидкостей сохранять изобаричность при изотермичности, и наоборот. Поддерживая сравнительно простыми методами постоянное давление, удастся добиться постоянства температуры. В свою очередь это позволяет создавать разделительные перегородки с нулевым тепловым потоком, т. е. изоляторы, близкие к идеальным.

Для измерения среднего теплового потока по длине трубы исследуемый участок трубы заключают в два коаксиальных металлических кожуха. Оба кожуха питаются слегка перегретым паром с одинаковым давлением; поэтому стенки внутреннего кожуха не пропускают тепла. Единственным потребителем энергии оказывается исследуемая труба во внутреннем кожухе, конденсат с которой отводится отдельно и подлежит измерению. По количеству конденсата при известных параметрах пара можно судить о количестве переданной энергии, а значит о тепловом потоке.

Общим недостатком метода определения количества энергии по количеству испарившейся или сконденсировавшейся влаги является невозможность измерять малые тепловые потоки ( $< 10^3 \text{ Вт} / \text{м}^2$ ). Точность измерений, при тщательном учете потерь, обычно составляет  $4 \dots 6 \%$  [2].

### **Энтальпийный метод**

Метод, основанный на изменении теплосодержания жидкости (чаще всего воды) под действием теплового потока, применяется так же

широко в различных областях измерительной техники, как и метод использования скрытой теплоты парообразования. По точности измерения и возможности локализации энтальпийный метод сопоставим с методом использования скрытой теплоты парообразования.

Схема тепломера Перри представлена на рис. 4. Установка представляет собой металлическую плиту, обдуваемую из сопла горячим воздухом и охлаждаемую проточной водой. Тепломер – металлический диск диаметром 16,5 мм – заделывается заподлицо с поверхностью плиты и изолируется от нее слоем слюды в 0,1 мм. Изменение температуры охлаждающей тепломер воды измеряется хромель-константановой дифференциальной термопарой, сигнал которой регистрируется усилителем постоянного тока и миллиамперметром.

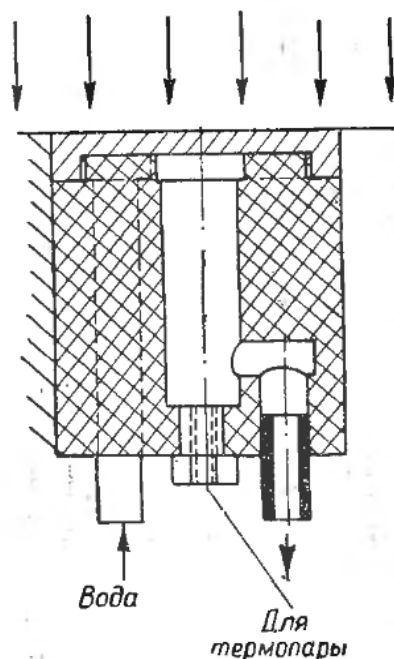


Рис. 4. Схема тепломера Перри

Достоинство схемы Перри состоит в том, что поверхность тепломера и остальной плиты имеет примерно равную температуру, следовательно, тепломер не вносит существенных возмущений в тепловую и гидродинамическую картину обмена.

Датчики данного типа были использованы для измерения больших тепловых потоков ( $>10^5$  Вт/м<sup>2</sup>) в стенке охлаждаемой модели сопла ракеты. В наиболее характерных для сопла сечениях были заделаны медные вкладыши с внешним корпусом из полиэфирной пластмассы. Стабильная разность температур достигала примерно через 240 с. после включения двигателя [2].

## Электрометрический метод

В экспериментальной практике часто применяют электронагревательные устройства. Преимущества их очевидны: простота регулирования, компактность, высокая точность измерений и возможность задать постоянный во времени тепловой поток, что важно для решения различных теплотехнических задач.

Принцип действия тепломера ОРГРЭС (рис. 5) следующий: энергия от электронагревателя направляется к охлаждающему воздуху; под нагревателем образуется изолирующая прослойка. При измерении добиваются равенства температур нагревательного элемента и испытуемой поверхности. Датчик размещен в алюминиевый корпус такой конфигурации, что площадь поверхности, закрываемая прибором, равна площади боковой поверхности корпуса, через которую происходит отвод тепла от поверхности объекта. Если теплообмен между нагревателем и корпусом не происходит (в конструкции между ними оставлен воздушный зазор) и степень черноты поверхности прибора и испытуемой поверхности одинаковы, искажение теплообмена происходит лишь в результате возмущения потока корпусом тепломера, прикладываемого к испытуемой поверхности. Высота тепломера – 9 мм, диаметр – 56 мм. Его можно применять лишь при малых скоростях набегающего воздуха и на сравнительно крупных объектах.

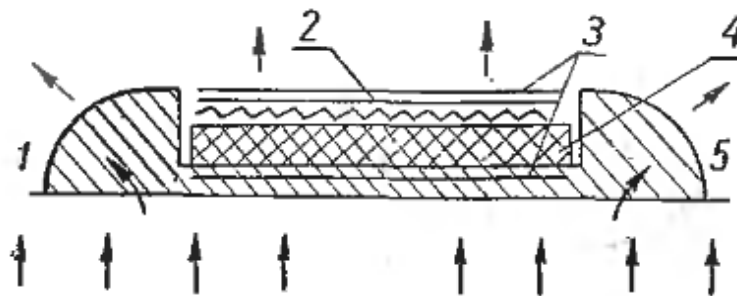


Рис. 5. Схема тепломера ОРГРЭС

1 – испытуемая поверхность, 2 – нагреватель,  
3 – термометры, 4 – тепловая изоляция, 5 – корпус

К основным техническим характеристикам прибора можно отнести:

- Пределы измерений:  $0 \dots 116 \text{ Вт/м}^2$  и  $0 \dots 580 \text{ Вт/м}^2$ ;
- Точность измерения:  $\pm(5 \dots 10)\%$  для  $0 \dots 116 \text{ Вт/м}^2$  и  $\pm(3 \dots 5)\%$  для  $0 \dots 580 \text{ Вт/м}^2$ ;
- Инерционность: 200...300 сек.;
- Габариты датчика:  $260 \times 160 \times 130 \text{ мм}$ ;
- Вес прибора: 2.7 кг.

### Метод дополнительной стенки

Для определения теплового потока через стенку измеряют разность температур на гранях дополнительной стенки (с известной теплопроводностью), нанесенной на исследуемую деталь по изотермической поверхности. Тогда тепловой поток определится из простого уравнения:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t, \quad (1)$$

где  $\lambda$  и  $\delta$  – соответственно теплопроводность и толщина дополнительной стенки;  $\Delta t$  – падение температуры на дополнительной стенке при протекании теплового потока  $q$ .

Тепловое сопротивление дополнительной стенки должно быть значительно меньше сопротивления, оказываемого распространению тепла в случае отсутствия стенки. Необходимо знать с большой точностью  $\lambda$  и  $\delta$  дополнительной стенки или градуировать каждое устройство по известному тепловому потоку, оценивая возможные искажения линий тока и сопротивления контакта. Метод пригоден для установившегося теплового режима. Для измерения тепловых потоков при нестационарном режиме постоянная времени дополнительной стенки должна быть на несколько порядков меньше, чем постоянная времени изучаемого процесса.

Тепломеры, основанные на принципе дополнительной стенки, выполняются обычно с отношением толщины  $\delta$  к диаметру  $D$  равным  $1 : 10 - 1 : 25$ . При больших отношениях  $\delta : D$  значительная часть тепла, вошедшего в горячую грань тепломера, не достигнет холодной грани, что вносит погрешность в измерение теплового потока по разности температур на гранях стенки [2].

### Измерение тепловых потоков по градиенту температуры

Для определения теплового потока по градиенту температуры вместо дополнительной стенки можно использовать материал стенки (или массива), пронизываемый тепловым потоком. Этот способ, несмотря на ряд недостатков (например, неопределенность места замера температуры, необходимость каждый раз определять коэффициент теплопроводности), до сих пор широко применяется в различных областях теплофизики и геофизике. Вместо градиента температур, как правило, измеряется разность температур на определенной толщине. Для этого существуют одиночные или батарейные термопары и термометры сопротивления, включаемые для повышения точности в дифференциальную схему. В качестве промежуточного термоэлектрода термопары иногда используют саму стенку.

Применение градиентного метода имеет большое значение при определении тепловых потоков через земную кору. Известно, что Земля непрерывно теряет тепло как через материки, так и через дно мирового океана и тепловой поток к поверхности является одной из немногих поддающихся измерению характеристик процессов, происходящих в глубине нашей планеты. Непосредственное измерение тепловых потоков помогает обосновать гипотезы о внутреннем строении Земли. Среднее значение теплового потока к поверхности Земли на континенте выражается  $0,05 \text{ Вт/м}^2$  в отдельных случаях оно доходит до  $0,12 \text{ Вт/м}^2$  [2].

### Конструкции датчиков теплового потока, работающих по принципу дополнительной стенки

Датчики данного типа представляют пластинку, размещаемую на поверхности тела-объекта или в теплопроводной среде так, чтобы вектор теплового потока был перпендикулярен рабочим плоскостям датчика. Принцип действия большинства этих датчиков прост: они представляют собой многоспайную термопару. В качестве материалов термопары может использоваться константан и медь. Термопары датчика могут изготавливаться гальваническим способом. Плотность укладки спаев термопар может достигать 3000 штук на  $\text{см}^2$ . Полученные батареи термопар погружаются в материал заполнителя, в качестве которого может служить эпоксидная смола, пластические материалы и керамика. Схема датчика такого типа представлена на рис. 6.

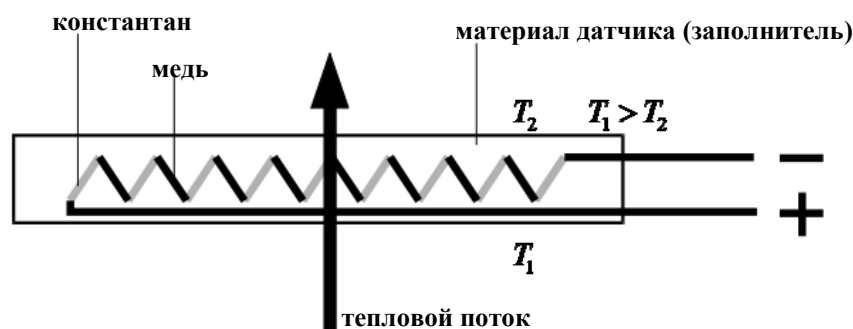


Рис. 6. Схема датчика теплового потока, работающего по принципу дополнительной стенки

На рис. 7 приведены конструкции спирального и слоистого датчиков теплового потока изготовленных гальваническим способом.

Преимущества использования термопары следующие: высокая стабильность, малое электрическое сопротивление, а также то, что нулевая разность температур дает нулевой сигнал на выходе. К недостаткам относится малая чувствительность.

