

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.М. ЛИДЕР, Ю.С. БОРДУЛЕВ, Р.М. ГАЛИМОВ, Н.А. ДУБРОВА,
Д.Н. КРАСНОВ, В.Н. КУДИЯРОВ, Р.С. ЛАПТЕВ, В.В. ЛАРИОНОВ,
Н.И. НИКИФОРОВА, Н.С. ПУШИЛИНА, Л.А., СВЯТКИН, В. С. СЫПЧЕНКО,
Н.Д. ТОЛМАЧЕВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

ЧАСТЬ 4

ТЕРМОДИНАМИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА



Издательство
Томского политехнического университета
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**А.М. ЛИДЕР, Р.М. ГАЛИМОВ, Н.А. ДУБРОВА, Д.Н. КРАСНОВ,
В.Н. КУДИЯРОВ, Р.С. ЛАПТЕВ, В.В. ЛАРИОНОВ,
Н.И. НИКИФОРОВА, Н.С. ПУШИЛИНА, Л.А. СВЯТКИН,
В.С. СЫПЧЕНКО, Н.Д. ТОЛМАЧЕВА**

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

**ЧАСТЬ 4
ТЕРМОДИНАМИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

(учебное пособие)

**Допущено Научно-методическим Советом по физике Министерства
образования и науки Российской Федерации в качестве учебного
пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по
техническим направлениям подготовки и специальностям**

**Издательство
Томского политехнического университета
2013**

УДК 539
ББК 22.314
Л 25

Л 25 А.М. ЛИДЕР, Ю.С. БОРДУЛЕВ, Н.А. ДУБРОВА, Д.Н. КРАСНОВ, В.Н. КУДИЯРОВ, Р.С. ЛАПТЕВ, В.В. ЛАРИОНОВ, Н.И. НИКИФОРОВА, Н.С. ПУШИЛИНА, Л.А. СВЯТКИН, В.С. СЫПЧЕНКО, Р.М. ГАЛИМОВ, Н.Д. ТОЛМАЧЕВА. Физический практикум. Ч. 4: Термодинамика и молекулярная физика: учебное пособие / под ред. В.В. Ларионова; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического ун-та, 2013. – 183с.

В пособии приведены описания 13 лабораторных работ по термодинамике и молекулярной физике, которые соответствуют физическому практикуму для высших учебных заведений. Эти работы могут быть использованы как для студентов, так и для магистрантов при их подготовке по направлению «Физика». При создании методического обеспечения использованы современные лабораторные установки фирмы 3B-Scientific, программы табличных процессоров, например Microsoft Excel, Origin и т.д., в которых происходит обработка результатов эксперимента. Каждое описание содержит 25 вопросов для индивидуальной самостоятельной работы. По сравнению с аналогичными описаниями изменены цели выполнения работ.

Для студентов, обучающихся по направлениям и специальностям в области техники и технологий.

УДК 539
ББК 22.314

ISBN 978-5-98298-661-0

Рецензенты:

член-корреспондент РАО, д-р физ.-мат. наук, профессор В.В. Тихомиров;
профессор кафедры экспериментальной физики и радиофизики Омского государственного университета, д-р физ.-мат. наук, профессор К.Н. Югай

© ФГБОУ ВПО «Томский политехнический университет», 2013
© Авторы, 2013
© Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга является четвертой частью физического практикума, который создается в комплекте общего методического обеспечения лабораторных работ Томского политехнического университета. В данном пособии приведены описания 13 лабораторных работ, выполняемых по темам молекулярной физики и термодинамики, методы расчета погрешностей измерений физических величин и т.д.

Основное внимание уделяется методике организации самостоятельной работы студентов, что весьма важно и необходимо в связи с сокращением аудиторных занятий по физике. Авторы надеются, что в этой части пособие окажет преподавателям неоценимую помощь. Студенты найдут здесь вопросы и задания, приведенные в конце описания каждой лабораторной работы и ответы на них.

Описания составлены таким образом, чтобы можно было не только проверять фундаментальные законы физики, но и задумываться, творчески подходить и сознавать трудности, стоящие перед физиком-экспериментатором, направившим свои усилия на обеспечение технической и технологической реализации физических идей, замыслов и открытий. Этому же способствуют рекомендации по защите выполненных лабораторных экспериментов, где студентам предлагается не только ответить на стандартные вопросы и тесты, но и проявить самостоятельность, поработать с литературой в библиотеке или в сети Интернет, предложить собственные идеи и мысли или сделать это на уровне схем или усовершенствований дизайна.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: проверка применимости модели идеального газа для воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении.

Приборы и принадлежности: сосуд с пробкой, в которую вставлен капилляр, мерный сосуд для сбора вытекающей жидкости; измерительная линейка для определения высоты жидкости, микроскоп с прозрачной градуировочной линейкой и срез капилляра для определения его радиуса.

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Идеальным газом называют систему материальных точек, потенциальная энергия взаимодействия которых пренебрежимо мала по сравнению с их кинетической энергией. Обмен энергией между частицами в таких случаях происходит только в момент удара. При этом, в большинстве случаев, полагают удар двух частиц абсолютно упругим, без перехода части кинетической энергии в потенциальную энергию возбужденной молекулы или атома.

Подобная модель является приближенной и хорошо отвечает наблюдаемым свойствам газов при выполнении условия $D \ll \langle \lambda \rangle$, где D – эффективный диаметр частиц газа, а $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега частиц между соударениями.

В молекулярно-кинетической теории газов под эффективным диаметром понимают наименьшее расстояние между частицами, на которое они могут сблизиться при соударении. На первой стадии столкновения микрочастиц (молекул или атомов) их кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию деформированных электронных оболочек. Затем, на последующей стадии, энергия

упругодеформированных электронных оболочек переходит в кинетическую энергию разлетающихся частиц. Очевидно, что чем выше кинетическая энергия частиц, тем на меньшее расстояние они могут сблизиться при ударе. Поэтому величина эффективного диаметра молекул газа не является «константой», а зависит от параметров состояния газа (в первую очередь – от температуры).

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, объем, температура), связаны с его микропараметрами (размеры, масса молекулы, ее скорость). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеряемых макропараметров – давления, температуры, коэффициента внутреннего трения – получить интересующие нас микропараметры.

В данной работе вычисляется средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ по коэффициенту внутреннего трения (динамической вязкости) η .

Из молекулярно-кинетической теории вытекает формула, связывающая вязкость со средней длиной свободного пробега молекулы. Эта формула имеет вид

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle, \quad (1)$$

где η – коэффициент внутреннего трения (динамической вязкости); ρ – плотность газа; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул.

Из распределения Максвелла молекул по скоростям следует

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (2)$$

где R – молярная газовая постоянная, T и M – температура и молярной масса газа.

Из уравнения Клапейрона-Менделеева, находим плотность газа ρ при давлении p ,

$$\rho = \frac{pM}{RT}. \quad (3)$$

Величину внутреннего трения газа (η) можно определить, используя закон Пуазейля, согласно которому объем V газа, протекающего за время t через сечение тонкой трубки радиуса r , выражается следующим образом:

$$V = \frac{\pi r^4 t \cdot \Delta p}{8l\eta} \Rightarrow \eta = \frac{\pi r^4 t \cdot \Delta p}{8Vl}, \quad (4)$$

где Δp – разность давлений газа в двух сечениях трубки, l – расстояние между сечениями.

Для газов, в отличие от жидкостей, для которых плотность $\rho(p) = \text{const}$, должно выполняться условие $\Delta p \ll p$.

Решая систему уравнений (1) – (4) относительно $\langle \lambda \rangle$, получаем рабочую формулу для расчета средней длины пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = 3 \sqrt{\frac{\pi^3 R}{8^3 M}} \cdot \frac{r^4 t \cdot \Delta p \sqrt{T}}{Vpl}. \quad (5)$$

Учитывая, что $R = 8,31$ Дж/К·моль, $M = 0,029$ кг/моль (для воздуха), рассчитываем коэффициент пропорциональности в формуле (5)

$$A = 3 \sqrt{\frac{3,14^3 \cdot 8,31}{8^3 \cdot 0,029}} = 12,5 \text{ (Дж/(кг} \cdot \text{К))}^{1/2}.$$

Таким образом, формула (5) примет следующий вид:

$$\langle \lambda \rangle = A \cdot \frac{r^4 t \cdot \Delta p \sqrt{T}}{Vpl}, \quad (6)$$

где r – радиус капилляра; l – длина капилляра; p , T – давление и температура воздуха в помещении; V – объем воздуха, вошедшего в сосуд за время t ; Δp – разность давлений на концах капилляра [см. формулу (12)].

Средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ и эффективный диаметр молекулы D связаны между собой соотношением

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n D^2}, \quad (7)$$

где n – концентрация молекул газа при давлении (p) и температуре (T)

$$\frac{nT}{p} = \frac{n_0 T_0}{p_0}, \quad (8)$$

где $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$; $p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} \approx 10^5 \text{ Па}$; $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ – число Лошмидта, т. е. концентрация молекул при нормальных условиях (p_0, T_0).

Эффективный диаметр D молекулы воздуха можно вычислить из формулы (7), выражающей его связь с длиной свободного пробега $\langle \lambda \rangle$. С учетом соотношения (8), получим

$$D = \sqrt{\frac{p_0 T}{\sqrt{2} \pi \langle \lambda \rangle p T_0 n_0}}. \quad (9)$$

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ И ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Фактическая задача определения $\langle \lambda \rangle$ сводится к определению коэффициента внутреннего трения η воздуха. Схема используемого устройства приведена на рис. 1. Сосуд 1 заполнен водой и закрыт пробкой 2 , через которую проходит капиллярная трубка 3 . При закрытом кране 4 давление воздуха над жидкостью равно атмосферному, т. к. сосуд сообщается с атмосферой через капилляр.

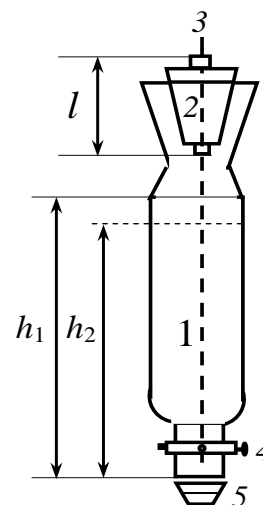


Рис. 1

Как только кран 4 открывается, начинается истечение жидкости непрерывной струей до тех пор, пока сумма давлений p воздуха над жидкостью и гидростатического давления жидкости внутри сосуда на уровне отверстия (ρgh) не станет равным атмосферному $p_{\text{атм}}$, т. е.

$$p + \rho gh = p_{\text{атм}}. \quad (10)$$

С этого момента жидкость будет выливаться через отверстие отдельными каплями в мерный сосуд 5. В капилляр будет засасываться воздух, т. к. концы капилляра будут находиться под разным давлением (верхний – под атмосферным, а нижний – под давлением воздуха внутри сосуда p). Разность давлений на концах капилляра с учетом (10)

$$\Delta p = p_{\text{атм}} - p = \rho gh. \quad (11)$$

Так как площадь сечения сосуда l велика, а объем вытекшей жидкости будет незначительным, в качестве Δp можно взять среднюю разность давления на концах капилляра в начале и в конце истечения

жидкости (воды)
$$\Delta p = \rho g \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad (12)$$

где $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды; h_1, h_2 – высота уровня жидкости в начале и в конце измерения (рис. 1).

Радиус капилляра измеряют с помощью микроскопа. Температуру и атмосферное давление воздуха измеряют термометром и барометром, установленными в помещении лаборатории.

Объем воздуха, вошедшего в сосуд, равен объему вытекшей жидкости и определяется мерным сосудом 5.

ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Проведите измерения, заполните таблицы.

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Закройте кран 4 и заполните сосуд водой так, чтобы поверхность воды не касалась капиллярной трубки. Плотно закройте сосуд пробкой 2.
2. С помощью линейки измерьте высоту h_1 столба жидкости – от уровня конца сосуда до уровня поверхности воды.
3. Установите сосуд, откройте кран 4 и дождитесь момента, когда струя вытекающей воды начнет разбиваться на капли. Быстро замените сосуд с водой на пустой мерный сосуд 5 и одновременно включите секундомер. Отметьте время наполнения 50 мм воды.
4. Измерьте высоту h_2 . По формуле (12) рассчитайте Δp .
5. Запишите показания термометра и барометра (в единицах СИ). Повторите опыт еще 2 раза по п. 1 – 4 .
6. Выполните серию измерений радиуса капилляра с помощью микроскопа. Запишите все измеренные и рассчитанные величины в таблицу.
7. По формуле (6) рассчитайте $\langle \lambda \rangle$, используя средние арифметические значения Δp , r и V .
8. Оцените погрешность $\Delta \lambda$, с которой определяется средняя длина $\langle \lambda \rangle$ свободного пробега молекул воздуха в данном эксперименте.
9. По формуле (9) оцените величину эффективного диаметра молекул воздуха.

Таблица

№	h_1	h_2	Δp	t	r	V	T	p	l
п/п	м	м	Па	с	м	м ³	К	Па	м
1									
2									
3									
Среднее значение									

$$\langle \lambda \rangle = \dots, \text{ м}; \quad \Delta \lambda = \dots, \text{ м}; \quad D = \dots, \text{ м}.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Каким образом в лабораторной установке осуществляется ламинарное течение воздуха? Ответ обосновать.
2. Почему в установке используется вода, и какую роль она играет в процессе измерения длины свободного пробега воздуха?
3. Какие процессы происходят в капилляре? Каким должен быть оптимальный размер капилляра?
4. При каком размере капилляра по длине и диаметру следует ожидать наилучших результатов измерения?
5. Почему длина свободного пробега зависит от атмосферного давления? Ответ обосновать.
6. Как влияет влажность воздуха в лаборатории на точность измерения длины свободного пробега? Ответ обосновать приближенными расчетами.
7. Как влияет высота столба воды в приборе на величину измеряемой длины свободного пробега?
8. Как связаны коэффициент внутреннего трения и длина свободного пробега молекул воздуха? Сделайте соответствующий аналитический анализ.
9. Запишите закон Пуазейля. Почему длина свободного пробега зависит от длины капилляра?
10. Почему эффективный диаметр молекул газа не является константой, а зависит от температуры?
11. Если перед экзаменатором поставлена задача «смоделировать данный опыт», то какие величины нужно варьировать в первую очередь? Ответ обосновать.

12. Предложите и обоснуйте собственный способ измерения длины свободного пробега молекул газа.
13. Какие значения имеют, на ваш взгляд, длины свободного пробега электронов в металле, в пучке электронов?
14. Сравните значения свободного пробега кислорода, азота, водорода и ряда других газов. Какие выводы можно сделать из проведенного анализа?
15. Как выбрать оптимальное время проведения эксперимента? Ответ обосновать расчетами.
16. Как зависит величина длины свободного пробега молекул от скорости их движения?
17. В теоретическую формулу для определения длины свободного пробега входит концентрация молекул газа. Как это учитывается в опыте?
18. Почему концы капилляра в эксперименте находятся под разным давлением? Отчего зависит величина этого давления?
19. Изменится ли величина $\langle \lambda \rangle$ при замене воды более плотной жидкостью? Какие экспериментально измеренные значения будут изменяться при такой замене?
20. Определите коэффициент теплопроводности воздуха, используя данные, полученные в эксперименте.
21. Почему погрешность измерения радиуса капилляра должна быть наименьшей из погрешностей всех других величин?
22. В каком случае длина свободного пробега молекул воздуха будет определяться размерами лаборатории, в которой проводят опыт?
23. Как изменится длина свободного пробега, если газ станет реальным (ван-дер-ваальсовским газом)?
24. Как влияет точность и качество изготовления капилляра на точность измерений?

25. В каких явлениях переноса длина свободного пробега молекул газа играет важную роль? Какие из них могут быть применены для экспериментального определения $\langle \lambda \rangle$? Ответ обосновать.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ГАЗОВ ПРИ ПОМОЩИ ОСЦИЛЛЯТОРА ФЛАММЕРСФЕЛЬДА

Цель работы: изучение адиабатического процесса и экспериментальное определение показателя адиабаты для воздуха.

Приборы и принадлежности: газовый осциллятор Фламмерсфельда, микрометр, световой барьер со счетчиком, барометр, секундомер.

Теоретическое введение

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой. Можно с достаточным приближением рассматривать всякое быстрое изменение объема как процесс адиабатный и чем быстрее он происходит, тем ближе к адиабатному. Исследования показали, что распространение звука в газе можно с достаточной степенью приближения описывать адиабатическим процессом и выявлять их закономерности. Примером использования адиабатных процессов является, в частности, процесс сжижения газ при адиабатическом расширении. Нагревание газа при адиабатическом сжатии применяется в дизелях и т. д.

Запишем первое начало термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) применительно к адиабатному процессу. Так как теплообмен с окружающей средой отсутствует, то

$$dQ = 0, \quad (1)$$

$$\text{Следовательно,} \quad dA + dU = 0 \quad \text{или} \quad dA = -dU, \quad (2)$$

т.е. при адиабатном процессе работа совершается газом, только за счет изменения внутренней энергии.

Связь между давлением и объемом при адиабатном процессе определяется выражением:

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad (3)$$

где P – давление в системе; V – объем системы; γ – показатель адиабаты. Выражение (3) есть уравнение адиабатического процесса или уравнение Пуассона.

Показатель адиабаты (или коэффициент Пуассона) можно определить по формуле:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{(i+2)}{i} \quad (4)$$

здесь i – число степеней свободы молекулы.

Для одноатомных газов (Ne, He и др.) число степеней свободы $i = 3$, $\gamma = 1,67$. Для двухатомных газов (H_2 , N_2 , O_2 и др.) – $i = 5$ и $\gamma = 1,4$. При не очень низких и не очень высоких температурах значения γ большинство газов, вычисленные по формуле (4), хорошо подтверждаются экспериментом.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Метод измерения показателя адиабаты газов, используемый в данной работе, основан на измерении периода колебаний осциллятора в системе, где упругая возвращающая сила создается газом. Общий вид лабораторной установки представлен на рисунке 1.



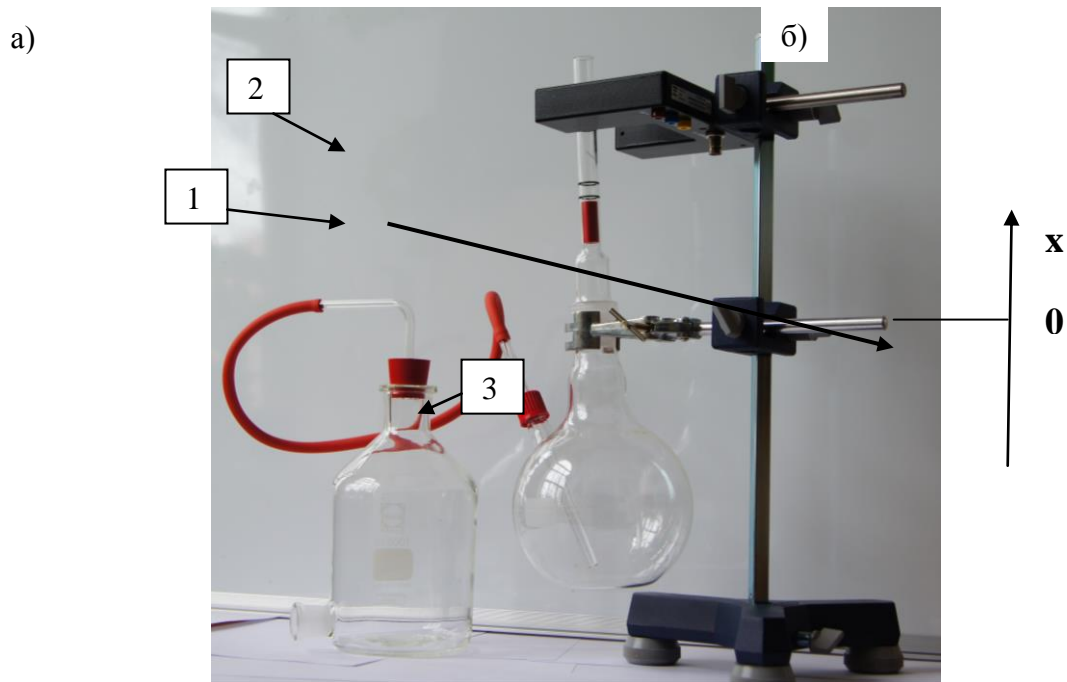


Рисунок 1. Экспериментальная установка для определения показателя адиабаты газов при помощи осциллятора Фламмерсфельда: а) общий вид установки; б) трубка с осциллятором

Пластиковый осциллятор 1 находится в вертикальной трубке 2 . Осциллятор плотно прилегает к стенкам трубки. Трубка соединена с сосудом 3 , заполненным воздухом. В состоянии равновесия сила тяжести осциллятора уравнивается давлением сжатого воздуха. При выведении осциллятора из состояния равновесия возникает возвращающая сила, которая определяется выражением: $S\Delta P$, где ΔP – изменение давления воздуха в сосуде 3 , вызванное смещением осциллятора, $S = \pi r^2$ – площадь сечения трубки. Для получения постоянных незатухающих колебаний газ, выходящий через зазоры между стеклянной трубкой и осциллятором, по трубке возвращается назад в систему. В центре трубки находится небольшое отверстие и осциллятор можно поместить под этим отверстием. Газ, поступающий назад в систему, вызывает избыточное давление, которое может поднять осциллятор вверх. После высвобождения

осциллятора давление нормализуется, осциллятор падает, и процесс повторяется снова.

Если осциллятор выходит из состояния равновесия, и проходит малое расстояние x , то давление p изменяется на Δp , и уравнение для возникающих при этом сил имеет вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \pi r^2 \Delta p \quad (5)$$

где m – масса осциллятора; r – радиус осциллятора.

Предполагая, что процессы сжатия и расширения газа в сосуде происходят адиабатически, то давление p и объем газа V связаны уравнением адиабаты:

$$p \cdot V^\gamma = const \quad (6)$$

После дифференцирования уравнения (6) получаем:

$$V^\gamma dp + p\gamma V^{\gamma-1} dV = 0 \quad (7)$$

или

$$\Delta p = \frac{p\gamma\Delta V}{V} \quad (8)$$

С учетом формулы (8) уравнение (5) запишется следующим образом:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \pi r^2 \frac{p\gamma\Delta V}{V} \quad (9)$$

Здесь p – давление газа, которое можно определить по формуле:

$$p = p_L + \frac{mg}{\pi r^2} \quad (6)$$

где g – ускорение свободного падения; p_L – внешнее атмосферное давление.

Объем газа V включает в себя как объем сосуда, так и объем трубки ниже осциллятора:

$$V = V_0 + \Delta V \quad (10)$$

Где V_0 – объем газа при равновесном положении осциллятора.

Изменение объема ΔV , обусловлено смещением осциллятора из равновесного положения, при котором его сила тяжести компенсируется силой давления сжатого газа. При этом

$$\Delta V = Sx = \pi r^2 x \quad (11)$$

С учетом выражений (5), (10) и (11) запишем уравнение колебания осциллятора:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\gamma \pi^2 r^4 p}{mV} x = 0 \quad (12)$$

Это уравнение гармонических колебаний, с циклической частотой ω и периодом гармонических колебаний T , соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma \pi^2 r^4 p}{mV}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (13)$$

Отсюда показатель адиабаты газа γ равен:

$$\gamma = \frac{4mV}{T^2 p r^4} \quad (14)$$

В расчетах, приведенных выше, считалось, что осциллятор перемещается в пределах длины трубки без трения. В действительности, благодаря наличию трения, колебания осциллятора будут затухать. Чтобы компенсировать потери энергии системы на трение в сосуд подкачивается газ, который поднимает осциллятор. Система, используемая в данной работе, является автоколебательной. Строго говоря, такие колебания

нельзя считать гармоническими. Однако, при малой величине трения осциллятора и малой величине изменения объема ΔV частота колебаний близка к частоте гармонических колебаний.

Задание

1. Проведите измерения, заполните таблицу.
2. Рассчитайте значения γ по формуле (14).
3. Сравните значения γ по формуле $\gamma = \frac{i+2}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы.
4. Найдите погрешность определения показателя адиабаты.
5. Сделайте выводы по работе.

Порядок выполнения работы

1. Включите установку. Выберите количество колебаний осциллятора $n = 300$, установив рабочий режим COUNT (Счет). При помощи редукционного клапана на цилиндре и клапана точной регулировки установите скорость потока газа так, чтобы осциллятор колебался симметрично щели. Для этого воспользуйтесь кольцами синего цвета. Повторите опыт не менее трех раз. Если центр колебаний находится выше щели, и колебания затухают при снижении давления газа, то это значит, что в установку попала пыль. Тогда стеклянную трубку следует промыть.
2. Вычислите период колебаний T осциллятора. $T = t / n$, где t – время колебаний, n – число колебаний.
3. Взвесьте осциллятор и определите массу m .
4. Измерьте микрометром диаметр $2r$ осциллятора. Вычислите среднее значение диаметра по результатам нескольких измерений различных положений.

5. Объем газа можно определить, вылив воду в градуированный цилиндр или путем взвешивания по окончании эксперимента: сначала взвесьте стеклянную колбу с пустой стеклянной трубкой, затем заполните её водой до щели, и снова взвесьте. Зная плотность воды (в зависимости от температуры), вычислите объем.

6. Данные опыта запишите в таблицу 1.

7. Определите внутреннее давление газа по формуле (6).

8. По формуле (14) вычислите показатель адиабаты воздуха. Сравните результаты с расчетами по формуле (4).

9. Найдите погрешность определения показателя адиабаты.

Таблица 1

№ опыта	Масса осциллятора m , кг	Диаметр $2r$ осциллятора, м	Объем газа V , м^3	Период колебаний T , с	Внутреннее давление газа p , $\text{кг/м}\cdot\text{с}^2$	γ
1						
2						
3						

Контрольные вопросы

1. Перечислите изопроцессы и запишите их уравнения.
2. Как изменятся температура и давление газа, если происходит: а) адиабатное расширение; б) адиабатное сжатие?
3. Изобразите изотермический и адиабатический процессы на диаграммах p - V .
4. Какой процесс называется адиабатическим? Приведите примеры адиабатных процессов.

5. В каких природных явлениях проявляется адиабатическое охлаждение?
6. Чему равна работа газа в адиабатическом процессе.
7. Поясните физический смысл показателя адиабаты. Как величина γ связана с числом степеней свободы идеального газа.
8. Назовите методы определения показателя адиабаты.
9. Проанализируйте возможные ошибки, возникающие при определении γ данным методом.
10. Почему величина γ одинакова для молярных, удельных и других теплоемкостей? Ответ обосновать аналитически.
11. Как зависит величина γ от температуры? Сделайте соответствующий литературный обзор.
12. Почему на практике сложно реализовать адиабатический процесс?
13. График адиабаты более крутой для одноатомного или двухатомного газа?
14. Что такое число степеней свободы молекулы?
15. Какова связь γ с числом степеней свободы молекул?
16. Приведите графики изопроцессов газов и среди них укажите адиабатический процесс.
17. Могут ли другие процессы, кроме газовых, быть адиабатическими?
18. Запишите уравнения колебаний поршня, находящегося в вертикальном цилиндре.
19. Поясните, каким образом трение осциллятора влияет на величину адиабаты, определяемой данным способом.
20. Проанализируйте возможные ошибки, возникающие при определении γ данным методом?
21. Предложите методы, позволяющие оптимизировать эксперимент, повысить воспроизводимость результатов.

22. Назовите экспериментальные методы определения показателя γ .
23. Выведите уравнение Пуассона.
24. Применение адиабатного процесса в технике и природе.
25. Почему при адиабатном расширении температура газа падает, а при сжатии возрастает?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ (ВЯЗКОСТИ) ВОДЫ МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ

Цель работы: изучение внутреннего трения жидкости и определение коэффициента внутреннего трения (коэффициента вязкости) воды методом Пуазейля.

Приборы и принадлежности: сосуд A с жидкостью (рис. 1), соединенный с капиллярной трубкой CD , сосуд E для сбора вытекающей

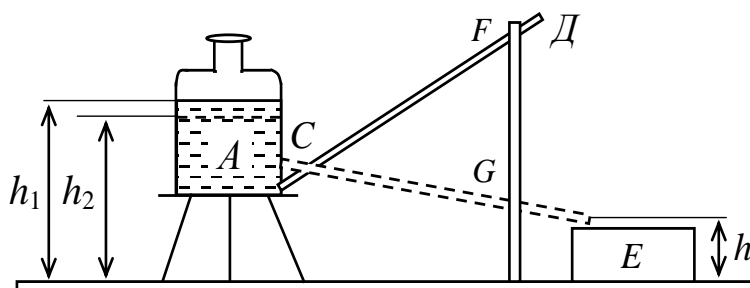


Рис. 1

жидкости, измерительная линейка, микроскоп с прозрачной градуировочной линейкой и срез капилляра для определения его радиуса.

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Явлением внутреннего трения (вязкости) называется появление сил трения между слоями газа или жидкости, движущимися относительно друг друга параллельно с разными по величине скоростями.

При слоистом (ламинарном) течении вязкой жидкости в трубе скорость движения жидкости возрастает от нулевого значения у стенки трубы до максимального значения на оси (рис. 2).

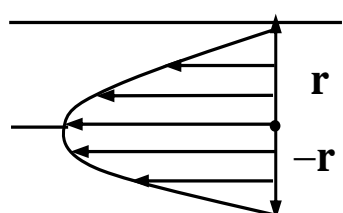


Рис. 2

Между слоями, движущимися с разными скоростями, действуют силы внутреннего трения: слой, движущийся быстрее, увлекает за собой

слой, движущийся медленнее, тот, в свою очередь, тормозит первый. Сила внутреннего трения направлена по касательной к слоям против движения потока и препятствует перемещению одной части потока относительно другой.

Опыт показывает, что сила внутреннего трения, отнесенная к единице площади поверхности слоя, пропорциональна модулю градиента скорости (dv/dr) в направлении, перпендикулярном рассматриваемому слою (рис. 2)

$$\frac{F}{S} = \eta \frac{dv}{dr} \quad (1)$$

где η – коэффициент внутреннего трения (динамический коэффициент вязкости); dv/dr – градиент скорости характеризует изменение течения на единицу длины вдоль радиуса потока.

Внутреннее трение газов, в основном, определяется тепловым движением молекул и увеличивается с ростом температуры. В газах расстояние между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил, поэтому внутреннее трение газов – следствие теплового движения молекул, в результате которого происходит постоянный обмен молекулами между движущимися друг относительно друга слоями газа. Это приводит к переносу импульса от слоя к слою, в результате чего медленные слои ускоряются, а более быстрые замедляются. Для разреженных газов понятие вязкости теряет смысл, т. к. в этом случае длина свободного пробега молекул сравнима с размерами сосуда.

В жидкостях, где расстояние между молекулами меньше, чем в газах, внутреннее трение обусловлено, в первую очередь, молекулярным взаимодействием и увеличивается с понижением температуры.

Коэффициент внутреннего трения численно равен силе внутреннего трения, действующей на единицу площади соприкасающихся слоев при градиенте скорости, равном единице

$$\eta = \frac{F}{S \cdot \frac{dV}{dr}} \quad (2)$$

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Метод измерения коэффициента внутреннего трения, предложенный в данной работе, основан на использовании закона Пуазейля (течения жидкости в трубе), выражающего формулой

$$V = \frac{\pi r^4 t \cdot \Delta p}{8l\eta}, \quad (3)$$

где V – объем жидкости, протекающий по капилляру за время t ; r – радиус капилляра; l – длина капилляра; η – коэффициент внутреннего трения; Δp – разность давлений на концах трубки, обуславливающая течение жидкости.

Из формулы Пуазейля коэффициент внутреннего трения выразится соотношением

$$\eta = \frac{\pi r^4 t \cdot \Delta p}{8Vl}, \quad (4)$$

в котором все величины доступны непосредственному измерению.

Падение давления Δp на концах капилляра будет равно гидростатическому давлению жидкости и определится по формуле

$$\Delta p = \rho g H, \quad (5)$$

$$H = \frac{h_1 + h_2}{2} - h, \quad (6)$$

где ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; H – средняя высота уровня жидкости в сосуде от поверхности слоя до и после истечения жидкости; h_1 , h_2 и h – высота относительно поверхности стола уровня жидкости в начале и в конце измерения и высота конца капилляра, из которого вытекает жидкость (рис. 1).

ЗАДАНИЕ

Проведите измерения всех величин, необходимых для расчета коэффициента внутреннего трения воды.

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Измерьте линейкой h_1 (рис. 1).
2. Быстро опустите капилляр CD с держателя F на G и в этот момент включите секундомер.
3. Измерьте h (рис. 1).
4. Когда объем жидкости в мерном стакане станет равным 50 мл, выключите секундомер и поднимите капилляр на держатель F . Время истечения жидкости запишите в табл. 3.
5. Измерьте h_2 .
6. Воду из мерного стакана слейте в сосуд A и повторите опыт еще 2 раза. **Примечание:** при отсутствии мерного стакана объем жидкости определите по формуле $V = \frac{m}{\rho}$, где $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Массу m воды из стакана определите взвешиванием). Результаты измерений запишите в табл. 3.
7. Выполните серию измерений радиуса капилляра с помощью микроскопа.
8. Рассчитайте по формуле (4) с использованием формул (5) и (6) коэффициент внутреннего трения η воды.
9. Оцените погрешность, с которой определяется коэффициент внутреннего трения в данном эксперименте.

Приложение: Измерение радиуса капилляра с помощью микроскопа с окулярной шкалой.

Прежде чем производить измерения радиуса капилляра, определите цену деления окулярной шкалы микроскопа в миллиметрах. Для этого на предметный столик микроскопа поместите эталон – прозрачную пластинку, на которой нанесены штрихи на расстоянии 1 мм друг от друга. Получив резкое изображение, поверните окулярную шкалу так, чтобы штрихи были параллельны делениям окулярной шкалы.

Определите число делений ΔN , приходящихся на $\Delta l = 1$ мм, записывая значения N_1 и N_2 , которые отмечайте по левым (ΔN_1 , ΔN_2) или по правым (ΔN_3) сторонам ближайших штрихов эталона (рис. 3). По среднему арифметическому из 3 измерений (a , b , c) рассчитайте цену деления C окулярной шкалы в миллиметрах.

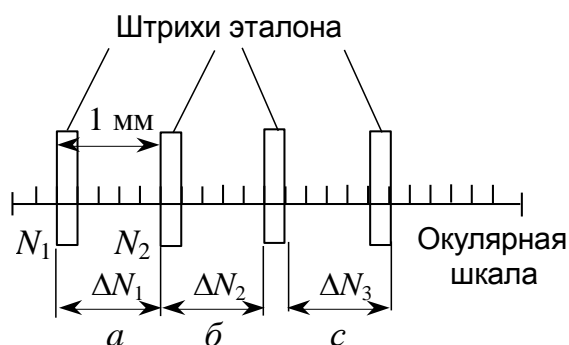


Рис. 3

$$C = \frac{\Delta l}{|N_1 - N_2|_{\text{cp}}} = \frac{1}{\Delta N_{\text{cp}}}, \text{ мм.}$$

Затем на предметный столик поместите пробку со срезом капилляра и добейтесь резкого изображения. Измерьте диаметр d капилляра $\Delta N'$ в делениях шкалы, взяв отсчет по шкале слева N_1' и справа N_2' (рис. 4). Для уменьшения погрешности измерения диаметра выполните 3 измерения, поворачивая капилляр (или окулярную шкалу) каждый раз на 120° . Заполните табл. 2. Рассчитайте диаметр капилляра в миллиметрах и радиус капилляра r в метрах.

