



Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Дисциплина: Математическое моделирование и алгоритмизация задач теплоэнергетики

Фонд оценочных средств для проведения

ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

по направлению подготовки магистра 550900 «Теплоэнергетика»

Факультет - Теплоэнергетический (ТЭФ)

Обеспечивающая кафедра - Атомных и Тепловых Электростанций (АТЭС)

Курс – 5

Семестр – 10

Учебный план набора 2003 года

Для контроля работы студентов проводятся 5 лабораторных работ по темам, изложенным в лекциях и вынесенным на самостоятельное изучение. Примеры вариантов заданий по таким работам приведены ниже:

Лабораторная работа № 1
НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОДНОРОДНОМ
СТЕРЖНЕ

Вариант 1

Определить температурное поле в однородном стержне через 30, 60 и 180 секунд, с шагом по времени 1 секунда. Длина стержня $L = 0.3$ м. Начальная температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Теплофизические характеристики стержня:

$$\lambda = 46 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

На границе $x = 0$ поддерживается постоянная температура $T_h = 60^\circ\text{C}$, а на границе $x = L$ – температура $T_c = -20^\circ\text{C}$. Сеточные параметры (количество отрезков в стержне): $N = 100$.

Математическая постановка задачи будет иметь вид:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L.$$



Начальные и граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad T &= T_0, \quad 0 \leq x \leq L; \\ x = 0: \quad T &= T_h, \quad t > 0; \\ x = L: \quad T &= T_c, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Численный анализ проводить с первым порядком точности относительно шага по пространственной координате $O(h)$. Полученные результаты представить графически – 3 графика: $t_1 = 30$ с. $T = f_1(x)$; $t_2 = 60$ с. $T = f_2(x)$; $t_3 = 180$ с. $T = f_3(x)$. По проведенной работе представить отчет.

Лабораторная работа № 2

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В СОСТАВНОМ СТЕРЖНЕ

Вариант 1

Определить температурное поле в неоднородном стержне через 30, 60 и 180 секунд, с шагом по времени 1 секунда. Длина стержня $L = 0.3$ м. Начальная температура $T_0 = 20^{\circ}\text{C}$. Стержень включает в себя три участка, имеющих различные теплофизические характеристики:

$$\lambda_1 = 46 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho_1 = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_1 = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

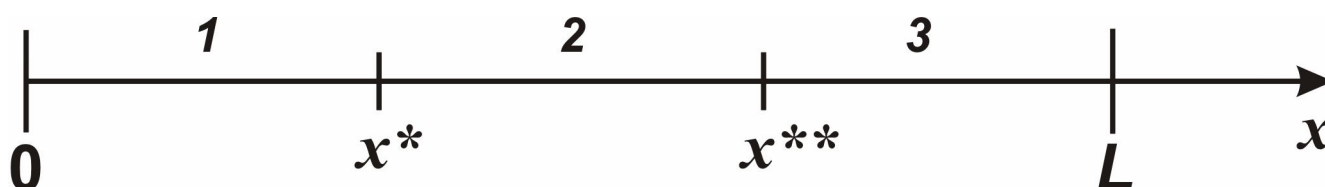
$$\lambda_2 = 385 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho_2 = 8960 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_2 = 380 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$\lambda_3 = 211 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho_3 = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_3 = 880 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

На границе $x = 0$ поддерживается постоянная температура $T_h = 60^{\circ}\text{C}$, а на границе $x = L$ – температура $T_c = -20^{\circ}\text{C}$. Сеточные параметры (количество отрезков в каждой подобласти): $N_1 = 30$, $N_2 = 40$, $N_3 = 30$.

Математическая постановка задачи будет иметь вид:

$$\begin{cases} \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, & 0 < x < x^*; \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, & x^* < x < x^{**}; \\ \rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2}, & x^{**} < x < L. \end{cases}$$



Начальные и граничные условия запишутся следующим образом:

$$t = 0: T = T_0, \quad 0 \leq x \leq L;$$

$$x = 0: T = T_h, \quad t > 0;$$

$$x = L: T = T_c, \quad t > 0;$$

$$\begin{cases} T_1(t, x^*) = T_2(t, x^*), \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=x^*} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x^*}; \end{cases} \quad \begin{cases} T_2(t, x^{**}) = T_3(t, x^{**}), \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x^{**}} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=x^{**}}. \end{cases}$$

Численный анализ проводить со вторым порядком точности относительно шага по пространственной координате $O(h^2)$. Полученные результаты представить графически – 3 графика: $t_1 = 30$ с. $T = f_1(x)$; $t_2 = 60$ с. $T = f_2(x)$; $t_3 = 180$ с. $T = f_3(x)$. По проведенной работе представить отчет.

Лабораторная работа № 3

ПЛОСКАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПЛАСТИНЕ

Вариант 1

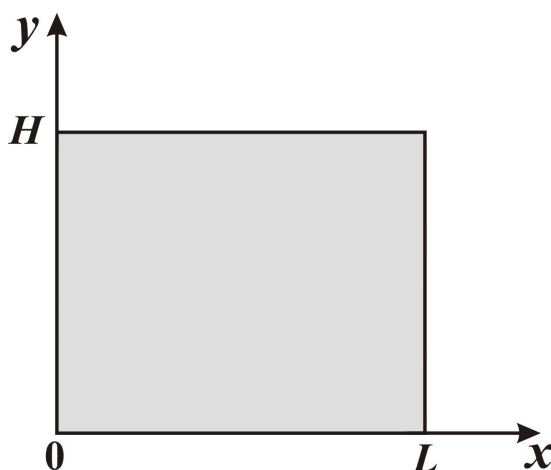
Определить температурное поле в однородной пластине с размерами $L = H = 0.5$ м через 10 минут, с шагом по времени 1 секунда. Начальная температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Теплофизические характеристики пластины:

$$\lambda = 385 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho = 8960 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c = 380 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

На границе $x = 0$ поддерживается постоянная температура $T_h = 60^\circ\text{C}$, на границе $x = L$ пластина контактирует с внешней средой ($\alpha_1 = 150 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $T^{e1} = -20^\circ\text{C}$), на границе $y = 0$ пластина также контактирует с внешней средой ($\alpha_2 = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $T^{e2} = 30^\circ\text{C}$), а на границе $y = H$ поддерживается постоянная температура $T_c = 5^\circ\text{C}$. Сеточные параметры (количество отрезков в каждой подобласти): $N = 100$, $M = 100$.

Математическая постановка задачи будет иметь вид:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < H.$$



Начальные и граничные условия запишутся следующим образом:

$$t = 0: \quad T = T_0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq H;$$

$$x = 0: \quad T = T_h, \quad t > 0;$$

$$x = L: \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1 (T^{e1} - T), \quad t > 0;$$

$$y = 0: \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_2 (T^{e2} - T), \quad t > 0;$$

$$y = H: \quad T = T_c, \quad t > 0.$$

Численный анализ проводить со вторым порядком точности относительно шага по пространственным координатам $O(h_x^2 + h_y^2)$. Полученные результаты представить графически. По проведенной работе оформить отчет.

Лабораторная работа № 4

НЕСТАЦИОНАРНАЯ СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ С ВКЛЮЧЕНИЕМ

Вариант 1

Определить температурное поле в неоднородной пластине с размерами $L = H = 0.5$ м через 10 минут, с шагом по времени 1 секунда. Начальная температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Теплофизические характеристики пластины:

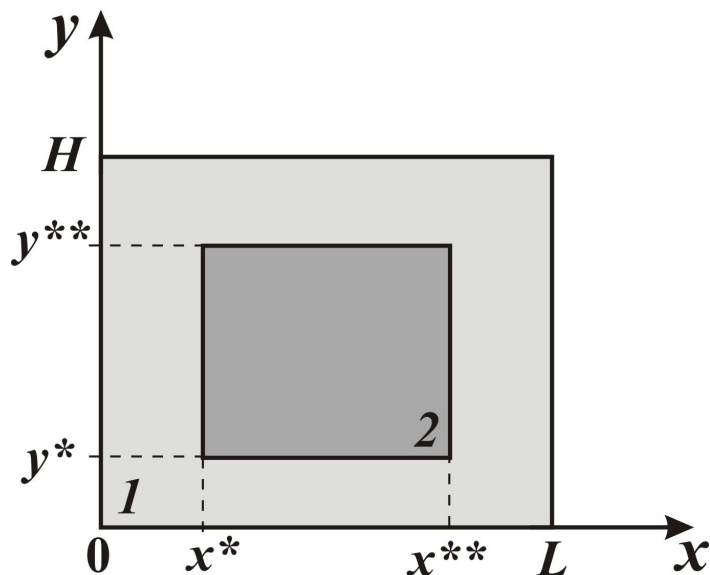
$$\lambda_1 = 46 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho_1 = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_1 = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$\lambda_2 = 385 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \rho_2 = 8960 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_2 = 380 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

На границе $x = 0$ поддерживается постоянная температура $T_h = 60^\circ\text{C}$, на границе $x = L$ пластина контактирует с внешней средой ($\alpha_1 = 150 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $T^{e1} = -20^\circ\text{C}$), на границе $y = 0$ пластина также контактирует с внешней средой ($\alpha_2 = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $T^{e2} = 30^\circ\text{C}$), а на границе $y = H$ поддерживается постоянная температура $T_c = 5^\circ\text{C}$. Сеточные параметры (количество отрезков в каждой подобласти): $N_1 = 30$, $N_2 = 40$, $N_3 = 30$, $M_1 = 30$, $M_2 = 40$, $M_3 = 30$.

Математическая постановка задачи будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right), \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 < x < x^*, \quad 0 < y < H; \\ x^* < x < x^{**}, \quad 0 < y < y^*, \quad y^{**} < y < H; \\ x^{**} < x < L, \quad 0 < y < H; \end{array} \right. \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} \right), \quad x^* < x < x^{**}, \quad y^* < y < y^{**}. \end{array} \right.$$



Начальные и граничные условия запишутся следующим образом:

$t = 0: T = T_0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H;$ $x = 0: T = T_h, t > 0;$ $x = L: \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1 (T^{e1} - T), t > 0;$ $y = 0: -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_2 (T^{e2} - T), t > 0;$ $y = H: T = T_c, t > 0;$	$\left\{ \begin{array}{l} T_1(t, x^*, y) = T_2(t, x^*, y), \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big _{x=x^*} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big _{x=x^*}, \end{array} \right. \text{при } y^* \leq y \leq y^{**};$ $\left\{ \begin{array}{l} T_1(t, x^{**}, y) = T_2(t, x^{**}, y), \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big _{x=x^{**}} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big _{x=x^{**}}, \end{array} \right. \text{при } y^* \leq y \leq y^{**};$ $\left\{ \begin{array}{l} T_1(t, x, y^*) = T_2(t, x, y^*), \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \Big _{y=y^*} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big _{y=y^*}, \end{array} \right. \text{при } x^* \leq x \leq x^{**};$ $\left\{ \begin{array}{l} T_1(t, x, y^{**}) = T_2(t, x, y^{**}), \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \Big _{y=y^{**}} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big _{y=y^{**}}, \end{array} \right. \text{при } x^* \leq x \leq x^{**}.$
--	---

Численный анализ проводить со вторым порядком точности относительно шага по пространственным координатам $O(h_x^2 + h_y^2)$. Полученные результаты представить графически. По проведенной работе оформить отчет.

Лабораторная работа № 5
НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОДНОРОДНОМ СЕЧЕ-
НИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ
(ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ)

Вариант 1

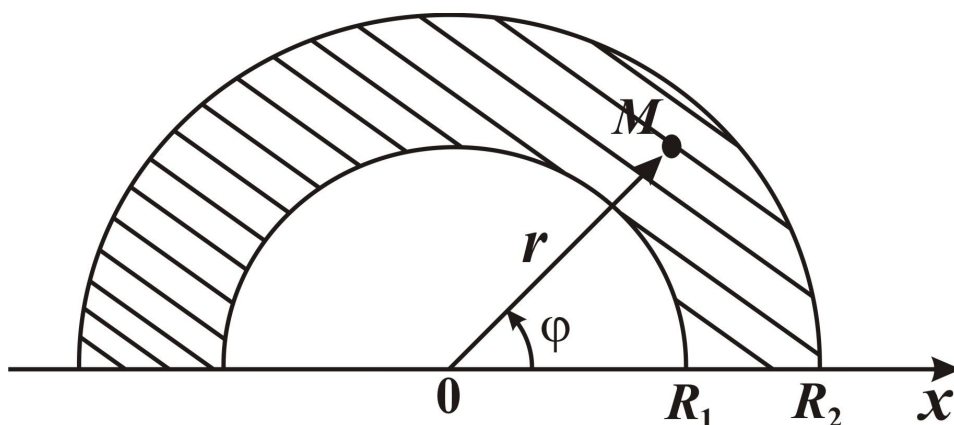
Определить температурное поле в сечении цилиндрической формы с размерами $R_1 = 0.5$ м, $R_2 = 0.7$ м через 5 минут, с шагом по времени 1 секунда. Начальная температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Теплофизические характеристики материала сечения:

$$\lambda = 46 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad \rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

На границе $\varphi = 0, R_1 \leq r \leq R_2$ – условие симметрии; на границе $\varphi = \pi, R_1 \leq r \leq R_2$ – условие симметрии; на границе $r = R_1, 0 \leq \varphi \leq \pi$ поддерживается постоянный тепловой поток $q = 5 \cdot 10^4$ Вт/м²; на границе $r = R_2, 0 \leq \varphi \leq \pi$ поддерживается постоянная температура $T_c = -30^\circ\text{C}$. Сеточные параметры (количество отрезков в каждом направлении): $N_r = N_\varphi = 100$.

Математическая постановка задачи будет иметь вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{a}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}, \quad | R_1 < r < R_2, \quad 0 < \varphi < \pi.$$



Начальные и граничные условия запишутся следующим образом:

$$t = 0: \quad T = T_0, \quad R_1 \leq r \leq R_2, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi;$$

$$r = R_1: \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = q, \quad t > 0;$$

$$r = R_2: \quad T = T_c, \quad t > 0;$$

$$\varphi = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad t > 0;$$

$$\varphi = \pi: \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad t > 0.$$

Численный анализ проводить с первым порядком точности относительно шага по пространственным координатам $O(h_r + h_\varphi)$. Полученные результаты представить графически. По проведенной работе оформить отчет.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Фаронов В.В.* Турбо Паскаль 7.0. Начальный курс. – М.: “Нолидж”, 2000. – 576 с.
2. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
3. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.
4. *Кузнецов Г.В., Шеремет М.А.* Разностные методы решения задачи теплопроводности. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.

Дополнительная

5. *Вержбицкий В.М.* Основы численных методов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
6. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.
7. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
8. *Берковский Б.М., Ноготов Е.Ф.* Разностные методы исследования задач теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1976. – 141 с.

Вспомогательная

9. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
10. *Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л.* Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 548 с.