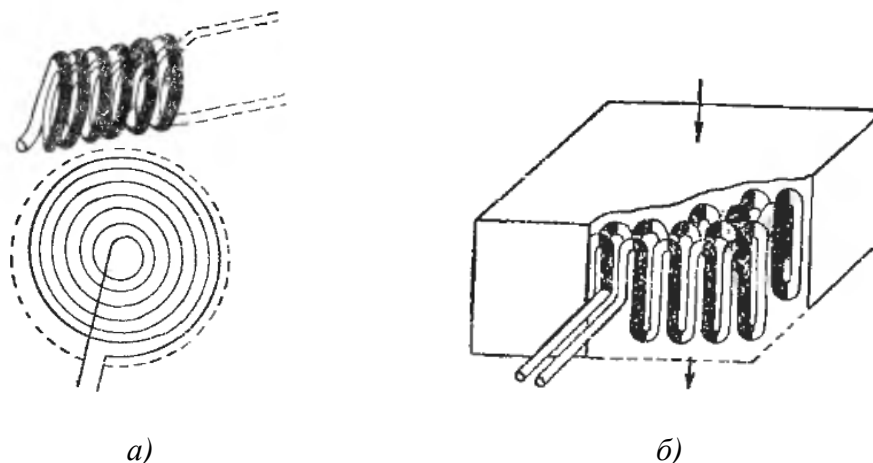


Рис. 7. Конструкция датчика теплового потока:  
а) спиральный датчик; б) слоистый датчик

Многие датчики имеют чувствительность к боковым тепловым потокам. В этом случае, если тепловой поток через объект не является однородным и стационарным, возникает дополнительная погрешность. Для устранения влияния боковых потоков используется следующая конструкция датчика (рис. 8). Назначение металлических пластин состоит в том, чтобы обеспечить перетекание боковых тепловых потоков через пластины, а не через датчик [1].

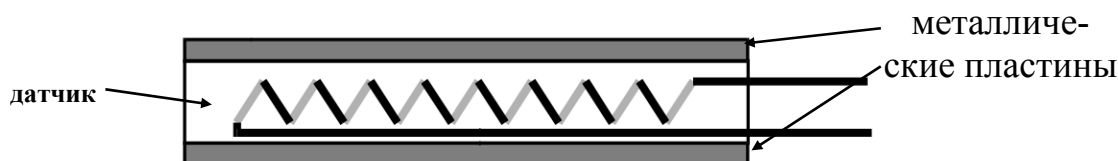


Рис. 8. Использование металлических пластин в конструкции датчика

Существуют конструкции датчиков, в которых используются одиночные термопары. Такие датчики используются для измерений достаточно больших тепловых потоков (порядка  $10^5$  Вт/м<sup>2</sup>), например в технологических установках, где используются большие температуры. В таких датчиках может использоваться система водяного охлаждения.

### Характеристики датчиков теплового потока

К основным характеристикам датчиков теплового потока относятся:

- чувствительность, В·м<sup>2</sup> / Вт;
- диапазон рабочих температур;
- пределы термического сопротивления датчика, К·м<sup>2</sup>/Вт;
- пределы измерения теплового потока;
- погрешность измерения;
- спектральный диапазон (при измерении теплового потока излучения);

- размеры датчика;
- постоянная времени датчика, с;
- константа для перевода ЭДС термопар датчика в единицы измерения теплового потока, В / (Вт/м<sup>2</sup>);
- коэффициент температурной зависимости, % / °С.

Для перевода ЭДС, генерируемой термопарами датчика, в значение теплового потока используется формула:  $q = V / k$ , где  $V$  – ЭДС, измеряемая вольтметром,  $k$  – коэффициент для перевода. Хотя многие термопары имеют нелинейную характеристику, связанную с температурной зависимостью характеристик термопар, но ряд конструктивных решений позволяют использовать приведенное выражение. Для компенсации нелинейности характеристики термопары используют специальный материал заполнителя, а также в электрическую цепь датчика может включаться термистор.

Для оценки постоянной времени датчика может использоваться следующее соотношение:  $\tau = d^2 / a$ , где  $d$  – толщина датчика,  $a$  – температуропроводность датчика в направлении измерения теплового потока.

Чувствительность датчика характеризует приращение ЭДС термопары при изменении теплового потока на 1 Вт/м<sup>2</sup>. Для повышения чувствительности датчиков их приходится делать достаточно толстыми (до 1...2 мм), что приводит к двум недостаткам: термическое сопротивление датчиков имеет порядок  $10^{-3}$  м<sup>2</sup>·К/Вт, что существенно искажает поле температур в зоне измерения и, как следствие, вносит методическую погрешность; высокая чувствительность достигается ценой низкого быстродействия: постоянная времени датчиков достигает 10...100 с и более [1].

### **Погрешности измерения теплового потока методом дополнительной стенки**

**Быстродействие датчика.** Важнейшей характеристикой датчиков теплового потока является постоянная времени датчика. Данная характеристика обозначает время, за которое тепловые процессы внутри датчика станут стационарными. При измерении тепловых потоков необходимо руководствоваться правилом: постоянная времени датчика должна быть меньше, чем постоянная времени наблюдаемого процесса.

**Чувствительностью к боковым тепловым потокам.** Термопары, используемые внутри датчика теплового потока, проявляют чувствительность к боковым тепловым потокам. Для уменьшения такой погрешности необходимо правильно выбирать место для измерения теплового потока, а также применять датчики, в которых используются тонкие металлические пластины на поверхностях датчика. Металличе-



ские пластины используются для того, чтобы боковые тепловые потоки проходили через пластины, а не через чувствительную часть датчика.

**Погрешность дополнительного сопротивления** возникает из-за того, что датчик изменяет общее термическое сопротивление на измеряемом участке, и поэтому, измеряемое значение теплового потока не будет соответствовать истинному значению. Обычное значение такой погрешности для 10 см. стены из кирпича составляет 5 %. Погрешность сопротивления может быть минимизирована уменьшением толщины датчика.

Внесение датчика искажает линии теплового потока, проходящие через датчик (рис. 9), особенно на краях датчика.

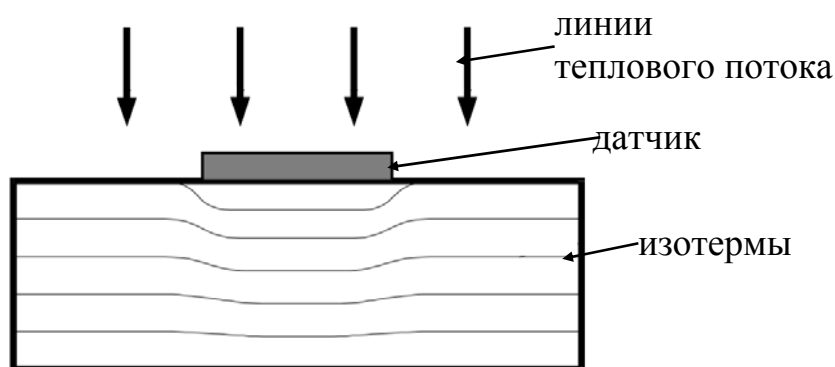


Рис. 9. Изменение картины теплового поля при внесении датчика

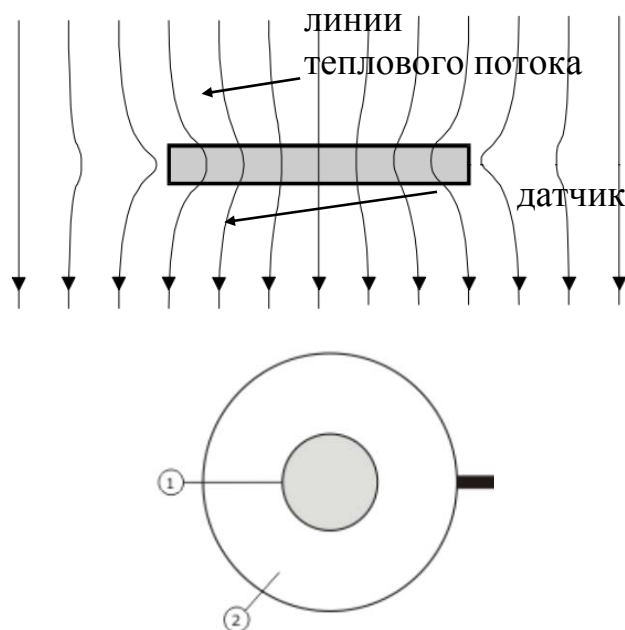


Рис. 10. Использование охранной зоны в конструкции датчика:  
1 – чувствительный элемент; 2 – охранная зона

Данный тип погрешности может быть минимизирован использованием защитной области (охранной зоны), которая представляет собой

кольцо из того же материала что и датчик, расположенное вокруг чувствительного элемента датчика (рис. 10). Размер охранной зоны должен составлять не менее 30 % радиуса или половины линейного размера преобразователя. Таким образом, линии теплового потока могут быть нерегулярными на защитном кольце, но внутри чувствительного элемента картина будет иметь более регулярный характер.

Существенное влияние оказывает контактное сопротивление между поверхностью и датчиком (теплопроводность воздуха примерно в 10 раз меньше, чем теплопроводность датчика), поэтому, воздушные промежутки между поверхностью и датчиком должны заполняться с использованием термопасты или клея.

При измерении потока излучения, поверхность датчика должна иметь те же поглощающие и отражающие свойства, что и поверхность для которой проводится измерение. Это особенно важно при измерении в видимом диапазоне длин волн, для больших длин волн (ИК излучение) большинство материалов ведут себя как АЧТ, за исключением металлов. Интенсивность теплового излучения может лежать в диапазоне  $0...1300 \text{ Вт/м}^2$  [1].

## **Особенности измерения теплового потока теплопроводности**

**Выбор датчика.** При теплотехнических испытаниях ограждающих конструкций допускается проводить измерения плотности тепловых потоков при помощи отдельно изготовленных и отградуированных преобразователей теплового потока с термическим сопротивлением до  $0,025...0,06 \text{ (К} \cdot \text{м}^2\text{)/Вт}$ .

Преобразователи теплового потока должны удовлетворять следующим основным требованиям [3]:

- материалы для "вспомогательной стенки" (пластинки) должны сохранять свои физико-механические свойства при температуре окружающего воздуха от 243 до 323 К (от минус 30 до плюс 50°C);
- материалы не должны смачиваться и увлажняться водой в жидкой и парообразной фазах;
- отношение диаметра преобразователя к его толщине должно быть не менее 10;
- преобразователи должны иметь охранную зону, расположенную вокруг батареи термопар, линейный размер которой должен составлять не менее 30 % радиуса или половины линейного размера преобразователя;
- каждый изготовленный преобразователь теплового потока должен быть отградуирован в организациях, которые в установленном порядке получили право на выпуск этих преобразователей;

- в условиях внешней среды градуировочные характеристики преобразователя должны сохраняться не менее одного года.

