

Математическая система Mathcad

Дисциплина

«Программные средства профессиональной деятельности»



Лектор: к.т.н.,

Доцент ОЭЭ ИШЭ ТПУ

Воронина Наталья Алексеевна

Система MathCAD

- Mathcad – прикладная программа для выполнения и документирования инженерных и научных расчётов.
- Она находит применение в сложных проектах для визуализации результатов математического моделирования с использованием распределённых вычислений и традиционных языков программирования.

Она позволяет выполнять:

- Решение дифференциальных уравнений различными численными методами;
- Построение двух- и трёхмерных графиков функций;
- Выполнение вычислений в символьном режиме;
- Выполнение операций с векторами и матрицами;
- Символьное решение систем уравнений;
- Выполнение подпрограмм;
- Интеграцию с системами управления, использующих результаты вычислений в качестве управляющих параметров.

Общая характеристика математической системы Mathcad

- Математическая система MathCAD – это высокоэффективный инструмент автоматизации численных и аналитических вычислений.
- Главная отличительная особенность системы MathCAD заключается в её входном языке, который максимально приближён к естественному математическому языку, используемому как в трактатах по математике, так и вообще в научной литературе.



- MathCAD объединяет в себе простой текстовый редактор, математический интерпретатор и графический процессор.
- Имеет возможности интерактивной работы с документами.
- Имеет возможности диалога с другими математическими системами.
- Имеет простой интерфейс и входной язык математических символов.

Интерфейс системы Mathcad

The image shows the Mathcad software interface with several numbered annotations:

- 1. Title bar: Mathcad - [Untitled:1]
- 2. Menu bar: File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
- 3. Standard toolbar: Contains icons for file operations, editing, and viewing.
- 4. Formatting toolbar: Includes font face (Normal, Arial), size (10), bold (B), italic (I), underline (U), and alignment options.
- 5, 6. Symbolic toolbar: Contains mathematical symbols like $x =$, \int , $\frac{d}{dx}$, \sum , α , β , and a search box with "My Site" and "Go" buttons.
- 7. Programming Toolbar: A floating tooltip box labeled "Programming Toolbar".
- 8. Main workspace: The central area for entering equations and text.
- 9. Cursor: A small plus sign (+) indicating the current cursor position.

Граница листа

- Верхняя строка (1) окна включает заголовок с именем открытого документа, кнопки свертывания, развертывания и закрытия документа. 
- В строке (2) находится главное меню системы, предоставляющее доступ ко всем функциям и командам программы. В правом углу находятся кнопки управления с открытым активным окном документа. 

- *Standard* (3) – стандартная панель инструментов
- *Formatting* – панель форматирования (4)
- *Math* – панель математики (5)
- *Resources* – панель ресурсов (6)
- Кнопки инструментов имеют систему всплывающих подсказок (7)
- Основная часть рабочего окна (8) отводится под область ввода математических выражений, поясняющего текста, графиков и таблиц, наглядно представляющих результаты и исходные данные.

- На экране постоянно располагается небольшой курсор (9) начала области ввода математического выражения или текста. Он имеет вид красного крестика (+).
- Следует особо отметить наличие видимой тонкой вертикальной линии в правой части окна – границы листа, за которой начинается другой лист.
- Внизу и справа окно окаймлено полосами или линейками горизонтальной и вертикальной прокрутки (10).