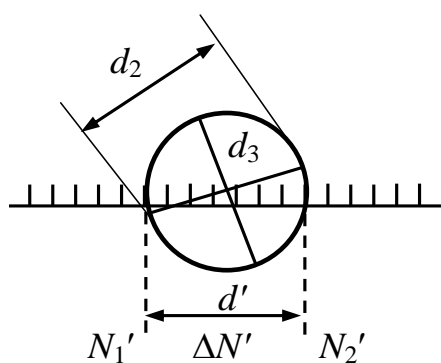


Рис. 4

$$d = C |N_2' - N_1'|, \text{ мм.}$$

Таблица 1

№ п/п	Деления шкалы		$ N_2 - N_1 $	$ N_2 - N_1 _{\text{ср}}$	Δl	C
	слева N_1	справа N_2	дел	дел	мм	мм/дел
1						
2						
3						

Таблица 2

№ п/п	Деления шкалы		$ N_2' - N_1' $	$ N_2' - N_1' _{\text{ср}}$	$d = C N_2' - N_1' _{\text{ср}}$	r
	слева N_1'	справа N_2'	дел	дел	мм	м
1						
2						
3						

Таблица 3

№ п/п	h_1	h_2	h	H	V	t	l	r	ρ	g	η
	м	м	м	м	м ³	с	м	м	кг/м ³	м/с ²	Н·с/м ²
Средн. знач.									10^3	9,8	

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Почему вязкость обусловлена явлением переноса импульса? Ответ обосновать.

2. Какое движение называется ламинарным?
3. В чем состоит основное различие между вязкостью газа и вязкостью жидкости?
4. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
5. Почему для разреженных газов понятие вязкости теряет смысл?
6. Вязкость каких жидкостей можно определять предложенным методом?
7. Какие из методов определения вязкости жидкости имеют наибольшую точность и почему?
8. Как коэффициент вязкости жидкости зависит от размеров капилляра?
9. В формуле для определения величины коэффициента вязкости жидкости η записана длина капилляра l . Как зависит η от длины капилляра?
10. Какое значение имеет величина H – средняя высота уровней жидкости? В каких пределах можно варьировать ее величину?
11. Чем обусловлена разность давлений Δp на концах капилляра?
12. Каким образом можно изменять давление Δp на концах капилляра?
13. Можно ли заменить капилляр металлической трубкой прямоугольного сечения?
14. Сравните коэффициенты внутреннего трения ряда жидкостей. Проведите анализ их величин и сделайте выводы о точности измерения.
15. Как влияет скорость истечения жидкости через капилляры на точность измерения η ? Ответ обосновать.
16. Как влияет трение между материалом стенки капилляра и свойствами жидкости на величину η ?

17. Как зависит коэффициент внутреннего трения жидкости от температуры? Можно ли определить влияние температуры на данной лабораторной установке?
18. Почему погрешность определения радиуса капилляра должна быть наименьшей из погрешностей всех других величин, измеряемых в работе?
19. Как изменится коэффициент внутреннего трения воды, в которую добавили частицы минеральных солей, например NaCl?
20. Как изменится коэффициент внутреннего трения, если в воду добавить хорошо смешиваемую с ней жидкость?
21. Где в технике используются значения коэффициентов вязкости жидкости?
22. Почему в расчетной формуле для η отсутствует параметр температуры жидкости?
23. Какие величины в законе Пуазейля являются взаимосвязанными?
24. Если Вам предложат создать виртуальную модель метода определения η , то какие анимации Вы используете?
25. Как влияет явление поверхностного натяжения, свойственное жидкостям, на точность измерения коэффициента η ? Ответ обосновать.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ

Цель работы: определение значений теплоемкости для алюминия, железа и меди. Проверка справедливости закона Дюлонга-Пти.

Приборы и принадлежности: Калориметр (500 мл), металлические тела (алюминий, латунь, железо), стальной резервуар, барометр, ртутный термометр, секундомер, весы, стеклянные мерные колбы, стеклянные шарики, нагревательная плитка

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Понятие теплоемкости

Теплоемкостью тела C называют отношение количества сообщаемой ему теплоты к соответствующему изменению температуры тела:

(1)

Теплоемкость, отнесенная к единице массы вещества, называется удельной теплоемкостью.

$$c = \frac{dQ}{m dT} \quad (2)$$

Теплоемкость, отнесенная к одному молю вещества, называется молярной теплоемкостью.

$$C = \frac{dQ}{\nu dT} \quad (3)$$

Между удельной и молярной теплоемкостями одного и того же вещества существует соотношение

$$C = cM, \quad (4)$$

где M – молярная масса вещества.

Величина теплоемкости зависит от условий, при которых происходит нагревание тела. Различают теплоемкость при постоянном объеме C_V и теплоемкость при постоянном давлении C_P . При нагревании тела при постоянном объеме все тепло идет на приращение его внутренней энергии, тогда как при нагревании при постоянном давлении часть тепла идет ещё и на совершение работы расширения тела. Таким образом, C_P всегда больше C_V и связаны они друг с другом формулой Майера:

$$C_P = C_V + R \quad (5)$$

Но эта формула справедлива лишь для газов. В случае твердых тел изменение объема является настолько маленьким, что можно считать

$$C_P \approx C_V \quad (6)$$

Классическая модель теплоемкости твердых тел

Твердое тело рассматривается как система колеблющихся частиц (узлов кристаллической решётки) в трех взаимно перпендикулярных направлениях. При подводе тепла к телу, оно расходуется на увеличение энергии колебаний частиц. Каждая частица в кристалле обладает тремя колебательными степенями свободы. На каждую степень свободы приходится энергия kT ($kT/2$ в виде кинетической энергии и $kT/2$ в виде потенциальной энергии). Таким образом, на каждую частицу приходится в среднем энергия $3kT$. Энергия одного моля вещества равна:

$$U = N_A 3kT = 3RT \quad (7)$$

Отсюда молярная теплоемкость

$$C = 3R \quad (8)$$

Т.е., теплоемкость моля тел в кристаллическом состоянии одинакова и равна $3R$. Это утверждение является **законом Дюлонга и Пти**. Этот закон хорошо выполняется при высоких температурах, у большинства тел уже

при комнатной температуре. При низких температурах теплоемкость тел убывает по закону

$$C \propto T^3 \quad (9)$$

Зависимость показана на рис. 1.

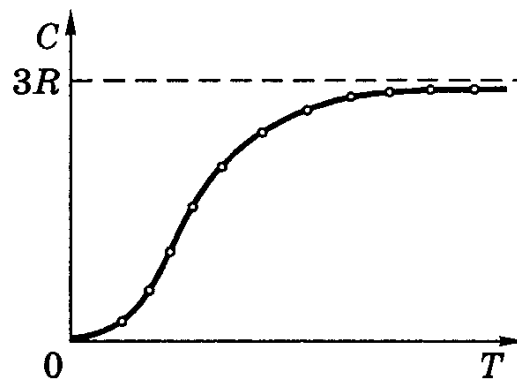


Рис. 1.

Модель Эйнштейна

Трудности, на которые натолкнулась классическая теория в вопросе о теплоемкости твердых тел, устранила квантовая теория. Эта теория была разработана Эйнштейном. В этой модели кристалл рассматривается как система, состоящая из N атомов, каждый из которых является квантовым гармоническим осциллятором. При этом предполагается, что атомы колеблются с одинаковой частотой и независимо друг от друга.

Энергия, приходящаяся на одну степень свобода атома равна:

$$\varepsilon = h\nu n, \quad (10)$$

где ν – частота колебаний атома, h – постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·сек, n – любое целое число.

Число осцилляторов с различной энергией определяется [распределением Больцмана](#).

$$N = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right), \quad (11)$$

где A – нормировочный коэффициент.

Исходя из этого, можно определить среднее значение энергии частицы.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (12)$$

$\frac{h\nu}{2}$ – *нулевая энергия осциллятора*. Она не зависит от температуры и не имеет отношения к тепловому движению. Поэтому ей можно пренебречь и тогда внутренняя энергия одного моля будет равна:

$$U = 3N_A \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \quad (13)$$

На основании (8) и (13) молярная теплоёмкость кристаллической решетки равна:

$$C = \frac{dU}{dT} = 3N_A k \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 e^{kT}}{\left(e^{kT} - 1\right)^2} \quad (14)$$

Это выражение называется формулой Эйнштейна.

При больших температурах она переходит в закон Дюлонга и Пти, а при $T \rightarrow 0$ и теплоёмкость стремится к нулю, в полном соответствии с опытом.

Температурная зависимость теплоёмкости, вычисленная из теории Эйнштейна, в целом близка к экспериментально наблюдаемой, и только при низких температурах появляются незначительные расхождения между теорией и опытом. Эти расхождения объясняются произвольностью допущения, что все колебания молекул твёрдого тела совершаются с одинаковой частотой ν .

Модель Дебая

Дебай, сохранив основную идею Эйнштейна, существенно усовершенствовал теорию теплоемкости. В модели Дебая кристаллическая решетка рассматривается как связанная система взаимодействующих атомов. Колебания такой системы являются результатом наложения многих гармонических колебаний с различными частотами. Под гармоническим осциллятором той или иной частоты теперь надо понимать колебания не отдельного атома, а всей системы в целом. То есть в твёрдом теле существует целый набор частот колебаний, называемым спектром. Колебания в данном случае являются упругими колебаниями, ответственными за распространение звука в твёрдом теле, а скорость звука v в этой среде равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность твердого тела.

Задача сводится к нахождению спектра частот этих осцилляторов. Это достаточно сложно. Дебай упростил задачу. Он обратил внимание на то, что при низких температурах основной вклад в теплоемкость вносят колебания (осцилляторы) низких частот, которым соответствуют малые кванты энергии $h\nu$. Практически только такие колебания и возбуждены при низких температурах.

В квантовой теории энергию звуковых колебаний $h\nu$ рассматривают как особые частицы (квазичастицы) фононы. Число возможных частот колебаний бесконечно велико. Число же атомов в твёрдом теле хотя и очень велико, но конечно (порядка 10^{22} в 1 см^3). Поэтому необходимо принять, как это сделал Дебай, что в твёрдом теле спектр колебаний ограничен некоторой максимальной частотой ν_m . Из теории Дебая следует, что, начиная с некоторой температуры Θ , которую называют характеристической температурой Дебая или температурой Дебая,

теплоёмкость начинает быстро убывать с понижением температуры. Это та температура, при которой энергия тепловых движений $k\Theta$ становится равной максимальной энергии осцилляторов:

$$k\Theta = \hbar\nu_m.$$

отсюда можно определить *температуру Дебая*

$$\Theta = \frac{\hbar\nu_m}{k} \quad (16)$$

При температурах значительно меньших Θ , теплоёмкость убывает пропорционально третьей степени температуры (закон T^3), при температурах больших Θ теплоёмкость стремится к значению $3R$, что соответствует опытным данным.

Температура Дебая Θ может считаться границей между высокими и низкими температурами, причем не только для теплоёмкости. Эта граница для каждого твердого тела определяет область температур, где становится существенным квантование энергии.

С точки зрения квантовой теории теплоёмкости тот факт, что некоторые вещества (алмаз, кремний, бор и др.) не подчиняются закону Дюлонга и Пти даже при комнатных температурах, объясняется именно тем, что у этих веществ характеристическая температура Дебая настолько высока, что комнатная температура должна считаться низкой. Например, в случае алмаза характеристическая температура оказывается равной 2000°C .

Измерение теплоёмкости и её температурного хода играют большую роль в исследовании твёрдых тел. Это связано с тем, что теплоёмкость непосредственно определяется колебаниями атомов в кристаллической решётке. Характер этих колебаний должен зависеть от структуры решётки, от её симметрии, и т.д. Из-за этого во многих случаях превращения, которые могут происходить в веществе, сопровождаются различными аномалиями теплоёмкости.

В частности, фазовые переходы второго рода, при которых скрытая теплота перехода не выделяется (и не поглощается), сопровождаются скачком теплоёмкости, разрывом в её монотонном изменении с температурой. Исследуя температурный ход теплоёмкости, можно обнаружить такие превращения.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ

Из определения теплоемкости следует, что для её определения нужно подвести к исследуемому образцу точно измеренное количество теплоты и измерить последовавшее за этим изменение температуры, обусловленное изменением внутренней энергии тела (процесс теплообмена). В данном случае можно записать уравнение теплового баланса:

$$\sum Q_o = \sum Q_n \quad (17)$$

Т.е., суммарное количество теплоты Q_o , отданное при теплообмене всеми охлаждаемыми телами замкнутой системы, равно сумме количеств теплоты, полученных всеми нагревающимися телами Q_n .

Для исследования тепловых процессов применяются калориметры. В работе используется простейший калориметр, состоящий из двух металлических сосудов, вставленных один в другой и разделенных воздушным промежутком. Внутренние стороны сосудов зеркальные. Таким образом, потери внутренней энергии сводятся к минимуму.

Предварительно нагретые в кипящей воде металлические образцы помещаются в калориметр, наполненный водой известной температуры. В процессе теплообмена калориметр и вода, находящаяся в нем получают теплоту, а металлические образцы ее отдают. Спустя некоторое время устанавливается тепловое равновесие. Изменения температуры воды в калориметре с течением времени фиксируются, и по полученным

результатам строится график зависимости (рис. 2), по которому определяется конечная температура.

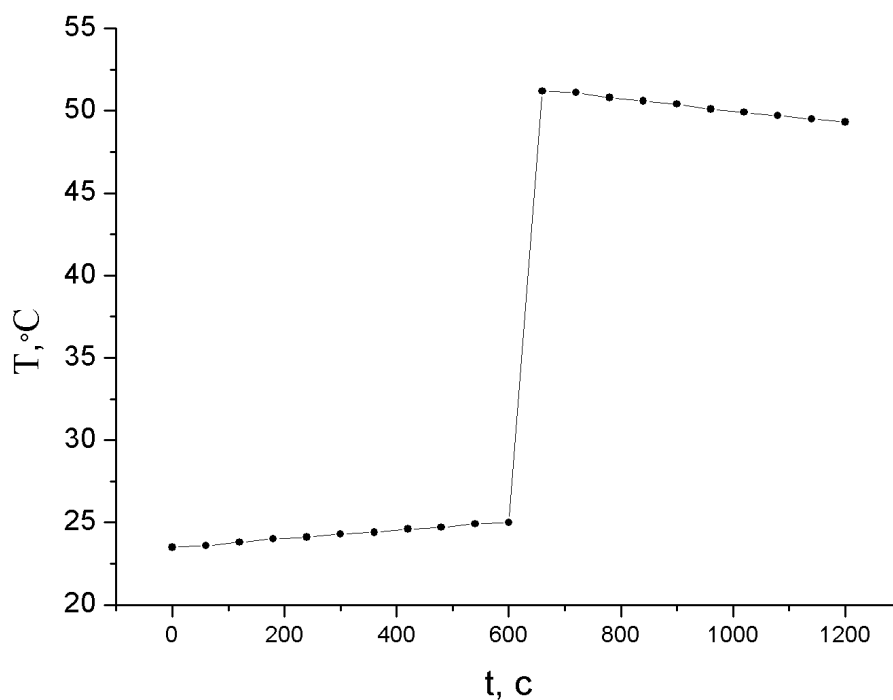


Рис.2. Примерный вид зависимости температуры воды в калориметре от времени.

Используя уравнения (2) и (20) легко получить выражение для расчета значения удельной теплоемкости исследуемого металла:

$$, \tag{18}$$

где C – теплоемкость калориметра, равная 66 Дж/К;

c_1 – удельная теплоемкость воды, приблизительно равная значению 4,2 кДж/ (кг·К);

m_1 – масса воды в калориметре;

m_2 – масса металлических образцов;

T_1 – температура воды до погружения металлического образца;

T_2 – температура воды, в которой находились металлические образцы до погружения в калориметр;

$T_{тр}$ – температура воды в калориметре после установления теплового равновесия.

Таблица 1. Зависимость температуры кипения воды от давления

$P, \text{кПа}$	$t_k, ^\circ\text{C}$	$P, \text{кПа}$	$t_k, ^\circ\text{C}$	$P, \text{кПа}$	$t_k, ^\circ\text{C}$
0,981	6,698	78,45	92,99	588,4	158,08
1,961	17,20	88,26	96,18	686,5	164,17
3,923	28,64	98,07	99,09	784,5	169,61
9,807	45,45	101,3	100,00	882,6	174,53
19,61	59,67	147,1	110,79	980,7	179,04
29,42	68,68	196,1	119,62	1961	211,38
39,23	75,42	245,2	126,79	2452	222,90
49,03	80,86	294,2	132,88	4903	262,70
58,84	85,45	392,3	142,92	9807	309,53
68,65	89,45	490,3	151,11		

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представлена на рис. 3. Установка состоит из калориметра 1, погружаемого в него ртутного термометра 2, нагревательной плитки 3, стального резервуара с водой 4, весов 5 и непосредственно металлических тел 6, теплоемкости которых необходимо измерить.

На дно стального резервуара помещается слой стеклянных шариков, чтобы при нагревании металлические тела не соприкасались с дном

резервуара. Также для выполнения измерений понадобятся мерный стакан и секундомер.



Рис.3. Схема установки для проведения измерений по определению удельной теплоемкости металлов

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Взвесьте металлические тела и запишите полученные значения их масс (m_2) в таблицу 2.

Таблица 2

	m_2	P	T_2	V_6	m_1	T_1	T_{mp}
Алюминий							
Латунь							
Сталь							

2. На дно стального резервуара насыпьте слой стеклянных шариков, толщиной 1–2см и заполните его водой, примерно на две трети. Поставьте резервуар на нагревательную плитку и доведите воду до кипения.

3. С помощью барометра определите атмосферное давление и с помощью таблицы 1 определите температуру кипения воды (T_2), данные занесите в таблицу 2.

4. Заполните калориметр холодной водой известного объема (200-300 мл). Рассчитайте массу воды в калориметре (m_1), данные занесите в таблицу 2.

5. В кипящую воду на 10 мин. погрузите одно из металлических тел.

6. В калориметр погрузите термометр, и проведите измерения температуры через каждые 20-30 секунд в течение 2-3 мин. Данные занесите в таблицу 3.

Таблица 3

Алюминий	t, c										
	$T, ^\circ C$										
Латунь	t, c										
	$T, ^\circ C$										
Сталь	t, c										
	$T, ^\circ C$										

7. Осторожно выньте металлическое тело из резервуара с кипящей водой, быстро просушите и поместите его в калориметр. Продолжайте проводить измерения температуры воды в калориметре через каждые 20-30 секунд, до тех пор, пока температура не перестанет меняться (до установления теплового равновесия), тщательно перемешивая воду в калориметре. Данные продолжайте заносить в таблицу 3.

8. Пункты 4-7 повторите с двумя другими металлическими телами.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По данным таблицы 3 постройте графики зависимости температуры воды в калориметре от времени для каждого металла. Из графиков определите температуру воды до погружения в неё металлического тела (T_1) и температуру после установления теплового равновесия (T_{mp}) для каждого из трех случаев. Данные занесите в таблицу 2.

2. По данным таблицы 1, используя формулы (18) вычислить значения удельной теплоемкостей для каждого металла. Используя формулу (4) вычислить значения молярной теплоемкости алюминия и латуни.

3. Сравните полученные значения теплоемкостей для алюминия, железа и латуни с табличными значениями. Используя табличные значения, определите относительную погрешность измерений теплоемкостей исследованных металлов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое теплоемкость тела? Удельная и молярная теплоемкости, как они связаны между собой?
2. Как связаны между собой молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме.
3. В каких случаях формула Майера не справедлива.
4. Приведите основные положения классической теории теплоемкости твердых тел?
5. Выведите формулу для расчета молярной теплоемкости твердого тела при постоянном объеме.
6. В чем главное отличие теплоемкости жидких и твердых тел от теплоемкости газов?

7. Сформулируйте закон Дюлонга и Пти?
8. В чем заключаются трудности классической теории теплоемкости твердых тел?
9. Сформулируйте основные предпосылки теории Эйнштейна для теплоемкости твердых тел?
10. Выведите формулу Эйнштейна для определения молярной теплоемкости твердых тел.
11. Какие недостатки присутствуют в модели Эйнштейна для теплоемкости твердых тел?
12. В чем заключаются основные идеи теории теплоемкости Дебая?
13. Какая температура называется характеристической температурой Дебая?
14. Объясните причину отклонений от закона Дюлонга и Пти для некоторых веществ, таких как алмаз или бор?
15. Какие температуры относят к высоким, а какие к низким при исследовании теплоемкости твердых тел?
16. Как изменяется удельная теплоемкость металлов с повышением температуры?
17. Выведите рабочую формулу (18) для определения удельной теплоемкости металлов.
18. Объясните, почему в опыте необходимо исключить соприкосновение при нагревании металлических образцов с дном резервуара?
19. Погрешность измерений каких параметров вносит наибольший вклад в точность определения удельной теплоемкости предложенным способом.
20. Из какого металла целесообразнее изготавливать радиаторы?
21. Какова роль в природе большой удельной теплоемкости воды?
22. Какое количество теплоты необходимо передать, чтобы повысить температуру медной детали массой 2 кг на 3°C ?

23. Почему нельзя вскипятить ведро воды на спиртовке?

24. Алюминиевую и серебряную ложки одинаковой массы и температуры опустили в кипяток. Равное ли количество теплоты получают они от воды?

25. На что больше расходуется энергии: на нагревание чугунного горшка или воды, налитой в него, если их массы одинаковы?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗОВ (C_p/C_v) СПОСОБОМ ДЕЗОРМА И КЛЕМАНА

Цель работы: определить отношение теплоемкостей (C_p/C_v) для воздуха.

Приборы и принадлежности: стеклянные баллоны, U-образный водяной манометр, ручной насос.

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Теплоемкостью называется количество теплоты, которое необходимо сообщить телу для изменения его температуры на 1 К.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (1)$$

Теплоемкость, отнесенная к единице массы вещества, называется удельной теплоемкостью, а отнесенная к единице количества вещества – молярной или мольной теплоемкостью.

Газ, получая (или отдавая) некоторое количество теплоты, изменяет свой объем и совершает работу, а также изменяет свою внутреннюю энергию.

По первому началу термодинамики

$$dQ = dU + dA, \quad (2)$$

где dQ – теплота, переданная газу; dU – изменение внутренней энергии газа; dA – работа, совершаемая газом.

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема, определяется

$$dA = pdV, \quad (3)$$

где p – давление газа; dV – изменение объема.

Теплоемкость газа найдем, используя уравнения (1) и (2).

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT}, \quad (4)$$

или

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{pdV}{dT}. \quad (4, a)$$

Так как давление p зависит от объема V по-разному в зависимости от процесса, то теплоемкость газа для различных процессов будет неодинакова.

При изохорном процессе $V = \text{const}$, $dV = 0$, следовательно $dA = 0$, а поэтому теплоемкость 1 моля газа,

$$C_V = \frac{dU}{dT}. \quad (5)$$

При изобарном процессе остается неизменным давление газа, т. е. $p = \text{const}$. Величину pdV найдем, используя уравнение Клапейрона-Менделеева для одного моля газа ($\nu = 1$)

$$pV = RT. \quad (6)$$

Продифференцируем уравнение (6) для случая $p = \text{const}$

$$pdV = RdT. \quad (7)$$

Таким образом, с учетом (7), молярная теплоемкость газа при постоянном давлении определяется из уравнения (4, а)

$$C_p = \frac{dU}{dT} + \frac{RdT}{dT} = C_V + R, \quad (8)$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Из уравнения (8) видно, что всегда молярная теплоемкость $C_p > C_V$. Непосредственное определение теплоемкостей довольно затруднительно, особенно C_V . Однако во многих задачах определяют отношение теплоемкости при постоянном давлении (C_p) к теплоемкости при постоянном объеме (C_V)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}. \quad (9)$$

Если идеальный газ состоит из атомных частиц, обладающих i степенями свободы, то внутренняя энергия одного моля идеального газа будет равна

$$U = \frac{i}{2} RT,$$

где i – число степеней свободы частицы (атома или молекулы).

В этом случае имеем

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R.$$

Следовательно, отношение

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}, \quad (10)$$

называемое показателем адиабаты, однозначно определяет обе молярные теплоемкости

Для одноатомных молекул $i = 3$, для двухатомных с вращательной степенью свободы $i = 5$, для двухатомных с вращательной и колебательной степенями свободы $i = 7$, и т. д.

Поэтому для сопоставления теории с опытом достаточно сравнивать экспериментальные и теоретические значения γ . Например, для одноатомного газа, согласно теории, $i = 3$ и $\gamma = 5/3 = 1,67$, для 2-х атомного газа при комнатной температуре $i = 5$ и $\gamma = 7/5 = 1,4$.

Величина этого отношения одинакова как для молярных, так и для удельных теплоемкостей, так как

$$C_p = c_p M \text{ и } C_V = c_V M,$$

где C_p и C_V – молярные теплоемкости, а c_p и c_V – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме, соответственно, M – молярная масса газа.

Отношение удельных теплоемкостей газов играет очень большую роль при адиабатических процессах и при процессах, близких к ним.

Величиной γ определяется, например, скорость распространения звука в газах, от нее зависит течение газов по трубам со звуковыми скоростями и достижения сверхзвуковых скоростей в расширяющихся трубах.

Адиабатический процесс – это процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Можно с достаточным приближением рассматривать всякое быстрое изменение объема как процесс адиабатический, и чем быстрее он происходит, тем ближе к адиабатическому.

Применим первое начало термодинамики к адиабатическому процессу

$$dQ = 0, dA + dU = 0 \text{ или } dA = -dU,$$

т. е. при адиабатическом процессе работа совершается газом, только за счет уменьшения его внутренней энергии.

Используя уравнения (5), (7), (8) и (9), можно получить связь между давлением и объемом при адиабатическом процессе

$$pV^\gamma = \text{const, (уравнение Пуассона),}$$

где $\gamma = C_p/C_V$ – показатель адиабаты.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Стеклянный баллон B (рис. 1) соединен с открытым манометром M и через осушитель O и баллон C с насосом H . Баллон C и осушитель O служат для осушения воздуха. Если исключить пары воды, то воздух можно рассматривать как двухатомный газ.

Насосом H (при открытых кранах A и $Д$) закачивают воздух до тех пор, пока разность уровней жидкости в коленях манометра M не станет равной $h = 20 - 30$ см; так как в баллоне B воздух осушенный, а в баллоне C неосушенный, то желательно исключить влияние газа в баллоне C на процессы, происходящие с газом в баллоне B . Для этого после закачивания

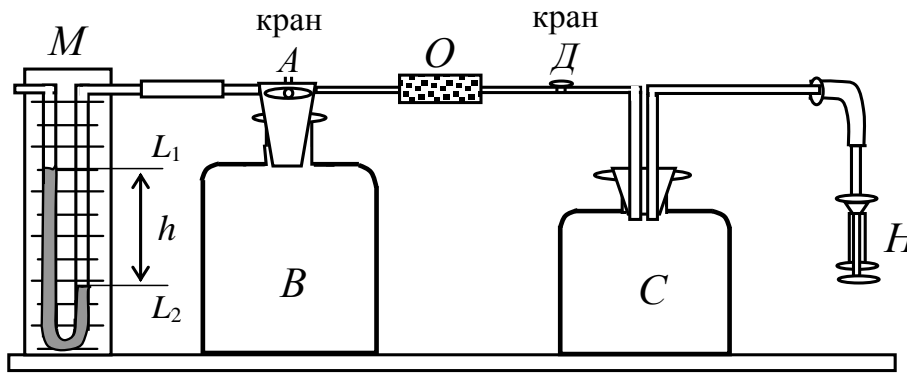


Рис. 1

воздуха кран $Д$ закрывают.

При накачивании воздуха температура его в баллоне B увеличивается за счет работы внешних сил, приложенных к поршню насоса. При истечении 3 – 4 мин температура воздуха в баллоне за счет теплообмена с окружающей средой станет равной температуре окружающей среды. Уровень жидкости в коленях манометра перестанет изменяться, и установится разность уровней $h_1 = L_1 - L_2$.

Полученное состояние газа в баллоне B характеризуется следующими основными параметрами: p_1 – давление в баллоне; T_1 – температура окружающего воздуха; V_1 – объем газа (состояние 1 на рис. 2).

Затем нужно быстро открыть кран A , на некоторое время соединив баллон B с окружающим воздухом, и

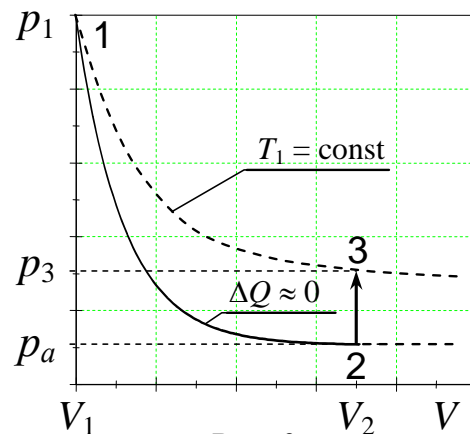


Рис. 2

после того как давление в баллоне B станет равным атмосферному давлению, кран A закрыть.

При достаточном сечении выпускного отверстия процесс расширения газа происходит достаточно быстро, и его можно приблизительно считать адиабатическим ($\Delta Q \approx 0$).

Полученное при этом состояние газа в баллоне B характеризуется параметрами: p_a – атмосферное давление; T_2 – температура газа; V_2 – объем газа (состояние 2 на рис. 2). Жидкость в коленах манометра в этом случае находится на одном уровне ($h = 0$).

Из-за совершения работы газом против внешнего давления температура его уменьшается $T_2 < T_1$. Через 3 – 4 мин после закрытия крана A воздух в баллоне B нагреется изохорически до комнатной температуры T_1 , давление повысится до величины p_3 (состояние 3 на рис. 2). При этом появится разность уровней h_2 жидкости в коленах манометра.

Состояния 1 и 2 принадлежат к одной и той же адиабате и связаны между собой уравнением Пуассона, т. е. следующим соотношением:

$$p_1 V_1^\gamma = p_a V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_a}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma. \quad (11)$$

Состояние же 1 и 3 принадлежат к одной и той же изотерме ($T_1 = \text{const}$), поэтому они связаны законом Бойля – Мариотта

$$p_1 V_1 = p_3 V_2 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}. \quad (12)$$

Из уравнений (11) и (12) определим

$$\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^\gamma = \frac{p_a}{p_1}. \quad (13)$$

Чтобы найти γ , необходимо прологарифмировать выражение (13)

$$\gamma = \frac{\ln p_a - \ln p_1}{\ln p_3 - \ln p_1}. \quad (14)$$

Так как давления p_1 и p_a отличаются на очень малую величину, то разность логарифмов можно заменить разностью давлений

$$\gamma = \frac{p_1 - p_a}{p_1 - p_3}. \quad (15)$$

Таким образом, для определения γ необходимо определить давления в трех состояниях: p_1 , p_a , p_3 . В условиях данного опыта p_a равно атмосферному давлению, когда разность уровней h жидкости в коленах манометра равна нулю.

Давление воздуха в баллоне в начальном состоянии 1 равно

$$p_1 = p_a + \rho g h_1,$$

где p_a – атмосферное давление; ρ – плотность жидкости в манометре; g – ускорение свободного падения; h_1 – разность уровней жидкости в манометре при измерении давления p_1 после того, как температура в баллоне станет равной температуре окружающей среды (см. рис.2).

Давление в баллоне в конечном состоянии

$$p_3 = p_a + \rho g h_2,$$

где h_2 – разность уровней жидкости в манометре при измерении давления p_3 . Подставив p_1 и p_3 в уравнение (15), получим

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

Так как значение h_2 зависит от величины h_1 , то формулу для γ удобно записать в виде

$$\gamma = \frac{1}{1 - h_2/h_1}. \quad (16)$$

По формуле (16) можно вычислить γ , предварительно определив h_1 и h_2 . При этом величина h_2 должна быть измерена в момент установления атмосферного давления в баллоне и окончания адиабатического расширения газа (момент 2, рис. 2).

Покажем, что закрытие крана A в любой момент времени τ приводит к существенной систематической погрешности в определении γ по данной методике. Это обусловлено в основном тем, что у сосуда B (см. рис. 1) нет тепловой изоляции, т. е. процесс 1 – 2 на самом деле не строго адиабатический ($\Delta Q \neq 0$).

Действительно, если кран A закрыть до завершения процесса 1 – 2, когда давление в баллоне снизится до некоторой величины $p_{a\tau}$, но еще не достигнет атмосферного давления p_a (см. рис. 2), то соответствующая разность $h_{2\tau}$, измеренная после осуществления процесса адиабатического расширения и последующего изохорного нагревания, определяется

бóльшей разностью ординат, что приведет к завышению величины γ по сравнению с ее действительным значением (т. е. $h_{2\tau} > h_2$).

Если кран A закрыть спустя некоторое время после завершения процесса 1 – 2, то за это время температура в баллоне несколько повысится за счет теплообмена с внешней средой (сосуд B не теплоизолирован). В результате этого разность давлений (см. рис. 2), а следовательно, и разность $h_{2\tau}$, окажется заниженной, что приведет к уменьшению величины γ по сравнению с ее действительным значением (т. е. $h_{2\tau} < h_2$).

Строго адиабатным можно считать только «мгновенный» процесс. Следовательно, истинному значению величины h_2 должно соответствовать открывание крана A на время $\tau \rightarrow 0$, что экспериментально невозможно и истинное значение h_2 приходится определять косвенным путем.

Рассмотрим подробно последовательность действий, которые позволяют определить истинное значение $\frac{h_2}{h_1}$ на данной установке.

Для этого измеряют величину $h_{2\tau}/h_{1\tau}$ для различных значений τ (например, для $\tau = 2, 4, 6, 8$ и 10 с), т.е. определяют зависимость $\frac{h_{2\tau}(\tau)}{h_{1\tau}(\tau)}$.

В данной работе зависимость $\frac{h_{2\tau}(\tau)}{h_{1\tau}(\tau)}$ – нелинейная функция.

Известно, что любой нелинейный процесс (любую нелинейную непрерывную функцию) с достаточной степенью точности можно аппроксимировать экспонентой, то есть можно записать

$$\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} = \frac{h_2}{h_1} e^{-k\tau}. \quad (17)$$

Прологарифмируем выражение (17):

$$\ln \frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} = \ln \frac{h_2}{h_1} - k\tau, \quad (18)$$

где k – некоторая константа, а $\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} \rightarrow \frac{h_2}{h_1}$ при $\tau \rightarrow 0$.

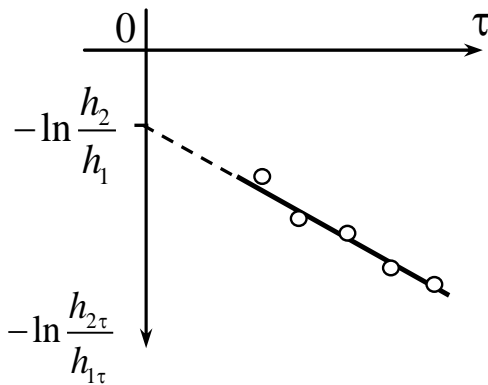


Рис. 3

Из (18) следует, что зависимость $\ln \frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} = f(\tau)$ – линейная функция. Это позволяет достаточно точно определить $\ln \frac{h_2}{h_1}$ при $\tau \rightarrow 0$, используя метод экстраполяции.