**Выбор места измерения.** Измерение плотности тепловых потоков проводят, как правило, с внутренней стороны ограждающих конструкций зданий и сооружений. Допускается проведение измерений плотности тепловых потоков с наружной стороны ограждающих конструкций в случае невозможности проведения их с внутренней стороны (агрессивная среда, флуктуации параметров воздуха) при условии сохранения устойчивой температуры на поверхности.

Участки поверхности выбирают специфические или характерные для всей испытываемой ограждающей конструкции в зависимости от необходимости измерения локальной или усредненной плотности теплового потока. Выбранные на ограждающей конструкции участки для измерений должны иметь поверхностный слой из одного материала, одинаковой обработки и состояния поверхности, иметь одинаковые условия по лучистому теплообмену и не должны находиться в непосредственной близости от элементов, которые могут изменить направление и значение тепловых потоков.

Участки поверхности ограждающих конструкций, на которые устанавливают преобразователь теплового потока, зачищают до устранения видимых и осязаемых на ощупь шероховатостей.

**Крепление преобразователя.** Преобразователь плотно прижимают по всей его поверхности к ограждающей конструкции и закрепляют в этом положении, обеспечивая постоянный контакт преобразователя теплового потока с поверхностью исследуемых участков в течение всех последующих измерений.

При креплении преобразователя не допускается образование воздушных зазоров между самим преобразователем и ограждающей конструкцией. Для исключения зазоров на участке поверхности в местах измерений наносят тонкий слой технического вазелина, перекрывающий неровности поверхности. Допускается применение тонких слоев силиконового клея.

Преобразователь может быть закреплен по его боковой поверхности при помощи раствора строительного гипса, технического вазелина, пластилина, штанги с пружиной и других средств, исключающих искажение теплового потока в зоне измерения.

При оперативных измерениях плотности теплового потока незакрепленную поверхность преобразователя склеивают слоем материала или закрашивают краской с той же или близкой степенью черноты с различием  $\Delta\varepsilon \leq 0.1$ , что и у материала поверхностного слоя ограждающей конструкции.

**Измерение ЭДС.** Для измерения ЭДС, генерируемой датчиком, используются вольтметры, у которых расчетная погрешность в области измеряемых ЭДС преобразователя теплового потока не превышает 1 % и входное сопротивление не менее чем в 10 раз превышает внутреннее сопротивление преобразователя.

Отсчетное устройство располагают на расстоянии 5...8 м от места измерения или в соседнем помещении для исключения влияния наблюдателя на значение теплового потока.

При теплотехнических испытаниях ограждающих конструкций с использованием отдельных преобразователей предпочтительно применять автоматические регистрирующие системы и приборы.

Из-за низкой чувствительности датчиков теплового потока выбор вольтметра является важным моментом. Сигнал датчиков теплового потока составляет 0...50 мВ. При выборе вольтметра являются важными следующие моменты. Согласование сопротивления датчика и соединительных проводов с сопротивлением вольтметра. Предпочтительнее использовать датчики с сопротивлением ниже 500 Ом, сопротивление соединительных проводников составляет 0.1 Ом/м. Входное сопротивление вольтметра должно быть по крайней мере в 1000 раз больше сопротивления датчика и соединительных проводов. Согласование диапазона измерений вольтметра с выходным сигналом датчика [1].

### Особенности измерения теплового потока излучения

Для того чтобы измерять только тепловой поток, передаваемый излучением, датчик имеет следующие особенности конструкции: чувствительная часть покрывается хорошо поглощающим покрытием; датчик крепится к массивному, хорошо проводящему материалу (сток тепла); датчик снабжается оптическим фильтром, для измерения потока излучения в том диапазоне длин волн, который необходим. Схема такого датчика приведена на рис. 11.

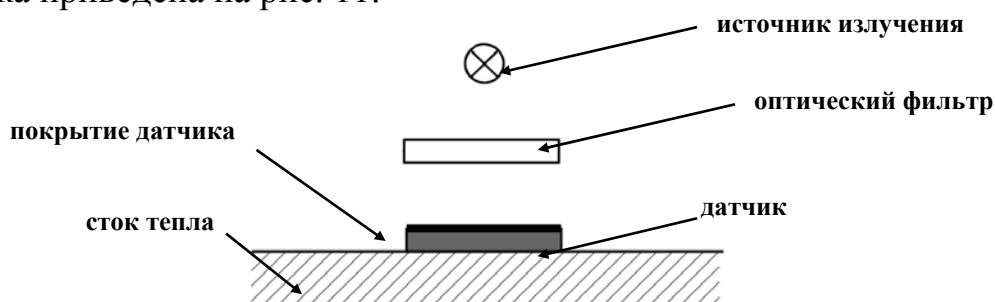


Рис. 11. Схема датчика для измерения излучения

Для исключения влияния конвекции температура датчика должна приближаться к температуре окружающей среды и он должен быть

изолирован от воздушных потоков. Такие датчики находят применение при измерениях мощности лазеров, в солнечной энергетике, охранных системах.

Существуют конструкции датчиков теплового потока излучения, в которых используется боковой тепловой поток. Преимущество такой конструкции состоит в том, что сток тепла может быть достаточно малым, поэтому быстродействие такого датчика выше, чем датчиков на основе предыдущей схемы. Схема приведена на рис. 12 [2].

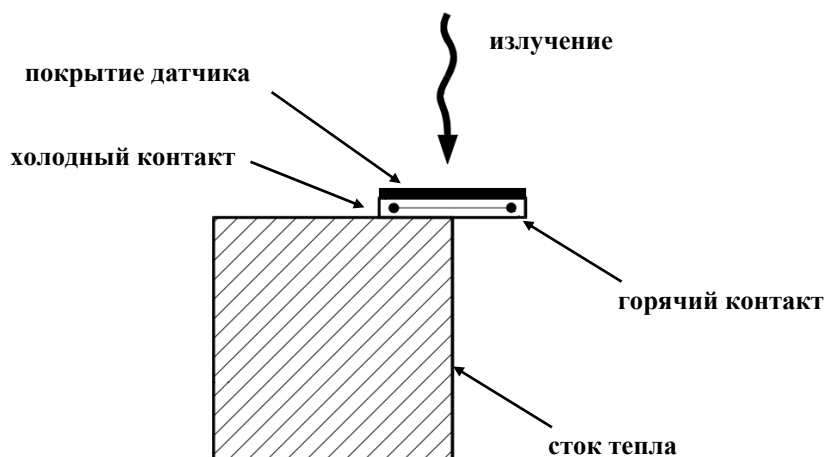


Рис. 12. Использование боковых тепловых потоков для измерения потока излучения

### Стационарная теплопередача теплопроводностью через плоскую стенку и определение термического сопротивления

Рассмотрим стационарную теплопередачу через плоскую стенку, поскольку соответствующие задачи возникают при тепловизионной диагностике ограждающих конструкций зданий и сооружений, а также дымовых труб [4]. В особенности, это относится к определению термического сопротивления стенки.

Рассмотрим плоскую стенку, разделяющую две среды с различной температурой  $T_{in}^a$  и  $T_{out}^a$  (рис. 13). Теплообмен на поверхностях пластины характеризуется коэффициентами  $\alpha_{in}$  и  $\alpha_{out}$ . Однослойная пластина обладает термическим сопротивлением  $R_t = L / \lambda$ , многослойная –

$R_t = \sum_{i=1}^N L_i / \lambda_i$ . Тепловой поток через стенку равен:

$$Q = \frac{T_{in}^w - T_{out}^w}{R_t} \text{ или } Q = \frac{T_{in}^a - T_{out}^a}{R}, \quad (2)$$

где  $R = 1/\alpha_{in} + R_t + 1/\alpha_{out}$  – полное тепловое сопротивление стенки с учетом сопротивлений пограничных слоев, зависящих от соответствующих коэффициентов теплообмена.

Схеме рис. 13 соответствует тепловизионная диагностика качества теплоизоляции дымовых труб или ограждающих конструкций строительных сооружений. При этом с помощью тепловизора измеряют температурное поле на наружной поверхности ствола трубы (стены здания)  $T_{out}^w$  и по его амплитуде или текстуре судят о наличии скрытых дефектах и оценивают их параметры.

Выражение для поверхностной температуры, которое является результатом решения соответствующей прямой задачи теплопроводности, имеет вид:

$$T_{out}^w = \frac{T_{in}^a + \alpha_{out} T_{out}^a \left( \frac{1}{\alpha_{in}} + R_t \right)}{1 + \frac{\alpha_{out}}{\alpha_{in}} + \alpha_{out} R_t}. \quad (3)$$

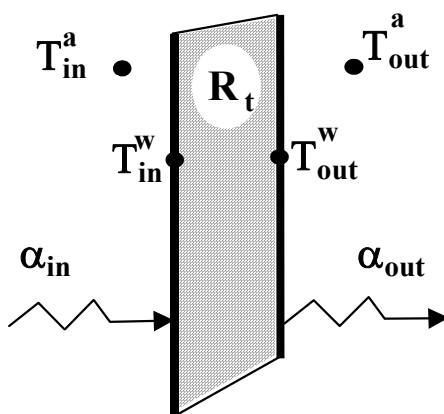


Рис. 13. Теплопередача теплопроводностью через плоскую стенку

Определение термического сопротивления стенки представляет собой типичную обратную задачу технической диагностики. Гипотетически можно рассмотреть два подхода к ее решению: 1) измерение температуры на обеих поверхностях объекта, например, с помощью тепловизора с одновременным измерением теплового потока через стенку с помощью датчика теплового потока; 2) измерение температуры только на одной поверхности с одновременным измерением температуры окружающей среды.

Первый подход предусмотрен в строительной практике согласно требованиям ГОСТ 26254–84. Ввиду наличия естественной нестационарности температурного поля ограждающей конструкции, измерения проводят в течение длительного времени (до нескольких суток), после

чего выбирают квазистационарный участок и рассчитывают сопротивление термическое сопротивление стенки по формуле (2).