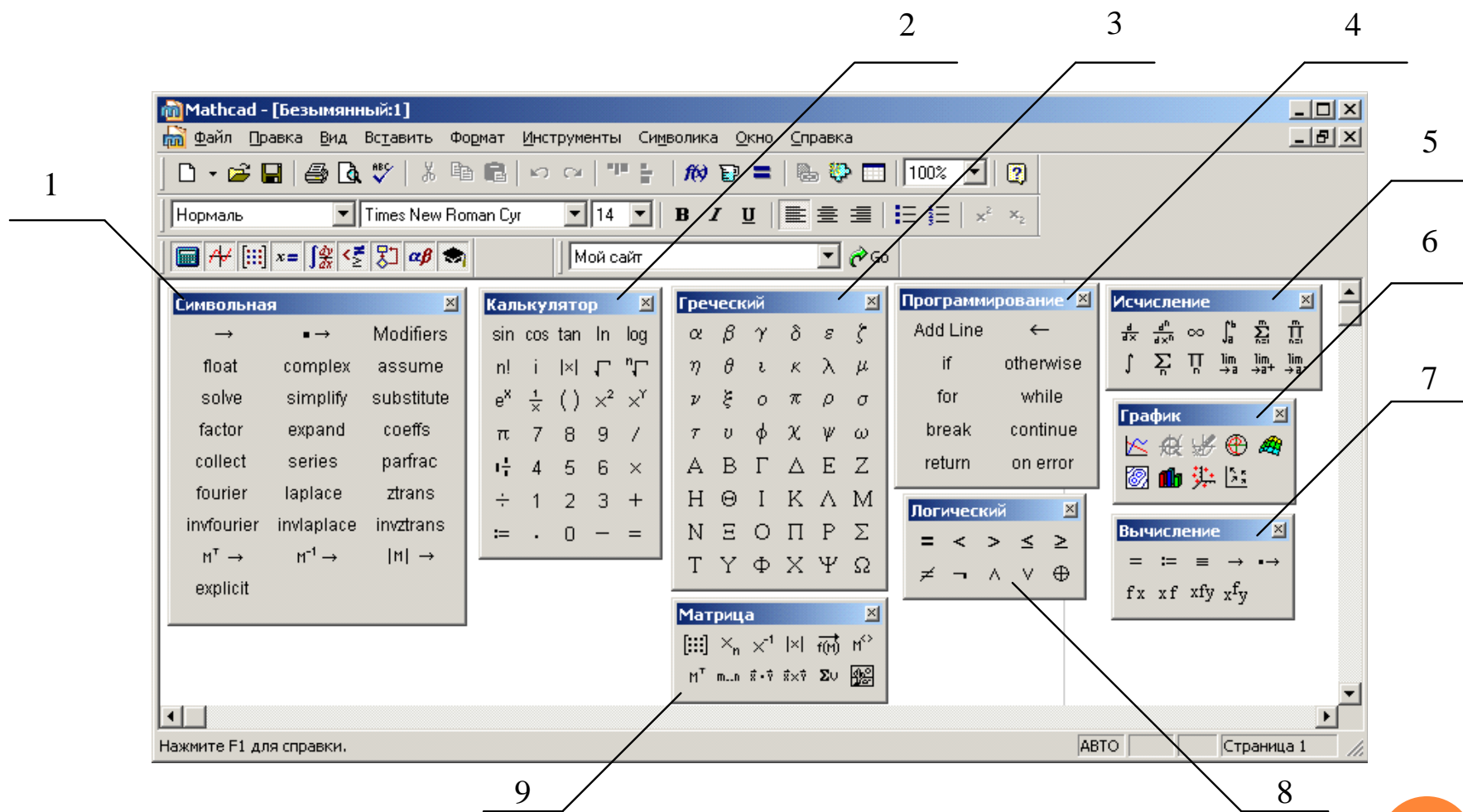
При решении задач, связанных с расчетом, проектированием, исследованием и анализом процессов в технических системах самой используемой является панель *Math* с девятью кнопками вывода панелей (палитр) с командами соответствующей тематики.

Математическая панель MathCAD

содержит:

- 1 – панель символьных вычислений;
- 2 – панель калькулятора;
- 3 – панель символов греческого алфавита;
- 4 – панель программирования;
- 5 – панель математического анализа;
- 6 – панель графиков;
- 7 – панель вычисления;
- 8 – панель логических операций;
- 9 – панель матриц.

Математическая панель MathCAD:



- Панель символьных вычислений (1) содержит команды символьного процессора, позволяющего в символьном виде решать такие задачи, как упрощение выражений, решение нелинейных уравнений, разложение выражений на множители, разложение в ряд Тейлора, прямые и обратные преобразования Лапласа, Фурье и z-преобразование.
- Панель калькулятора (2) позволяет быстро набрать и посчитать алгебраические и тригонометрические численные выражения.