Из рис. 3 видно, что график зависимости $\ln \frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} = f(\tau)$ есть прямая

линия, поэтому продление (экстраполяция) данной прямой до пересечения с осью ординат соответствует логарифму искомой величины $\ln(h_2/h_1)$, т. к. $\ln \frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}} \rightarrow \ln \frac{h_2}{h_1}$ при $\tau \rightarrow 0$.

ЗАДАНИЕ

1. Проведите по три опыта для каждого τ , заполните таблицу.
2. Постройте график (аналогичный графику на рис. 3), откладывая по оси ординат соответствующие значения $\ln(h_{2\tau}/h_{1\tau})_{\text{ср}}$. Через полученные точки проведите прямую до пересечения с осью ординат. Определите $\ln(h_2/h_1)$ при $\tau \rightarrow 0$, а затем, потенцируя, найдите h_2/h_1 .
3. Рассчитайте значения γ по формуле (16).
4. Сравните полученное из опыта значение γ с рассчитанным по формуле $\gamma_{\text{теор}} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$, где i – число степеней свободы молекулы.
5. Сделайте выводы по работе.

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Накачайте в баллон воздух до тех пор, пока разность уровней жидкости в манометре не будет равна 20 – 25 см. Закройте кран D и подождите 1 – 2 мин, пока температура внутри баллона не станет равной температуре

окружающей среды (давление в баллоне перестанет изменяться). После всего отсчитайте показания манометра L_1 и L_2 , найдите разность $L_1 - L_2 = h_{1\tau}$. Полученные данные запишите в таблицу.

2. Быстро откройте кран A , соединяя баллон с атмосферой (см. рис. 1) на время $\tau = 2$ с, а затем быстро закройте. При этом давление в баллоне станет практически равным атмосферному давлению, а температура понизится. Подождите 1 – 3 мин, пока температура в баллоне не станет снова равной комнатной (показания манометра при этом перестанут изменяться), отсчитайте показания манометра $l_1 - l_2 = h_{2\tau}$ и запишите в таблицу.
3. Проведите измерения, открывая кран A поочередно на $\tau = 4, 6, 8$ и 10 с. Для каждого времени τ опыт повторите 3 раза.
4. Данные измерений запишите в таблицу.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОПЫТА

Таблица

№ ОПЫТА	τ	L_1	L_2	$h_{1\tau}$	l_1	l_2	$h_{2\tau}$	$\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}$	$\left(\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}\right)_{\text{ср}}$	$\ln\left(\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}\right)_{\text{ср}}$
	с	см	см	см	см	см	см	—	—	—
1	2									
2	2									
3	2									
1	4									
2	4									
3	4									
1	6									
2	6									
3	6									
1	8									
2	8									
3	8									
1	10									
2	10									
3	10									

$$\gamma = \dots;$$

$$\gamma_{\text{теор}} = \dots$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Какой процесс называется адиабатическим? Какие существуют методы определения показателя адиабаты?
2. Какие существуют методы отдельного определения теплоемкостей C_V и C_p ? Проанализируйте литературные данные, сделайте реферативное сообщение.
3. Почему непосредственное определение C_V более затруднительно, чем C_p ?
4. Почему величина γ одинакова для молярных, удельных и других теплоемкостей? Ответ обосновать аналитически.
5. Как зависит величина γ от температуры? Сделайте соответствующий литературный обзор.

6. Почему на практике сложно реализовать адиабатический процесс?
7. Почему различны показатели адиабаты для одноатомного, двухатомного и многоатомного газа? Ответ обосновать.
8. При накачивании воздуха в баллон его температура увеличивается. Каковы причины этого явления?
9. Как влияют пары воды в баллоне на величину измеренного значения γ , завышают или занижают это значение и почему?
10. Почему при открывании крана A температура воздуха в баллоне понижается?
11. Является ли постоянным количество газа в баллоне? Как это учитывается в процессах, происходящих в эксперименте?
12. Есть ли в процессах, происходящих в баллоне, «квазиизобарные»? Если есть, то укажите участок pV , на котором реализуется это явление.
13. Как вычислить количество газа в граммах, которое закачивается в баллон? Оцените это количество.
14. Почему разность столбов жидкости в манометре зависит от времени открывания крана?
15. В данной работе нелинейный процесс аппроксимируют экспонентой. Какую погрешность вносят данным допущением?
16. При обработке экспериментальных данных используют метод экстраполяции. Объясните, для чего это делают?
17. Проанализируйте возможные ошибки, возникающие при определении γ данным методом?
18. При каких условиях график зависимости $\ln(h_{2\tau}/h_{1\tau})$ от τ является оптимальным?
19. Предложите методы, позволяющие оптимизировать эксперимент, улучшить воспроизводимость результатов.
20. Почему теплоемкость зависит от способа нагревания?
21. Почему теплоемкость зависит от температуры? Сделайте анализ литературных данных на эту тему.
22. Почему необходимо определять $h_{2\tau}/h_{1\tau}$ при $\tau \rightarrow 0$?
23. Объясните, является ли предлагаемый выбор $\tau = 2, 4, 6, 8$ и 10 с оптимальным? Можно ли выбрать иные значения? Ответ обосновать.
24. Почему происходит понижение температуры газа при открывании крана? Как величина ΔT зависит от массы закачиваемого в баллон воздуха?

25. Перечислите приближения, используемые при выводе основной формулы для определения γ . Почему нельзя использовать компрессор при выполнении измерений?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ ОХЛАЖДЕНИЯ

Цель работы: исследование зависимости теплоемкости от температуры и температуры от времени охлаждения.

Приборы и принадлежности: устройство с держателем и термопарой хромель-алюмель, набор образцов, печь для нагревания образцов, секундомер, милливольтметр, градуированный по температуре нагретого спая данной термопары.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Теплоемкостью тела называется физическая величина, определяемая количеством теплоты, которое необходимо сообщить телу, чтобы увеличить его температуру на один кельвин

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1)$$

Теплоемкость обычно относят к определенной массе вещества. Количество теплоты, необходимое для повышения температуры единицы массы вещества на один кельвин называется удельной теплоемкостью.

Из первого закона термодинамики следует, что подводимая к системе теплота δQ расходуется на увеличение внутренней энергии dU и совершение работы против внешних сил δA

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (2)$$

Если исследуют твердые тела, коэффициент объемного расширения которых мал, то работа их расширения при постоянном давлении $\delta A = p dV$ пренебрежимо мала. При $\delta A \rightarrow 0$ все подводимое к телу количество теплоты идет на увеличение его внутренней энергии, и можно записать

$$C = \frac{dU}{dT}. \quad (3)$$

В отличие от газов для твердых тел $C_p \approx C_V = C$.

Известно, что на одну степень свободы атома идеального газа приходится средняя кинетическая энергия $kT/2$, а потенциальная энергия взаимодействия атомов равна нулю.

Твердое тело, в отличие от идеального газа, можно представить как совокупность материальных точек (атомов), которые могут совершать только колебательные движения около положений равновесия. Поэтому подведенная к телу теплота идет на увеличение колебательной энергии атомов, которая складывается из потенциальной и кинетической энергий. Если колебания, совершаемые атомами, гармонические, то средняя кинетическая энергия колебания атома равна его средней потенциальной энергии. Произвольное колебание атома можно разложить на 3 колебания по осям координат. А так как средняя потенциальная энергия осциллятора равна его средней кинетической, то энергия колебания вдоль одной из осей будет равна величине $2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT$. Следовательно, полная энергия колебательного движения одного атома твердого тела

$$\varepsilon_1 = 3kT. \quad (4)$$

Если твердое тело содержит N атомов, то его внутренняя энергия равна $U = 3NkT$. Внутренняя энергия одного моля вещества определится формулой

$$U = 3N_A \cdot kT = 3RT, \quad (5)$$

где N_A – число Авогадро; $R = 8,31 \cdot 10^3$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Теплоемкость одного моля будет равна

$$C = \frac{dU}{dT} = 3R \approx 25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (6)$$

Этот результат был получен при комнатной температуре опытным путем в 1819 г. Дюлонгом и Пти, которые сформулировали следующее правило: произведение удельной теплоемкости химического элемента на его атомную массу для всех элементов в кристаллическом состоянии одинаково и близко к 25 Дж/(моль·К).

Практически в области низких температур теплоемкость твердых тел с понижением температуры уменьшается пропорционально кубу температуры и стремится к нулю при абсолютном нуле (рис. 1). Наблюдаемая зависимость при $T \rightarrow 0$ может быть объяснена на

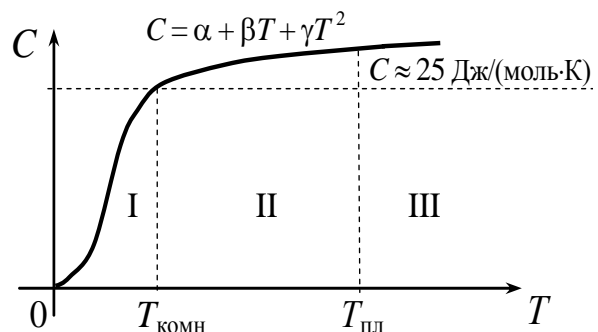


Рис. 1

основе квантовой теории. В квантовой теории энергию колебаний атомов рассматривают в виде порций энергии $\varepsilon = h\nu$, где ν – частота колебаний. Число возможных частот колебаний велико, но спектр их ограничен некоторой максимальной частотой

$$h\nu_{\max} = kT_D, \quad (7)$$

определяемой из условия (7), где T_D – температура Дебая. При температуре ниже температуры Дебая $T < T_D$ теплоемкость убывает пропорционально третьей степени температуры (участок I на рис. 1). При температуре $T_D < T < T_{\text{пл}}$ теплоемкость почти не меняется.

В данной работе исследуется теплоемкость в интервале температур $T_{\text{комн}} < T < T_D$, при котором наблюдаются наибольшие изменения теплоемкости в зависимости от температуры.

ТЕОРИЯ МЕТОДА СРАВНЕНИЯ КРИВЫХ ОХЛАЖДЕНИЯ

Используем метод сравнения теплоемкости эталонного и исследуемого образца.

Металлический образец, нагретый до температуры, превышающей температуру окружающей среды будет охлаждаться. Скорость охлаждения зависит от теплоемкости материала образца. Сравнивая кривые охлаждения (зависимости температуры от времени) двух образцов, один из которых служит эталоном (его теплоемкость неизвестна), можно определить теплоемкость другого.

Получим формулу для определения удельной теплоемкости C исследуемого образца массой m . Количество теплоты ΔQ , отданное нагретым телом окружающей среде при его охлаждении на ΔT , равно

$$\Delta Q = Cm\Delta T. \quad (8)$$

С другой стороны, количество теплоты, отданное нагретым телом за время Δt , может быть определено из закона охлаждения Ньютона

$$\Delta Q = \alpha(T - T_0)S\Delta t, \quad (9)$$

где α – коэффициент теплоотдачи; T – средняя температура образца за время Δt ; T_0 – температура окружающей среды; S – площадь поверхности образца.

Приравнивая правые части равенств (8) и (9), получаем

$$Cm\Delta T = \alpha(T - T_0) S\Delta t.$$

Запишем это равенство для исследуемого и эталонного образцов

$$C_x m_x \Delta T_x = \alpha_x (T - T_0) S_x \Delta t; \quad C_3 m_3 \Delta T_3 = \alpha_3 (T - T_0) S_3 \Delta t; \quad (10)$$

где $m_x, m_3, S_x, S_3, C_x, C_3, \Delta T_x, \Delta T_3$ – масса, площадь поверхности, удельная теплоемкость и изменение температуры за Δt неизвестного и эталонного образцов. Разделив почленно уравнения (10) на Δt , получим

$$C_x m_x \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_x = \alpha_x (T - T_0) S_x; \quad C_3 m_3 \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_3 = \alpha_3 (T - T_0) S_3. \quad (11)$$

Для одного и того же достаточно малого интервала ΔT , при $S_x = S_3$, условия теплоотдачи можно считать одинаковыми ($\alpha_x = \alpha_3$), и тогда из (11) имеем

$$C_x = \frac{m_3}{m_x} \cdot \frac{(\Delta T / \Delta t)_3}{(\Delta T / \Delta t)_x} \cdot C_3. \quad (12)$$

В табл. 1 приведена температурная зависимость удельной теплоемкости меди, используемой в качестве материала эталонного образца.

Таблица 1

$T, \text{К}$	273	373	473	573	673	773
$C, \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	380,4	392,9	407,6	421,3	433,9	477,3

Формула (12) не очень удобна для экспериментального определения C_x , так как требуется графическое определение скорости охлаждения образцов $(\Delta T / \Delta t)$ при одной и той же температуре. Получим формулу, более удобную для экспериментального определения C_x .

Передача теплоты от более нагретого тела менее нагретому – процесс, стремящийся к установлению термодинамического равновесия в системе, состоящей из огромного числа частиц, то есть это релаксационный процесс. А релаксационный процесс можно описать во времени экспонентой.

В нашем случае нагретое тело передает некоторое количество теплоты окружающей среде (то есть телу с бесконечно большой теплоемкостью). Поэтому температуру окружающей среды можно считать постоянной (T_0). Тогда закон изменения температуры тела от времени t можно записать в виде

$$\Delta T = \Delta T_H e^{-t/\tau}, \quad (13)$$

где ΔT – разность температур нагретого тела и окружающей среды; ΔT_H – разность температур нагретого тела и окружающей среды в момент

начала измерений, то есть при $t = 0$, τ – постоянная охлаждения, численно равная времени, в течение которого разность температур между нагретым телом и окружающей средой уменьшается в e раз.

Постоянная охлаждения τ пропорциональна произведению массы на теплоемкость C тела и обратно пропорциональна площади поверхности тела S , то есть для эталонного и неизвестного тела можно записать

$$\tau_3 = km_3C_3/S_3, \quad \tau_x = km_xC_x/S_x.$$

Отсюда можно выразить C_x для нашего случая, когда $S_x = S_3$

$$C_x = \frac{m_3\tau_x}{m_x\tau_3} \cdot C_3. \quad (14)$$

Получим формулу (14) более строго, используя выражения (12) и (13). Дифференцируя (13), получаем

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = \Delta T_H e^{-x/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} \right) = -\frac{\Delta T}{\tau}.$$

Тогда для мгновенной скорости изменения температуры для эталонного и неизвестного образца можно записать

$$\left[\frac{d(\Delta T)}{dt} \right]_3 = -\frac{\Delta T}{\tau_3}; \quad \left[\frac{d(\Delta T)}{dt} \right]_x = -\frac{\Delta T}{\tau_x}. \quad (15)$$

Подставляя точные выражения (15) в (12) вместо $(\Delta T/\Delta t)_3$ и $(\Delta T/\Delta t)_x$, получаем формулу (14), которая удобна для экспериментального определения C_x .

Действительно, логарифмируя выражение (13), получаем уравнение прямой типа $y = kx$

$$\ln \left(\frac{\Delta T_H}{\Delta T} \right) = \frac{t}{\tau}, \quad (16)$$

то есть в полулогарифмических координатах $\ln(\Delta T_H/\Delta T) = f(t)$ кривая охлаждения $\Delta T(t)$ представляет собой практически прямую линию^{*)}, тангенс угла наклона α которой в каждой точке обратно пропорционален постоянной охлаждения τ . Действительно, взяв на прямой две достаточно близко расположенных точки в произвольные моменты времени t_1 и t_2 ,

^{*)} Зависимость $\ln(\Delta T_H/\Delta T) = f(t)$ будет строго линейной, если теплоемкость тела в процессе охлаждения не изменяется. При слабой зависимости теплоемкости тела от температуры (см. табл. 1) будет наблюдаться некоторое отклонение от прямой. А если в процессе охлаждения наблюдается фазовый переход, например переход металла из жидкой фазы в твердую, то на кривой будет наблюдаться излом и горизонтальный участок.

которым соответствуют значения $\ln(\Delta T_H/\Delta T_1)$, $\ln(\Delta T_H/\Delta T_2)$, из формулы (16) имеем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{[\ln(\Delta T_2) - \ln(\Delta T_1)]}{t_1 - t_2} = \frac{1}{\tau}. \quad (17)$$

Если экспериментально снять кривую охлаждения $\Delta T(t)$ для эталонного и неизвестного тела и построить результаты измерений в полулогарифмических координатах $\ln(\Delta T_H/\Delta T) = f(t)$, то по формуле (17) можно определить τ_x и τ_3 (постоянное охлаждения неизвестного и эталонного образца, в секундах), а следовательно, и теплоемкость неизвестного тела из выражения (14) в интересующем нас интервале

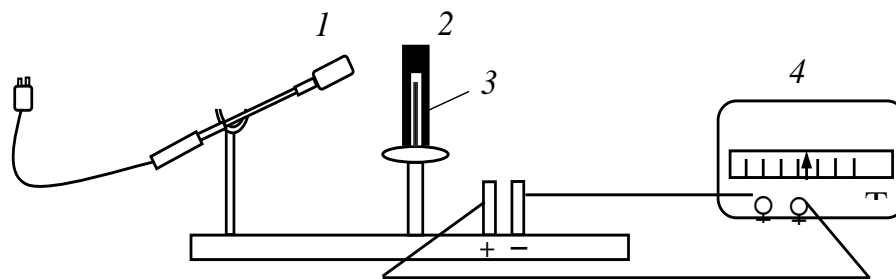


Рис. 2

температур.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка (рис. 2) содержит: 1 – нагреватель, 2 – образец, 3 – термопара, 4 – регистрирующий прибор (милливольтметр). Образцы представляют собой цилиндры диаметром 9,8 мм и длиной 45 мм. Для помещения термопары вдоль осей цилиндров высверлены каналы. Этим каналом образец помещается на фарфоровую трубку, через которую пропущен конец термопары 3. Другие концы термопары присоединяются к милливольтметру 4, шкала которого градуирована в градусах Цельсия. Милливольтметр фиксирует разность температур холодного и горячего спая. Холодный спай находится при комнатной температуре. Электропечь (нагреватель 1) питается от сети переменного напряжения 220 В.

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Взвесьте все образцы.

2. Наденьте на фарфоровую трубку с термопарой эталонный (медный) образец.
3. Сверху на образец наденьте электропечь (электропаяльник) и включите ее.
4. Нагрейте образец до 300 °С.
5. Снимите печь с образца.
6. Тотчас после снятия печи запишите температуры образца через каждые 10 с. (Наблюдение проводите до тех пор, пока температура образца не снизится до 125 °С).
7. Снимите щипцами образец с держателя и поставьте другой образец с неизвестной теплоемкостью.
8. Повторите пункты 3 – 6 для другого образца.
9. Полученные данные занесите в табл. 2.

Таблица 2

$t, \text{с}$	0	10	20	30	40	50	60	90	120	180	240	300
ΔT_x												
$\Delta T_э$												
$\ln(\Delta T_H / T_x)$												
$\ln(\Delta T_H / T_э)$												
$T_x, \text{К}$												
$T_э, \text{К}$												

Пр и м е ч а н и е : $\Delta T_x, \Delta T_э$ – разность температур между нагретым телом и окружающей средой в градусах Цельсия или Кельвина, так как разность температур не зависит от выбора шкалы. Температура нагретого тела в Кельвинах равна $T_x = \Delta T_x + t_0 + 273$, $T_э = \Delta T_э + t_0 + 273$, где t_0 – температура окружающей среды в градусах Цельсия.

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1. По данным табл. 2 постройте кривые охлаждения, то есть зависимость $\Delta T = f(t)$ в координатах $\ln(\Delta T_H / \Delta T) = f(t)$ для всех образцов (результаты строятся в крупном масштабе).
2. Убедитесь, что кривая охлаждения практически описывается экспоненциальным законом, то есть результаты измерения в

полулогарифмических координатах ложатся практически на прямую линию, поэтому результаты измерений не зависят от выбора шкалы Цельсия или Кельвина.

- По кривым охлаждения определите постоянные охлаждения образцов τ_x , τ_3 внутри 4 – 5-го интервалов температур ($T_2 - T_1$), используя формулу (15).
- Полученные данные занесите в табл. 3. По данным таблицы и формулы (12) определите C_x и постройте график $C_x = f(T)$, где $T = \Delta T + t_0 + 273$. На этом же рисунке постройте зависимость $C_3 = f(T)$ по данным табл. 1.
- Сделайте вывод по работе.

Таблица 3

$(T_2 - T_1)$, К	300 – 350	350 – 400	400 – 450	450 – 500	550 – 600
$\Delta\tau_x$, с					
$\Delta\tau_3$, с					
m_x , г					
m_3 , г					
C_x , Дж/(кг·К)					

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

- Как называются величины, обозначаемые как C_p и C_v ?
- Почему для твердых тел $C_p \approx C_v$?
- Почему для твердых тел $C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT}$?
- Какой график называют кривой охлаждения?
- Какой вид имеют кривые охлаждения в полулогарифмическом масштабе?
- Одинаковой ли является разность температур между нагретым телом и окружающей средой в градусах Цельсия и в кельвинах?
- Запишите формулу, с помощью которой определяется теплоемкость неизвестного образца.

8. Как выглядит зависимость теплоемкости твердого тела от температуры (в кельвинах)?
9. Почему в области низких температур теплоемкость твердого тела уменьшается пропорционально кубу температуры.
10. Запишите формулу, по которой можно рассчитать полную энергию колебательного движения одного атома и всех атомов, находящихся в 1 моле твердого тела.
11. Чему равна теплоемкость одного моля твердого тела? Приведите литературные данные.
12. Запишите закон охлаждения Ньютона.
13. Каков физический смысл постоянной охлаждения τ ?
14. Какое физическое явление положено в основу работы термопары?
15. Что представляет собой термопара? Сделайте литературный обзор.
16. Как градуируется термопара? Какую температуру имеет в проводимых измерениях холодный спай термопары?
17. Какая физическая величина называется теплоемкостью?
18. Что такое удельная теплоемкость вещества?
19. Сформулируйте первое начало термодинамики. Является ли данный закон универсальным?
20. Дайте понятие абсолютно твердого тела.
21. Сформулируйте закон Дюлонга и Пти.
22. Какую температуру называют характеристической температурой Дебая?
23. В чем заключается метод сравнения для определения теплоемкостей?
24. Какая теплоемкость называется молярной теплоемкостью?
25. Как связаны удельная и молярная теплоемкости между собой?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГАУССОВСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Цель работы: экспериментальное получение закона распределения результатов измерений случайной величины, оценка значений параметров распределения и проверка соответствия полученного распределения гауссовскому (нормальному) закону.

Приборы и принадлежности: радиоактивный изотоп, газоразрядный счетчик СБТ-21, источник питания счетчика, частотомер ЧЗ-33.

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Абсолютно точные измерения физических величин оказываются невозможными из-за конечной точности измерительных приборов, трудности учета всех побочных явлений, неполноты наших знаний физических процессов, характеристики которых измеряются. Кроме того, сама измеряемая величина может случайным образом изменяться с течением времени. (Примером может служить результат измерения числа автомобилей, проходящих по дороге за определенный промежуток

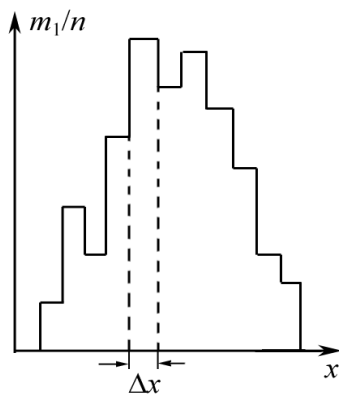


Рис. 1

времени). Поэтому в физических экспериментах определяется лишь интервал, внутри которого находится истинное значение измеряемой величины. Этот интервал носит название доверительного. Чем уже доверительный интервал, тем точнее выполнены измерения.

В тех случаях, когда измеряемая величина меняется случайным образом в течение опыта, вполне достаточную информацию дают некоторые усредненные величины.

Теория вероятностей показывает, что наиболее близким к истинному значению оказывается среднее арифметическое значение, полученное по результатам многих измерений. При сравнении большого числа значений случайно изменяющейся величины, выявляются определенные статистические закономерности. Они показывают, в каких пределах и с какой относительной вероятностью меняются случайные величины по отношению к их среднему значению.

Поясним сказанное примером. Пусть мы получим в результате большого числа (n) измерений (опытов) ряд значений величины x : ($x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$). Расположим их в порядке возрастания, а не в порядке получения.

Для графического изображения полученных результатов разделим ось x на малые равные интервалы Δx и подсчитаем количество Δn_i результатов измерений, попавших в каждый из интервалов Δx_i . Получим ряд значений $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ для Δn_i . При этом выполняется соотношение: $m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots + m_n = n$. Тогда отношение $m_i/n = \Delta n_i/n$ характеризует вероятность того, что величина x может принимать значения в интервале от x_i (с которого начинается i -й интервал) до значения $x_i + \Delta x$.

Внутри каждого интервала величина этого отношения постоянна, но при переходе к следующему ($i \pm 1$) интервалу – меняется. Графически это представляют гистограммой, приведенной на рис. 1. Гистограмма показывает распределение вероятностей по интервалам Δx . Чем чаще встречаются результаты, попадающие в i -й интервал, тем более вероятно, что истинное значение лежит именно в этом интервале. Отметим, что

$$\frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n} + \frac{m_3}{n} + \dots + \frac{m_n}{n} = \frac{n}{n} = 1, \quad (1)$$

то есть величина площади, ограниченной гистограммой, равна единице. Чтобы охарактеризовать вероятность появления среди результатов

измерения какого-либо частного значения x_i , величину m_i/n разделим на Δx . Полученная функция

$$f(x) = \frac{\Delta n(x)}{n \cdot \Delta x} = \frac{m_i}{n \cdot \Delta x}$$

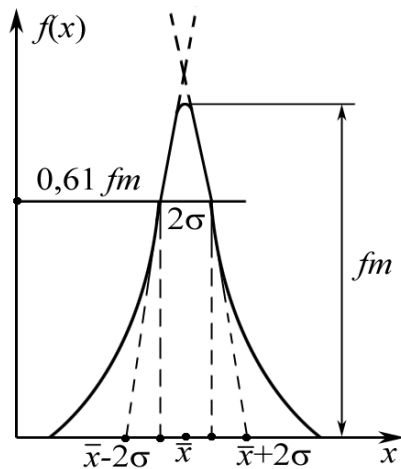


Рис. 2

называется плотностью вероятности результатов измерений.

Иными словами, величина функции $f(x) \cdot \Delta x$ показывает относительное число $\frac{m(x)}{n} = \frac{\Delta n(x)}{n}$ результатов измерений, попадающих в интервал Δx около выбранного значения на оси

x .

Если измеряемая случайная величина имеет непрерывное распределение, то при увеличении числа интервалов и $\Delta x \rightarrow 0$ ступенчатая гистограмма переходит в плавную кривую (рис. 2). Гаусс получил аналитическое выражение для кривой плотности вероятности в виде

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\bar{x} - x)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (2)$$

Здесь \bar{x} – абсцисса, соответствующая максимуму функции (математическое ожидание^{*)}); σ – параметр распределения, определяемый как среднеквадратичное отклонение от \bar{x} ; σ^2 – дисперсия.

Выражение (2) носит также название нормального закона распределения непрерывных случайных величин (закона Гаусса). Очевидно, что

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = 1;$$

^{*)} В научной литературе среднее значение \bar{x} часто обозначается и как $\langle x \rangle$.

как и для случая ступенчатого распределения на рис. 1, полная площадь под кривой распределения вероятностей равна единице и определяет вероятность того, что измеряемая величина принимает значение в интервале от $x = 0$ до $x = \infty$. Площадь под кривой, ограниченная пределами $(\bar{x} - \sigma)$ и $(\bar{x} + \sigma)$, определяется численной величиной интеграла

$$\int_{\bar{x}-\sigma}^{\bar{x}+\sigma} f(x) dx \approx 0,61.$$

Для пределов отклонения от среднего $\pm 2\sigma$ $\int_{\bar{x}-2\sigma}^{\bar{x}+2\sigma} f(x) dx \approx 0,95$.

Для пределов отклонения от среднего $\pm 3\sigma$ $\int_{\bar{x}-3\sigma}^{\bar{x}+3\sigma} f(x) dx \approx 0,99$.

Это означает, что вероятность нахождения истинного значения в интервале $\bar{x} \pm \sigma$ равна 0,61, вероятность нахождения истинной величины в более широком интервале $\bar{x} \pm 2\sigma$ равна 0,95 и в интервале $\bar{x} \pm 3\sigma$ равна 0,99. Обычно в экспериментальной физике результаты большого числа измерений приводят с указанием доверительного интервала $\pm \Delta x = \pm 2\sigma$, которому соответствует доверительная вероятность 0,95. Можно определить этот интервал графически, если провести касательные к точкам перегиба на ветвях кривой нормального распределения до их пересечения с осью абсцисс – как на рис. 2.

Однако более простым оказывается другой способ. Вычислим значение плотностей вероятностей для $x = \bar{x}$, $x = \bar{x} - \sigma$ и $x = \bar{x} + \sigma$:

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}};$$

$$f(\bar{x} \pm \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\pm\sigma)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}}.$$

Отношение ординат при $x = \bar{x} \pm 2\sigma$ к ординате максимума $x = \bar{x}$ оказывается равным

$$\frac{f(\bar{x} \pm \sigma)}{f(\bar{x})} = \frac{1}{\sqrt{e}} = 0,608 \approx 0,61.$$

Поэтому удобно провести горизонтальное сечение кривой распределения на уровне 0,608 от максимального и определить ширину интервала 2σ (см. рис. 2).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАХОЖДЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Примером физического явления, в котором измеряемая величина меняется во времени случайным образом, может служить процесс радиоактивного распада ядер атомов. Распад каждого ядра происходит случайным образом, независимо от состояния других ядер.

Число радиоактивных ядер, распавшихся в среднем за промежутки времени от t до $t + dt$,

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt, \quad (3)$$

где N – число нераспавшихся ядер к моменту времени t ; λ – постоянная распада (вероятность распада в единицу времени), знак «минус» учитывает убыль числа радиоактивных ядер со временем.

Интегрируя (3), получим закон радиоактивного распада:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt; \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t;$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ или } N = N_0 e^{-t/\tau}. \quad (4)$$

Величина, $\tau = 1/\lambda$ определяет время жизни нестабильного состояния ядра, N_0 – первоначальное число ядер (число ядер при $t = 0$).

Скорость радиоактивного распада характеризуют периодом полураспада T – это время, в течение которого первоначальное количество ядер уменьшается вдвое, т. е. период полураспада T определяется как промежуток времени t , для которого $N = N_0/2$. Тогда из (4) имеем

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-T/\tau}; \quad 2 = e^{T/\tau}.$$

Логарифм этого выражения дает $\ln 2 = T/\tau$, откуда $T = 0,693\tau$. Следовательно, период полураспада и постоянная распада связаны соотношением $T = \ln 2/\lambda$. Тогда формулу (4) можно записать в виде

$$N = N_0 e^{-0,693t/T} = N_0 \left(e^{-0,693} \right)^{t/T} = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/T} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}. \quad (5)$$

Для долгоживущих изотопов, период полураспада которых выражается годами, уменьшением N за несколько часов можно пренебречь и считать $N = \text{const}$ за время опыта.

Например, искусственный долгоживущий изотоп таллия ^{204}Tl , имеет период полураспада $T = 2,779$ года. Тогда для времени $t = 2$ часа из (5) получим:

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}} \cong 2^{-0,00001} \cong 0,999993 \approx 1,$$

т. е. $N = N_0$ с точностью $\approx 10^{-3} \%$.

В таких случаях скорость распада $\lambda N = \text{const}$. Экспериментально скорость распада (активность) данного количества радионуклидов определяется за конечный интервал времени Δt .

$$\lambda N = \left| -\frac{\Delta N}{\Delta t} \right|. \quad (6)$$

Случайный характер распада ядер обуславливает случайные отклонения скорости распада от некоторого среднего уровня. Произведя большое число (300 – 400) измерений, можно экспериментальным путем

получить функцию распределения случайной величины, сопоставить ее с нормальным законом (2) и определить параметр распределения σ . Тем самым определится доверительный интервал измеряемой величины – скорости распада радионуклидов.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В работе исследуется процесс бета-распада радионуклида ^{204}Tl . Этот изотоп таллия испускает электроны с различными энергиями практически от 0 до 760 КэВ.

Блок-схема установки для измерения скорости распада очень малого (следы) количества радионуклида ^{204}Tl приведена на рис. 3, где 1 – следы радионуклида ^{204}Tl (нанесены на панель перед окном счетчика); 2 – торцевой счетчик β -частиц СБТ-21; 3 – корпус блок-счетчика; 4 – пересчетный прибор ЧЗ-33; 5 – источник питания счетчика; 6, 7 – экранированные кабели.

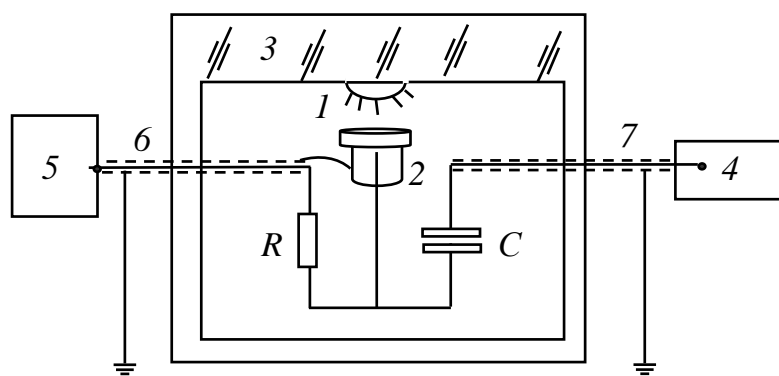


Рис. 3

Количество испущенных при распаде ядер изотопа ^{204}Tl β -частиц определяется по числу электрических импульсов, поступающих за время Δt со счетчика 2 на вход пересчетного прибора 4. Торцевой газоразрядный счетчик представляет собой стеклянный баллон, наполненный газовой смесью специального состава.

Внутренняя поверхность баллона покрыта проводящим слоем, который играет роль катода. В центре монтируется тонкий проволочный

электрод-анод. Катод счетчика заземлен, а на анод подается через сопротивление R положительное постоянное напряжение 350 В от источника питания 5. В газовом промежутке счетчика создается постоянное поле высокой напряженности. Прохождение ионизирующей β -частицы через объем счетчика провоцирует импульсный газовый разряд. Возникающий импульс переменного напряжения передается на пересчетный прибор через конденсатор C , который пропускает импульсный сигнал. В то же время конденсатор защищает вход пересчетного устройства от высокого постоянного напряжения источника питания счетчика. Корпус 3 блока счетчика имеет толщину, достаточную для полного поглощения β -частиц, испускаемых изотопом ^{204}Tl .