Второй подход требует использования расчетных значений коэффициентов теплообмена согласно следующей формуле:

$$R_t = \frac{T_{in}^a - \frac{\alpha_{out}}{h_{in}} (T_{out}^w - T_{out}^a) - T_{out}^w}{\alpha_{out} (T_{out}^w - T_{out}^a)}. \quad (4)$$

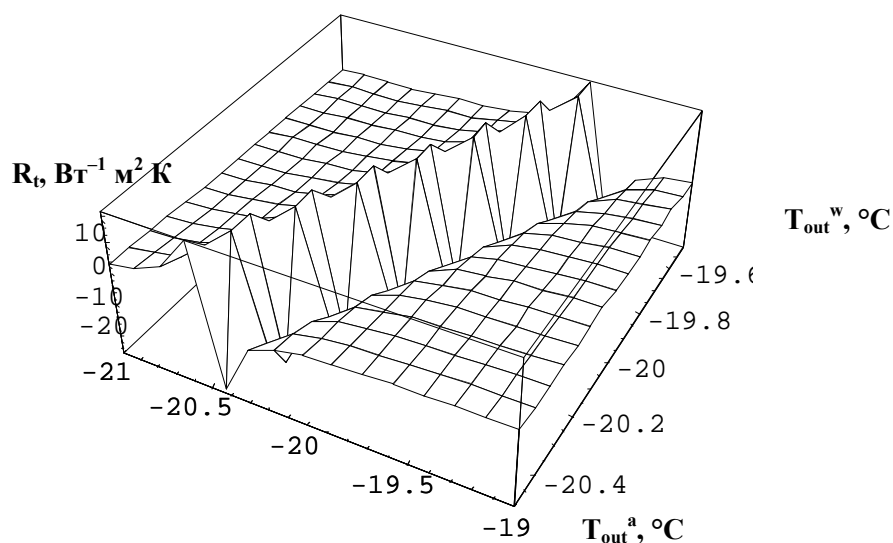


Рис. 14. Иллюстрация к определению термического сопротивления ограждающей конструкции согласно формуле (2.74); истинное значение

$$R_t = 2 \text{ Bt}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K} \text{ при } T_{out}^a = -20^\circ \text{C} \text{ и } T_{out}^w = -19.19^\circ \text{C}$$

Проиллюстрируем на примере неустойчивость обратного решения по формуле (4) для типовой ограждающей конструкции. Пусть  $T_{out}^a = -20^\circ \text{C}$  и  $T_{in}^a = +20^\circ \text{C}$ . Примем рекомендуемые строительными нормами и правилами значения  $R_t = 2 \text{ Bt}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$ ;  $\alpha_{in} = 7.8 \text{ Bt m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ;  $\alpha_{out} = 23 \text{ Bt m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Согласно «прямой» формуле (3), температуры наружной стены должна быть равной  $T_{out}^w = -19.19^\circ \text{C}$ . Теперь допустим, что температуру стены и наружного воздуха измеряют с помощью тепловизора. При этом возникают неизбежные ошибки, обусловленные неточно определяемым коэффициентом излучения материала стены, отраженным солнечным излучением, температурной предысторией и другими факторам. Пусть измеряемые значения находятся в следующих интервалах:  $T_{out}^a = -19 \div -21^\circ \text{C}$  и  $T_{out}^w = -19.5 \div -20.5^\circ \text{C}$ . График функции  $R_t(T_{out}^a, T_{out}^w)$  изображены на рис. 14 согласно формуле (4). Видно, что многим комбинациям входных параметров могут соответствовать нере-

альные, в том числе отрицательные, значения термического сопротивления, которое фактически равно  $R_t = 2 \text{ Bm}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$ . Провал на графике рис. 14 является хорошей графической иллюстрацией неустойчивости решения обратной задачи в виде (4).

В строительной практике термическое сопротивление теплопередаче ограждающих конструкций всегда определяют по формуле (2).

ИК термография более пригодна для оценки локальных вариаций термического сопротивления стенок, нежели для определения ее абсолютного значения. Действительно, если на наружной поверхности измерить с помощью тепловизора величину поверхностного температурного градиента  $\Delta T_{out}^w$  в зоне предполагаемого дефекта, то соответствующее ему изменение термического сопротивления можно найти по формуле:

$$\Delta R_t = \Delta T_{out}^w / \frac{\partial T_{out}^w}{\partial R_t} = \frac{(1 + \frac{\alpha_{out}}{\alpha_{in}} + \alpha_{out} R_t)^2}{\alpha_{out} (T_{out}^a - T_{in}^a)} \Delta T_{out}^w. \quad (5)$$

Например, для типичной дымовой трубы ( $R_t = 1.37 \text{ Bm}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$ ), неточное определение входных параметров, входящих в формулу (4), приводит к основной погрешности определения термического сопротивления, равной  $\Delta R_t = 0.26 \text{ Bm}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$ , что составляет 19 % от полного термического сопротивления. При этом совершенно не реализуется относительно высокое температурное разрешение тепловизора; более того, такие большие флуктуации  $R_t$  могут иметь место, например, только при полном разрушении футеровочного слоя ствола трубы. Если значение  $R_t$  априорно известно, например, из технической документации, чувствительность тепловизионной диагностики к изменениям  $R_t$  согласно формуле (5) может достигать  $\Delta R_t = 0.032 \text{ Bm}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$ , или 2.3 % от полного термического сопротивления.

### Список использованных источников

1. <http://www.hukseflux.com> – сайт фирмы Hukseflux
2. Геращенко О.А. Основы теплотриии. – К.: «Наукова думка», 1971. – 191 с.
3. ГОСТ 25380–82. Метод измерения плотности тепловых потоков, проходящих через ограждающие конструкции.
4. Неразрушающий контроль: справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В. Ключева. Т. 5: В 2 кн. Кн. 1: Тепловой контроль / В.П. Вавилов. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.



## **Лабораторная работа.** **Измерение плотности тепловых потоков**

### *Цель работы*

Ознакомление со способами измерения плотности тепловых потоков. Измерение тепловых потоков с помощью датчика МГ-4.03.

### *Задание*

Изучить теоретический материал. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и результаты практических заданий.

### *Контрольные вопросы*

1. Что такое тепловой поток? Это величина векторная или скалярная?
2. Описать принцип работы датчика, основанный на использовании скрытой теплоты парообразования.
3. Описать принцип работы датчика, основанный на энтальпийном методе.
4. Описать принцип работы датчика, основанного на электрометрическом методе. Почему электрометрический метод так называется?
5. Для каких измерений используются датчики градиентного типа? Нарисуйте схему такого датчика.
6. Опишите конструкцию датчика, работающего по принципу дополнительной стенки.
7. Как влияет собственное тепловое сопротивление датчика на измерение теплового потока?
8. Как можно повысить чувствительность датчика теплового потока?
9. Что такое постоянная времени датчика, в каком соотношении этот параметр должен находиться с постоянной времени изучаемого процесса?
10. Возможно ли измерение тепловых потоков в случае нестационарных тепловых процессов датчиком, основанным на методе дополнительной стенки?
11. Приведите основные характеристики датчиков теплового потока.
12. Какое соотношение между толщиной и диаметром датчика теплового потока должно выполняться? Для чего необходимо выполнение этого требования?
13. Для чего используется защитное кольцо в конструкции датчика теплового потока?

14. Каким образом можно уменьшить чувствительность датчика к боковым тепловым потокам?
15. Может ли тепловизор использоваться в качестве датчика теплового потока при определении сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций строительных сооружений: а) не может; б) может; в) может, если тепловизор снабжен лазерным целеуказателем; г) может при наличии соответствующего программного продукта (выбрать правильный ответ)?

*Практические задания*

1. Изучите документацию к датчику теплового потока МГ-4.03.
2. Измерьте тепловые потоки через окно и через внутренние и наружные стены лаборатории. Как можно оценить точность измерений?

Можно предложить такой опыт: в картонную или деревянную коробку помещается электрическая плитка известной мощности и с помощью датчиков оценивается тепловой поток из коробки.

Предлагаю сделать небольшую коробку, покрытую с 5-ти сторон пенопластом. Внутри разместить Эл. Лампочку 50...100 Вт. Сверху вставить ртутный термометр для температуры воздуха. В 6-ю стенку вставить две пластины одного и того же материала но разной толщины. Дать студенту толщину одной пластины и пусть он определит толщину другой пластины путем измерения потока и температур. Для измерения температуры на обеих поверхностях использовать ИК термометр. Для измерения внутри предусмотреть отверстие сзади, куда будет смотреть термометр. Саму лампу внутри отгородить от исследуемой стенки, чтобы нагрев стенки шел только воздухом.

# ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ТК

## Стандартная обработка тепловизионных изображений

**Тепловизионные изображения.** Одной из основных функций тепловизора является визуализация распределения температуры, осуществляемая с помощью термограмм (тепловых изображений). Термограмма представляет собой изображение, каждый пиксель которого окрашивается определенным цветом (в зависимости от выбранной палитры и диапазона представления тепловизора или ПО для обработки тепловизионных данных). Тепловизоры подразделяются на измерительные и показывающие. В измерительных тепловизорах пиксельные амплитуды выражены в «радиационных» температурах, тогда как в показывающих (неизмерительных) тепловизорах оператор имеет дело с «условными» пиксельными амплитудами. На рис. 1 показана процедура формирования термограмм в измерительных и неизмерительных тепловизорах.

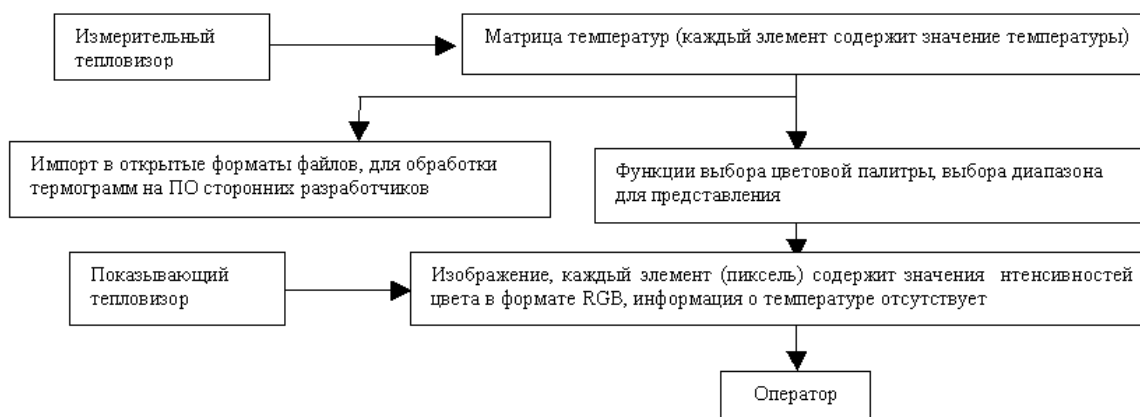


Рис. 1. Формирование термограмм в тепловизорах

Амплитудные значения, соответствующие различным цветам, представляются числами в формате RGB. Число в таком формате (обычно целое 4-х байтовое число) содержит значения (числа от 0 до 255) трех интенсивностей: красного (Red), зеленого (Green) и синего (Blue) цвета. В таком формате, число 0 соответствует черному цвету (все интенсивности равны нулю), а число – 0xFFFFFFFF (в шестнадцатеричной системе) – соответствует белому цвету, число 0xFF0000 – красному цвету.