- Панель символов греческого алфавита (3) позволяет использовать в математических выражениях привычные обозначения переменных.
- Панель программирования (4) позволяет производить с обрабатываемыми данными стандартные алгоритмические процедуры с применением операторов условного и безусловного циклов, операторов условного перехода и других типовых операторов.

- Панель математического анализа (5) содержит процедуры, позволяющие находить пределы, суммы, производные, интегралы выражений.
- Панель графиков (6) позволяет индицировать полученные промежуточные и итоговые результаты в виде плоских и трёхмерных графиков в декартовой и полярной системах координат.

- Панель вычислений (7) позволяет производить операции локального и глобального присваивания, вывод результатов вычислений в численном и символьном формате.
- Панель логических операций (8) позволяет эффективно составлять логические выражения, что часто используется при обработке данных.
- Панель матриц (9) содержит все самые необходимые для работы с матрицами процедуры.

Типовые задачи

При расчете, проектировании, анализе режимов работы и синтезе электромеханических и энергетических систем можно выделить ряд типовых задач, для решения которых, используя возможности системы MathCAD, составляются:

- расчетные математические модели, представляющие собой набор определенного числа обычных расчетных формул;
- определенного вида программы для расчета частотных, логарифмических и переходных характеристик;
- математические модели типовых звеньев систем автоматического управления;
- программы для определения параметров и построения области устойчивости работы электромеханических и энергетических систем.

Алгоритм составления программ и моделей

При использовании системы MathCAD необходимо соблюдать определенный алгоритм при составлении программ и моделей, где обязательно должны быть в указанном порядке:

- блок исходных данных для всех без исключения расчетных и математических моделей;

- блок формирования матриц, дополнительных расчетных данных, начальных условий;
- блок прямого расчета с итерационными циклами, или вычисление вектора неизвестных переменных x_i на очередном шаге;
- вывод результатов расчета и моделирования.
- анализ полученных результатов расчета и моделирования.

Набор математических символов

- При формировании исходных и дополнительных расчетных данных пользуются операцией задания переменных и вычисления значений функций.

Так, например, при задании переменной $x = 1$ и вычислении значений функции $\sin(x)$ можно воспользоваться вводом с клавиатуры.

Нажимая, на клавишу x получают на экране
Изображение x ,

т.е. реализован процесс:

1. Ввод имени переменной.

Дальнейшие действия

2. Ввод символа присваивания $:=$

и указание значения переменной или математического выражения для вычисления функции.

3. Фиксация ввода нажатием клавиши *Enter*.

Для вычисления значения функции осуществляют операцию:

4. Ввод знака вывода ($=$), т.е указывают имя переменной и нажимают клавишу знака равенства и для завершения операции вычисления клавишу *Enter*.

Пример выполнения данных операций в системе MathCAD имеет следующий вид:

- Исходные данные $x := 1$
- Ввод функции $\sin(x)$
- Решение $\sin(x) = 0.841$

Формирование векторов и матриц

- Формирование векторов и матриц осуществляют, используя панель *Matrix* (*Матрицы*).
- Эта операция обеспечивает задание векторов и матриц.
- При этом матрица является заданным своим именем объектом в виде массива данных MathCAD (одномерные массивы – векторы и двумерные – собственно матрицы).

- Матрица характеризуется числом строк (*Rows*) и числом столбцов (*Columns*). Таким образом, число элементов матрицы или ее размерность равны

Rows x *Columns*.

- Элементами матриц могут быть числа, константы, переменные и даже математические выражения.

- Соответственно, матрицы могут быть численными и символьными.

Примеры вывода

Шаблоны матрицы и вектора

$$\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{bmatrix}$$

Пример матричной операции

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix}$$

Пример операции с вектором

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot 10 = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Примеры вывода элементов матриц и векторов

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$M_{0,0} = 1$$

$$M_{2,2} = 8$$

$$M_{0,2} = 3$$

$$M_{0,1} = 2$$

Графика в системе MathCAD

- MathCAD позволяет легко строить двух- и трехмерные гистограммы, двумерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые.

