

Секция 3



Актуальные проблемы научных исследований в области физики, математики и информатики

Е. В. БОЖЕНКОВА, А. П. КОНДРАТЮК
БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

УСЛОВИЕ МОНОТОННОСТИ И ВЫБОРА ШАГА ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Простейшим примером задачи, в которой возникают режимы с обострением, является следующая задача. В прямоугольнике $\overline{Q_T} = \{(x, t) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T_{kp}\}$ рассматривается смешанная задача для полулинейного параболического уравнения с нелинейным источником $Q(u) = \lambda u^m$ со степенью $m \geq 2$.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \lambda u^m, (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, \quad (2)$$

$$0 < k_1 \leq k(x) \leq k_2, |u'_0(x)| \leq c_0, \quad (3)$$

где k_1, k_2, λ – положительные постоянные.

В прямоугольнике $\overline{Q_T}$ введём равномерную сетку

$$\varpi = \varpi_h \times \varpi_\tau, \varpi_h = \{x_i = ih, i = \overline{0, N}, hN = l\} = \omega_h \cup \{x_0 = 0; x_N = l\},$$

$$\varpi_\tau = \{t_N = n\tau, n = \overline{0, N_0}, \tau N_0 = T_{kp}\} = \omega_\tau \cup \{t_{N_0} = T_{kp}\}$$

с постоянными шагами h и τ соответственно по пространственной и временной переменным.

На введённой сетке ω дифференциальную задачу (1)–(3) заменим разностной:

$$y_i + A\hat{y} = \lambda\hat{y}u^{m-1}, a = 0.5(k_{i-1} + k_i), \quad (4)$$

$$y(x,0) = u_0(x), x \in \bar{\omega}_h, \hat{y}_0 = 0, \hat{y}_N = 0. \quad (5)$$

$$Ay = -(ay_{\bar{x}})_x. \quad (6)$$

В соответствии с определениями [1], [2] разностная схема (4), (5) будет монотонной, если из условия $\delta u_0 \geq 0$ ($\delta u_0 \leq 0$) следует, что $\delta y \geq 0$ ($\delta y \leq 0$), где $\delta y = \tilde{y} - y$, \tilde{y} – решение возмущенной задачи. Запишем задачу для возмущения [3, с. 6] в каноническом виде [4]:

$$C_i^n \delta y_i^{n+1} = A_i^n \delta y_{i-1}^{n+1} + B_i^n \delta y_{i+1}^{n+1} + F_i^n,$$

$$\delta y_0^{n+1} = \delta y_N^{n+1} = 0,$$

где $A_i = B_{i-1} = a_i > 0$, $C_i = 1 + A_i + B_i - \mathcal{F}_i^n$, $F_i = (1 + \mathcal{F}_i^n)\delta y_i^n$, $f = 0,5(\tilde{y} + y)$, и воспользуемся следствием из сеточного принципа максимума [4, с. 46].

Следствие. Пусть выполнены условия $A_i > 0, B_i > 0, D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0$.

Тогда из неравенства $F_i^n \geq 0$ ($F_i^n \leq 0$) следуют оценки $\delta y_i^{n+1} \geq 0$ ($\delta y_i^{n+1} \leq 0$).

Следовательно, разностная схема (6), (7) будет монотонной при выполнении условия

$$1 - 0,5\tau \|y^{n+1} + \tilde{y}^{n+1}\| > 0,$$

обеспечивающего справедливость неравенства $D_i^n, F_i^n \geq 0$ ($F_i^n \leq 0$).

При отсутствии возмущения получим условие:

$$1 - \tau \|\hat{y}\|_C \geq 0, \quad (7)$$

которое можно использовать для автоматического выбора временного шага.

Вычислительный эксперимент. В прямоугольнике \bar{Q}_T с $l = \pi$ рассмотрим следующую начально-краевую задачу с постоянным коэффициентом диффузии $k(x) = 1$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda u^2,$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad u(x,0) = 1,5 \sin x.$$

Введём сетку с разбиением по оси X $N=50$ и по временной оси T $M=1000$, при $\lambda = 1,18$ решение обращается в бесконечность за конечный промежуток времени. Было получено время $T_{кр} = 1,0299$ с шагом $\tau = 0,0010299$, после которого происходит разрушение решения (см. рисунок 1). В случае выполнения условия (7) при тех же начальных условиях было получено время $T_{кр} = 1,04$ с шагом $\tau = 8,125E-06$ (см. рисунок 2). Автоматический выбор временного шага позволяет «ближе подойти» к моменту времени разрушения решения.

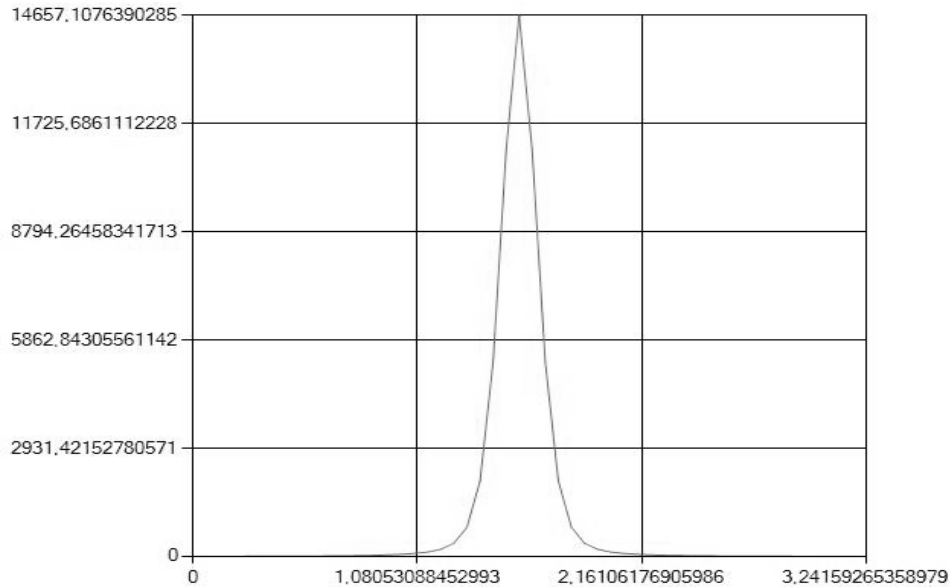


Рисунок 1. – График функции y_i^n с постоянным шагом τ

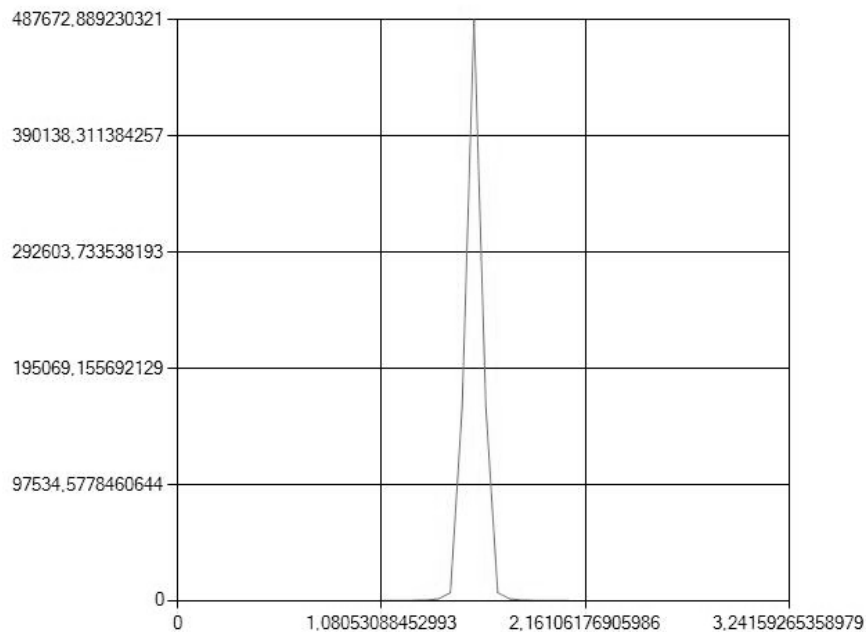


Рисунок 2. – График функции y_i^n с автоматическим выбором шага τ

ЛИТЕРАТУРА

1. Matus, P.P. Stability of difference schemes for nonlinear time-dependent problems / P.P. Matus. // *Comp. Meth. Appl. Math.* – 2003. – V.3, № 2. – P. 313–329.
2. Godlewski, E. Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws / E. Godlewski, P.-A. Raviart. – New York: Springer-Verlag, 1996. – 510 p.
3. Кондратюк, А.П. Глобальная устойчивость и разрушение разностных схем для параболических уравнений с нелинейным источником / А.П. Кондратюк, П.П. Матус // *Докл. НАН Беларуси.* – 2010. – Т. 54, № 5. – С. 5–10.
4. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука. 1977. – 657 с.

Н. В. БУДНИК, В. В. ТРИГУК

БрГУ имени А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

МНОГОСЛОЙНАЯ АРХИТЕКТУРА ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЙ (НА ПРИМЕРЕ PHP-ФРЕЙМВОРКА LARAVEL)

Разработка веб-приложений как отрасль программирования сегодня особенно востребована и активна, поскольку их использование возможно на любом оборудовании, где имеется веб-браузер (кроссплатформенность), для их сопровождения не требуется доступ к клиентским компьютерам. При проектировании веб-приложений очень часто используется парадигма Model – View – Controller (MVC), позволяющая разделить код системы на три слабо связанных компонента: модель (model), отвечающая за управление данными и бизнес-логику; представление (view), отвечающие за пользовательский интерфейс; контроллер (controller), в задачи которого входит получение запроса от пользователя и его проверка, передача его в модель и отображение результатов с помощью представления.

Таким образом, в классическом понимании модель – это комплексная система, обеспечивающая не только абстракцию данных (для всех сущностей), но и бизнес-логику (набор правил, действий, происходящих в автоматизируемой сфере). В то же время, в Laravel [1] и в некоторых других фреймворках (написанных на языке PHP), ориентированных на использование парадигмы MVC, под термином «Model» понимается класс для управления одной сущностью и соответствующей таблицей базы данных. В Laravel «Model» – это экземпляр класса Eloquent. Базовый класс Eloquent является реализацией паттерна Active Record, содержит методы для получения данных из таблицы, добавления записей в таблицу, обновления данных и т.д., а также средства связи таблиц между собой. Экземпляр класса Eloquent представляет собой один экземпляр сущности.

Пусть, например, в базе данных приложения имеется таблица users. Соответствующий ей класс (на базе Eloquent) будет иметь имя User. Один экземпляр класса User соответствует одной записи в таблице базы данных. Очень часто в сообществе разработчиков Laravel такой экземпляр класса (либо весь класс) называют словом «Model».

Возникает вопрос: если каждая модель (класс на базе Eloquent) предназначена исключительно для управления одной таблицей базы данных, то где в коде приложения должны располагаться правила бизнес-логики? Целью настоящей работы является систематизация подходов к построению архитектуры веб-приложений на базе PHP-фреймворка Laravel.

Вполне очевидно, что различные веб-проекты могут отличаться сложностью и количеством реализуемых функций. Кроме того, даже простые проекты со временем могут эволюционировать в более сложные и крупные (по желанию разработчика или заказчика). В архитектуре средних и крупных проектов должны быть изначально заложены возможности по безболезненному внесению значительных изменений. Например, переход от использования одной системы управления реляционными базами данных к другой во фреймворке Laravel потребует всего лишь внесения изменений в конфигурационный файл проекта. Если же необходимо заменить механизм хранения информации на нереляционные базы данных или какой-то ещё, возникнут значительные трудности при адаптации существующего кода.

Решить указанную проблему позволяет многослойная архитектура веб-приложений. Между слоем контроллеров и моделей (в понимании фреймворка Laravel) может быть размещён слой репозитариев. Если модель понимается как один экземпляр

сущности (одна строка в таблице базы данных), то соответствующий модели репозиторий понимается как хранящий все экземпляры сущности и предоставляющий инструменты для управления ими (добавления новых, обновления и удаления существующих и т.д.).

Может сложиться впечатление, будто функционал управления экземплярами, входящими в репозиторий, дублирует аналогичную функциональность модели (добавление новых, обновление и удаление существующих и т.д.). На самом деле, класс Eloquent, выступающий в качестве модели, может работать только с реляционными базами данных. Если контроллеры работают с моделями Eloquent напрямую, тогда при смене механизма доступа к данным и отказе от Eloquent придётся внести изменения в код всех контроллеров. Репозитории могут служить промежуточным звеном между контроллерами и моделями. Все репозитории должны реализовывать один и тот же интерфейс, в котором стандартизированы имена и параметры методов доступа к данным. В этом случае отказ от Eloquent и выбор другого механизма доступа к данным потребует изменения только кода репозитариев.

Добавление слоя репозитариев не решает вопрос о том, где должны располагаться правила и методы бизнес-логики приложения. Дело в том, что, согласно описанию паттерна Repository [2], репозитории предоставляют функции постоянного хранения данных, а выполнение каких-либо управляющих действий, не связанных с хранением, выходит за рамки обязанностей репозитариев.

Таким образом, возникает необходимость появления ещё одного слоя между контроллерами и репозитариями, предназначенного исключительно для хранения бизнес-логики приложения. При использовании фреймворка Laravel указанный слой реализуется с помощью механизма сервисов и событий. В результате контроллеры могут вызывать сервисы для выполнения задач бизнес-логики (которые в свою очередь будут обращаться к репозитариям), либо напрямую к репозитариям для выполнения задач, связанных с хранением данных.

Сказанное выше справедливо для средних и крупных проектов. Для небольших образовательных проектов, где бывает важнее не идеальность архитектуры, а скорость разработки и внедрения, добавление двух новых слоёв может оказаться излишним. Особенно это касается тех случаев, когда отказываться от механизма Eloquent не предполагается. В данной ситуации разместить код бизнес-логики правильнее всего в классах моделей Eloquent.

Ряд специалистов утверждают, что внедрение методов бизнес-логики в состав классов на базе Eloquent нарушает логическую целостность этих классов и потенциально может привести к нарушению функционирования в будущем (при обновлении до новой версии Laravel). На наш взгляд, эти опасения достаточно безосновательны и для малых проектов схема с внедрением бизнес-логики в состав классов моделей себя оправдывает. Куда более важным правилом является запрет на размещение бизнес-логики в коде контроллеров.

Таким образом, особенности структуры фреймворка Laravel позволяют предложить для крупных проектов систему из пяти слоёв: модели – репозитории – сервисы – контроллеры – представления. Здесь нет противоречия с классическим понимаем MVC, поскольку связка из первых трёх слоёв (модели – репозитории – сервисы) по смыслу идентична классической модели в терминологии MVC. Для небольших проектов (например, образовательных) разумно использовать схему из трёх слоёв: модели (с бизнес-логикой) – контроллеры – представления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Laravel – The PHP Framework For Web Artisans [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://laravel.com>. – Дата доступа: 06.02.2016.
2. Heatt, E. Repository / E. Heatt, R. Mee // Martin Fowler [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://martinfowler.com/eaCatalog/repository.html>. – Дата доступа: 08.02.2016.

А.А. ГОЛУБ

МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ОСОБЕННОСТИ ДИЗАЙНА СОВРЕМЕННЫХ ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСОВ

Широкое распространение сети Internet и компьютерной грамотности привело к тому, что большинство людей начинает поиск информации с помощью сетевых ресурсов. В связи с этим большинство производственных организаций и учебных учреждений вынуждены поддерживать актуальную версию сайта.

Современный интернет сайт, являясь лицом компании, должен обладать красивым дизайном и логичным расположением информации, которые позволят пользователю быстро найти необходимую информацию. Содержимое сайта должно привлекать целевую аудиторию: соответствовать возрасту читателя, его кругу интересов, быть полезным. Размещаемую информацию следует проверить на наличие грамматических и лексических ошибок, так как она будет общедоступна и может нанести урон имиджу организации. Основной текст лучше разбить на небольшие абзацы в 4–5 предложений. Контент сайта обязательно должен содержать контактную информацию учреждения. Перед добавлением мультимедийных элементов выполняется оптимизация, что позволит увеличить скорость загрузки страниц [1; 2].

Создавая страницы, сайта следует разделять оформление сайта и его наполнение с помощью внешних каскадных таблиц стилей CSS. Все страницы сайта, как правило, оформляются в едином стиле: используемые цвета, поля страниц, гарнитура шрифта. Подбор цветовой гаммы обычно осуществляется с учетом традиционных цветов компании заказчика. При этом основной шрифт сайта должен иметь размер и гарнитуру, позволяющие воспринимать данные без дополнительного масштабирования на большинстве персональных компьютеров, а для мобильных устройств (сотовых телефонов, планшетных компьютеров) рекомендуется создать мобильную версию сайта. Цвета шрифта и фона должны быть контрастными друг другу, если в качестве фона используется изображение, то подобрать цвет шрифта будет намного сложнее. Наилучшим для восприятия является вариант с темным цветом текста поверх светлого фона [1; 3].

Особое внимание следует уделить интерфейсу сайта, влияющему на удобство пользования ресурсом. Просмотр интернет-страниц начинается сверху вниз и слева направо, поэтому главное меню сайта, позволяющее получить доступ к основным разделам сайта, располагают либо в верхней части страницы, либо в левой. Название пунктов меню должно быть лаконичным (1–3 слова) и отражать суть раздела, к которому они обеспечивают доступ. Для уменьшения размера меню применяются динамические подменю (раскрывающиеся, всплывающие и т.д.). Важным элементом интерфейса пользователя является система поиска информации на сайте, а наличие карты сайта упрощает навигацию по нему. Готовую версию сайта следует проверить на корректное отображение в наиболее популярных браузерах (Google Chrome, Internet Explorer, Opera).

Важным признаком успеха интернет-ресурса является его посещаемость, а мнение посетителя о сайте начинает формироваться уже в первые несколько секунд. Низкая посещаемость сайта говорит либо о его неактуальности, либо о плохом дизайне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирсанов, Д. Web-дизайн / Д. Кирсанов. – М. : Символ-Плюс, 2003. – 376 с.
2. Пауэлл, Т. Web-дизайн в подлиннике / Т. Пауэлл. – Санкт-Петербург : БХВ, 2004.
3. Дуванов, А.А. Web-конструирование. Элективный курс / А.А. Дуванов. – Санкт-Петербург : БХВ, 2006. – 432 с.

В. И. ГРОМОВ

БТЭУ ПК (г. Гомель, Беларусь)

ГРАДИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРИБЫЛИ ОРГАНИЗАЦИИ

Рассмотрим некоторые свойства скалярных экономических полей на примере маржинального экономического анализа прибыли организации. Скалярное поле прибыли определяется как функция трёх переменных

$$u = x(y - z) - c,$$

где u – прибыль, x – объём продаж, y – цена продукции, z – переменные затраты на единицу продукции, c – условные постоянные затраты.

Определим поле наиболее существенной характеристики экономического поля прибыли – градиента.

Согласно определению градиента в прямоугольной декартовой системе координат:

$$\mathit{grad} u = \frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{k}.$$

Вычислим соответствующие частные производные:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y - z$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = x$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -x$$

Тогда

$$\mathit{grad} u = (y - z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} - x\mathbf{k}.$$

То есть поле градиента, в отличие от поля прибыли является векторным и характеризуется не только числовым наличием, но и направлением роста. Величина градиента определяется соотношением:

$$|\mathit{grad} u| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}.$$

Пример.

Пусть в точке M_1 скалярного поля прибыли с координатами $x=100$, $y=15$, $z=5$, $c=600$, необходимо вычислить значение и направление градиента прибыли.

Найдём частные производные u .

$$\frac{\partial u}{\partial x} |_{M_1} = 15 - 5 = 10;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} |_{M_1} = 100;$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} |_{M_1} = -100.$$

Тогда градиент $u(M_1)$ показывает направление наибольшего возрастания прибыли при изменении факторных переменных x , y , z в окрестности точки M_1 :

$$\mathit{grad} u(M_1) = 10\mathbf{i} + 100\mathbf{j} - 100\mathbf{k}.$$

Значение градиента:

$$|\mathit{grad} u(M_1)| = \sqrt{10^2 + 100^2 + 100^2} = 10\sqrt{201}.$$

Значение прибыли составит при этом:

$$u(M_1) = 100(15 - 5) - 600 = 400.$$

То есть организация работает с прибылью 400 единиц.

Возьмём ещё одну точку M_2 с координатами $x=50$, $y=15$, $z=5$, $c=600$. По сравнению с точкой M_1 изменился только объём реализации x , со 100 до 50 единиц.

В этом случае

$$\frac{\partial u}{\partial x} |_{M_2} = 10;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} |_{M_2} = 50;$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} |_{M_2} = -50;$$

$$\mathit{grad} u(M_2) = 10\mathbf{i} + 50\mathbf{j} - 50\mathbf{k};$$

$$|\mathit{grad} u(M_2)| = \sqrt{10^2 + 50^2 + 50^2} = 10\sqrt{51}.$$

Ожидаемая прибыль составит

$$u(M_2) = 50(15 - 5) - 600 = -100.$$

То есть предприятие имеет плановые убытки в 100 единиц.

Точка безубыточности M_3 в маргинальном анализе представляет такой объём производства реализации продукции, при котором прибыль равна 0.

$$u = x(y - z) - c = 0;$$

$$x = \frac{c}{y-z};$$

$$x(M_3) = \frac{600}{15-5} = 60.$$

$$|\text{grad } u(M_3)| = 10\mathbf{i} + 60\mathbf{j} - 60\mathbf{k}.$$

$$|\text{grad } u(M_3)| = \sqrt{10^2 + 60^2 + 60^2}.$$

Таким образом, организации для обеспечения безубыточной работы необходимо выпускать не менее 60 единиц продукции. Градиент прибыли показывает направление её наибольшего возрастания при изменении факторных переменных.

Д.В. ГРИЦУК

БрГУ им. А.С. Пушкина (г.Брест, Беларусь)

ПРОИЗВОДНАЯ π -ДЛИНА π -РАЗРЕШИМОЙ ГРУППЫ С ДЕДЕКИНДОВОЙ π -ХОЛЛОВОЙ ПОДГРУППОЙ

Рассматриваются только конечные группы. Все используемые понятия и обозначения соответствуют [1].

Пусть G – π -разрешимая группа. Тогда она обладает субнормальным рядом

$$G = G_0 \supseteq G_1 \supseteq G_2 \supseteq \dots \supseteq G_{n-1} \supseteq G_n = 1,$$

факторы G_{i-1}/G_i которого являются либо π' -группами, либо абелевыми π -группами. Наименьшее число абелевых π -факторов среди всех таких субнормальных рядов группы G называется производной π -длиной π -разрешимой группы G и обозначается через $l_\pi^a(G)$. В работе [2] доказано, что производная длина π -холловой подгруппы π -разрешимой группы G не превышает $l_\pi^a(G)$. Ясно, что в случае, когда $\pi = \pi(G)$ значение $l_\pi^a(G)$ совпадает со значением производной длины разрешимой группы G .

Группа G называется дедекиндовой, если все ее подгруппы нормальны [3.Ш].

Доказана следующая

Теорема. Если в π -разрешимой группе G ее π -холлова подгруппа дедекиндова, то $l_\pi(G) \leq 1$ и $l_\pi^a(G) \leq 2$.

Здесь $l_\pi(G)$ – π -длина π -разрешимой группы G .

Пример. В системе компьютерной алгебры GAP [4] в библиотеке SmallGroups под номером (48,46) указана дедекиндова группа. Эта группа имеет строение

$G = Z_6 \times Q_8$, где Q_8 – группа кватернионов порядка 8, а Z_6 – циклическая группа порядка 6.

Пусть $\pi = \{2,3\}$. С помощью GAP для G найдена нормальная циклическая подгруппа порядка 12. Поэтому для группы G можно построить нормальный ряд

$$G = Z_6 \times Q_8 \supset Z_{12} \supset 1,$$

в котором фактор

$$(Z_6 \times Q_8) / Z_{12} \cong Z_2 \times Z_2$$

является абелевой группой. Поэтому $l_\pi^a(G) \leq 2$. Так как производная длина $d(G_\pi) = d(G) = 2$, то $l_\pi^a(G) = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов. – Минск: Вышэйшая школа. – 2006.
2. Грицук, Д.В. О производной π -длине π -разрешимой группы / Д.В. Грицук, В.С. Монахов, О.А. Шпырко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 3. – С. 90–95.
3. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1967.
4. Система компьютерной алгебры GAP 4.4.12 [Электронный ресурс]. – 2009. – Режим доступа: <http://gap-system.org/ukrgap/gapbook/manual.pdf>.

В.В. ДАВЫДОВСКАЯ

МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБМЕНА МЕЖДУ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ ПУЧКАМИ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ SBN БЕЗ ЗАДАНИЯ ВХОДНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ РАЗНОСТИ ФАЗ МЕЖДУ НИМИ

В ряде работ (напр., [1; 2]) показано, что взаимодействие световых пучков может сопровождаться как взаимным притяжением и полным их объединением, так и отталкиванием пучков. Известно, что результат взаимодействия двух пучков напрямую

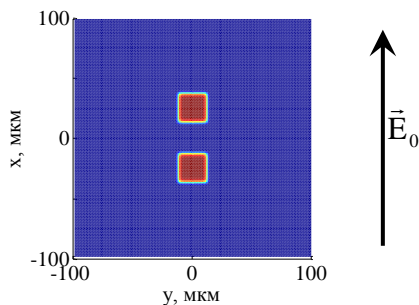


Рисунок 1. – распределение относительной интенсивности $I(x,y)$ входных пучков при наблюдении навстречу оси z

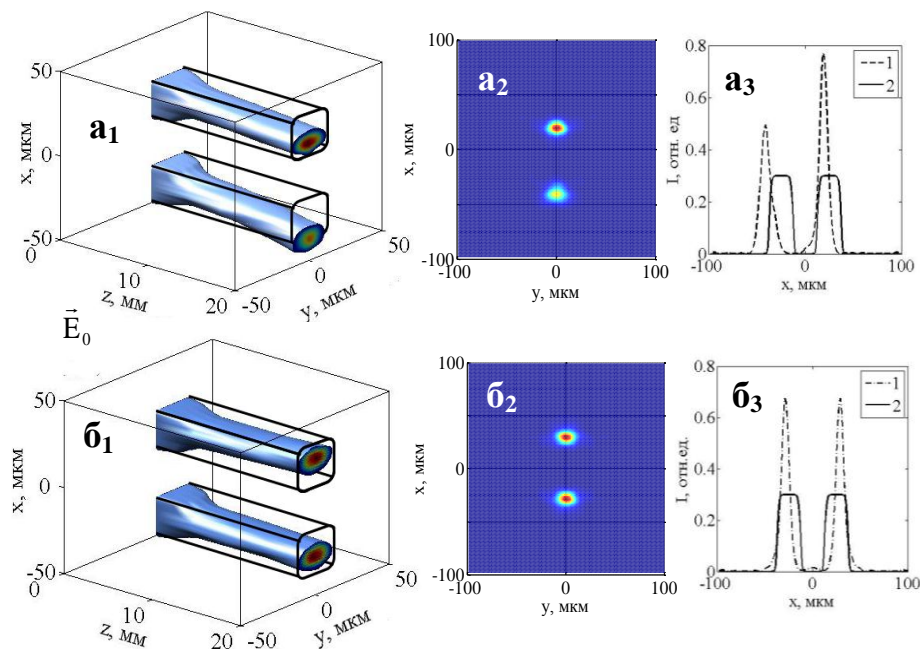
зависит от их относительной фазы. Если два пучка синфазны, то они притягиваются, если находятся в противофазе, то отталкиваются. В промежуточном случае наблюдается энергетический обмен между пучками, который может приводить даже к исчезновению одного из пучков.

В этой работе показано, что при взаимодействии световых пучков, поперечные сечения которых на входе в кристалл расположены вдоль прямой, параллельной вектору напряжённости внешнего электрического поля (рисунок 1), возможно осуществление энергетического обмена между двумерными пучками без задания входной

разности фаз между ними, при их взаимодействии в фоторефрактивном кристалле SBN, помещенном во внешнее электрическое поле, приложенное вдоль оптической оси кристалла.

Для моделирования были использованы следующие параметры: $n_e = 2,33$, $r_{33} = 235$ пм/В, $\lambda = 0,6314$ мкм, $T = 295$ К [напр., 3], полуширина входных пучков 12,5 мкм, расстояние между центрами пучков 50 мкм. Модуль напряжённости внешнего электрического поля, в которое помещён кристалл, равен $E_0 = 3$ кВ/см.

Показано, что между пучками происходит энергетический обмен, который ответственен за различие относительных интенсивностей световых пучков на выходе из кристалла (рисунок 2, а). Следует отметить, что правильное качественное объяснение асимметрии интенсивности и положения пучков (рисунок 2, а), входящих в кристалл параллельно вектору внешнего электрического поля, может быть дано только при одновременном учёте диффузионного и дрейфового механизма перемещения электронов в фоторефрактивном кристалле, т.к. без учета диффузионного механизма асимметрия не наблюдается (рисунок 2, б).



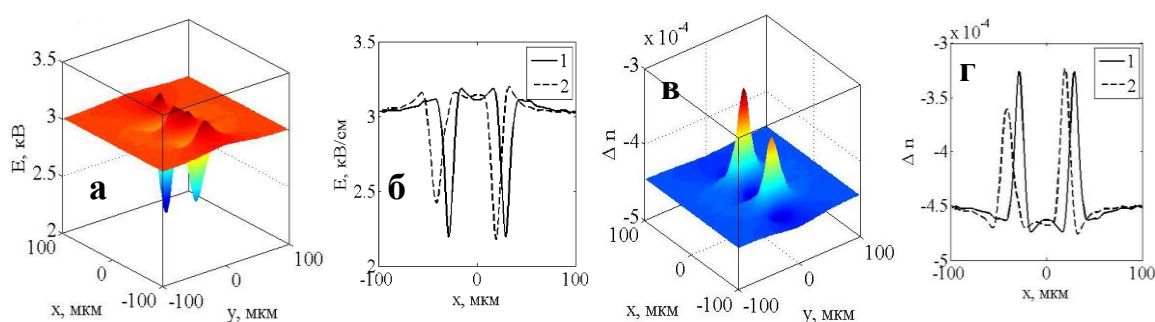
a_1, b_1 – трехмерные модели распределения световых полей по толщине кристалла с учетом диффузионного слагаемого поля пространственного заряда и без его учета соответственно; a_2, b_2 – результаты теоретического моделирования пучков на выходе из кристалла с учетом диффузионного слагаемого поля пространственного заряда и без его учета соответственно; a_3, b_3 – 1 – профили световых пучков на выходе из кристалла, рассчитанные без учёта диффузионного слагаемого поля пространственного заряда и с его учётом соответственно; 2 – профили супергауссовых световых пучков квадратного сечения на входе в кристалл.

Рисунок 2. – Взаимодействие двух прямоугольных двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN

Без учета диффузионного механизма перемещения зарядов можно видеть, что световые пучки отталкиваются (рисунок 2б). При распространении световых пучков в кристалле, в нем формируется пространственно неоднородное распределение заряда, а следовательно, и электрического поля (рисунок 3а), а т.к. кристаллу SBN свойственен

электрооптический эффект, то действием света в кристалле обуславливается неоднородное распределение показателя преломления (рисунок 3в) [4].

Если рассмотреть сечение распределения показателя преломления рассчитанного без учета диффузии (рисунок 3б, кривая 1), то можно видеть, что в области взаимодействия световых пучков происходит большее изменение показателя преломления, что способствует созданию условий, более близких к полному внутреннему отражению (рисунок 3б, кривая 1). При рассмотрении соответствующих профилей световых пучков можно видеть, что в области взаимодействия, профиль имеет более крутой спад, т. к. в этой области происходит большее внутренне отражение, вследствие чего пучки начинают отталкиваться (рисунок 2бз, кривая 1). При учете диффузии можно видеть, что в пространственном распределении поля (рисунок 3б, кривая 2) и показателя преломления (рисунок 3г, кривая 2) появляется асимметрия, что в дальнейшем приводит к созданию различных условий распространения для верхнего и нижнего световых пучков.



кривые 1 – рассчитанные без учета диффузии сечения электрического поля и показателя преломления, на выходе из кристалла плоскостью, параллельной XOZ и проходящей через максимум; 2 – рассчитанные с учетом диффузии сечения электрического поля и показателя преломления, на выходе из кристалла плоскостью, параллельной XOZ и проходящей через максимум

Рисунок 3. – Пространственное распределение электрического поля (а) и показателя преломления (в) в фоторефрактивном кристалле SBN. (б)-(г)

Диффузионный механизм перемещения зарядов приводит к смещению световых пучков против направления вектора напряженности внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу SBN вдоль направления внешнего электрического поля. Однако для верхнего пучка это смещение компенсирует отклонение пучка в направлении внешнего электрического поля за счет отталкивания взаимодействующих световых пучков. Для нижнего пучка эти два смещения суммируются, и нижний пучок отклоняется больше верхнего (рисунок 2а₁).

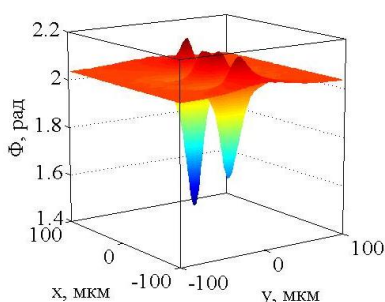


Рисунок 4. – Распределение относительной фазы между взаимодействующими пучками с учетом диффузии на выходе из кристалла

Поэтому пучки проходят в кристалле различный оптический путь, который приводит к появлению разности фаз между взаимодействующими пучками (рисунок 4), и, как следствие, к появлению энергетического обмена между пучками, что проявляется перекачке энергии от нижнего пучка к верхнему (рисунок 2а₃, кривая 1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Interaction of spatial photorefractive solitons / W. Królikowski [et al.] // Quantum Semiclass. Opt. – 1998. – Vol. 10. – P. 823 – 837.
2. Chen, Z. Experiments on partially coherent photorefractive solitons / Z. Chen, M. Segev, D.N. Christodoulides // J. Opt. A: Pure. Appl. Opt. – 2003. – Vol. 5. – P. S389 – S397.
3. Ducharme, S. Electro-optic and Piezoelectric Measurements in Photorefractive Barium Titanate and Strontium Barium Niobate / S. Ducharme, J. Feinberg, R.R. Neurgaonkar // J. Quantum Electron. – 1987. – Vol. 23, № 12. – P. 2116 – 2121.
4. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – СПб.: Наука, 1992. – 320 с.

Д.Д. Даудов, А.А. Трофимук

БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

О РАЗРЕШИМЫХ ГРУППАХ С БИЦИКЛИЧЕСКИМИ КОФАКТОРАМИ ПРИМАРНЫХ ПОДГРУПП

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

Кофактором подгруппы H группы G называется фактор-группа $H/Core_G H$, где $Core_G H$ – ядро подгруппы H в группе G . Напомним, что бициклической называют группу, являющуюся произведением двух циклических подгрупп.

В [2] изучено строение группы с циклическими кофакторами примарных подгрупп. В частности, такие группы оказались разрешимыми. Пример группы $SL(2,5)$, у которой силовская 2-подгруппа является группой кватернионов порядка 8, а силовские подгруппы нечетных порядков циклические, показывает, что группа, у которой кофакторы примарных подгрупп бициклические, может быть неразрешимой.

Естественным является развитие результатов, полученных в [2], за счёт исследования разрешимых групп с бициклическими кофакторами примарных подгрупп.

Доказана следующая

Теорема. Пусть G – разрешимая группа и кофакторы примарных подгрупп из G бициклические. Тогда:

- 1) производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 6, а нильпотентная длина группы G не превышает 4;
- 2) $l_2(G) \leq 2$, $l_3(G) \leq 2$; если $p > 3$, то $l_p(G) \leq 1$;
- 3) если каждое простое $q \in \pi(G)$ не делит $s^2 + s + 1$ для всех простых $s \in \pi(G)$, то $\{2,3\}'$ -холлова подгруппа в G имеет силовскую башню сверхразрешимого типа и нормальна в G .

ЛИТЕРАТУРА

1. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Монахов. – Минск: Выш. школа, 2006.
2. Yufeng, Liu Finite groups in which primary subgroups have cyclic cofactors / Liu Yufeng, Xiaolan Yi // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. – 2011. – Vol. 34, № 2. – P. 337–344.

В. В. ЖИЛЕНКОВА
БГУ (г. Минск, Беларусь)

О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМЫ *MATHEMATICA* ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА

Рассматривается классическая задача Баклея-Левретта, которая является основой модели процесса вытеснения нефти водой в крупномасштабном приближении. В таком приближении при описании вытеснения нефти водой принято, что имеет место фильтрация двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в недеформируемой пористой среде, капиллярный скачок давления между фазами не учитывается; неполнота вытеснения нефти водой учитывается путем введения функций относительных фазовых проницаемостей f_i , которые определяются экспериментально. При математическом описании они считаются известными функциями насыщенностей фаз s_i . В модели фильтрации двух несмешивающихся жидкостей, обозначая параметры вытесняемой жидкости индексом 1, а вытесняющей 2, для насыщенностей фаз имеем $s_1 + s_2 = 1$, обычно приводят зависимости $f_i(s)$, где s - насыщенность вытесняющей фазы (воды). Например, приняв за основу [1], аналитические выражения для задания фазовых проницаемостей двухфазной системы «нефть вода» можно записать в виде:

$$f_1(s) = f_1^0 \left(\frac{s^* - s}{s^* - s_*} \right)^p, \quad 0 \leq s \leq s^*; \quad f_1(s) = 0, \quad s^* \leq s \leq 1;$$
$$f_2(s) = 0, \quad 0 \leq s \leq s_*; \quad f_2(s) = f_2^0 \left(\frac{s - s_*}{s^* - s_*} \right)^q, \quad s_* \leq s \leq 1.$$

где s_* - насыщенность связанной воды;
 $1 - s^*$ - остаточная нефтенасыщенность.

Заметим, что такая принятая для программной реализации запись функций относительных фазовых проницаемостей является достаточно общей, вариация постоянных f_1^0 , f_2^0 , p , q , s^* , s_* позволяет воспроизводить все встречающиеся в литературе зависимости.

Математическая модель процесса вытеснения строится на основе уравнений неразрывности фаз и обобщенного закона фильтрации Дарси ([1; 2]). Общие свойства решения задачи о вытеснении нефти водой изучаются в одномерном линейном случае, когда считается известной суммарная скорость фильтрации. В [1; 2] приведен вывод уравнения для насыщенности, дана постановка задачи Баклея-Левретта:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad F(s) = \frac{f_2(s) / \mu_2}{f_1(s) / \mu_1 + f_2(s) / \mu_2}, \quad (1)$$

где t - время ($t \geq 0$),

x - координата ($x \geq 0$);

пористость m и суммарная скорость фильтрации u известны (m и u для анализа качественных особенностей решения считают заданными постоянными);

$s(t, x) \equiv s_2(t, x)$ - подлежащая определению насыщенность вытесняющей фазы, вязкости фаз μ_i считаются известными (постоянными);

$F(s)$ - функция Левретта.

В начальный момент задаётся начальное распределение насыщенности, на границе - постоянное граничное значение:

$$s(0, x) = s_0(x) \quad (t = 0, \quad x \geq 0), \quad s(t, 0) = s^0 \quad (x = 0, \quad t > 0), \quad (2)$$

$s_0(x)$ - монотонно убывающая функция или постоянная (в задаче о «распаде разрыва»);
 s^0 - постоянная.

Классическое решение задачи (1)-(2) подробно описано в [1; 2], поясняются особенности, почему при характерных условиях не существует непрерывных решений. Однако задача Баклея-Левверетта имеет ряд и других особенностей: неединственность решений в случае условий типа «распада разрыва» [3], неустойчивость решений с «плато» [4] – такие свойства требуют подтверждений, иллюстраций.

Получение решений задачи (1) – (2) и их визуализация реализованы в интерактивном программном приложении, отлаженном в системе компьютерной алгебры *Mathematica* на языке Wolfram Language ([5]).

Представительные иллюстрации, получаемые в приложении, приведены на рисунках 1, 2.

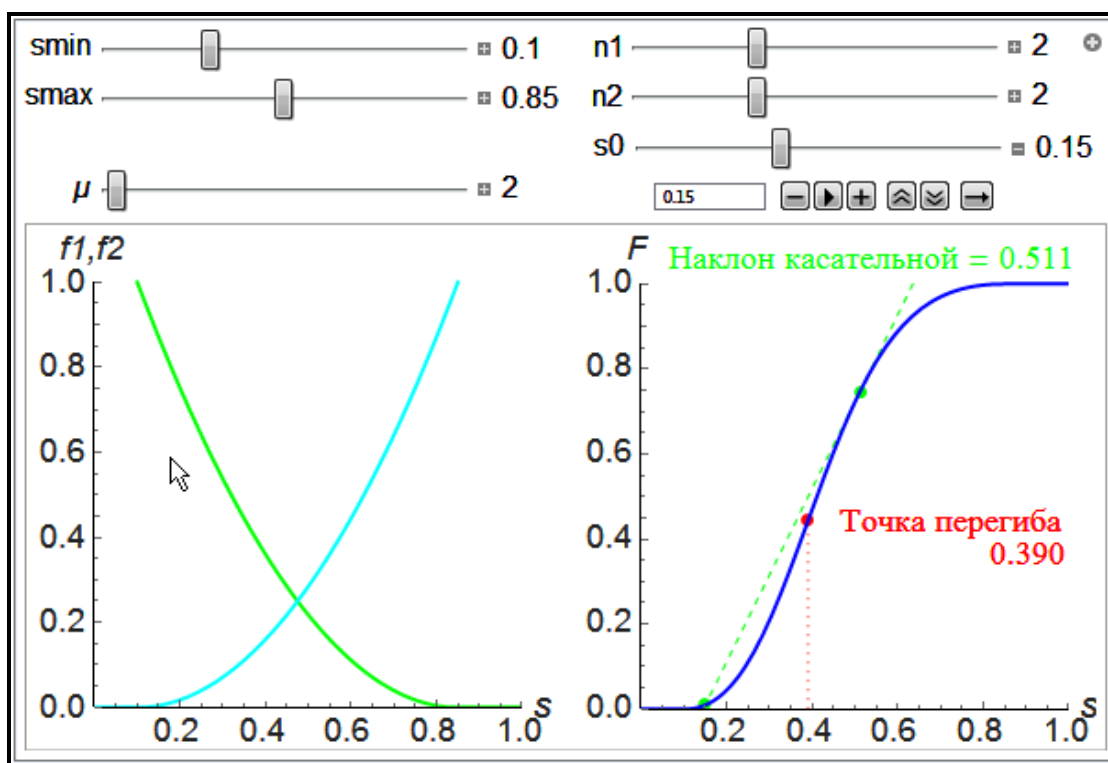


Рисунок 1. – Фрагмент панели управления и кадры с результатами

Панель управления (в верхней части), визуализация определяющих функций, точек, характеризующих составные части решений (особенности), иллюстрирует рисунок 1. На фрагменте слева рисунка 2 иллюстрируется эволюция профиля водонасыщенности, распределения даны в начальный и 3 последующих момента времени. Зафиксирован (решается соответствующее уравнение) момент образования разрыва $t=0.9148$, начиная с которого решение должно строиться как разрывное. На фрагменте справа показаны рассчитанные для двух моментов времени классическое (сплошные линии) и решение с «плато» (пунктирные линии).

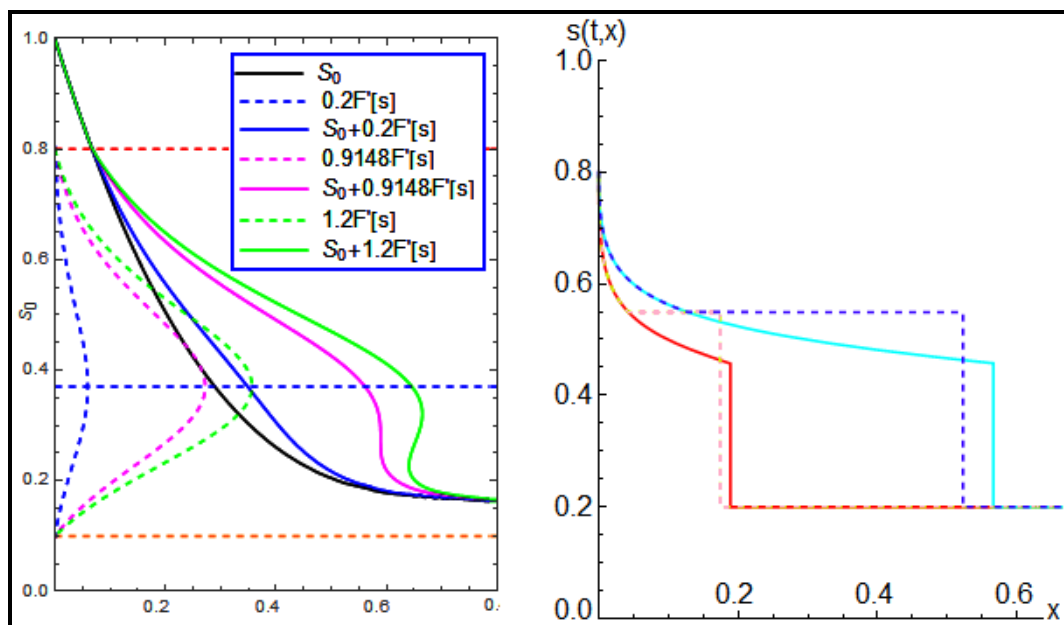


Рисунок 2. – Результаты двух типов решений

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт, Г.И. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
2. Коновалов, А.Н. Задачи фильтрации многофазной жидкости / А.Н. Коновалов. – Новосибирск, Наука, 1988. – 166 с.
3. Sheldon, J.W. One-dimensional, incompressible, non-capillary, two-phase fluid flow in a porous medium / J.W. Sheldon, B. Zondek, W.T. Cardwell. – SPE AIME. - Vol. 216 (1959). - P. 290-296.
4. Олейник, О.А. О единственности и устойчивости обобщенного решения задачи Коши для квазилинейного уравнения / О.А. Олейник // Успехи математических наук. - Т. 14, вып. 2(86). - 1959. - С. 165-170.
5. Таранчук, В.Б. Основы программирования на языке Wolfram : учеб. материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики спец. 1-31 03 04 «Информатика» / В.Б. Таранчук // – Минск, БГУ: 2015. – 49 с.

М.Г. КИСТЕНЕВА¹, А.С. АКРЕСТИНА¹, Е.С. ХУДЯКОВА¹, В.Г. ДЮ¹,
С.М. ШАНДАРОВ¹, С.В. СМЕРНОВ¹, Э.В. ПОЗДЕЕВА², Ю.Ф. КАРГИН³

¹ ТУСУР (г. Томск, Россия),

² ТПУ (г. Томск, Россия),

³ Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН (г. Москва, Россия)

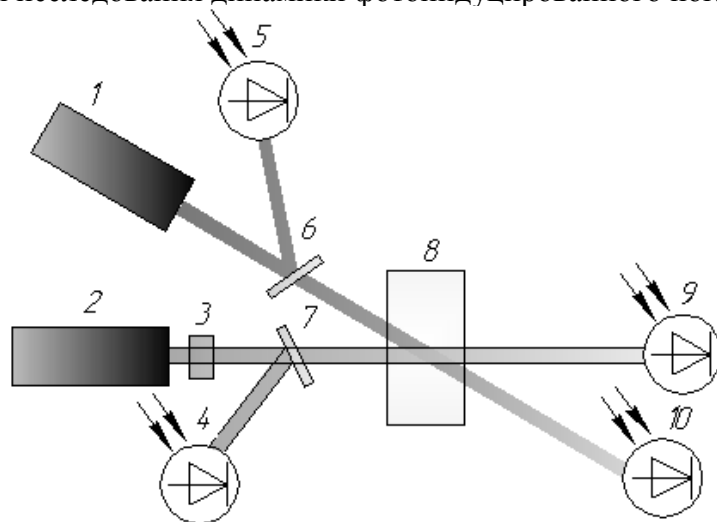
ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОИНДУЦИРОВАННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ СИЛЛЕНИТОВ

При подготовке бакалавров и магистров по направлениям «Электроника и нанoeлектроника» и «Фотоника и оптоинформатика», в процессе изучения дисциплин «Оптическая физика», «Оптическое материаловедение», «Материалы нелинейной оптики и динамической голографии», «Взаимодействие оптического излучения с веществом», «Основы фотоники», «Когерентная оптика и голография» продуктивным

является привлечение студентов к научным исследованиям в области фотоники, когерентной и нелинейной оптики, оптического материаловедения, которые позволяют им приобрести навыки по исследованию оптических свойств нелинейных и фоточувствительных кристаллов, используемых в устройствах нелинейной оптики и динамической голографии.

Фоторефрактивные кристаллы являются оптическими материалами, позволяющими наблюдать нелинейные эффекты при малых интенсивностях света. В них возможна запись объемных динамических голограмм, механизм формирования которых связан с фотоиндуцированным перераспределением зарядов по дефектным центрам и возникновением поля пространственного заряда, вызывающего изменение показателя преломления в соответствии с распределением интенсивности света. Фоторефрактивные кристаллы класса силленитов $Bi_{12}(Si, Ge, Ti)O_{20}$, обладающие естественной оптической активностью, в которых при облучении светом видимого диапазона наблюдаются также и эффекты фотоиндуцированного изменения оптического поглощения (фотохромный эффект), связанные со сложной энергетической структурой дефектных центров [1–3], являются хорошим модельным объектом для изучения разнообразных физических явлений, определяющих свойства формируемых в них объемных динамических голограмм.

Для исследования индуцированных светом эффектов в фоторефрактивных кристаллах используется лабораторный комплекс, состоящий из нескольких экспериментальных установок с компьютерным управлением и регистрацией данных, описанных в работах [4; 5]. Эти установки позволяют исследовать динамику фотоиндуцированного поглощения света, эффективность двухпучкового взаимодействия лазерного излучения при различных температурах, спектральные зависимости оптического поглощения в фоторефрактивных кристаллах, в том числе при влиянии на них внешних воздействий. В создании комплекса принимали активное участие бакалавры и магистры направлений подготовки «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и нанoeлектроника» при выполнении выпускных квалификационных работ и магистерских диссертаций. В качестве типичного примера на рисунке 1 представлена схема одной из экспериментальных установок комплекса, используемой для исследования динамики фотоиндуцированного поглощения света.



1 – полупроводниковый лазерный диод с длиной волны 650 нм; 2 – непрерывный Nd:YAG лазер с длиной волны 532 нм; 3 – коллиматор; 6, 7 – светоделительные пластины; 8 – образец; 4, 6, 9, 10 – фотодиоды ФД-24К

Рисунок 1. – Оптическая схема для наблюдения динамики фотоиндуцированных изменений

На рисунках 2а и 2б соответственно показаны результаты по исследованию динамики фотоиндуцированных изменений показателя поглощения в нелегированном кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, вызываемых на этих же длинах волн лазерным излучением с $\lambda_r = 655$ нм и интенсивностью $I_r = 120$ мВт/см² и с $\lambda_g = 532$ нм и $I_g = 200$ мВт/см².

Для интерпретации полученных результатов студентам необходимо привлечение знаний, полученных как при изучении общего курса, так и ряда специальных дисциплин. Комплексный характер проводимых исследований углубляет знания, полученные студентами в процессе их обучения на лекционных и практических занятиях, позволяет приобрести навыки по экспериментальному изучению различных свойств нелинейных фоторефрактивных кристаллов и получить представления о междисциплинарном характере исследуемых эффектов, что способствует формированию целого ряда компетенций, определяемых учебным планом и мотивирует к участию в результативной научно-исследовательской работе.

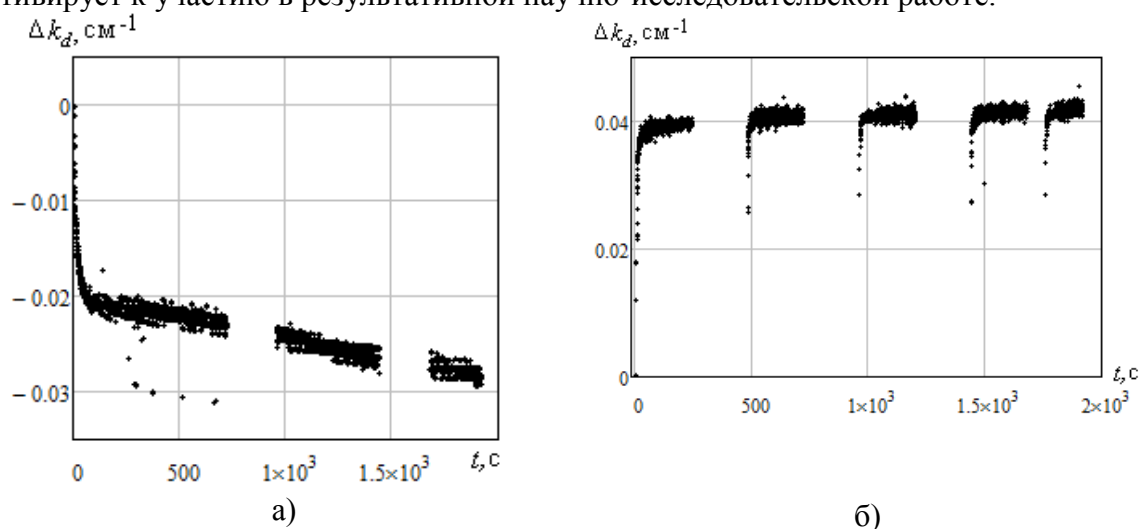


Рисунок 2. – Динамика изменения показателя поглощения света в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ на фиксированных длинах волн 650 нм (а) и 532 нм (б).

Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки РФ на 2015-2016 годы и НИР по проектной части госзадания № 3.878.2014/ИК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фотоиндуцированные явления в силленитах / В.К. Малиновский [и др.]. – Новосибирск: Наука, 1990. – 160 с.
2. Спектральные зависимости примесного оптического поглощения в кристаллах силленитов / М.Г. Кистенева [и др.] // Квантовая электроника. – 2015. – Т. 45. – № 7. – С. 685–690.
3. Photo- and thermoinduced changes of the optical absorption in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals / M.G. Kisteneva [et al.] // J. Holography Speckle. – 2009. – V. 5. – P. 280–285.
4. Shandarov, S.M. Temperature dependences of optical absorption and its light-induced changes in sillenite crystals / S.M. Shandarov [and other] // Proc. SPIE. – 2007. – V.6595. – P.124–131.
5. Шандаров, С.М. Исследование спектральных зависимостей оптического поглощения в нелинейных кристаллах в лабораторном физическом эксперименте / С.М. Шандаров [и др.] // Физическое образование в вузах. – 2011. – Т. 11, №1. – С. 68–74.

М. А. КНЯЗЕВ
БНТУ (г. Минск)

ДВУХСОЛИТОННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА ДЕ ФРИЗА В ИНФЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Инфляционная модель в настоящее время является одним из наиболее перспективных направлений изучения Вселенной на ранних стадиях её развития [1]. В этой модели принято считать, что на раннем этапе эволюции Вселенная обладала значительной энергией и находилась в неустойчивом вакуумоподобном состоянии. Под действием произвольных факторов такая Вселенная расширилась по экспоненциальному закону, после чего произошел распад вакуумоподобного состояния с последующим разогревом, а затем уже поведение Вселенной стандартной теории горячей Вселенной. Несмотря на очевидные успехи инфляционной модели, она имеет и нерешенные проблемы. В частности, не решена проблема определения первоначальной конфигурации скалярного инфляционного поля, которая с течением времени привела к современному распределению микроволнового излучения.

В этой связи представляет интерес поиск новых решений уравнения Фридмана, описывающего поведение Вселенной. Наряду с новыми решениями, которые можно найти, исходя из предположений физического характера, можно искать решения, используя математические свойства уравнений.

Одним из таких подходов является построение общего решения уравнения Фридмана с использованием уравнения Кортевега де Фриза (КдФ) и связи последнего с уравнением Риккати [2]. Известна связь между решением уравнения Фридмана и решением уравнения КдФ, описывающего одиночный солитон. Следующим после односолитонного решения в иерархии решений уравнения КдФ является двухсолитонное решение. Представляет интерес исследование взаимосвязи между двухсолитонным решением уравнения КдФ и решением уравнения Фридмана, в частности, как это можно использовать для вычисления параметров инфляционной модели.

В данной работе рассмотрена инфляционная модель, содержащая одно скалярное поле ϕ [3]. Плотность возмущения исследуем в наименьшем порядке для приближения медленного скатывания. Считаем, что скалярное поле изменяется монотонно со временем так, что производная по времени от него больше нуля. Уравнение Фридмана в такой модели имеет вид:

$$3H^2 - 2\dot{H}^2 = V(\phi), \quad \dot{\phi} = -2H', \quad (1)$$

где H - параметр Хаббла, $V(\phi)$ - инфляционный потенциал, точка обозначает дифференцирование по времени, а штрих – по инфляционному полю. Для определения плотности энергии использовано соотношение $\rho(\phi) = 3H^2$. В наименьшем порядке по параметрам скатывания спектральный индекс удовлетворяет нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$-(1-n_s)H^2 + H^{2n} + \frac{2}{H_0^2} H^2 \dot{H}^2 = 0, \quad (2)$$

где H_0 – произвольная константа, n_s – спектральный индекс. Данное уравнение представляет собой уравнение КдФ для функции H^2 .

Исследуем инфляционную модель, для которой возможно построение двухсолитонного решения уравнения (2). Согласно [4], рассмотрим двухсолитонное решение уравнения КдФ для времени, значительно отстоящего от момента взаимодействия его солитонных составляющих. И для времени, бесконечно удаленного в прошлое, и для времени, бесконечно удаленного в будущее, двухсолитонное решение можно представить в виде:

$$H = H_1 \left(\frac{\lambda_1 \sqrt{8\pi}}{2m_p} \phi \right) + H_2 \left(\frac{\lambda_2 \sqrt{8\pi}}{2m_p} \phi \right), \quad (3)$$

где $\lambda_i^2 = 1 - n_{s_i}$, $i=1, 2$, m_p – масса Планка.

Несмотря на то, что соотношение (3) описывает фактически невзаимодействующие компоненты, вследствие нелинейного характера задачи, в результате подстановки (3) в уравнение (2) получим систему нелинейных связанных уравнений вида:

$$-4\lambda_1^2 H_1' + H_1''' + \frac{3}{H_0} H_1 H_1' + \frac{3}{H_0} H_1 H_2' = 0, \quad (4)$$

$$-4\lambda_2^2 H_2' + H_2''' + \frac{3}{H_0} H_2 H_2' + \frac{3}{H_0} H_2 H_1' = 0. \quad (5)$$

Если ввести две новые функции y_1 и y_2 при помощи соотношений

$$H_1 = H_0 (\lambda_1^2 - a_1 y_1^2), \quad (6)$$

$$H_2 = H_0 (\lambda_2^2 - a_2 y_2^2), \quad (7)$$

где a_1 и a_2 - некоторые константы, то, подставив соотношения (6) и (7) в уравнения (4) и (5), последние можно преобразовать к виду

$$\frac{(y_1^2)'''}{(y_1^2)} - 3(y_1^2 + y_2^2) = \lambda_1^2 + 3\lambda_2^2,$$

$$\frac{(y_2^2)'''}{(y_2^2)} - 3(y_1^2 + y_2^2) = \lambda_2^2 + 3\lambda_1^2.$$

Полученные уравнения описывают в рассмотренном приближении взаимодействие между составляющими двухсолитонного решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Линде, А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология / А.Д. Линде. – М.: Наука, 1990. – 280 с.

2. Faraoni, V. Solving for dynamics of the universe // <http://xxx.lanl.gov> (arXiv:physics/9901006).

3. Lidsey, J.E. Cosmology and Korteweg-de Vries equation // <http://xxx.lanl.gov> (arXiv: astro-phys/1205.5641).

4. Князев, М.А. Инвариантное соотношение для составляющих двухсолитонного решения уравнения Кортевега де Фриза / М.А. Князев // Доклады НАН Беларуси. – 2015. – Т. 59, № 1. – С. 38–40.

Е.А.КУЗНЕЦОВА

ГУО «Козенская средняя школа Мозырского района» (д. Козенки, Беларусь)

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОТРАЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ С НЕЧЕТНЫМИ ОТНОШЕНИЯМИ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЙ

Отражающая функция – функция, связывающая прошлое состояние системы с её будущим состоянием в симметричный момент времени [1, с. 7] Понятие отражающей функции введено Владимиром Ивановичем Мироненко. Исследования с помощью отражающей функции позволяют получить новые результаты даже для уже хорошо изученных систем.

Ниже рассмотрим нечётность отношения координат решений системы по времени на примере конкретной заданной системы.

Для примера выясним, когда для системы вида

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + by; \\ \dot{y} = cx + dy, \end{cases} \quad (1)$$

отношение $\frac{x(t)}{y(t)}$ нечетно по времени. Для решения задачи будем использовать теорию отражающей функции.

Решение. Сначала из системы (1) выразим $\frac{x}{y}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{x}{y} \right) &= \frac{(ax + by)y - (cx + dy)x}{y^2} = \frac{(ax + by)y}{y^2} - \frac{(cx + dy)x}{y^2} = \frac{ax + by}{y} - \frac{(cx + dy)x}{y^2} = \\ a \frac{x}{y} + b - c \frac{x^2}{y^2} - d \frac{x}{y} &= b + (a - d) \frac{x}{y} - c \left(\frac{x}{y} \right)^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Для решения данной вначале задачи докажем следующую теорему для системы (1).

Теорема. Пусть $b, c, (a - d)$ – чётные. Тогда для любого решения $x(t), y(t)$, для которого $x(0) = 0$, функция $\frac{x(t)}{y(t)}$ – нечётная.

Доказательство. Сделаем замену $\frac{x(t)}{y(t)} = z(t)$, после которой равенство (2)

перепишется в виде $\frac{dz}{dt} = b + (a-d)z - cz^2$, где $b, c, (a-d)$ – чётные. Воспользуемся следствием леммы [1, с.13].

Пусть $a = a_n + a_q, d = d_n + d_q$. Из условия, что $(a-d)$ – чётные, следует то, что $a_n = d_n$. Систему (1) можно переписать так:

$$\begin{cases} \dot{x} = (a_n + a_q)x + by; \\ \dot{y} = cx + (d_n + d_q)y. \end{cases}$$

Сделаем замену $U = e^{-\int_0^t a_n d\tau} x$ и $V = e^{-\int_0^t d_n d\tau} y$. Тогда система примет вид:

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{d}{dt} \left(e^{-\int_0^t a_n d\tau} x \right) = -e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_n x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} \dot{x}; \\ \dot{V} = \frac{d}{dt} \left(e^{-\int_0^t d_n d\tau} y \right) = -e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_n y + e^{-\int_0^t d_n d\tau} \dot{y}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U} = -e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_n x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} ((a_q + a_n)x + by); \\ \dot{V} = -e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_n x + e^{-\int_0^t d_n d\tau} (cx + (d_q + d_n)y). \end{cases}$$

Раскрываем скобки

$$\begin{cases} \dot{U} = -e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_n x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_q x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_n x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} by; \\ \dot{V} = -e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_n y + e^{-\int_0^t d_n d\tau} cx + e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_n y + e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_q y. \end{cases}$$

После сокращения получаем

$$\begin{cases} \dot{U} = e^{-\int_0^t a_n d\tau} a_q x + e^{-\int_0^t a_n d\tau} by; \\ \dot{V} = e^{-\int_0^t d_n d\tau} cx + e^{-\int_0^t d_n d\tau} d_q y. \end{cases}$$

И так как $a_n = d_n$, имеем

$$\begin{cases} \dot{U} = a_q U + bV; \\ \dot{V} = cU + d_q V. \end{cases}$$

Следовательно, все $U(t), V(t)$ - нечётные и 2ω -периодичные, если $b, c, (a-d)$ - чётные и 2ω -периодичные.

Если $z(t)$ - нечётная функция, то $z(0) = 0$ и $\frac{dz}{dt}$ - чётная. Так как $b, c, (a-d)$ - чётные, то при нечётном $z(t)$ функция $b + (a-d)z - cz^2$ - чётная.

Таким образом, $\frac{dz}{dt} = b + (a - d)z - cz^2$ есть четная функция, для которой $z(0) = 0$, откуда следует нечетность $z(t)$.

Пусть $z(t) = \frac{x(t)}{y(t)}$. Так как $z(0) = 0$, то для всякого решения $x(t), y(t)$ системы (1), отличного от нулевого, $y(0) \neq 0$, в силу теоремы существования и единственности [2, с.79], $z(t)$ есть решение уравнения:

$$\dot{z}(t) = b(t) + (a(t) - d(t))z(t) - c(t)z^2(t). \quad (3)$$

В тождестве (3) заменим t на $-t$. Тогда получим $\dot{z}(-t) \equiv b(-t) + (a(-t) - d(-t))z(-t) - c(-t)z^2(-t) \equiv b(t) - (a(t) - d(t))z(-t) - c(-t)z^2(-t)$, откуда в силу того, что $\frac{dz(-t)}{dt} = \dot{z}(-t)$ следует, что $-z(-t)$ есть решение уравнения

$$\frac{d\bar{z}}{dt} = -b(t) + (a(t) - d(t))\bar{z} - c(t)\bar{z}^2 \quad (4)$$

Таким образом, две функции $z(t)$ и $-z(-t)$ являются решениями одного и того же дифференциального уравнения (4). Тогда, по теореме существования и единственности [2, с.79], их решения с одинаковыми начальными данными $z(0) = 0$ и $-z(-0) = 0$ должны совпадать. Откуда $z(t) \equiv -z(-t)$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мироненко, В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений / В.И. Мироненко. – Минск: изд. Университетское, 1986. – 76 с.

2. Виленкин, Н.Я. Дифференциальные уравнения / Н.Я. Виленкин. – М.: Просвещение, 1984. – 176 с.

О. В. МАТЫСИК, А. П. ХУДЯКОВ

БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

О ФОРМУЛАХ, ТОЧНЫХ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ, НО НЕ ЯВЛЯЮЩИХСЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМИ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Пусть X – множество квадратных матриц фиксированного размера, $P_{n+1}(A)$ – произвольный матричный многочлен, построенный по чебышевской системе функций $\varphi_0(A), \varphi_1(A), \dots, \varphi_{n+1}(A)$. Пусть также в узлах A_0, A_1, \dots, A_n из множества X известны значения многочлена $P_{n+1}(A)$, $A \in X$, и в одном из заданных или в новом узле A_j – значение $D_{n+1}(P_{n+1}; A_j)$ матрично-дифференциального оператора вида

$$D_{n+1}P_{n+1}(A) = (D - b_n(z)) \cdots (D - b_0(z))P_{n+1}(z)|_{z=A}, \quad D = \frac{d}{dz}, \quad (1)$$

где функции $b_0(z) = \frac{\varphi_0'(z)}{\varphi_0(z)}$, $b_k(z) = \frac{(D_k \varphi_k(z))'}{D_k \varphi_k(z)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) аналитические в интервале (a, b) , а функции $\varphi_0(z), \varphi_1(z), \dots, \varphi_n(z)$, $z \in \mathbb{C}$ образуют чебышевскую систему. При этом для функции вида $\Phi(A) = M_1 \Psi(A) M_2$, $A \in X$, где M_1 и M_2 – некоторые фиксированные матрицы из X , а $\Psi(z)$, $z \in \mathbb{C}$ – целая функция, значение оператора (1) вычисляется по формуле $D_{n+1} \Phi(A) = M_1 (D_{n+1} \Psi(A)) M_2$.

Далее используются процедуры некоммутативного анализа [1] при вычислении определителей матриц с матричными коэффициентами. При вычислении таких определителей следует учитывать порядок расположения матриц в матричных произведениях, определенный фейнмановскими номерами, указанными в виде индексов над соответствующими матричными элементами. Например, для матричных элементов $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ из множества X определители матриц второго порядка, в соответствии с фейнмановскими номерами, вычисляются по правилу

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ A_{11} & A_{12} \\ 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ A_{11} & A_{12} \\ 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = A_{11} A_{22} - A_{21} A_{12},$$

т.е. матричные элементы с большими фейнмановскими номерами должны располагаться в матричных произведениях левее матриц с меньшими фейнмановскими номерами. Очевидно, что при таком вычислении определителей матриц с матричными коэффициентами сохраняются следующие свойства определителя:

1. Если две строки (столбца) матрицы равны между собой, а также совпадают соответствующие наборы фейнмановских номеров, то определитель этой матрицы равен нулю.

2. Если в определителе переставить местами любые две строки или два столбца с одинаковыми наборами фейнмановских номеров, то определитель изменяет свой знак на противоположный.

Пусть $G_n = \begin{vmatrix} & n & & 0 \\ \varphi_0(A_0) & \cdots & \varphi_0(A_n) & \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ & n & & 0 \\ \varphi_n(A_0) & \cdots & \varphi_n(A_n) & \end{vmatrix}$. Будем предполагать, что матрицы G_n и

$D_{n+1}(\varphi_{n+1}; A_j)$ обратимы.

Теорема. Если матрицы B_0, B_1, \dots, B_{n+1} из X попарно коммутируют с матрицами A_1, \dots, A_n, A , то формула

$$\widehat{L}_{n+1}(A) = L_n(A) + \widetilde{\Omega}_{n+1}(A) [D_{n+1}(\varphi_{n+1}; A_j)]^{-1} D_{n+1}(P_{n+1}; A_j),$$

где

$$L_n(A) = -G_n^{-1} \cdot \begin{vmatrix} \overset{n+1}{\varphi_0(A_0)} & \cdots & \overset{1}{\varphi_0(A_n)} & \overset{0}{\varphi_0(A)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \overset{n+1}{\varphi_n(A_0)} & \cdots & \overset{1}{\varphi_n(A_n)} & \overset{0}{\varphi_n(A)} \\ \overset{n+1}{P_{n+1}(A_0)} & \cdots & \overset{1}{P_{n+1}(A_n)} & 0 \end{vmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{n+1}(A) = G_n^{-1} \cdot \begin{vmatrix} \overset{n+1}{\varphi_0(A_0)} & \cdots & \overset{1}{\varphi_0(A_n)} & \overset{0}{\varphi_0(A)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \overset{n+1}{\varphi_n(A_0)} & \cdots & \overset{1}{\varphi_n(A_n)} & \overset{0}{\varphi_n(A)} \\ \overset{n+1}{\varphi_{n+1}(A_0)} & \cdots & \overset{1}{\varphi_{n+1}(A_n)} & \overset{0}{\varphi_{n+1}(A)} \end{vmatrix},$$

точна для матричных многочленов вида

$$P_{n+1}(A) = \varphi_0(A)B_0 + \varphi_1(A)B_1 + \dots + \varphi_{n+1}(A)B_{n+1}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Назайкинский, В.Е. Методы некоммутативного анализа / В.Е. Назайкинский, Б.Ю. Стернин, В.Е. Шаталов. – М. : Техносфера, 2002. – 336 с.
2. Макаров, В.Л. Интерполирование операторов / В.Л. Макаров, В.В. Хлобыстов, Л.А. Янович. – Киев : Наукова думка, 2000. – 407 с.

К.Г. МИРОНЧИК, В.В. ТРИГУК

БрГУ имени А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

ХРАНЕНИЕ И ОТОБРАЖЕНИЕ ДРЕВОВИДНЫХ СТРУКТУР В ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯХ (НА ПРИМЕРЕ PHP-ФРЕЙМВОРКА LARAVEL)

В настоящее время при разработке веб-приложений чаще всего используется парадигма Model – View – Controller (MVC), позволяющая разделить код системы на три слабо связанных компонента:

- модель (model), отвечающую за управление данными и бизнес-логику;
- представление (view), отвечающее за пользовательский интерфейс;
- контроллер (controller), в задачи которого входит получение запроса от пользователя и его проверка, передача его в модель и отображение результатов с помощью представления.

В ряде фреймворков, разработанных на базе языка PHP, слой представления образован набором шаблонов веб-страниц. В популярном фреймворке Laravel реализован механизм шаблонов Blade, позволяющий свести к минимуму появление кода PHP в HTML-шаблонах. Вместо обычного кода в Blade, вводятся определенные команды препроцессора, такие как `@if`, `@else`, `@foreach` и др.

Такой подход весьма удобен для данных, организованных в виде списков или таблиц. Для их отображения можно обойтись минимумом кода в шаблонах. В то же

время, в веб-приложениях приходится хранить и древовидные структуры (например, список подразделений университета с учетом принадлежности одних подразделений к другим в системе управления курсовыми работами). Целью настоящей работы является разработка методов хранения и вывода древовидных структур в рамках веб-приложений, создаваемых с использованием языка PHP и фреймворка Laravel [1].

Для хранения в реляционной базе данных древовидных структур, содержащей однотипные элементы, достаточно одной таблицы. Рассмотрим вышесказанное на примере списка подразделений университета. В таблицу departments, кроме первичного ключа (id), нескольких содержательных полей (title, short_title, created_at, updated_at), необходимо добавить поле department_id, являющееся внешним ключом и ссылающееся на поле id этой же таблицы departments. Следует указать, что поле может быть пустым (иметь значение NULL) для корневых записей древовидной структуры (в нашем примере факультеты не входят в состав других подразделений и являются «корневыми» записями, в то время как кафедры могут «принадлежать» факультетам, лаборатории — кафедрам и т. д.).

Перебор элементов древовидных структур часто выполняется с использованием рекурсивных функций. Реализовать рекурсивную схему, используя механизм шаблонов Blade [2] и минимум кода, можно следующим образом. В модель Department (на базе класса Eloquent), отвечающую за управление подразделениями, нужно добавить метод, позволяющий получить список «корневых» элементов:

```
public static function root_entries()
{
    return Department::whereNull('department_id')->get();
}
```

а также метод, указывающий Eloquent, что, благодаря наличию поля department_id и внешнего ключа, для любого подразделения можно получить список всех «дочерних» элементов:

```
public function departments()
{
    return $this->hasMany('App\Department');
}
```

Контроллер, отвечающий за взаимодействие с пользователем, содержит метод, отображающий список подразделений. Для этого представлению department.index передается набор сведений о «корневых» подразделениях в переменной \$departments:

```
public function index()
{
    $departments=App\Department::root_entries();
    return view('department.index',['departments'=>$departments]);
}
```

Вызываемый контроллером шаблон department.index (располагаемый в файле resources/views/department/index.blade.php) содержит, кроме заголовка «Подразделения» и кнопки «Добавить», следующий код: @include('department.index-part'), который указывает механизму Blade прочитать и включить в состав генерируемой веб-страницы файл resources/views/department/index-part.blade.php, который также получает «в пользование» переменную \$departments (содержащую набор сведений о «корневых» подразделениях) и отображает их в виде таблицы:

```
<table class="table">
<tr>
<th>id</th>
<th>Название</th>
```

```

<th>Краткое название</th>
</tr>
@foreach ($departments as $department)
<tr>
<td>{{ $department->id }}</td>
<td>{{ $department->title }}</td>
<td>{{ $department->short_title }}</td>
@if (count($department->departments)>0)
<tr>
<td colspan=3>
@include('department.index-part',['departments' => $department->departments])
</td>
</tr>
@endif
@endforeach
</table>

```

Если для какого-то из отображаемых элементов будет обнаружено, что у него есть «дочерние» элементы (строка `@if (count($department->departments)>0)`), тогда для их отображения будет рекурсивно «вызван» этот же шаблон `index-part.blade.php`, однако в качестве данных для отображения будет передан не список корневых элементов, а список дочерних элементов для данного. В свою очередь, если у дочерних элементов также есть свои дочерние, для их отображения снова будет задействован шаблон `index-part.blade.php`.

Таким образом, для хранения древовидной структуры достаточно одной таблицы реляционной базы данных, содержащей первичный ключ и ссылку на саму себя через внешний ключ. С помощью стандартного в Laravel механизма Eloquent данную связь можно отразить в виде связей объектов. Для рекурсивного отображения элементов в представлении можно воспользоваться схемой, где, вместо вызова функции с параметрами осуществляется включение одного и того же шаблона Blade (сначала — со списком корневых элементов, затем для каждого элемента — со списком дочерних элементов).

ЛИТЕРАТУРА

1. Laravel – The PHP Framework For Web Artisans [Электронный ресурс] – Режим доступа <https://laravel.com/>. – Дата доступа: 07.02.2016.
2. Blade Templates / Laravel – The PHP Framework For Web Artisans [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://laravel.com/docs/5.2/blade>. – Дата доступа: 04.02.2016.

Г.Л. МУРАВЬЕВ, С.В. МУХОВ, В.И. ХВЕЩУК
 УО БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

ОБ ИСПОЛНИМОСТИ СПЕЦИФИКАЦИЙ ПРОЕКТОВ

При проектировании специализированного ПО, в том числе, с повышенными требованиями к надежности, срокам, стоимости проектных решений, широко используют высокоуровневые, поведенческие описания [1–3] и процедуры автогенерации проектных решений на их основе. При этом требуются верифицируемые спецификации, что обеспечивается и их исполнимостью [4, 5]. Например, в САПР аппаратуры, САПР ПО, в системах моделирования и т.д.

Исполнимость спецификаций предполагает формализованное построение языка спецификации и программной поддержки интерпретации описания или получения загрузочных кодов. Первый подход проще в реализации в ущерб эффективности, что не является критичным для ряда систем, например, систем обучения. Второй сложнее в реализации, что связано с организацией лексического, семантического разбора описаний и генерации исполнимого кода.

Здесь рассмотрено применение методов, связанных с модификацией указанных подходов путем отказа, как от прямой интерпретации спецификации проекта, так и классической генерации загрузочного кода [6].

Модификация интерпретационного подхода использует возможности существующих компиляторов и позволяет достичь относительной простоты построения системы. Метод основан на получении внутренних, промежуточных представлений исходных спецификаций с последующим построением исполнимого кода. Внутреннее представление может быть получено путем автоматической генерации в процессе преобразования, трансформации исходного описания по заранее известным правилам в адекватный в функциональном отношении текст на внутреннем языке.

В качестве средства внутреннего представления описания выбирается универсальный ЯВУ общего назначения с развитыми вычислительными средствами, библиотеками и эффективным транслятором. Это позволяет далее максимально использовать возможности стандартных сред программирования и компиляторов. В качестве формата внутреннего представления используется текст, сформированный, например, на базе теоремы о структурированности текстов программ и метода введения псевдопеременной. Это позволяет представить любой исходный текст в виде управляемой последовательности тактов выполнения. Правила получения подобных описаний достаточно просты, а сами описания удобны для организации выполнения, включая пошаговое, реализации отладочных операций. Интерпретируемое описание в соответствии с указанной теоремой упрощенно может быть представлено в терминах управляющей структуры типа “выбор” как набор шагов, где команды каждого варианта выбора – шага представляют группу операторов, выполняемых в одном такте, а текущее состояние исполнения и соответственно выбор группы исполняемых операторов определяется номером шага (такта) интерпретации.

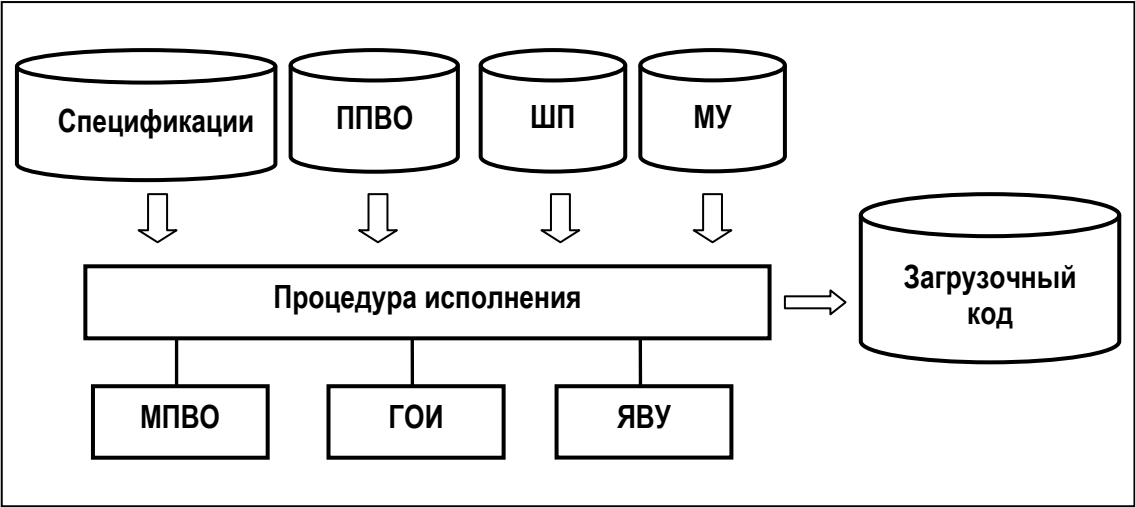


Рисунок 1. – Структура системы 1

Промежуточные описания в сборке с управляющим модулем, настроенным на соответствующее описание и реализующим потактовое выполнение, являются готовым продуктом для ЯВУ-трансляции и получения исполнимого кода. Для поддержки исполнимости нужны (рисунок 1):

- правила получения внутренних описаний (ППВО);
- модуль построения внутренних описаний, конвертор (МПВО);
- типовой транслятор ЯВУ;
- модуль управления потактовым исполнением (МУ),
- шаблон процедуры (ШП) и правила его настройки;
- генератор отладочной информации для поддержки процедур тестирования и отладки (ГОИ).

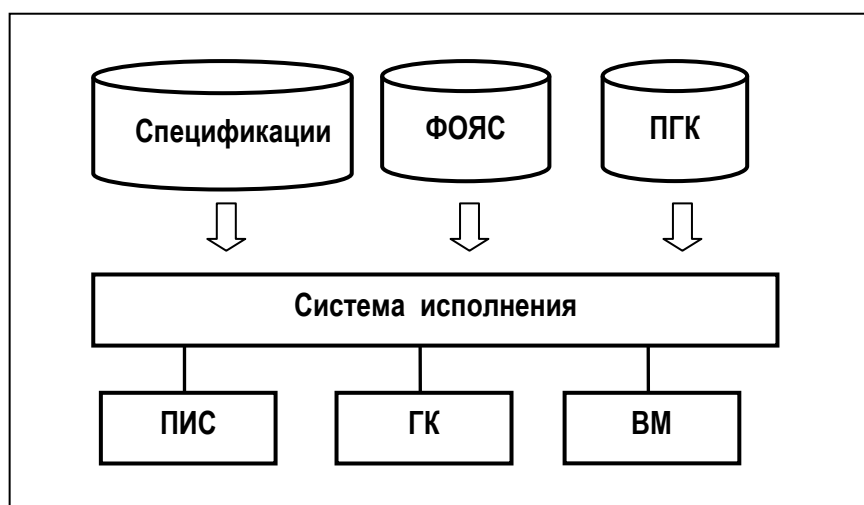


Рисунок 2 – Структура системы 2

Модификация компиляционного подхода базируется на принципах организации виртуальной машины (ВМ) и предполагает автоматическую генерацию промежуточного кода, интерпретируемого ВМ. Это упрощает реализацию системы, расширяет возможности диагностики и локализации ошибок и позволяет создавать полноценные и эффективные загрузочные коды. Промежуточное внутреннее представление спецификаций может быть получено путем проведения традиционных этапов их лексического, синтаксического и семантического анализа. В роли внутреннего представления результатов анализа используются структуры данных ЯВУ общего назначения, удобные для дальнейшей автоматической генерации функционально-адекватных описаний на внутреннем языке. В качестве формата внутреннего представления выбирается текст в терминах команд ВМ, что позволяет представить любой исходный текст в виде исполнимых команд. Здесь для поддержки исполнимости нужны (рисунок 2):

- формальное описание языка спецификаций (ФОЯС);
- правила генерации кодов ВМ (ПГК);
- препроцессор исходных спецификаций (ПИС);
- генератор кодов виртуальной машины (ГК);
- ВМ как “ядро” системы исполнения.

Примеры использования исполнимых спецификаций на базе модификации классических подходов приведены в [4; 5; 7; 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Маклаков, С.В. Создание информационных систем с AllFusion Modeling Suite / С.В. Маклаков. - М: ДИАЛОГ-МИФИ, 2005. - 432 с.
2. Лисков, Б. Использование абстракций и спецификаций при разработке программ / Б. Лисков, Дж. Гатэг. - М.: Мир, 1989. – 424 с.
3. Мяцяшек, Л.А. Анализ требований и проектирование систем. Разработка информационных систем с использованием UML / Л.А. Мяцяшек: пер. с англ. – М: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 432 с.
4. Муравьев, Г.Л. К разработке специализированного программного обеспечения / Г.Л. Муравьев, С.В. Мухов, В.И. Хвещук // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы 6-й Междунар. науч.-практ. конф., Мозырь, 2014. – С. 205–206.
5. Муравьев, Г.Л. Построение моделей по описаниям, согласованным с процессным способом моделирования / Г.Л. Муравьев, В.И. Хвещук // Современные информационные компьютерные технологии mcIT-2008: сб. научн. ст., Гродно: ГрГУ, 2008. – Ч. 2. – С. 235–238.
6. Пратт, Т. Языки программирования: разработка и реализация / Т. Пратт, М. Зелковиц. – СПб.: Питер, 2002.

К. Ю. ПИЛЯК, В. В. ШЕПЕЛЕВИЧ

МГПУ им. И. П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ПОДБОР УСКОРЯЮЩЕГО КОЭФФИЦИЕНТА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ОБЛАСТИ СВЕТОВОГО ПУЧКА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В исследованиях по теории распространения световых пучков в фоторефрактивных кристаллах (см., например, [1]), получено уравнение для определения переопределенного потенциала $\varphi(x, y)$ электрического поля, создаваемого световыми пучками в стационарном состоянии динамического процесса:

$$\nabla^2 \varphi + \nabla \ln(1 + I) \nabla \varphi = E_0 \frac{\partial}{\partial x} \ln(1 + I) + \frac{k_B T}{e} (\nabla^2 \ln(1 + I) + (\nabla \ln(1 + I))^2). \quad (1)$$

В случаях, когда значение E_0 напряженности внешнего электрического поля достаточно велико, последним слагаемым в (1) можно пренебречь. Тогда потенциал определяется по приближенной формуле

$$\nabla^2 \varphi + \frac{1}{1+I} \nabla(1+I) \cdot \nabla \varphi = E_0 \frac{1}{1+I} \frac{dI}{dx}. \quad (2)$$

После преобразований и введения обозначений

$$\alpha = \frac{1}{1+I} \frac{\partial I}{\partial x}, \quad \beta = \frac{1}{1+I} \frac{\partial I}{\partial y} \quad (3)$$

уравнение примет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \alpha E_0 = 0. \quad (4)$$

Переопределенный потенциал обращается в нуль на границах кристалла. Этот факт определяет граничные условия для уравнения (4).

Полученное уравнение относится к дифференциальным уравнениям с частными производными эллиптического типа. Для численного решения поставленной задачи используются различные методы, в частности, метод Зейделя и метод релаксации.

Основная идея метода Зейделя заключается в следующем: составляется сеточное уравнение для искомой функции. С учетом граничных условий вычисляется значение функции в каждой точке, при этом в сеточное уравнение подставляются уже найденные на текущей итерации значения функции в соседних точках. Это позволяет получить более точные результаты [2].

Сеточное уравнение для поставленной задачи имеет вид

$$\varphi_{ij}^{(k+1)} = \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha h}{8}\right) \varphi_{i+1,j}^{(k)} + \left(\frac{1}{4} - \frac{\alpha h}{8}\right) \varphi_{i-1,j}^{(k+1)} + \left(\frac{1}{4} + \frac{\beta h}{8}\right) \varphi_{i,j+1}^{(k)} + \left(\frac{1}{4} - \frac{\beta h}{8}\right) \varphi_{i,j-1}^{(k+1)} - \frac{h^2}{4} \alpha E_0, \quad (5)$$

где h – шаг разбиения сетки,

φ_{lm} – значение искомой функции в точке (x_l, y_m) ,

k – номер итерации.

После проведения вычисления значений функции φ методом Зейделя, нами исследована зависимость точности решения задачи от количества итераций. Так, при количестве итераций $k = 100$ решение далеко от точного. Увеличение количества итераций приближает значения функции к точным значениям. При $k = 600, k = 700, k = 1000$ кривые функции на двумерном графике практически совпадают, что свидетельствует о том, что полученные решения максимально приближены к точному решению (рисунок 1).

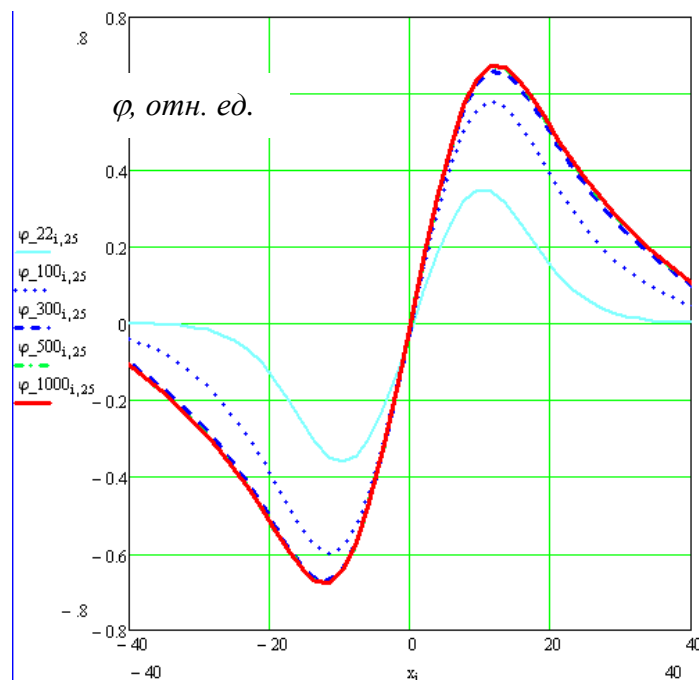


Рисунок 1. – Графики решений уравнения методом Зейделя при различном количестве итераций

Увеличение количества итераций приводит к увеличению точности полученного решения, однако снижает эффективность вычислений. Уменьшить количество итераций метода Зейделя можно введением в него параметра релаксации ω [2]. Расчетная формула в данном случае имеет вид

$$u_{ij}^{(k+1)} = u_{ij}^{(k)} + \omega(\widehat{u}_{ij}^{(k+1)} - u_{ij}^{(k)}), \quad (6)$$

где $\widehat{u}_{ij}^{(k+1)}$ – результат вычисления по формуле Зейделя. Коэффициент релаксации ω выбирался равным 0,7 для $k = 22$ и $k = 500$ и 1,5 – для $k = 100$.

При реализации метода релаксации при количестве итераций $k = 500$ графики функции $\varphi(x)$ данным методом практически совпадают с графиками, полученными методом Зейделя при количестве итераций $k = 1000$ (рисунок 2). Из рисунков 1 и 2 видно, что при одинаковом количестве шагов метод релаксации дает результаты, более близкие к истинному значению, чем метод Зейделя. Данный факт позволяет использовать метод релаксации в различных исследованиях для более эффективного решения уравнений с частными производными эллиптического типа.

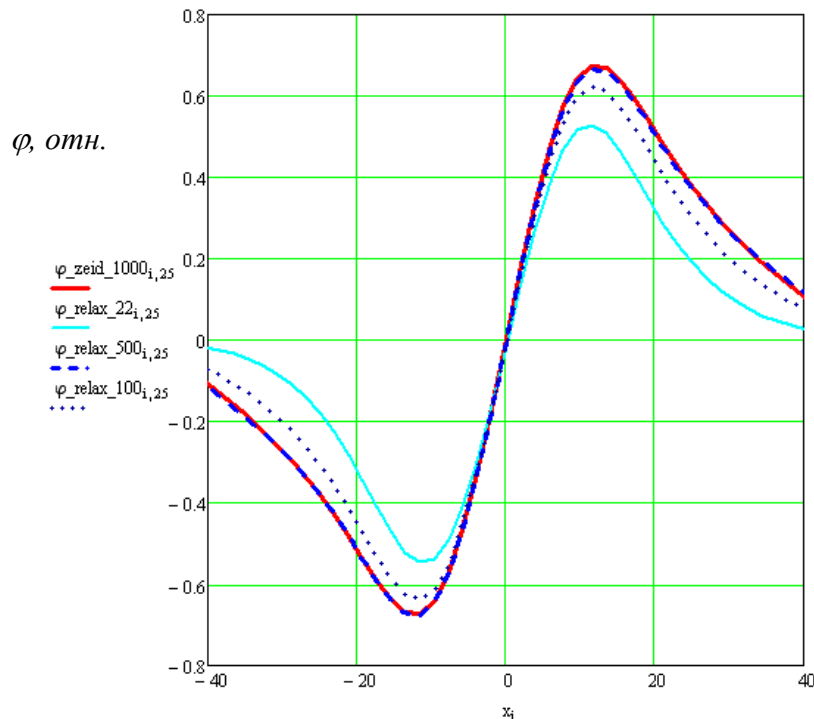


Рисунок 2. – Сравнение графиков решений методом Зейделя и методом релаксации

ЛИТЕРАТУРА

1. Interaction of two-dimensional spatial incoherent solitons in photorefractive medium / W.Krolikowski [и др.] // Appl. Phys. B. – 1999. – Vol. 68. – P. 975–982
2. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: учебник для вузов / В.М. Вержбицкий. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.

М. С. ПОПОВА

«МГЭИ им. А.Д. Сахарова» БГУ (г. Минск, Беларусь)

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОИСКОВЫХ СИСТЕМ

На сегодняшний день наиболее значительный объём информации составляет визуальная. Мощнейшими генераторами такой информации являются отечественные и зарубежные системы дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) [1]. Существенной проблемой является поиск информации, релевантной запросам, выполненным как в автоматическом, так и в автоматизированном режиме.

Различают одноязычные и многоязычные информационно-поисковые тезаурусы. Тенденция непрерывного роста объёма знаний сопряжена с ещё более интенсивным ростом количества информации. Что в свою очередь влечёт за собой рост ИПС. Поэтому используют ограничения ИПТ как в ширину, так и в глубину. Следовательно, возникает диаметрально противоположные тенденции в области построения поисковых систем, с одной стороны, и в области объективной тенденции развития научного знания, с другой стороны. Следствием будет рост информационного шума, т.е. рост совокупности выданных при информационном поиске нерелевантных документов. Что также может характеризоваться коэффициентом полноты – отношением числа найденных релевантных документов к общему числу релевантных документов имеющихся в информационном массиве. Большинство современных редакций требует авторов дополнять материалы разделом ключевые слова, которые в дальнейшем могут использоваться в АИПС в качестве релевантных дескрипторов, что не позволяет полностью справиться с информационным шумом. Оценка релевантности на стороне конечного пользователя АИПС также может быть весьма субъективной и зависит от квалификации пользователя, качества поисковых запросов. Для любой предметной области возможно создать практически бесконечное множество онтологий, и лишь их часть будет эффективной с точки зрения релевантности.

Итак, повышение релевантности ответов, выдаваемых АИПС, возможно за счёт: 1) увеличения размеров ИПТ за счёт роста в глубину и ширину; 2) повышения эффективности классификации информационных документов; 3) повышения качества поисковой стратегии. Для большинства действующих поисковых систем наиболее очевидным способом повышения коэффициента полноты (релевантности) является формирование эффективной поисковой стратегии, возможно, с частичным или полным применением внешних ИПТ. При этом возникает вопрос качественной и количественной оценки релевантности. Пусть в рамках некоторой АИПС задано несколько онтологий O_1, O_2, \dots, O_n для соответствующих областей знаний, обозначим эквивалент ИПТ в виде множества связанных мультиграфов $\{G_1(O_1), G_2(O_2), \dots, G_n(O_n)\}$, вершины графов есть термины, а рёбра определены парадигматическими отношениями.

Пусть объединение элементов множества $\{G_1(O_1), G_2(O_2), \dots, G_n(O_n)\}$ образует несвязный мультиграф $G(O) = \{G_1(O_1) \cup G_2(O_2) \cup \dots \cup G_n(O_n)\}$, где $O = O_1 \cup O_2 \cup \dots \cup O_n$. Каждый поисковый запрос, построенный с помощью объединения m – вершин (терминов) графа $G(O)$, с помощью логических операторов AND, OR, NOT образует терм $s(G(O))$. Обозначим множество термов поисковых запросов $s_1(G(O)), s_2(G(O)), \dots, s_k(G(O))$. Тогда оценкой релевантности ответа на поисковый запрос будет $a_j^i = F_i(s_j(G(O)))$, где F_i , в общем случае метод оценки релевантности, а в частном случае функция вычисления релевантности. Задача повышения эффективности

поисковых запросов сводится к выбору такого запроса $s_j(G(O))$, для которого оценка a_j^i , рассчитанная по выбранному методу F_i , будет максимальной:

$$\begin{cases} \{s_1(G(O)), s_2(G(O)), \dots, s_k(G(O))\} \\ a_j^i = F_i(s_j(G(O))) \rightarrow \max \end{cases} \quad (1)$$

Анализ существующих ИПТ, работающих в рамках АИПС, позволил выявить существенные недостатки. Так, например, в тезаурусе, ориентированном на ядерную энергетику и её всестороннюю поддержку не обнаружился термин *сталь*, что является существенным недостатком, т.к. отсутствует целая ветвь ИПТ, способствующая эффективному поиску. Применение различных видов сталей и сплавов в ядерной энергетике очень широко, например, в области строительства от железобетонных конструкций до котлов; конструкция водных атомных объектов (подводных лодок, ледоколов) полностью выполнена из стали. Включение термина «сталь» в поисковый запрос оказывает существенное влияние на результаты выдачи. При этом термин «сталь» не содержится в тезаурусе, число таких «белых пятен» в тезаурусе может быть достаточно велико, устранение и доработка тезауруса до тематической полноты позволит повысить эффективность и качество поиска. Оценку особенностей поиска возможно, произвести по следующим критериям: 1) влияние добавления новых связей во внешний ИПТ; 2) влияние добавления новых терминов во внешний ИПТ.

Оценку будем производить на примере системы INIS. Практически возможно вычислить точность как отношение числа релевантных к числу документов во всей выборке. Для оценки возможно использовать сравнение результатов выборки. Положим, что поисковая система INIS использует полнотекстовый поиск, причём все документы в выдаче релевантные, тогда возможно произвести сравнения количественной характеристики выдачи АИПС INIS на различные поисковые запросы.

Итак, было обнаружено, что тезаурус не содержит термин *руда*, – термин является обобщением множества видов руды, в том числе содержащей тяжёлые металлы, радиоактивные вещества, что безусловно связано с тематикой атомной промышленности. Следующие не обнаруженные термины: полезные ископаемые, грунт, плодородный слой грунта, почва.

Таблица 1. – Сравнение запросов

Поисковый запрос	Число документов в выдаче	Относительное число документов в выдаче
Фундамент	136	0,000389
Железобетон	43	0,000123
железобетон AND фундамент	7	0,00002
фундамент –железобетон	129	0,000369
железобетон –фундамент	36	0,000103

Выявлено, что термины железобетон и фундамент связаны в 7 документах, в тезаурусе INIS такой связи нет. Очевидно, что связка железобетон AND фундамент, оказывает существенное влияние на поиск.

Таблица 2. – Сравнение запросов

Поисковый запрос	Число документов в выдаче	Относительное число документов в выдаче
Руда	150	0,000429
Железо	1341	0,003831
руда AND железо	65	0,000186
железная руда	10	2,86E-05

Установлено, что результаты поиска при добавлении термина руда существенно меняются. В то же время применение запросов «руда AND железо» и «железная руда» даёт результаты, отличающиеся в 6,5 раз.

Таблица 3. – Сравнение запросов

Поисковый запрос	Число документов в выдаче	Относительное число документов в выдаче
<i>Почва</i>	642	0,0018
<i>плодородный слой грунта</i>	3	0,0000086
<i>плодородный слой грунта AND почва</i>	3	0,0000086

Выявлено, что, используя синонимы плодородный слой грунта и почва, получены принципиально различные результаты, отличающиеся более чем в 200(!) раз. Предварительный анализ показывает: существенное влияние на стратегию поиска оказывает добавление новых терминов и создание новых связей. Объективную численную оценку возможно получить только на основе накопления большого числа данных. Но сделанные частные предварительные оценки, позволяют заключить, что во всех рассмотренных примерах терминологическая мощь и связность тезауруса могут оказывать существенное влияние на эффективность поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Научный центр оперативного мониторинга Земли (НЦ ОМЗ) // <http://www.ntsomz.ru/>.

И.В. ПРИХАЧ

БНТУ (г. Минск, Беларусь)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПОРОГА БИНАРИЗАЦИИ

Одной из актуальных задач анализа и обработки изображений является предварительная его бинаризация. В работах [1–3] рассмотрены различные подходы к бинаризации изображений: с нижним порогом, неполная пороговая обработка, метод Оцу, метод Эйквила и др.

Порог определяется из анализа интенсивности цвета. Используя значение порога, создаётся бинарное изображение, где все пиксели ниже и выше порога заданной светлоты превращаются в ноль и единицу соответственно. Это приводит к уменьшению количества информации, содержащейся в изображении, что позволяет быстрее проводить анализ снимка, хотя эта процедура и сопряжена с потерей точности, что требует дополнительного контроля.

Заметим, что при данном подходе нет возможности определить отношения и связи между пикселями, поэтому в бинарное изображение могут как включаться и неинформативные шумовые пиксели, так и наоборот – исключаться необходимые, которые при неверно заданном пороге интенсивности будут восприниматься как фон. И чем более зашумленным является изображение либо изображением, содержащим в основном средние тона, тем больше проявляется данный эффект, а, следовательно, анализ становится менее точным.

Исходя из выше сказанного, выбору порога бинаризации необходимо уделять особое внимание. Одним из способов определения этого порога, позволяющего минимизировать потерю точности изображения, является метод Оцу[1]. В отличие от

бинаризации с верхним или нижним порогом, метод Оцу позволяет найти порог, используя оценку дисперсии изображения.

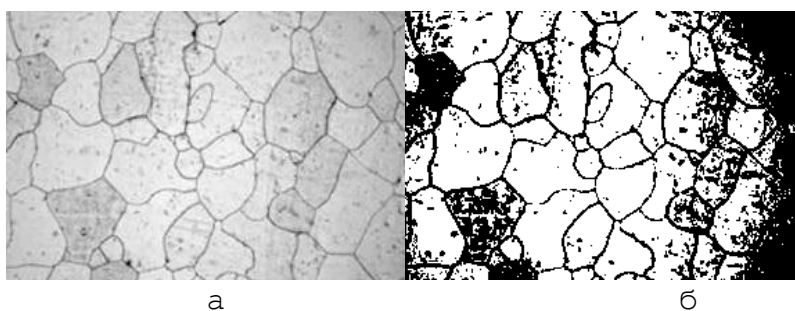
Пусть дано исходное изображение $G(i, j), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, k = 0$, а t – некоторое значение, которое будет использоваться в качестве порогового. Дисперсией класса считается величина $D = \sum_{i=1}^L (z_i - m)^2 p(z_i)$, где z_i – текущее значение интенсивности цвета пиксела, $p(z_i)$ – частота уровня интенсивности, $m = \sum_i^L z_i p(z_i)$ – математическое ожидание класса.

Для определения дисперсии необходимо следовать следующему алгоритму[2]: вычисляется гистограмма изображения, а также значения $\frac{n_i}{n}$ – частоты каждого уровня интенсивности изображения, вычисляется значение весов $w_1(0), w_2(0), \mu_1(0), \mu_2(0)$, где

$$w_1(t) = \frac{\sum_{i=0}^t p(i)}{\sum_{i=0}^{\max G} p(i)} = N(t) = \frac{n_t}{n}, \quad w_2(t) = 1 - w_1(t), \quad \mu_1(t) = \frac{\sum_{i=0}^t i \cdot p(i)}{w_1(t)}, \quad \mu_2(t) = 1 - \mu_1(t).$$

Затем для каждого значения столбца гистограммы I, II: обновляются значения w_1, w_2, μ_1, μ_2 , вычисляется максимальное значение оценки качества разделения изображения на две части $\sigma_g^2(t) = w_1(t)w_2(t) \cdot (\mu_1(t) - \mu_2(t))^2$ – межклассовая дисперсия. Если σ_g^2 больше, чем на предыдущем шаге алгоритма, то оно сохраняется как σ_g^2 и соответственно новое значение порога. Результатом будет то значение t , при котором $\sigma_g^2(t)$ будет наибольшим.

Рассмотрим результат применения данного подхода для снимка микроструктуры поверхности металла (рисунок 1). Обработка изображения осуществляется в системе Mathematica.



а – исходное изображение, б – бинаризованное с полученным порогом
Рисунок 1. – Снимок микроструктуры поверхности металла

Как видно из рисунка 1, применение пороговой бинаризации позволило получить контрастное изображение, используя которое можно приступить к определению контуров объектов, присутствующих на изображении. Однако метод Оцу не чувствителен к неравномерной яркости снимка, поэтому на правом крае (рисунок 1б) появляются погрешности при построении бинарного изображения, тёмные области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грузман, И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И.С. Грузман и [др.]. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
2. Гонсалес, Р.С. Цифровая обработка изображений / Р.С. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 194 с.
3. Otsu, N. A threshold selection method from gray-level histograms / N. Otsu // IEEE Trans. Sys., 1979. – P. 62–66.

П. А. ПРОКОПЕНЯ, А. П. ХУДЯКОВ

БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

ПРИМЕНЕНИЕ ПЛАГИНА WOOCOMMERCE ПРИ РАЗРАБОТКЕ ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНА НА ПЛАТФОРМЕ WORDPRESS

Плагин (англ. *plug-in*, от *plug in* «подключать») — независимо компилируемый программный модуль, динамически подключаемый к основной программе и предназначенный для расширения и/или использования её возможностей [1]. Как правило, плагины выполняются в виде библиотек общего пользования, при этом являясь зависимыми от других сервисов, отдельно не используются. Плагины зачастую функционируют в качестве дополнений к офисным приложениям, графическим редакторам, программам по обработке видео- и аудиоинформации. Также они активно используются программистами при создании веб-сайтов, позволяя значительно сэкономить время при добавлении той или иной опции, так как большинство необходимых компонентов уже имеются в сети, при этом находясь в свободном доступе для других разработчиков.

В настоящее время существует более 40 тысяч плагинов [2], позволяющих существенно расширить функциональность сайтов, построенных на платформе WordPress. Среди них имеется несколько десятков решений, отлично подходящих для ведения электронной коммерции. Одним из наиболее функциональных и распространённых плагинов в данной категории является расширение с открытым исходным кодом WooCommerce, появившееся в 2011 году. Около 29% современных интернет-магазинов и каталогов по всему миру используют компоненты данной библиотеки [3].

Установить библиотеку WooCommerce можно при условии наличия, по меньшей мере, одной веб-страницы на платформе WordPress. Для этого необходимо либо скачать архив [2] и распаковать его через FTP сервер в папку *wp-content/plugins*, либо же воспользоваться автоматической установкой из административной панели, для чего следует перейти в консоль WordPress и в разделе «Меню плагинов» нажать кнопку «Добавить новый», после чего в строке поиска ввести название необходимого плагина.

Основные преимущества библиотеки WooCommerce:

- возможность автоматически создавать страницы категорий товаров без необходимости правки исходного кода;
- добавление пункта «Корзина» в основное меню;
- возможность изменения размеров основных изображений и миниатюр товаров сразу на всех страницах в одно действие;
- встроенные инструменты для расчёта налогов и ставок;
- опции добавления различных типов оплаты при оформлении заказов (чек, безналичный расчёт, наложенный платёж и другие);

- автоматический расчёт стоимости доставки исходя из заданных продавцом условий (самовывоз, бесплатная, единая, международная, местная);
- автоматическое создание страниц оформления заказа, личного кабинета и корзины;
- функция оповещения продавца о наличии нового необработанного заказа и покупателя о смене статуса (заказ в обработке, выполнен либо отменён продавцом);
- почтовые шаблоны для автоматических рассылок;
- система отчётности с поддержкой трекинга Google Analytics.

Несмотря на то, что расширение отличается функциональностью и способностью решения широкого спектра задач, оно преимущественно ориентировано на англоязычного пользователя, что свойственно подавляющему большинству плагинов WordPress. Следовательно, имеются проблемы с системами приёма платежей и службами доставок. Поэтому, кроме основного плагина WooCommerce, имеется и ряд дополнений, созданных на его основе, целью которых является решение узкого круга задач. Так, плагин Saphali WC [4] решает проблему с отсутствием в настройках русского языка, добавляет опцию управления числом колонок в каталоге с товарами, позволяет настроить форму заказа и оформления товаров, а также добавляет некоторые национальные валюты в список доступных, среди которых имеется и белорусский рубль. Дополнительно к вышеперечисленным опциям добавляется возможность совершать оплату в режиме онлайн через интегрированные платёжные шлюзы и установить продавцом систему купонов и скидок с поддержкой дат и сроков действия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Плагин // Интернет-энциклопедия Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Плагин>. – Дата доступа: 04.02.2016.
2. WordPress Plugins [Электронный ресурс]. = Режим доступа: <https://ru.wordpress.org/plugins/>. – Дата доступа: 04.02.2016.
3. Statistics for websites using Ecommerce technologies [Электронный ресурс]. = Режим доступа: <http://trends.builtwith.com/shop>. = Дата доступа: 04.02.2016.
4. Saphali Woocommerce Russian // WordPress Plugins [Электронный ресурс]. = Режим доступа: <https://ru.wordpress.org/plugins/saphali-woo-commerce-lite/>. = Дата доступа: 04.02.2016.

В.К. ПЧЕЛЬНИК

ГрГУ им. Янки Купалы (г. Гродно, Беларусь)

К ВОПРОСУ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА LU-РАЗЛОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ В ПАКЕТЕ MS EXCEL

В курсе «Вычислительные методы алгебры» изучается алгоритм разложения квадратной матрицы $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ на $L = (l_{ij})_{i,j=1}^n$ и $U = (u_{ij})_{i,j=1}^n$ – соответственно нижнюю (левую) и верхнюю (правую) треугольные матрицы. Имеет место следующая теорема [1].

Теорема. Если все главные миноры квадратной матрицы A отличны от нуля, то существуют такие нижняя L и верхняя U треугольные матрицы, что $A = LU$.

Приведем один из вариантов реализации алгоритма LU-разложения квадратной неособенной матрицы в электронных таблицах MS EXCEL. Материал может быть полезен преподавателю для проверки лабораторных работ студентов.

Пусть исходная матрица A порядка 7 расположена в диапазоне C2:I8 (рисунок 1).

	C	D	E	F	G	H	I
1	1	2	3	4	5	6	7
2	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000
3	2,000000	16,000000	4,000000	1,000000	3,000000	-5,000000	2,000000
4	-1,000000	4,000000	11,000000	-3,000000	-1,000000	-2,000000	1,000000
5	-3,000000	-4,000000	3,000000	17,000000	-4,000000	-2,000000	-4,000000
6	-2,000000	0,000000	-5,000000	-2,000000	17,000000	-5,000000	-2,000000
7	-2,000000	-4,000000	1,000000	3,000000	-2,000000	19,000000	4,000000
8	-1,000000	1,000000	3,000000	4,000000	-4,000000	2,000000	12,000000

Рисунок 1. – Исходная матрица A порядка 7

В ячейках M2 и N2 фиксируем диагональный элемент матрицы A (формула 1) и число 1 соответственно (рисунок 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	M	N
1			1	2	3	4	5	6	7		r
2	1	1	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	15	1
3	2	0,133333	2,000000	16,000000	4,000000	1,000000	3,000000	-5,000000	2,000000		
4	3	-0,066667	-1,000000	4,000000	11,000000	-3,000000	-1,000000	-2,000000	1,000000		
5	4	-0,2	-3,000000	-4,000000	3,000000	17,000000	-4,000000	-2,000000	-4,000000		
6	5	-0,133333	-2,000000	0,000000	-5,000000	-2,000000	17,000000	-5,000000	-2,000000		
7	6	-0,133333	-2,000000	-4,000000	1,000000	3,000000	-2,000000	19,000000	4,000000		
8	7	-0,066667	-1,000000	1,000000	3,000000	4,000000	-4,000000	2,000000	12,000000		

Рисунок 2. – Фиксация диагональных элементов в ячейках M2 и N2

Первый столбец матрицы L формируем в соответствии с формулой (2) (рисунок 2). Формула вводится в ячейку B2 и распространяется на диапазон B3:B8.

$$=СМЕЩ(С2;N2-1;N2-1;1;1) \quad (1)$$

$$=ЕСЛИ(А2>=N2;СМЕЩ(С2;0;N2-1;1;1)/M2;0) \quad (2)$$

$$=ЕСЛИ($A2<=$N$2;С2;-СМЕЩ($C$2;$N$2-1;С$9-1;1;1)/M2*СМЕЩ(C2;$A2-1;$N$2-1;1;1)+СМЕЩ($C$2;$A2-1;С$9-1;1;1)) \quad (3)$$

$$=N2+1 \quad (4)$$

Элемент u_{11} матрицы U, расположенный в ячейке C10, вычисляется по формуле (3). Затем эта формула распространяется на диапазон C10:I16 (рисунок 3). В ячейку N10 копируется формула (4). Формула (1) копируется в ячейку M10. Из диапазона A9:N16 удаляются знаки абсолютных ссылок «\$». Указанный диапазон копируется и последовательно вставляется в ячейки A17, A25, A33, A41, A49 (рисунки 4–5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	M	N
1			1	2	3	4	5	6	7		r
2	1	1	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	15	1
3	2	0,133333	2,000000	16,000000	4,000000	1,000000	3,000000	-5,000000	2,000000		
4	3	-0,066667	-1,000000	4,000000	11,000000	-3,000000	-1,000000	-2,000000	1,000000		
5	4	-0,2	-3,000000	-4,000000	3,000000	17,000000	-4,000000	-2,000000	-4,000000		
6	5	-0,133333	-2,000000	0,000000	-5,000000	-2,000000	17,000000	-5,000000	-2,000000		
7	6	-0,133333	-2,000000	-4,000000	1,000000	3,000000	-2,000000	19,000000	4,000000		
8	7	-0,066667	-1,000000	1,000000	3,000000	4,000000	-4,000000	2,000000	12,000000		
9			1	2	3	4	5	6	7		
10	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	16,6666667	2
11	2	1	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
12	3	0,22	0,000000	3,666667	11,066667	-3,200000	-0,733333	-1,800000	0,933333		
13	4	-0,3	0,000000	-5,000000	3,200000	16,400000	-3,200000	-1,400000	-4,200000		
14	5	-0,04	0,000000	-0,666667	-4,866667	-2,400000	17,533333	-4,600000	-2,133333		
15	6	-0,28	0,000000	-4,866667	1,133333	2,600000	-1,466667	19,400000	3,866667		
16	7	0,04	0,000000	0,666667	3,066667	3,800000	-3,733333	2,200000	11,933333		

Рисунок 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	M	N
17			1	2	3	4	5	6	7		
18	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	10,216000	3
19	2	0	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
20	3	1	0,000000	0,000000	10,216000	-3,508000	-1,276000	-0,612000	0,464000		
21	4	0,426782	0,000000	0,000000	4,360000	16,820000	-2,460000	-3,020000	-3,560000		
22	5	-0,46124	0,000000	0,000000	-4,712000	-2,344000	17,632000	-4,816000	-2,048000		
23	6	0,216915	0,000000	0,000000	2,216000	2,992000	-0,776000	17,888000	4,464000		
24	7	0,285043	0,000000	0,000000	2,912000	3,744000	-3,832000	2,416000	11,848000		
25			1	2	3	4	5	6	7		
26	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	18,31715	4
27	2	0	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
28	3	0	0,000000	0,000000	10,216000	-3,508000	-1,276000	-0,612000	0,464000		
29	4	1	0,000000	0,000000	0,000000	18,317150	-1,915427	-2,758810	-3,758027		
30	5	-0,2163	0,000000	0,000000	0,000000	-3,962020	17,043461	-5,098277	-1,833988		
31	6	0,204886	0,000000	0,000000	0,000000	3,752937	-0,499217	18,020752	4,363352		
32	7	0,258988	0,000000	0,000000	0,000000	4,743931	-3,468285	2,590446	11,715740		
33			1	2	3	4	5	6	7		
34	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	16,629152	5
35	2	0	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
36	3	0	0,000000	0,000000	10,216000	-3,508000	-1,276000	-0,612000	0,464000		
37	4	0	0,000000	0,000000	0,000000	18,317150	-1,915427	-2,758810	-3,758027		
38	5	1	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	16,629152	-5,695011	-2,646851		
39	6	-0,00642	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	-0,106772	18,585995	5,133321		
40	7	-0,17874	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	-2,972212	3,304948	12,689026		

Рисунок 4

41			1	2	3	4	5	6	7		
42	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	18,549428	6
43	2	0	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
44	3	0	0,000000	0,000000	10,216000	-3,508000	-1,276000	-0,612000	0,464000		
45	4	0	0,000000	0,000000	0,000000	18,317150	-1,915427	-2,758810	-3,758027		
46	5	0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	16,629152	-5,695011	-2,646851		
47	6	1	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	18,549428	5,116326		
48	7	0,123295	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	2,287049	12,215941		
49			1	2	3	4	5	6	7		
50	1	0	15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000	11,5851242	7
51	2	0	0,000000	16,666667	3,866667	1,400000	2,466667	-5,400000	2,133333		
52	3	0	0,000000	0,000000	10,216000	-3,508000	-1,276000	-0,612000	0,464000		
53	4	0	0,000000	0,000000	0,000000	18,317150	-1,915427	-2,758810	-3,758027		
54	5	0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	16,629152	-5,695011	-2,646851		
55	6	0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	18,549428	5,116326		
56	7	1	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	11,585124		

Рисунок 5

Матрица U получена в диапазоне C50:I56 (рисунок 5). Для вывода матрицы L формула (5) вводится в ячейку C58 и распространяется на оставшуюся часть диапазона C58:I64 (рисунок 6).

$$=СМЕЦ(\$B\$1;8*(C\$57-1)+\$A58;0;1;1) \quad (5)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
58	1		1	0	0	0	0	0	0
59	2		0,13333333	1	0	0	0	0	0
60	3		-0,06666667	0,22	1	0	0	0	0
61	4		-0,2	-0,3	0,426782	1	0	0	0
62	5		-0,13333333	-0,04	-0,461237	-0,2163011	1	0	0
63	6		-0,13333333	-0,28	0,216915	0,20488649	-0,0064208	1	0
64	7		-0,06666667	0,04	0,285043	0,2589885	-0,178735	0,123295	1
70						проверка			
71			15,000000	-5,000000	1,000000	-3,000000	4,000000	3,000000	-1,000000
72			2,000000	16,000000	4,000000	1,000000	3,000000	-5,000000	2,000000
73			-1,000000	4,000000	11,000000	-3,000000	-1,000000	-2,000000	1,000000
74			-3,000000	-4,000000	3,000000	17,000000	-4,000000	-2,000000	-4,000000
75			-2,000000	0,000000	-5,000000	-2,000000	17,000000	-5,000000	-2,000000
76			-2,000000	-4,000000	1,000000	3,000000	-2,000000	19,000000	4,000000
77			-1,000000	1,000000	3,000000	4,000000	-4,000000	2,000000	12,000000

Рисунок 6

Проверка правильности разложения произведена в диапазоне C71:I77 путем ввода в указанный диапазон формулы (6).

$$\{=МУМНОЖ(C58:I64;C50:I56)\} \quad (6)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Вержбицкий, В.М. Вычислительная линейная алгебра / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2009. – 351 с.

В.С. САВЕНКО, А.Г. СИЛИВОНЕЦ, С.А. ЕРМОКОВЕЦ

МГПУ ИМ. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ВЛИЯНИЕ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ ФАКТОРОВ ПРИ ЭЛЕКТРО- ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МАГНИЯ

В работе представлены результаты исследования влияния импульсного тока на реализацию электропластической деформации. В качестве материала был выбран магний, он широко используется в современной технике благодаря низкой плотности, что позволяет существенно снизить вес изделий и конструкций. Магний широко применяется в авиационной и автомобильной промышленности.

В статье приведены расчеты пондеромоторных факторов собственного магнитного поля и электрического поля внутри проводника при реализации многоходовой электропластической прокатки магния.

Введение. Существует ряд факторов вторичного силового действия импульсного тока, которые влияют на пластическую деформацию металла, находящегося под механическим напряжением выше предела текучести. Таких, как пинч-эффект, возникающий под влиянием собственного магнитного поля тока и поляризации электронной подсистемы металла с созданием поперечного электрического поля Холла, препятствующего дальнейшему сжатию электронной плазмы.

Скин-эффект – реализует уменьшение амплитуды электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды. При протекании переменного тока

высокой частоты по проводнику создающего неравномерное распределение по сечению плотности тока с уменьшением в приосевых областях и увеличением вблизи поверхности проводника. И связанный со скоростью диффузии магнитного поля в металл и наличием характерного времени $\tau_{\text{п}}$ проникновения магнитного поля в проводник с током [1].

Следует отметить, что во время электропластической деформации, кроме вторичных пинч- и скин-эффектов при пропускании импульса электрического тока, наблюдается термическое разупрочнение решетки, расчет параметров которого для рассматриваемых длительностей импульсов тока ($10^{-4} - 10^{-5}$ с) является несущественным.

Пинч- и скин-эффекты. Электропластическая деформация реализованная многоходовой прокаткой магния (35 переходов) при пропускании через металл импульсов тока плотностью 10^3 А/мм², длительностью и частотой следования импульсов 10^{-4} с и 600 – 800 Гц. Конечные геометрические параметры после 35 переходов: толщина – 1мм, ширина – 4мм.

На поверхности образца собственное магнитное поле принимает максимальное значение (рисунок 1а):

$$H_m = 0,2 \frac{I_a}{r} = 400(\text{Э}), \quad (1)$$

где I_a – амплитудное значение силы тока в проводнике, тогда:

$$I_a = jS, \quad (2)$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Механическое давление на поверхности образца, за сжатие электронной плазмы равно (рисунок 1б):

$$P = \mu \frac{H_m^2}{8\pi} = 0,0789(\text{Па}), \quad (3)$$

где P – механическое давление (Па),

μ – магнитная проницаемость для магния – $1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$.

Максимальная осевая сила F_z от пинч-эффекта равна:

$$F_z = 2\nu PS = 0,171(\text{Н}), \quad (4)$$

где F_z – максимальная осевая сила,

ν – коэффициент Пуассона равный 0,27,

P – механическое давление, S – площадь сечения образца.

Особую роль в явлении электропластичности играет материал образца и его проводимость, скорость диффузии магнитного поля в образце, от которых соответственно зависит величина пинч-эффекта. Величина пинч-эффекта также зависит и от круговой частоты, которая составила 600 – 800 Гц. Добротность Q должна быть небольшой, например при $R \leq 0,1 \text{ Ом}$, $L \cong 10^{-7} \text{ Гн}$ и $C \cong 10^{-3} \text{ Ф}$ составляет величину $Q \leq 0,1$ [3, 4], а длительность импульса минимальна, и составила $\tau = 10^{-4}$ с.

Толщина скин-слоя для образца магния определена (5):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}, \quad (5)$$

где δ – толщина скин-слоя, μ – магнитная проницаемость магния,

σ – удельная проводимость магния, ω – частота следования импульсов.

Тогда толщина скин-слоя при 600 Гц: $\delta = 0,01081(\text{мм})$.

Толщина скин-слоя при 800 Гц: $\delta = 0,00936(\text{мм})$.

Очевидно, что при достаточно большой частоте ω толщина скин-слоя может быть очень малой (рисунок 2).

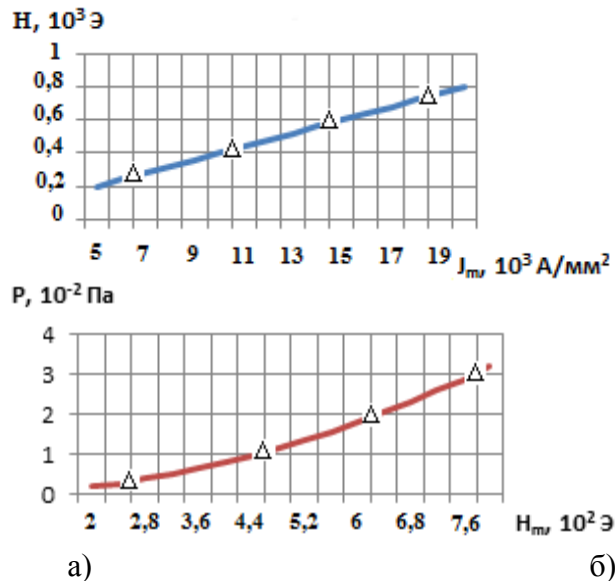


Рисунок 1 – а) изменение собственного магнитного поля тока H на поверхности магния при различных значениях плотности тока J_m ; б) изменение механического давления P на поверхности магния при различных значениях собственного магнитного поля тока H

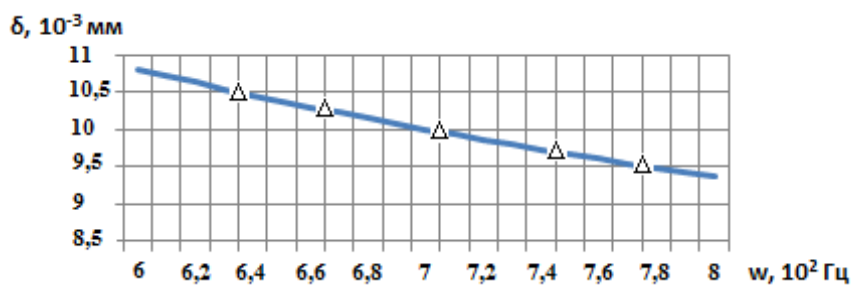


Рисунок 2 – Изменение величины скин-слоя δ от круговой частоты ω

ВЫВОД. Для достижения максимума пинч-эффекта необходимо выбрать такую частоту импульса тока, чтобы магнитное поле не успевало существенно проникать через поверхность образца. При деформации образца за счет пинч-эффекта магнитное поле диффундирует и кристалл, при этом скорость диффузии зависит как от проводимости металла, так и от частоты тока. При одной и той же геометрии образцов пинч-эффект выражен сильнее на том материала, который обладает высокой электропроводностью.

Таким образом, импульсный ток, помимо электронно-пластического действия, оказывает и пондеромоторное действие на деформируемый материал (сжатие образца собственным магнитным полем и возбуждением упругих колебаний с частотой следования импульсного тока) [1; 2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенко, В.С. Механическое двойникование и электропластичность металлов в условиях внешних энергетических воздействий / В.С. Савенко // Монография. Изд.. 2-е доп. и перераб. – Минск: БГАФК – 2003. – С. 203.
2. Рошупкин, А.М. О влиянии электрического тока и магнитного поля на взаимодействие дислокаций с точечными дефектами в металлах / А.М. Рошупкин, И.Л. Батаронов // Физика твердого тела. – 1988. – т/30. – №11. – С. 3311.
3. Баранов, Ю.В. Физические основы электроимпульсной и электропластической обработок и новые материалы / Ю.В. Баранов [и др.] – М.: МГИУ, 2001. – 844 с.
4. Троицкий, О.А. Фундаментальные и прикладные исследования электропластической деформации металлов / О.А. Троицкий, В.С. Савенко. – Минск: ИВЦ Минфина, 2013. – 375 с.

В.С. САВЕНКО, А.Г. СИЛИВОНЕЦ, С.А. ЕРМОКОВЕЦ
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ТОКА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПРОКАТКИ МАГНИЯ

Технология электропластической прокатки позволяет уменьшать или устранять определенные недостатки, которые возникают при нежелательных структурно-фазовых превращениях (при холодной обработке металла давлением), так при обработке металлов после переходов проводят дорогостоящие и энергоемкие операции промежуточных отжигов [1]. Для реализации электропластической прокатки можно использовать как постоянный, так и импульсный ток. При пропускании импульсного тока через металл решается проблема нагрева. В качестве исследуемого металла выбран магний, который, как и его сплавы, широко используется в современной технике, благодаря низкой плотности, что позволяет существенно снижать вес изделий используемых в ракетостроении, авиационной и автомобильной промышленности.

В работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования влияния импульсного тока плотностью 10^3 А/мм^2 длительностью 10^{-4} с и частотой 600 – 800 Гц для электропластической многоходовой прокатки магния (35 переходов) с конечными геометрическими параметрами: толщина – 1мм, ширина – 4мм. Скорость движения заготовки во время электропластической прокатки составила $V_d = 0,5 \text{ м/с}$.

Определим протяженность участка заготовки между валками Δl :

$$F = k \frac{V_d}{\Delta l}, \quad (1)$$

где k – коэффициент порядка 2, имеющий смысл числа импульсов приходящихся на каждый участок заготовки Δl между валками;

F – частота следования импульсов.

$$\Delta l = \frac{kV_d}{F} = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}. \quad (2)$$

Скважность импульсного процесса составит:

$$Q = \frac{1}{F\tau} = 12.5 \quad (3)$$

Средний ток, который проходит по движущейся полосе во время электропластической прокатки, равен:

$$J_{\text{ср}} = J_m \frac{1}{Q} = 80(\text{A}), \quad (4)$$

что значительно меньше, чем на постоянном токе.

Оценим сопутствующий электропластическую прокатку тепловой эффект при использовании импульсного тока [2]. Для начала определим эффективные значения силы последовательности импульсов тока, исходя из условия (5):

$$W = k_3 \int_0^{\tau_n} J^2(t) dt = k_3 J_{\text{эф}}^2 T_n, \quad (5)$$

где k_3 – коэффициент, равный активному сопротивлению рабочей зоны и принимает значения 10 Ом;

T_n – период повторения импульсов.

Средняя эффективная сила тока $J_{\text{эф}}$ ответственная за сопутствующий тепловой эффект:

$$J_{\text{эф}} = J_m \sqrt{\frac{\tau_n}{T_n}} = \frac{J_m}{\sqrt{Q}} = 282.8(\text{A}), \quad (6)$$

что больше, чем средний ток, который проходит по движущейся полосе во время электропластической прокатки.

Тепловой эффект $W_{\text{п.т.}}$ пропорционален $J_{\text{эф}}^2$:

$$W_{\text{п.т.}} = k_3 J^2 t, \quad (7)$$

где t – время нахождения каждого участка движущейся заготовки между контактами.

Оценим t время пребывания каждого участка заготовки в рабочей зоне электропластической прокатки:

$$t = \frac{l}{v_d} = \frac{0.20}{0.5} = 0.6(\text{с}), \quad (8)$$

где l – расстояние между контактами, равное 20 см.

Период повторения импульсов T_n при $F=800\text{Гц}$ равен $1,25 \cdot 10^{-3}\text{с}$. Тогда из $J_{\text{эф}}^2 T_n = J \tau_n$ следует, что $J=99,97 \text{ А/мм}^2$, подставляя его в (7), определим тепловой эффект для импульсного тока электропластической прокатки магния:

$$W_{\text{п.т.}} = k_3 J^2 t = 6 \cdot 10^4 (\text{Дж}). \quad (9)$$

Определим влияние скорости прокатки на параметры электропластической прокатки. Так уменьшение скорости движения заготовки приведет к увеличению времени пребывания каждого участка заготовки в рабочей зоне электропластической прокатки. При этом частота следования импульсного тока также уменьшится, в соответствии с (1). Следовательно, уменьшение скорости движения заготовки не скажется существенным образом на соотношении теплового действия импульсного тока [2].

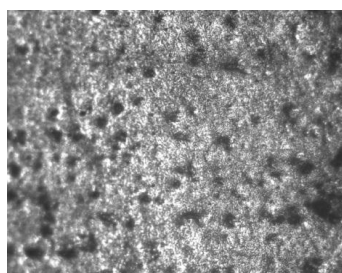
Уменьшение V_d оказывает положительное влияние на электропластическую прокатку, так как скорость дрейфа электронов $U_{\text{др}} = \frac{J_m}{en}$ в условии сохранения амплитудных значений J_m и будет превышать скорость пластической деформации

металла V_d в рабочей зоне электропластической прокатки, при этом будет выполняться необходимое для реализации электропластического эффекта условие $\vec{U}_{др} > \vec{V}_d$.

В условиях резкого десятикратного сокращения времени (пребывания каждого участка между валками) электропластическое действие тока будет реализовываться только в приповерхностном слое образца:

$$h_{min} = U_{др} t = 0.5 \cdot 10^{-4} = 0.05(\text{мм}). \quad (10)$$

Таким образом, электропластический эффект ограничен по скоростям прокатки – не более 0,5 м/с. Так, технологию электропластической прокатки целесообразно осуществлять при низких и средних скоростях прокатки, либо высокоскоростную, но на очень тонких заготовках [3].



а)



б)

Рисунок – Структура образца магния после электропластической прокатки (35 прокаток) без тока (а) и с током (б) при десятикратном увеличении

Вывод. Результатом пропускания импульсного тока 10^3А/мм^2 через образец магния во время электропластической прокатки является появление большого числа равномерно распределенных мелких флуктуаций. Линии имеют более правильную форму (рисунок а), чем у образца после обычной прокатки, где идет искажение относительно более редкими флуктуациями (рисунок б). При электропластической прокатке направление тока совпадало с направлением сжимающих напряжений, предположительно, должна ожидать интенсификация деформации сжатием под действием электронно-пластического эффекта и, как следствие, текстура прокатки более совершенна за счет облегчения действия кристаллографических механизмов пластической деформации. Однако наблюдается противоречивая картина, которая заключается в задержке текстурообразования, вследствие торможения кристаллографического скольжения. В данном случае прокатки кристаллические блоки перемещаются друг относительно друга по зернограничным прослойкам, которые лежат в области прокатки. Исходная текстура при этом не совершенствуется, но и не ослабляется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов, Ю.В. Физические основы электроимпульсной и электропластической обработок и новые материалы / Ю.В. Баранов [и др.]. – М.: МГИУ, 2001. – 844 с.
2. Савенко, В.С. Фундаментальные и прикладные исследования электропластической деформации металлов / В.С. Савенко, О.А. Троицкий – Минск: ИВЦ Минфина, 2013. – 375 с.
3. Савенко, В.С. Электропластическая правка и прокатка стали. / В.С. Савенко и др. – Известия АНБ, сер. физ. – техн. наук. – 1994. – №1. – С.4

Н.А. САВАСТЕНКО¹, И.И. ФИЛАТОВА²

¹МГЭИ им. А.Д. Сахарова БГУ (г. Минск, Беларусь),

²Институт физики НАН Беларуси (г. Минск, Беларусь)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ ФОТОКАТАЛИЗАТОРОВ НА ОСНОВЕ ОКСИДА ЦИНКА (ZnO) МЕТОДАМИ ФОТОЛЮМИНИСЦЕНТНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ И ФОТОМЕТРИИ

Загрязнение окружающей среды содержащимися в сточных водах органическими веществами является серьезной проблемой в настоящее время и будет являться проблемой в ближайшем будущем. Одним из перспективных способов очистки воды от органических красителей является фотокатализ [1]. Метод основан на использовании физико-химических процессов в полупроводниках под воздействием света в ультрафиолетовом (УФ) диапазоне. При воздействии на полупроводниковые материалы излучением в УФ-диапазоне в них образуется фотоиндуцированная пара электрон-дырка, которая в дальнейшем участвует в реакциях деструкции органических молекул, находящихся в контакте с поверхностью облученного полупроводника.

ZnO является востребованным фотокатализатором благодаря его относительно низкой себестоимости, стабильности и нетоксичности [2]. Тем не менее для широкого применения оксида цинка в качестве фотокатализатора его активность должна быть повышена. В настоящей работе для улучшения фотокаталитических свойств коммерчески доступного порошка оксида цинка была использована плазма высокочастотного (5,28 МГц) разряда в воздухе при давлении 100 Па. Время обработки составляло 10 мин. В качестве катализатора был использован порошок оксида цинка (Ч, ЭКОС-1, Россия). Измерения фотолюминесценции ZnO производили с помощью модернизированного измерительного комплекса СДЛ-2 (ЛОМО, СССР).

Исследование фотокаталитических свойств оксида цинка проводили на примере реакции фотокаталитического разложения метилового оранжевого. Дисперсии катализаторов (0,1 ZnO г в 50 мл раствора красителя) и водных растворов красителей (концентрации 50 мг/л) подвергали воздействию УФ-излучения. В качестве источника УФ-излучения использовали ртутно-кварцевую лампу (ДРТ-240).

Кинетику фотодеградации красителя исследовали по изменению его концентрации, которую определяли с помощью спектрофотометра (SOLAR PB 2201, Беларусь) по оптической плотности в максимуме поглощения красителя (465 нм).

На рисунке 1 представлены спектры возбуждения фотолюминесценции и спектры фотолюминесценции обработанного в плазме и необработанного ZnO. Как видно из рисунка, в спектрах фотолюминесценции как обработанного в плазме (ZnO-pl), так и необработанного оксида цинка (ZnO) наблюдаются два максимума вблизи 385 нм и около 530 нм. Обработка в плазме не приводит к смещению положения максимумов люминесценции, однако соотношение интенсивностей в пиках изменяется. Для необработанного порошка ZnO в ближней ультрафиолетовой области наблюдается более интенсивная фотолюминесценция, чем для оксида цинка, подвергнутого плазменной обработке. В видимой области, напротив, более интенсивной становится люминесценция обработанного в плазме ZnO. Одной из причин перераспределения интенсивностей в спектре фотолюминесценции после обработки в плазме может явиться образование вакансий кислорода в ZnO, которые также могут повысить фотокаталитическую активность обработанного материала.

Измерения фотокаталитической активности образцов подтвердили это предположение. Как видно из рисунка 2, кинетика реакции фотодеградации хорошо описывается уравнениями первого порядка и зависимости $\ln \frac{c(t)}{c_0}$ от времени t могут быть аппроксимированы прямыми. (Здесь $c(t)$ – концентрация красителя в момент времени t , c_0 – начальная концентрация). Коэффициенты корреляции составляют $R=0,9836$ и $R=0,9948$ для кинетических кривых реакций с участием необработанного и обработанного в плазме катализатора. Константа реакции фотодеградации метилового оранжевого при использовании необработанного катализатора составляет $2,7 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Обработка катализатора в плазме приводит к повышению его каталитической активности. Константа реакции увеличивается до величины $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. То есть эффективность реакции увеличивается приблизительно на 20% (в терминах константы реакции).

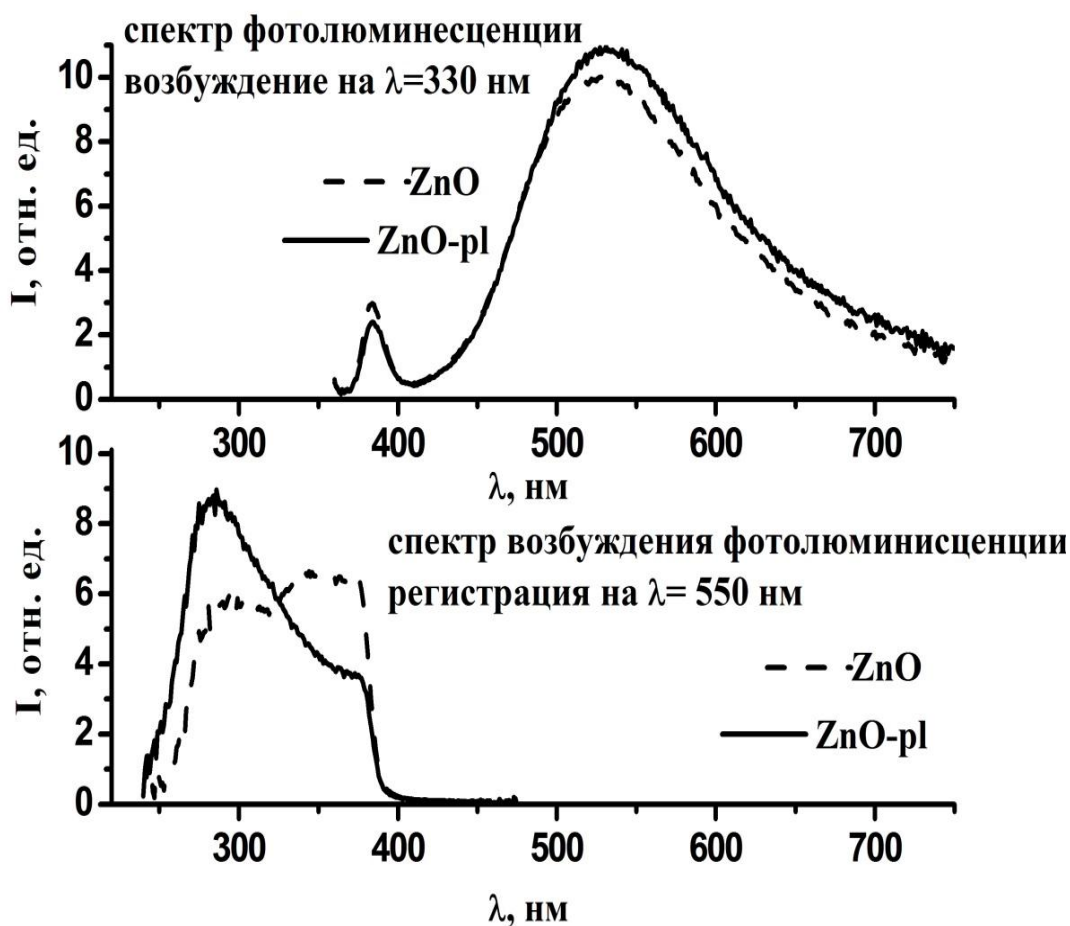


Рисунок 1. – Спектры возбуждения фотолюминесценции и спектры фотолюминесценции обработанного в плазме (ZnO-pl) и необработанного оксида цинка (ZnO)

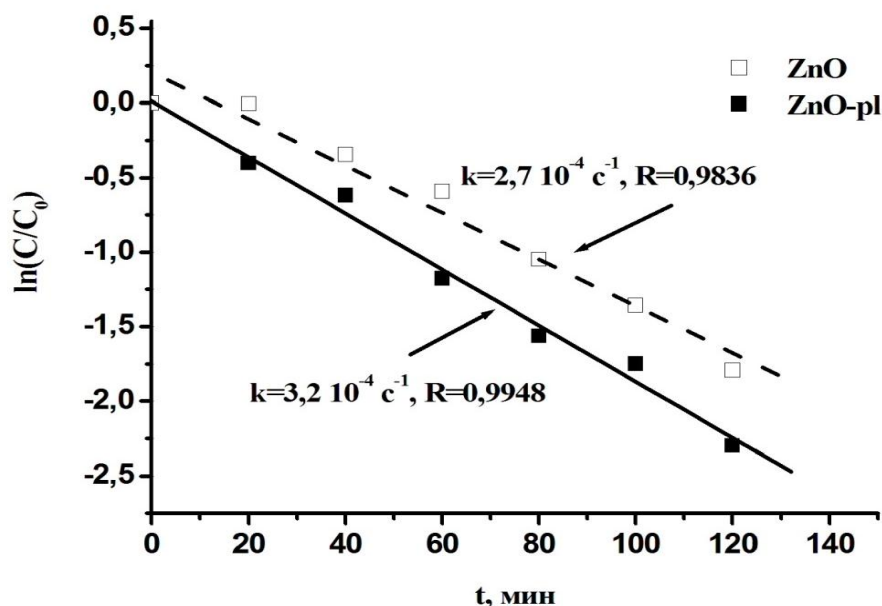


Рисунок 2. – Кинетика реакции фотодegradации метилового оранжевого с использованием обработанного в плазме (ZnO-pl) и необработанного оксида цинка (ZnO)

Таким образом, использование плазменной обработки, позволяющей повысить фотокаталитическую активность коммерчески доступных порошков ZnO за достаточно короткое время (10 минут), представляется перспективным для получения эффективных катализаторов на основе ZnO.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (Проект Ф14КАЗ-004).

ЛИТЕРАТУРА

1. Environmental Applications of Semiconductor Photocatalysis / M.R. Hoffmann [et al.] // Chem. Rev. – 1995. – V. 95. – P. 69–962.
2. Mondal, K. Photocatalytic Oxidation of pollutant Dyes in Wastewater by TiO₂ and ZnO nano-materials – A Mini-review / K. Mondal, A. Sharma // Nanoscience & Nanotechnology / R/ Mondal, A. Sharma; ed. A. Misra, J.R. Bellare. – Allahabad, India, 2014. – Ch. 5. – P. 36–72.

Н. Л. САЛИВОНЧИК, О. В. МАТЫСИК
БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

АРХИТЕКТУРА И КОНЦЕПЦИЯ СИСТЕМЫ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ОБЩЕСТВЕННОГО ТРАНСПОРТА В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Предоставление справочной информации о маршрутах, времени, остановках, оптимальных путях проезда на общественном транспорте является необходимым условием для качественного обслуживания пассажиров. Полнота предоставленной информации не только помогает пассажиру, но и повышает эффективность пассажирских перевозок, уменьшает нагрузку на транспортные сети за счёт оптимизации пассажиропотока.

Удобный доступ к информации о расписании, маршрутах, остановках и визуализация движения общественного транспорта может быть реализован с помощью разработки клиент-серверного приложения для поиска оптимального маршрута передвижения по городу Бресту при использовании общественного транспорта.

Разработанное приложение состоит из трёх слоёв. Слои помогают разделить разные типы задач, которые осуществляются этими компонентами, что упрощает создание дизайна, поддерживающего возможность повторного использования компонентов. Каждый логический слой включает ряд отдельных типов элементов, сгруппированных в подслои, каждый из подслоев выполняет определенный тип задач. Так, *слой представления* содержит ориентированную на пользователя функциональность, которая отвечает за реализацию взаимодействия пользователя с системой и, как правило, включает компоненты, обеспечивающие общую связь с основной бизнес-логикой, инкапсулированной в бизнес-слое. *Бизнес-слой* (слой бизнес-логики) реализует основную функциональность системы и инкапсулирует связанную с ней бизнес-логику. Он состоит из компонентов, некоторые из которых предоставляют интерфейсы сервисов, доступные для использования другими участниками взаимодействия. *Слой доступа к данным* обеспечивает доступ к данным, хранящимся в рамках системы, и данным, предоставляемым другими сетевыми системами. Доступ может осуществляться через сервисы. Слой данных предоставляет универсальные интерфейсы, которые могут использоваться компонентами бизнес-слоя.

Клиент-серверное приложение для поиска оптимального маршрута передвижения по городу Бресту на общественном транспорте состоит из серверной и клиентской частей.

Серверная часть будет реализована с использованием платформы Node.js и базы данных MySQL. *Клиентская* – с использованием библиотеки jQuery. Передача данных между этими частями происходит посредством технологии Ajax.

Доступ к данным из базы и проведение различных математических расчётов будут реализованы на серверной стороне, а само нахождение оптимального маршрута можно разделить на несколько этапов.

1. Нахождение ближайших остановок в точках отправки и прибытия.

В некотором радиусе от заданной точки проводится поиск всех остановок с использованием геометрической формулы вычисления расстояния между точками на плоскости и сравнения его с радиусом окружности: $r = (a_1 - x_0)^2 + (a_2 - y_0)^2 \leq R^2$, где a_1 и a_2 – координаты точки, которая проверяется на вхождение в окружность с центром в точке (x_0, y_0) и радиусом R .

Данный подход будет работать в случае небольших радиусов (до нескольких километров). В случае же окружностей с большими радиусами допущение о том, что поверхность плоская, станет неверным – нужно будет принимать во внимание кривизну поверхности Земли и вносить коррективы с учётом пространственной геометрии.

2. Проверка на существование беспересадочных маршрутов и выделение оптимального маршрута.

После нахождения нужных остановок, нужно определиться, какие маршруты проходят через них. Это решается с помощью запросов к базе данных, конкретно к таблице, в которой хранятся связи между всеми маршрутами и остановками, а также последовательность передвижения для каждого маршрута.

Визуализация будет реализована следующим образом. Так как точные координаты местоположения общественного транспорта нам неизвестны, будем использовать средства API Яндекс. Карты для получения точной длины маршрута. Будет посылаться запрос на проведение между каждыми двумя ближайшими

остановками наикратчайшего пути. Исходя из этого, будет получен точный маршрут и точная его длина. Так как расписание нам известно, путём вычисления времени, затраченного на проезд от одной остановки до другой, можно узнать приблизительную скорость на всём пути. Зная скорость, мы можем обновлять положение нашего автобуса между остановками, используя функцию JS setInterval. После добавления обновления положения визуализации общественного транспорта между остановками можно будет легко распространить эту функцию и на весь маршрут, так как маршрут состоит из подмаршрутов от одной остановки к другой, непосредственно входящих в этот маршрут.

В. Б. ТАРАНЧУК, К. В. ВАСИЛЕВСКИЙ

БГУ (г. Минск, Беларусь)

О ПОСТАНОВКАХ И РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧИ О СИЛЬНОЙ СТАДИИ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА

Задача о сильной стадии точечного взрыва в случае совершенного газа с постоянным показателем адиабаты имеет автомодельное решение [0–0], так как в начальной фазе взрыва давление невозмущенного газа пренебрежимо мало по сравнению с давлением на фронте ударной волны.

Уравнения, описывающие автомодельные решения, вытекают из уравнений газовой динамики. В результате применения преобразования подобия и с учетом условий Ренкина-Гюгоню в [3] получена и приводится следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left(U - \frac{\gamma+1}{2}\lambda\right)RU' + \frac{\gamma-1}{2}P' - \frac{\nu(\gamma+1)}{4}UR = 0, \quad (1)$$

$$\left(U - \frac{\gamma+1}{2}\lambda\right)R' + \left(U' + \frac{\nu-1}{\lambda}U\right)R = 0, \quad (2)$$

$$\left(U - \frac{\gamma+1}{2}\lambda\right)P' + \gamma\left(U' + \frac{\nu-1}{\lambda}U\right)P - \frac{\gamma+1}{2}\nu P = 0, \quad (3)$$

где $\nu = 1, 2, 3$ для всех случаев пространственной симметрии;

γ - адиабатическая постоянная газа, безразмерные величины скорости, давления и плотности: $U = u/u_2$, $P = p/p_2$, $R = \rho/\rho_2$;

u, p, ρ - компонента вектора скорости, давление и плотность;

u_2, p_2, ρ_2 - эти же величины на фронте ударной волны;

записанные выше U, P, R рассматриваются как функции относительной эйлеровой координаты $\lambda = r/r_2$.

Разрешая систему (1) - (3) относительно производных, получаем систему

$$U' = \frac{\tau v P - \gamma(v-1)UP/\lambda - v\tau\omega UR(U - \tau\lambda)}{\gamma P - 2\omega R(U - \tau\lambda)^2}, \quad (4)$$

$$R' = -\frac{(U' + (v-1)U/\lambda)R}{U - \tau\lambda}, \quad (5)$$

$$P' = \frac{\tau v P - \gamma(U' + (v-1)U/\lambda)P}{U - \tau\lambda}, \quad (6)$$

где $\tau = (\gamma+1)/2$, $\omega = (\gamma-1)^{-1}$.

Решение задачи предполагает, что нужно проинтегрировать систему уравнений (4)-(6) на отрезке $0 \leq \lambda \leq 1$ с граничными условиями при $\lambda = 1$ (на ударной волне):

$$U(1) = 1, \quad P(1) = 1, \quad R(1) = 1. \quad (7)$$

Следует отметить, что при $\lambda = 0$ в центре симметрии должно быть $U=0$.

Решение записанной автомодельной задачи о сильном взрыве было получено в замкнутой параметрической форме в [2]. Но следует отметить, что в таком подходе, например, составление соответствующих таблиц решений для разных параметров и геометрии требует численного расчета системы трех трансцендентных уравнений.

Систему (4) - (6) с условиями (7) обычно интегрировали ([0]) численно по методу Рунге-Кутты четвертого порядка точности с постоянным шагом $\Delta\lambda$. Численные расчеты для разных γ с шагом $\Delta\lambda$ от 10^{-4} до $\Delta\lambda \sim 0.1$ дают по U и P погрешность не превышающую 1%. Но относительная погрешность определения R заметно возрастает с ростом шага интегрирования. Объяснением этого является следующее свойство системы - точка $\lambda=0$ является особой точкой неустойчивого типа (тип поведения фазовых траекторий - седло), именно это требует при численных расчетах очень маленького шага.

Отметим другой подход получения решений, основанный на использовании интегралов системы (1)-(3).

В [3] показано, что для рассматриваемой системы имеют место интеграл масс и адиабатичности, интеграл энергии. В принятых автомодельных переменных их можно записать следующим образом:

интеграл масс и адиабатичности;

$$2\omega(\tau - U/\lambda)P\lambda^\gamma = R^{\gamma-1}; \quad (8)$$

интеграл энергии

$$\gamma P(U/\lambda - \tau/\gamma) = RU^2(\tau - U/\lambda). \quad (9)$$

Тогда, используя (9), из (4) можно получить однородное дифференциальное уравнение

$$U' = -\frac{U(\nu-1)\alpha\gamma\varphi(U/\lambda)^2 - \nu/2(2\gamma-1)U/\lambda + \nu\tau/2}{\lambda(\gamma(U/\lambda)^2 - 2\tau U/\lambda + \tau)}, \quad (10)$$

где $\alpha=\gamma-1$, $\varphi = 1/(\gamma+1)$.

Значительно более эффективным для подготовки таблиц решений является расчет системы (10), (5), (6) с условиями (7). Уравнение (10) можно интегрировать численно, причём не обязательно с очень малым шагом, так как для системы (10), (5), (6) имеем устойчивую особую точку, вследствие чего численное интегрирование достаточно точно в любой окрестности $\lambda=0$. Также можно применять системы компьютерной алгебры ([5]), например, Wolfram *Mathematica*.

На рисунке представлены решения $U(\lambda)$, полученные в системе *Mathematica* с использованием функции *NDSolve*. В левой части приведены решения системы (4)-(6), а в правой (10), (5), (6). Чтобы показать особенности поведения интегральных кривых, в условиях (7) варьировалось граничное значение для U . На рисунке пунктиром выводятся графики решений для граничного значения $U(1)=1.0$. Кривые 9, 7, 5, 3, 0 иллюстрируют решения для граничных значений 1.1209, 1.1207, 1.1205, 1.1203, 1.12. На графике справа кривые 9, 7, 5, 3, 0 не отличаются, что понятно, т.к. незначительно различие граничных значений.

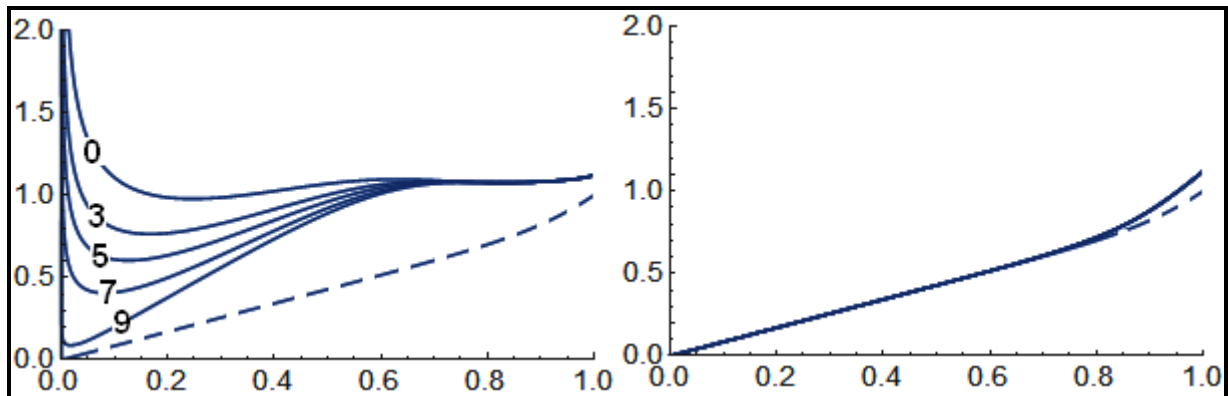


Рисунок 1. – Семейства решений двух систем при одних и тех же условиях

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов, Л.И. Распространение сильных взрывных волн / Л.И. Седов // Прикладная математика и механика. - 1946. - Т. 10. – № 2. – С. 241–250.
2. Коробейников, В.П. Теория точечного взрыва / В.П. Коробейников, Н.С. Мельникова, Е.В. Рязанов // М.: Физматгиз, 1961. – 332 с.
3. Кестенбойм, Х.С. Точечный взрыв. (Методы расчета. Таблицы) / Х.С. Кестенбойм, Г.С. Росляков, Л.А. Чудов // М.: Наука, 1974. – 255 с.
4. Taylor, G.I. The formation of a blast wave by a very intense explosion / G.I. Taylor // Proc. Roy. Soc. - 1950. Vol. A 201, № A 1065. - P. 159-186.
5. Таранчук, В.Б. Основные функции систем компьютерной алгебры: пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики / В.Б. Таранчук. – Минск, БГУ, 2013. – 59 с.

В. Б. ТАРАНЧУК, В. В. ТАРАНЧУК
БГУ, НИИ ППМИ БГУ (г. Минск, Беларусь)

О ВЫБОРЕ БАЗОВЫХ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ МОДЕЛЕЙ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

В настоящее время значительные усилия направлены на создание и применение постоянно-действующих геолого-гидродинамических моделей процессов извлечения нефти. Нужны и создаются компьютерные системы, используя которые можно на разных этапах анализировать и прогнозировать динамику процессов добычи нефти, оценивать влияние отдельных факторов, принимать заключения об эффективности средств модернизации и новых технологий. Для решения таких вопросов используют физические и математические модели. Математическое описание процессов разработки нефтяных и нефтегазовых залежей имеет своей целью предсказание локальных и интегральных характеристик пластовой системы при различных условиях воздействия на нее, нахождение оптимальных режимов эксплуатации месторождений. В практике математическое моделирование сводится к проведению вычислительных экспериментов по компьютерной модели.

Из обзоров и анализа современного состояния проблемы создания и использования геолого-гидродинамических моделей процессов нефтеизвлечения можно констатировать, что в мировой практике большинство компьютерных моделей конкретных объектов нефтедобычи строятся с использованием программно-аппаратных комплексов Schlumberger Information Solutions (США), Landmark Graphics (США), Roxar Software Solutions (Норвегия). Эти программные комплексы очень дорогие, а также не в полной мере применимы для создания моделей месторождений на территориях постсоветского пространства. В частности, из-за неполноты данных по истории эксплуатации месторождений, разрабатываемых более 50 лет. Например, сведения по отборам и закачке по скважинам большинства месторождений имеют особенности, которые в принципе не могут быть учтены в упомянутых комплексах. Также названные системы ориентированы на определенную дорогостоящую вычислительную технику. Поэтому актуальной является задача разработки и развития, внедрения альтернативных компьютерных моделей, ориентированных на решение названных специфических задач, в частности, на создание и адаптацию геологических моделей. В настоящее время возможно создание настраиваемых моделей на основе применения интеллектуальных вычислительных систем, новых «умных» методов адаптации моделей в процессе их эксплуатации, «самоастройки» моделей с учётом дополняемых данных фактического развития процессов.

Программирование, реализация новых алгоритмов, отвечающих названным требованиям, трудоёмко, предполагает реализацию уникальных математических методов. Например, из опыта разработки, сопровождения и внедрения комплекса «ГеоБазаДанных» ([1; 2]) следует, что для поддержания его в актуальном состоянии, отвечающем новым требованиям и постоянно возрастающим аппаратным возможностям, нужен большой коллектив опытных программистов. Представляется, что в настоящее время более эффективным, обеспечивающим заметно более низкие трудозатраты и относительно быстрым по времени, будет подход, основанный на сочетании и интеграции в единый программный комплекс модулей современных версий систем компьютерной алгебры (СКА) и географических информационных систем (ГИС).

Приведем основные компоненты упомянутых систем, использованные при создании первой версии интегрированного программного комплекса «Генератор

геологической модели залежи» (ГГМЗ). Платформа разработки - система компьютерной алгебры Wolfram *Mathematica* язык Wolfram Language ([5]), геоинформационная система Surfer компании Golden Software ([4]). При программировании реализованы технические решения, описанные в [5].

Функции системы *Mathematica*, которые использованы в ГГМЗ для формирования цифровой модели и визуализации результатов:

- GeoGraphics – гео-графика; представление 2D географических изображений (карт, планов, схем);
- GeoListPlot – гео-диаграмма разброса данных; вывод точек (пунктов) с заданными координатами на изображении карты;
- Graphics3D – генерирует трехмерные графические изображения из типовых примитивов;
- ListPointPlot3D – 3D-диаграмма разброса данных; в пространстве генерируются изображения точек с тремя заданными координатами;
- ListSurfacePlot3D – 3D-график поверхности, восстановленной по списку точек с замерами уровня;
- ListPlot3D – трехмерная диаграмма разброса данных; представление в пространстве поверхности по массиву значений высот в точках;
- ListContourPlot3D – контурный 3D-график по массиву значений;
- ListDensityPlot3D – пространственный плотностный график по данным;
- ListSliceContourPlot3D – пространственный контурный график данных на срезах (в сечениях);
- ListSliceDensityPlot3D – пространственный плотностный график данных на срезах;
- ListVectorPlot3D – векторная 3D-диаграмма по данным; формирование и визуализация цифрового векторного поля.

При решении задач математического моделирования объектов геологии, подземной гидродинамики развивается концепция, следуя которой ядром и теоретической основой для построения компьютерных моделей является цифровое описание ограничивающих объемов поверхностей, распределений изучаемых параметров на каждом выбранном пространственном слое ([2]). Таковым параметром может быть, например, насыщенность нефтью пласта, значение абсолютной отметки уровня, ограничивающей пласт поверхности (кровли, подошвы). Исходными данными, как правило, являются значения наблюдаемого параметра в точках с известными геометрическими координатами, причём сами точки с замерами могут быть размещены на площади в плане нерегулярно (например, данные замеров по сейсмическим профилям, разведочным скважинам).

Эффективные алгоритмы, программные реализации получения аппроксимирующего регулярного цифрового поля по рассеянному множеству точек заимствуются из пакета Surfer. В этом пакете возможно применение интерполяции методами: триангуляция с линейной интерполяцией, минимальной кривизны, полиномиальной регрессии, степени обратного расстояния, Шепарда, радиальных базисных функций, Крайгинга.

Импорт, экспорт данных и результатов расчетов в применяемых и разработанных приложениях осуществляется с использованием функций *Mathematica*. Система поддерживает все широко распространенные форматы (в списке более 170 расширений имен) и обеспечивает экспорт и импорт данных, программных модулей функциями Import, Export.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барвенов, С.А. Методика, инструментарий адаптации математических моделей процессов подземной гидродинамики / С.А. Барвенов, М.Ф. Кибаш, В.Б. Таранчук // Выбранная научная работа БДУ. Т. «Математика». – Минск, 2001. – С. 34–65.
2. Таранчук, В.Б. Построение цифровых геолого-экологических моделей в системе ГБД-э / В.Б. Таранчук // Геоэкология Беларуси / В.Б. Таранчук [и др.]. – Минск: Право и экономика, 2006. – 366 с.

3. Таранчук, В.Б. Основы программирования на языке Wolfram : учеб. материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики спец. 1-31 03 04 «Информатика» / В.Б. Таранчук. – Минск. БГУ, 2015. – 49 с.

4. Официальный сайт компании Golden Software [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.goldensoftware.com>.

5. Таранчук, В.Б. Особенности функционального программирования интерактивных графических приложений / В.Б. Таранчук // Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия, раздел Математика. - 2015. - № 6 (128). – С. 178–189.

М. В. ФЕДОРЕНКО, М. И. ЕФРЕМОВА

МГПУ им. И. П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ЛИНЕЙНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ГРУППЫ

Теория линейных алгебраических групп в настоящее время занимает одно из важных мест в современной математике. Ее чрезвычайно интенсивное развитие в последние годы характеризуется глубокими связями с различными разделами математики, в частности с алгебраической геометрией, теорией чисел, функциональным анализом и топологией. Она возникла из потребностей решения линейных дифференциальных уравнений в квадратурах, и первоначальное изучение линейных алгебраических групп над полем комплексных чисел проводилось по аналогии с теорией групп Ли методом алгебр Ли. Идеи и техника линейных алгебраических групп были применены к изучению произвольных линейных групп, что привело к созданию одного из основных методов в теории линейных групп.

Данная работа посвящена построению примеров алгебр Ли и идеалов алгебр Ли.

Пусть I – двусторонний идеал в алгебре U .

Фактор-алгеброй алгебры U по идеалу I , согласно [1], будем называть фактор-пространство $U/I = \{u + I, u \in U\}$, умножение в котором определяется по правилу $(u_1 + I)(u_2 + I) = u_1u_2 + I$.

Следуя [2], отображение $\varphi: U \rightarrow U'$ алгебры U в алгебру U' называется гомоморфизмом, если

$$1) \varphi(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) = \alpha_1 \varphi(u_1) + \alpha_2 \varphi(u_2), \quad u_1, u_2 \in U, \alpha_1, \alpha_2 \in K;$$

$$2) \varphi(u_1 u_2) = \varphi(u_1) \varphi(u_2), \quad u_1, u_2 \in U.$$

Если отображение φ биективно, то оно называется изоморфизмом. Условие изоморфности алгебр U и U' обозначается $U \cong U'$.

Алгебра L над полем K с билинейной операцией $L \times L \rightarrow L$, обозначаемой $(x, y) \rightarrow [x, y]$ и называемой коммутатором элементов x и y , называется алгеброй Ли [3], если выполняются следующие аксиомы:

$$1. [x, x] = 0 \text{ для всех } x \in L;$$

$$2. [x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] = 0 \quad (x, y, z \in L).$$

Последняя аксиома называется [3] тождеством Якоби.

Заметим, что из аксиомы 1, примененной к элементу $[x + y, x + y]$, следует соотношение антикоммутативности:

$$1'). [x, y] = -[y, x].$$

Если характеристика поля K отлична от 2, то из $\mathbf{1}'$ следует 1.

Приведем примеры алгебр Ли:

1. Пусть V – конечномерное векторное пространство над K . Тогда $End V$ будет обозначать множество линейных преобразований $V \rightarrow V$. Оно имеет размерность n^2 как векторное пространство над K , где $n = dim_K V$. Определим новую операцию $[x, y] = xy - yx$, $x, y \in End V$. С этой операцией $End V$ становится алгеброй Ли над K : аксиома 1 очевидна, проверим тождество Якоби. Имеем:

$$\begin{aligned} [[x, y], z] &= [x, y]z - z[x, y] = xyz - yxz - zxy + zyx = \\ &= (xyz - zxy) + (zyx - yxz). \end{aligned}$$

Ясно, что, $(xyz - zxy) + cycl = 0$, $(zyx - yxz) + cycl = 0$, то есть $[[x, y], z] + cycl = 0$. Эта алгебра Ли называется [3] полной линейной алгеброй и обозначается $gl(V)$.

2. Пространство \mathbb{R}^3 с операцией векторного произведения есть алгебра Ли над \mathbb{R} .

3. Произвольное векторное пространство с тождественно нулевой операцией коммутатора.

4. Трехмерное векторное пространство является алгеброй Ли относительно операции векторного произведения.

Пусть U – K -алгебра с билинейной операцией $U \times U \rightarrow U$, то есть $(x, y) \rightarrow xy$. Дифференцированием в алгебре U будем называть [3] линейное отображение $D: U \rightarrow U$ со свойством

$$D(xy) = (Dx)y + x(Dy).$$

Совокупность всех дифференцирований $Der U$ алгебры U является векторным пространством над K . Кроме того, коммутатор $[D_1, D_2]$ двух дифференцирований снова является дифференцированием. Действительно,

$$\begin{aligned} D_1 D_2(xy) &= (D_1 D_2 x)y + (D_1 x)(D_2 y) + (D_2 x)(D_1 y) + x(D_1 D_2 y), \\ D_2 D_1(xy) &= (D_2 D_1 x)y + (D_2 x)(D_1 y) + (D_1 x)(D_2 y) + x(D_2 D_1 y). \end{aligned}$$

Поэтому

$$[D_1, D_2](xy) = ([D_1, D_2]x)y + x([D_1, D_2]y).$$

Таким образом, $Der U$ – подалгебра в $gl(U)$. В частности, для любой алгебры Ли L определена алгебра $Der L$. Некоторые элементы последней возникают вполне естественным образом. Если $x \in L$, то отображение $ad x: y \rightarrow [x, y]$ является эндоморфизмом пространства L . В действительности $ad x \in Der L$, поскольку тождество Якоби можно переписать в виде $[x, [y, z]] = [[x, y], z] + [y, [x, z]]$.

Подпространство I алгебры Ли L называется идеалом, согласно [3], если $[x, a] \in I$ для любого $x \in I$ и любого $a \in L$. В отличие от общего случая, в алгебре Ли в силу ее антикоммутативности все идеалы двусторонние.

Примерами идеалов алгебры Ли L являются

- 1) ее центр $Z(L) = \{x \in L, [x, a] = 0, a \in L\}$,
- 2) ее коммутант $[L, L] = \{\sum_{k \in S} [x_k, y_k], x_k, y_k \in L, S - \text{любое конечное множество}\}$.

Заметим, что, как и в общем случае, сумма и пересечение двух идеалов являются идеалами. Более того, для алгебры Ли и произведение $[I, J] = \{\sum_{k \in S} [x_k, y_k], x_k \in I, y_k \in J\}$ двух идеалов I и J является идеалом. Коммутант $[L, L]$ – частный случай этой конструкции.

Если в алгебре Ли L нет идеалов, кроме нее самой и нуля, причем $[L, L] \neq 0$, то L называется [3] простой алгеброй. Ясно, что если L – простая алгебра, то $Z(L) = 0$ и $L = [L, L]$.

Пусть $L = sl(2, k) = \{x \in gl(2, k), trx = 0\}, char k \neq 2$.

Выберем стандартный базис в L в виде трех матриц

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Умножение в алгебре полностью определяется равенствами

$$[e, f] = h, [h, e] = 2e, [h, f] = -2f.$$

Пусть I – ненулевой идеал в L и $ae + bf + ch$ – ненулевой элемент в I . Дважды применяя к этому элементу оператор $ad f$, получаем $-2af \in I$. Поэтому, если a или b отлично от нуля, то I содержит e или f и, значит, $I = L$. С другой стороны, если $a = b = 0$, то $0 \neq ch \in I$, то есть $h \in I$, что снова влечет $I = L$. Заключаем, что L – простая алгебра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джекобсон, Н. Алгебры Ли / Н. Джекобсон. – М.: Мир, 1964. – 355 с.
2. Корешков, Н.А. Алгебры Ли и ассоциативные алгебры: учебное пособие / Н.А. Корешков, С.М. Скрыбин. – Казань: Казанский государственный университет, 2007. – 24 с.
3. Хамфрис, Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений / Дж. Хамфрис. – М.: МЦМНО, 2003. – 216 с.

К. О. ФЕОКТИСТОВА, В. В. ТРИГУК

БрГУ имени А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

КОНТРОЛЬ ДОСТУПА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ К РЕСУРСАМ ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЙ

В настоящее время в сфере разработки программного обеспечения значительное место занимает создание веб-приложений. В отличие от «настольных» и «мобильных» программ, их техническое сопровождение не требует взаимодействия с компьютерами пользователей: любые обновления производятся только на веб-сервере. Особенно удобны веб-приложения по сравнению с настольными в сфере автоматизации образования (системы управления обучением, учета рабочего времени и др.).

Поскольку веб-приложения, как правило, предназначены для обслуживания больших групп пользователей, оказывается актуальной задача контроля входа пользователей в систему (аутентификация) и контроля доступа к тем или иным объектам и операциям (авторизация). Целью настоящей работы является систематизация подходов к решению проблем аутентификации и авторизации на примере языка программирования PHP и фреймворка Laravel.

Одним из преимуществ современных фреймворков является так называемый скаффолдинг (*scaffolding*) — построение готовых фрагментов кода средствами самого

фреймворка. Начиная с Laravel 5.2 [1], во фреймворке появился инструмент, позволяющий создать в новом приложении все необходимые компоненты для аутентификации пользователей всего одной командой: *php artisan make:auth*.

После выполнения этой команды будет создан ряд контроллеров и представлений (шаблонов веб-страниц), отвечающих за регистрацию пользователей, их аутентификацию, сброс паролей. Аутентификация пользователей благодаря Laravel не представляет никаких трудностей для разработчика.

Авторизацию пользователей имеет смысл рассмотреть в двух аспектах: авторизация на основе ролей и разрешений и авторизация на основе принадлежности объектов пользователю.

При использовании авторизации на основе ролей и разрешений в веб-приложении должен быть заранее определен набор разрешений (например, «*manage_users*» – управление данными пользователей; «*manage_roles*» – управление ролями; «*manage_persons*» – управление персональными данными и т. д.), соответствующих действиям, которые могут выполнять пользователи.

Роли – близкий аналог групп пользователей в операционных системах. Каждой роли может быть поставлено в соответствие несколько разрешений. Список ролей и соответствия между ролями и разрешениями не являются статичными (не запрограммированы жестко в коде приложения), могут изменяться пользователями во время функционирования веб-приложения.

Каждый пользователь может относиться к одной или даже нескольким ролям. Пользователь, относящийся к роли, автоматически получает сопоставленные данной роли разрешения.

Рассмотренный здесь подход к функционированию системы авторизации на базе ролей и разрешений в Laravel не реализован. Чтобы не создавать систему «с нуля», можно воспользоваться готовыми решениями, распространяемыми через менеджер зависимостей composer. На наш взгляд, достоин внимания пакет (со свободной лицензией MIT) *spatie/permission* [2].

Наиболее логичным вариантом использования авторизации на основе ролей и разрешений, на наш взгляд, является размещение кода проверки разрешения в конструкторе контроллера.

```
class PersonController extends Controller
{
    public function __construct()
    {
        if (!Auth::user() || !Auth::user()->can('manage_persons'))
        {
            abort(403, 'Вы не авторизованы для выполнения данного действия.');
        }
    }
    ...
}
```

Вместо выполнения запрещенного действия будет выдана страница с сообщением «Вы не авторизованы для выполнения данного действия».

Система авторизации на базе ролей и разрешений может быть недостаточной для ряда задач. Например, разрешение на управление списком и группами студентов, предоставленное декану или секретарю факультета, должно быть ограничено условием: сотрудник одного факультета не может вносить изменения в состав групп другого факультета. Такая функциональность может быть реализована с помощью имеющихся в Laravel средств (начиная с версии 5.1).

Рассмотрим на упрощенном примере: редактирование сообщений на форуме. Каждое сообщение хранится в таблице *posts*, содержащей кроме прочих полей еще и поле *user_id* (код автора сообщения). Для управления данной сущностью используется модель *Post* (класс на базе *Eloquent*, стандартной в Laravel реализации паттерна *Active Record*).