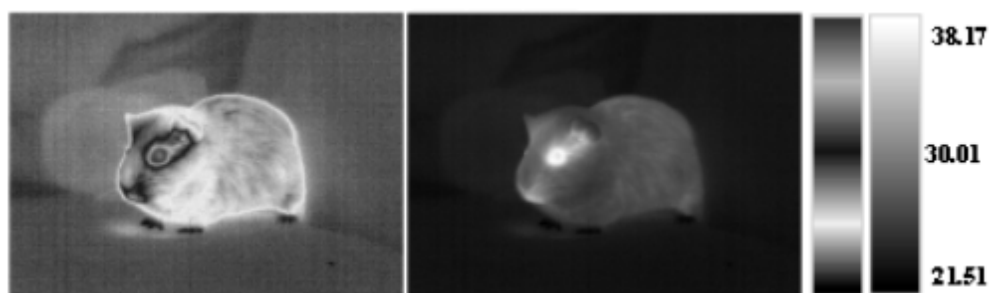
Численные значения температуры могут представляться в формате чисел с плавающей запятой, а также в виде целых чисел, лежащих в

определенном диапазоне (в этом случае значение температуры представляет собой некоторое относительное значение, причем температуру в каждом пикселе можно определить из простой пропорции).

**Выбор цветовой палитры.** Тепловые изображения являются псевдоцветовыми, т. е. связь палитры цветов с температурой задается оператором. Существует множество палитр, входящих в программное обеспечение тепловизионных комплексов. На практике часто используют палитры «Радуга» (Rainbow) и «Цвета каления железа» (Iron). При правильном подборе палитры зоны с близкими температурами можно представить с помощью контрастных цветов (см. рис. 2), однако не следует преувеличивать значение палитры для повышения достоверности обнаружения скрытых дефектов.

Число цветов для представления температурной матрицы изменяется от 1 до 256, что связано с особенностями формирования изображений в операционной системе. Иными словами, каждый цвет имеет свой индекс и, исходя из пропорции, ему сопоставляется определенный интервал температур в выбранном динамическом диапазоне термограммы.

Псевдоцветовые изображения широко используются не только в тепловом контроле, поэтому возможности для работы с изображениями такого рода включены в математические редакторы MATLAB и MathCad.



*Рис. 2. Изображения для различных цветových палитр (многоцветная палитра и серая полутонная палитра)*

**Изменение динамического диапазона при представлении термограмм.** В современных тепловизорах глубина оцифровки сигнала достигает 14 бит, что позволяет с минимальной погрешностью дискретизации оцифровывать весь возможный диапазон изменений температур (задается оператором при работе с тепловизором). Получаемая температурная матрица зачастую содержит зоны аномально высоких (выбросов) или аномально низких сигналов (фона), которые не несут полезной информации, поэтому для просмотра слабоконтрастных деталей температурной матрицы она может быть представлена оператору в определенном диапазоне амплитуд (амплитудном окне) (см. рис. 3).

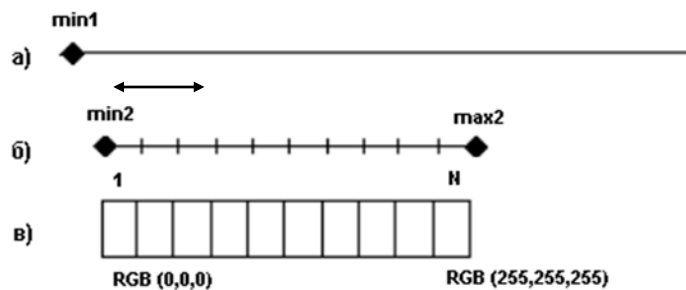
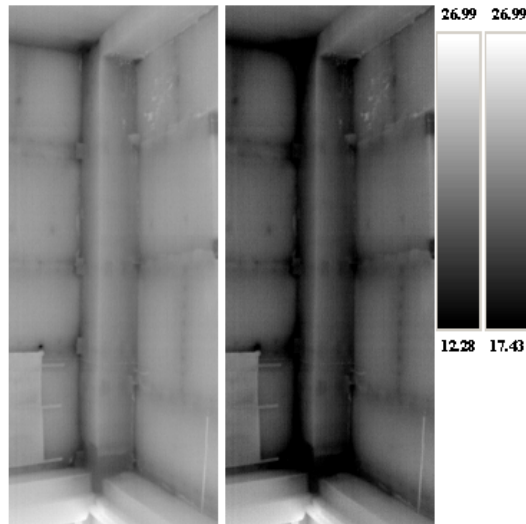


Рис. 3. Изменение динамического диапазона при представлении термограмм  
 а) динамический диапазон температурной матрицы;  
 б) динамический диапазон для представления теплового изображения  
 (делится на  $N$  частей);  
 в) таблица цветов ( $N$  частей) для сопоставления значения температуры цвету

### Отношение сигнал/шум

Общим критерием сравнения различных процедур ТК является отношение сигнал/шум [1], которое определяют как

$$S = \frac{\bar{T}_d - \bar{T}_{nd}}{\sigma_{nd}}, \quad (1)$$

где  $\bar{T}_d$  – средняя температура в дефектной зоне,  $\bar{T}_{nd}$  – средняя температура в бездефектной зоне,  $\sigma_{nd}$  – стандартное отклонение в бездефектной области (дисперсия шума), определяемое как

$$\sigma_{nd} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(T_{nd\ i} - \bar{T}_{nd})^2}{n-1}}. \quad (2)$$

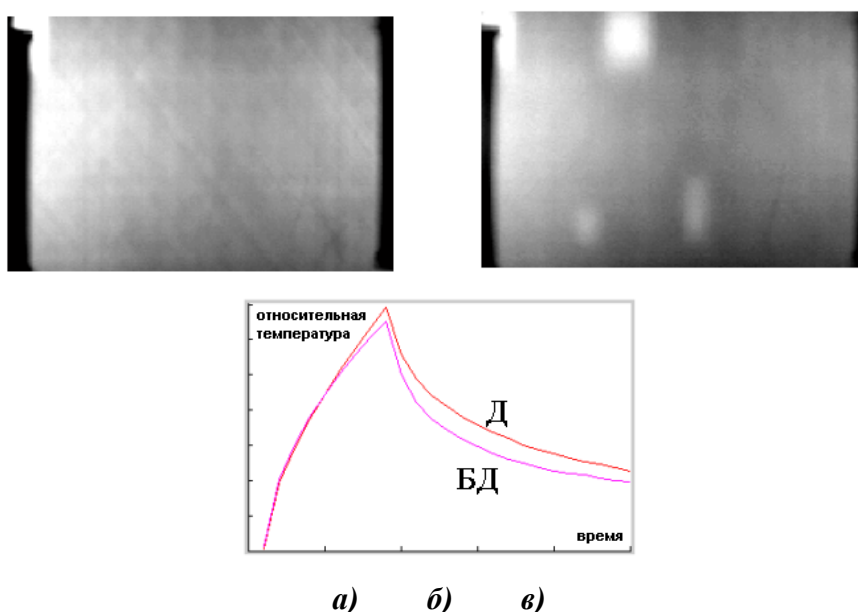
Внутренний дефект может быть надежно обнаружен оператором или автоматическим устройством, если в момент наблюдения обусловленный им сигнал превышает уровень шумов:

$$S > 1. \quad (3)$$

Дисперсия шума изменяется во времени, поэтому максимальное значение  $S$  наступает в определенный момент времени, в общем случае не совпадающий с максимумом абсолютного или относительного температурного контраста.

### Развитые алгоритмы обработки термограмм и их последовательностей

Основными целями развитой обработки является повышение отношения сигнал-шум, т. е. так называемой «видности» дефектов. В ряде случаев алгоритмы развитой обработки позволяют представить всю последовательность развития температуры на поверхности одним изображением, с более высоким отношением сигнал-шум. К таким алгоритмам можно отнести хорошо зарекомендовавшее себя преобразование Фурье, анализ главных компонент, нормализацию изображений, полиномиальную аппроксимацию, вейвлет-преобразование, нейронные сети.



*Рис. 4. Две термограммы исходной последовательности (термограмма внутри импульса нагрева и на стадии охлаждения изделия из композиционного материала)  
а) термограмма внутри импульса нагрева;  
б) на стадии охлаждения изделия из композиционного материала;  
в) развитие температур для дефектной (Д) и бездефектной (БД) областей*

Одним из примеров повышения отношения сигнал/шум является операция суммирования  $N$  изображений и нахождение среднего изображения. В результате отношение сигнал/шум увеличивается в  $\sqrt{N}$  раз.

Обычно, работу алгоритмов развитой обработки проверяют на экспериментальных последовательностях, полученных для образцов с известными параметрами и конфигурацией дефектов. Примером такой последовательности является последовательность отражающая нагрев образца из углепластика, который содержит 5 дефектов (рис. 4). Нагрев образца производился 2 лампами, расположенными справа и слева от образца, что хорошо видно по неоднородности нагрева образца.

## Нормализация на одно изображение

В ТК термин «нормализация» означает деление динамических термограмм с целью подавить эффект неравномерного нагрева. Различают два типа нормализации: 1) нормализация всех изображений в последовательности на выбранное изображение, которое называют «нормализующим»; 2) трехмерную (3D) нормализацию, которую предусматривает деление двух последовательностей, из которых одна является экспериментальной, а вторая – расчетной [1].

Рассмотрим последовательность ИК изображений  $T(i, j, \tau)$ , зарегистрированных в импульсной процедуре ТК (длительность нагрева  $\tau_h$ ). Во многих случаях оптимальной будет процедура ТК, при которой дефекты проявляются только на стадии охлаждения, т. е. когда  $\tau_m > \tau_h$ . Формула нормализации на одно изображение имеет следующий вид:

$$C_{norm}(i, j, \tau) = \frac{T(i, j, \tau) - T_{amb}(i, j)}{T_{norm}(i, j, \tau_{norm}) - T_{amb}(i, j)}, \quad (4)$$

где  $C_{norm}(i, j, \tau)$  – нормализованный контраст;  $T_{amb}(i, j)$  – температура окружающей среды, которая в общем случае может изменяться от точки к точке;  $T_{norm}(i, j, \tau_{norm})$  – нормализующее изображение. Видно, что нормализованный контраст фактически представляет собой отношение между двумя избыточными температурами, при этом подавляются так называемые «мультипликативные» шумы, амплитуда которых пропорциональна избыточной температуре нагрева. Если нормализующее изображение выбрано таким образом, что поверхностные сигналы от внутренних дефектов еще не успели развиваться, то в идеальном случае все нормализованные изображения должны представлять собой равномерный фон с температурными отпечатками от дефектов в моменты времени, близкие к  $\tau_m$ . Например, при импульсном ТК в качестве нор-



мализующей часто выбирают термограмму в конце нагрева. Схема нормализации на одно изображение показана на рис. 5.

Пример нормализации последовательности термограмм, полученной при импульсном ТК углепластикового композита, представлен на рис. 6. В конце нагрева исходная термограмма отчетливо показывает неравномерный нагрев двумя лампами, из которых более мощный поток создавался левой лампой (рис. 6, а). Температурный отпечаток неравномерного нагрева сохраняется до момента оптимального контроля  $\tau = \tau_m$ . Нормализация проведена на термограмму конца нагрева ( $\tau = \tau_h$ ). При этом нормализованный контраст при  $\tau = \tau_h$  становится равным единице (см. нижнее левое изображение), в то время как нормализованная термограмма при  $\tau = \tau_m$  показывает дефекты более отчетливо по сравнению с исходной за счет снижения помехи, обусловленной неравномерным нагревом.

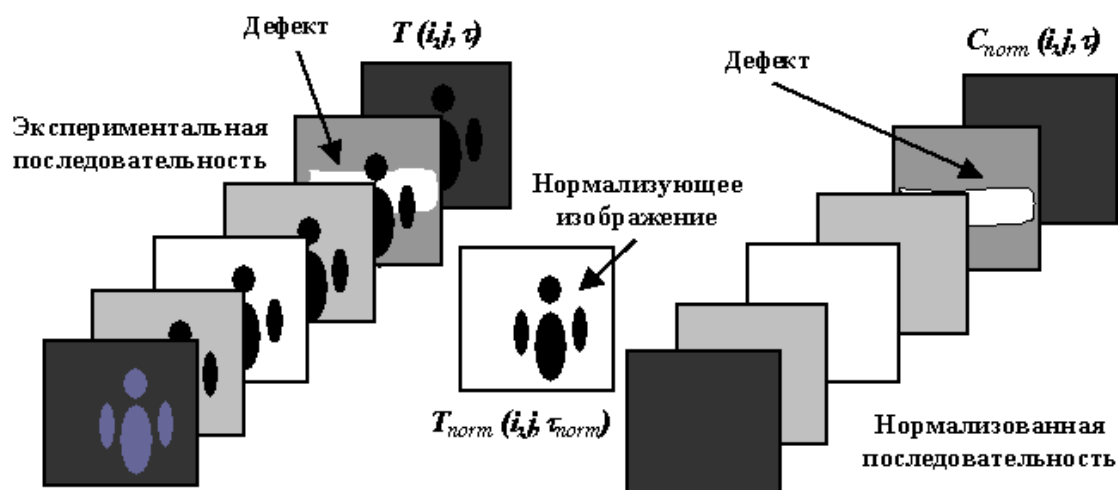


Рис. 5. Нормализация динамической последовательности на одно изображение

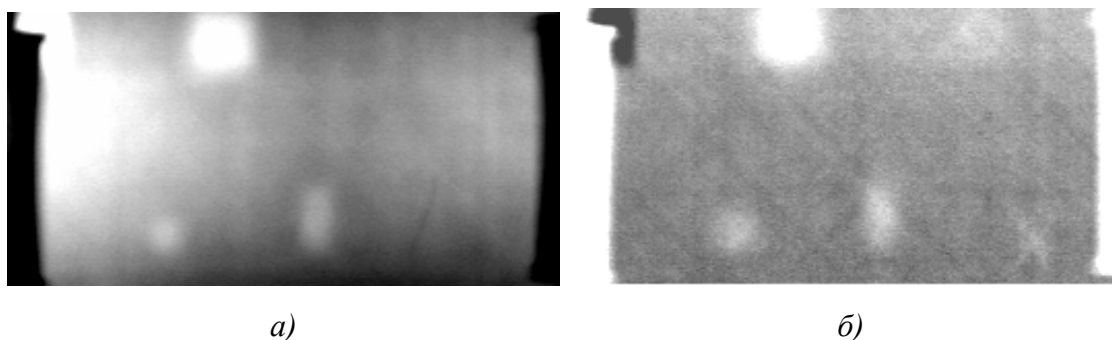


Рис. 6. Нормализация термограмм:  
 а) исходная термограмма в конце нагрева;  
 б) одна из нормализованных термограмм

## Фурье-анализ

Метод *импульсной фазовой термографии* (pulse phase thermography), предложенный в ТК канадскими исследователями Малдагом, Маринетти и Кутюрье основан на применении преобразования Фурье к функции изменения температуры во времени  $T_{ij}(\tau)$  [1, 2].

Импульсная фазовая термография есть воплощение идеи учета *тотальных* различий в процессах временного развития температуры в бездефектных и дефектных зонах. Известно, что поглощенный поверхностью твердого тела импульс тепловой энергии любой формы (предпочтительнее иметь дело с прямоугольными импульсами или импульсами Дирака) характеризуется спектром частот, которые проникают вглубь тела, претерпевая рассеяние по энергии (амплитуде) и запаздывание во времени (сдвиг по фазе). Отдельные частотные компоненты конкурируют сложным образом, участвуя в создании колоколообразного сигнала в зоне дефекта. Этот процесс можно трактовать как распространение тепловых пакетов, перемещающихся между поверхностями изделия и дефекта. С ростом глубины проникновения теплового пакета количество высокочастотных компонент в спектре динамической температуры уменьшается. Таким образом, слои изделия выполняют роль своеобразных частотных фильтров. Качественно это означает, что приповерхностная область изделия может зондироваться относительно высокочастотными волнами, что используется в методе тепловых волн, а глубинные дефекты предпочтительно выявлять низкочастотными волнами. При этом специфическую информацию несет также сдвиг фазы между возбуждающей и регистрирующей волной.

Феноменологически предпочтительность использования импульсной термографии на фронтальной поверхности можно проиллюстрировать следующим рассуждением. Известно, что: 1) более глубокие дефекты характеризуются более слабыми температурными сигналами; 2) в спектре Фурье прямоугольных или им подобных импульсов низкочастотные компоненты несут больше мощности, чем высокочастотные. С учетом того, что обнаружение глубоких дефектов требуют волн более низких частот, вышесказанное означает, что стимуляция изделия прямоугольным импульсом (или импульсом Дирака) является оптимальной для обнаружения скрытых дефектов по всей глубине изделия. Очевидно, что на практике возможны ограничения, связанные с технологически доступной мощностью нагрева, спектральным составом потока нагрева, допустимым перегревом образца, шумами и т. п.

Основное отличие Фурье-анализа, используемого в ТК, от стандартных процедур обработки двумерных изображений заключается

в его «одномерности», поскольку оно применяется к временному развитию сигналов.

Таким образом, Фурье-анализ в ТК используют для исследования динамических последовательностей ИК изображений. Определенная трудность в интерпретации изображений фазы (*фазограммы*) и амплитуды (*модулограммы*) в Фурье-пространстве состоит в том, что результаты преобразования Фурье зависят как от величины интервала оцифровки температурных данных, так и от числа этих интервалов. Тем самым подвергается сомнению возможность получения обобщенных калибровочных зависимостей, которые позволили бы, например, осуществлять тепловую томографию путем анализа сдвига фаз.

Рассмотрим как практически осуществляют Фурье-преобразование временной последовательности термограмм. Используем преобразование Фурье  $F_s$ , принятое в физике:

$$F_s = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N f_n e^{2\pi j(n-1)(s-1)/N}, \quad (5)$$

где  $f_n$  – дискретная исходная функция, содержащая  $N$  отсчетов ( $N$  термограмм в последовательности),  $s$  – частота,  $j$  – мнимая единица,  $n$  – номер отсчета.

Последовательность  $T$  изображена на рис. 7, а. Модуль  $M$  и аргумент (фаза)  $\Phi$  преобразования Фурье для данной последовательности приведены на рис. 7, а, б.

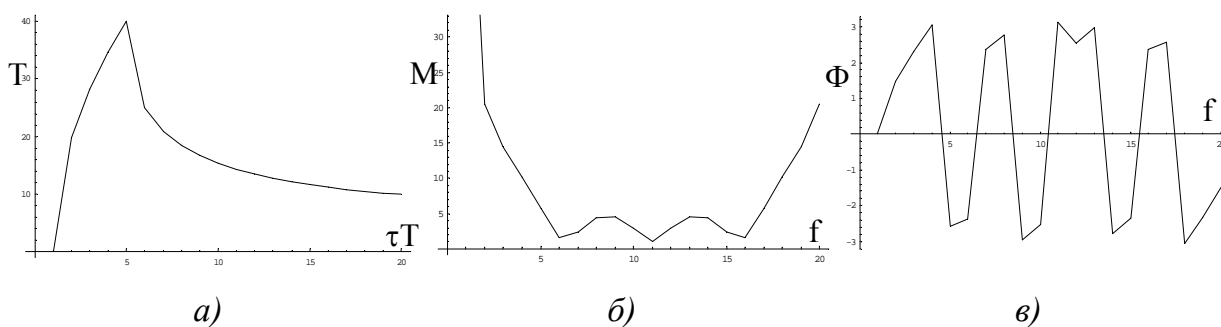


Рис. 7. Типичная функция изменения поверхностной температуры во времени (а) и параметры ее Фурье образа: модуль (б) и фаза (в)

Подобно исходной последовательности, графики модуля и фазы преобразования Фурье содержат 20 отсчетов, причем Точка 1 соответствует нулевой частоте. Вследствие эффекта отражения (aliasing), полезную информацию несут частоты, соответствующие отсчетам от 1 до 10 (информация в Точках от 11 до 20 являются зеркальным отражением первых 10-ти точек).

Важно подчеркнуть, что, в отличие от ряда других алгоритмов ТК, например, метода оптимального наблюдения или динамической тепловой томографии, импульсная фазовая термография требует накопления информации в течение длительного времени, что позволяет анализировать низкие частоты, необходимые для обнаружения глубоколежащих дефектов. С другой стороны, интервал времени между соседними термограммами должен быть мал, чтобы обеспечить высокие частоты в Фурье-спектре, необходимые для обнаружения приповерхностных дефектов (при выполнении этого условия, центральная часть спектра на рис. 7, б спадает почти до нуля). Поэтому импульсная фазовая термография обычно имеет дело с последовательностями, состоящими из нескольких сотен изображений.

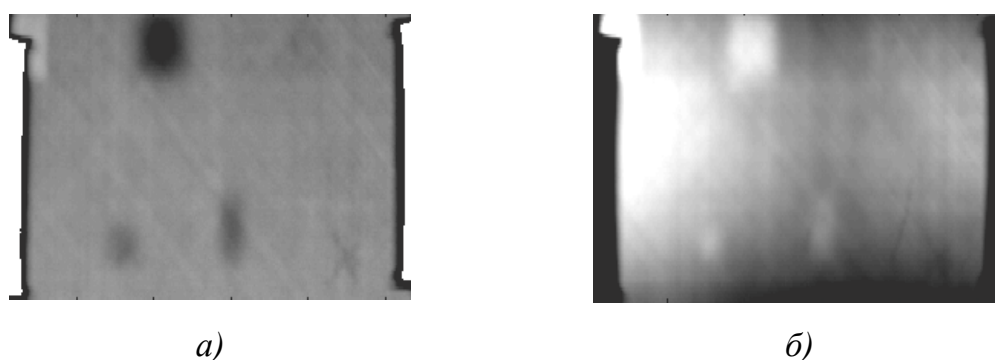


Рис. 8. Применение Фурье-анализа к исходной последовательности  
а) изображение фазы на 3 частоте  
б) изображение модуля амплитуды для нулевой частоты

К настоящему времени, преимущества импульсной фазовой термографии были продемонстрированы, в основном, на качественном уровне, однако чувствительность метода к структурным дефектам настолько высока, что его используют в качестве тестового при проверке других алгоритмов.

## Анализ главных компонент

**Введение.** Метод анализа главных компонент (МАГК; английский термин: PCA – Principal Component Analysis) нашел применение в статистике при обработке многомерных (multi-dimensional) данных, в криминалистике при распознавании лиц (face recognition), сжатии изображений и т. п. [3, 4].

Многомерные данные получают, например, путем  $N$  измерений  $M$  переменных, в результате чего получают двухмерную матрицу  $X$  размерностью  $M * N$ . Проблемой обработки многомерных данных является трудность правильной интерпретации результатов обработки, что необходимо для оценки связи и влияния одних переменных на другие.

**Базовые принципы МАГК.** Многие переменные в многомерном наборе данных связаны друг с другом, то есть имеется некоторая избыточность. Размерность исходных данных  $M$  можно уменьшить, вводя  $K \leq M$  новых осей, на которые проецируют исходные данные. Следует заметить, что требование ортогональности получаемых осей характерно именно для МАГК.

Принцип вычисления главных компонент состоит в том, что для исходной матрицы  $X$  определяют ковариационную (рассеивающую) матрицу в виде  $C = 1/(N-1) * (X - M) * (X - M)^T$ , где  $M$  – матрица состоящая из размноженного  $N$  раз вектора-столбца средних значений по каждой переменной  $x_i$ . Элементы ковариационной матрицы, лежащие на диагонали, отражают дисперсию (variance, вариацию)  $i$ -й переменной, а элементы лежащие вне главной диагонали отражают взаимную ковариацию (covariance) между переменными  $i$  и  $j$ . Ковариационная матрица является квадратной (размерностью  $M * M$ ) и симметричной относительно главной диагонали.

Для вычисления дисперсии используется стандартная формула:

$$D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m)^2, \quad (6)$$

а ковариацию переменных  $x_1$  и  $x_2$  находят по выражению:

$$cv = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{1i} - m_1) * (x_{2i} - m_2), \quad (7)$$

где  $m$  среднее значение для переменной.

Малые значения дисперсии переменной говорят о возможном шумоподобном сигнале, который отражает соответствующая переменная; соответственно, большие значения ковариации (по модулю) говорят о связи переменных (положительной или отрицательной). Нулевая корреляция означает, что переменные не зависят друг от друга. В качестве рассеивающей может применяться также и корреляционная матрица.

МАГК основан на введении такого линейного преобразования  $Y = P^T X$  данных  $P$ , что ковариационная матрица для нового набора данных  $Y$  является диагональной, то есть корреляция между различными строками (переменными) матрицы  $Y$  равна нулю. Данное условия выполняется, если столбцы матрицы  $P$  являются собственными векторами ковариационной матрицы  $C$  для  $X$ , при этом каждый столбец в матрице  $P$  называется главной компонентой.

Обычно главные компоненты в матрице  $P$  располагают в порядке убывания собственных значений  $D$  ковариационной матрицы  $C$ . В ре-

зультате получают новый набор переменных  $Y$ , не связанных друг с другом. Величина собственного значения  $D_i$  для матрицы  $C$  отражает дисперсию для соответствующей переменной  $Y_i$  матрицы  $Y$ . Общая дисперсия для набора переменных  $Y$  определяется как сумма дисперсий  $D_i$  для каждой переменной  $Y_i$ .

Важным свойством переменных для матрицы  $Y$  (при расстановке главных компонент в порядке убывания собственных значений  $D_i$ ) является то, что с первой переменной связано максимальное значение дисперсии, поэтому эта переменная коррелирует с максимально возможным количеством переменных из исходного набора переменных  $X$ ; значение дисперсии для второй переменной меньше, чем для первой переменной, и она коррелирует с максимально возможным количеством переменных из набора  $X$ , которые имеют слабую корреляцию с первой переменной из набора  $Y$ . Взаимная корреляция первой и второй переменных из набора  $Y$  равна нулю. Аналогично можно продолжить это рассуждение и для следующих переменных из набора  $Y$ .

Для интерпретации смысла полученных компонент и набора переменных  $Y_i$  используют технику вращения (factor rotation, или factor loadings). В МАГК смысловую нагрузку главной компоненты определяют по величине взаимной корреляции между переменными  $Y_i$  и переменными  $X_i$ .

Для выбора количества наиболее значимых главных компонент можно применять правило 80/20 (правило Парето), т. е. оставлять только первые 20 % компонент от общего количества. Иными словами, согласно этому правилу 20 % процентов переменных обеспечивают 80 % общей вариации данных.

**Применение МАГК в ТК.** Результатом активного ТК является последовательность ИК термограмм размерностью  $nr * nc * nt$ , где  $nr$  – число рядов в термограмме,  $nc$  – число столбцов,  $nt$  – число термограмм. Реализуя МАГК, можно анализировать как *временные*, так и *пространственные* компоненты.

В первом случае анализируют  $nt$  переменных (размерность исходных данных совпадает с числом термограмм  $nt$ ), для каждой из которых было проведено  $nr * nc$  измерений. Вектор-столбец средних значений, из которого строится матрица  $M$ , в этом случае представляет собой средний профиль изменения температуры во времени. Размерность ковариационной матрицы в этом случае является  $nt * nt$ . После применения МАГК и уменьшения размерности остаются несколько переменных, отражающих связь исходных переменных между собой во времени. В этом случае при проецировании исходной переменной  $X$  на полученные временные компоненты размер термограммы  $nr * nc$  остается

неизменной, в то время как число переменных (число термограмм и размерность исходных данных) уменьшается. Процедура преобразования трехмерной матрицы в двухмерную показана на рис. 9; при этом каждая строка содержит все пиксельные значения каждой отдельной термограммы, а число строк соответствует числу зарегистрированных термограмм  $nt$ , или числу временных отсчетов.

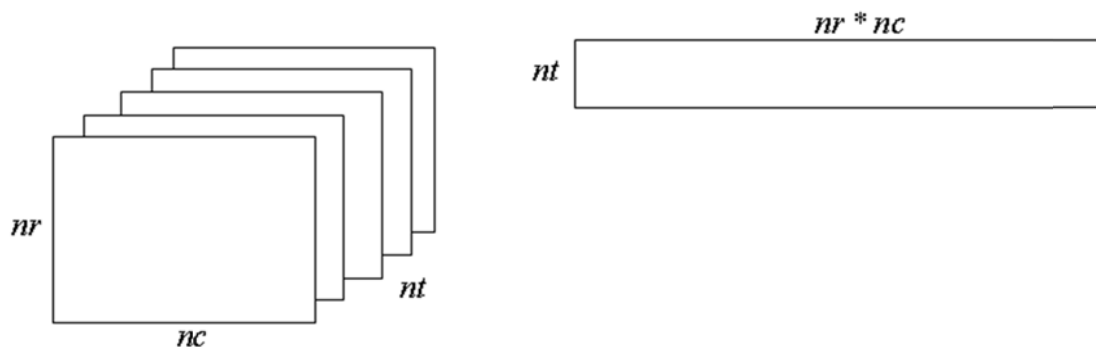


Рис. 9. Преобразование термографических данных из трехмерной матрицы в двухмерную матрицу

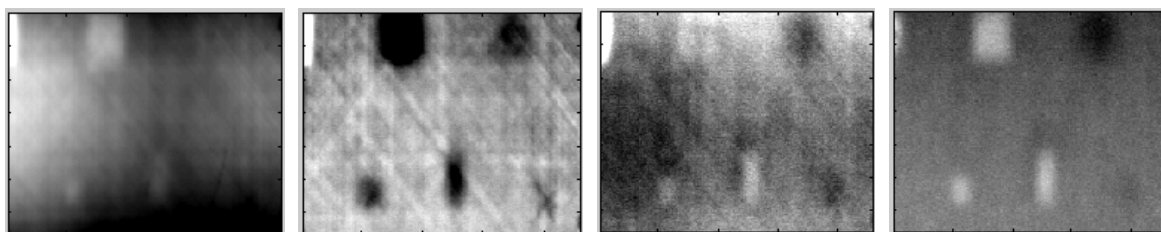


Рис. 10. Проекция исходного набора данных на 1, 2, 3 и 4-ю главные компоненты

В случае пространственных компонент анализируют  $nr * nc$  переменных, для каждой из которых проводится  $nt$  измерений. Вектор-столбец средних значений, из которого строится матрица  $M$ , представляет собой усредненное изображение. Размерность ковариационной матрицы в этом случае определяется как  $ne * ne$ , где  $ne = nr * nc$ . После применения МАГК и уменьшения размерности остается несколько переменных, отражающих особенности развития температуры в пространстве. Характерно, что при проецировании исходной переменной  $X$  на уменьшенное число главных компонент изменяются геометрические параметры термограммы (величины  $nr$  и  $nc$ ), что приводит к искажению ее размеров, и, следовательно, к затруднениям при интерпретации полученных результатов. Следует заметить, что анализ пространственных компонент трудновыполним и с вычислительной точки зрения. Например, типичными параметрами активного ТК являются:  $nr = 240$ ,  $nc = 320$  и  $nt = 150$ , то есть анализу подлежит последовательность из

150 термограмм стандартным форматом 320×240. Тогда размер ковариационной матрицы временных и пространственных компонент составляет соответственно 150×150 и 76800×76800 элементов.

На рис. 10 приведены результаты применения метода анализа главных компонент к тестовой последовательности. Как можно видеть, в ряде случаев метод анализа главных компонент обеспечивает улучшение отношения сигнал/шум по сравнению с исходными термограммами.

### Определение глубины расположения дефекта

Данный метод позволяет определять примерное значение глубины расположения дефекта. Подход основан на одномерном решении задачи нагрева полубесконечного тела.

Решение для нагрева полубесконечного тела импульсом Дирака имеет вид:

$$T(z, \tau) = \frac{W}{e\sqrt{\pi\tau}} \exp\left(-\frac{z^2}{4a\tau}\right). \quad (8)$$

Если принять, что распространение тепла внутри пластины носит волновой характер, то при достижении задней стенки пластины волна претерпевает отражение (в случае воздушной среды имеем полное отражение) и возвращается на поверхность. Если принять, что толщина пластины равна  $l$ , то за время движения волны внутри пластины от задней стенки к передней, волна внутри полубесконечного тела пройдет расстояние  $2l$ . Когда отраженная волна внутри пластины достигнет передней поверхности пластины это вызовет приращение температуры на поверхности пластины на значение  $\Delta T$ , которое будет соответствовать температуре внутри полубесконечного тела на глубине  $2l$ . Если принять относительное приращение температуры на поверхности  $\frac{\Delta T}{T}$  рав-

ным  $\frac{1}{e^4}$  (что приблизительно равно изменению температуры в дефектной области на 2%), то глубину расположения дефекта можно вычислить из выражения:

$$\frac{\Delta T}{T(z=0, \tau_b)} = \frac{T(z=2l, \tau_b)}{T(z=0, \tau_b)} = \frac{\frac{W}{e\sqrt{\pi\tau_b}} \exp\left(-\frac{4l^2}{4a\tau_b}\right)}{\frac{W}{e\sqrt{\pi\tau_b}}} = \frac{1}{\exp(4)},$$



упрощая которое получаем:

$$l = \sqrt{4a\tau_b}, \quad (9)$$

где  $\tau_b$  – время обнаружения температурного сигнала на уровне 2 %.

Использование ранних времен обнаружения связано с тем, что в этом случае диффузия тепла в боковых направлениях незначительна и оценка глубины дефекта получается точнее, т. к. при выводе формулы (9) мы пользуемся одномерным решением (8). Значение 2 % связано с температурной чувствительностью современных тепловизоров.

### Определение оптимального времени обнаружения дефекта

Используя решение (8) можно также оценить оптимальное время обнаружения дефекта.

Учитывая, что распространение тепла носит волновой характер, можно считать, что дефект в виде нарушения сплошности, расположенный на глубине  $z = l$ , будет обнаружен, если "пакет тепловой энергии", высвободившийся на поверхности, достигнет точки  $z$ , отразится от поверхности дефекта и вернется на поверхность. Анализируя производную  $\partial T / \partial \tau$  в формуле (8), можно показать, что максимальная температура на глубине  $l$  имеет место при  $\tau_l = l^2 / 2a$ . Тогда простой оценкой оптимального времени обнаружения подповерхностного дефекта является:

$$\tau_m = 2\tau_l = l^2 / a. \quad (10)$$

### Определение уноса материала

В последние годы проявился существенный интерес к определению остаточной толщины изделия, в особенности, при оценке степени коррозии, путем анализа температурного отклика на передней поверхности. В методе используется решение для нагрева адиабатической пластины импульсом Дирака.

$$\frac{T}{W'} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo} = \theta_D^F, \quad W' = \frac{W \alpha}{K L}. \quad (11)$$

Базовая теория разработана для относительно тонких металлических пластин, нагрев которых в силу малых значений критерия Био ( $Bi < 0.1$ ) является адиабатическим. Поэтому однородные области большой протяженности в течение длительного времени сохраняют температуру, близкую к адиабатическому стационарному значению  $T = W\alpha / KL$ . Если принять, что в зонах коррозионного износа толщина

пластины снижена до значения  $l \leq L$ , то на передней поверхности пластины в конце теплового процесса возникает температурный сигнал между «бездефектной» и «дефектной» областями:

$$\Delta T = T_d - T_{nd} = \frac{Wa}{\lambda l} - \frac{Wa}{\lambda L}, \quad (12)$$

откуда унос материала  $\Delta L = L - l$  можно оценить из простой формулы:

$$\frac{\Delta L}{L} = 1 - \frac{T_{nd}}{T_d}. \quad (13)$$

### Определение размеров дефекта

В отличие от глубины залегания и толщины, поперечные размеры дефектов поддаются простой визуальной оценке по тем температурным отпечаткам, которые дефекты создают на контролируемой поверхности. Размещая на поверхности объекта контроля маркер известных размеров, хорошо видимый в ИК диапазоне, например, полоску алюминиевой фольги, процесс определения  $h_x, h_y$  можно также автоматизировать. В большинстве практических случаев, ошибка простой визуальной оценки размеров дефектов не превышает 30%. При автоматизации этого процесса, необходимо установить температурный порог принятия решения  $\Delta T_{thr}$ , амплитуда которого, как мы увидим ниже, существенно влияет на оценку  $h_x, h_y$ .

Другая процедура, названная в англоязычной литературе Full Width Hal Maximum – FWHM («полная ширина на половине высоты»), предусматривает определение геометрических размеров дефекта по проекции точек, соответствующих половине максимального температурного перепада  $\Delta T_m / 2$  [1, 5].

В свою очередь, В.П. Вавилов и В.В. Ширяев показали, что экстремумы производных от  $T(x, y)$  по любой из поверхностных координат в точности соответствуют проекциям границ внутренних дефектов на контролируемую поверхность.

Все три описанных подхода к определению поперечных размеров дефекта проиллюстрированы на примере расчетного профиля рис. 11, полученного для дефекта радиусом  $r_d = 1$  мм в алюминии на глубине 0.5 мм.

В алюминии точность оценок поперечных размеров дефектов возрастает с уменьшением времени регистрации температурных сигналов (при длительном наблюдении диффузия тепла снижает амплитуду сигналов). В углепластике отмечена возможность как переоценки, так и недооценки  $r_d$  в зависимости от времени наблюдения.

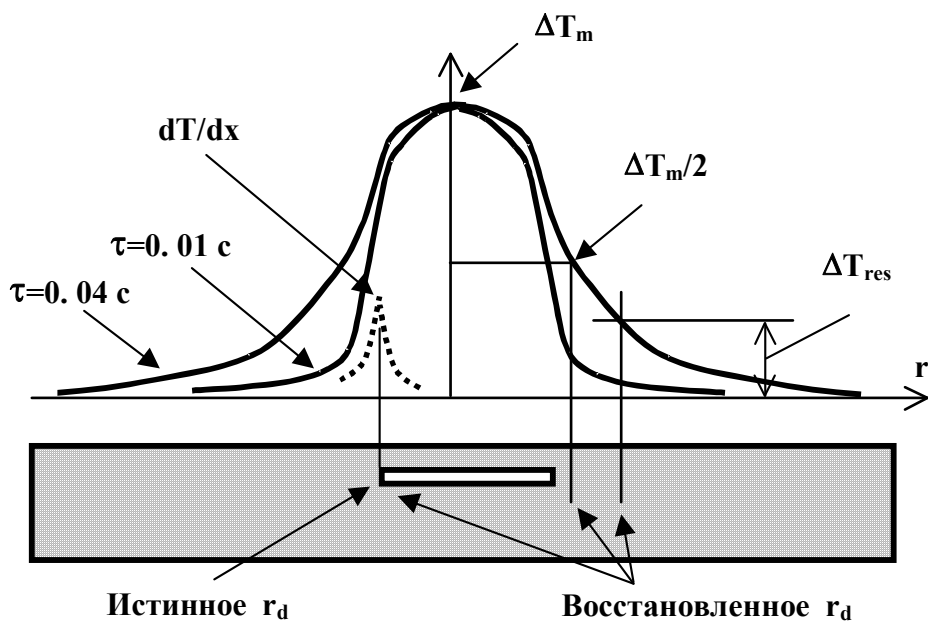


Рис. 11. Нормализованные профили температуры над воздушным дефектом в алюминиевой пластине ( $L = 2 \text{ мм}$ ,  $l = 0.5 \text{ мм}$ ,  $r_d = 1 \text{ мм}$ ,  $d = 0.2 \text{ мм}$ ,  $Q = 10^6 \text{ Вт м}^{-2}$ ,  $\tau_h = 0.01 \text{ с}$ )

#### Список использованных источников

1. Неразрушающий контроль: справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В. Клюева. Т.5: В 2 кн. Кн. 1: Тепловой контроль / В.П. Вавилов. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
2. В.П. Вавилов, С. Маринетти. Импульсная фазовая термография и тепловая томография на базе преобразования Фурье // Дефектоскопия. – 1999. – № 2. – С. 58–72.
3. Jolliffe I.T. Principal component analysis. – U.S.A., New York: Springer, 1986. – 168 p.
4. Larose D. Data mining methods and models. – John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.
5. В.П. Вавилов, В.В. Ширяев. Способ определения размеров дефектов при тепловом контроле // Дефектоскопия. – 1979. – № 11.

## Лабораторная работа. Обработка данных в ТК

### *Цель работы*

Ознакомление со стандартными и развитыми алгоритмами обработки термограмм. Получение навыков использования алгоритмов дефектометрии.

### *Задание*

Прочитать теоретический материал по обработке данных в ТК. Ответить на контрольные вопросы. Выполнить предложенные практические задания. Отчет представить в текстовом редакторе MS Word. В отчет включить ответы на контрольные вопросы и результаты практических заданий.

### *Контрольные вопросы*

1. Для чего применяется дополнительная обработка тепловизионных данных?
2. Что такое отношение сигнал/шум? Как вычисляется это отношение?
3. Что такое температурный сигнал?
4. Для чего необходимо изменение динамического диапазона термограмм?
5. Для чего используются различные палитры при представлении термограмм?
6. Как с помощью обработки термограмм можно уменьшить эффекты, связанные с неоднородностью нагрева?
7. На каком принципе основан Фурье-анализ тепловизионных последовательностей?
8. Как связано количество возможных частот при Фурье-анализе с числом тепловизионных изображений в последовательности?
9. По какой формуле вычисляется дисперсия данных?
10. В чем отличие коэффициентов корреляции и ковариации?
11. Опишите последовательность шагов при использовании анализа главных компонент для обработки тепловизионных данных.
12. Чем являются главные компоненты?
13. Какое основное свойство главных компонент вы можете выделить? В чем заключается это свойство?
14. Как можно интерпретировать смысл главных компонент?
15. На каких решениях основываются методы определения глубины дефекта и уноса материала? В чем отличия этих решений, какие

ограничения следует учитывать при применении формул для определения глубины дефекта и уноса материала?

16. На основании каких заключений выводится формула для определения оптимального времени обнаружения дефекта?

#### *Практические задания*

1. Изучить работу  $m$ -функции **viewim** для тестовой последовательности, отражающей процесс нагрева углепластикового композита. Использовать возможности стандартной обработки термограмм (палитры, диапазоны).
2. Для тестовой последовательности вычислить отношение сигнал/шум в момент наилучшей «видности» дефектов.
3. Применить процедуру нормализации на одно изображение. Сравнить исходную и полученную последовательности.
4. Применить процедуру Фурье-анализа. Сравнить исходную и полученную последовательности.
5. Применить процедуру анализа главных компонент. Сравнить исходную и полученную последовательности.
6. Для последовательности, отражающей нагрев алюминиевой пластины с дефектами на разных глубинах, вычислить унос материала и глубину расположения дефектов.
7. Для последовательности, отражающей нагрев алюминиевой пластины, определить диаметр дефектов.

Учебное издание

НЕСТЕРУК Д.А.

**ТЕПЛОВОЙ КОНТРОЛЬ  
И ДИАГНОСТИКА.  
СБОРНИК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

Методические указания к лабораторным работам

**Издано в авторской редакции**

Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*  
Дизайн обложки *О.Ю. Аршинова*

Подписано к печати 28.09.2011. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».


Печать XEROX. Усл. печ. л. 9,65. Уч.-изд. л. 8,73.

Заказ \_\_\_\_-11. Тираж 35 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru