



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**  
**Государственное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан ТЭФ

Кузнецов Г.В.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2008 г.

**СПЕЦГЛАВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Рабочая программа по направлению подготовки магистра

550900 - ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

Факультет - Теплоэнергетический (ТЭФ)

Обеспечивающая кафедра - Атомных и тепловых электростанций (АТЭС)

Курс – 5

Семестр – 9

Учебный план набора 2003 года

**Распределение учебного времени**

Лекции	<u>26</u>	часов (ауд.)
Практические занятия	<u>10</u>	часов (ауд.)
<b>Всего аудиторных занятий</b>	<b><u>36</u></b>	часов (ауд.)
Самостоятельная (внеауди- торная) работа	<u>108</u>	часов
<b>Общая трудоемкость</b>	<b><u>144</u></b>	часов
Экзамен в <u>9</u> семестре		



## Предисловие

1. Рабочая программа составлена на основе ОС ГОУ ВПО “ТПУ” по направлению подготовки магистра 550900 Теплоэнергетика магистерская программа 550903 – Технология производства электрической и тепловой энергии утвержденного . .2001 г.  
РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании обеспечивающей кафедры АТЭС  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2008 г. \_\_\_\_\_ протокол № \_\_\_\_\_
2. Разработчик: ст. преп. кафедры \_\_\_\_\_ М.А Шеремет АТЭС
3. Зав. обеспечивающей кафедрой \_\_\_\_\_ Л.А. Беляев
4. Рабочая программа СООТВЕТСТВУЕТ действующему плану.

Зав. выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_ Л.А. Беляев

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКИ

550900(550903)

Каф. АТЭС ТЭФ

Старший преподаватель, к.ф.-м.н. Шерemet Михаил Александрович

Тел.: 8-903-915-93-59

**Цель:** теоретическая и практическая подготовка будущих магистров техники и технологий по методам и алгоритмам численного решения базовых задач вычислительной математики, которые достаточно часто встречаются при рассмотрении конкретных практических задач теплоэнергетики.

**Содержание:** Численное интегрирование. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых). Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Полиномиальная интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерполяционных многочленов Лагранжа первой и второй степени). Решение систем линейных алгебраических уравнений. Формула Крамера и два замечания при использовании этой формулы. Метод Гаусса. Решение нелинейных уравнений. Графический и аналитический методы отделения корней. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона). Решение систем нелинейных уравнений. Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона и его модификации. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Типы задач для ОДУ. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений). Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций). Краевые задачи для ОДУ. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки). Дифференциальные уравнения в частных производных. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема).

Курс 5 (9 сем. - экзамен).

Всего 144 ч, в т.ч.: Лк.- 26 ч, Пр.- 10 ч.



## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цель преподавания дисциплины

Курс “Спецглавы высшей математики” содержит подробное описание основных глав из области вычислительной математики, касающихся вопросов численного интегрирования, полиномиальной интерполяции, решения нелинейных уравнений, систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), краевых задач для ОДУ, а также краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

Целью преподавания курса “Спецглавы высшей математики” является теоретическая и практическая подготовка будущих магистров техники и технологий по методам и алгоритмам численного решения базовых задач вычислительной математики, которые достаточно часто встречаются при рассмотрении конкретных практических задач теплоэнергетики.

### 1.2. Задачи изложения и изучения дисциплины

Задачей данной дисциплины является формирование у студентов:

- навыков алгоритмического мышления, которое играет определяющую роль в вопросах программирования и численного решения прикладных задач;
- практических навыков по выбору оптимального численного метода решения поставленной задачи, на основе имеющейся базы современных алгоритмов; разработке и усовершенствованию численных алгоритмов, позволяющих как минимизировать затраты машинного времени, так и упростить создание программы на компьютере;
- умений анализировать и защищать полученные результаты;
- способности осваивать другие прикладные программы, предназначенные для решения вычислительных задач.

### 1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо при изучении данной дисциплины

Данная дисциплина основывается на дисциплинах естественно-научного и общепрофессионального циклов, таких как:

- Математика (ЕН.Ф.01) (определенные интегралы; нелинейные уравнения; системы линейных алгебраических уравнений; дифференциальные уравнения; уравнения в частных производных)
- Информатика (ЕН.Ф.02) (вычислительные системы; языки программирования)

- Основы применения вычислительной техники и программирования (ОПД.Р.01) (программирование; численные методы)

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Содержание теоретической части - 26 часов аудиторных занятий

#### ВВЕДЕНИЕ ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

2 часа

Постановка задачи. Краткий обзор существующих методов решения. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых). Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Примеры вычисления определенных интегралов рассмотренными методами.

#### ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

2 часа

Постановка задачи аппроксимации функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерполяционных многочленов Лагранжа первой и второй степени). Примеры линейной и квадратичной интерполяции функции заданной таблично.

#### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

2 часа

Введение (понятия: матрица, операции над матрицами, определитель, миноры, алгебраические дополнения). Две группы методов решения СЛАУ (прямые и итерационные). Формула Крамера и два замечания при использовании этой формулы. Метод Гаусса.

#### РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

4 часа

Понятие нелинейной функции, изолированных корней. Графический и аналитический методы отделения корней. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона). Метод простых итераций (задача о неподвижной точке, определение сжимающего отображения, достаточные условия сходимости последовательности приближений к корню в методе простых итераций, пример применения метода простых итераций для решения нелинейного уравнения). Частный случай метода дихотомии – метод половинного деления (теорема, определяющая этот метод; основные этапы решения нелинейных уравнений на основе метода дихотомии; графическая интерпретация метода; пример



применения метода половинного деления для решения нелинейного уравнения). Метод Ньютона (математическое обоснование этого метода; геометрический смысл метода Ньютона; пример применения метода Ньютона для решения нелинейного уравнения).

Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона и его модификации.

### ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

4 часа

Постановка задачи Коши. Три группы методов решения начальной задачи для ОДУ. Типы задач для ОДУ. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений). Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций). Пример решения задачи Коши для ОДУ всеми тремя численными методами.

### КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДУ

6 часов

Математическая формулировка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов решения. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки).

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

6 часов

Примеры и классификация уравнений в частных производных (уравнения Лапласа, Пуассона, волновое, теплопроводности; эллиптический, гиперболический и параболический тип уравнений). Постановка задачи для уравнений математической физики. Граничные условия 4 видов для уравнения теплопроводности. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема). Аппроксимация, устойчивость и сходимости разностных схем для уравнения теплопроводности (теорема Лакса, методы анализа устойчивости). Пример решения одномерного нестационарного уравнения теплопроводности.



## 2.2. Содержание практического раздела

### 2.2.1. Тематика практических занятий (9 семестр) - 10 часов аудиторных занятий

Практические занятия посвящены приобретению умений и навыков решения задач по основным разделам курса, а также умения анализировать полученные результаты. Тематика практических занятий:

- методы численного интегрирования – 2 часа;
- применение интерполяционного многочлена Лагранжа – 2 часа;
- решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса – 2 часа;
- решение нелинейных уравнений – 2 часа;
- решение задачи Коши для ОДУ (методы Пикара и Эйлера) – 2 часа;

## 3. ПРОГРАММА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

### 108 часов самостоятельной работы

- Самостоятельное, углубленное изучение студентом вопросов и тем теоретического раздела
  - Принцип Рунге практического оценивания погрешностей. Последовательность уточнений значения интеграла в алгоритме Ромберга. Итерационные методы решения СЛАУ (метод простых итераций, метод Зейделя, понятие о методе релаксаций). – **13 часов**.
  - Особенности метода последовательных приближений решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Построение разностной сетки при численной реализации метода Эйлера. Возможные варианты аппроксимации производной первого порядка и различные численные методы решения задачи Коши. – **21 час**.
  - Классификация граничных условий в краевых задачах для ОДУ. Построение равномерной и неравномерной разностной сетки. Аппроксимация производных первого и второго порядков на разностных сетках различного типа. Возможности увеличения порядка аппроксимации производных. – **25 часов**.
  - Аналитические методы решения дифференциальных уравнений в частных производных (метод разделения переменных); преобразование неоднородных граничных условий в однородные; преобразование сложных уравнений к простому виду; решение неоднородных уравнений в



частных производных методом разложения по собственным функциям.  
– **17 часов.**

- Метод конечных разностей решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Особенности построения пространственно-временной разностной сетки. Дискретизация дифференциальных уравнений и граничных условий на этих сетках. Особенности метода прогонки решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей (различные подходы для определения прогоночных коэффициентов). – **32 часа.**



## 4. ТЕКУЩИЙ И ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Для текущего контроля в течение семестра предусматривается:

- результаты выполнения и защиты индивидуальных домашних заданий;
- 5 контрольных работ по материалам лекций и практических занятий с целью оценки качества усвоения материала после каждой темы.

В конце семестра студент должен набрать минимум баллов, необходимый для допуска к сдаче экзамена (9 семестр).

Итоговая оценка выводится с учетом количества баллов, набранных в ходе текущей работы.

Тесты, вопросы и задачи для контрольных, вопросы итогового контроля и экзаменационные билеты прилагаются к рабочей программе.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Перечень используемых информационных продуктов

При изучении дисциплины используются

- Технические средства аудитории с АСУ ПДС (компьютеры, мониторы, экраны).
- Программное обеспечение АСУ ПДС.

### 5.2. Перечень рекомендуемой литературы

#### 5.2.1. Основная

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.
3. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.
4. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задачи теплопроводности. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.



### **5.2.2. Дополнительная**

6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
7. Фаронов, В.В. Турбо Паскаль 7.0. Начальный курс: учебное пособие. – 7-е изд., перераб. – М.: “Нолидж”, 2000. – 576 с.
8. Берковский Б.М., Ноготов Е.Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1976. – 141 с.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
10. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 548 с.

### **5.2.3. Вспомогательная**

11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1999. – 296 с.
12. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. – СПб.: Изд-во «Лань», 1999. – 736 с.

Программу составил

к.ф.-м.н., старший преподаватель каф. АТЭС \_\_\_\_\_ М.А. Шеремет