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

- 1) С помощью экранированных кабелей 6, 7 подключите блок счетчика к входу пересчетного устройства 4 и к источнику постоянного напряжения 5.
- 2) Включите источник питания и пересчетный прибор согласно инструкции, имеющейся на рабочем месте. Напряжение питания счетчика 300 – 350 В.
- 3) Запишите результаты 300 – 350 измерений числа ΔN зарегистрированных импульсов. Пересчетный прибор показывает результат измерений в течение времени, которое регулируется ручкой «время индикации». Начинать измерения следует при большом времени индикации и уменьшать его по мере привыкания к самой процедуре измерений и записи результатов.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Постройте гистограмму измерений. Для этого по оси абсцисс должно

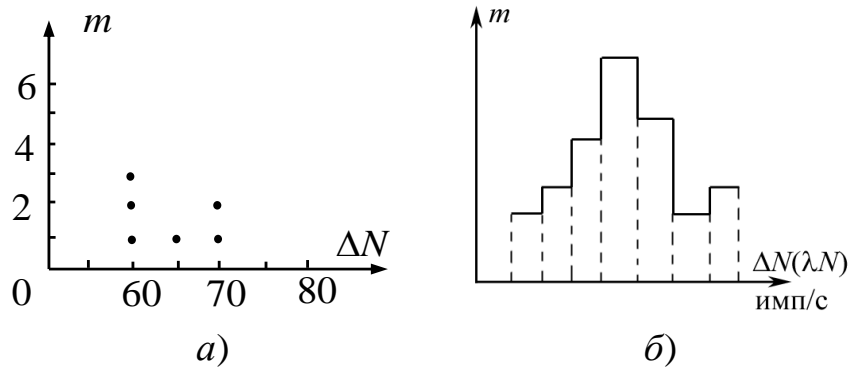


Рис. 4

откладываться значение скорости счета $\Delta N/\Delta t$, которое пропорционально скорости распада ядер λN (б). При выборе $\Delta t = 1$ с скорость распада равна числу зарегистрированных импульсов: $\lambda N = \Delta N$ (имп./с). Ось абсцисс ΔN должна иметь значения от 0 до 200 имп./с. (Рекомендуемый масштаб по оси $x(\Delta N)$: $\Delta x = 5$ имп./с на 5 мм).

По оси ординат откладывается число m_i результатов, попадающих в каждый из интервалов $\Delta x_i = 5$ имп./с на оси x (ΔN). Пример графика приведен на рис. 4. (По оси абсцисс откладывается число ΔN , зарегистрированных в одном измерении импульсов, а по оси ординат –

число измерений m , в которых регистрируется данное число импульсов). На рисунке 4, а приведен пример начала построения графика; получено: три измерения, число импульсов в которых равно 60, одно

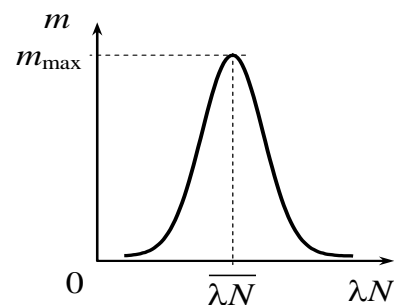


Рис. 5

измерение – с числом 65, два измерения – с числом импульсов 70 и т. д. Пример окончательного вида графика приведен на рис. 4, б.

- По полученной гистограмме (рис. 4, б) $m = f(\Delta N)$ постройте плавную кривую распределения плотности вероятности результатов серии измерений скорости распада (рис. 5) и оцените параметры распределения $\overline{\lambda N}$ и σ .
- Определите среднее значение скорости распада $\overline{\lambda N}$ (т. е. среднее число $\overline{\Delta N}$ регистрируемых импульсов), соответствующее максимуму кривой распределения $m = f(\lambda N)$.
- Получите оценку величины σ – среднеквадратичного отклонения, например, как показано на рис. 2 (проведите горизонтальное сечение построенной плавной кривой на уровне $0,61 m_{\max}$ и определите σ и 2σ).
- Результаты измерения скорости распада радионуклида ^{204}Tl представьте в виде

$$\lambda N = \overline{\lambda N} \pm 2\sigma.$$

- Определив параметры распределения σ и $\overline{\lambda N} = \overline{\Delta N}$, рассчитайте по формуле (7), аналогичной (2), теоретическую кривую распределения плотности вероятности результатов серии измерений скорости распада и сопоставьте ее с экспериментально полученной зависимостью (рис. 5)

$$f(\lambda N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\overline{\lambda N} - \lambda N)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (7)$$

Для использования (7) необходимо, чтобы число измерений было достаточно большим ($n \geq 300 - 350$).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Укажите формулу для определения плотности вероятности результатов измерений:

$$1) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad 2) \frac{\Delta n_x}{n}; \quad 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta n_x}{n}; \quad 4) \frac{\Delta n_x}{n \cdot \Delta x}.$$

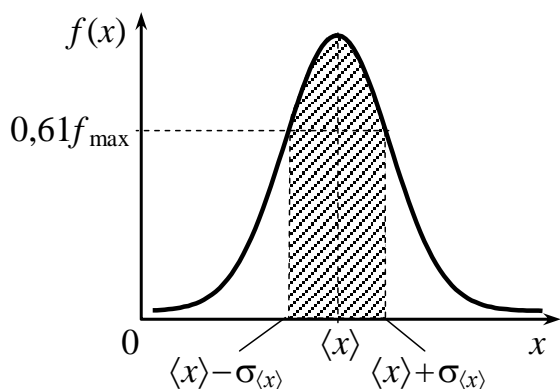


Рис. 6

2. На рис. 6 представлена кривая распределения плотности вероятности результатов измерений величины x , полученная в параллельном переходе ($\Delta x \rightarrow 0$) из опытной ступенчатой гистограммы. Выберите ответ, в котором дано

правильное определение для величины, численное значение которой равно заштрихованной площади:

- 1) Это доверительная вероятность нахождения истинного значения измеряемой величины в интервале $\langle x \rangle - \sigma_{\langle x \rangle}$ до $\langle x \rangle + \sigma_{\langle x \rangle}$.
 - 2) Это плотность вероятности в интервале от $\langle x \rangle - \sigma_{\langle x \rangle}$ до $\langle x \rangle + \sigma_{\langle x \rangle}$;
 - 3) Это среднее квадратичное отклонение результатов от истинного значения для отдельного измерения.
3. В работе исследуется процесс радиоактивного распада ядер атомов, происходящий для каждого ядра случайным образом, независимо от состояния других ядер. Выберите ответ, где правильно определена величина, для которой экспериментальным путем устанавливается функция распределения:
- 1) Количество не распавшихся ядер N в данный момент времени t .
 - 2) Постоянная распада ядер λ .
 - 3) Скорость распада ядер $\lambda N = \left| -\frac{\Delta N}{\Delta t} \right|$.
 - 4) Число ядер ΔN , распавшихся за время Δt .

4. Что означает запись $\int_{\langle x \rangle - 2\sigma_{\langle x \rangle}}^{\langle x \rangle + 2\sigma_{\langle x \rangle}} f(x) dx = 0,95$?

- 1) Полная площадь под кривой распределения плотности вероятности равна 1.
 - 2) Вероятность нахождения истинного значения измеряемой величины в интервале от $-\sigma_x$ до $+\sigma_x$ равна 0,95.
 - 3) 95 % результатов входит в интервал значений от $\langle x \rangle - \sigma_x$ до $\langle x \rangle + \sigma_x$, а 5 % находятся вне его.
 - 4) 95% результатов входит в интервал значений от $\langle x \rangle - \sigma_x$ до $\langle x \rangle + 2\sigma_x$, а 5 % находятся вне его.
5. Какие величины на основании измерений откладываются по оси абсцисс и по оси ординат при построении гистограммы?
- 1) Значения скорости распада от 0 до $(\lambda N)_{\max}$ с разбивкой на интервалы шириной $\Delta x = 5$ импульсов в секунду; число m_i результатов, попадающих в каждый из интервалов Δx .
 - 2) Значения скорости распада от 0 до $(\lambda N)_{\max}$ с разбивкой на интервалы; время t измерений.
 - 3) Число m_i результатов измерений, попадающих в каждый из интервалов Δx ; значения скорости распада от 0 до $(\lambda N)_{\max}$.
 - 4) Значения скорости распада от 0 до $(\lambda N)_{\max}$ с разбивкой на интервалы; число m_i результатов, попадающих в каждый из интервалов Δx .

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Какое событие называется случайным?
2. Какое событие называется достоверным?
3. Что называется частотой выпадения случайного события?
4. Дайте определение вероятности выпадения случайного события.

5. Что называется плотностью вероятности выпадения случайного события?
6. Что называется математическим ожиданием?
7. Что называется дисперсией?
8. Как вычисляют среднеарифметическое значение случайной величины?
9. Как вычисляют среднеквадратичное отклонение случайной величины от ее среднеарифметического значения?
10. Чему равна площадь под кривой распределения вероятностей?
11. Чему равна площадь под кривой распределения вероятностей, ограниченная пределами $(\bar{x} - \sigma)$ и $(\bar{x} + \sigma)$?
12. Чему равна площадь под кривой распределения вероятностей, ограниченная пределами $(\bar{x} - 2\sigma)$ и $(\bar{x} + 2\sigma)$?
13. Чему равна площадь под кривой распределения вероятностей, ограниченная пределами $(\bar{x} - 3\sigma)$ и $(\bar{x} + 3\sigma)$?
14. Каков физический смысл имеют величины этих площадей?
15. Запишите закон радиоактивного распада. Что определяет закон радиоактивного распада?
16. Каков смысл коэффициента пропорциональности λ в законе радиоактивного распада?
17. Каков физический смысл периода полураспада T ?
18. Что определяет произведение $\lambda \cdot N$?
19. Что называется функцией распределения случайной величины?
20. Какой вид имеет нормальный закон распределения случайной величины?
21. Что называется доверительным интервалом измеряемой величины?
22. Какой прибор используется для регистрации электронов, испущенных радиоактивным источником?
23. Какую роль играет конденсатор в цепи регистрации счетчика?

24. Как устроен градуировочный счетчик, используемый в работе?
25. В работе исследуется процесс радиоактивного распада ядер атомов, происходящий для каждого ядра случайным образом, независимо от состояния других ядер. Для какой величины опытным путем в работе устанавливается функция распределения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА МАКСВЕЛЛА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЛЕКУЛ ПО СКОРОСТЯМ НА МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Цель работы: ознакомиться со статистическим методом описания макросистем, проверить экспериментально на механической модели закон распределения скоростей Максвелла для одномерного случая.

Приборы и принадлежности: механическая модель, источник питания, стробоскоп, стеклянные пробирки, весы, секундомер.

Теоретическое введение

Статистическая физика – это раздел физики, в котором изучаются свойства макросистем, исходя из индивидуальных свойств составляющих макросистему частиц и взаимодействий между ними. Описание движения каждой частицы макросистемы (число частиц порядка $10^{22} \div 10^{23}$ см³) – задача совершенно невыполнимая. Вместо этого статистическая физика оперирует со средними значениями параметров очень большого числа частиц. Колоссальное число частиц в макросистеме приводит, несмотря на очевидный хаос, к появлению новых, статистических закономерностей. Их изучение и делает возможным описание макросистем на основе сведений о свойствах отдельных частиц системы.

Краткие сведения из теории вероятностей

О вероятности. Основу статистической физики составляет теория вероятностей. Вероятность интересующего нас события характеризуется кратностью его повторения. Если в N случаях i -е событие происходит N_i раз, то вероятностью P_i этого события называют величину

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N}. \quad (1)$$

На практике N всегда конечно, поэтому для вычисления вероятности стараются, чтобы N и N_i были достаточно большими. Тогда можно считать, что

$$P_i \approx \frac{N_i}{N}. \quad (2)$$

Ясно, что сумма вероятностей всех возможных результатов измерений равна единице:

$$\sum_i P_i = \sum_i \frac{N_i}{N} = 1. \quad (3)$$

Теперь обратимся к вычислению сложных событий. Рассмотрим две основные теоремы: о сложении и умножении вероятностей. Проще всего это понять на примере игрального кубика.

Теорема о сложении вероятностей заключается в том, что вероятность того, что в результате N бросаний кубика выпадет i или k , равна:

$$P_{i \text{ или } k} = \frac{N_i + N_k}{N} = P_i + P_k. \quad (4)$$

Теорема об умножении вероятностей позволяет находить вероятность того, что при двух бросаниях кубика выпадет последовательно i и k (или наоборот). Рассмотрим N двойных бросаний кубика. Пусть первое бросание из каждой пары бросков дало i в N_i случаях (так что $P_i \approx \frac{N_i}{N}$). Теперь выделим из этих N_i случаев те N_k случаев, когда второе

бросание давало k (так что $P_k = \frac{N_k}{N_i}$). Искомая вероятность

$$P_{iuk} = \frac{N_i}{N} \frac{N_k}{N_i} = P_i P_k. \quad (5)$$

Средние значения случайных величин. Зная вероятности появления различных результатов измерения дискретной величины x , можно найти их среднее значение \bar{x} . По определению среднего

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i N_i x_i = \sum_i P_i x_i. \quad (6)$$

Функция распределения. Рассмотрим случай, когда случайная величина x имеет непрерывный характер (например, скорости молекул). Для этого разобьем всю область изменения x на отдельные интервалы и будем считать число попаданий случайной величины в тот или иной интервал. Интервалы должны быть во избежание заметных флуктуаций достаточно большими, чтобы в каждом интервале число попаданий было $N_i \gg 1$ и чтобы с помощью (2) можно было определить вероятность попадания случайной величины в данный интервал. Вместе с тем, интервалы должны быть достаточно небольшими, чтобы более детально характеризовать распределение величины x .

Допустим, нам известна вероятность P_x попадания в тот или иной интервал Δx . В качестве характеристики случайной величины на этот раз выступает отношение $\frac{\Delta P_x}{\Delta x}$, которое для достаточно малых интервалов не зависит от величины самого интервала Δx .

Это отношение при $\Delta x \rightarrow 0$ называют функцией распределения $f(x)$ случайной величины x :

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta x} = \frac{dP_x}{dx}. \quad (7)$$

Видно, что функции распределения $f(x)$ можно приписать смысл плотности вероятности, т.е. вероятности интересующей нас величины оказаться в единичном интервале вблизи значения x .

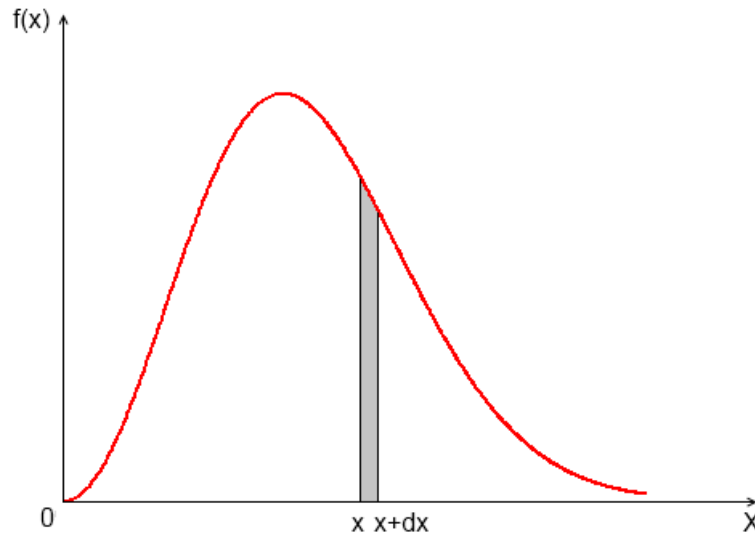


Рис. 1.1 Произвольная функция распределения случайной величины x

В разных случаях функция распределения имеет совершенно различный вид, один из которых в качестве примера приведен на рис. 1.1. В соответствии с (7) площадь полоски шириной dx на этом рисунке равна вероятности того, что случайная величина x окажется в пределах интервала $(x, x + dx)$:

$$dP_x = f(x)dx. \quad (8)$$

Вероятность того, что величина x попадает в некоторый интервал (a, b) :

$$P = \int_a^b f(x)dx. \quad (9)$$

Условие нормировки. Ясно, что вероятность того, что величина x может принять хотя бы какое-нибудь значение (достоверное событие), равна единице. Это и называют условием нормировки:

$$\int f(x)dx = 1, \quad (10)$$

где интегрирование производится по всему интервалу возможных значений величины x . Из этого условия следует, что вся площадь под кривой $f(x)$ (рис. 1) равна единице.

Средние значения. Среднее значение величины x можно найти, зная ее нормированную на единицу функцию распределения $f(x)$. Обратимся к формуле (6). Она справедлива и для случая, когда интервал изменения величины x будет разбит на небольшие участки. Уменьшая участки, мы должны в конце концов заменить P_i на dP и знак суммы \sum – на интеграл \int . Тогда

$$\bar{x} = \int x dP = \int x f(x) dx, \quad (11)$$

где интегрирование проводится по интересующему нас интервалу значений x . Аналогичные формулы справедливы для любой функции $f(x)$, например

$$\bar{x}^2 = \int x^2 f(x) dx. \quad (12)$$

Флуктуации. Вероятность случайного события и экспериментально наблюдаемая доля результатов, когда событие осуществляется – это не одно и то же. Доля результатов испытывает случайные отклонения от предсказываемой вероятности. Отклонения такого рода происходят в любых макросистемах. Эти отклонения и обуславливают флуктуации.

Согласно теории вероятностей, относительная флуктуация любой величины изменяется в зависимости от числа испытаний N по закону $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Именно огромное число N молекул и объясняет, почему макроскопические законы, получаемые на основе статистических представлений о движении частиц макросистемы, оказываются точными.

Распределение Максвелла

Закон распределения по скоростям молекул газа, находящегося в термодинамическом равновесии, был найден британским физиком Дж. К. Максвеллом в 1859г. Ход рассуждений Максвелла довольно сложен,

поэтому полностью приводить его мы не будем, а ограничимся в основном рассмотрением подхода к решению этой проблемы.

Следует отметить, что задача о распределении молекул газа по скоростям, а также методы решения ее, приводимые дальше, являются чисто классическими. Поэтому необходимо, прежде всего, выяснить границы применимости такого классического рассмотрения. Ответ можно получить, воспользовавшись принципом неопределенностей Гейзенберга. Выделим в газе маленький кубик со сторонами x, y, z , на который в среднем приходится одна частица. Если выполнены условия

$$xp_x \ll h, \quad yp_y \ll h, \quad zp_z \ll h, \quad (13)$$

то движение частицы в этом кубике можно рассматривать классически. Величина

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (14)$$

имеет размерность длины. Она называется длиной волны де Бройля и играет существенную роль в квантовой механике. Перемножив три неравенства и вводя λ , мы получим условие применимости классического рассмотрения газа

$$n\lambda^3 \ll 1, \quad (15)$$

где $n = \frac{1}{V}$ – концентрация частиц внутри кубика объемом $V = xyz$. Итак, среднее число частиц в объеме λ^3 должно быть мало по сравнению с единицей.

Для оценки порядка величины λ воспользуемся какой-либо средней скоростью, характеризующей тепловое движение молекул газа. При обращении к молекулярно-кинетической теории газов, в нашем

распоряжении оказывается средняя квадратичная скорость $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

Используя ее, придадим условию (15) вид

$$T \ll T_g, \quad (16)$$

где введено обозначение

$$T_g = \frac{h^2}{3km} n^{\frac{2}{3}} \quad (17)$$

Величина T_g называется *температурой вырождения газа*. Для электронного газа в серебре (и других хорошо проводящих металлах) $T_g \approx 6,5 \times 10^4 K$, что превышает температуру плавления серебра. Отсюда следует, что электронный газ в проводящих металлах всегда вырожден. Для гелия $T_g \approx 0,5 K$ (у всех остальных газов еще меньшие значения T_g). Имея столь низкие температуры вырождения, ни одно вещество не может находиться в газообразном состоянии при нормальных условиях. Именно поэтому все молекулярные газы далеки от вырождения и их можно рассматривать как классические системы.

Следуя Максвеллу, представим себе пространство скоростей с прямоугольными координатными осями, по которым будем откладывать значения проекций v_x, v_y, v_z отдельных молекул. Тогда скорости каждой молекулы будет соответствовать точка в этом пространстве – конец вектора \mathbf{v} . Из-за столкновений молекул положения точек будут стремительно меняться, но их распределение в целом будет оставаться неизменным, поскольку макросистема находится в термодинамическом равновесии.

Вследствие равноправности всех направлений движения расположение точек относительно начала координат будет сферически симметричным. Поэтому плотность точек может зависеть только от модуля скорости v (но не от \mathbf{v}).

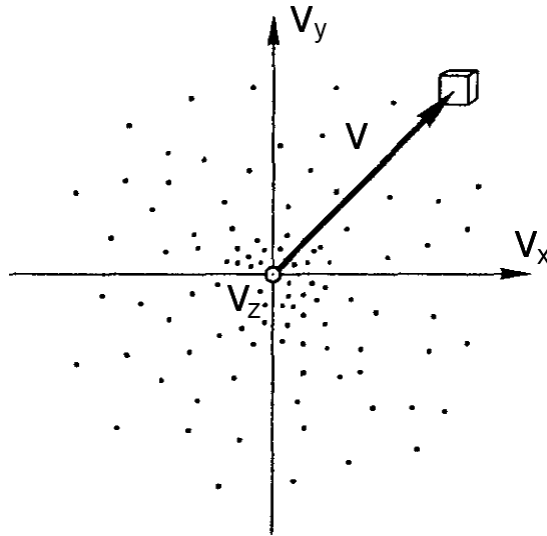


Рис. 1.2 Элементарный объем в пространстве скоростей

Итак, пусть газ содержит N молекул. Выделим в некоторой точке – конце вектора \mathbf{v} – малый объем $dv_x dv_y dv_z$ (рис. 1.2). Вероятность dP того, что скорость молекулы, т.е. конец вектора \mathbf{v} , попадет в этот объем, можно записать так:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{N} = f(v) dv_x dv_y dv_z, \quad (18)$$

где $f(v)$ имеет смысл *объемной плотности вероятности*.

Вероятность же того, что молекула будет иметь проекции скорости в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$, есть

$$dP(v_x) = \frac{dN(v_x)}{N} = \varphi(v_x) dv_x, \quad (19)$$

где $\varphi(v_x)$ – функция распределения по v_x . Выражение (19) – это по существу интеграл (18) по v_y и v_z в тонком плоском слое от v_x до $v_x + dv_x$.

Считая вероятности того, что молекула имеет проекции скорости в интервалах $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$ и $(v_z, v_z + dv_z)$ независимыми, в соответствии с теоремой об умножении вероятностей можно записать

$$\begin{aligned} dP(v_x, v_y, v_z) &= dP(v_x)dP(v_y)dP(v_z) = \\ &= \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z)dv_x dv_y dv_z. \end{aligned} \quad (20)$$

Это предположение мы примем пока без обоснований. По сравнению с другими доказательствами, данными самим Максвеллом, а затем Больцманом, первое доказательство Максвелла обладает тем преимуществом, что оно не вводит никаких специальных представлений относительно структуры молекул и сил взаимодействия между ними. Поэтому оно применимо не только к газам, но и к жидкостям и к твердым телам.

Сопоставив (20) и (18), находим

$$f(v) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z). \quad (21)$$

Опуская дальнейшие преобразования (с учетом условия нормировки), приведем окончательные результаты:

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right), \quad (22)$$

аналогичный вид имеют функции $\varphi(v_y)$ и $\varphi(v_z)$. Тогда, согласно (21)

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right). \quad (23)$$

График функции $\varphi(v_x)$ изображен на рис. 1.3. Он совпадает с гауссовой кривой погрешностей. Площадь заштрихованной полоски на рис. 1.3 – это вероятность того, что проекция скорости молекулы лежит в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$.

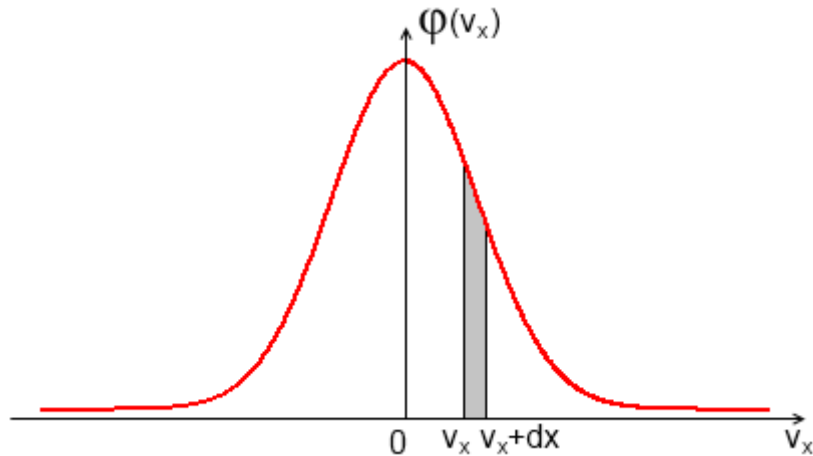


Рис. 1.3 Распределение скоростей молекул газа в проекции на ось X

Функция (22) нормирована на единицу, т.е. площадь под кривой $\varphi(v_x)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1. \quad (24)$$

Интегрирование в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ не означает, что в газе есть молекулы с такими большими скоростями. Это следует рассматривать только как вычислительный прием. Молекул с весьма большими скоростями очень мало, поэтому они не вносят никакого вклада в нормировочный интеграл. Это и позволяет записывать такие пределы.

Распределение молекул по модулю скорости

Найдем вероятность того, что модуль скорости молекулы попадет в интервал $(v, v + dv)$. Таким молекулам соответствуют все точки, попадающие в шаровой слой с радиусами v и $v + dv$ (рис. 1.4). Объем этого слоя равен произведению поверхности слоя на его толщину, т.е. $4\pi v^2 dv$, объемная же плотность вероятности $f(v)$ во всех точках слоя одинакова. Следовательно, согласно теореме сложения вероятностей, вероятность попадания в этот слой

$$dP = f(v) \cdot 4\pi v^2 dv. \quad (25)$$

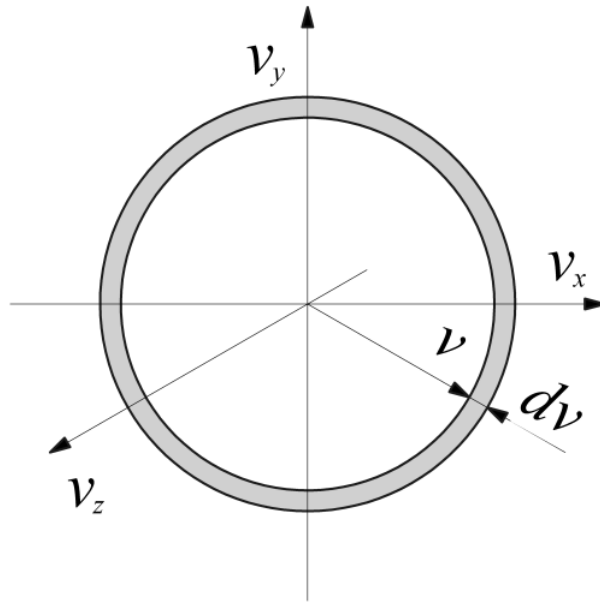


Рис. 1.4 Шаровой слой радиусов v и $v + dv$

Величина $\frac{dP}{dv}$ – мы ее обозначим $F(v)$ – характеризует искомую вероятность, т.е. $F(v) = f(v) \cdot 4\pi v^2$. Учитывая (23), получим:

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right). \quad (26)$$

Эта формула представляет собой закон распределения Максвелла по модулю скорости. Вид функции $F(v)$ приведен на рис. 1.5. Эта функция тоже нормирована на единицу:

$$\int_0^{\infty} F(v) dv = 1. \quad (27)$$

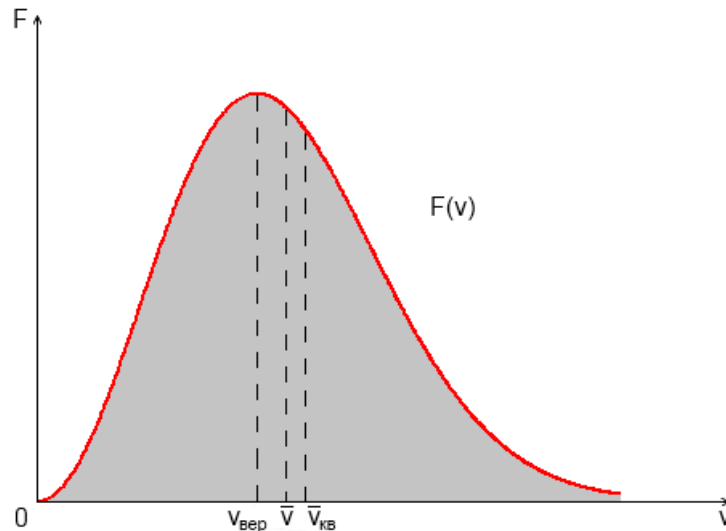


Рис. 1.5 Распределение скоростей молекул газа по модулю

Характерные скорости. К ним относятся три скорости: наиболее вероятная $v_{\text{вер}}$, средняя \bar{v} и среднеквадратичная $\bar{v}_{\text{кв}}$.

Наиболее вероятной скорости соответствует максимум функции распределения $F(v)$. Эта скорость определяется из условия $\frac{dF}{dv} = 0$, откуда следует

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (28)$$

Средняя скорость по определению среднего значения случайной величины

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} vF(v)dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (29)$$

В качестве примера приведем среднюю скорость молекул азота N_2 при $T = 300K$: $\bar{v} \approx 480 \text{ м/с}$. Эта величина имеет порядок скорости звука в азоте, $v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma kT / m} = 350 \text{ м/с}$.

Среднеквадратичная скорость $\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\bar{v}^2}$; она находится из условия

$$\bar{v}^2 = \int_0^{\infty} u^2 F(v) dv = \frac{3kT}{m}, \quad (30)$$

откуда

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (31)$$

Этот результат можно получить и без интегрирования, а как следствие из выражения $\bar{E}_{пост} = \frac{3}{2}kT$ для средней поступательной кинетической энергии молекулы.

Приведенные характерные скорости отличаются друг от друга в пропорции (рис. 1.5)

$$v_{вер} : \bar{v} : \bar{v}_{кв} = 1 : 1,13 : 1,22. \quad (32)$$

Зависимость распределения от температуры

Подставив значение $v_{вер}$ из (28) в формулу (26), получим, что

$$F_{макс} \propto \sqrt{\frac{m}{T}}. \quad (33)$$

В соответствии с этим результатом для разных температур $T_1 < T_2 < T_3$ кривые распределения $F(v)$ будут иметь вид, показанный на рис. 1.6. Видно, что с увеличением T максимум функции смещается в сторону больших скоростей, а его величина уменьшается согласно (33). При этом площадь под всеми тремя кривыми остается равной единице. Кривые на рис. 1.6 можно рассматривать и иначе – как соответствующие разным массам молекул газа при одной и той же температуре, причем $m_1 > m_2 > m_3$.

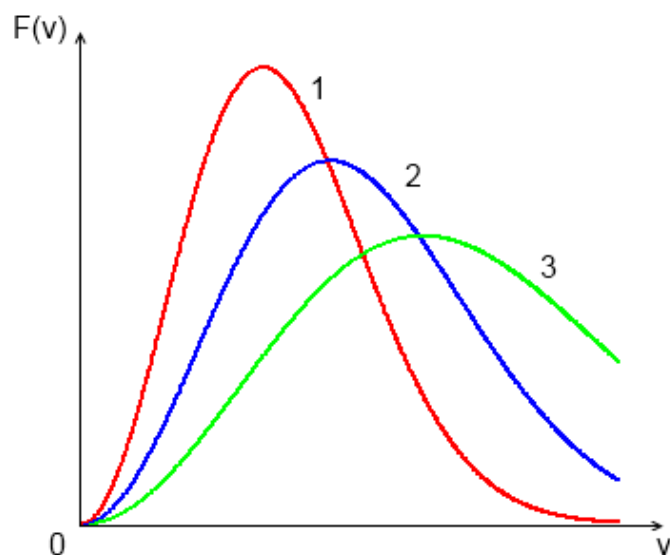


Рис. 1.6 Распределение молекул газа в зависимости от температуры.

Экспериментальная установка

Для изучения закона распределения молекул газа по скоростям используется механическая модель. На рис. 2.1 приведен общий вид установки для моделирования распределения Максвелла. Роль молекул играют стеклянные шарики, определенное количество которых засыпается во внутреннее пространство прибора 1. Шарики приводятся в движение из-за колебательного движения основания 10, абсолютно упруго сталкиваясь друг с другом и со стенками сосуда. Так имитируется тепловое движение молекул.

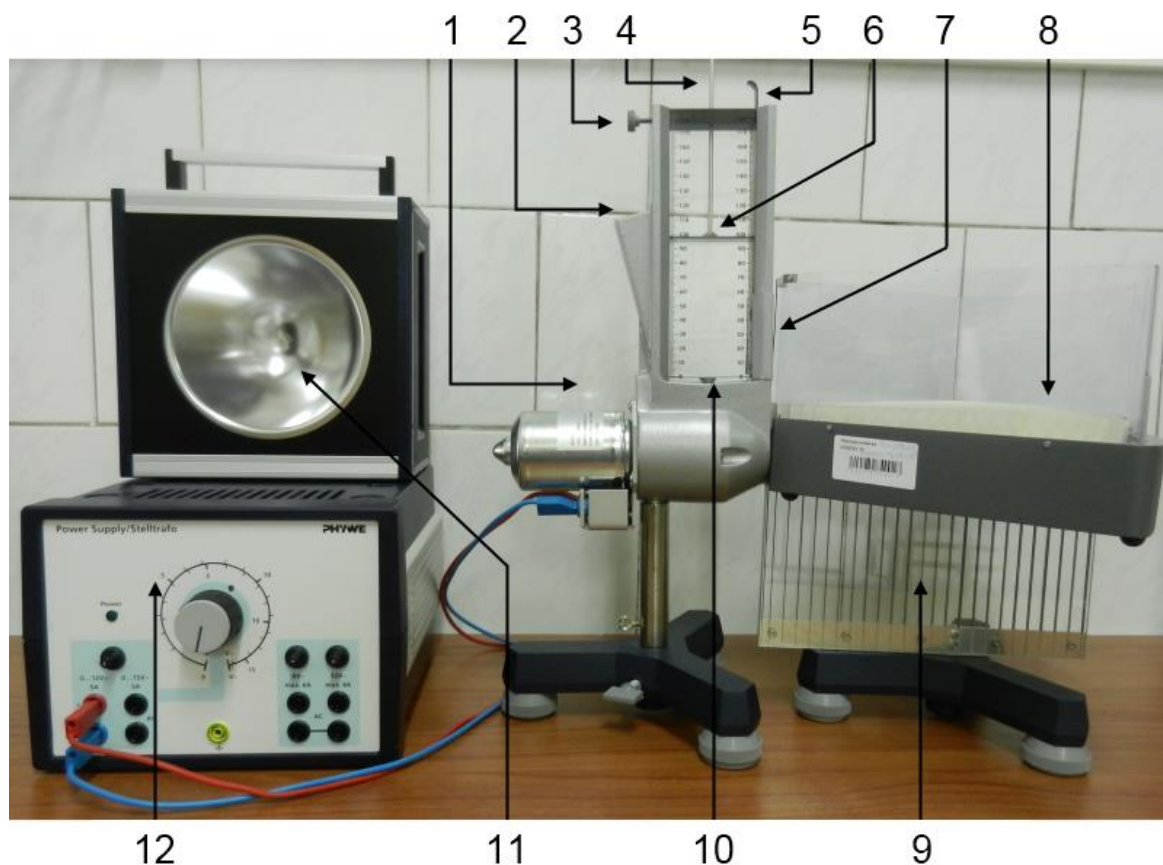


Рис. 2.1 Экспериментальная установка для изучения распределения Максвелла

Установка состоит из следующих элементов:

1. Прибор для получения имитации теплового движения.
2. Отверстие для засыпания шариков.
3. Винт блокировки поршня.
4. Рукоятка изменения высоты поршня.
5. Регулятор, открывающий выходное отверстие.
6. Поршень.
7. Место крепления кюветы на выходном отверстии.
8. Верхний приемник шариков.
9. Нижний приемник шариков.
10. Колебательное основание внутренней камеры.
11. Стробоскоп.

12. Источник питания.

Интенсивность движения шариков в камере можно изменять, регулируя напряжение U , подаваемое на прибор 1 от источника 12, также меняя высоту H поршня 6. Движение шариков наблюдается через боковые стеклянные стенки устройства 1.

Схема установки и принцип ее работы

Перемещая регулятор 5 вверх, можно открыть выходное отверстие прибора и шарики, вылетая из отверстия кюветы, попадут в верхний приемник 8, разделенный на 24 отсека. Верхний приемник жестко крепится на нижнем приемнике 9, ячейки которого имеют цилиндрическую форму и совпадают с отсеками верхнего приемника. Каждый верхний отсек заполняется шариками, имеющими определенное значение горизонтальной скорости. Попадая в отсеки верхнего приемника, шарики осыпаются в отдельные ячейки нижнего приемника с прозрачными стенками. Полученное в результате этого распределение шариков по ячейкам нижнего приемника аналогично распределению Максвелла для скоростей молекул газа.

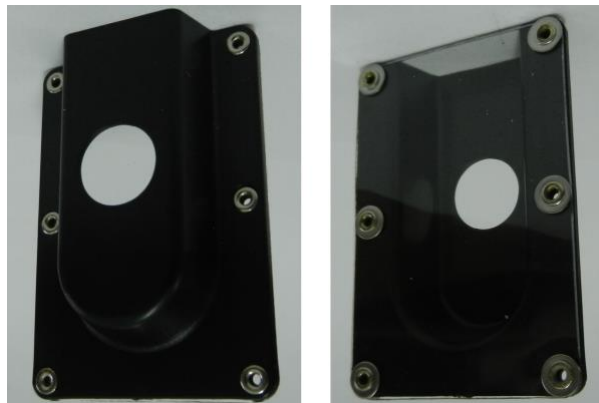


Рис. 2.2 Кювета-накопитель

При получении распределения с выбранными рабочими параметрами U и H число шариков в приборе будет постоянно уменьшаться, поэтому необходимо пополнять их количество. Для определения необходимого количества шариков и интервала времени между пополнениями, потребуется провести подготовительную работу. Для этого потребуется кювета-накопитель (рис. 2.2). Она имеет глухую прозрачную стенку и круглое отверстие на выпуклой части. Разместив кювету напротив выходного отверстия прибора 1, ее нужно закрепить крышкой-фиксатором (рис. 2.3). Далее, если поднять регулятор 5, шарики, вылетевшие из выходного отверстия, попадут в кювету-накопитель, а не в верхний приемник шариков. Так можно будет определить количество вылетевших шариков и время заполнения кюветы при заданных рабочих параметрах.



Рис. 2.3 Крышка-фиксатор кюветы

Методика измерений

Для выполнения работы, связанной непосредственно с моделированием распределения Максвелла, используется кювета, имеющая узкое отверстие на прозрачной стенке и два круглых отверстия разного диаметра на выпуклой части (рис. 2.4). Если поднять регулятор 5, то шарики, вылетевшие из прибора 1, попадут в кювету через верхнее отверстие и затем, миновав узкое отверстие на ее прозрачной стенке, окажутся в отсеках верхнего приемника 8. Нижнее отверстие меньшего диаметра служит для того, чтобы шарики, вылетевшие из прибора 1, но имеющие недостаточную скорость, попали обратно во внутреннюю камеру.



Рис. 2.4 Кювета, используемая при моделировании распределения Максвелла

Число шариков N_1 , попавших в первый отсек, имитирует число молекул, скорости которых имеют значения от 0 до v_1 . Число шариков N_2 , попавших во второй отсек, имитирует число молекул со скоростями от v_1 до v_2 и т. д. Обозначим общее число шариков N . Отношение $\frac{N_i}{N}$ есть

вероятность ΔP того, что молекулы модельного газа имеют скорости в интервале $v_i \div v_i + \Delta v$.

Экспериментальные результаты (количество шаров с разной скоростью) можно в соответствии с (3) представить в виде графика функции:

$$F(v) = \frac{\Delta P}{\Delta v}, \quad (34)$$

где Δv – изменение скорости, соответствующее изменению пути на Δx (длина одной ячейки верхнего приемника) и определяемое как

$$\Delta v = v_{i+1} - v_i, \quad (35)$$

Скорость шарика, попавшего в i -й отсек, можно найти, зная его дальность полета x_i (если шарик вылетает из отверстия установки горизонтально):

$$v_i = \sqrt{\frac{g}{2h}} x_i = K x_i, \quad (36)$$

где h - это разница высот между выходным отверстием на кювете и основанием верхнего приемника шариков. Параметр K в эксперименте есть величина постоянная и для упрощения выполнения расчетов может быть рассчитан отдельно.

Зная общее количество шариков N в ячейках, количество шариков в каждом отсеке N_i и среднее значение скорости для данного отсека \bar{v}_i , можно найти среднюю арифметическую скорость движения шариков

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i \bar{v}_i}{N}, \quad (37)$$

где n – число заполненных отсеков.

Средняя квадратичная скорость находится из условия

$$\bar{v}_{кг} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n N_i \bar{v}_i^2}{N}}. \quad (38)$$

Ячейка с максимальным количеством попавших в нее шариков N_i будет соответствовать наиболее вероятной скорости $v_{вер}$. Таким образом, зная характерные скорости, можно будет проверить соотношение (32), а также сравнить теоретический вид распределения Максвелла с полученным экспериментально.

Порядок выполнения работы

Упражнение 1. Подготовка эксперимента

1. Соберите установку в соответствии с рис. 2.1.
2. Определите средний вес одного стеклянного шара m путем взвешивания известного числа шаров (например, 10, 20 и 30). Массу одного шара определите для каждого случая и усредните полученные значения.
3. Подняв крышку-фиксатор, на выходном отверстии закрепите кювету-накопитель (рис. 2.2). Проверьте, чтобы круглые выходные отверстия на самом приборе и кювете были точно отцентрированы.
4. Поршень 6 с помощью регулировочного винта 3 установите на высоте $H = 7$ см. Защитное стекло камеры должно быть опущено (камера закрыта).
5. Зная массу m одного шарика, приготовьте маленькую «порцию» шариков (примерно по 300 штук в каждой). Затем медленно пересыпьте эту «порцию» через входное отверстие 2 в прибор 1. При засыпании шариков в прибор следите, чтобы они не скапливались возле отверстия 2. Входное отверстие должно быть закрыто регулятором 5.

6. Подайте рабочее напряжение U из диапазона 10 – 11 В, повернув ручку регулировки напряжения на источнике питания 12. Величина напряжения должна соответствовать частоте колебаний основания внутренней камеры 50 Гц. Для этого направьте и включите стробоскоп 11 так, чтобы он освещал внутреннюю камеру. Установите частоту вспышек стробоскопа ~ 50 Гц. Регулируя напряжение, добейтесь почти «неподвижного» положение колеблющейся платформы 10 (стробоскопический эффект). Запишите получившееся значение напряжения U .

7. Откройте выходное отверстие, подняв регулятор 5 на время $\tau = 60$ с. По истечении данного времени уменьшите напряжение на источнике питания до нуля. Закройте выходное отверстие, перемещая регулятор 5 вниз. Определите взвешиванием, сколько шариков оказалось в кювете-наполнителе. Пересыпая вылетевшие шарики обратно в прибор, повторите опыт еще 2 раза. Усреднив полученные значения, определите количество N стеклянных шаров, вылетающих из выходного отверстия прибора за время $\tau = 60$ с.

Примечание: Во время эксперимента по получению модели распределения Максвелла в прибор нужно будет подсыпать шарики в количестве $\Delta N = N/3$ с интервалом времени $\Delta \tau = \tau/3$, дабы сохранять постоянной плотность частиц во внутренней камере прибора 1. Полезно будет предварительно подготовить требуемые для подсыпания шарики, поместив их в пробирки.

Упражнение 2.

Получение модели распределения Максвелла

1. На выходном отверстии закрепите кювету для получения распределения (рис. 2.4). Проверьте, чтобы круглые выходные отверстия на самом приборе и кювете были точно отцентрированы.
2. Установите напряжение, полученное при выполнении п. 6 из упражнения 1. Дождитесь, пока все шарики в камере придут в движение. Затем, перемещая регулятор 5 вверх, откройте выходное отверстие. В течение 5 минут наблюдайте за заполнением отсеков нижнего приемника, постоянно подсыпая в прибор шарики с интервалом времени $\Delta\tau$ в количестве ΔN , определенном при выполнении п. 7 из упражнения 1. По окончании данного времени, уменьшите напряжение на источнике до нуля и закройте выходное отверстие.
3. С помощью кисточки очистите ячейки верхнего приемника 8 от оставшихся там шариков. Аккуратно снимите верхний приемник.
4. Измерьте высоту столбиков во всех отсеках нижнего приемника и занесите в таблицу результаты измерений.
5. Определите массу шариков m в каждом из отсеков. Для этого необходимо закрепить крышку с отверстием на нижнем приемнике 9 и, осторожно перемещая ее по длине приемника, последовательно совмещать отверстие в крышке с каждой из 24 ячеек нижнего приемника. Шарики из каждого отсека поместите в емкости для взвешивания и взвесьте.
6. Рассчитайте число N_i шариков в каждом отсеке. Результаты занесите в таблицу.
7. Повторите упражнение 2 еще 2 раза и получите усредненное количество шариков в каждой из ячеек нижнего приемника.

Упражнение 3.

Расчет характерных скоростей для экспериментально полученного распределения

1. Запишите измеренную с помощью штангенциркуля длину ячейки верхнего приемника – расстояние Δx .
2. С помощью штангенциркуля измерьте расстояние h – разность высот между выходным отверстием на кювете и основанием верхнего приемника шариков.
3. По формуле (36) рассчитайте скорости шариков v_i для всех отсеков приемника.
4. Найдите Δv по (35) и рассчитайте среднее значение скорости \bar{v}_i для каждого интервала скоростей как $\bar{v}_i = v_i + \frac{\Delta v}{2}$.
5. По формуле (34) рассчитайте плотность вероятности $F_i(v_i)$ для каждого отсека.
6. Постройте график зависимости $F(v)$, он будет отображать экспериментально полученное распределение. На этом же графике пунктирной линией изобразите теоретический вид кривой $F(v)$.
7. По графику зависимости $F(v)$ определите наиболее вероятную скорость $v_{вер}$ для распределения, полученного экспериментально.
8. По формулам (37), (38) вычислите среднюю скорость \bar{v} и среднеквадратичную скорость $\bar{v}_{кв}$.
9. Проверьте, выполняется ли соотношение (32) между $v_{вер}$, \bar{v} и $\bar{v}_{кв}$. Для этого найдите частное этих величин по данным вычислений пп. 7–8.
10. Параметры эксперимента занесите в таблицу 1, а полученные экспериментальные данные – в таблицу 2.

Упражнение 4.

Изучение влияния рабочих параметров установки на вид распределения Максвелла

1. Задайте другие рабочие параметры, изменив один из рабочих параметров: напряжение U или высоту H поршня.
2. Прodelайте все задания упражнений 1, 2 и пп. 1–6 из упражнения 3.
3. Сравните распределения, полученные при различных параметрах, опираясь на рис. 1.6.

Таблица 1

U, В	H, см	h, см	m, г	N	Δx , см	ΔN	Δt , с

Таблица 2

i	N_i	x_i , см	v_i , см	$\langle v_i \rangle$, см	$F_i(v_i)$, см ⁻¹	$v_{\text{вер}}$, см	$\langle v \rangle$, см	$\langle v \rangle_{\text{KB}}$, см
1								
2								
...								
24								

Вопросы для самостоятельной индивидуальной работы

1. Почему для изучения закона Максвелла применяют методы статистической физики.
2. Дайте определение вероятности совершения некоего события.
3. Что называют «плотностью вероятности»?

4. Нарисуйте график произвольной функции распределения случайной величины x . Чему соответствует площадь заштрихованной полоски ширины dx ?
5. В чем заключается условие нормировки?
6. Как найти среднее значение случайной величины x ?
7. Дайте понятие флуктуации случайной величины x .
8. Что называют температурой вырождения? Какие значения может принимать эта величина?
9. Расскажите о постановке задачи по нахождению распределения молекул по скоростям.
10. Почему при выводе распределения Максвелла все направления движения считаются равноправными?
11. Дайте определение объемной плотности вероятности.
12. Почему можно считать, что функции распределения скоростей $\varphi(v_x)$, $\varphi(v_y)$ и $\varphi(v_z)$ имеют одинаковый вид?
13. Объясните смысл пределов интегрирования от $-\infty$ до $+\infty$ для условия нормировки, например, функции $\varphi(v_x)$.
14. Приведите закон распределения Максвелла по модулю скорости. Начертите его график.
15. Что называют характерными скоростями и чему они соответствуют?
16. Укажите на графике распределения Максвелла характерные скорости.
17. Проанализируйте вид кривой распределения $F(v)$ в зависимости от температуры газа или массы его молекул.
18. Перечислите элементы, из которых состоит лабораторная установка, а также поясните их назначение.
19. Как влияют рабочие параметры установки (напряжение U и высота поршня H) на характер (вид) функции распределения. На что будут

влиять рабочие параметры установки: напряжение U и высота поршня H ?

20. Для чего требуется провести подготовительную работу по определению расхода шариков из внутренней камеры во время проведения эксперимента с заданными рабочими параметрами?

21. Отобразите вид функции, посредством которой предлагается представить экспериментальные результаты?

22. Как определить количество шариков N_i , оказавшихся в i -ом отсеке нижнего приемника?

23. Как рассчитывается скорость шарика, попавшего в i -й отсек?

24. Какая ячейка устройства будет соответствовать наиболее вероятной скорости?

25. С какой целью в работе применяется стробоскоп?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ДЖОУЛЯ - ТОМСОНА

Цель работы: изучение эффекта Джоуля – Томсона, определение коэффициентов Джоуля – Томсона для азота и углекислого газа.

Приборы и принадлежности: аппарат Джоуля-Томсона, цифровой измеритель температуры, температурный датчик иммерсионного типа, стальные баллоны с углекислым газом и азотом, редукционные клапаны для углекислого газа и азота.

Теоретическое введение

Эффект Джоуля – Томсона заключается в изменении температуры газа при адиабатическом дросселировании, т.е. медленном протекании газа через пористую перегородку под действием постоянного перепада давлений через дроссель. Это важное физическое явление было открыто в результате опытов, проведенных двумя английскими физиками Джеймсом Джоулем и Уильямом Томсоном с 1852 по 1862 годы.

В экспериментах Джоуля и Томсона использовалась трубка цилиндрического вида, окруженная теплоизолирующим материалом (рис.

1). Трубка разделялась на две части пробкой (пористой перегородкой), выполненной из плотной ваты или очесов шёлка.

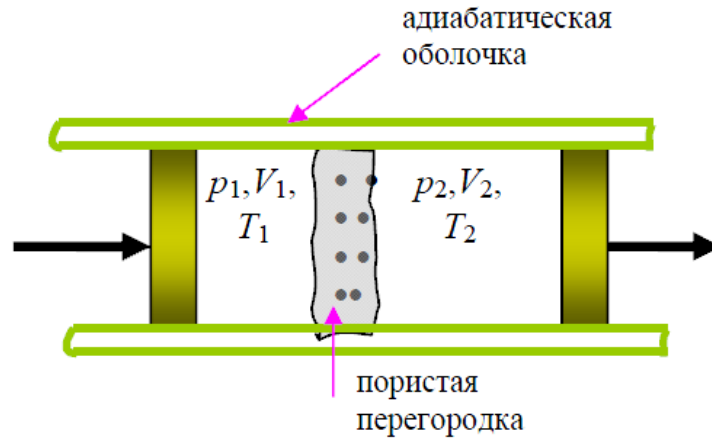


Рис.1. Схема опыта Джоуля – Томсона

Газ под действием разности давлений медленно протекал через пробку (рис.1), движение газа было спокойным. Таким образом, кинетической энергией газа, которая пропорциональна квадрату скорости, можно было пренебречь. Давление газа по разные стороны перегородки p_1 и p_2 при этом оставались постоянными, а т.к. трубка имела тепловую защиту, процесс протекания газа являлся адиабатическим (не происходило теплообмена с окружающей средой). В процессе опыта перегородка и газ обменивались между собой теплом, но как только теплообмен прекращался, процесс становился стационарным. При этом по разные стороны пробки устанавливались постоянные температуры T_1 и T_2 соответственно. Стационарное течение газа через пробку называется процессом Джоуля — Томсона, а изменение температуры газа при таком течении — эффектом Джоуля — Томсона.

Для детального описания процесса Джоуля-Томсона рассмотрим некоторое количество газа, первоначально находившегося по левую сторону от перегородки. При этом газ находился под давлением p_1 ,

занимал объем V_1 и имел температуру T_1 . Медленно перетекая в правую часть трубки через пробку, газ будет находиться при давлении p_2 ($p_2 < p_1$) и занимать объем V_2 . Обозначим внутреннюю энергию газа слева и справа от перегородки U_1 и U_2 , а работу совершаемую газом A_1 и A_2 соответственно. Тогда согласно первому началу термодинамики и учитывая, что теплообмен отсутствует, получаем:

$$A_1 + A_2 + U_2 - U_1 = 0 \quad (1)$$

Здесь $U_2 - U_1$ – изменение внутренней энергией.

Полная работа, совершенная газом, равна:

$$A = A_1 + A_2 = p_2 V_2 - p_1 V_1 \quad (2)$$

Подставим выражение (2) в (1) и получим:

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2 \quad (3)$$

Из выражения (3) следует постоянство энтальпии $H=U+PV$ в процессе Джоуля – Томсона, т.е. $H_1=H_2$ или $U+PV=Const$.

В своих опытах Джоуль и Томсон определили, что температура исследуемых газов немного понижалась после дросселирования (кроме водорода, температура которого повышалась). Причем было установлено, что разность температур T_1-T_2 была тем меньше, чем лучше выполнялось уравнение Клайперона $PV=RT$, справедливое для законов идеального газа. Следовательно, для идеальных газов выполняется равенство $T_1=T_2$, а т.к. по закону Бойля – Мариотта $p_1 V_1 = p_2 V_2$, то $U_1=U_2$. Таким образом, внутренняя энергия идеального газа при неизменной температуре не зависит от объема, а зависит только от температуры.

Для реальных газов работа при их расширении производится не только против сил внешнего давления, но и против сил межмолекулярного

взаимодействия, которое не учитывается в идеальном газе. Поэтому в реальном газе $p_1V_1 \neq p_2V_2$, $U_1 \neq U_2$ и $T_1 \neq T_2$.

Для характеристики процесса Джоуля – Томсона вводится коэффициент Джоуля – Томсона, величина которого определяется выражением:

$$\mu = \frac{T_1 - T_2}{p_1 - p_2} \quad (4)$$

Если газ при прохождении через перегородку охлаждается ($T_2 < T_1$), то $\mu > 0$ и эффект Джоуля – Томсона называется положительным. Если $T_2 > T_1$, то $\mu < 0$ и эффект называется отрицательным.

Для учета объема, доступного движущимися молекулами, и межмолекулярных взаимодействий воспользуемся уравнением Ван-дер-Ваальса, описывающим реальный газ:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (5)$$

Здесь a и b – экспериментальные константы, учитывающие отклонение свойств реального газа от свойств идеального газа, R – универсальная газовая постоянная, равная $8.31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$. Слагаемое $\frac{a}{V^2}$ имеет размерность давления и учитывает притяжение между молекулами газа за счет Ван-дер-Ваальсовских сил. Константа b является поправкой на собственный объем молекул газа и учитывает отталкивание молекул на близких расстояниях.

Из уравнения (5) можно получить коэффициент Джоуля – Томсона:

$$\mu = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}, \quad (6)$$

где C_p – молярная теплоёмкость газа при постоянном давлении.

Из этой формулы следует, что существует температура $T_{инв} = \frac{2a}{Rb}$, при которой реальный газ, проходя через пористую перегородку, не изменяет свою температуру. Эта температура называется температурой инверсии. Совокупность точек температуры инверсии на диаграмме P - T называют кривой инверсии. Для точек на самой кривой эффект равен нулю. На рис. 2 приведен пример такой кривой.

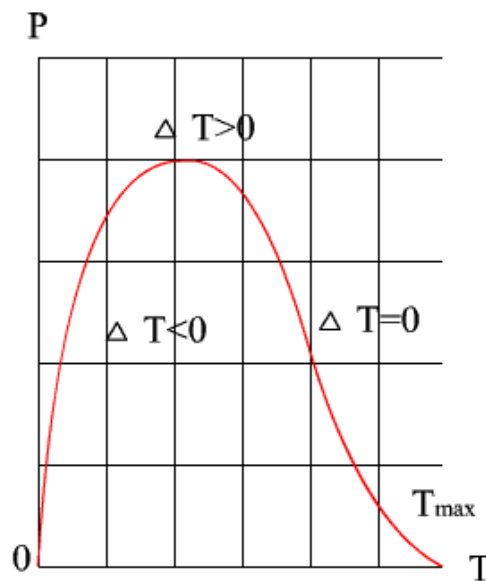


Рис.2. Кривая зависимости температуры инверсии от давления

В нормальных условиях средние расстояния между молекулами газа на порядок превосходят размеры молекул. Исходя из этого, параметром b в уравнении (6) можно пренебречь, и вычислить постоянную Ван-дер-Ваальса a по формуле:

$$a = \frac{\mu RT C_p}{2} \quad (7)$$

Значение молярной теплоемкости газа при постоянном давлении можно вычислить из следующего соотношения:

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2}, \quad (8)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа.

Экспериментальная установка

Общий вид установки приведен на рис.3. В нее входят следующие элементы:

1. Стальной баллон с азотом
2. Выпускной кран баллона с азотом
3. Редукционный клапан баллона с азотом
4. Распределительный клапан баллона с азотом
5. Манометр высокого давления баллона с азотом
6. Манометр низкого давления баллона с азотом
7. Стальной баллон с углекислым газом
8. Выпускной клапан баллона с углекислым газом
9. Редукционный клапан баллона с углекислым газом
10. Распределительный клапан баллона с углекислым газом
11. Манометр высокого давления баллона с углекислым газом
12. Манометр низкого давления баллона с углекислым газом
13. Цифровой измеритель температуры
14. Аппарат Джоуля - Томсона

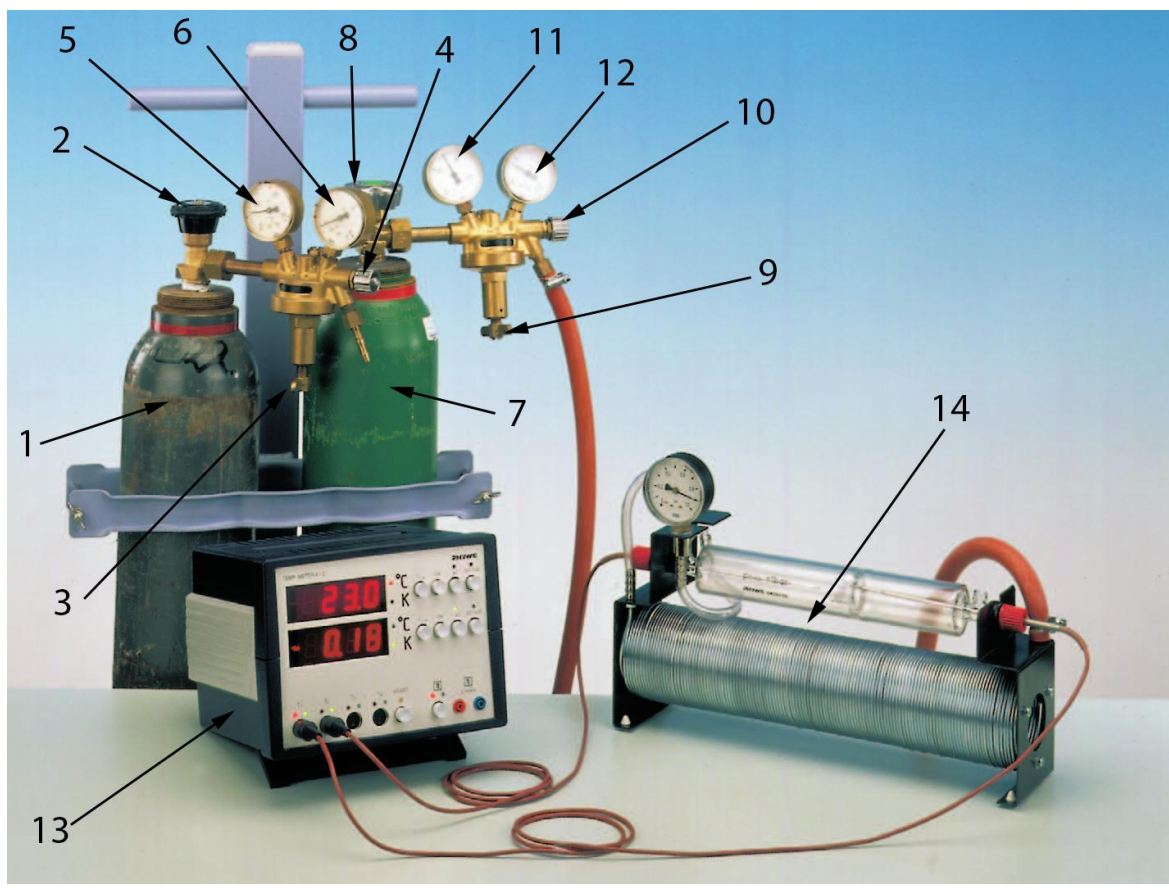


Рис. 3. Общий вид установки для изучения эффекта Джоуля - Томсона

Аппарат Джоуля – Томсона детально представлен на рис. 4. Газ, выходя из баллона через редуктор и шланг 1, подвергается расширению и охлаждению. Чтобы температура газа достигла комнатной, он сначала проходит через теплообменник 2. После этого газ пропускается через пластиковый шланг 3 и манометр 4 и поступает в левую часть 5 (относительно экспериментатора) цилиндрической трубки. Между левой частью трубки 5 и правой частью трубки 6, находится пористая таблетка 7. После медленного перетекания газа из левой в правую часть, он выходит через отверстие 8. Манометр 4 измеряет разность давлений между двумя частями камеры. Шкала манометра отградуирована в барах (1Бар = 10^5 Па). Для измерения температуры в противоположных частях камеры используются датчики температуры 9 и 10.

Датчики температуры подключены к цифровому измерителю температуры, который может работать в двух режимах:

1. показываются температуры двух датчиков с точностью 0.1 K ;
2. показываются температура одного из датчиков, а также разность температур с точностью до 0.01 K .

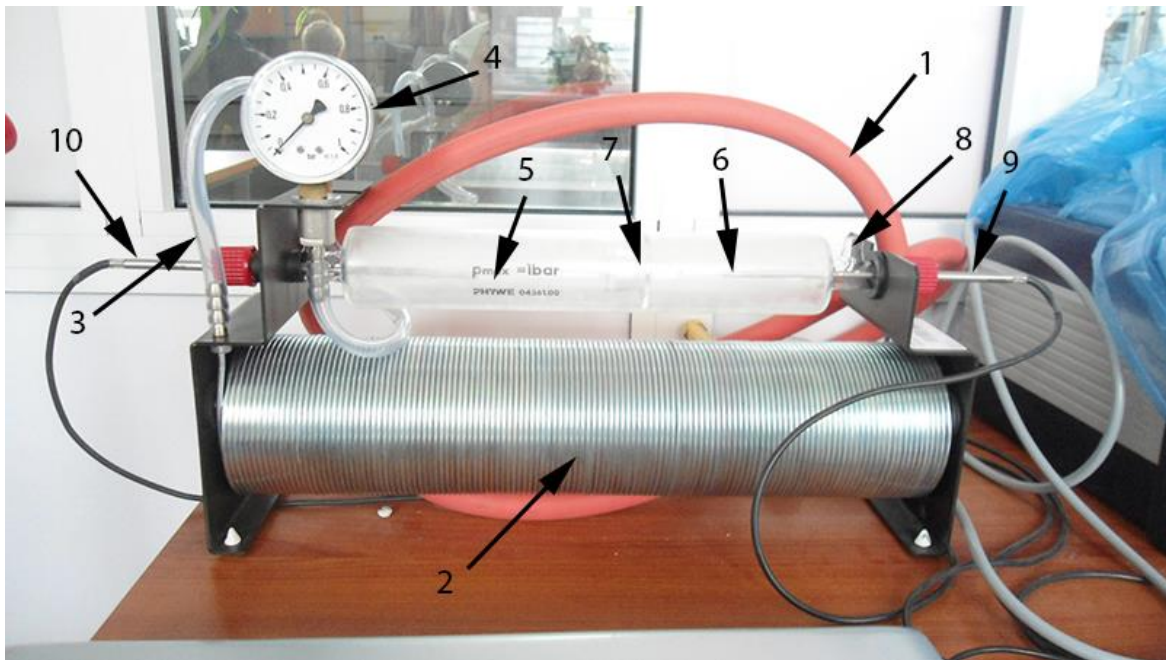


Рис. 4. Аппарат Джоуля - Томсона

Рекомендации по выполнению работы

1. Перед началом выполнения работы удостоверьтесь в целостности и герметичности всех соединительных шлангов. Перекройте все выпускные краны баллонов и редуктора вращением маховиков по часовой стрелке. Убедитесь, что все манометры показывают нулевое давление.
2. Включите цифровой измеритель температуры.

3. Проверьте правильность подключения датчиков температуры к аппарату Джоуля – Томсона и цифровому измерителю температуры.
4. Установите в цифровом измерителе температуры такой режим, в котором один из каналов измерителя будет показывать температуру газа до пористой перегородки, а второй разность температур в противоположных частях камеры. Температура должна отображаться в Кельвинах.
5. Осторожно откройте последовательно клапан стального баллона азота, распределительный клапан азота и редукционный клапан таким образом, чтобы на манометре 4 аппарата Джоуля – Томсона установилось давление 1 бар (100 кПа).
6. Вращайте маховик редукционного клапана и распределительного клапана так, чтобы показания манометра 4 изменялись от 1 до 0 бар последовательно через 0.1 бар и записывайте показания разности температур (показания записывайте через минуту после того, как установится постоянное давление).
7. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты измерений

<i>№ изм.</i>	Δp , кПа	T_1 , К	ΔT , К

8. Закройте все клапаны и повторите все действия для баллона с углекислым газом, предварительно согласовав с преподавателем необходимость измерений.

Обработка результатов измерений

1. По полученным данным постройте графики зависимости разности температур ΔT от разности давлений Δp .
2. С помощью графика определите коэффициент Джоуля – Томсона, который будет равен тангенсу угла наклона прямой.
3. Определите погрешность полученного значения коэффициента Джоуля - Томсона $\Delta \mu$ методом расчета погрешностей косвенных измерений.
4. По формуле (7) вычислите постоянную Ван-дер-Ваальса a .
5. Заполните таблицу измерений, сделайте выводы.

Вопросы для самостоятельной индивидуальной работы

1. В чем заключаются отличия реального газа от идеального?
2. В чем заключается суть эффекта Джоуля – Томсона?
3. В каких единицах измеряется коэффициент Джоуля – Томсона?
4. Когда эффект Джоуля – Томсона является положительным, а когда отрицательным?
5. Что такое температура инверсии?
6. Какой смысл имеют константы a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса?
7. Чем можно объяснить погрешность измерений?
8. Какой процесс называется адиабатным? Почему на практике сложно реализовать адиабатный процесс?
9. Константы a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса различны для различных газов. Объясните почему?
10. Объясните, почему при пропускании через пористую перегородку некоторые газы нагреваются. А другие охлаждаются?

11. В ряде случаев теплоемкость газов зависит от температуры. Почему в данном опыте не учитывается это обстоятельство?
12. Дайте определение степени свободы молекул газа. В каком случае следует учитывать колебательную степень свободы?
13. Используя понятие работы газа, получите формулу для расчёта внутренней энергии реального газа.
14. Как зависит величина температуры инверсии эффекта Джоуля–Томсона от рода газа?
15. Что называют энтальпией или тепловой функцией газа?
16. В каких случаях при пропускании газа через пористую перегородку все газы нагреваются, а когда они все охлаждаются?
17. Почему работа производимая поршнями вычисляется по простейшей формуле pV ?
18. При каких условиях средние расстояния между молекулами газа на порядок превосходят размеры молекул? Дайте подробное объяснение.
19. Как зависит энергия идеального газа от температуры?
20. От каких параметров газа зависит положение точки инверсии температуры?
21. Как снизить скорость течения газа через пористую перегородку?
22. В каких технологиях используется эффект Джоуля–Томсона. Приведите примеры.
23. Почему можно пренебречь кинетической энергией текущего через перегородку газа?
24. Каким образом в опыте достигается постоянство давлений до и после перегородки?
25. Какую работу производит газ, проходя через перегородку?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

Определение теплоемкости идеального газа

Цель работы: определение молярной теплоёмкости воздуха при постоянном объёме C_V и при постоянном давлении C_P , определение отношения теплоемкостей для воздуха (C_P/C_V) для воздуха, проверка справедливости уравнения Майера.

Приборы и принадлежности: прецизионный манометр, электрический нагреватель с цифровым счетчиком времени, цифровой вольтметр, цифровой амперметр, сосуд Мариотта, газовые шприцы.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Для определения теплоёмкости используем первое начало термодинамики: количество теплоты δQ , сообщённое системе, идёт на приращение внутренней энергии dU системы и на совершение системой работы δA над внешними телами. Если объём газа V изменяется, то выражение для элементарной работы $\delta A = pdV$ в формуле (1) ΔV и первое начало термодинамики принимает вид:

$$\delta Q = dU + pdV. \quad (1)$$

В формуле (1) dU есть полный дифференциал, поскольку внутренняя энергия представляет собой функцию состояния системы. Её приращение при переходе системы из одного состояния в другое не зависит от пути, по которому совершается переход, то есть $\Delta U = U_2 - U_1 = \int_1^2 dU$, и равно разности значений функции U в состояниях 2 и 1. Для приращений Q и A применены обозначения δQ и δA , так как эти величины не являются полными дифференциалами, то есть и работа A , и количество полученного системой тепла Q при конечных изменениях объёма – это интегралы $\int_1^2 \delta A = A_{12}$ и $\int_1^2 \delta Q = Q_{12}$, которые зависят от пути, по которому производится интегрирование (они являются функциями процесса) и не могут быть представлены в виде $A_2 - A_1$ и $Q_2 - Q_1$. Поскольку о запасе работы и теплоты говорить нельзя, то эти величины не являются функциями состояния: A_{12} – работа, совершаемая телом в ходе определённого процесса 1 – 2, а Q_{12} – количество теплоты, полученное телом в ходе того же процесса.

