

Гармонический осциллятор

Гармонический осциллятор

Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы $F=kx$.

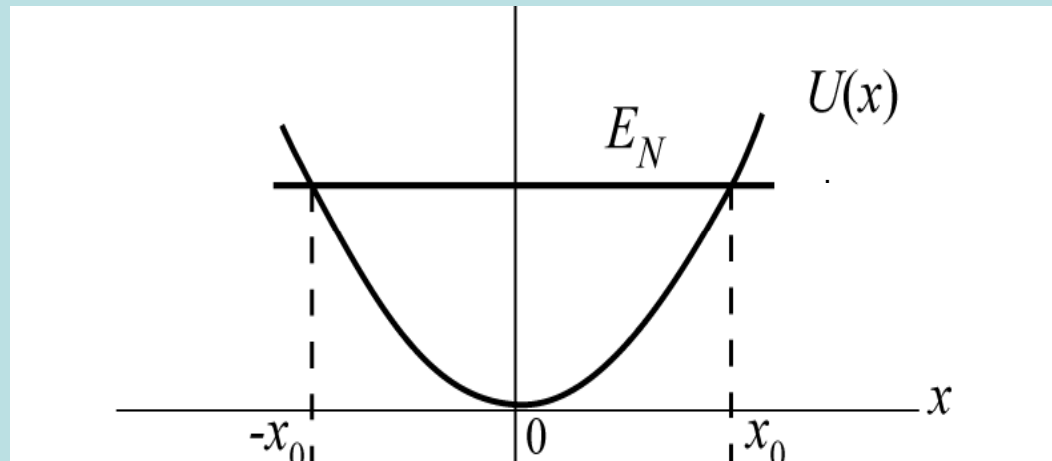
Потенциальная энергия частицы

или
$$U = kx^2 / 2$$

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2},$$

где
$$\omega = \sqrt{k/m}$$

График потенциальной энергии частицы:



В точках с координатами $-x_0$ и $+x_0$, полная энергия равна потенциальной энергии. Поэтому **с классической точки зрения частица не может выйти за пределы области $-x_0$ и $+x_0$**

Гармонический осциллятор в квантовой механике - квантовый осциллятор - описывается уравнением Шредингера:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0$$

Значения **полной энергии** осциллятора:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$$

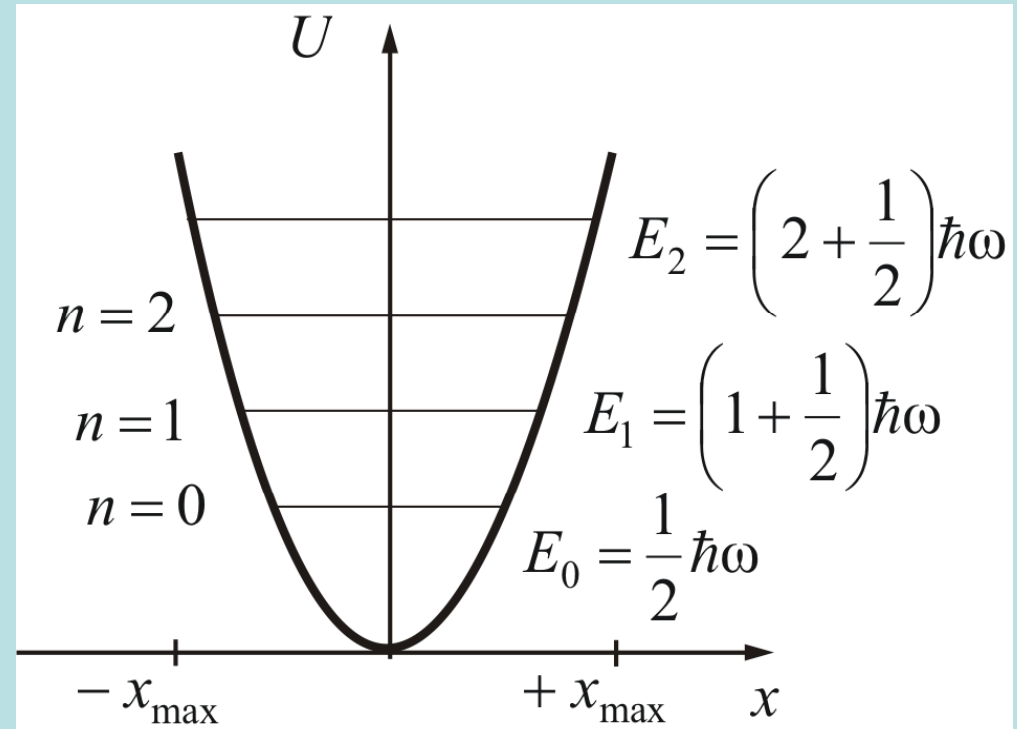
где $n = 0, 1, 2, \dots$

$$\Delta E_n = \hbar\omega$$

не зависит от n .

Минимальная энергия

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$$



называется нулевой энергией, т.е. **при $T = 0$ К колебания атомов в молекуле или кристаллической решетке не прекращаются.**

Это означает что частица не может находиться на дне потенциальной ямы.

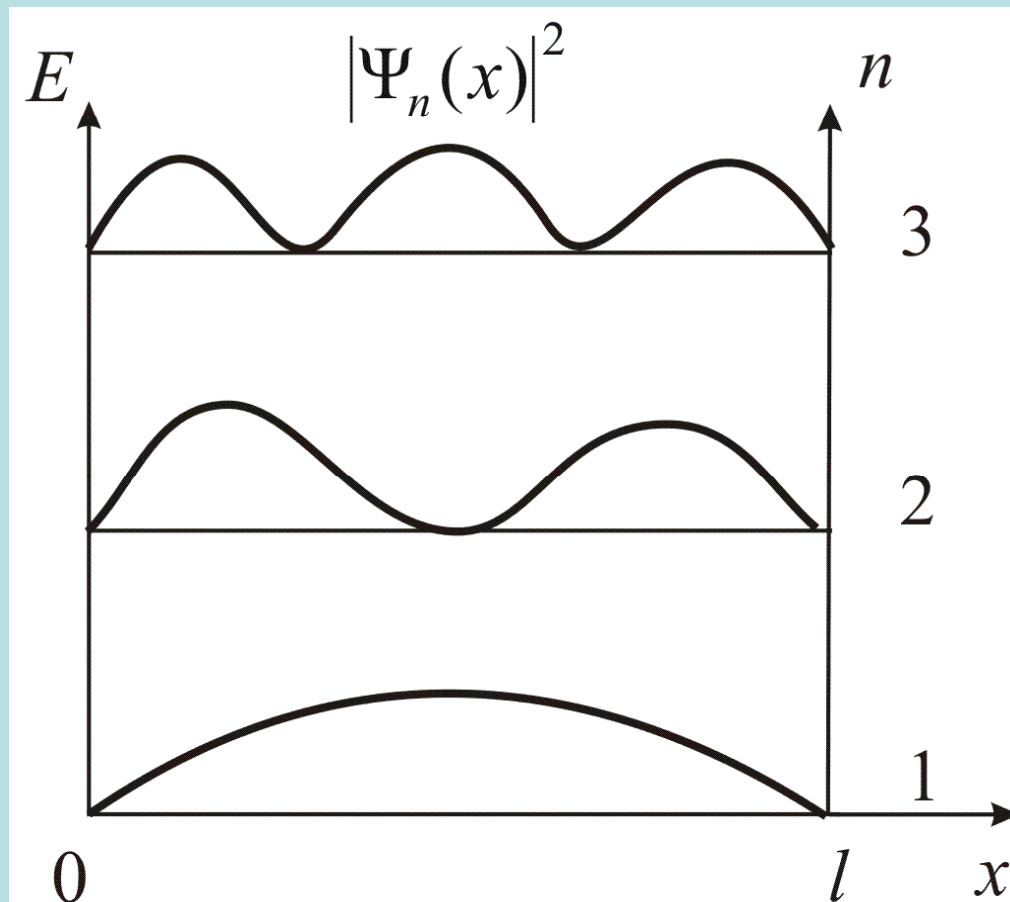
В квантовой механике вычисляется вероятность различных переходов квантовой системы из одного состояния в другое. Для гармонического осциллятора возможны лишь переходы между соседними уровнями.

*Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются **правилами отбора**:*

$$\Delta n = \pm 1$$

Плотность вероятности нахождения частицы

$$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$$



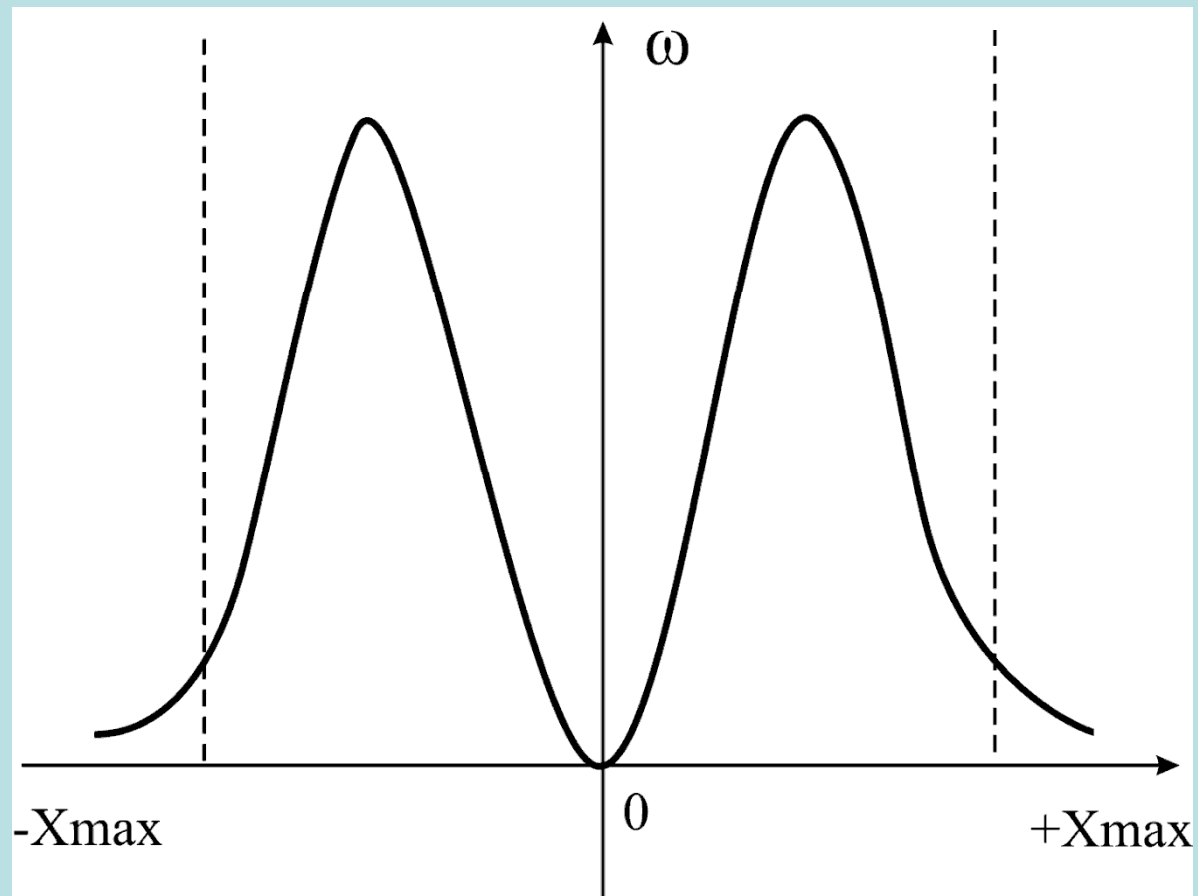
При $n = 2$ в середине ямы частицы быть не может.

Таким образом, энергия гармонического осциллятора изменяется только порциями, т.е. квантуется

$$E_n = n\hbar\omega$$

Кроме того, например, при $n = 2$ в середине потенциальной ямы частицы быть не может. Это совершенно непонятно с классической точки зрения. *Квантуется не только энергия, но и координата частицы!*

Квантово – механический расчет показывает, что частицу можно обнаружить и за пределами ямы, т.е. в области с координатами $-x_0$ и $+x_0$, в то время как с классической точки зрения она не может выйти за пределы этой ямы.



Ангармонический осциллятор

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \Rightarrow U = \frac{m\omega^2 x^2}{2} + a_1 x^3 + a_2 x^4 + a_3 x^5 + \dots$$

Энергия гармонического осциллятора

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$$

Энергия ангармонического осциллятора

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega + (n + 1/2)^2 \hbar x + \dots$$

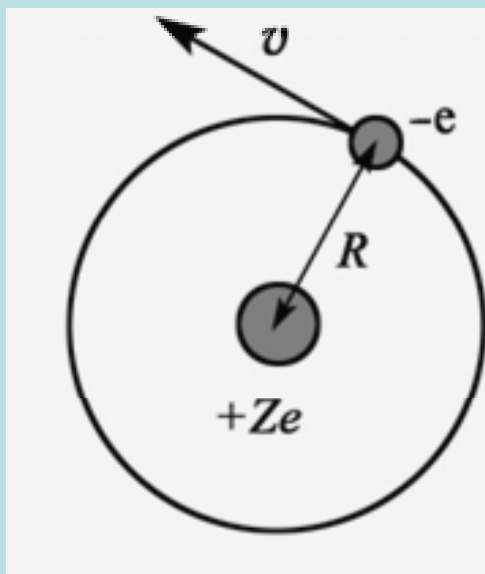
**ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ
СИСТЕМЫ
В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ**

Дополнение механической планетарной модели Резерфорда квантовыми постулатами Бора – Зоммерфельда привело к согласию теории с экспериментальными данными.

Первый постулат Бора.

Условие для стационарных орбит:

из всех орбит электрона *возможны только те, для которых момент импульса электрона, равен целому кратному постоянной Планка:*



$$m_e v r = n \hbar$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ -
КВАНТОВОЕ ЧИСЛО.

Второй постулат Бора.

При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

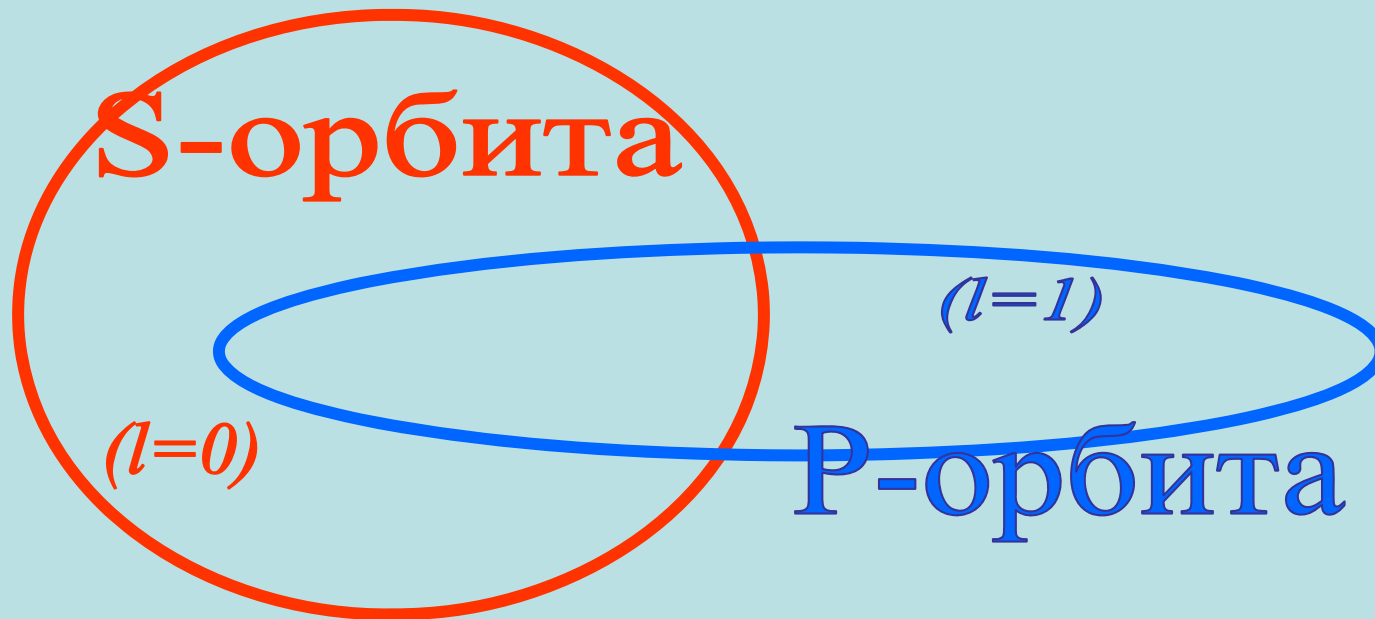
$$h \nu = E_n - E_m$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний.

Дополнение механической планетарной модели Резерфорда квантовыми постулатами Бора – Зоммерфельда привело к согласию теории с экспериментальными данными.

Вместе с тем, в основе теории Бора – Зоммерфельда были заложены два принципиально различных момента

- понятие непрерывной траектории механики Ньютона



Геометрическое
(пространственное)
описание

(непрерывность)

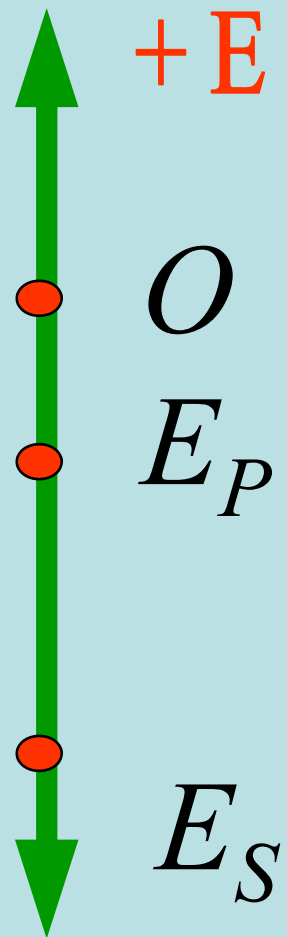
- представление о дискретных КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЯХ.

(ДИСКРЕТНОСТЬ)

Энергетическое
описание

$$E_P - E_S$$

- E



+ E

0

E_P

E_S

Дальнейшее развитие квантовой механики привело к отказу от механической картины движения электрона в поле ядра.

Планетарная модель была заменена квантово-волновым описанием строения атома.

Квантовомеханическая картина строения атома

Квантовомеханическая теория атомов - гораздо более полная, чем теория Бора. Вместе с тем она сохраняет определенные аспекты старой теории.

Например, электроны могут находиться в атоме только в дискретных состояниях с определенной энергией; при переходе электрона из одного состояния в другое испускается (или поглощается) фотон.

Но квантовая механика – не просто обобщение теории Бора. Она представляет собой гораздо более глубокую теорию и рисует совершенно иную картину строения атома.

Согласно квантовой механике, не существует определенных круговых орбит электронов, как в теории Бора.

В силу волновой природы электрон «размазан» в пространстве, подобно «облаку» отрицательного заряда.

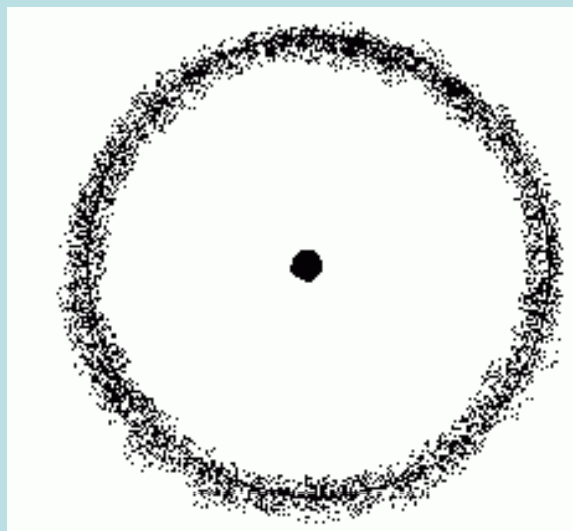
Для основного состояния атома можно вычислить:

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} e^{-\frac{r}{r_1}}, \quad (1)$$

где $\Psi(r)$ – волновая функция положения, зависящая от расстояния r до центра;

r_1 - радиус первой боровской орбиты.

Электронное облако в основном состоянии водорода сферически-симметрично, как показано на рисунке. Однако не все электронные облака сферически-симметричны.



Электронное облако грубо характеризует «размеры» атома, но, поскольку облако может не иметь четко выраженные границы, *атомы также не имеют ни точной границы, ни одного определенного размера.*

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} e^{-\frac{r}{r_1}},$$

Хотя функция $\Psi(r)$ при больших радиусах r быстро убывает, она не обращается в нуль на конечных расстояниях.

Квантовая механика утверждает, что основная часть атома не представляет собой пустое пространство.

Т.к. $\Psi \rightarrow 0$ только при $r \rightarrow \infty$, можно заключить, что и во Вселенной не существует в подлинном смысле пустого пространства.

Под частицей обычно понимают нечто локализованное в пространстве: в любой момент времени частица занимает вполне определенное положение в пространстве. Следовательно, *размытое в пространстве облако является результатом волновой природы электронов.*

Электронное облако можно также интерпретировать как *распределение вероятностей для данной частицы.*

Если измерить положение электрона 1000 раз, то большинство результатов измерений соответствовало бы точкам, в которых вероятность велика, хотя электрон случайно может оказаться и там, где вероятность мала.

Мы не можем предсказать траектории, по которой будет двигаться электрон.

После измерения положения электрона точно предсказать, *где будет находиться электрон в последующие моменты времени, невозможно.* Мы можем *лишь* вычислить *вероятность обнаружить электрон в различных точках.*

Энергетические уровни атома водорода

Решение задачи об энергетических уровнях атома водорода (а также водородных систем: атома гелия He^+ , лития Li^{2+} и др.) - это задача о движении электрона в кулоновском поле ядра.

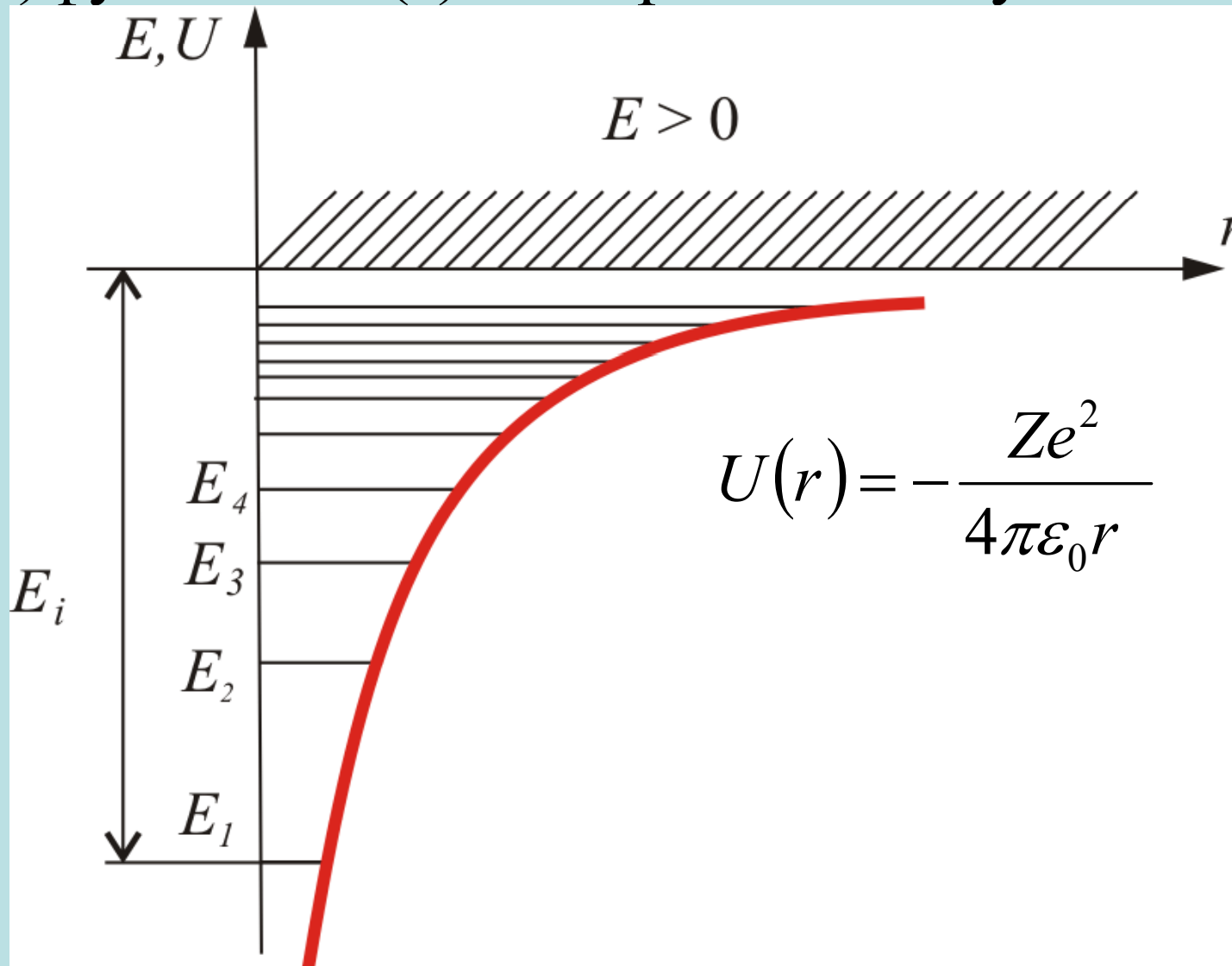
Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом Ze (для атома водорода $Z = 1$)

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

где r – расстояние между электроном и ядром.

График функции $U(r)$.

С уменьшением r (при приближении электрона к ядру) функция $U(r)$ неограниченно убывает.



Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией Ψ , удовлетворяющей стационарному уравнению

Шредингера:

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0 \quad (3)$$

E – полная энергия электрона в атоме.

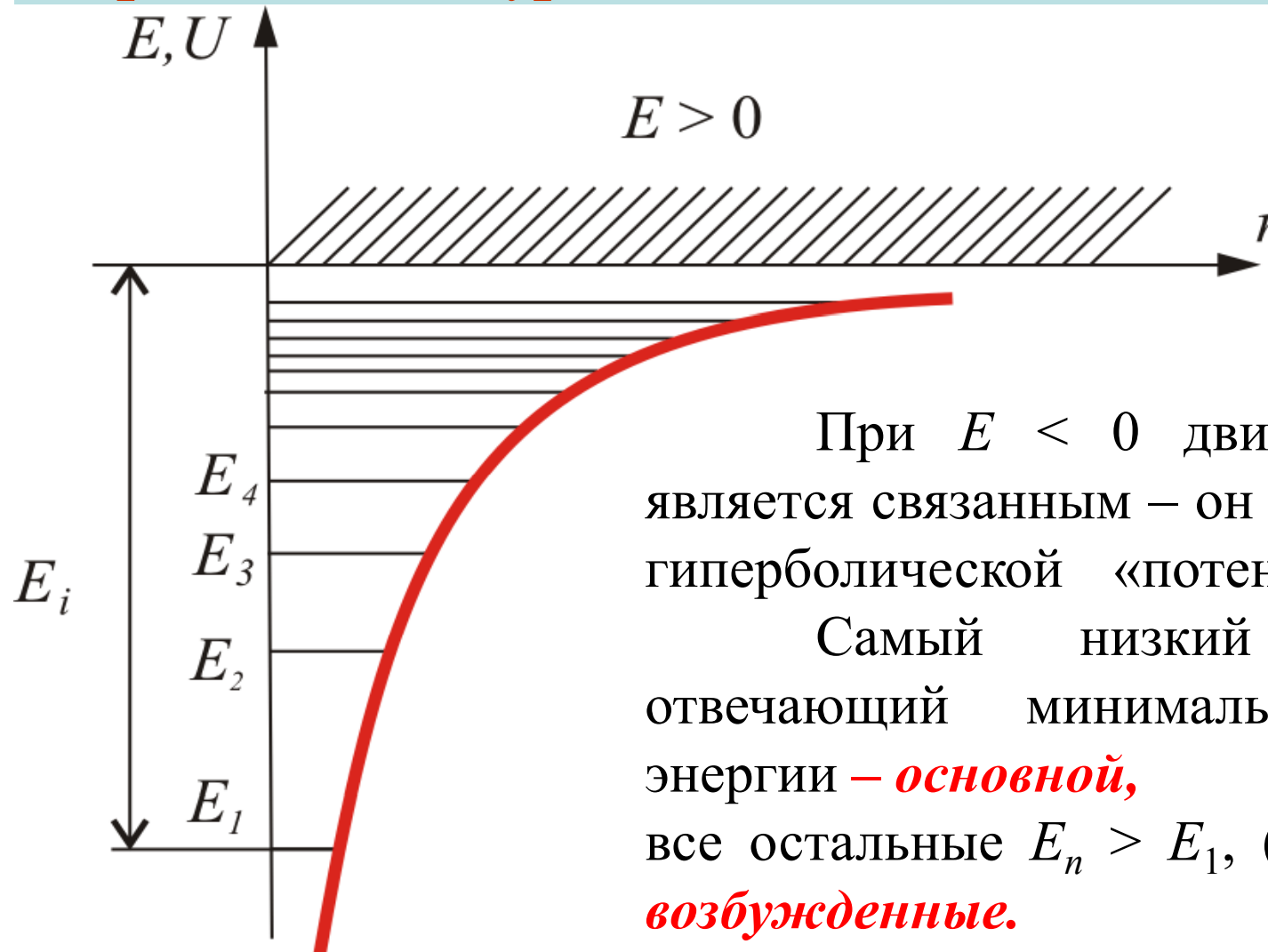
$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ - потенциальная энергия

Уравнения типа (3) *имеют решение, удовлетворяющее однозначности, конечности и непрерывности волновой функции Ψ , только при собственных значениях энергии:*

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2}$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, т.е. дискретного набора отрицательных значений энергии.

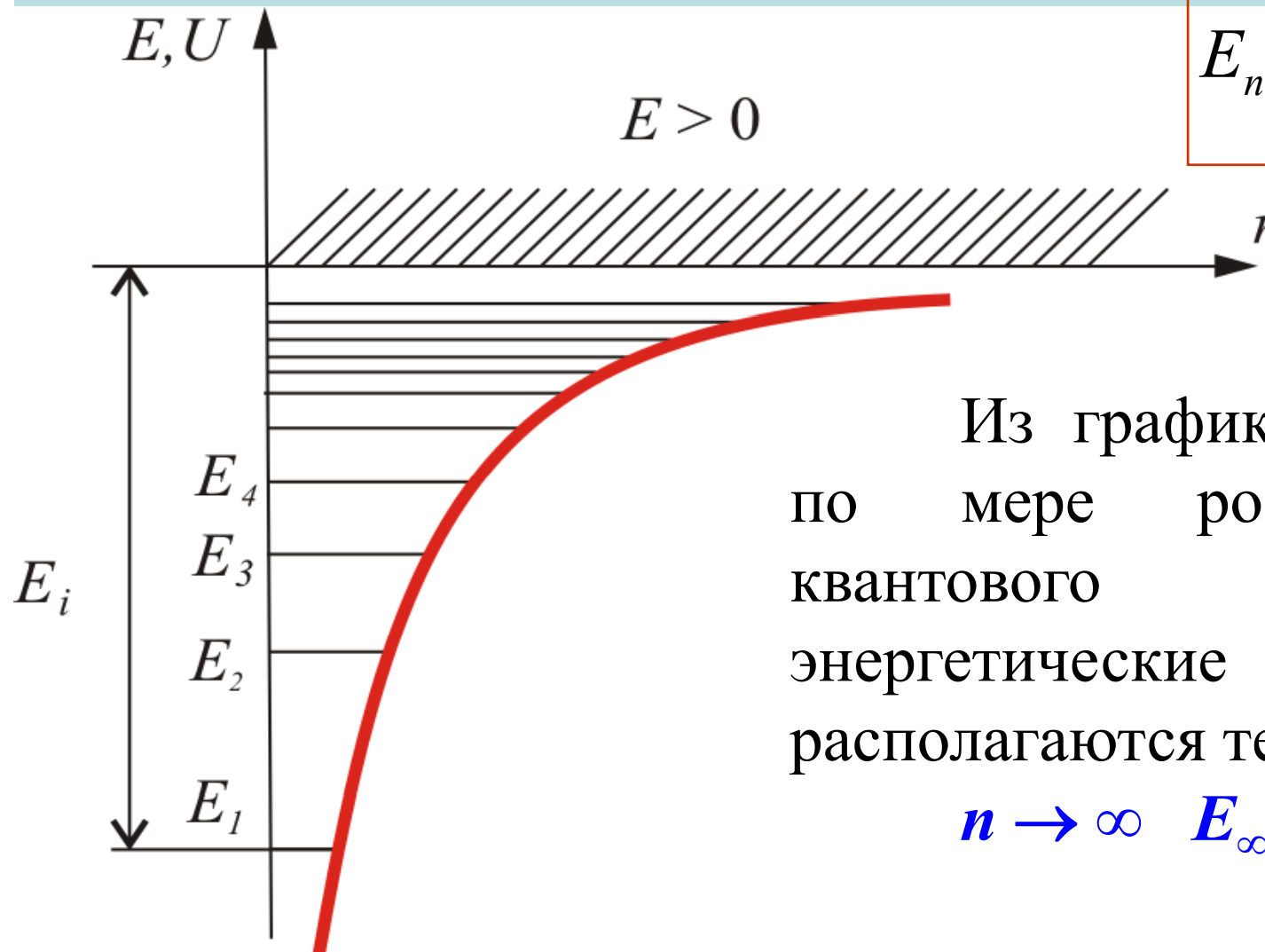
Как и в случае «потенциальной ямы» с бесконечно высокими стенками, *решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней:*



При $E < 0$ движение электрона является связанным – он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». Самый низкий уровень E_1 , отвечающий минимальной возможной энергии – **основной**, все остальные $E_n > E_1$, ($n = 2, 3, 4, \dots$) – **возбужденные**.

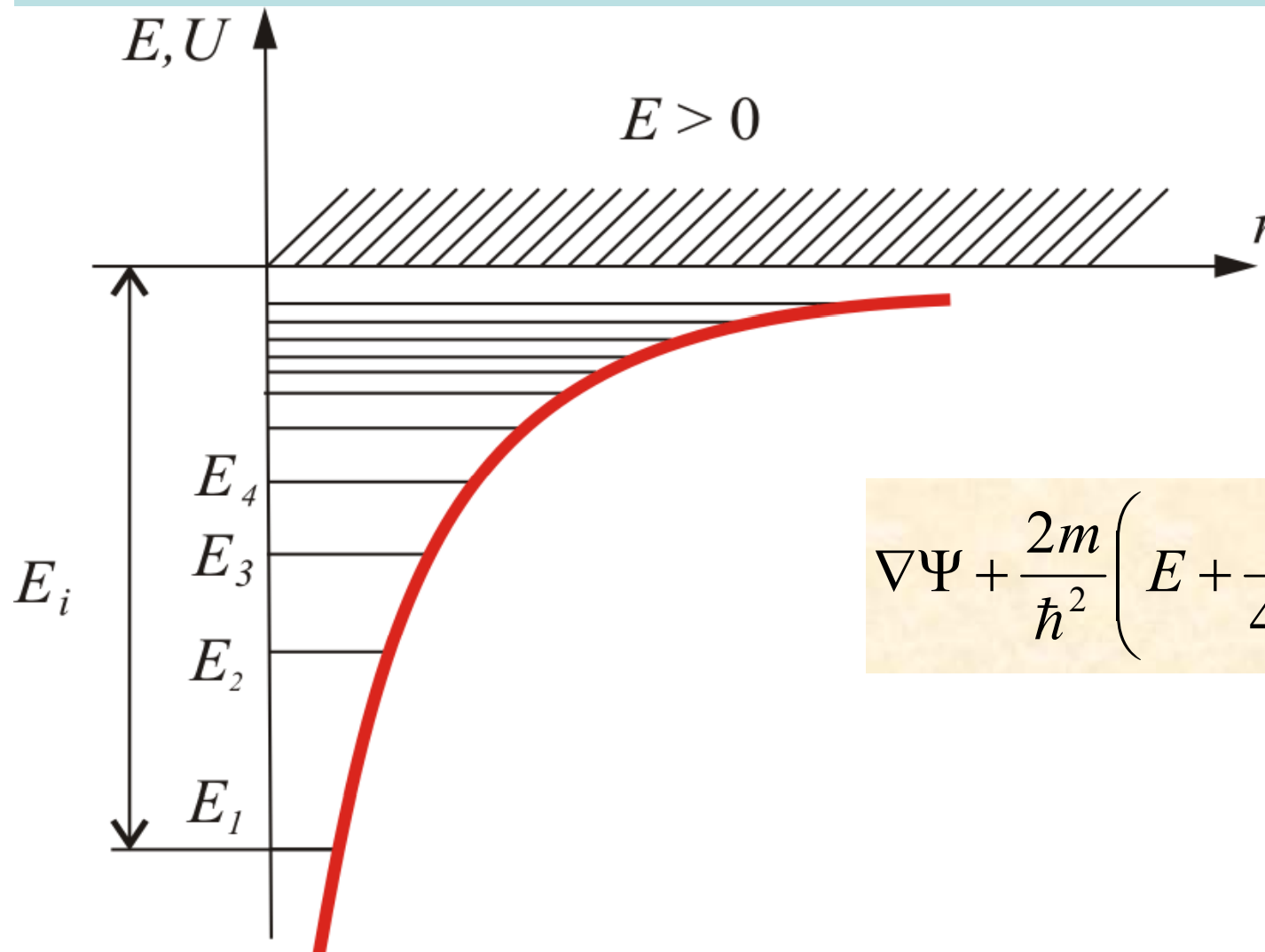
При $E > 0$ движение электрона становится свободным; область $E > 0$ соответствует ионизированному атому.

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2}$$



Из графика следует, что по мере роста главного квантового числа n энергетические уровни располагаются теснее и при $n \rightarrow \infty$ $E_\infty \rightarrow 0$.

Итак, если Бору пришлось вводить дополнительные гипотезы (постулаты), то **в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера:**

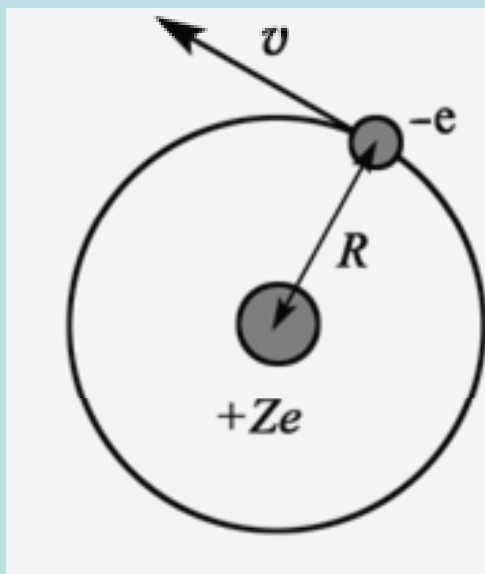


$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$$

Первый постулат Бора.

Условие для стационарных орбит:

из всех орбит электрона *возможны только те, для которых момент импульса электрона, равен целому кратному постоянной Планка:*



$$m_e v r = n \hbar$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ -
КВАНТОВОЕ ЧИСЛО.

Второй постулат Бора.

При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h \nu = E_n - E_m$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний.

Квантовые числа

Квантовые числа

В квантовой механике доказывається, что уравнению Шредингера для атома удовлетворяют *собственные функции* Ψ_{nlm} , определяемые *тремя квантовыми числами*:

- *главным n ,*
- *орбитальным l*
- *магнитным m .*

Как уже сказано в предыдущих параграфах – *главное квантовое число n , определяет энергетические уровни электрона* в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы ($n = 1, 2, 3, \dots$).

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2}$$

В атомной физике состояния электрона, соответствующие главному квантовому числу n , ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) принято обозначать буквами K, L, M, N, \dots

	1	2	3	4
<i>n</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>

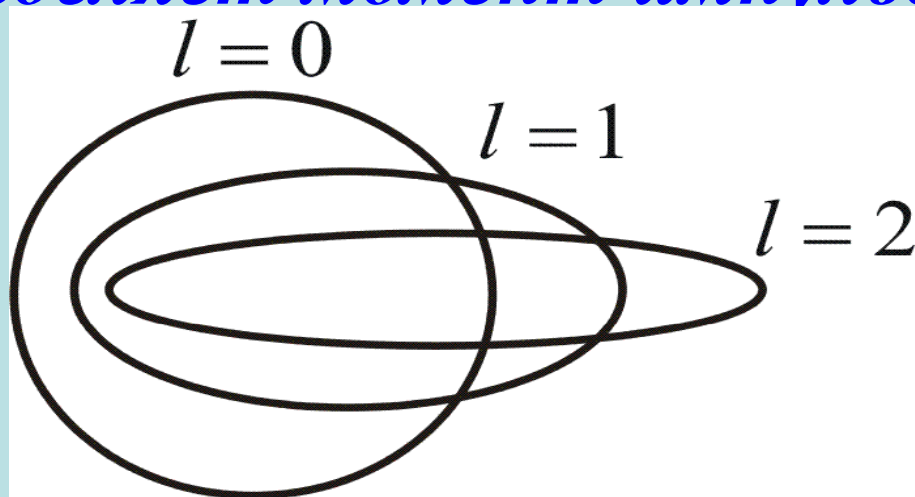
Орбитальное квантовое число

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

характеризует эллиптичность орбиты
электрона и определяет момент импульса
электрона L

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

$$l = 1, 2, \dots, (n - 1)$$



Состояния, соответствующие орбитальному числу
 $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, также обозначаются буквами

s, p, d, f, \dots

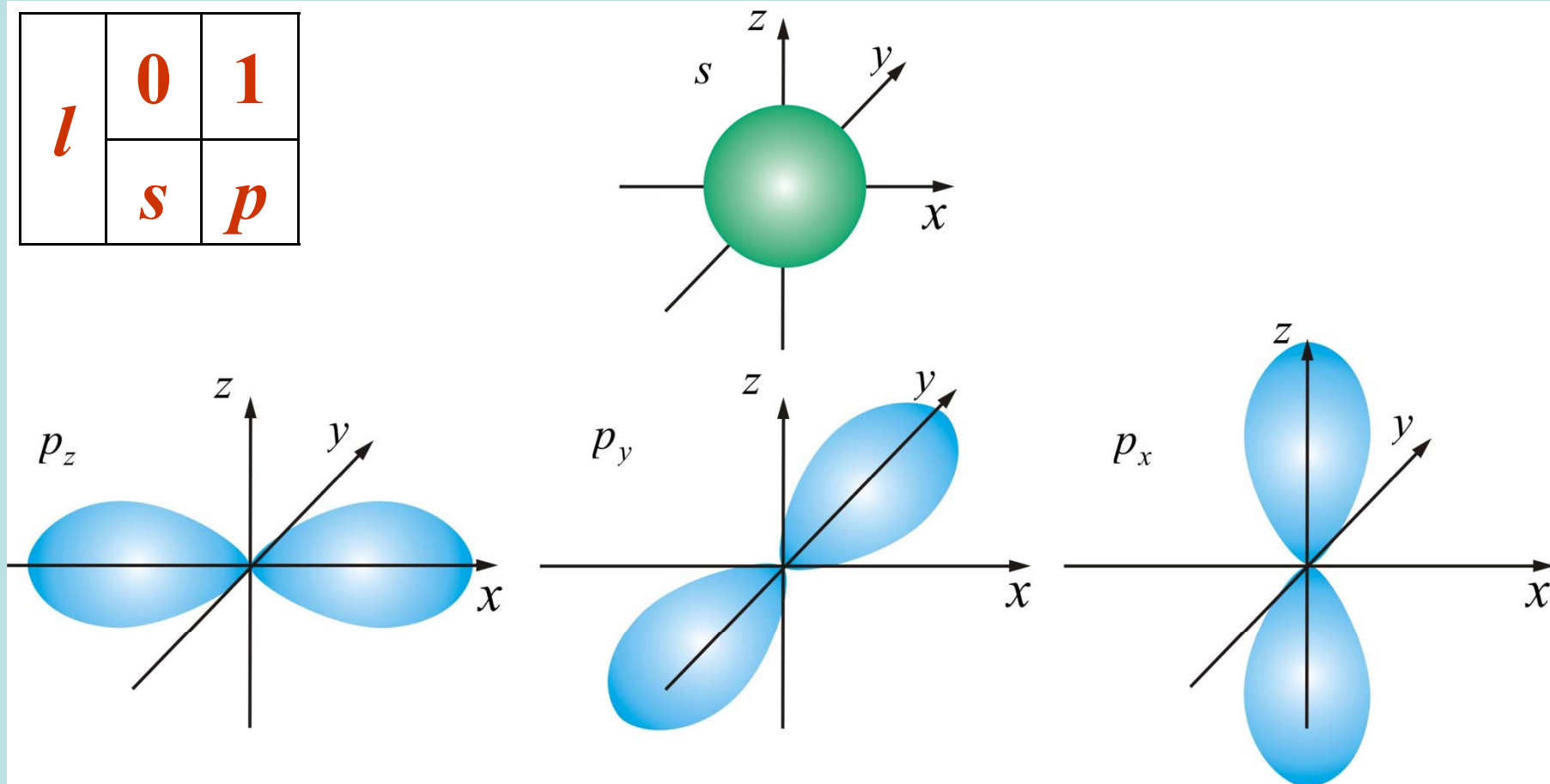
sharp, principal,

diffuse, fundamental

	0	1	2	3
<i>l</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>f</i>

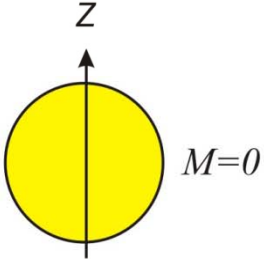
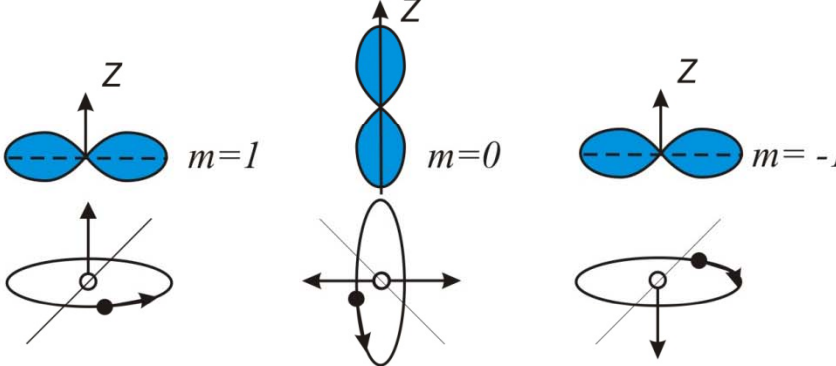
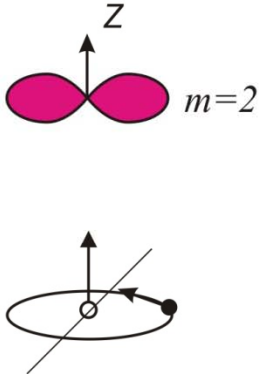




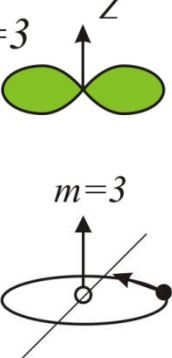
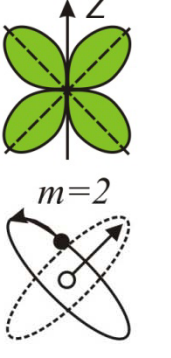
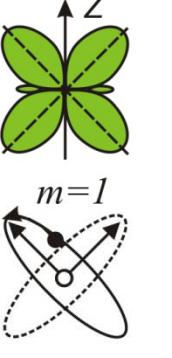
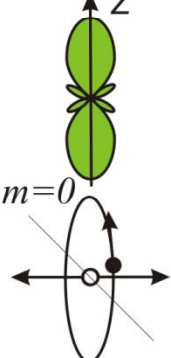
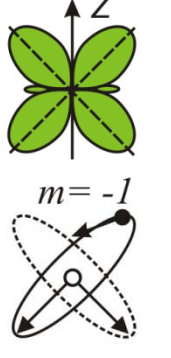
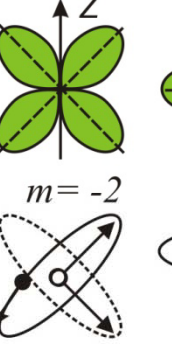
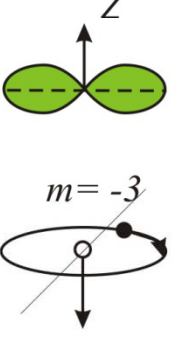
Квадрат модуля функции $|\Psi|^2$ характеризует вероятность найти электрон в заданной точке. **Область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон (не менее 0,95), называют орбиталью.**

l	0	1
	s	p



Орбитали часто называют подоболочками оболочек, поскольку они характеризуют формы

разных орбит, на которых можно обнаружить электроны, находящиеся в одной оболочке (при заданном квантовом числе n).

s-электроны	$l=0$  $M=0$	p-электроны	$l=1$  $m=1$ $m=0$ $m=-1$				
d-электроны	$l=2$  $m=2$	 $m=1$	 $m=0$	 $m=-1$	 $m=-2$		
f-электроны	$l=3$  $m=3$	 $m=2$	 $m=1$	 $m=0$	 $m=-1$	 $m=-2$	 $m=-3$

Решая уравнения Шредингера для атома можно получить выражения для энергии, момента импульса и других динамических переменных электрона без привлечения каких-либо постулатов.

В квантовой механике широко используется понятие – *оператор*. Под оператором понимают *правило*, посредством которого одной функции φ сопоставляется другая функция f т.е.

$$f = \hat{Q} \varphi$$

\hat{Q} – символ обозначения оператора.

Есть операторы импульса, момента импульса и т.д.

$-i\hbar \frac{d}{dx}$ – оператор импульса

x – оператор координаты

H – оператор энергии

С помощью оператора *стационарное уравнение Шредингера* можно записать в виде

$$\hat{H} \Psi = E \Psi \quad (4)$$

Это традиционный вид записи уравнения Шредингера.

Здесь

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \quad - \text{оператор энергии.}$$

Квантовые числа

В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера для атома удовлетворяют *собственные функции* Ψ_{nlm} , определяемые *тремя квантовыми числами*:

- *главным n ,*
- *орбитальным l*
- *магнитным m .*

«Воздействуя» на Ψ – функцию, полученную при решении уравнения Шредингера *оператором момента импульса можно получить выражение для момента импульса.*

Для *момента импульса* в квантовой механике вводятся четыре оператора: *оператор квадрата момента импульса* \hat{L}^2

и три оператора проекций момента импульса на оси координат $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$

$$\hat{\vec{L}}^2 \Psi = L^2 \Psi$$

Уравнение для момента импульса электрона.

Решение этого уравнения является весьма трудным

Ограничимся только конечным результатом:

Собственное значение оператора *квадрата орбитального момента импульса электрона*

L^2

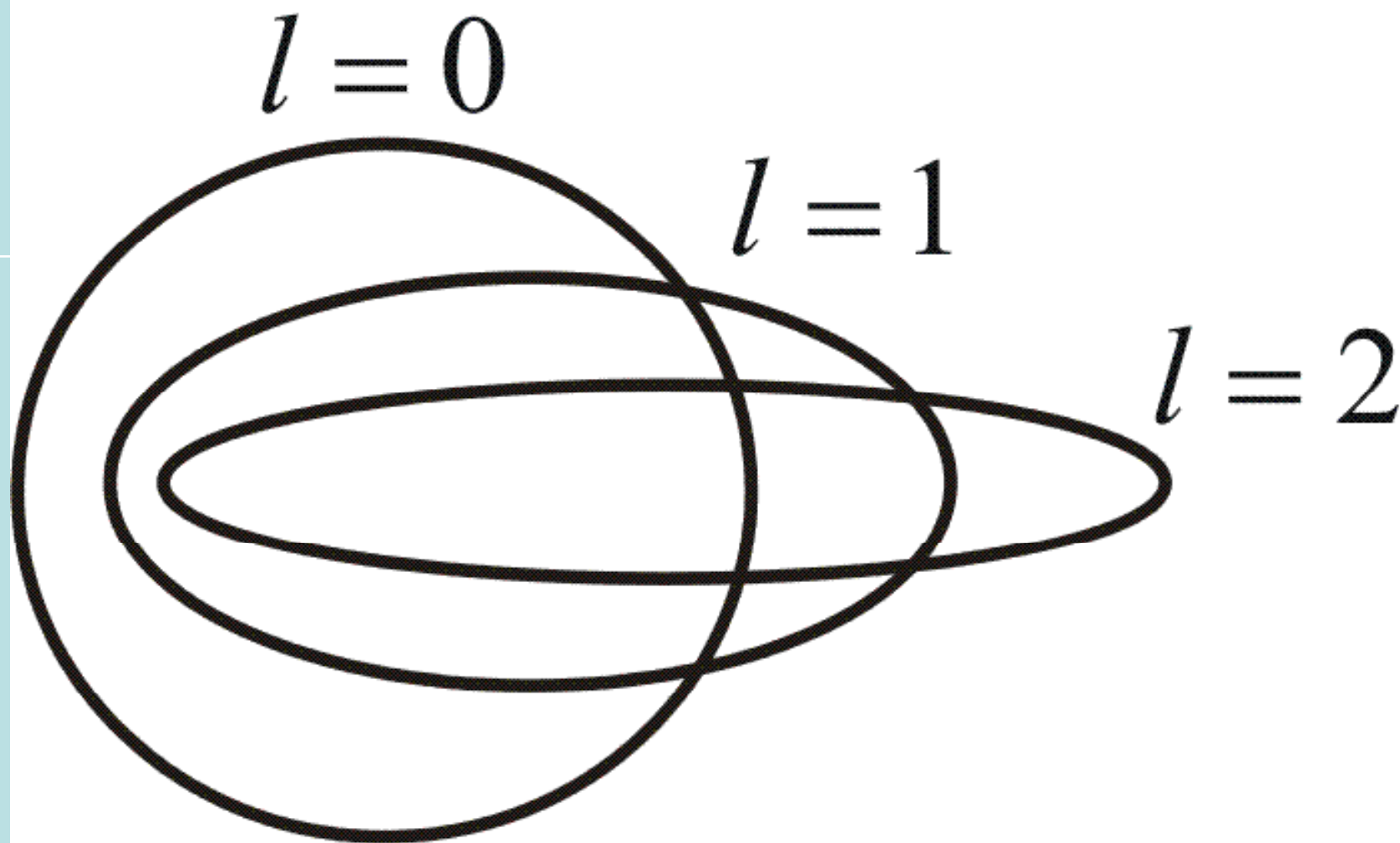
$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

l – орбитальное квантовое число ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)

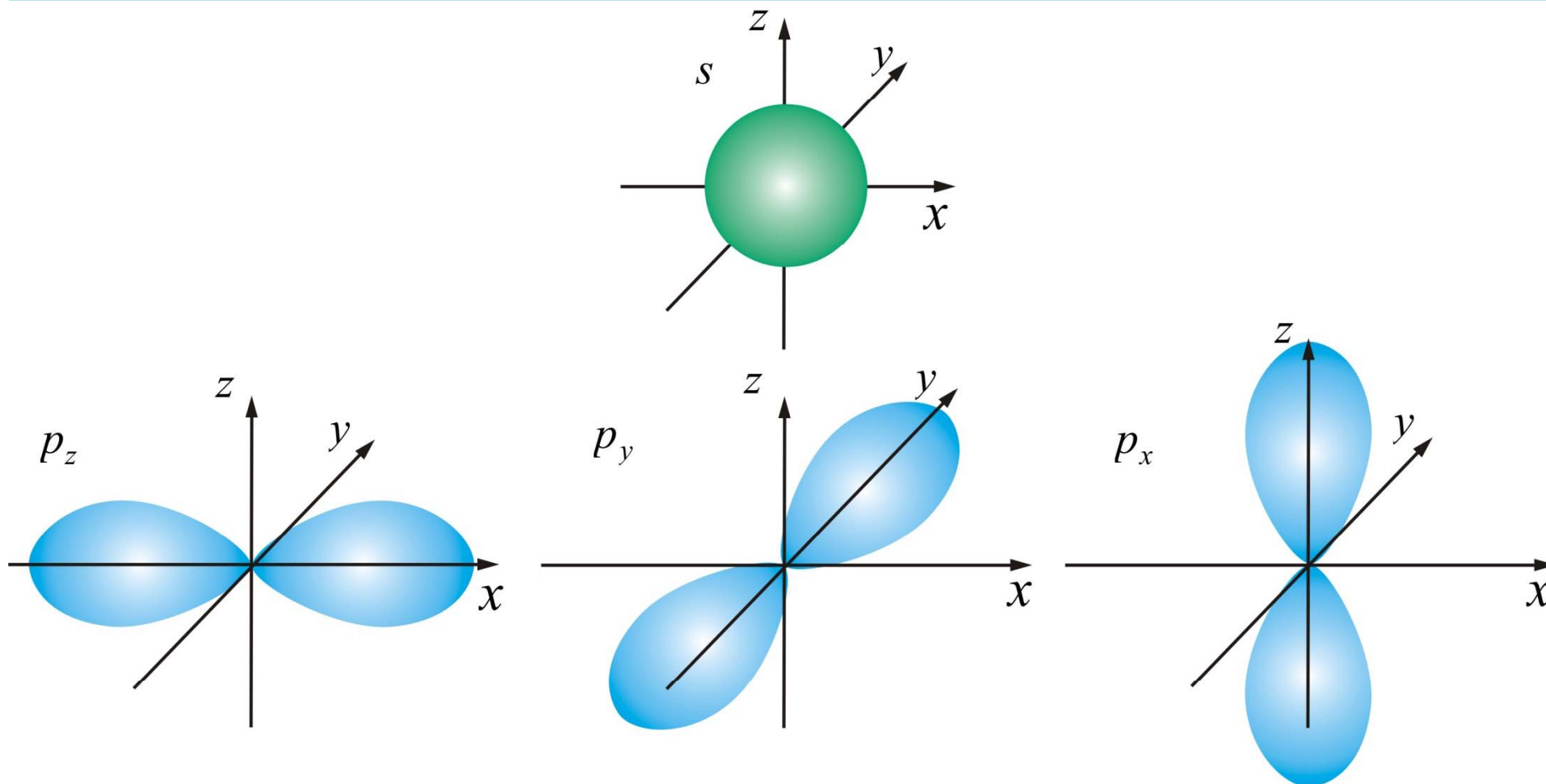
Из этого выражения видно, что *момент импульса электрона в атоме тоже квантуется.*

Если обратиться к привычной полуклассической модели атома, то: *n – характеризует среднее расстояние электрона от ядра* (радиус орбиты);

l – характеризует эллиптичность орбиты:



Основным состоянием электрона в атоме водорода является s – состояние:



Если вычислить *наиболее вероятное расстояние от ядра для электрона в s -состоянии*, получим:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

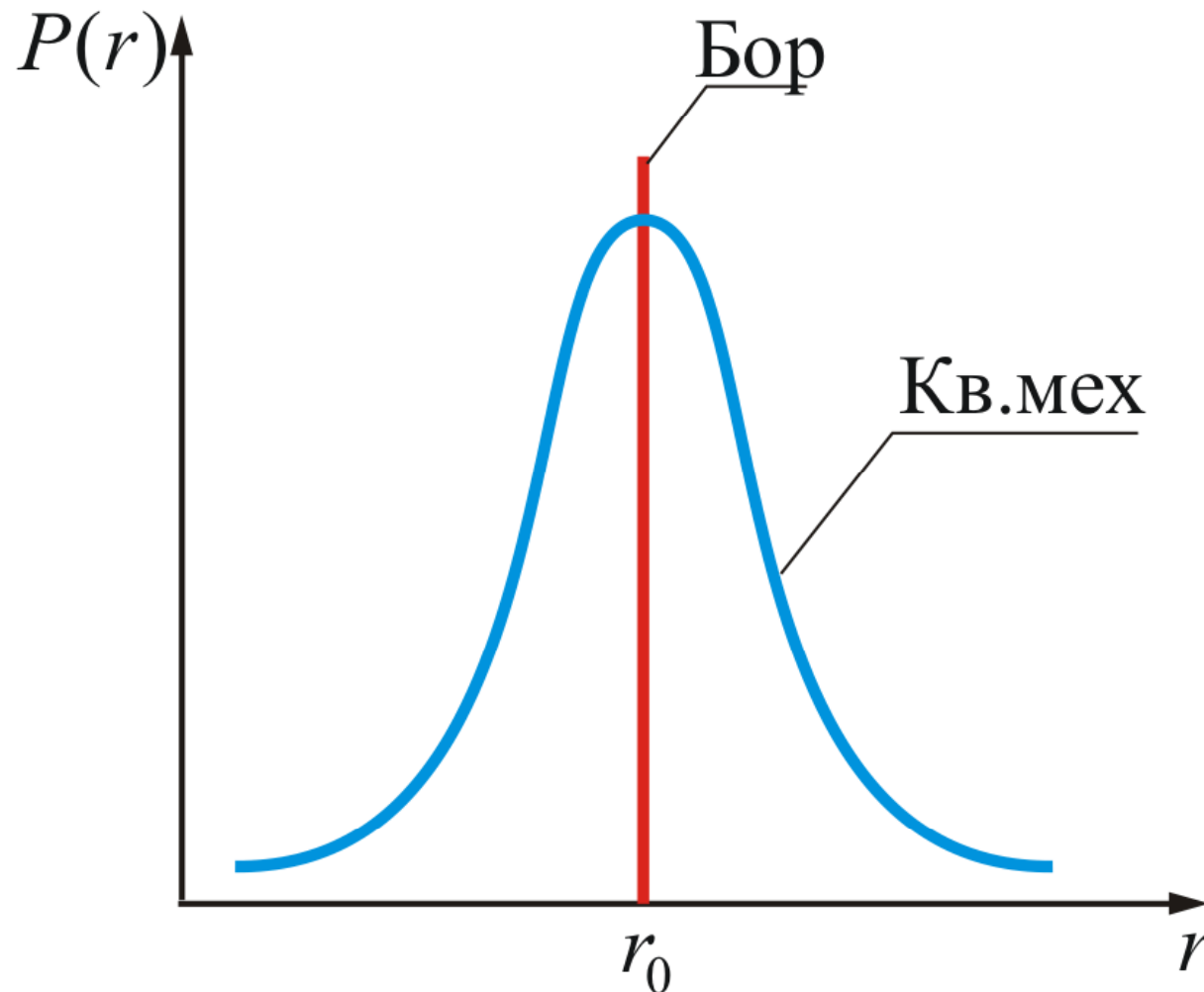
в СИ:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$$

– это **первый Боровский радиус**

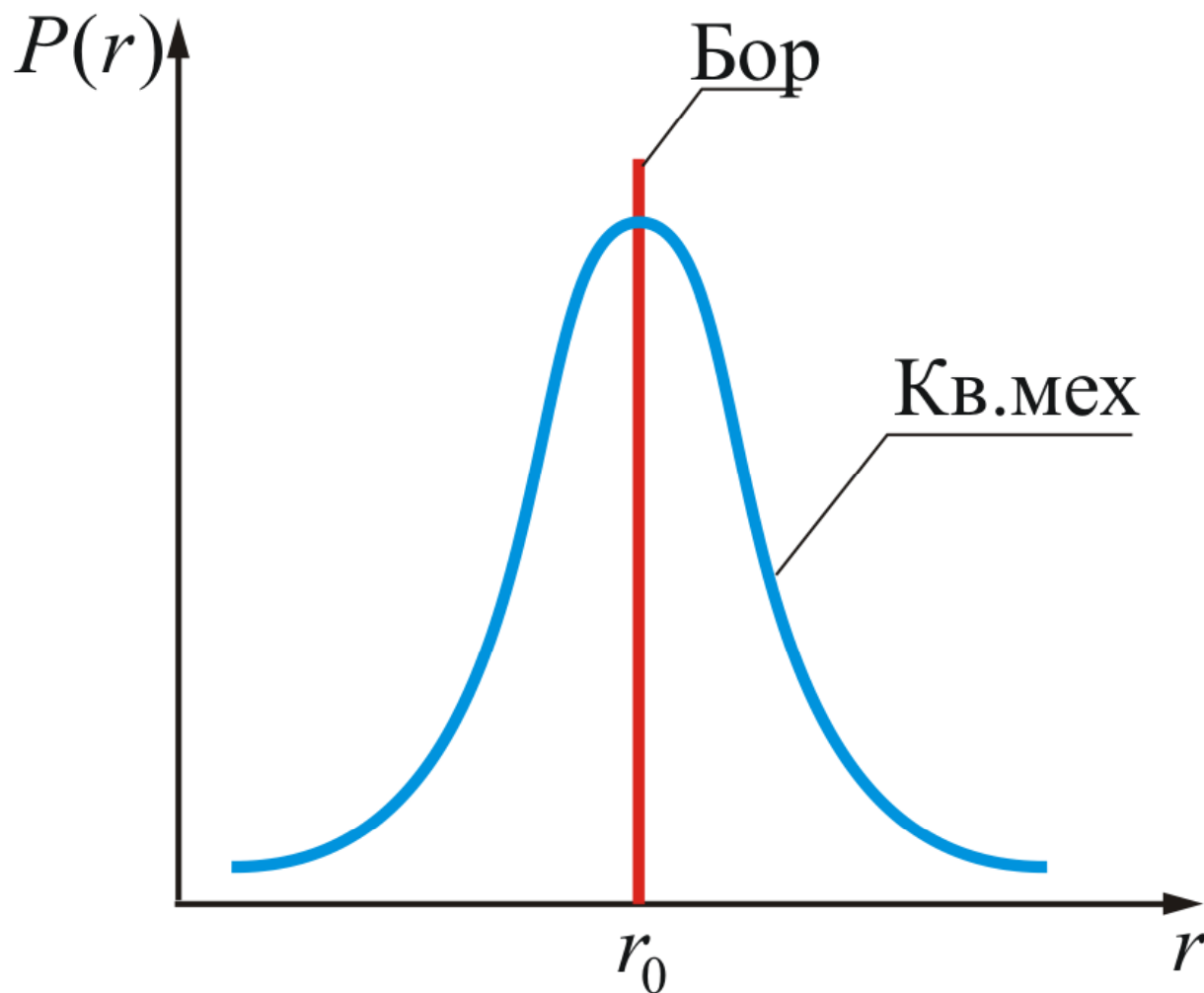
Для других значений n получим выражения, соответствующие следующим Боровским орбитам.

Боровские орбиты электрона представляют собой *геометрическое место точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон.*



По теории Бора *вероятность нахождения электрона* при любых других значениях r , кроме $r = r_1$, *равна нулю.*

Согласно квантовой механике эта вероятность лишь достигает максимальное значение при $r = r_1$.



Допускается
нахождение
электрона и на
других
расстояниях от
ядра, но
*с меньшей
вероятностью.*

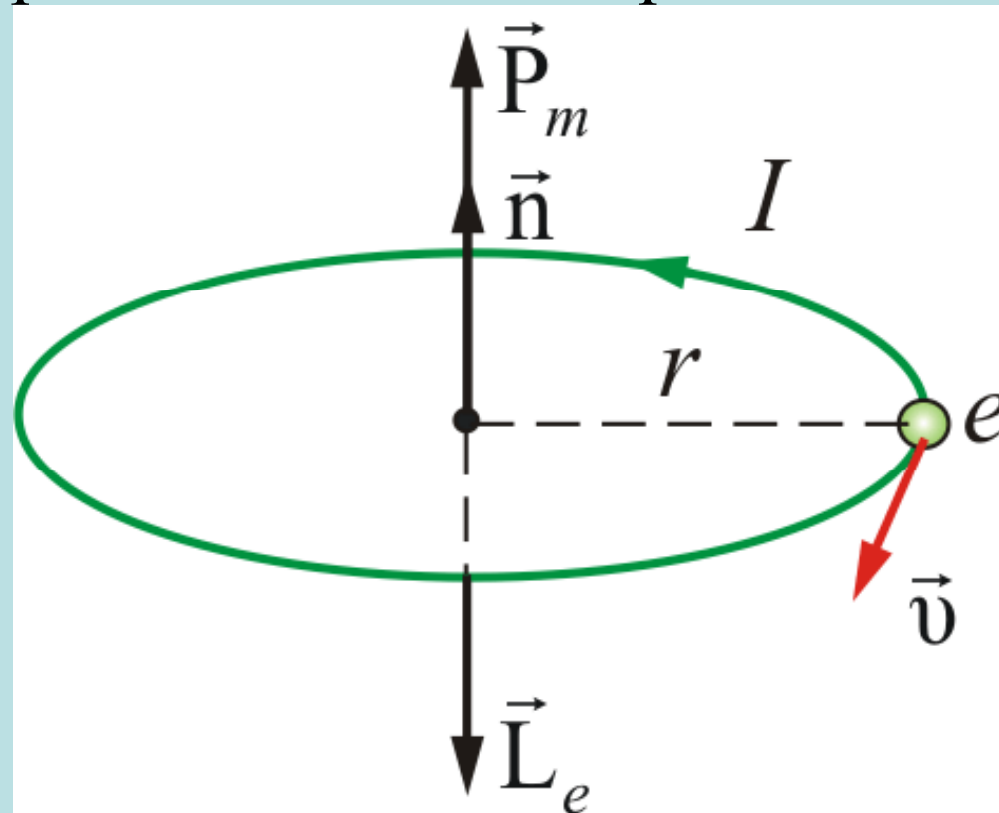
Квантовые числа

В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера для атома удовлетворяют *собственные функции* Ψ_{nlm} , определяемые *тремя квантовыми числами*:

- *главным n ,*
- *орбитальным l*
- *магнитным m .*

Пространственное квантование (Магнитное квантовое число)

Из курса электричества-магнетизма известно, что орбитальный момент импульса электрона \vec{L} и пропорциональный ему магнитный момент \vec{P}_m ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты электрона и противоположно направлены.

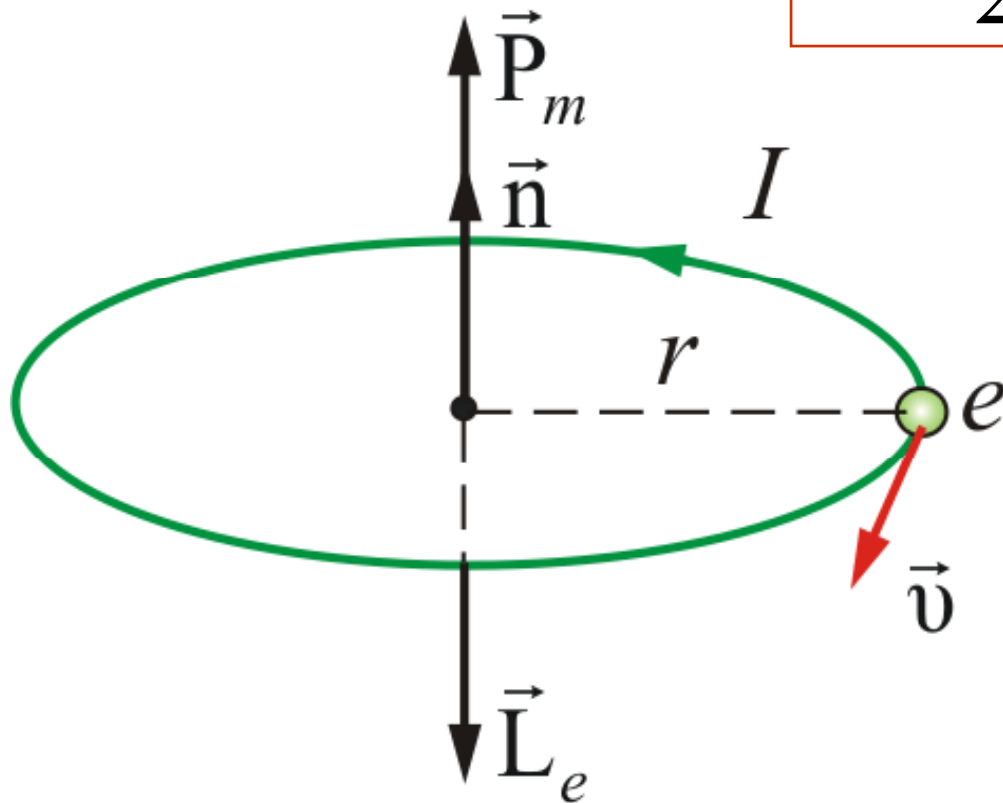


Между \vec{L} и \vec{P}_m существует связь

$$\vec{P}_m = -g\vec{L} = -\frac{|e|\hbar}{2m} \vec{L}$$

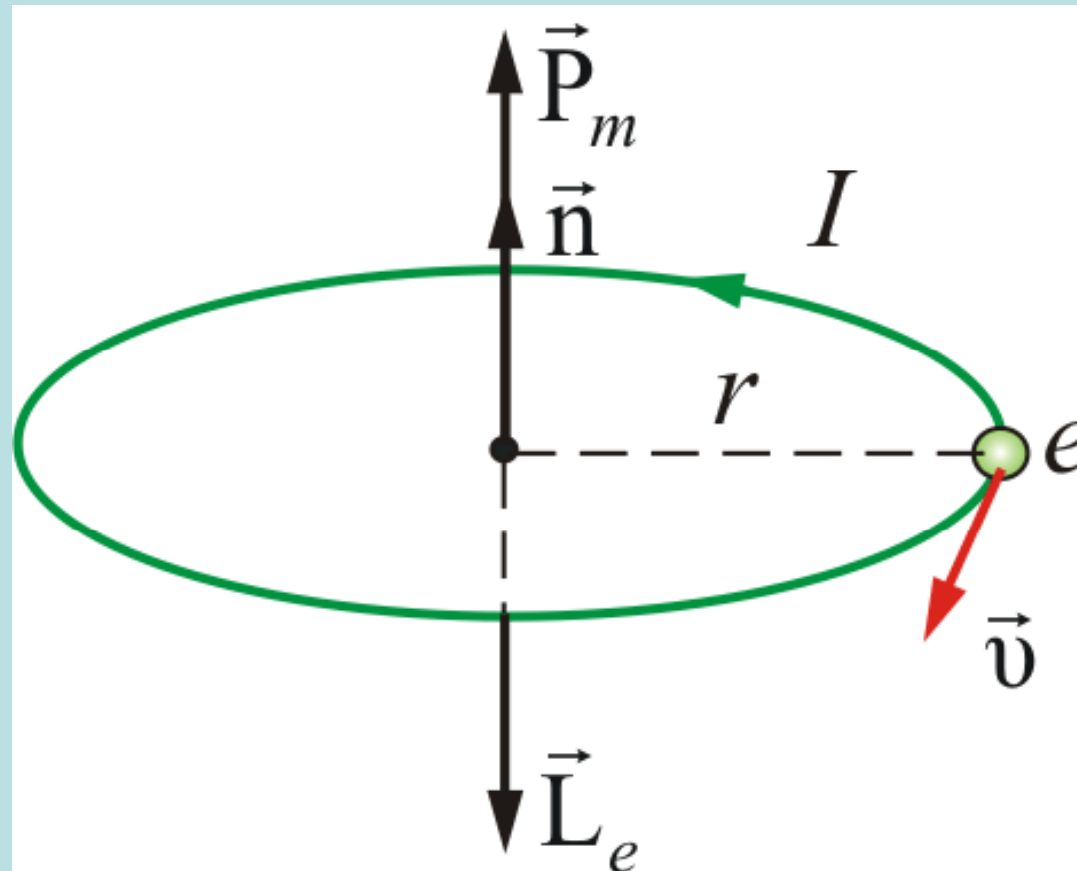
$$g = \frac{|e|\hbar}{2m}$$

- гиромагнитное отношение.

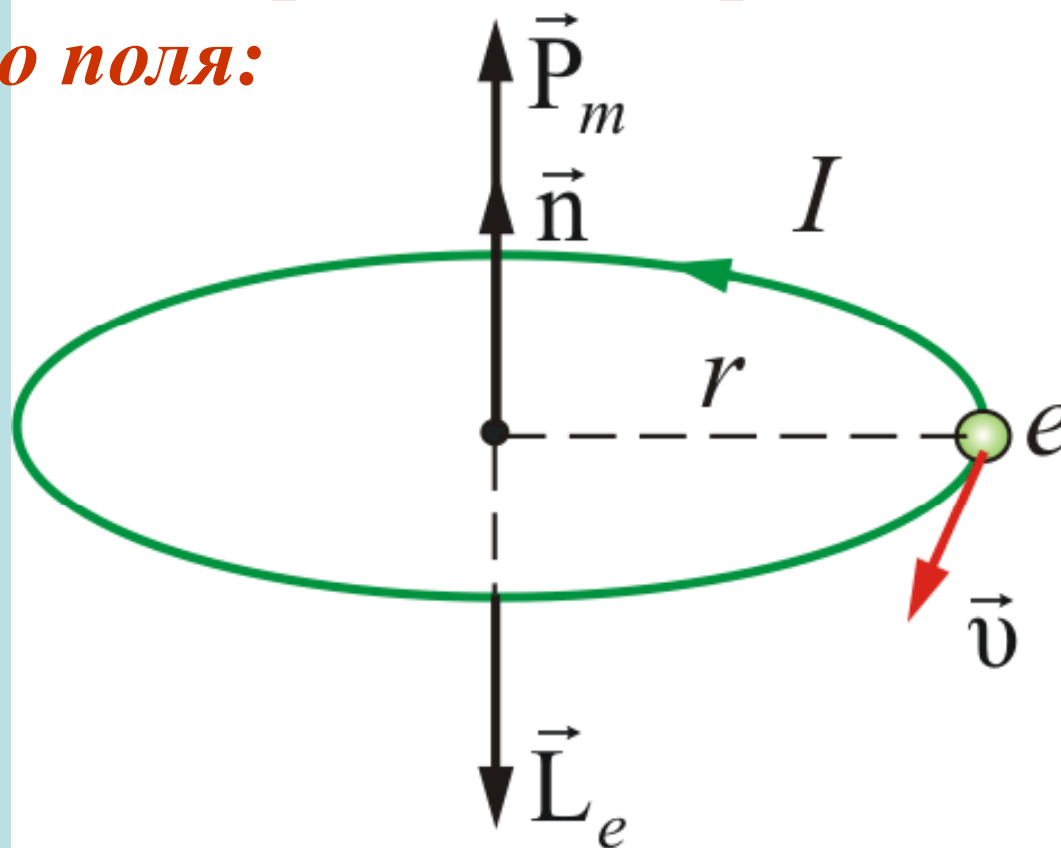


Такая же связь векторов сохраняется и в теории Бора.

В *квантовой механике*, естественно, не может быть указана ориентация \vec{L} и \vec{P}_m относительно плоскости электронной орбиты (орбиты, в буквальном смысле этого слова, нет).



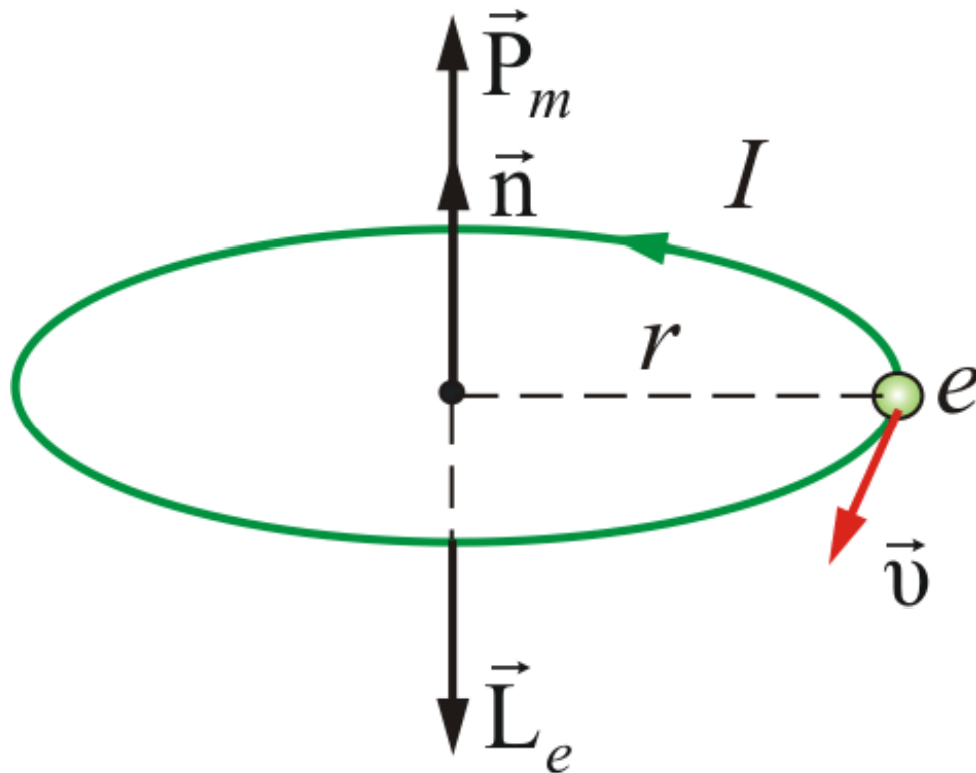
Для указанной ориентации \vec{L} и \vec{P}_m должно быть выбрано некоторое направление в пространстве, и расположение \vec{L} может быть задано углом между вектором \vec{L} и этим направлением. *За указанное направление выбирается направление внешнего магнитного поля:*



В классической физике представлялось само собой разумеющимся, что вектор орбитального момента импульса электрона \vec{L} (или магнитного момента \vec{P}_m) может быть ориентирован *относительно выбранного направления*

произвольным образом,

т.е. плоскость Боровских орбит тоже может быть ориентирована произвольно.



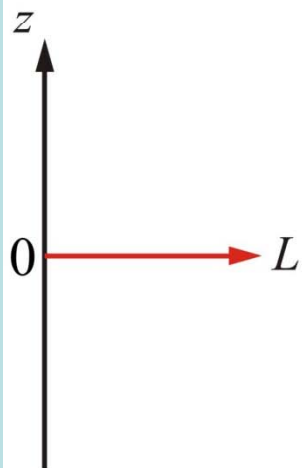
В квантовой механике строго доказывается (это следует из решения уравнения Шредингера), что *проекция L_z* вектора L на направление внешнего поля (z) *может принимать лишь целочисленные значения, кратные \hbar*

$$L_z = m\hbar$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ – *магнитное квантовое число.*
 l – орбитальное квантовое число,

Таким образом, \vec{L} может принимать только $(2l + 1)$ ориентаций в пространстве.

Возможные ориентации вектора \vec{L} в состояниях s, p, d .

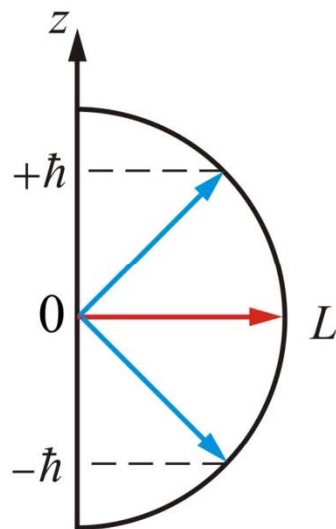


s -состояние

$$l = 0$$

$$m = 0$$

$$L_z = 0$$

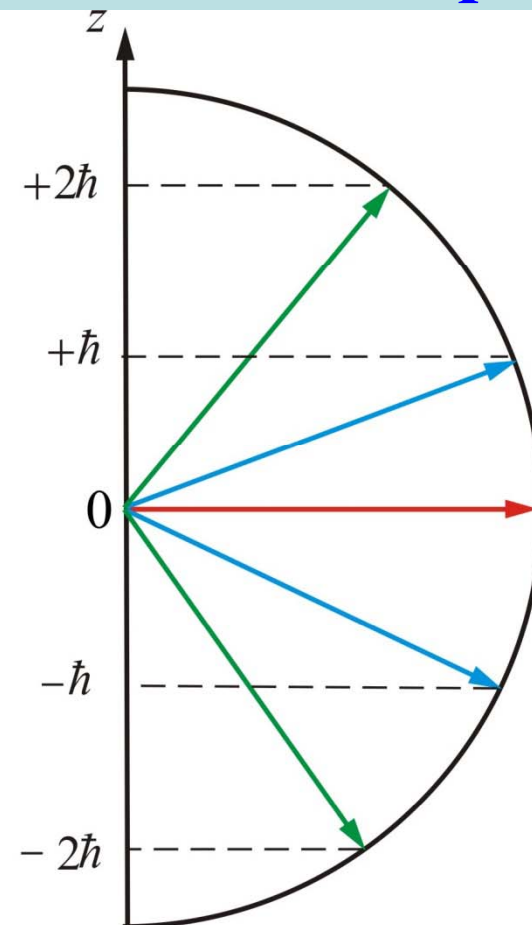


p -состояние

$$l = 1$$

$$m = 0, \pm 1$$

$$L_z = 0, \pm \hbar$$



d -состояние

$$l = 2$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2$$

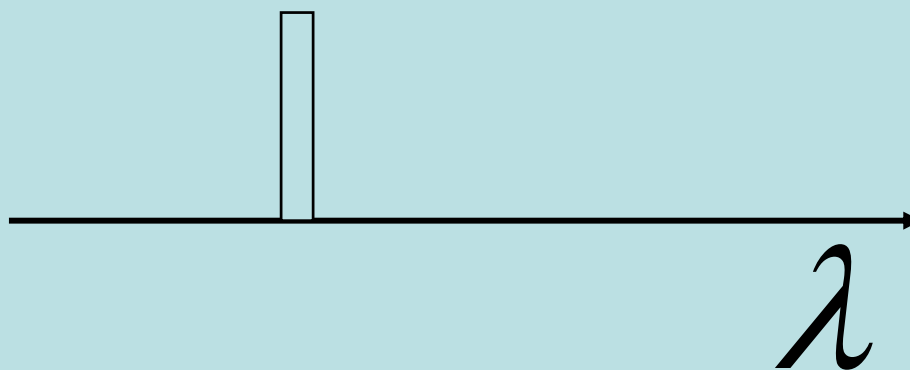
$$L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$$

Таким образом, пространственное квантование приводит к «расщеплению» энергетических уровней на ряд подуровней.

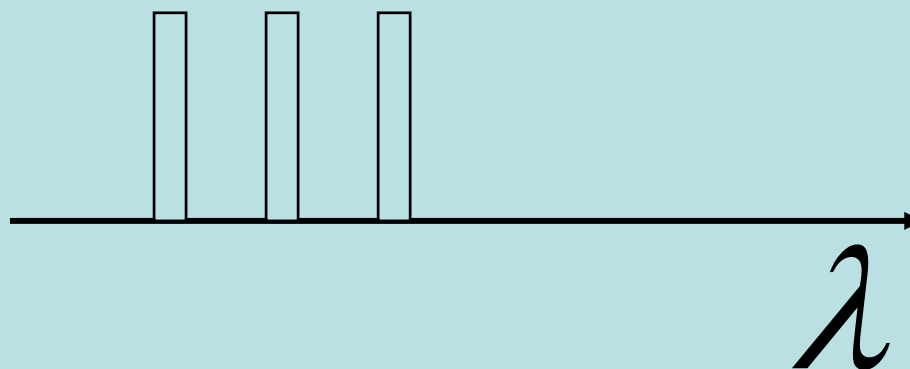
*Расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено в 1896 г. голландским физиком П. Зееманом и получило название **эффекта Зеемана**.*

*Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле тоже доказано экспериментально и называется **эффектом Штарка**.*

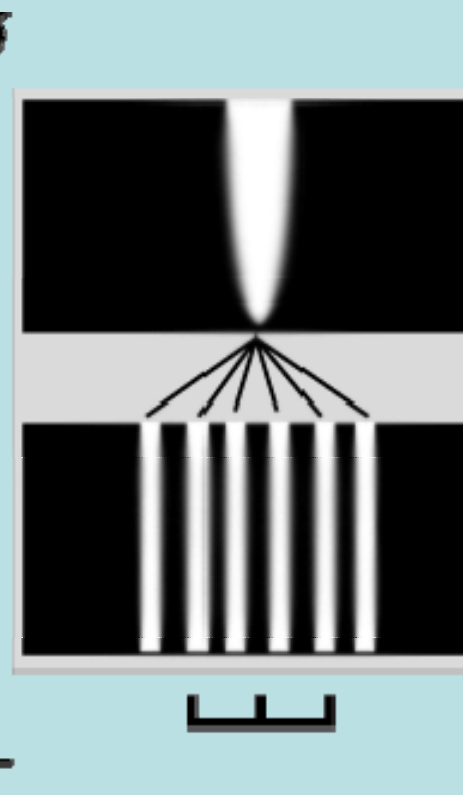
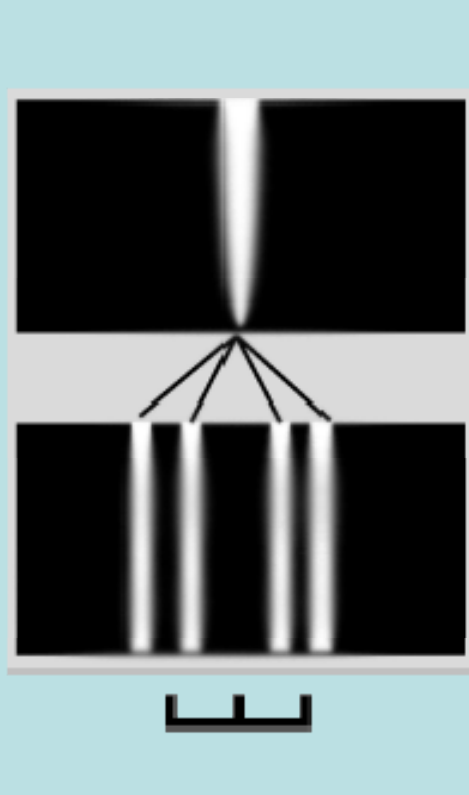
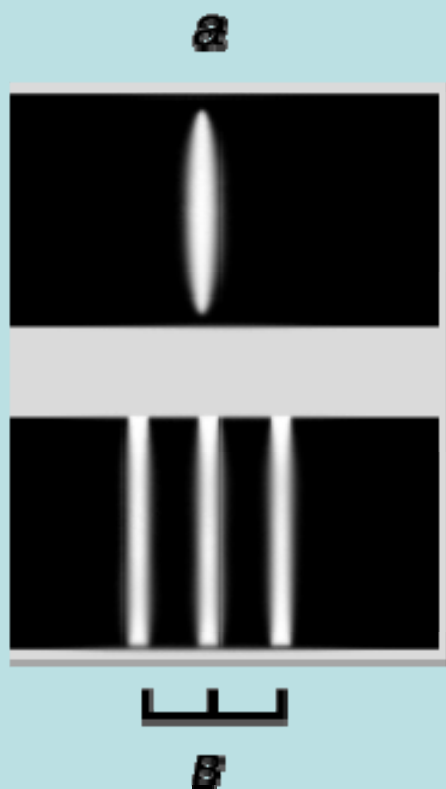
Эффект Зеемана



В
магнитном
поле



Эффект Зеемана



Поле
отсутствует

Слабое
поле

**Спин электрона.
Опыт Штерна и Герлаха**

Опыт Штерна и Герлаха.

В 1922 году Штерн и Герлах поставили опыты, целью которых было измерение магнитных моментов P_m атомов различных химических элементов.

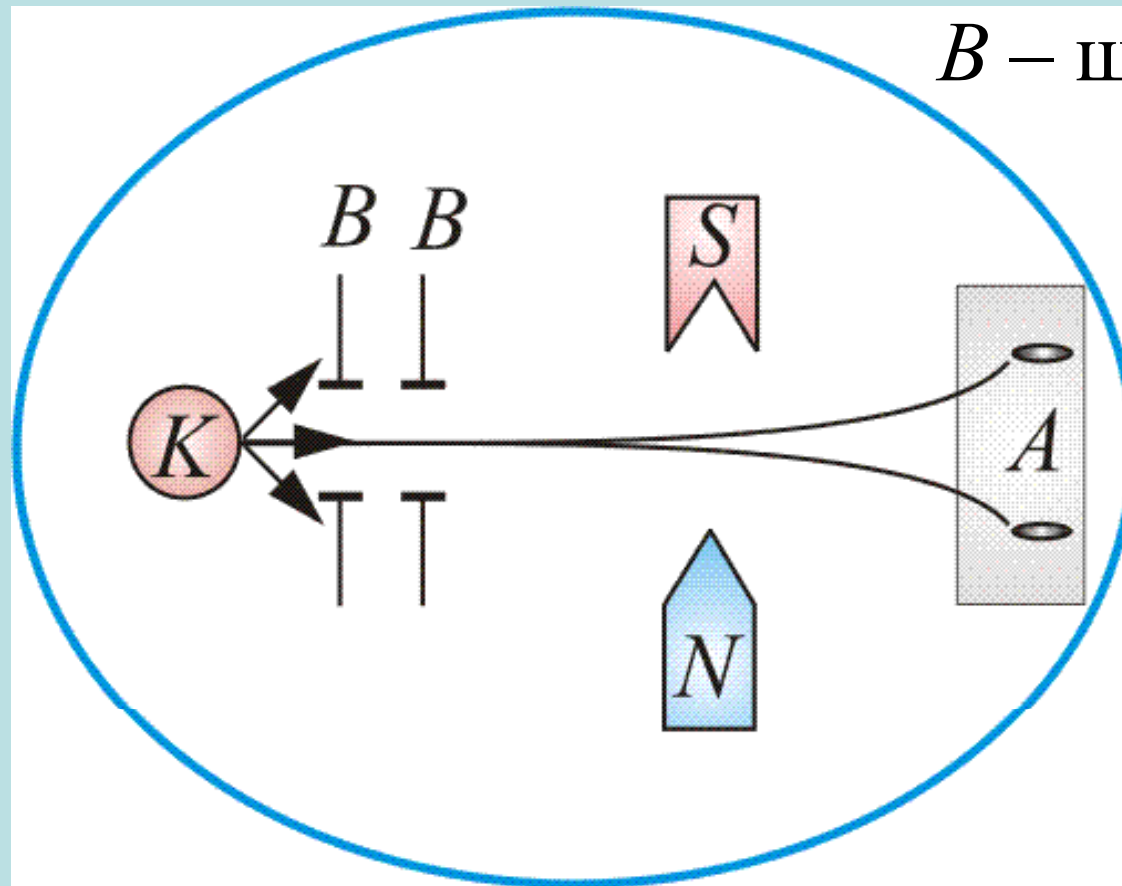
Для химических элементов, образующих первую группу таблицы Менделеева и имеющих один валентный электрон, магнитный момент атома равен магнитному моменту валентного электрона, т. е. одного электрона.

Идея опыта заключалась в измерении силы, действующей на атом в сильно - неоднородном магнитном поле.

Неоднородность магнитного поля должна быть такова, чтобы она сказывалась на расстояниях порядка размера атома. Только при этом можно было получить силу, действующую на каждый атом в отдельности.

В колбе вакуум 10^{-5} мм. рт. ст., *K* – серебряный шарик, который нагревался до температуры испарения.

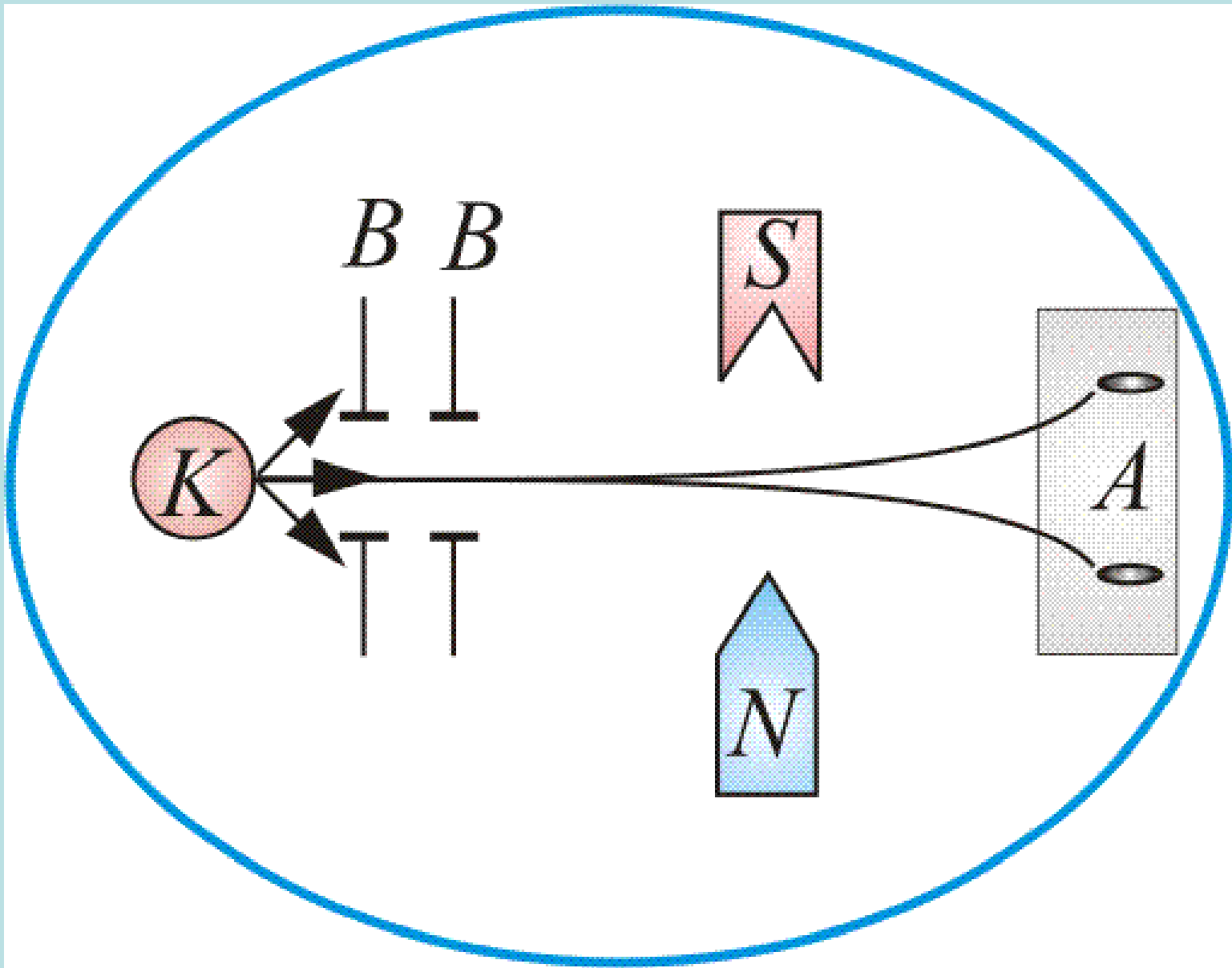
Атомы серебра летели с тепловой скоростью около 100 м/с

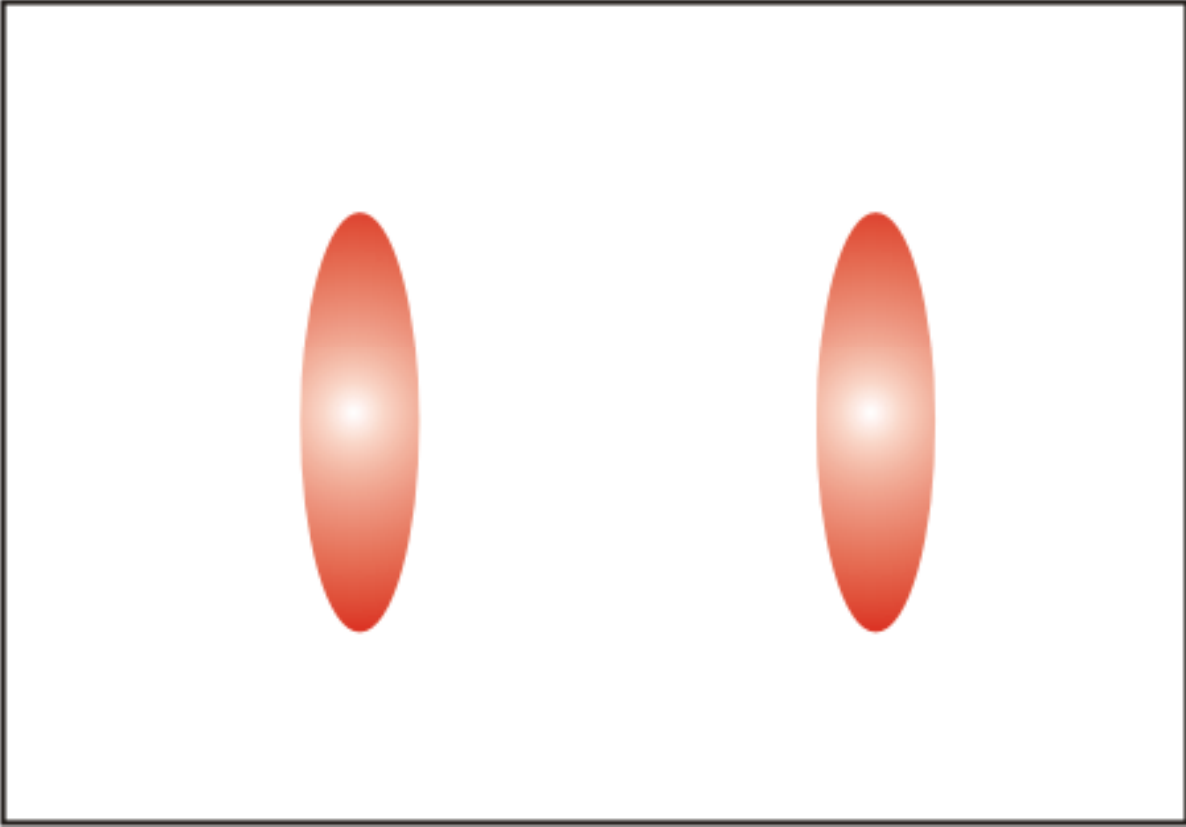


B – щелевые диафрагмы
A – фотопластинка.

Если бы момент импульса атома \vec{L} (и его магнитный момент \vec{P}_m) мог принимать произвольные ориентации в пространстве, т.е. в магнитном поле, то можно было ожидать непрерывного распределения попаданий атомов серебра на фотопластинку с большой плотностью попаданий в середине.

Но на опыте были получены совершенно неожиданные результаты: на фотопластинке получились *две резкие полосы* — все атомы отклонялись в магнитном поле двояким образом, соответствующим лишь *двум возможным ориентациям магнитного момента*





Этим доказывался квантовый характер магнитных моментов электронов.

Количественный анализ показал, что проекция магнитного момента электрона равна

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1} \quad \text{— магнетон Бора}$$

Т.е. для серебра Штерн и Герлах получили, что *проекция магнитного момента* атома (электрона) на направление магнитного поля *численно равна магнетону Бора.*

$$P_m = \frac{e}{2m} L = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$$

*Единицей измерения магнитных
моментов электронов и атомов является
магнетон Бора*

(\hbar – единица измерения механического момента импульса).

Кроме того, в этих опытах было обнаружено новое явление. Валентный электрон в основном состоянии атома серебра имеет орбитальное квантовое число $l = 0$ (s – состояние).

$$\text{Но при } l = 0, \quad L = \hbar \sqrt{l(l + 1)} = 0$$

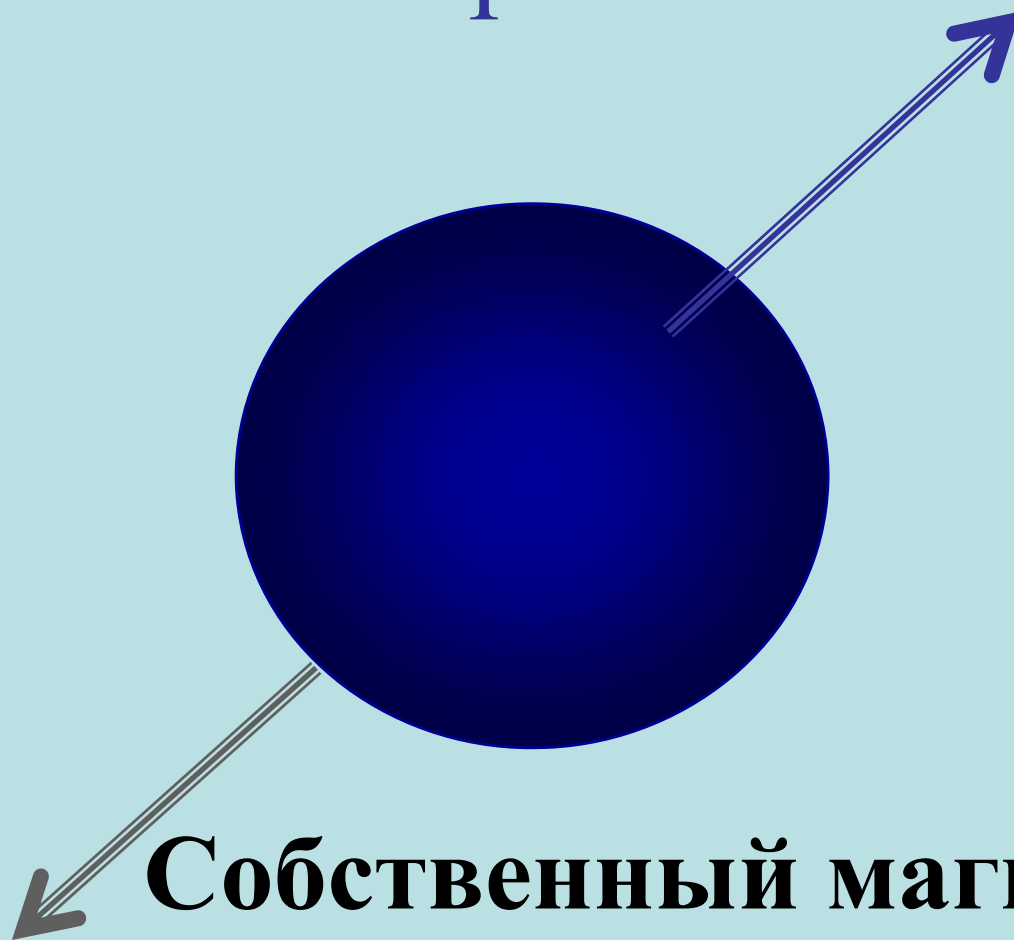
(проекция момента импульса на направление внешнего поля равна нулю).

Возник вопрос, пространственное квантование *какого момента импульса* обнаружилось в этих опытах и проекция какого магнитного момента равна магнетону Бора?

В 1925 г. студенты Геттингенского университета *Гаудсмит* и *Уленбек* предположили существование **собственного механического момента импульса у электрона S (спина)** и, соответственно, **собственного магнитного момента электрона m_S** .

Введение понятия спина сразу объяснило ряд затруднений, имевшихся к тому времени в квантовой механике и в первую очередь, результатов опытов Штерна и Герлаха.

Спин электрона S



**Собственный магнитный
момент электрона**

Спин, как заряд и масса есть свойство электрона

П.Дирак впоследствии показал, что существование спина вытекает из решения релятивистского волнового уравнения Шредингера.

Из общих выводов квантовой механики следует, что *спин*

$$L_S = \hbar \sqrt{S(S + 1)}$$

S – спиновое квантовое число.

Аналогично, проекция спина на ось z (L_{Sz}) (ось z совпадает с направлением внешнего магнитного поля) должна быть квантована и вектор L_{Sz} может иметь $(2S + 1)$ различных ориентаций в магнитном поле.

Из опытов Штерна и Герлаха следует, что таких ориентаций *всего две*:

$$2S + 1 = 2,$$

$$\text{а значит } S = 1/2.$$

Для атомов первой группы, валентный электрон которых находится в s – состоянии ($l = 0$) *момент импульса атома равен спину валентного электрона.*

Поэтому *обнаруженное для таких атомов пространственное квантование момента импульса в магнитном поле является доказательством наличия у спина лишь двух ориентаций во внешнем поле.*

Численное значение спина электрона

$$L_S = \sqrt{(1/2)(1/2 + 1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}\hbar}{2}$$

По аналогии с пространственным квантованием орбитального момента (L) проекция $L_{Sz} = m_S\hbar$, т.е. тоже **должна быть квантованной величиной** (аналогично, как $m = \pm l$, то и $m_S = \pm S$).

Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантовой величиной, определяется выражением: $L_{sz} = \hbar m_s$

где m_s – **магнитное спиновое квантовое число**.

$m_s = \pm 1/2$ может принимать только два значения, что и наблюдается в опыте Штерна и Герлаха.

Итак *магнитное спиновое квантовое число*
 $m_s = \pm 1/2$ *может принимать два значения.*

Спиновое квантовое число S *имеет только одно значение* $S = 1/2$.

То есть, *проекция спинового механического момента импульса на направление внешнего магнитного поля может принимать два значения:*

$$L_{S_z} = \pm 1/2 \hbar$$

Проекция магнитного момента электрона

на направление внешнего поля:

$$P_{mSz} = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

(часто говорят о собственном магнитном моменте электрона)

Отношение

$$\frac{P_{msz}}{L_{sz}} = -\frac{e}{m_e} = \gamma_s$$

– спиновое гиромагнитное отношение.

**Принцип тождественности
(принцип неразличимости
тождественных частиц)**

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$



$$\psi(x_1, x_2) = \pm\psi(x_2, x_1)$$

Симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц.

Частицы с полуцелым спином – **фермионы**, описываются антисимметричными функциями

Частицы с целым спином - **бозоны**, описываются симметричными функциями

Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Отсюда следует, что два одинаковых фермиона, входящих в одну систему, не могут находиться в одинаковых состояниях, так как для фермионов волновая функция должна быть антисимметричной.

Число однотипных бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, может быть каким угодно.

<http://www.youtube.com/watch?v=P7n4tLA0azI>