Способы построения графиков

○ Существует три способа построения графиков в системе MathCAD:

1. можно воспользоваться позицией

Главного меню *Insert*, выбрав команду *Graph* и в раскрывающемся списке – тип графика;

2. выбрать тип графика на наборной панели *Graph*, которая включается кнопкой на панели *Math*;

3. воспользоваться быстрыми клавишами (они предусмотрены не для всех типов графиков)

График функции $y = f(x)$

- При выполнении команды *Inset* -> *Graph* -> *Plot* в документ помещается рамка-шаблон с двумя незаполненными ячейками для построения графика. (Клавиша [*@*]).
- В ячейке, расположенной под осью абсцисс, указывается независимая переменная x . Её следует определить заранее как переменную, принимающую значения из промежутка (ранжированная переменная).

Исходные данные

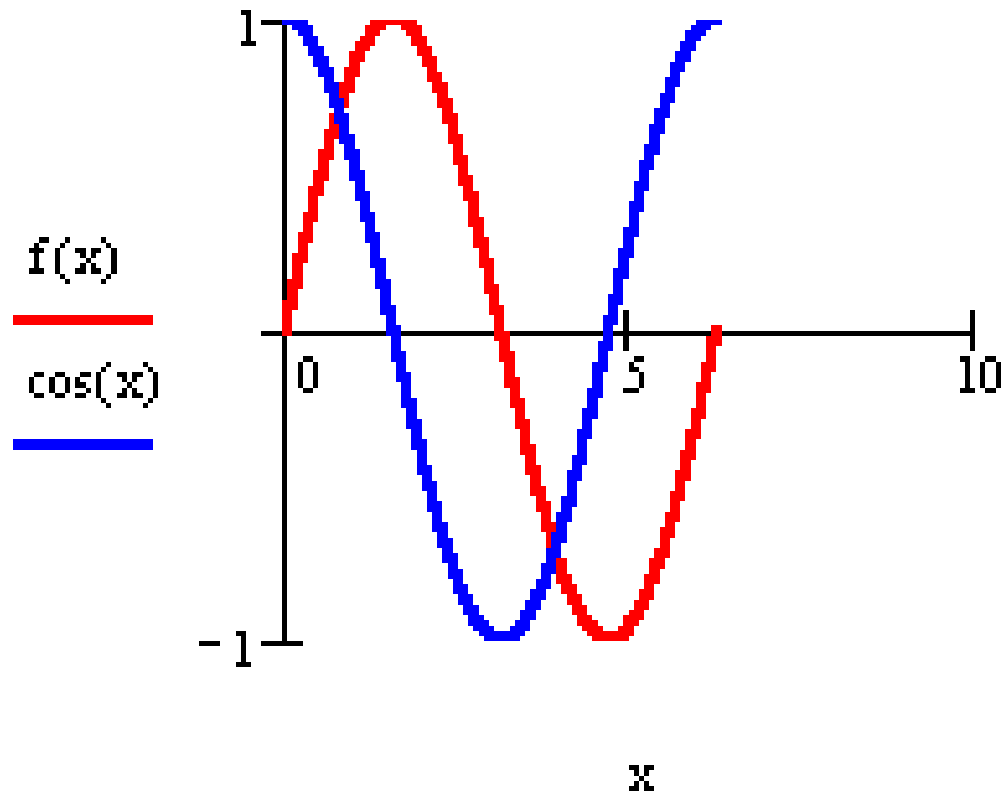
Определение функции $f(x) := \sin(x)$

Определение шага и промежутка изменения
независимой переменной $x := 0, 0.01..2 \cdot \pi$

- В ячейке рядом с осью ординат необходимо задать функцию $f(x)$, график которой мы хотим построить. Если эта функция была определена заранее, то в ячейку достаточно ввести $f(x)$, в противном случае следует ввести изображаемую функцию в явном виде (например, $\cos(x)$).

Результат решения

$$f(x) := \sin(x) \quad x := 0, 0.01 \dots 2 \cdot \pi$$



Примечание

- После ввода x и $f(x)$ в графической области появятся еще четыре ячейки, которые не обязательно заполнять. MathCAD автоматически находит подходящие значения для x_{min} x_{max} y_{min} y_{max} . Если же предлагаемые MathCAD значения вас не устраивают, вы можете задать свои.
- В MathCAD существует возможность строить график функции, не задавая предварительно промежуток изменения независимой переменной. По умолчанию этот промежуток принимается равным $[-10, 10]$.

Примечание

The image shows the Mathcad software interface. The main window displays a blank coordinate system with axes. A dialog box titled "Форматирование выбранного графика X-Y" (Format selected X-Y graph) is open, showing settings for the X and Y axes. The dialog has tabs for "Оси X-Y", "Графики", "Формат чисел", "Подписи", and "Умолчания".

Оси X-Y (X-Y Axes):

- Включить вторичную ось Y (Include secondary Y axis)
- Ось X** (X-axis):
 - Логарифмическая шкала (Logarithmic scale)
 - Линии сетки (Grid lines) [Green indicator]
 - Нумерованная (Numbered)
 - Автомасштабирование (Automatic scaling)
 - Показать маркеры (Show markers) [Red indicator]
 - Автосетка (Automatic grid)
 - Число линий сетки: 2
- Первичная ось Y** (Primary Y-axis):
 - Логарифмическая шкала (Logarithmic scale)
 - Линии сетки (Grid lines) [Green indicator]
 - Нумерованная (Numbered)
 - Автомасштабирование (Automatic scaling)
 - Показать маркеры (Show markers) [Red indicator]
 - Автосетка (Automatic grid)
 - Число линий сетки: 2
- Вторичная ось Y** (Secondary Y-axis): [Empty]
- Стиль осей** (Axis style):
 - Рамка (Frame)
 - Пересекающиеся (Intersecting)
 - Нет (None)
 - Равные масштабы (Equal scales)

Buttons: OK, Отмена (Cancel), Применить (Apply), Справка (Help).

Операторы и функции системы

- Системообразующими элементами входного языка Mathcad являются операторы и функции.
- Оператор обозначается одним или последовательностью символов и иницирует в среде Mathcad определенное математическое действие или операцию.

- Функция, в отличие от операторов, имеет собственное имя, вслед за которым открываются скобки, а в скобках приводится список аргументов.
- Функция возвращает вычисленное значение, соответствующее указанному набору аргументов.
- Если на символе оператора или на имени функции, введенных в рабочий документ Mathcad, установить курсор и нажать клавишу $\langle F1 \rangle$, то открывается соответствующая страница справки пояснениями.

Операторы Mathcad

- Операторы Mathcad вводятся двумя способами: специальной клавишей или сочетанием клавиш либо кнопкой на одной из палитр панели Math.
- В соответствии с выполняемыми действиями операторы Mathcad подразделяют на семь групп:

1. Операторы выражения;
2. Арифметические операторы;
3. Расширенные арифметические операторы;
4. Операторы отношения (логические операторы);
5. Матричные операторы;
6. Символьные операторы;
7. Операторы программирования.

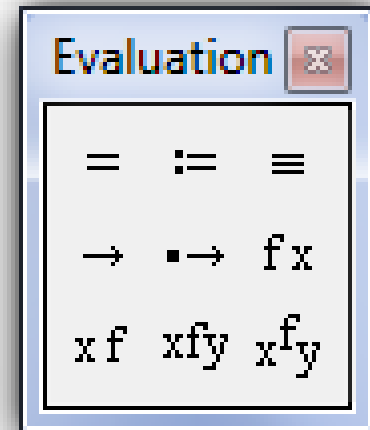
Рассмотрим каждую группу операторов по отдельности.

Операторы выражения

Операторы данной группы располагаются на панели *Evaluation* (*Выражение*).

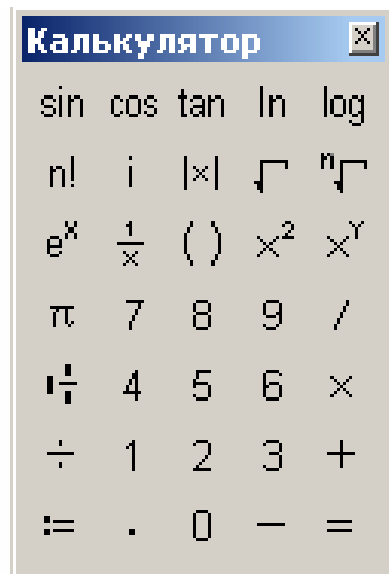
К ним относятся:

- Оператор численного вывода;
- Оператор присваивания;
- Оператор символьного вывода;
- Оператор глобального присваивания.



Арифметические операторы

- Арифметические операторы предназначены для выполнения арифметических действий над численными величинами и конструирования математических выражений.
- Эти операторы находятся в математической панели *Калькулятор (Calculator)*



Расширенные арифметические операторы

- Расширенные операторы предназначены для вычисления сумм, произведений, пределов, производных, интегралов и находятся в математической панели *Исчисление (Calculus)*.
- Применение расширенных операторов существенно облегчает решение математических задач.
- Эти операторы используют как в числовых так и в символьных вычислениях

$$\frac{d}{dx}$$

$$\frac{d^n}{dx^n}$$

$$\infty$$

$$\int dx$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}$$

$$\prod_{n=1}^{\infty}$$

$$\int dx$$

$$\sum_n$$

$$\prod_n$$

$$\lim_{x \rightarrow a}$$

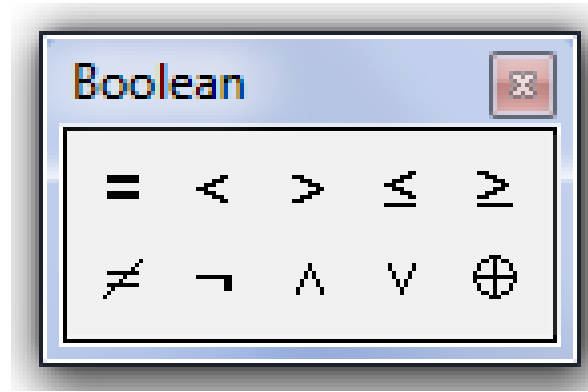
$$\lim_{x \rightarrow a^+}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-}$$

Calculus ✕

$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	∞	\int_a^b
$\sum_{n=1}^m$	$\prod_{n=1}^m$	\int	\sum_n
\prod_n	$\lim_{x \rightarrow a}$	$\lim_{x \rightarrow a^+}$	$\lim_{x \rightarrow a^-}$

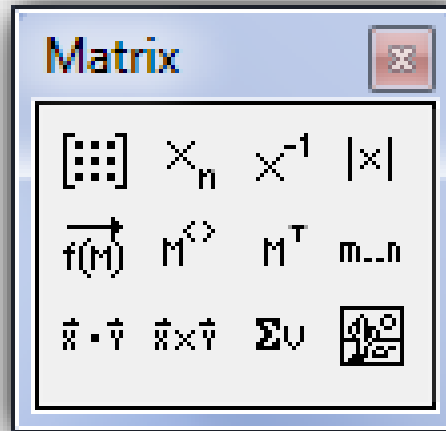
Логические операторы



- Логические операторы используются при задании условий целого ряда задач. Расположены эти операторы на панели *Boolean* (Булевы).
- Всего в Mathcad имеется 10 таких операторов.
- Наиболее широко из них используется оператор логического равенства $=$

- Он используется в выражениях уравнений при их решении с помощью операции *Solve* (*Решить*) или блока *Given.....Find*.
- Операторы сравнения $<$, $>$, \leq , \geq используются при задании неравенства и написании алгоритмов.

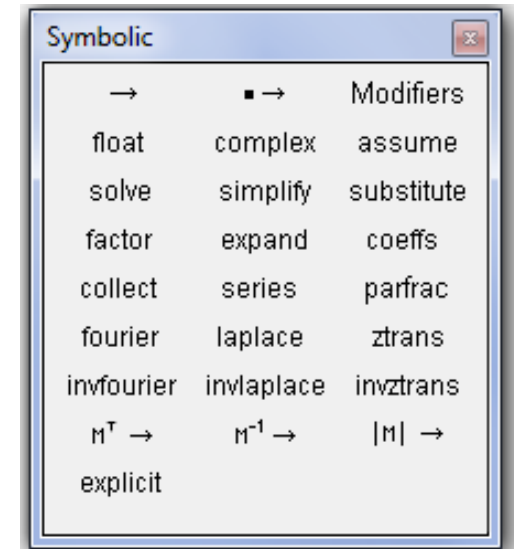
Матричные операторы



- Позволяют проводить основные матричные и векторные преобразования, расположены на панели *Matrix* (*Матричные*).