Молярной теплоёмкостью C вещества называется величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на один кельвин.

Так, если газ массой m с молярной массой M содержит $\nu = m/M$ число молей, то молярную теплоёмкость C можно записать как:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2)$$

В зависимости от условий, при которых происходит нагревание вещества, различают молярную теплоёмкость при постоянном объёме C_V и при постоянном давлении C_P . Из (1) и (2) при изохорических условиях ($V = \text{const}$) получаем:

$$C_V = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT}, \quad (3)$$

а при изобарических условиях ($p = \text{const}$):

$$C_P = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} \right) \quad (4)$$

Учитывая уравнение состояния для идеального газа

$$pV = \nu RT, \quad (5)$$

можно получить уравнение Майера, связывающее между собой теплоёмкости C_P и C_V :

$$C_P - C_V = R, \quad (6)$$

где $R = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ – универсальная газовая постоянная.

Внутренняя энергия в (3) может быть вычислена в рамках кинетической теории газа:

$$U = \nu \left(\frac{i}{2} \right) k N_A T, \quad (7)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана, $N_A = 6,0225 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро, i – общее число поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы молекулы.

Для молекул с жёсткой связью между атомами учитываются только поступательные и вращательные степени свободы. Молекулы в трёхмерном пространстве имеют три поступательные степени свободы. Двухатомные молекулы имеют две дополнительные вращательные степени свободы вокруг главных осей инерции. Нелинейные молекулы с числом атомов три и более имеют три вращательные степени свободы; линейные

молекулы с любым числом атомов ведут себя подобно двухатомным и имеют две вращательные степени свободы. Одноатомные частицы не имеют вращательных степеней свободы.

Так как по определению

$$R = k \cdot N_A, \quad (8)$$

то после подстановки (7) и (8) в (3) получим:

$$C_v = \left(\frac{i}{2}\right)R. \quad (9)$$

С учётом равенства (6), получим:

$$C_p = \left(\frac{i+2}{2}\right)R. \quad (10)$$

Воздух состоит, в основном, из кислорода и азота (примерно 20% и 80%, соответственно). В первом приближении можно принять для воздуха $i = 5$ и тогда

$$\begin{aligned} C_v &= 2,5R = 20,8 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}, \\ C_p &= 3,5R = 29,1 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ C_p .

В данной работе энергия δQ сообщается газу электрическим нагревателем

$$\delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t, \quad (12)$$

где U – напряжение на нагревателе, I – ток, текущий через нагреватель, Δt – время протекания тока через нагреватель. При $p = \text{const}$ увеличение температуры газа ΔT приводит к увеличению объёма ΔV . Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\Delta V = \frac{\nu R}{p} \Delta T = \frac{V}{T} \Delta T. \quad (13)$$

Учитывая формулы (2), а также (12) и (13), получим:

$$C_p = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t \cdot V}{\Delta V \cdot T} \quad (14)$$

Подставив в (14) число молей ν из уравнения (5): $\nu = \frac{pV}{RT}$, получим:

$$C_p = R \cdot \frac{U \cdot I}{1,3p} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta V}, \quad (15)$$

где p – атмосферное давление.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ C_v .

При изохорических условиях увеличение температуры ΔT приводит к увеличению давления Δp :

$$\Delta p = \frac{\nu R \Delta T}{V} = \frac{p}{T} \Delta T. \quad (16)$$

Подставляя ΔT в (3) и учитывая (12), получим:

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t \cdot p}{\Delta p \cdot T}. \quad (17)$$

Подставив в (17) число молей ν из уравнения (5): $\nu = \frac{pV}{RT}$, получим:

$$C_v = R \cdot \frac{U \cdot I}{V} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta p}. \quad (18)$$

Процесс измерения давления в используемом ниже методе приводят к небольшому изменению объёма, которое должно быть на практике учтено в вычислениях:

$$\Delta T = \frac{p}{\nu R} \Delta V + \frac{V}{\nu R} \Delta p = \frac{T}{pV} (p \Delta V + V \Delta p). \quad (19)$$

Из уравнений (3) и (1) следует, что

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\delta Q - p \Delta V}{\Delta T} \quad (20)$$

Подставив в это уравнение (19) и (12), получаем:

$$C_v = \frac{pV}{\nu T} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t - p \Delta V}{p \Delta V + V \Delta p} \quad (21)$$

В данной работе принимается

$$\Delta V = a \cdot \Delta p, \quad (22)$$

где $a = 8,55 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3/\text{Па}$ – постоянная прибора.

Подставив в (21) $\Delta V = a \cdot \Delta p$ и число молей ν из уравнения (5) $\nu = \frac{pV}{RT}$, получим:

$$C_V = R \left(\frac{U \cdot I \cdot \Delta t}{2(ap + V) \cdot \Delta p} - \frac{ap}{ap + V} \right) \quad (23)$$

Здесь p – атмосферное давление.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Экспериментальная установка для измерения C_V и C_P показана на рис.1. Тепло сообщается газу, находящемуся в стеклянном сосуде (1), электрическим нагревателем (2), включаемым на короткое время. Увеличение температуры газа при изохорических условиях приводит к росту давления, которое измеряется манометром (3). При изобарических условиях увеличение температуры приводит к увеличению объёма газа, которое определяется с помощью газового шприца (11) с поршнем. Молярная теплоёмкость C_V и C_P вычисляется по изменению давления и объёма, соответственно. Отверстие в нижней части сосуда на рис. 1 закрыто резиновой пробкой (5), через которую проходят электроды нагревателя (6) и одноходовой кран (4). Провода (7) соединяют нагреватель с источником питания на выходе измерительного прибора (таймера) (8), который определяет время нагрева газа. В горловину сосуда вставлена резиновая пробка с трёхходовым краном (10). Для измерения давления окружающей среды к установке прилагается стандартный цифровой барометр (не показан на рисунке). Напряжение и ток через нагреватель определяются цифровым вольтметром (12) и цифровым амперметром (13).

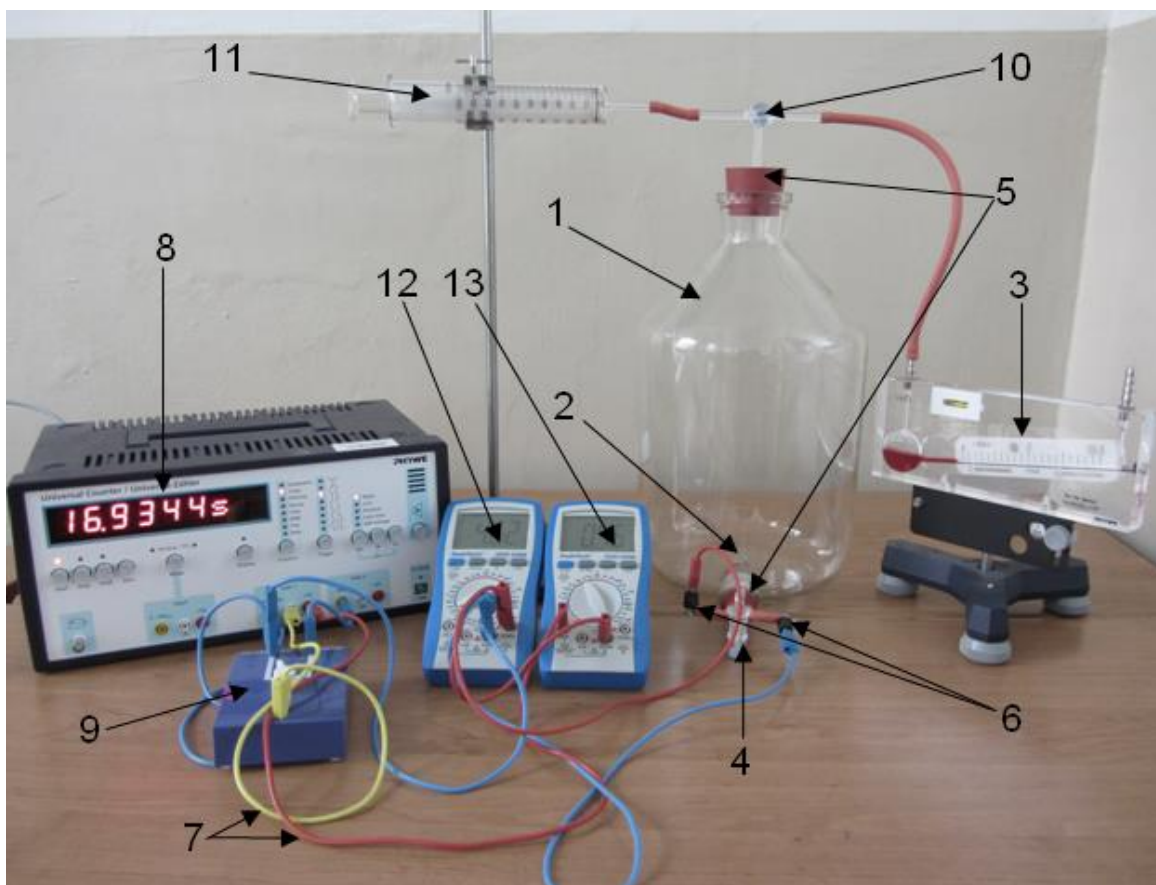


Рис. 1. Установки для измерения теплоемкостей воздуха:

1 – стеклянный сосуд; 2 – электрический нагреватель; 3 – манометр; 4 – одноходовой кран; 5 – резиновая пробка; 6 – электроды нагревателя; 7 – провода; 8 – измерительный прибор (таймер); 9 – ключ; 10 – трёхходовой кран; 11 – газовый шприц; 12 – цифровой вольтметр; 13 – цифровой амперметр.

Электрическая схема включения измерительного прибора, вольтметра, амперметра и нагревателя показана на рис. 2.

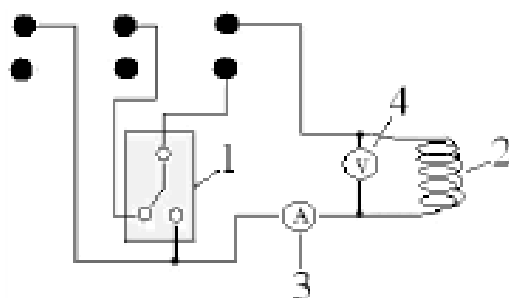


Рис. 2. Электрическая схема включения измерительного прибора: 1 – ключ; 2 – электрический нагреватель; 3 – амперметр; 4 – вольтметр

При определении C_V по формуле (24) используется постоянная методики a , которая вычисляется следующим способом. Индикаторная трубка в манометре (3), который заполнен бензолом, на рис. 1, a имеет радиус $r = 2$ мм. Длина столбика бензола изменяется на 1 см при изменении давления на величину $p=14,8$ Па. Поэтому соответствующее изменение объёма можно записать как $\Delta V = a \cdot \Delta p$, где

$$a = \pi \cdot r^2 \left(\frac{1}{14,7} \frac{\text{см}}{\text{Па}} \right) = 8,55 \cdot 10^{-3} \frac{\text{см}^3}{\text{Па}}$$

ЗАДАНИЕ

1. Провести измерения и заполнить соответствующие таблицы.
2. Построить графики зависимости изменения объёма и давления от времени.
По построенным графикам определите угловой коэффициент касательной.
3. Рассчитать значения C_V и C_p , по формулам (23) и (15) соответственно.
4. Определить отношения теплоемкостей для воздуха (C_p/C_V) для воздуха, проверить справедливость уравнения Майера.
5. Сделать вывод по работе.

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ C_V И C_p .

Примечание: При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории. Работу следует проводить в строгом соответствии с ниже изложенным порядком выполнения. Поскольку электрический ток через контакты к нагревателю может нанести электрические травмы и вызвать порчу лабораторного оборудования, необходимо каждый раз перед запуском измерений убедиться в отсутствии

условий для короткого замыкания и надёжной электрической изоляции электроконтактов.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ C_v .

1.1. Подсоединить манометр (3) к трёхходовому крану (10) с помощью резиновой трубки (рис. 1). Манометр должен быть расположен горизонтально, а столбик жидкости – на отметке 0.

1.2. Подсоединить провода для измерения тока и напряжения к измерительному прибору, амперметру и вольтметру по схеме, представленной на рис. 2. Измерительный прибор должен показывать четыре значащие цифры отсчёта времени в секундах. Для этого на приборе (8) должны быть установлены (красная подсветка) диапазоны: Display – "s", Function – "Timer", Trigger – "┌_┌_" (третья шкала сверху).

1.3. Повернуть трёхходовой кран (10) в позицию, при которой сосуд соединён с манометром, и одновременно перекрыть от окружающей атмосферы (ручка крана – вертикально, красная точка на кране направлена в сторону манометра). Нижний одноходовой кран (4) закрыт.

1.4. Включить измерительный прибор (8) в сеть и нажать кнопку "Start" для перехода в режим нагрева и измерения времени. Включить цифровой амперметр (13) и вольтметр (12), нажатием кнопки «Power».

1.4. Для измерения времени нагрева замкнуть ключ (9). Время нагрева Δt не должно превышать 10 секунд, чтобы за время нагрева давление в сосуде увеличилось не более чем на 0,2 мбара, что соответствует удлинению столбика жидкости в манометре от отметки 0 до 0,2. Далее разомкнуть ключ (14). Столбик жидкости в барометре продолжает подниматься вверх. Ждать до полной остановки и только после этого записывать значения в таблицу 1. Ток накала надо выбирать $\leq 0,5$ А.

1.5. Записать в таблицу 1 время нагрева Δt , значение тока, напряжение и увеличение давления Δp .

1.6. После измерения параметров провести выравнивание давления в сосуде и манометре с окружающей атмосферой. Для этого открыть одноходовой кран (4). Для каждого значения давления повторите опыт не менее 3 раз.

1.7. Провести 5 серий измерений изменяя давления от 0,2 до 2 мбара и записать в таблицу. Для сброса времени используйте кнопку "Start".

1.8. Записать в таблицу 1 атмосферное давление p по показанию барометра.

Таблица 1.

№	(Δp) , мбар	Δt , с	$(\overline{\Delta p})$, мбар	$(\overline{\Delta p})$, Па	$\overline{\Delta t}$, с	U , В	I , А	p , Па (атмосферное)	$(\overline{C_V})$, Дж/(моль·К)
1									
2									
...									
n									

1.9. По завершению работы на измерительном приборе (8) нажать кнопку «Stop», выключить цифровой амперметр и вольтметр и лишь после этого выключить измерительный прибор.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ C_p .

2.1. Заменить манометр на газовый шприц 11, который подсоединяются к сосуду через трёхходовой кран (10), как показано на рис. 1.

2.2. Подсоедините провода для измерения тока и напряжения к измерительному прибору, амперметру и вольтметру по схеме, представленной на рис. 2. Измерительный прибор должен показывать

четыре значащие цифры отсчёта времени в секундах. Для этого на приборе (8) должны быть установлены (красная подсветка) диапазоны: Display – "s", Function – "Timer", Trigger – "┌┐┌" (третий сверху шкалы).

2.3. Включить измерительный прибор (8) в сеть и нажать кнопку "Start" для перехода в режим нагрева и измерения времени. Включить цифровой амперметр (13) и вольтметр (12), нажав кнопки «Power».

2.4. Повернуть трёхходовой кран (10) в позицию, при которой сосуд сообщается со шприцом (11) (ручка крана – вертикально, красная точка на кране направлена в сторону шприца).

2.5. Закрыть одноходовой кран (4), поршень в шприце (11) находится в «закрытом» состоянии, на отметке 0.

2.6. До включения тока нагрева слегка вращайте рукой поршень (11), чтобы уменьшить силу трения между поршнем и стенками шприца.

2.7. Для измерения времени нагрева замкнуть ключ (9). Время нагрева Δt должно быть не более 10 секунд, что приводит к незначительному смещению поршня в газовом шприце на 2 деления. В конечном итоге, изменяя время нагрева, необходимо измерит изменение объёма ΔV . Ток накала надо выбирать $\leq 0,5$ А.

2.8. Записать в таблицу 2 время нагрева Δt , значение тока, напряжение и увеличение объёма ΔV . Для каждого значения объёма повторить опыт не менее 3 раз.

2.9. Провести 5 серий изменяя объем от 2 до 10 мл. После каждого измерения необходимо удалять воздух из системы по пункту 2.5. Для сброса времени используйте кнопку "Start".

Таблица 2.

№	(ΔV) , мл	Δt , с	$\overline{\Delta t}$, с	$(\overline{\Delta V})$, мл	(ΔV) , мм ³	U , В	I , А	p , Па (атмосферное)	$(\overline{C_p})$, ДЖ/(моль·К)
1									

2									
...									
n									

2.10. По завершению работы на измерительном приборе нажмите кнопку «Stop», выключите цифровой амперметр и вольтметр и лишь после этого выключите измерительный прибор.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Обработка данных для C_V .

1.1. Построить график $\Delta p=f(\Delta t)$. По наклону прямой найти угловой коэффициент касательной.

1.2. По результатам измерений в таблице 1 рассчитать величины ($\overline{C_V}$) по формуле (23), зная ёмкость сосуда $V = 10$ литров, p – атмосферное давление. Результаты вычислений C_V записать в таблицу 1.

1.3. Сравнить полученное значение с теоретическим значением для двухатомного газа, рассчитать погрешность.

Обработка данных для C_p .

2.1. Построить график $\Delta V=f(\Delta t)$. По наклону прямой найти угловой коэффициент касательной.

2.3. По результатам измерений в таблице 2 рассчитать величины ($\overline{C_p}$) по формуле (15). Результаты вычислений C_p записать в таблицу 2.

2.3. Сравнить полученное значение с теоретическим значением для двухатомного газа, рассчитать погрешность.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение молярной теплоёмкости C_p при постоянном давлении идеального газа. Как определяется C_p через число степеней свободы i для молекул моля идеального газа?
2. Дайте определение молярной теплоёмкости C_v при постоянном объёме идеального газа. Как определяется C_v через число степеней свободы i молекул моля идеального газа?
2. Сколько степеней свободы имеют одноатомные молекулы идеального газа, и какого типа эти степени свободы?
4. Сколько степеней свободы имеют трёхатомные молекулы идеального газа с жёсткими, нелинейными связями и какого типа эти степени свободы?
5. Дайте определение показателя адиабаты γ для идеального газа. Напишите формулу для γ , используя число степеней свободы i . Рассчитайте значение γ для четырёхатомных молекул идеального газа с жёсткими нелинейными связями.
6. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики в дифференциальной и интегральной форме.
6. Как записывается первое начало термодинамики для изохорического процесса? Напишите формулу для внутренней энергии U моля идеального газа, используя постоянную Больцмана k , число степеней свободы i .
7. Как определяется молярная газовая постоянная R в уравнении состояния моля идеального газа? Напишите формулу.
8. В чем заключается физический смысл универсальной газовой постоянной R .
9. Получите выражение работы и изобразите величину работы в координатах PV для каждого изопроцесса.

10. Что называется обратимым и необратимым процессами? Приведите примеры. Как принято изображать эти процессы графически?
11. С какой целью каждый раз после проведения измерения удаляют воздух из баллона?
12. Почему при измерении C_p каждый раз необходимо возвращать уровень жидкости в барометре до первоначального положения?
13. Какова связь между C_v и C_p и числом степеней свободы молекул газа γ ?
14. Сколько степеней свободы у молекул газов He, H_2 , CO_2 Какие это степени свободы?
15. Имеются ли ограничения, накладываемые на величину начального давления в баллоне?
16. Какие явления нарушают адиабатичность расширения газа?
17. Можно ли вести опыт, используя в данной экспериментальной установке в качестве исходного состояния разрежение газа?
18. Как повлияет на ход эксперимента наличие паров воды в воздухе?
19. Какая величина характеризует внутреннюю энергию газа?
20. Как связано число степеней свободы молекул газа с кинетической энергией этого газа?
21. Как связано число степеней свободы молекул газа с теплоёмкостью этого газа?
22. Может ли газ в данной работе считаться идеальным и почему?
23. Почему C_p больше чем C_v ?
24. Почему теплоёмкость газов зависит от условий нагревания?
25. Что такое энтропия? Каков статистический смысл энтропии?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

Цель работы: изучение основ теории теплопроводности металлов, определение коэффициента теплопроводности для меди и алюминия и проверка закона Видемана-Франца.

Приборы и принадлежности: два калориметра объемом по 500 мл, медный и алюминиевый стержни, теплопроводящая паста, цифровой термометр типа РНУВЕ 4-2, температурные датчики контактного и погружного типа, секундомер, штативы с держателями, мерный стеклянный стакан, магнитная мешалка, электроплитка, реостат, многоцелевой трансформатор, цифровые мультиметры, универсальный усилитель, соединительные шнуры.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

При тепловом контакте двух тел, имеющих различные температуры T_1 и T_2 , происходит передача теплоты от тела с более высокой температурой к телу с более низкой температурой. Передача теплоты происходит также между различными частями одного и того же тела, если температуры этих частей неодинаковы. Различают три механизма передачи теплоты: **теплопроводность**, **конвекция** и **излучение**. Последний механизм рассматривают в оптике. В жидкостях и газах передача теплоты возможна путем теплопроводности, конвекции. В твердом теле конвекция не может возникнуть, так как невозможно перемещение массы вещества вместе с теплом. Поэтому перенос тепла в твердом теле осуществляется только теплопроводностью.

Механизм переноса тепла в твердом теле описывается так же, как и в газе. Если через единицу площади сечения S перпендикулярно к его плоскости в

течение времени dt переносится количество тепла dQ , то величина q называется **плотностью теплового потока** и определяется как

$$q = \frac{dQ}{Sdt}. \quad (1)$$

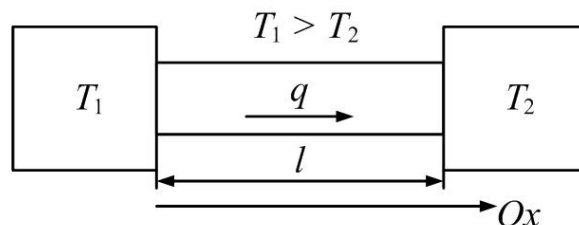


Рис. 1. Одномерный случай процесса теплопроводности

В одномерном случае (рис. 1) плотность теплового потока связана с разностью температур, вызывающей перенос вдоль направления x , соотношением

$$q = \chi \cdot \frac{T_1 - T_2}{dx} = -\chi \frac{dT}{dx}, \quad (2)$$

где χ – коэффициент теплопроводности, dT/dx – градиент температуры в направлении Ox . Величина dT/dx характеризует быстроту изменения температуры в направлении распространения тепла и численно равна изменению температуры тела на единице длины в этом направлении. Она называется градиентом температуры. Знак минус в уравнении (2) означает, что поток тепла направлен в сторону, противоположную градиенту температуры.

В тех случаях, когда вещество, в котором существует градиент температуры, предоставлено самому себе, то есть к нему извне не подводится энергия, теплопроводность приводит к выравниванию температуры. Такой процесс теплопроводности называют **нестационарным**. **Стационарная теплопроводность** наблюдается, если поддерживается постоянный градиент температуры.

Объединив соотношения (1) и (2), получим уравнение, которое описывает процесс теплопроводности и называется уравнением Фурье:

$$dQ = -\chi \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot dt. \quad (3)$$

Коэффициент χ зависит от физической природы вещества и его состояния. **Коэффициент теплопроводности** численно равен количеству тепла, переносимому за 1 секунду через единицу площади, перпендикулярной направлению распространения тепла, если градиент температуры равен единице. Как следует из формулы (3), коэффициент теплопроводности измеряется в системе СИ в единицах Дж/(м·с·К) или Вт/(м·К).

Значения коэффициента теплопроводности для некоторых материалов приведены в таблице 1. Как видно из таблицы, металлы обладают большими коэффициентами теплопроводности, они являются хорошими проводниками теплоты. Твердые вещества, являющиеся диэлектриками, как, например, асбест, дерево, лед, и газы, являются плохими проводниками теплоты, поэтому некоторые из них применяются в качестве тепловых изоляторов. На плохой теплопроводности газов, например, основано применение в строительстве пористых материалов.

Рассмотрим процесс переноса тепла через некоторую площадку S на расстоянии x от источника тепла (рис. 2). Поскольку, в слое с большей температурой молекулы газа имеют большую среднюю кинетическую энергию, чем в слое с меньшей температурой, то попадая при хаотическом движении в этот слой, они при столкновениях с другими молекулами слоя передают им избыток своей энергии и тем самым увеличивают его температуру. А молекулы, попадающие из слоя с меньшей температурой в слой с большей температурой, будут увеличивать в нем свою энергию за счет других молекул этого слоя и, тем самым, будут понижать температуру слоя. Поэтому в молекулярно-кинетической теории перенос количества теплоты dQ через площадку S рассматривается, как перенос через эту площадку средней кинетической энергии хаотического движения молекул.

Таблица 1. Коэффициенты теплопроводности для различных материалов

	Вещество	T, K	$\chi, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$
Газы	Водород	300	0,183
	Гелий	300	0,152
	Кислород	300	0,0267
	Аргон	300	0,0177
	Азот	300	0,0257
	Воздух	300	0,0262
Металлы	Серебро	400	425
	Медь	400	393
	Железо	400	70
	Олово	400	62
	Алюминий	400	240
	Свинец	400	34
Диэлектрики	Хлорид натрия	273	6,9
	Стекло	293	0,4÷1,0
	Дерево	293	0,095÷0,20
	Асбест	293	0,4÷0,8
	Кварц	291	5,0
	Кирпич	298	0,27÷0,81
	Лед	273	2,2

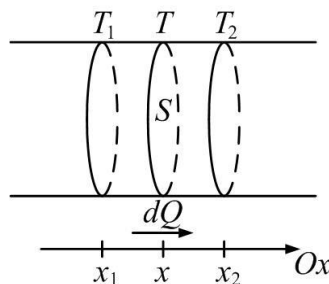


Рис. 2. Одномерный случай переноса тепла dQ через площадку S на расстоянии x от источника тепла ($T_1 > T_2$)

Так молекулам со средней длиной свободного пробега $\bar{\lambda}$, пролетающим площадку S от более нагретого участка (рис. 2), нужно приписать среднюю энергию, соответствующую температуре $T_1 = \left(T + \bar{\lambda} \frac{dT}{dx} \right)$ в плоскости с координатой $x_1 = (x - \bar{\lambda})$, а молекулам, летящим от более холодного участка,

– значение энергии, определяемое температурой $T_2 = \left(T - \bar{\lambda} \frac{dT}{dx} \right)$ в плоскости с координатой $x_2 = (x + \bar{\lambda})$.

Средняя кинетическая энергия молекулы газа связана с его температурой соотношением

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT. \quad (4)$$

Поэтому через площадку S из левого слоя одной молекулой в среднем переносится энергия $\frac{3}{2} kT_1$, а обратно $\frac{3}{2} kT$. Соответственно из правого слоя влево переносится энергия $\frac{3}{2} kT_2$, а обратно $\frac{3}{2} kT$. Разность этих величин, равная $\frac{3}{2} k \cdot \bar{\lambda} \frac{dT}{dx}$, представляет собой среднюю энергию, переносимую одной молекулой, перелетающей из слоя в слой.

При небольшой разнице в температуре слоев газа можно считать, что произведение числа n молекул в единице объема газа на среднюю скорость \bar{v} молекул для обоих слоев приблизительно одинаково. Поскольку в направлении слоя перпендикулярно к нему будет в среднем двигаться 1/6 часть всех молекул. Тогда число молекул, пролетающих в одном направлении через площадку S в единицу времени, равно $\frac{1}{6} \bar{v} n S$.

Таким образом, количество средней кинетической энергии хаотического движения молекул, переносимое через площадку S за время dt , т. е. переносимое количество теплоты равно:

$$dQ = 3k \cdot \bar{\lambda} \frac{dT}{dx} \cdot \frac{1}{6} \bar{v} n S \cdot dt. \quad (5)$$

Сравнивая полученное выражение с уравнением Фурье (3), получаем, что коэффициент теплопроводности равен:

$$\chi = \frac{1}{2} nk \cdot \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (6)$$

Это выражение можно преобразовать, введя удельную теплоемкость C_V при постоянном объеме. Поскольку $\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} nkT$ есть средняя энергия

молекул в единице объема газа, то количество теплоты, необходимое для нагревания единицы объема газа на один градус при постоянном объеме, равно $\frac{3}{2}nk$. Так как масса единицы объема газа равна его плотности ρ , то удельная теплоемкость газа будет:

$$C_V = \frac{3}{2}nk \frac{1}{\rho}, \quad (7)$$

Откуда $nk = \frac{2}{3}\rho C_V$. Подставив это выражение в формулу (6), получим:

$$\chi = \frac{1}{3}\bar{\lambda}\bar{v}\rho C_V. \quad (8)$$

Теплопроводность твердых тел имеет разную природу в зависимости от типа твердого тела. В диэлектриках, не имеющих свободных электрических зарядов, перенос энергии теплового движения осуществляется только **фононами** – фиктивными частицами, которые сопоставляются распространяющимся в твердом теле со скоростью звука колебаниям решетки кристалла. Основное отличие фононов от настоящих частиц в том, что они могут существовать только внутри кристалла. Фононы не могут существовать в вакууме, как, например, электроны, фотоны. Но там, где они существуют, они ведут себя как настоящие частицы, подчиняясь законам сохранения, проявляя свойства специфических квантовых частиц, перенося в пространстве импульс и энергию. Считая, что кристалл содержит фононный газ, можно рассматривать явление теплопроводности как явление переноса энергии отдельными фононами. Поскольку фононы характеризуют колебания решетки кристалла, то теплопроводность диэлектриков называют иногда решеточной теплопроводностью.

Применим формулу (8) к фононному газу, подставив в нее вместо C_V теплоемкость фононного газа, $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_\phi$ среднюю длину свободного пробега фононов, $\bar{v} = \bar{v}_\phi$ – среднюю скорость фононов, ρ – плотность тела.

Скорость фононов \bar{v}_ϕ – это скорость звука, то есть скорость распространения упругих волн в кристалле. Учитывая эти замены, получим для коэффициента теплопроводности решетки

$$\chi_{\text{реш}} = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_\phi \bar{v}_\phi \rho C_V \quad (9)$$

Температурная зависимость коэффициента теплопроводности решетки определяется зависимостью от температуры длины свободного пробега и теплоемкости.

В металлах в отличие от диэлектриков перенос теплоты осуществляется не только фононами, но и свободными электронами. Поэтому теплопроводность металлов χ в общем случае складывается из теплопроводности решетки $\chi_{\text{реш}}$, обусловленной фононами, и теплопроводности χ_e , обусловленной свободными электронами

$$\chi = \chi_{\text{реш}} + \chi_e \quad (10)$$

Теплопроводность электронного газа можно определить на основании (8), подставив в эту формулу $\bar{\lambda}_e$ – среднюю длину свободного пробега электронов, \bar{v}_e – средняя скорость электронов, C_e – теплоемкость электронного газа:

$$\chi_e = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_e \bar{v}_e \rho C_e \quad (11)$$

Оценим относительную долю, приходящуюся на решеточную теплопроводность металла. Учитывая соотношения (9) и (11) получим

$$\frac{\chi_{\text{реш}}}{\chi_e} = \frac{\bar{\lambda}_\phi \bar{v}_\phi C_V}{\bar{\lambda}_e \bar{v}_e C_e} \quad (12).$$

Для чистых металлов $C_e/C_V \approx 0,01$, $\bar{v}_e \approx 10^6$ м/с, $\bar{v}_\phi \approx 5 \cdot 10^3$ м/с, $\bar{\lambda}_\phi \approx 10^{-9}$ м, $\bar{\lambda}_e \approx 10^{-8}$ м, поэтому на основании (12) получим $\frac{\chi_{\text{реш}}}{\chi_e} \approx 5 \cdot 10^{-2}$.

Следовательно, теплопроводность чистых металлов почти полностью определяется теплопроводностью их электронного газа, на долю решеточной проводимости приходится лишь несколько процентов. Этим

объясняется высокая теплопроводность металлов по сравнению с неметаллами, в которых фононы – единственные переносчики тепла.

Наличие в металлах электронного газа позволяет ожидать, что между электропроводностью твердых тел и их электронной теплопроводностью должна существовать связь. В 1853 году немецкими физиками Г. Видеманом и Р. Францем было экспериментально установлено, что отношение коэффициента теплопроводности χ к удельной электропроводности σ для металлов при одинаковой температуре постоянно:

$$\frac{\chi_e}{\sigma} = const. \quad (13)$$

В 1881 году датский физик Л. Лоренц экспериментально показал, что это отношение пропорционально температуре T

$$\frac{\chi_e}{\sigma} = L \cdot T, \quad (14)$$

где L – число Лоренца, одинаковое практически для всех металлов при комнатной и более высоких температурах. На базе квантовой статистики для числа Лоренца было получено соотношение

$$L = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k^2}{e^2} \quad (15),$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана; $e = 1,602 \cdot 10^{-19} Кл$ – заряд электрона. Учитывая, что у большинства металлов $\chi_{реш} \ll \chi_e$, в выражении (13) можно заменить χ_e на χ , а также используя (14) и (15), соотношение (13) можно записать как

$$\frac{\chi}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{k}{e}\right)^2 \cdot T \quad (16).$$

Выражение (16) получило название закона Видемана-Франца.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Внешний вид установки для проведения измерений коэффициента теплопроводности представлен на рис. 3.

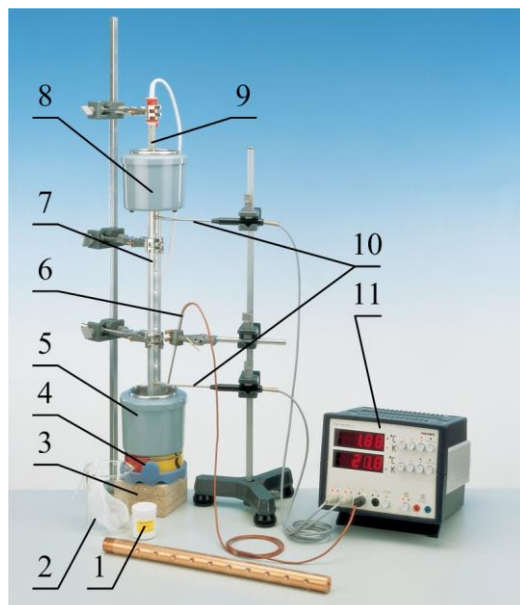


Рис. 3. Экспериментальная установка для определения теплопроводности металла:

1 – теплопроводящая паста; 2 – мерный стеклянный стакан; 3 – подставка;

4 – магнитная мешалка;

5 – нижний калориметр; 6 – термодатчик погружного типа;

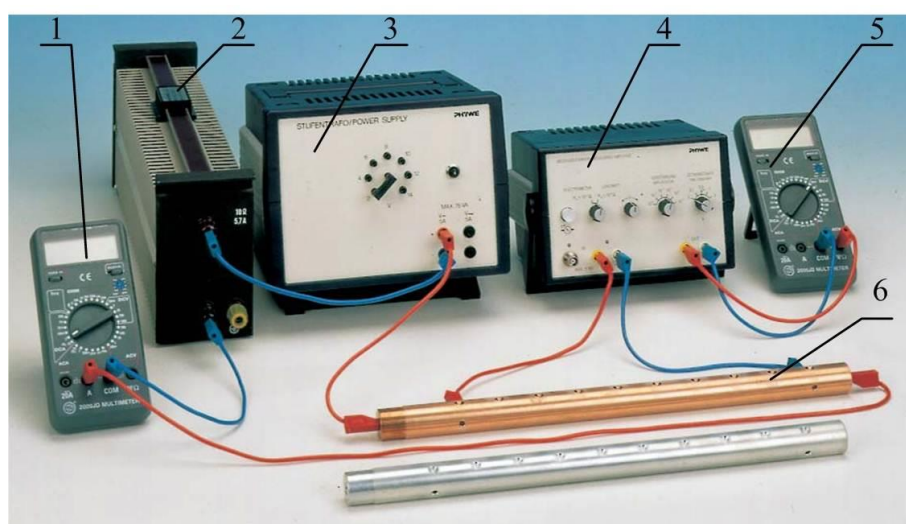
7 – исследуемый металлический стержень; 8 – верхний калориметр; 9 – электроплитка;

10 – контактные термодатчики; 11 – прибор для измерения температуры РНУВЕ 4-2

Исследуемый материал представляет собой сплошной медный или алюминиевый стержень 7 круглого сечения. Стержень покрыт изолирующей пленкой, поэтому можно пренебречь отдачей тепла через боковую поверхность и считать, что тепло распространяется только вдоль стержня. Таким образом, по длине металлического стержня создается одномерный температурный градиент. Верхний конец стержня 7 контактирует с калориметром 8, в котором кипит вода. Для улучшения

контакта стержня и верхнего калориметра используется специальная смазка 1. Нижний конец стержня 7 опущен в калориметр 5 с холодной водой (рис. 3). Вода, находящаяся в нижнем калориметре, служит приемником тепла, переносимого через исследуемый стержень от его горячего конца к холодному. Термометр 6, погруженный в нижний калориметр, позволяет определить увеличение температуры воды. По длине стержня сделаны небольшие углубления. В эти углубления устанавливают температурные датчики 10, подключаемые к устройству для измерения температуры 11. Для улучшения контакта этих датчиков со стержнем необходимо использовать специальную смазку 1. С помощью датчиков 10, установленных по длине стержня, можно фиксировать непосредственно разность температур между этими точками для определения градиента температуры. Датчики 10 размещают между наиболее удаленными углублениями на поверхности стержня 7.

Общий вид экспериментальной установки для определения удельной электропроводности и принципиальная электрическая схема её включения приведены на рис. 4.



a

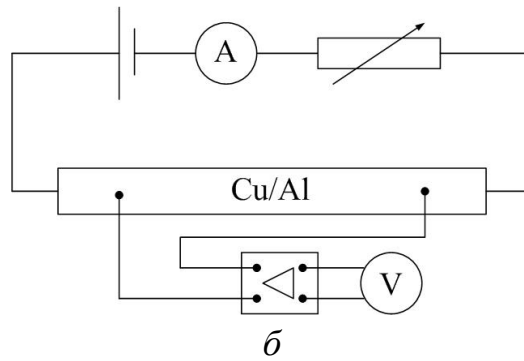


Рис. 4. Экспериментальная установка для определения удельной электропроводности металла:

а) общий внешний вид; б) принципиальная электрическая схема:
 1 – мультиметр для измерения силы тока; 2 – реостат; 3 – усилитель напряжения; 4 – многоцелевой трансформатор; 5 – мультиметр для измерения напряжения; 6 – исследуемый металлический стержень

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Количество теплоты $dQ_{\text{стержень}}$, переносимое за время dt , в направлении перпендикулярном поперечному сечению стержня S при наличии температурного градиента dT/dl по длине стержня можно в соответствии с уравнением Фурье (3) найти как

$$\frac{dQ_{\text{стержень}}}{dt} = -\chi \cdot S \cdot \frac{dT}{dl} . \quad (17)$$

где χ – коэффициент теплопроводности исследуемого вещества, S – площадь поперечного сечения стержня.

Через некоторое время после начала кипения воды в верхнем калориметре в стержне устанавливается стационарный процесс переноса тепла, характеризуемый постоянством температуры в каждом сечении стержня. Такое состояние возможно, если через любое поперечное сечение за равные промежутки времени проходит одинаковое количество тепла ($dQ_{\text{стержень}}/dt = \text{const}$), и градиент температуры dT/dl можно считать одинаковым для всех сечений стержня. Поэтому он может быть определен в виде:

$$\frac{dT}{dl} = \frac{\Delta T}{l}, \quad (18)$$

где l – расстояние между двумя сечениями стержня, ΔT – разность температур в этих сечениях.

Для определения стационарного процесса переноса тепла необходимо фиксировать разность температур между верхней и нижней частью стержня с помощью установленных датчиков. Результаты измерений нужно представить графически в виде зависимости ΔT от времени t . Измерения коэффициента теплопроводности можно начинать, когда ΔT практически перестанет изменяться.

Однако необходимо также учитывать, что вода ($dQ_{\text{вода}}$), не только получает теплоту от стержня ($dQ_{\text{стержень}}$), но и отдает ее окружающей среде ($dQ_{\text{окр}}$). Поэтому нагрев воды только за счет теплоты, полученной от стержня можно учесть, записав следующее соотношение

$$\frac{dQ_{\text{стержень}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{вода}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{окр}}}{dt} \quad (19)$$

Подставляя формулы (18) и (19) в уравнение Фурье (17), получим

$$\frac{dQ_{\text{стержень}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{вода}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{окр}}}{dt} = \chi \cdot \left| \frac{\Delta T}{l} \right| \cdot S \quad (20)$$

Выразив χ из (20), получим рабочую формулу для определения коэффициента теплопроводности:

$$\chi = \frac{\frac{dQ_{\text{вода}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{окр}}}{dt}}{S \cdot |\Delta T|} \cdot l \quad (21)$$

Для определения $dQ_{\text{вода}}/dt$ поступают следующим образом. За время t теплота Q будет передана воде, находящейся в нижнем калориметре. При этом вода нагреется от T_0 до T . Значения температуры воды в нижнем калориметре фиксируются с помощью термодатчика. Зная массу воды $m_{\text{в}}$, находящуюся в нижнем калориметре, можно записать, что

$$Q_{\text{вода}} = (c_{\text{в}} m_{\text{в}} + C) \cdot (T - T_0) \quad (22)$$

где $c_{\text{в}}$ и $m_{\text{в}}$ – удельная теплоемкость и масса воды, соответственно; C – теплоемкость калориметра, T_0 и T – показания термодатчика, погруженного в нижний калориметр, в начальный момент времени и момент времени t , соответственно. По результатам измерений строится график зависимости количества теплоты, полученного водой $Q_{\text{вода}}$ от времени t . Величина $dQ_{\text{вода}}/dt$ определяется по тангенсу угла наклона зависимости $Q_{\text{вода}}(t)$.

Количество теплоты, отдаваемое водой, находящейся в нижнем калориметре окружающей среде можно определить, проведя предварительные измерения по определению температуры теплой воды, помещенной в калориметр в течение некоторого промежутка времени. Количество теплоты $Q_{\text{окр}}$, отданное водой в любой момент времени, можно рассчитать как

$$Q_{\text{окр}} = (c_{\text{в}} m_{\text{в}} + C) \cdot (T - T_0), \quad (23)$$

где T_0 и T – температуры воды, соответственно, в начальный момент времени и момент времени t . Результаты вычислений необходимо представить в виде графика зависимости $Q_{\text{окр}}$ от времени t . Тангенс угла наклона этой зависимости будет равен $dQ_{\text{окр}}/dt$.

Теплоемкость калориметра может быть найдена предварительно из уравнения теплового баланса для воды, переливаемой из мерного стакана в калориметр. Пусть температура горячей воды в мерном стакане равна T_1 , тогда, если воду перелить из стакана в калориметр, то ее температура упадет до величины T_2 за счет передачи тепла калориметру, который нагреется от комнатной температуры $T_{\text{комн}}$ до установившейся температуры воды T_2 в калориметре. Из уравнения теплового баланса можно получить следующую формулу для расчета теплоемкости калориметра:

$$C = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_{\text{комн}}}. \quad (24)$$

Для проверки закона Видемана–Франца в эксперименте необходимо определить удельную электропроводность. Для этого необходимо измерить зависимость падения напряжения U на стержне от силы тока I , проходящего через него. Тангенс угла наклона полученной зависимости $U(I)$ будет равен сопротивлению стержня R . Используя данные о геометрических размерах стержня, удельную электропроводность можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{RS}, \quad (25)$$

где ρ – удельное сопротивление, $l = 0,315$ м – длина стержня (расстояние между двумя наиболее удаленными углублениями на стержне), $S = 4,91 \cdot 10^{-4}$ м² – площадь поперечного сечения стержня.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ НИЖНЕГО КАЛОРИМЕТРА

1. Определите комнатную температуру $T_{\text{комн}}$.
2. Отмерьте мерным стаканом 300 мл воды из-под крана.
3. Определите температуру воды T_1 в стакане с помощью датчика погружного типа, подключенного к входу T_3 прибора для измерения температуры РНУВЕ 4-2.

Примечание: для измерения температуры воды в стакане/калориметре датчик погружного типа необходимо опустить в стакан/калориметр и зафиксировать при помощи зажимов таким образом, чтобы он не касался дна и стенок стакана/калориметра.

4. Перелейте воду из мерного стакана в нижний калориметр.

5. Определите температуру воды T_2 после помещения ее в калориметр
6. Рассчитайте теплоемкость калориметра C по формуле (24). Массу воды в калориметре определите по формуле $m_b = V\rho_b$, где $\rho_b = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, V – объем воды в калориметре.
7. Вылейте воду из калориметра и насухо вытрите его.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТЕРЬ, СВЯЗАННЫХ С ТЕПЛООБМЕНОМ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

1. Заполните нижний калориметр теплой водой объемом 300-400 мл. Рассчитайте массу воды.

Примечание: температура воды должна быть от 25 до 35°C.

2. Определите начальную температуру воды T_0 с помощью датчика погружного типа.
3. Фиксируйте значения температуры воды через каждые 2 минуты в течение 20 минут. Данные измерений занесите в таблицу 2.

Таблица 2

$t, \text{ с}$	120	240	360	480	...	1200
$T, \text{ }^\circ\text{C}$						
$Q_{\text{окр}}, \text{ Дж}$						

4. Рассчитайте количество теплоты, полученное водой для каждого момента времени t , по формуле (23). Результаты вычислений занести в таблицу 2.
5. Постройте график зависимости $Q_{\text{окр}}(t)$.
6. По полученному графику определите тангенс угла наклона $dQ_{\text{окр}}/dt$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

1. Соберите экспериментальную установку согласно рис. 3. Для этого необходимо:
 - Для улучшения теплопередачи покрыть изолированный конец металлического стержня теплопроводящей пастой и вставить его в основу верхнего калориметра.
 - Закрепить металлический стержень на штативе таким образом, чтобы нижний калориметр можно было при необходимости удалить из-под стержня. Высота расположения нижнего калориметра может быть изменена при помощи подставки.
 - Между подставкой и нижним калориметром поместить магнитную мешалку.

Внимание: необходимо чтобы неизолированный конец стержня оставался полностью погруженным в холодную воду в течение всего эксперимента.

- Контактные температурные датчики должны быть расположены как можно ближе к поверхности стержня. Для улучшения контакта между стержнем и контактными датчиками необходимо использовать теплопроводящую пасту, смазав ею наиболее удаленные углубления на стержне. Контактные температурные датчики поместить в покрытые пастой углубления стержня и подключить к входам T_1 и T_2 прибора для измерения температуры.
- Полностью заполнить дистиллированной водой верхний калориметр, чтобы избежать снижения температуры из-за доливания воды.
- В нижний калориметр налить холодной воды из-под крана, чтобы неизолированный конец стержня находился полностью под водой.
- Для измерения температуры воды в нижнем калориметре необходимо датчик погружного типа опустить в калориметр и

зафиксировать при помощи зажимов таким образом, чтобы он не касался дна и стенок калориметра. Датчик подключают к входу T_3 прибора для измерения температуры.

- Установить режимы измерений на приборе для измерения температуры. На верхнем табло прибора должна выводиться информация о температуре воды нижнего калориметра, а на нижнем табло – информация о разности температур $\Delta T = T_1 - T_2$ между верхним и нижним контактными датчиками.
- Включить магнитную мешалку.
- Электроплитку погрузить в верхний калориметр и включить ее в сеть. Довести воду, находящуюся в верхнем калориметре, до кипения.

Примечание: При кипении вода быстро испаряется, нагревательная спираль постепенно оголяется и в итоге может разрушиться. Чтобы избежать разрушения спирали, в калориметр необходимо доливать предварительно подогретую воду.

2. После того как вода в верхнем калориметре закипит, включите секундомер и с помощью датчиков контактного типа в течение 15 минут каждые 30 секунд фиксируйте разность температур ΔT между верхним и нижним углублениями на стержне и температуру воды $T = T_3$ в нижнем калориметре. Результаты измерений занесите в таблицу 3.

Таблица 3

t, c	0	30	60	90	...	900
$\Delta T, ^\circ C$						
$T, ^\circ C$						
$Q_{\text{вода}},$ Дж						

Внимание: После окончания измерений выключите электроплитку и мешалку.

3. Рассчитайте массу воды, измерив с помощью мерного стакана объем воды в нижнем калориметре.
4. Вылейте воду из калориметров и насухо вытрите их.
5. По результатам измерений с помощью формулы (22) рассчитайте количество теплоты $Q_{\text{вода}}$, полученное водой для каждого момента времени. Результаты расчетов занесите в таблицу 3.
6. Постройте график зависимости $Q_{\text{вода}}$ от времени t .
7. Определите тангенс угла наклона $dQ_{\text{вода}}/dt$ зависимости $Q_{\text{вода}}(t)$.
8. Постройте график зависимости ΔT от времени t . Определите по графику разность температур ΔT соответствующую периоду, когда установился постоянный температурный градиент, то есть разность температур ΔT оставалась практически постоянной.
9. Рассчитайте коэффициент теплопроводности исследуемого стержня по формуле (21).
10. Сравните полученный результат с табличным значением и сделайте вывод.

ПОВЕРКА ЗАКОНА ВИДЕМАНА–ФРАНЦА

1. Соберите экспериментальную установку в соответствии со схемой приведенной на рис. 4.
2. Установите на источнике напряжение 6 В.
3. Откалибруйте усилитель. Без подачи напряжения усилитель должен показывать 0, чтобы избежать ошибок в процессе измерений выходного напряжения.

Примечание: калибровка усилителя производится без подачи напряжения!

4. Установите следующие параметры усилителя
 - Вход (Input): Low Drift
 - Усиление (Amplification): 10^4
 - Постоянная времени (Time Constant): 0.

5. На мультиметре, предназначенном для измерения силы тока, установите предел измерений 20 А (мультиметр должен быть подключен в цепь через разъем «20А»). Предел измерений на вольтметре подбирается экспериментально.
6. Установите реостат на максимальное значение сопротивления и запишите показания мультиметров – значения силы тока и падения напряжения.
7. Постепенно уменьшайте величину сопротивления реостата и фиксируйте показания мультиметров. Выполните измерения тока I и напряжения U для восьми положений движка реостата и заполните таблицу 4.

Таблица 4

№	1	2	3	...	8
I, A					
U, B					

8. Постройте график зависимости падения напряжения U от силы тока I .
9. Определите сопротивление стержня, равное тангенсу угла наклона $\Delta U/\Delta I$ зависимости $U(I)$.
10. Рассчитайте удельную электропроводность σ материала стержня по формуле (25). Сравните полученный результат с табличным значением.
11. Рассчитайте число Лоренца по формуле (14), используя экспериментально полученные значения тепло- и электропроводности стержня при комнатной температуре. Сравните полученное значение с теорией и сделайте вывод.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Теплопроводность принадлежит к явлениям переноса. Что переносится в явлении теплопроводности?
2. Какие уравнения описывают явление теплопроводности?

3. Что такое коэффициент теплопроводности? В чем заключается физический смысл коэффициента теплопроводности?
4. От чего зависит величина коэффициента теплопроводности газов?
5. Какие частицы называют фононами?
6. Какова природа теплопроводности диэлектриков и металлов?
7. Объясните, почему металлы обладают большими значениями коэффициента теплопроводности, чем диэлектрики?
8. В чем заключается идея метода данной лабораторной работы по определению коэффициента теплопроводности?
9. Выведите рабочую формулу для определения коэффициента теплопроводности, используемую в работе.
10. Что такое стационарная теплопроводность? Как в работе достигается стационарный процесс теплопроводности?
11. Сформулируйте закон Видемана-Франца и объясните его сущность.
12. Объясните, как в эксперименте учитываются тепловые потери, связанные с теплообменом воды с окружающей средой.
13. Какие процессы называются явлениями переноса?
14. Опишите, в чем заключаются следующие механизмы переноса теплоты: конвекция, теплопроводность и излучение. Приведите примеры, когда каждый из перечисленных механизмов реализуется.
15. Получить формулу для коэффициента теплопроводности электронного газа в металлах.
16. Рассмотреть явление переноса тепла в металлах и получить закон Фурье.
17. Почему в молекулярно-кинетической теории перенос количества теплоты через некоторую площадку рассматривается, как перенос через эту площадку средней кинетической энергии хаотического движения молекул?
18. Какое устройство называется калориметром?

19. Объясните, почему измерение зависимости разности температур между различными частями стержня от времени проводят при включенной магнитной мешалке? Что будет происходить, если проводить все измерения, не включая магнитную мешалку?
20. Опишите используемую в работе методику определения теплоемкости калориметра. Какова погрешность данной методики?
21. Почему в эксперименте по определению тепла, отдаваемого водой окружающему воздуху, рекомендуется использовать воду с температурой от 25 до 35°C?
22. Почему при определении теплопроводности стержня рекомендуется в течение всего эксперимента держать неизолированный конец стержня полностью погруженным в холодную воду?
23. Почему в верхний калориметр рекомендуется наливать дистиллированную воду, а ДЛЯ - НИЖНЕГО можно использовать воду из-под крана?
24. Поясните, почему стержни покрыты пленкой? Каково ее назначение?
25. Выведите закон Видемана-Франца, исходя из классической теории металлов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Цель работы: Экспериментальное изучение законов Гей-Люссака, Шарля и Бойля-Мариотта и расчет универсальной газовой постоянной, коэффициента температурного расширения газа и температурного коэффициента давления газа.

Приборы и принадлежности: универсальная установка Кобра 3, источник питания, измерительный модуль давления, термopара, стеклянный кожух, газовый шприц, нагреватель, регулятор мощности, штатив, зажимы, магнит, магнитная мешалка, мензурка, персональный компьютер и программное обеспечение.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Состояние идеального газа определяется температурой, давлением и количеством вещества. Для некоторых идеальных газов эти параметры состояния объединяются в общее уравнение состояния.

При постоянном объеме изменение параметров газа можно описать с помощью закона Шарля.

При постоянной температуре изменение параметров газа можно описать с помощью закона Бойля-Мариотта.

При постоянном давлении уравнение идеального газа принимает вид закона Гей-Люссака.

Закон Гей-Люссака

Состояние газа зависит от параметров состояния – температуры, давления и количества вещества. Таким образом, зависимость объема от

температуры, давления и количества вещества выражается полным дифференциалом:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n} dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,n} dp + \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p} dn \quad (1)$$

Для данного количества вещества ($n = const$, $dn = 0$, объем газа в шприце) и изобарного изменения состояния ($p = const$, $dp = 0$) данное соотношение упрощается:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n} \partial T \quad (1.1)$$

Коэффициент частного дифференциала $(\partial V / \partial T)_{p,n}$ геометрически соответствует наклону тангенса для функции $V = f(T)$ и, таким образом, характеризует зависимость между объемом и температурой. Эта зависимость определяется начальным объемом. Следовательно, температурным коэффициентом объемного расширения газа γ_0 называется степень температурной зависимости объема V или V_0 при $T = 273,15 \text{ K}$.

$$\gamma_0 = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n} \quad (2)$$

При достаточно низком давлении и достаточно высокой температуре интегрирование дифференциального уравнения, выведенного из выражения (1) и (2), где $\gamma_0 = const$, дает:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \quad (3.1)$$

и

$$V = const \cdot T \quad (3.2)$$

Согласно данному соотношению, установленному Гей-Люссаком, на графике зависимости объема от температуры кривые начинаются с нуля под разными углами наклона.

Из выражения (2) и закона для идеального газа

$$pV = nRT, \quad (4)$$

где R универсальная газовая постоянная, можно получить следующее выражение для вычисления угла наклона данных зависимостей:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) = V_0 \gamma_0 = \frac{nR}{p} \quad (5)$$

Исходя из этого, температурный коэффициент объемного расширения γ_0 и значение универсальной газовой постоянной R можно определить экспериментально при известном начальном объеме V_0 и известном количестве вещества n . Количество вещества n равно отношению объема V и молярной массы V_m .

$$n = \frac{V}{V_m}, \quad (6)$$

где $V_0 = 22,414$ л/моль при нормальных условиях $T_0 = 273,15$ К и $p_0 = 1013,25$ ГПа.

Следовательно, при нормальных условиях, объем, измеренный при p и T изменяется следующим образом:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{pV}{T} = const \quad (7)$$

Закон Шарля

Состояние газа зависит от параметров состояния – температуры, давления и количества вещества. Таким образом, зависимость объема от температуры, давления и количества вещества выражается полным дифференциалом:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,n} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_{T,n} dV + \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{T,V} dn \quad (8)$$

Для данного количества вещества ($n = const$, $dn = 0$, объем газа в шприце) и изохорного изменения состояния ($V = const$, $dV = 0$) данное соотношение упрощается:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,n} \partial T \quad (8.1)$$

Коэффициент частного дифференциала $(\partial p / \partial T)_{v,n}$ геометрически соответствует наклону тангенса функции $p = f(T)$ и, таким образом, характеризует зависимость между давлением и температурой. Степень этой зависимости определяется начальным давлением. Следовательно, температурным коэффициентом давления газа β_0 называется степень температурной зависимости давления p или p_0 при $T = 273,15 \text{ K}$.

$$\beta_0 = \frac{1}{p_0} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{v,n} \quad (9)$$

Для случая идеального газа (при нормальном давлении и комнатной температуре) интегрирование дифференциального уравнения, выведенного из выражения (8) и (9), где $\beta_0 = \text{const}$, дает

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T} \quad (10.1)$$

и

$$p = \text{const} \cdot T \quad (10.2)$$

Согласно данному соотношению, установленному Шарлем, при графическом представлении зависимости давления от температуры кривые стремятся вверх при $p=0$ для $T=0$.

Из выражения (9) и закона для идеального газа

$$pV = nRT, \quad (11)$$

где R универсальная газовая постоянная, получается следующее выражение:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right) = p_0 \beta_0 = \frac{nR}{V} \quad (12)$$

Исходя из этого температурный коэффициент давления газа β_0 и универсальную газовую постоянную R можно определить для данного начального давления p_0 и количества вещества n . Постоянное количество вещества n равно отношению объема V к молярной массе V_m

$$n = \frac{V}{V_m}, \quad (13)$$

где $V_0 = 22,414$ л/моль при нормальных условиях $T_0 = 273,15$ К и $p_0 = 1013,25$ ГПа. Следовательно, объем измеренный при p и T при нормальных условиях изменяется согласно уравнения:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{pV}{T} = const \quad (14)$$

Закон Бойля-Мариотта

Состояние газа зависит от параметров состояния – температуры, давления и количества вещества. Таким образом, зависимость объема от температуры, давления и количества вещества выражается полным дифференциалом:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n} dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,n} dp + \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p} dn \quad (15.1)$$

Аналогично при изменении давления справедливо следующее выражение:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,n} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,n} dV + \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{T,V} dn \quad (15.2)$$

Для данного количества вещества ($n = const, dn = 0$, объем газа в шприце) и при изотермическом изменении состояния ($T = const, dT = 0$) данное соотношение упрощается:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,n} dp \quad (16.1)$$

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,n} dV \quad (16.2)$$

Коэффициент частного дифференциала $(\partial V / \partial p)_{T,n}$ и $(\partial p / \partial V)_{T,n}$ геометрически соответствует наклону тангенса для функции $V = f(p)$ или $p = f(V)$ и, таким образом, характеризует зависимость между давлением и объемом. Эта зависимость определяется начальным объемом или

начальным давлением. Следовательно, коэффициент сжатия χ_0 зависящий от объема V или V_0 при $T = 273,15 \text{ K}$ равен:

$$\chi_0 = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T,n} \quad (17)$$

При условиях близких к нормальным отношение между параметрами p, T, V описывается законом состояния идеального газа:

$$pV = nRT \quad (18.1)$$

При постоянном количестве вещества и изотермическом процессе данное выражение преобразуется в

$$pV = \text{const} \quad (18.1)$$

$$p = \text{const} \cdot \frac{1}{V} \quad (18.2)$$

Согласно данному соотношению, экспериментальным путем полученному Бойлем и Мариоттом, уменьшение давления сопровождается увеличением объема и наоборот. Графиками функций $V = f(p)$ или $p = f(V)$ являются гиперболы. Графиками зависимости давления p от обратного объема $1/V$ являются прямые линии, где $p = 0$ при $1/V = 0$. Из соотношения

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V^{-1}} \right)_{T,n} = nRT \quad (19)$$

можно экспериментальным путем определить газовую постоянную R при данном постоянном количестве воздуха n . Величина n равна отношению объема V_k молярному объему V_m :

$$n = \frac{V}{V_m} \quad (20)$$

Величина $V_0 = 22,414 \text{ л/моль}$ при нормальных условиях $T_0 = 273,15 \text{ K}$ и $p_0 = 1013,25 \text{ ГПа}$. Следовательно, объем полученный при нормальных условиях изменяется по закону:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{pV}{T} = const \quad (21)$$

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ЗАКОНОВ ГЕЙ-ЛЮССАКА, ШАРЛЯ И БОЙЛЯ-МАРИОТТА

ЗАКОН ГЕЙ-ЛЮССАКА

Соберите экспериментальную установку как показано на рисунке 1. Закрепите газовый шприц (1) в стеклянном кожухе (2), шприц должен обеспечивать герметичность. Через воронку наберите в шприц воды. В резиновой пробке проткните отверстие. Отрегулируйте начальный объем шприца (50 мл) и закройте его выпускное отверстие пробкой. Вставьте термометр (3) во внутреннюю камеру через отверстие в пробке. Убедитесь, что термометр не касается стенки шприца, а расположена в центре. Соедините кремниевую трубку с патрубком (4) верхнего рукава кожуха, чтобы отфильтрованная жидкость, расширяемая при нагреве, могла по трубке попасть в мензурку (операции выполняет инженер лаборатории).

Подключите температурный зонд (5) к выходу измерительного модуля. Запустите программу для измерений и в меню «Gauge» («Устройство») введите «Закон идеального газа». Выберите параметры как показано на рисунке 2. В окне «Start/Stop» («Старт/Стоп») выберите «Getvalueonkeypress» («Значение с нажатием клавиши»). В окне «Othersettings» («Другие установки») выберите Digitaldisplay 1 (Цифровой дисплей 1) для «Temperature 1» («Температура 1») и «Diagram 1» («Схема 1») для канала «Temperature T» («Температура T»), в окне «X bounds» («X-связи») – «1-15» и в окне «Mode» («Режим») - «noautorange» («вручную»). Прокалибруйте датчик, выбрав функцию «Calibrate» («Градуирование») и введя значение температуры, измеренное термометром. Нажмите «Continue» («Далее»). Расположите дисплеи в удобном порядке.

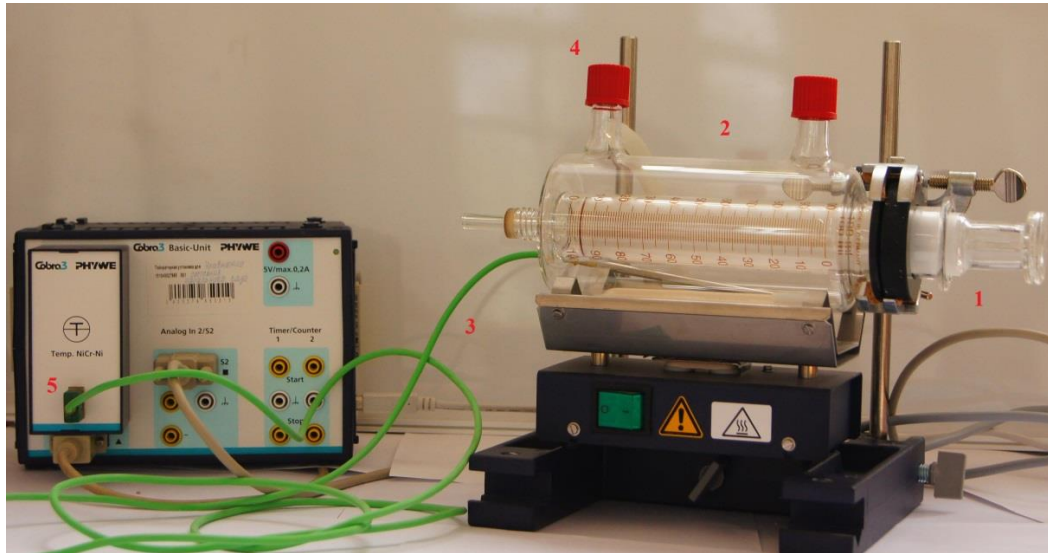


Рис. 1. Экспериментальная установка для изучения закона Гей-Люссака

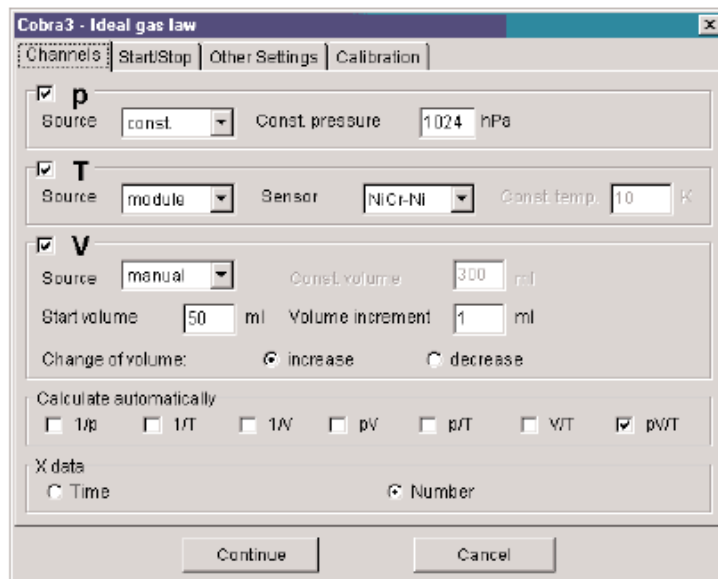


Рис. 2. Параметры измерения

Запишите первое значение при начальной температуре и сохраните его («Savevalue»), включите нагреватель и постепенно подогревайте кожух. Перемешайте воду в кожухе при помощи магнитной мешалки и отрегулируйте равновесие давления в шприце при помощи плунжера. После каждого увеличения объема на 1 мл считайте новое значение. После того, как объем газа составил 60 мл, выключите нагревательный аппарат и завершите измерения («Close»). Сохраните результаты измерения (меню «File» «Savemeasurementsas...»). Для построения графика зависимости

температуры от объема в меню подсказок «Measurement» «Channelmanager» («Измерение» «Управление каналами»), выберите температуру по x оси и объем по оси y , а затем по pV/T ось y .

ЗАКОН ШАРЛЯ

Соберите экспериментальную установку как показано на рисунке 3. Поместите газовый шприц (1) в кожух (2), шприц должен обеспечивать герметичность. Через воронку наберите в шприц воды. Соедините кремниевую трубку с патрубком (3) верхнего рукава кожуха, чтобы жидкость, расширяемая при нагреве, могла по трубке попасть в мензурку. Отрегулируйте начальный объем в 50 мл, соедините выпускное отверстие шприца с переходником (4) при помощи короткой кремниевой трубки и подсоедините трубку. Соедините переходник с измерительным модулем (5) при помощи короткой трубки ($d = 2$ мм). Старайтесь, чтобы соединения были максимально короткими. Подключите измерительный модуль к универсальной установке Кобра 3 (6) при помощи преобразователя и информационного кабеля. Запустите программу для измерений и в меню «Gauge» введите «Закон идеального газа». Выберите параметры как показано на рис. 4. В окне «Start/Stop» выберите «Get value on key press». В окне «Other settings» выберите Digital display 1 для «Pressure p » («Давление p »), Digital display 2 для «Temperature» и «Diagram 1» для канала «Pressure p », в окне «X bounds» «1-15» и в окне «Mode» («Режим») - «no auto range». Прокалибруйте датчик, выбрав функцию «Calibrate» и введя значение температуры и давления. Нажмите «Continue» («Далее»). Расположите дисплеи в удобном порядке. Запишите значение давления при начальной температуре и сохраните его («Savevalue»). Включите нагреватель, и постепенно подогревайте кожух. Перемешайте воду в кожухе при помощи магнитной мешалки и отрегулируйте равновесие давления в шприце при помощи плунжера.

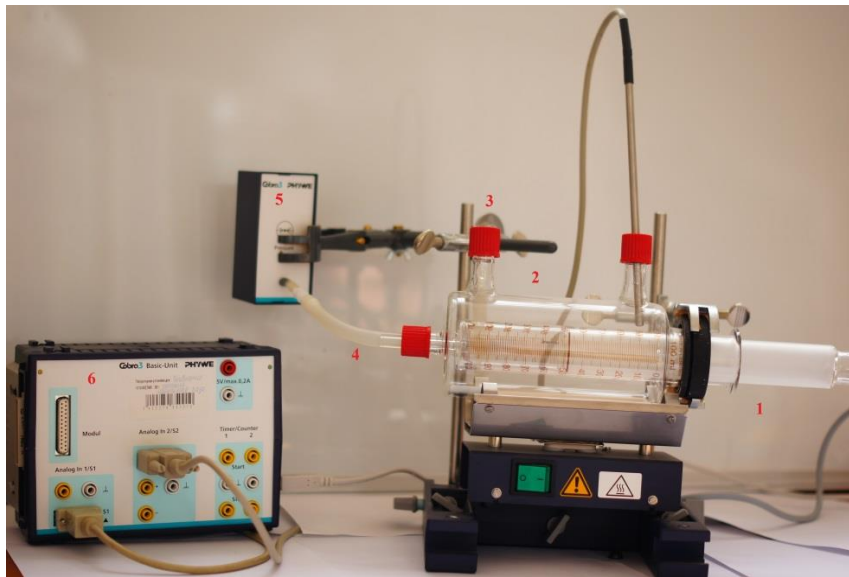


Рис. 3. Экспериментальная установка для изучения закона Шарля

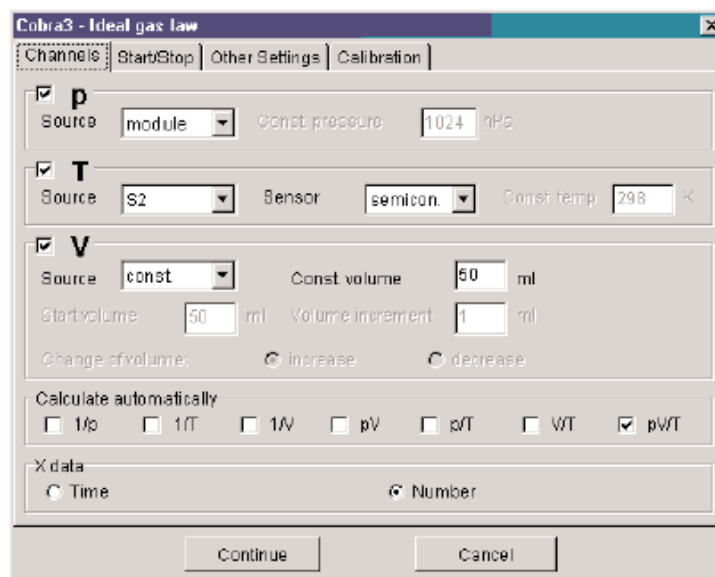


Рис. 4. Параметры измерения

После каждого увеличения температуры на 5 K при помощи плунжера доведите объем в шприце до начального $V = 50\text{ мл}$ и считайте следующее значение давления. После достижения температуры 370 K или при потере воздуха при сжатии выключите нагреватель и завершите измерения («Close»). Сохраните результаты измерения (меню «File» «Savemeasurementsas...»). Для построения графика зависимости давления

от температуры в меню подсказок «Measurement» «Channelmanager» выберите температуру по оси x и давление по оси y, а затем pV/T по оси y.

ЗАКОН БОЙЛЯ-МАРИОТТА

Соберите экспериментальную установку как показано на рис. 5. Поместите газовый шприц (1) в кожух (2), шприц должен обеспечивать герметичность. Через воронку наберите в шприц воды. Вода препятствует появлению разницы температур, связанной с расширением и сжатием. Вставьте термодатчик (3) и расположите ее как можно ближе к шприцу. Отрегулируйте начальный объем в 50 мл, соедините выпускное отверстие шприца с переходником (4) при помощи короткой кремниевой трубки так, чтобы переходник находился прямо на стеклянном рукаве, и подсоедините трубку. Зафиксируйте ее на выпускном отверстии шприца и переходнике при помощи зажимов для трубок. Соедините переходник с измерительным модулем (5) при помощи короткой трубки ($d = 2$ мм). Старайтесь, чтобы соединения были максимально короткими.

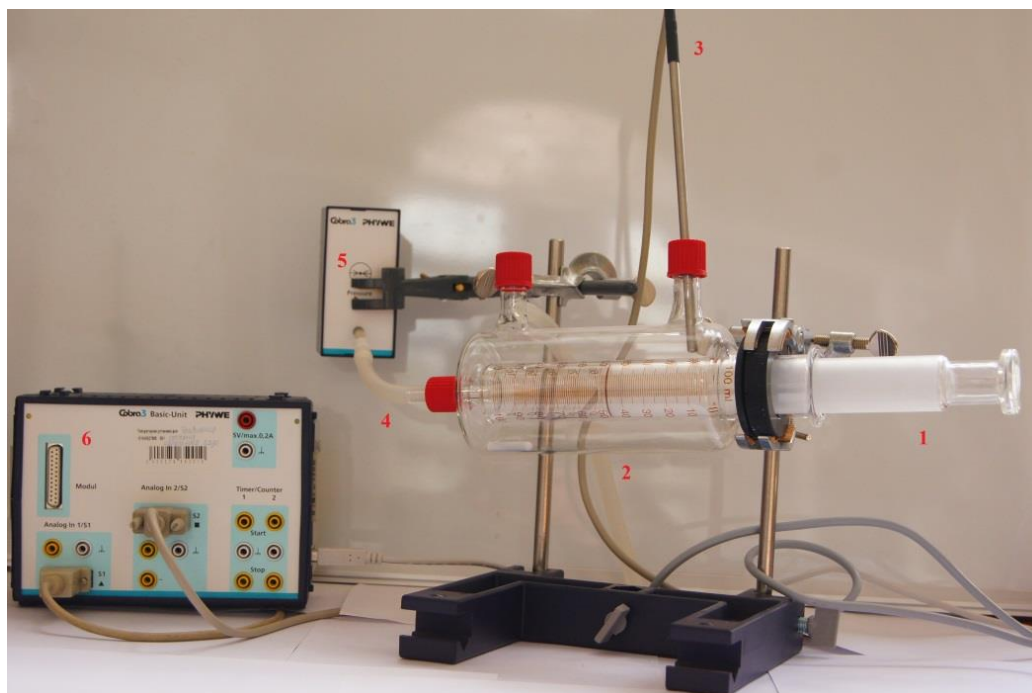


Рис. 5. Экспериментальная установка для изучения закона Бойля-Мариотта

Подключите измерительный модуль к универсальной установке Кобра 3 (6) при помощи преобразователя и информационного кабеля. Запустите программу и в меню «Gauge» введите «Закон идеального газа». Выберите параметры как показано на рисунке 6. В окне «Start/Stop» выберите «Getvalueonkeypress». В окне «Othersettings» выберите Digitaldisplay 1 для «Pressure p», Digitaldisplay 2 для «Temperature» и «Diagram 1» для канала «Pressure p», в окне «X bounds» «1-20» и в окне «Mode» («Режим») - «поautorange». Откалибруйте датчик, выбрав функцию «Calibrate» и введите значение температуры и давления, измеренные термометром и манометром соответственно. Нажмите «Continue» («Далее»). Расположите дисплеи в удобном порядке.

Постепенно увеличивайте количество воздуха с интервалом в 1 мл до объема приблизительно в 70 мл. Запишите значение объема при каждом новом изменении и сохраните его («Savevalue»). Сохраните результаты измерения (меню «File» «Savemeasurementsas...»). Для построения графика зависимости давления от температуры в меню подсказок «Measurement» «Channelmanager» выберите объем по оси x и давление по оси y , а затем I/V по оси y .

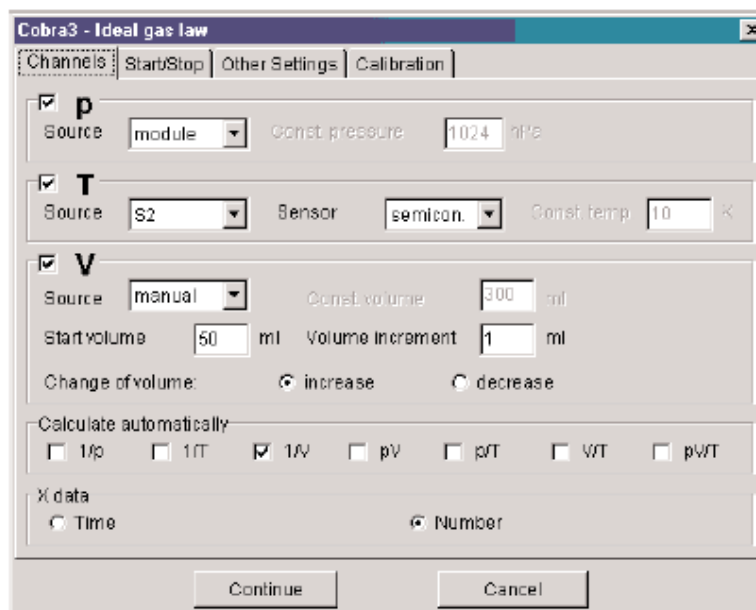


Рис. 6. Параметры измерения

ЗАДАНИЕ

1. Соберите экспериментальную установку (рисунок 1) для изучения закона Гей-Люссака.
2. Проведите автоматизированные измерения при помощи компьютера по методике, описанной выше.
3. Постройте график зависимости объема от температуры.
4. Из графика определите $(\partial V / \partial T)$.
5. Рассчитайте значения R и γ_0 по формуле 5.
6. Сравните значения R и γ_0 с табличными.
7. Найдите погрешность их определения.
8. Соберите экспериментальную установку (рисунок 3) для изучения закона Шарля.
9. Проведите автоматизированные измерения при помощи компьютера по методике, описанной выше.
10. Постройте график зависимости давления от температуры.
11. Из графика определите $(\partial P / \partial T)$.
12. Рассчитайте значения R и β_0 по формуле 12.
13. Сравните значения R и β_0 с табличными.
14. Найдите погрешность определения величин R и β_0 .
15. Соберите экспериментальную установку (рисунок 5) для изучения закона Бойля-Мариотта.
16. Проведите автоматизированные измерения при помощи компьютера по описанной методике.
17. Постройте график зависимости объема от давления.
18. Из графика определите $(\partial V / \partial P)$.
19. Рассчитайте значение χ_0 по формуле 17.
20. Постройте график зависимости давления от обратного объема.
21. Из построенного графика определите $(\partial p / \partial V^{-1})$.

22. Рассчитайте значение R по формуле 19.
23. Найдите погрешность определения R и χ_0 .

Вопросы для самостоятельной индивидуальной работы

1. Запишите границы применимости уравнения состояния идеального газа.
2. Какой газ называется идеальным?
3. Каков физический смысл универсальной газовой постоянной R ?
4. Напишите уравнение состояния идеального газа. Поясните все величины, входящие в уравнение.
5. Дайте понятия изопроцесса. Какой процесс называется изохорическим? изотермическим? изобарическим? Нарисуйте графики этих процессов.
6. Объясните физический смысл закона Гей-Люссака.
7. Получите аналитическое выражение закона Шарля, используя уравнение состояния идеального газа.
8. Запишите аналитическое выражение закона Бойля-Мариотта. Каковы пределы применимости данного закона?
9. Какие параметры газа изменяются, а какие остаются постоянными для каждого закона?
10. Определите физический смысл коэффициента сжатия χ_0 . Как он зависит от объема V ?
11. Используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов, получите уравнение состояния идеального газа.
12. Каким образом можно определить среднюю кинетическую энергию молекул идеального газа по уравнению состояния идеального газа?
13. Очень часто в физике температуру измеряют в единицах электрон-вольт. Объясните, с какой целью это делается.

14. Определите экспериментально постоянную Больцмана.
15. Проанализируйте погрешности экспериментальной установки (рисунок 3) для изучения закона Шарля.
16. Проанализируйте погрешности экспериментальной установки для изучения закона Бойля.
17. С какой целью соединения переходника с измерительным модулем должны быть максимально короткими?
18. Как определить количество вещества (газа), применяемое в данной работе?
19. Какую величину называют температурным коэффициентом давления?
20. Зависимость объема от температуры, давления и количества вещества выражается полным дифференциалом. Объясните смысл этой формулы.
21. Зависимость давления от температуры, объема и количества вещества выражается полным дифференциалом. Каков физический смысл такого дифференциала?
22. Как вычислить среднюю арифметическую скорость молекул идеального газа в данной работе?
23. Поясните, почему графики зависимости давления p от обратного объема $1/V$ представляют собой прямые линии.
24. Опишите методику определения температурного коэффициента давления газа β_0 .
25. Опишите методику определения температурного коэффициента объемного расширения γ_0 .

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ И КРИТИЧЕСКАЯ ТОЧКА

Цель работы: определение критической точки и критического количества газа. Расчет постоянных уравнения Ван-Дер-Ваальса, температуры Бойля, радиуса молекулы газа и параметров потенциала взаимодействия молекул.

Приборы и принадлежности: Аппарат для демонстрации критической точки, иммерсионный термостат, сосуд давления с манометром, лабораторный термометр, сжатый газ – этан.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

При описании поведения идеального газа используют уравнение состояния идеального газа, имеющее вид:

$$PV_m = RT, \quad (1)$$

где P – давление;

V_m – молярный объем;

T – температура в К;

R – газовая постоянная.

При описании поведения реального газа следует учитывать межмолекулярные взаимодействия (в основном, силы притяжения) и объемы молекул. Уравнение состояния реального газа - уравнение Ван-Дер-Ваальса имеет вид:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right) \cdot (V_m - b) = RT, \quad (3)$$

где \mathbf{a} , \mathbf{b} – постоянные Ван-Дер-Ваальса.

Слагаемое a/V_m^2 учитывает силы притяжения (притяжение действует как дополнительное давление) и называется когезионным давлением. Поправочный коэффициент \mathbf{b} относится к объему молекул и

называется совместным объемом. Зная значение совместного объема b , можно рассчитать радиус молекулы газа из уравнения:

$$b = 4N_A * \frac{4}{3} * \pi * r^3 \quad (4)$$

Соотношение между коэффициентами Ван-Дер-Ваальса a и b можно определить, введя понятие квазиидеального поведения газа, при котором выполняется соотношение:

$$b = a / RT \quad (5)$$

В этом случае температура называется температурой Бойля и может быть рассчитана как:

$$T_B = \frac{a}{bR} \quad (6)$$

Взаимодействие между молекулами газа также можно описать функцией потенциала взаимодействия:

$$E(\sigma) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^6 \right], \quad (7)$$

где ε , σ_m – глубина «потенциальной ямы» (энергия связи молекул) и наименьшее возможное расстояние между неподвижными молекулами соответственно; σ – расстояние между центрами молекул.

График функции потенциала и значение параметров ε и σ_m представлены на рисунке 1.

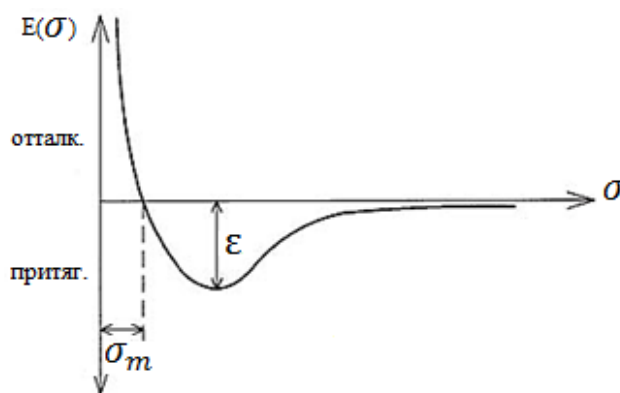


Рис. 1. Зависимость потенциала взаимодействия от расстояния между молекулами

Одним из способов описания постоянных Ван-Дер-Ваальса и параметров взаимодействия в ходе эксперимента является измерение критических количеств газа. Для этого используются следующие выражения:

$$V_{\text{кр}} = \frac{3}{8} * \frac{R * T_{\text{кр}}}{P_{\text{кр}}} \quad (8)$$

Критическое количество газа характеризуется таким понятием, как критическая точка. Критическая точка – это такое сочетание значений температуры $T_{\text{кр}}$ и давления $P_{\text{кр}}$, при которых исчезает граница раздела фаз жидкость-газ. При известных значениях $T_{\text{кр}}$ и $P_{\text{кр}}$, можно вычислить постоянные Ван-Дер-Ваальса, параметры ε и σ_m по следующим формулам:

$$a = \frac{9}{8} R T_{\text{кр}} V_{\text{кр}}, \quad (9)$$

$$b = \frac{1}{3} V_{\text{кр}}, \quad (10)$$

$$\sigma_m = 0,841 * 10^{-8} V_{\text{кр}}^{1/3}, \quad (11)$$

$$\varepsilon = 0,77 k T_{\text{кр}}, \quad (12)$$

где k - постоянная Больцмана ($1,381 * 10^{-23}$ Дж*К⁻¹).

Запишем первое начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ применительно к адиабатному процессу. Так как теплообмен с окружающей средой отсутствует, то

$$dQ = 0, \quad (13)$$

$$\text{Следовательно, } dA + dU = 0 \text{ или } dA = -dU, \quad (14)$$

т.е. при адиабатном процессе работа совершается газом, только за счет изменения внутренней энергии.

Связь между давлением и объемом при адиабатном процессе определяется выражением:

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad (15)$$

где P – давление в системе; V – объем системы; γ – показатель адиабаты. Выражение (15) есть уравнение адиабатического процесса или уравнение Пуассона.

Показатель адиабаты (или коэффициент Пуассона) можно определить по формуле:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{(i+2)}{i} \quad (16)$$

здесь i – число степеней свободы молекулы.

Для одноатомных газов (Ne, He и др.) число степеней свободы $i = 3$, $\gamma = 1,67$. Для двухатомных газов (H_2 , N_2 , O_2 и др.) – $i = 5$ и $\gamma = 1,4$. Если исключить пары воды, то воздух можно рассматривать как двухатомный газ. При не очень низких и не очень высоких температурах значения γ большинство газов, вычисленные по формуле (15), хорошо подтверждаются экспериментом.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ГАЗА

Для определения значений критической точки в данной работе используется установка, изображенная на рисунке 2.

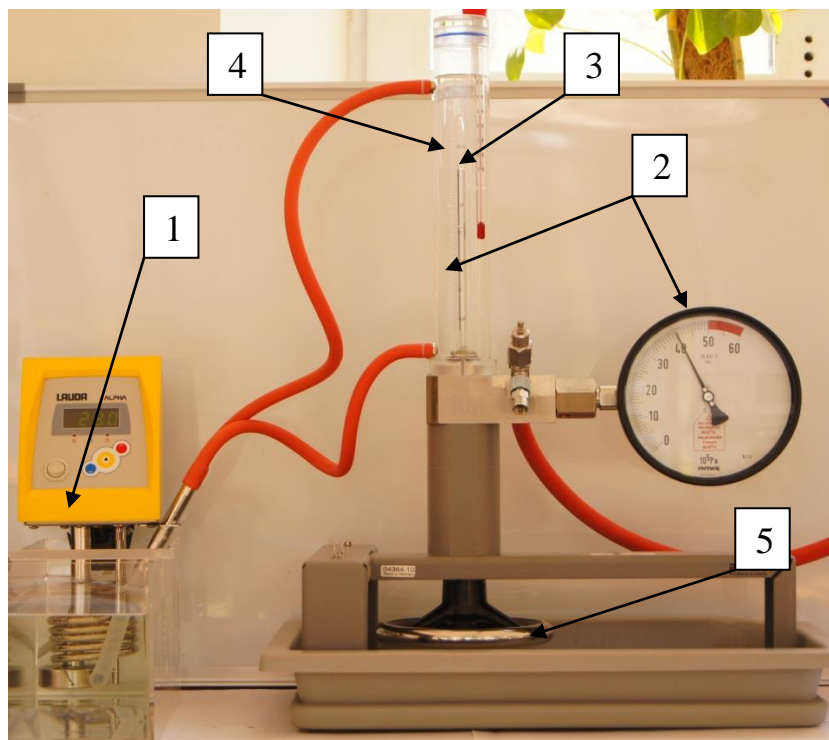


Рис. 2. Экспериментальная установка для определения значений критической точки. 1 – Иммерсионный термостат; 2 – сосуд давления с манометром; 3 – лабораторный термометр; 4 – сжатый газ – этан; 5 – вентиль для регулировки объема газа.

Метод определения критической точки газа, используемый в данной работе, основан на исследовании изотерм P - V используемого газа. Для установки необходимого значения температуры используется жидкостный иммерсионный термостат 1, регулирующий температуру сжатого газа 4. Для регулировки объема газа и контроля давления используется безопасный сосуд давления 2 с вентилем 5 и стрелочным манометром 2.

Для контроля температуры сжатого газа используется лабораторный термометр 3. На рис. 3 показаны примеры подобных изотерм для газа – сернистого гексафторида.

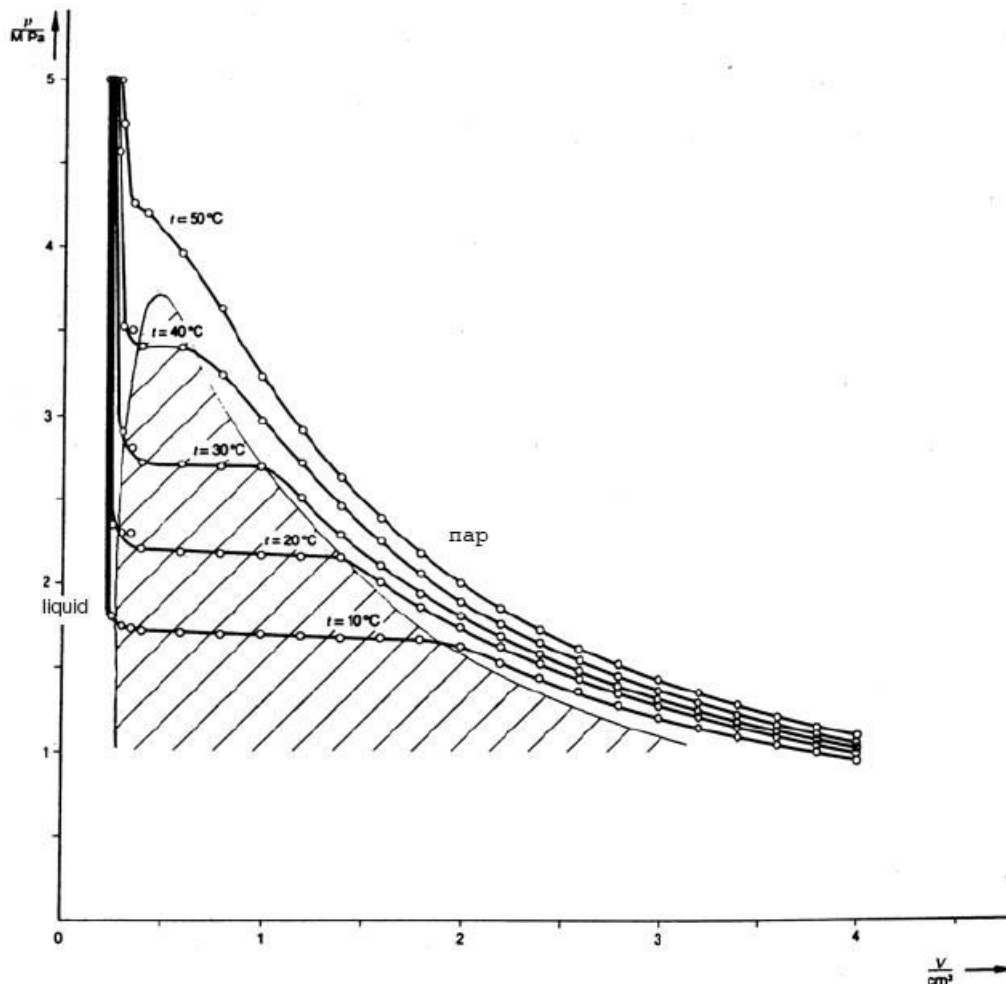


Рис. 3. Изотермы P - V для сернистого гексафторида

Изотермы газа, значения которых лежат ниже определенной температуры имеют вид плато, в этом месте происходит сжижение газа (паро-жидкостное равновесие). Точка, в которой плато более не существует, называется критической точкой. Для SF₆ критическая точка находится при $T_{кр}=46^{\circ}\text{C}=319\text{ K}$ и $P_{кр}=3,8\text{ МПа}$.

ЗАДАНИЕ

1. Проведите измерения, заполните таблицу.
2. Постройте графики изотерм исследуемого газа.

3. Из графиков изотерм определите значения критической точки исследуемого газа.
4. Найдите погрешность определения значений критической точки.
5. Рассчитайте значения постоянных уравнения Ван-Дер-Ваальса по формулам (9) и (10).
6. Рассчитайте значение радиуса молекулы газа по формуле (4).
7. Рассчитайте значения параметров потенциала взаимодействия молекул по формулам (11), (12).
8. Сделайте выводы по работе.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включите иммерсионный термостат.
2. Нажмите желтую кнопку 2 раза для установки требуемой температуры. Установите требуемую температуру, используя кнопки «вверх» и «вниз». Подождите 1 минуту, пока температура газа установится. Для контроля температуры газа используйте лабораторный термометр.
3. При помощи вентиля регулировки объема установите необходимое значение объема газа в сосуде. Используйте шкалу на сосуде давления для контроля значений объема. Шкала проградуирована в единицах см^3 .
4. После того, как стрелка манометра уравнивается, определите значение давления при заданном значении объема.
5. Данные опыта запишите в таблицу 1.

ВНИМАНИЕ: Не поднимайте давление газа в сосуде выше $50 \cdot 10^5$ Па.

6. Повторите процедуры 3-5 для каждого значения объема.
7. Повторите процедуры 2-5 для каждого значения температуры.
8. Постройте графики изотерм P-V исследуемого газа.
9. Определите значения критической точки газа.
10. Найдите погрешность определения значений критической точки.

11. Рассчитайте значения постоянных уравнения Ван-Дер-Ваальса по формулам (9) и (10).

12. Рассчитайте значение радиуса молекулы газа по формуле (4).

13. Рассчитайте значения параметров потенциала взаимодействия молекул по формулам (11), (12).

14. Сделайте выводы по работе.

Таблица 1

V/см ³	Изотерма	Изотерма	Изотерма	Изотерма	Изотерма
	20°C	25°C	29°C	32,3°C	35°C
	$\frac{P}{10^5 \text{Па}}$	$\frac{P}{10^5 \text{Па}}$	$\frac{P}{10^5 \text{Па}}$	$\frac{P}{10^5 \text{Па}}$	$\frac{P}{10^5 \text{Па}}$
1,5					
1,25					
1					
0,9					
0,8					
0,7					
0,6					
0,5					
0,4					
0,35					
0,3					

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Что понимают под критическим состоянием вещества?
2. Каков физический смысл констант уравнения Ван-дер-Ваальса и их размерность?
3. Какова связь констант уравнения Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами?
4. Что такое температура Бойля? Какой ее физический смысл?
5. Какой процесс называется адиабатическим и как записывается уравнение адиабаты в переменных $P - V$ и $V - T$?
6. Какой физический смысл первого закона термодинамики?
7. В чем отличие внутренней энергии идеального и реального газа?
8. Вычислите работу, производимую идеальным и реальным газом, объясните отличие.
9. Каким образом можно вычислить размер молекулы газа?
10. В чем состоит различие изотерм реального и идеального газов?
11. Каков физический смысл потенциала взаимодействия молекул?
12. Опишите методику определения потенциала взаимодействия молекул.
13. Изобразите график функции потенциала, укажите на нем параметры ϵ и σ_m .
14. Как связаны постоянные Ван-Дер-Ваальса и параметры взаимодействия молекул с критическими параметрами газа?
15. Кривая взаимодействия (потенциал) молекул газа имеет минимум. Каков физический смысл данного минимума?
16. В чем состоит качественное отличие реального газа от идеального?
17. Можно ли произвести ожижение идеального газа? Ответ обосновать.
18. Опишите состояние, называемое как «паро-жидкостное».

19. В чем состоит количественное отличие реального газа от идеального?
20. Рассмотрите изотермы $P-V$ для сернистого гексафторида. Объясните наличие горизонтальных участков на изученном графике.
21. Каким образом можно изменить параметры ε и σ_m для молекул газа?
22. Какой физический смысл имеет заштрихованный участок $P-V$ диаграммы?
23. Опишите способ фиксации критической точки на экспериментальной изотерме.
24. Опишите методику расчета постоянных в уравнении Ван-дер-Ваальса.
25. Какие из газов можно перевести в твердое состояние наипростейшим способом?

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1

Фундаментальные физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$e/m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$

Таблица 2

Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6 \text{ м}$
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8 \text{ м}$
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин

Таблица 3

Диаметры атомов и молекул (в нм)

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

Таблица 4

Критические значения T_k и p_k

Вещество	T_k , К	p_k , МПа	Вещество	T_k , К	p_k , МПа
Водяной пар	647	22,0	Азот	126	3,4
Углекислый газ	304	7,38	Водород	33	1,3
Кислород	154	5,07	Гелий	5,2	0,23
Аргон	151	4,87			

Таблица 5

Давление насыщенного водяного пара при разных температурах

t , °С	p_n , Па	t , °С	p_n , Па	t , °С	p_n , Па
-5	400	8	1070	40	7335
0	609	9	1145	50	12302
1	656	10	1225	60	19817
2	704	12	1396	70	31122
3	757	14	1596	80	47215
4	811	16	1809	90	69958
5	870	20	2328	100	101080
6	932	25	3165	150	486240
7	1025	30	4229	200	1549890

Таблица 6

Удельная теплота парообразования воды при разных температурах

t , °С	0	50	100	200
r , МДж/кг	2,49	2,38	2,26	1,94

Таблица 7

Свойства некоторых жидкостей (при 20 °С)

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

Таблица 8

Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность	Температура плавления	Удельная теплоемкость	Удельная теплота плавления	Температурный коэффициент линей- ного расширения
	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$	$T, ^\circ\text{C}$	$c, \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda, \text{ кДж/кг}$	$\alpha, 10^{-5} \text{ К}^{-1}$
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	–	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	–
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	–	2050	–	–
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	–	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Таблица 9

Названия, символы и атомные массы химических элементов

1. Водород	H	1,0079	32. Германий	Ge	72,59
2. Гелий	He	4,00260	33. Мышьяк	As	74,9216
3. Литий	Li	6,941	34. Селен	Se	78,96
4. Бериллий	Be	9,01218	35. Бром	Br	79,904
5. Бор	B	10,81	36. Криптон	Kr	83,80
6. Углерод	C	12,011	37. Рубиний	Rb	85,467
7. Азот	N	14,0067	38. Стронций	Sr	87,62
8. Кислород	O	15,9994	39. Иттрий	Y	88,9059
9. Фтор	F	18,998403	40. Цирконий	Zr	91,22
10. Неон	Ne	20,179	41. Ниобий	Nb	92,9064
11. Натрий	Na	22,98977	42. Молибден	Mo	95,94
12. Магний	Mg	24,305	43. Технеций	Tc	98,9062
13. Алюминий	Al	26,98154	44. Рутений	Ru	101,07
14. Кремний	Si	28,0855	45. Родний	Rh	102,9055
15. Фосфор	P	30,97376	46. Палладий	Pd	106,4
16. Сера	S	32,06	47. Серебро	Ag	107,868
17. Хлор	Cl	35,453	48. Кадмий	Cd	112,41
18. Аргон	Ar	39,948	49. Индий	In	114,82
19. Калий	K	39,0983	50. Олово	Sn	118,69
20. Кальций	Ca	40,08	51. Сурьма	Sb	121,75
21. Скандий	Sc	44,9559	52. Теллур	Te	127,60
22. Титан	Ti	47,90	53. Иод	I	126,9045
23. Ванадий	V	50,9415	54. Ксенон	Xe	131,30
24. Хром	Cr	51,996	55. Цезий	Cs	132,9054
25. Марганец	Mn	54,9380	56. Барий	Ba	137,33
26. Железо	Fe	55,847	57. Лантан	La	138,9055
27. Кобальт	Co	58,9332	58. Церий	Ce	140,12
28. Никель	Ni	58,71	59. Празеодим	Pr	140,9077
29. Медь	Cu	63,546	60. Неодим	Nd	144,24
30. Цинк	Zn	65,38	61. Прометий	Pm	[145]
31. Галий	Ga	69,735	62. Самарий	Sm	150,4

Таблица 10

Свойства упругости некоторых твердых тел

Соотношение между единицами давления							
В		Па	bar	кгс/см ²	мм Hg	мм H ₂ O	psi
А	Па	1	10 ⁻⁵	1,02·10 ⁻⁵	7,5024·10 ⁻³	0,102	1,45·10 ⁻⁴
Ж	bar	10 ⁵	1	1,02	750,24	1,02·10 ⁴	14,503
Л	кгс/см ²	9,807·10 ⁴	0,9807	1	735	10 ⁴	14,223
С	мм Hg	133,32	1,3332·10 ⁻³	1,36·10 ⁻³	1	13,6	0,1933
С	мм H ₂ O	9,807	9,807·10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	7,35·10 ⁻²	1	0,001422
С	psi	6895	0,06895	0,0703069	51,7254	703,141	1

Таблица 11

Таблица производных

Функция	Производная	Функция	Производная	Функция	Производная
x^n	nx^{n-1}	$\sin x$	$\cos x$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
\sqrt{u}	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{vu' - uv'}{v^2}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
e^{nx}	ne^{nx}	$\ln u$	u'/u	$\operatorname{th} x$	$1/\operatorname{ch}^2 x$
a^x	$a^x \ln a$	$\ln x$	$1/x$	$\operatorname{cth} x$	$-1/\operatorname{sh}^2 x$

Таблица 12

Таблица интегралов

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$
$\int \sin x dx = -\cos x$	$\int \cos x dx = \sin x$	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x$
$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$		

ЛИТЕРАТУРА

1. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. Молекулярная физика. Термодинамика: Учебник для технических университетов. – М.: Высшая школа, 2007. – 238 с.
2. Ларионов В.В., Иванкина М.С., Мурашко Л.Т. Физический практикум. –Томск: Изд-во ТПУ, 1996. – 98 с.
3. Холявко В.Н. и др. Анализ, обработка и представление результатов измерения физических величин: Лабораторный практикум. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 54 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики, Кн.3. Молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие – М.: Наука: Физматлит, 1998. – 208 с.
5. Иродов И.Е. Физика макросистем. Основные законы: учебное пособие – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 200 с.
6. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика: учебное пособие – СПб: Лань, 2007. – 480 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха.....	5
2. Определение показателя адиабаты газов при помощи осциллятора Фламмерсфельда.....	14
3. Определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) воды методом Пуазейля.....	20
4. Определение теплоемкости металлов.....	28
5. Определение отношения теплоемкостей газов C_p/C_v способом Дезорма и Клемана	45
6. Определение теплоемкости металлов методом охлаждения.....	57
7. Экспериментальное изучение гауссовского закона распределения результатов измерений.....	66
8. Изучение закона Максвелла распределения молекул по скоростям на механической модели.....	80
9. Изучение реальных газов на основе эффекта Джоуля-Томсона.....	106
10. Определение теплоемкости идеального газа.....	117
11. Теплопроводность и электропроводность металлов.....	130
12. Уравнение состояния идеального газа	151
13. Уравнение состояния реального газа и критическая точка.....	166
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	176
ЛИТЕРАТУРА.....	181
СОДЕРЖАНИЕ.....	182

Учебное издание

ЛИДЕР Андрей Маркович, **БОРДУЛЕВ** Юрий Сергеевич,
ГАЛИМОВ Руслан Маликович, **ДУБРОВА** Наталья
Александровна, **КРАСНОВ** Дмитрий Николаевич, **КУДИЯРОВ**
Виктор Николаевич, **ЛАПТЕВ** Роман Сергеевич, **ЛАРИОНОВ**
Виталий Васильевич, **НИКИФОРОВА** Наталья Ивановна,
ПУШИЛИНА Наталья Сергеевна, **СВЯТКИН** Леонид
Алексеевич, **СЫПЧЕНКО** Владимир Сергеевич, **ТОЛМАЧЕВА**
Нелла Дмитриевна

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ



Часть 4
ТЕРМОДИНАМИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА


Учебное пособие

Научный редактор *доктор педагогических наук,*
профессор В.В. Ларионов

Ответственный редактор *Н.Д. Толмачева*
Редактор *Н.Т. Синельникова*
Компьютерная верстка *Н.Н. Чернова*
Дизайн обложки *В.В. Ларионов*

Подписано к печати 19.05.2013. Формат 60х84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл.печ.л. 10,65. Уч.-изд.л. 9,62.
Заказ 485. Тираж 50 экз.

	<p>Томский политехнический университет Система менеджмента качества Томского политехнического университета сертифицирована NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008</p>	
---	--	---

ИЗДАТЕЛЬСТВО  **ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru