

Томский политехнический университет
Вопросы к экзамену по высшей математике
МСФ, 1 курс, 2009–2010 учебный год.

1. Матрицы, линейные операции над ними (сложение, умножение на число), свойства линейных операций. Виды матриц. Примеры.
2. Определители. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке, столбцу. Свойства определителей. Вычисление определителей. Примеры.
3. Умножение матриц. Свойства операции умножения. Транспонированная, невырожденная, обратная матрицы. Элементарные преобразования над матрицами. Примеры.
4. Ранг матрицы, методы вычисления. Примеры вычисления ранга матриц. Линейная зависимость строк матрицы, базис матрицы.
5. Система n линейных неоднородных уравнений с n неизвестными. Совместность. Решение методом Крамера. Пример.
6. Решение однородных систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Пример.
7. Решение систем линейных уравнений матричным методом. Примеры.
8. Общий случай решения системы линейных неоднородных уравнений. Условие совместности. Метод Гаусса. Примеры.
9. Векторы. Типы векторов. Линейные операции над векторами (сложение векторов, умножение вектора на число). Свойства операций. Примеры.
10. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Примеры.
11. Координаты векторов. Канонический базис в R^3 . Декартова система координат. Проекция вектора на ось. Радиус – вектор. Направляющие косинусы вектора. Примеры.
12. Координаты векторов. Равенство двух векторов. Модуль вектора. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Угол между векторами. Деление отрезка в данном отношении. Примеры.
13. Скалярное произведение векторов. Свойства. Примеры.
14. Векторное произведение векторов. Свойства. Геометрический смысл. Примеры.
15. Смешанное произведение векторов. Свойства. Геометрический смысл. Примеры.
16. Полярная система координат. Связь декартовых и полярных координат точки. Уравнения окружности и эллипса в полярной системе координат.
17. Общее уравнение прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой, расстояние от точки до прямой. Примеры.
18. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, угол между прямыми, уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Примеры.
19. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении. Направляющий вектор прямой. Канонические и параметрические уравнения прямой в R^3 , в R^2 . Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Примеры.
20. Плоскость в трехмерном пространстве. Общее и нормальное уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение плоскости в отрезках на осях. Угол между двумя плоскостями. Примеры.
21. Взаимное расположение прямых в R^3 . Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Примеры.
22. Кривые и поверхности второго порядка. Окружность. Каноническое уравнение окружности. Примеры.
23. Кривые и поверхности второго порядка. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Примеры.
24. Кривые и поверхности второго порядка. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Примеры.
25. Кривые и поверхности второго порядка. Парабола. Каноническое уравнение параболы. Примеры.
26. Множества. Классификация множеств. Операции над множествами. Примеры.
27. Ограниченные множества. Точная верхняя и точная нижняя границы множеств. Примеры.
28. Числовые функции одной действительной переменной. Способы задания функций. Примеры.
29. Глобальные свойства функций (нули функции; четность, нечетность функции; периодичность функции; ограниченность функции). Примеры.
30. Основные элементарные числовые функции и их графики. Примеры.
31. Числовая последовательность и ее предел. Геометрический смысл предела последовательности. Теорема об единственности предела последовательности. Примеры.
32. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности (величины). Связь между ними. Примеры.
33. Свойства бесконечно малых последовательностей. Примеры.
34. Свойства сходящихся последовательностей (основные теоремы о пределах). Примеры.

35. Необходимый признак сходимости последовательности. Необходимое и достаточное условия сходимости монотонной последовательности. Примеры.
36. Монотонные последовательности. Число Эйлера. Второй замечательный предел. Примеры.
37. Предел числовой функции (по Коши, по Гейне). Геометрическая интерпретация предела функции. Примеры.
38. Правосторонний и левосторонний пределы функции. Определения и геометрическая интерпретация различных типов пределов. Примеры.
39. Распространение основных теорем о пределах на случай функции непрерывного аргумента. Примеры.
40. Первый замечательный предел. Примеры.
41. Классификация бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые. Примеры.
42. Непрерывные функции в точке. Односторонняя непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Примеры.
43. Непрерывность функции на отрезке. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Первая теорема Больцано–Коши об обращении функции в ноль. Вторая теорема Больцано–Коши о промежуточном значении. Геометрическая интерпретация.
44. Непрерывность функции на отрезке. Первая теорема Вейерштрасса об ограниченности функции. Вторая теорема Вейерштрасса о достижении функцией своих точных границ. Геометрическая интерпретация. Примеры.
45. Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
46. Непрерывность основных элементарных функций. Понятие сложной функции и ее непрерывность. Понятие обратной функции. Теорема о непрерывности обратной функции.
47. Производная функции в точке и ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой в точке. Примеры.
48. Правила дифференцирования. Примеры.
49. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Связь дифференцируемой функции с непрерывностью. Приближенные вычисления. Примеры.
50. Производные основных элементарных функций (вывод по определению).
51. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Примеры.
52. Параметрически заданная функция и ее дифференцирование. Неявно заданная функция и ее дифференцирование. Примеры.
53. Теорема Ферма и ее геометрический смысл. Теорема Ролля и ее геометрический смысл. Примеры.
54. Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл. Теорема Коши. Примеры.
55. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано. Формула Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.
56. Монотонность функции. Признак монотонности функции. Локальные экстремумы функции. Необходимое условие существования локального экстремума для функции. Примеры.
57. Первое и второе достаточные условия существования экстремума функции. Примеры.
58. Направления выпуклости функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Примеры.
59. Асимптоты функции – вертикальные, горизонтальные, наклонные. Примеры.
60. Виды неопределенностей. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Примеры.
61. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
62. функция двух переменных, ее график. Функция n переменных. Область определения функции двух, трёх переменных. Примеры.
63. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции многих переменных.
64. Частные приращения, частные производные функции многих переменных. Примеры.
65. Полный дифференциал функции многих переменных. Приближенные вычисления. Связь дифференцируемости и непрерывности функции многих переменных.
66. Производные и дифференциалы высших порядков функции многих переменных. Примеры.