Символьные операторы

- Символьные операторы служат для выполнения целого ряда аналитических преобразований, таких как упрощение выражений, разложение на множители, замена переменных и многие другие.
- Расположены они на панели *Symbolic* (Символьные), и по количеству их гораздо больше чем операторов других типов – 21 оператор.



Символьные операторы

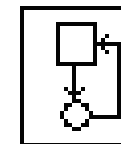
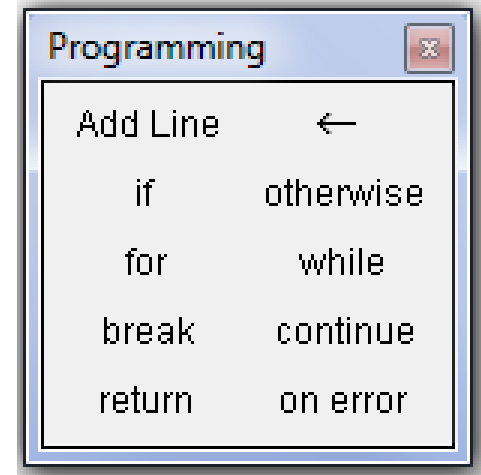
Команда	Функция	Пример
<code>▮ →</code>	Символьное вычисление	$\frac{d}{dt} \sin(t) \rightarrow \cos(t)$
<code>▮ ▮ →</code>	Символьное вычисление с ключевым словом	$x^2 + 2 \cdot x + 1 \text{ factor} \rightarrow (x + 1)^2$
Modifier	Дополнительные модификаторы	assume - вводное слово для приведенных далее определений; real - для var=real означает вещественное значение var; RealRange - для var=RealRange(a,b) означает принадлежность вещественной var к интервалу [a,b]; trig - задает направление тригонометрических преобразований.
float	Численное вычисление	$\ln(2) \cdot x^2 \text{ float} \rightarrow .69314718055994530942 \cdot x^2$
complex	Комплексное вычисление	$\frac{1}{a + i \cdot b} \text{ complex} \rightarrow \frac{a}{(a^2 + b^2)} - 1i \frac{b}{(a^2 + b^2)}$

assume	Символьное вычисление с некоторыми предположениями	$\left(\sqrt{M^2}\right) \left \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{assume}, M > 0 \end{array} \right. \rightarrow \text{csgr}(M) \cdot M$
solve	Решение уравнения (системы уравнений) относительно переменной (переменных)	$\left(\begin{array}{l} x + y = 2 \\ 2 - x - y = 1 \end{array}\right) \text{solve}, \left(\begin{array}{l} x \\ y \end{array}\right) \rightarrow (1 \ 1)$
simplify	Упрощение выражений	$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \text{ simplify} \rightarrow 1$
substitute	Замена переменной	$\sqrt{1 - x^2} \text{ substitute}, x = \cos(v) \rightarrow \left(1 - \cos(v)^2\right)^{\frac{1}{2}}$
factor	Разложение на множители	$x^3 + x \text{ factor}, 2 \rightarrow x \cdot (x^2 + 1)$
expand	Перемножение степеней и произведений	$\frac{x^2 + 1}{x} \text{ expand}, x \rightarrow x + \frac{1}{x}$
coeffs	Определение коэффициентов в полиноме	$a \cdot x + b \text{ coeffs}, x \rightarrow \left(\begin{array}{l} b \\ a \end{array}\right)$

collect	Группировка слагаемых по степеням переменной	$(3 \cdot x + y)^2 \text{ collect, } y \rightarrow y^2 + 6 \cdot x \cdot y + 9 \cdot x^2$
series	Разложение в ряд Тейлора или Лорана	$\cos(x) \text{ series, } x, 5 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{24} \cdot x^4$
parfac	Разложение на элементарные дроби	$\frac{2}{(x^2 - 1)} \text{ convert, parfrac, } x \rightarrow \frac{1}{(x - 1)} - \frac{1}{(x + 1)}$
fourier	Преобразование Фурье	$e^{-2x} \left \begin{array}{l} \text{fourier, } i \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 2 \cdot \exp(-2 \cdot x) \cdot \pi \cdot \text{Dirac}(\omega)$

Операторы программирования

- Одна из важнейших возможностей системы Mathcad– программирование – реализуется благодаря наличию специальных операторов, расположенных на панели *Programming* (*Программирование*).
- Наборная панель программных элементов *Programming* включается кнопкой на панели *Math*.



- оператор *Add Line* создает новую строку программы (На экране появится вертикальная черта и пустая ячейка);
- оператор ← присваивает значения локальной переменной.
- оператор *if* – *Условный оператор (оператор ветвления)*;
- оператор *otherwise* обозначает оператор, который должен быть исполнен, если условие оператора *if* не выполняется.

- оператор *for* служит для организации циклов с фиксированным числом повторений (задается с помощью переменной *var* и записывается в виде *for var* $\in n_{min} \dots n_{max}$);
- оператор *while* служит для задания цикла типа "пока", т.е. цикл выполняется, пока действительно некоторое условие (записывается в виде *while Условие*);
- оператор *break* служит для прерывания программы всякий раз, как он встречается и используется совместно операторами *if*, *for*, *while*, обеспечивая переход в конец цикла;

- оператор *continue* используется для продолжения работы после прерывания программы. Обычно он применяется совместно с операторами задания циклов *while* и *for*, обеспечивая после прерывания возврат в начало цикла;
- оператор *return* прерывает выполнение программы и возвращает значение своего операнда, стоящего следом за ним, например, при *return 0 if x < 0* будет возвращаться значение 0 при любом $x < 0$;

- оператор *on error* является оператором обработки ошибок, позволяющим создавать конструкции обработчиков ошибок (оператор задается в виде Выражение 1 *on error* Выражение 2), т.е. если при выполнении выражения 1 возникает ошибка, то выполняется выражение 2.

Функции системы Mathcad

- Система MathCAD содержит расширенный набор встроенных элементарных и специальных функций, обращение к которым осуществляют через *Insert (Function)* или кнопкой f_x .
- Функции задаются своим именем и значением аргумента в круглых скобках.
- Аргумент и значение функций могут быть действительными или комплексными числами.

- Число встроенных функций Mathcad составляет несколько сотен и они для удобства распределены по тематическим группам.
- Всего в Mathcad 32 тематические группы.
- Их список, организованный в алфавитном порядке, расположен в окне *Function Gategory* (Категория функции).
- При выборе определенной категории функции, ее содержание отразится в окне *Function Name* (Имя функции)

Insert Function



Function Category

- All
- Bessel
- Complex Numbers
- Curve Fitting and Smoothing
- Data Analysis
- Debugging
- Differential Equation Solving
- Expression Type
- File Access

Function Name

- acos
- acosh
- acot
- acoth
- acsc
- acsch
- addnoise
- Ai
- Aisc

acos(z)

Returns the angle (in radians) whose cosine is z. Principal value for complex z.



OK

Insert

Cancel

Функции в MathCAD записываются в обычной математической форме:

Имя функции (список аргументов через запятую).
Например Augement(a,b).

При вводе имен переменных и функций с клавиатуры, нужно строго соблюдать правила их написания с учетом регистра (строчных и заглавных букв). Математический редактор MathCAD чувствителен к регистру символов, так что x и X – это разные переменные. Если имя переменной или функции набрано неверно или без учета регистра, возникает сообщение об ошибке. Правильное написание имен встроенных функций можно посмотреть в меню Help (Помощь).

Функции системы Mathcad позволяют:

- Работать с элементарными тригонометрическими функциями;
- Осуществлять матричные вычисления;
- Упрощать выражения и реализовать алгебраические преобразования;
- Решать алгебраические уравнения и системы этих уравнений;
- Решать дифференциальные уравнения и системы этих уравнений.

Спасибо за внимание!