Необходимо создать класс политики *PostPolicy*, содержащий метод *update* и возвращающий *true*, если разрешение дано, либо *false* в противном случае:

```
public function update(User $user, Post $post)
{
    return $user->id === $post->user_id;
}
```

Данный метод сравнивает код авторизованного пользователя и код пользователя-автора сообщения. Если они совпадают, дается разрешение на выполнение действия.

Механизм шаблонов *Blade* (стандартный компонент Laravel, используемый для создания представлений, т. е. шаблонов веб-страниц) позволяет использовать команду *@can* с соответствующим списком параметров:

```
@can('update', $post)
    <!-- Кнопка редактирования сообщения -->
@endcan
```

Даже если пользователь «вручную» подготовит HTTP-запрос для редактирования «чужого» сообщения, запретить такое действие можно в коде контроллера. Проверка разрешения выполняется с помощью класса-фасада *Gate*:

```
if (Gate::denies('update', $post)) {
    abort(403);
}
либо через вызов метода объекта $user:
if ($user->cannot('update', $post)) {
    abort(403);
}
```

Таким образом, авторизация пользователей может быть выполнена в два этапа. Сначала проверяется наличие у пользователя права на выполнение требуемого действия на основе ролей и разрешений. Если соответствующего разрешения нет, контроллер сразу выдает ошибку 403. Если же разрешение имеется, то при необходимости с помощью классов-политик можно проверить, имеет ли пользователь право выполнять действие над конкретным объектом. Первый этап может быть реализован с помощью стороннего пакета *spatie/permission*, второй — имеющимися средствами Laravel.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руководство по Laravel [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://laravel.su/docs/5.1/authentication>. – Дата доступа: 07.02.2016.

2. The PHP Package Repository [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://packagist.org/packages/spatie/laravel-permission>. – Дата доступа: 10.02.2016.

М. В. ЦИГИКА, А. А. ГРАБАР
УжНУ (г. Ужгород, Украина)

ГЕТЕРОДИННЫЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР НА ОСНОВЕ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО КРИСТАЛЛА $\text{Sn}_2\text{P}_2\text{S}_6$

Для контроля и регистрации параметров вибрации различных объектов применяются различные оптические методы [1]. Среди измерительных технологий, кроме классической интерферометрии и схем, основанных на эффекте Доплера, особое место занимает динамическая голографическая интерферометрия, которая реализуется в фоторефрактивных (ФР) кристаллах [2; 3] и имеет ряд преимуществ, среди которых возможность работы со сложными волновыми фронтами и диффузно отражающими поверхностями; адаптивные свойства, обеспечивающие помехоустойчивость; относительная простота реализации.

В данной работе приведена схема интерферометра с ФР кристаллом $\text{Sn}_2\text{P}_2\text{S}_6$, легированным Sb, в качестве активного элемента, и с использованием излучения He-Ne лазера (633 нм, 10 мВт). Оптическая схема приведена на рисунке 1. Лазерный луч, отражаясь от колеблющейся поверхности, модулируется по фазе, и в результате двухлучевого взаимодействия с когерентным опорным пучком в объеме ФР кристалла, обеспечивающем голографическое усиление, фазовая модуляция трансформируется в модуляцию интенсивности сигнального луча. Данная схема представляет собой частотный фильтр с частотой среза порядка обратного времени релаксации динамической голограммы. Однако частотный интервал и функциональность динамического интерферометра могут быть существенно расширены при использовании гетеродинной схемы, в которой также модулируют фазу опорного лазерного луча, например, при его отражении от зеркала, закрепленного на пьезоэлементе, либо электрооптического модулятора. При этом частота смещения динамической голограммы определяется разностью частот фазовой модуляции взаимодействующих лучей, а параметры колебания объекта могут быть определены путем сканирования частоты, амплитуды и фазы колебаний опорного пучка.

Оптическая схема адаптивного голографического интерферометра, представленная на рисунке 1, включает: 1 – He-Ne лазер; 2, 3 – оптические делители (полупрозрачные зеркала); 4, 5 – пьезоэлектрические модуляторы; 6 – фазовращатель электрического сигнала, 7, 8 – генераторы звуковых частот; 9 – ФР кристалл; 10 – фотоприемник; 11 – регистрирующий прибор (АЦП либо цифровой осциллограф). Для регулируемого изменения фазы колебаний опорного пучка использовалась фазовращающая цепь на выходе генератора 7. В нашем случае применялась простая мостовая схема, смежные плечи которой составляли резисторы одного номинала, а в двух других, соответственно, переменный резистор и конденсатор (например, [4]).

В процессе измерения поочередно сканировалась частота ν_p , фаза и амплитуда колебаний опорного пучка, что дает возможность определить соответствующие параметры исследуемого объекта. При линейном во времени сканировании частоты фазовой модуляции опорного пучка и при условии близости частот колебания модуляторов ν_s и ν_p на осциллограмме (рисунок 2) наблюдается переменная составляющая выходного сигнала фотоприемника с разностной частотой, симметричная относительно значения $\nu_s = \nu_p$. Это дает возможность точно определить частоту колебания ν_s .

Значение выходного сигнала при $\nu_s = \nu_p$ (центральная часть на рисунке 2) зависит от соотношения фаз и амплитуд колебаний модуляторов.

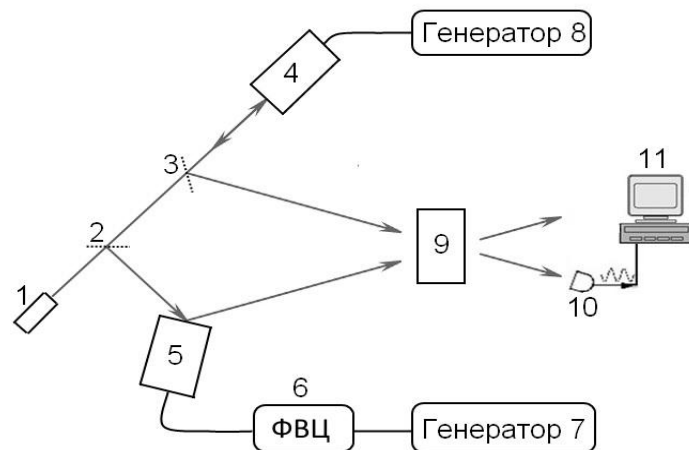


Рисунок 1. – Схема динамического голографического интерферометра на базе ФР кристалла $\text{Sn}_2\text{P}_2\text{S}_6$

При этом может быть использована следующая методика. Путем плавного изменения фазы колебания опорного пучка достигается синфазность этих колебаний с колебаниями фазы сигнального пучка. Далее, амплитуда этих колебаний может быть определена при варьировании амплитуды фазовой модуляции опорного пучка пьезозеркалом 5 с известной зависимостью смещения от приложенного напряжения.

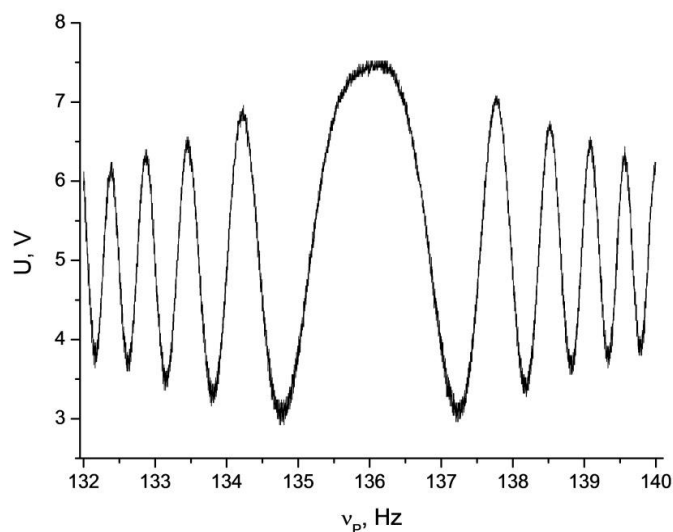


Рисунок 2. – Зависимость выходного сигнала от сканирующей частоты при $\nu_s = 136$ Гц (время сканирования 5 с)

На рисунке 3 представлена полученная в данной схеме зависимость интенсивности выходного сигнала, регистрируемая фотоприемником, от соотношения амплитуд колебаний исследуемого объекта (4) и эталонного пьезозеркала (5). При этом частоты обоих колебаний равны (8 Гц), их фазы совпадают, а амплитуда колебаний исследуемого объекта составляет 0,22 мкм. Отметим, что при совпадении амплитуд фазовой модуляции пучков фиксируется не только максимальный выходной сигнал, но и наблюдается снижение уровня шумов, уровень которых показан в качестве погрешности, и увеличивается при увеличении разности амплитуд.

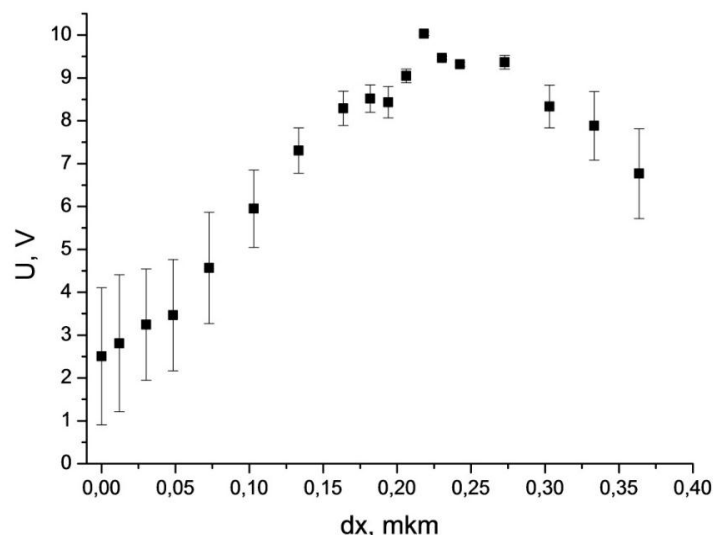


Рисунок 3. – Зависимость уровня выходного сигнала, регистрируемого фотоприемником, от амплитуды колебаний пьезо зеркала, модулирующего фазу опорного пучка

Описанная схема позволяет эффективно определять вибрационные характеристики различных объектов, в том числе рассеивающих и диффузно отражающих, и может быть использована для различных систем дистанционного лазерного зондирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев, О.А. Лазерная виброметрия механических конструкций / О.А. Журавлев, Ю.Н. Шапошников, А.В. Ивченко. – Самара: Изд-во СГАУ, 2006.
2. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М. П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – С.-Петербург.: Наука., 1992.
3. Kamshilin, A.A. Adaptive interferometry with photorefractive crystals / A.A. Kamshilin, R.V. Romashko, Y.N. Kulchin //Journal of Applied Physics. – 2009. – Т. 105. – № 3. – С. 031101.
4. Волинский, Б.А. Электротехника / Б.А. Волинский, Е.Н. Зейн, В.Е. Шатерников. – М.: Энергоатомиздат, 1987.

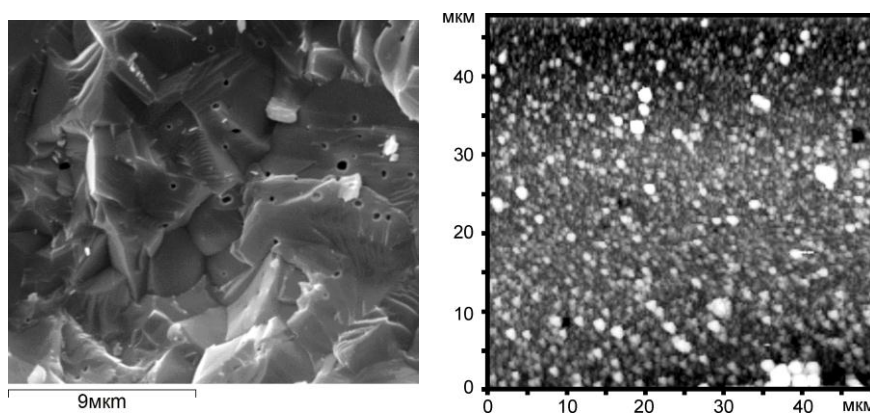
**¹А. Н. ЧУМАКОВ, ²А. В. ГУЛАЙ, ³А. А. ШЕВЧЕНКО, ¹Т. Ф. РАЙЧЕНКО,
¹А. Г. КАРОЗА, ¹А. С. МАЦУКОВИЧ, ¹Н. А. БОСАК, ²В. А. ГУЛАЙ
¹ИФ им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, ²БНТУ, ³ИПМ НАН Беларуси
(г. Минск, Беларусь)**

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ И ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПЛЕНОК ZnO

Изучение оптических свойств тонких пленок ZnO перспективно в связи с использованием их для создания высокоэффективных солнечных элементов, полупроводниковых лазеров и светодиодов, полноцветных и монохромных дисплеев.

С учетом этого проведены исследования процесса получения тонких пленок на кремниевых подложках при лазерном распылении керамической мишени на основе ZnO. Для осаждения тонких пленок ZnO применялась лазерная установка, обеспечивающая работу в моноимпульсном и многоимпульсном режимах генерации с регулируемой частотой повторения импульсов 5–50 кГц.

Для получения тонких пленок использовались распыляемые керамические мишени, полученные из порошка ZnO высокой чистоты (с содержанием основного вещества 99,96% по массе). В качестве легирующей добавки с концентрацией 4% по массе применялся порошок оксида редкоземельного элемента (РЗЭ), в частности оксида иттрия. Распыляемые керамические мишени получены методом импульсного (взрывного) формования по плоской схеме нагружения при давлении ~ 4 ГПа с последующим отжигом в воздушной среде при температуре 1100°C в течение 1–2 ч.



а) из порошка ZnO, б) АСМ-изображение тонкой пленки на подложке из кремния
Рисунок 1 – Микроструктура распыляемой керамической мишени

В случае применения молотого исходного порошка и использования отжига мишени в течение 2 ч отдельные зерна имеют вид многогранников с относительно большими поперечными размерами (~ 4–8 мкм) (рисунок 1а). Зерна плотно упакованы в объеме материала и сплавлены между собой; наличие пор не наблюдается. При введении легирующих добавок Y_2O_3 и снижении продолжительности отжига мишеней до 1 ч зерна имеют округлую форму, их поперечные размеры не превышают 0,5–1,5 мкм. С использованием метода атомной силовой микроскопии (АСМ) установлено, что тонкие пленки имеют столбчатую структуру, причем каждый элемент имеет конусообразную форму с диаметром основания и высотой ~ 1 мкм (рис. 1б).

Кремниевая пластина поглощает оптическое излучение с длиной волны ниже ~ 1000 нм; с увеличением длины волны от 1000 до 1200 нм пропускание кремния возрастает до ~ 55% (рисунок 2а). Нанесение пленки ZnO приводит к уменьшению пропускания, наиболее выраженному на длине волны, близкой к 1200 нм. С увеличением длины волны до 2700–2800 нм пропускание пленки почти линейно растет, обеспечивая рост пропускания системы «пленка–подложка» от ~ 20% до ~ 45%.

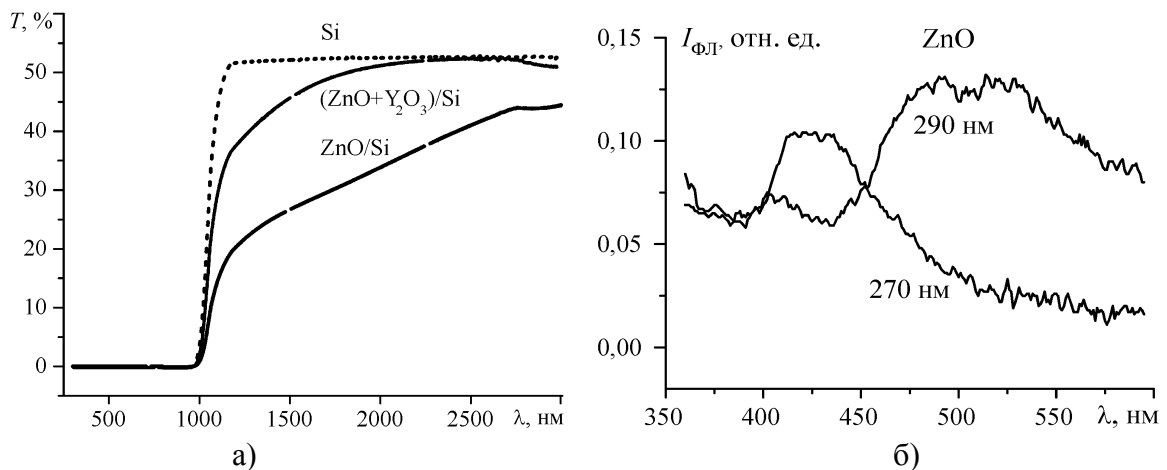


Рисунок 2. – Спектр пропускания системы «пленка-подложка» (а) и спектр фотолюминесценции тонких пленок (б)

Для тонкой пленки $\text{ZnO} + \text{Y}_2\text{O}_3$ характерно существенно более низкое поглощение оптического излучения в диапазоне длин волн 1100–2300 нм, что обеспечивает рост пропускания системы «пленка–подложка» от 30 до 55% с увеличением длины волны в указанном диапазоне. Сравнение полученных спектров пропускания показывает, что введение в оксид цинка легирующей добавки Y_2O_3 в количестве 4% по массе приводит к существенному увеличению пропускания тонкой пленки в области оптического спектра от 1,2 до 3,0 мкм. В инфракрасном спектре пропускания тонкопленочной системы ZnO/Si четко проявляются две линии поглощения: 610 и 1107 см^{-1} .

Для тонких пленок ZnO спектры фотолюминесценции (рисунок 2б) характеризуются широкой полосой, максимум которой сдвигается из области $\sim 430 \text{ нм}$ в область $\sim 510 \text{ нм}$ при изменении длины волны возбуждения с 270 до 290 нм . Можно предположить, что спектр представляет собой суперпозицию полос, принадлежащих различным центрам свечения, которые вносят определенный вклад в суммарный спектр и занимают различное спектральное положение. В спектрах легированных пленок обнаруживается лишь полоса свечения с максимумом вблизи 415 нм с очень низкой интенсивностью. По-видимому, введение добавок Y_2O_3 приводит к перераспределению или исчезновению некоторых центров испускания излучения.

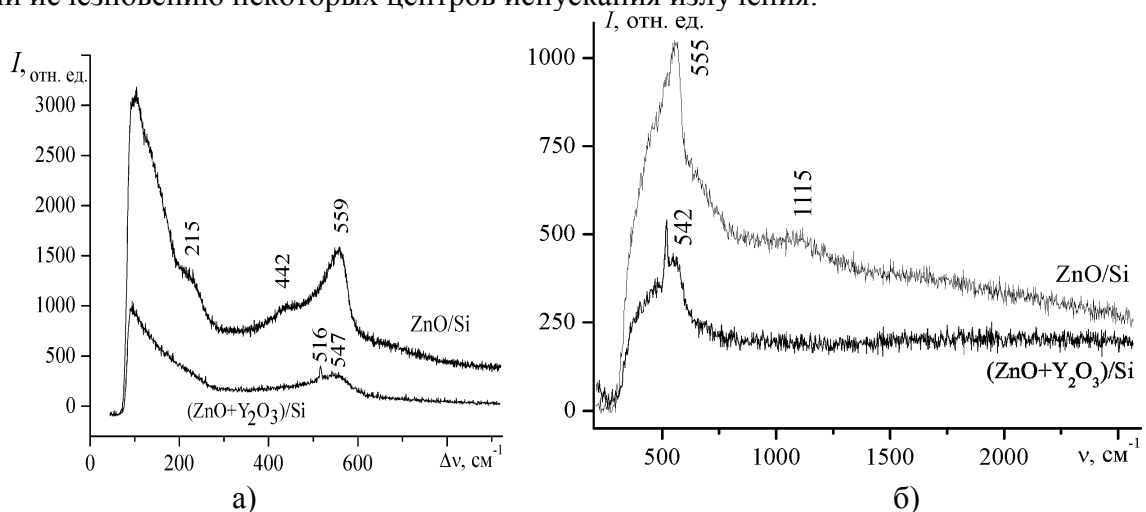


Рисунок 3. – Спектр комбинационного рассеяния света (а) и инфракрасный спектр КРС (б) получаемых тонких пленок

В спектре КРС (комбинационного рассеяния света) тонкой пленки ZnO (рисунок 3а) обнаруживаются слабо выраженные полосы в области 215 и 442 см^{-1} и более интенсивные полосы с пиком интенсивности на 106 и 559 см^{-1} . Следует отметить, что указанные полосы в спектрах КРС наблюдаются также для нанокристаллов ZnO. Можно предположить, что это свидетельствует о подобии наноструктуры полученных тонких пленок и структуры нанокристаллов оксида цинка. В спектре КРС тонкой пленки ZnO + Y₂O₃ наблюдаются широкие полосы в области 93 и 547 см^{-1} , а также интенсивная линия 516 см^{-1} , что свидетельствует о влиянии малых легирующих добавок оксида PЗЭ на микроструктуру тонких пленок ZnO.

В инфракрасных спектрах КРС для тонких пленок оксида цинка наблюдается интенсивная полоса в области 555 см^{-1} и слабо выраженная полоса в области 1115 см^{-1} (рисунок 3б). При этом в спектре КРС для тонкой пленки ZnO + Y₂O₃ обнаруживается только одна широкая линия с пиком на частоте 542 см^{-1} .

С.Д. ШАВРЕЙ

МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ЗАВИСИМОСТЬ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВОЙНИКОВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ СУРЬМЫ ОТ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Магнитопластический эффект (МПЭ) в твердых телах активно исследуется в последние десятилетия [1]. Несмотря на значительные достижения в этой области, практически не изучен вопрос о механизмах влияния магнитного поля (МП) на пластическую деформацию кристаллов, в которых пластическая деформация одновременно реализуется как скольжением, так и двойникованием.

Ранее нами было обнаружено [2], [3] что одновременное воздействие постоянного МП и сосредоточенной нагрузки на монокристаллы висмута и сурьмы приводит к заметному изменению размеров клиновидных двойников. В настоящей работе представлены некоторые закономерности развития двойникования в кристаллах сурьмы при одновременном приложении постоянного МП индукцией в интервале $B=0-0,7$ Тл и постоянной сосредоточенной нагрузки в условиях сопутствующего скольжения.

Для исследования были выбраны монокристаллы сурьмы, выращенные по методу Бриджмена. Образцы имели вид прямоугольных призм и размеры 10×5×5 мм. Исследования проводились с помощью микротвердомера ПМТ-3, алмазная пирамидка которого представляет собой сосредоточенную нагрузку. Индентор вдавливался в плоскость спайности (111) кристаллов сурьмы. МП создавалось электромагнитом в зазор сердечника которого помещался образец. Масса груза на штоке индентора $m=35$ г. Время выдержки поверхности кристалла под нагрузкой $t=5$ мин. Были получены зависимости диагонали d отпечатка индентора, длины L и ширины h клиновидных двойников, а также их числа N от B . Точки графиков соответствуют усредненным значениям результатов измерений размеров двойников, заклинившихся вокруг 20 и более отпечатков.

Анализ экспериментальных результатов показал, что с ростом индукции МП диагональ отпечатка и число клиновидных двойников увеличиваются, в то время как длина двойников и их толщина у устья падает, начиная с порогового уровня индукции магнитного поля $B\approx 0,2$ Тл. Дополнительное подтверждение полученных результатов можно видеть на приведенных ниже микрофотографиях. При экспозиции образца в

МП длина двойников снижается, а их число растет. Особенно это заметно для двойников, имеющих малую длину.

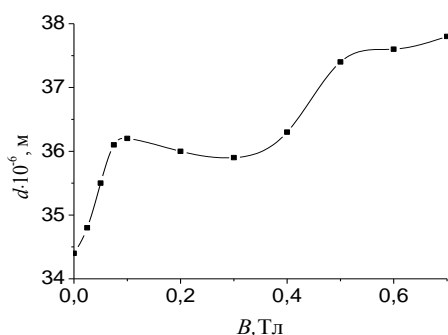


Рисунок 1. Диагональ отпечатка d в зависимости от индукции МП B

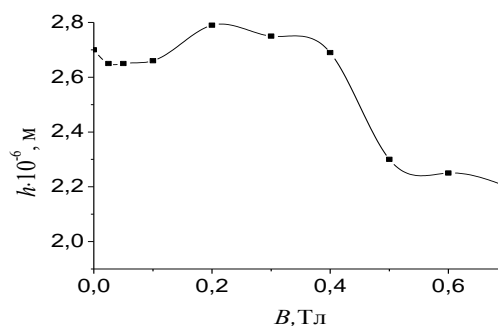


Рисунок 2. Ширина двойников h в зависимости от индукции МП B

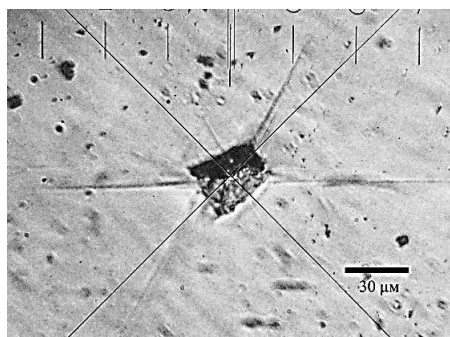


Рисунок 3. Микрофотография зоны пластической деформации при $P=35г$, $t=5мин$, $B=0,025Тл$.

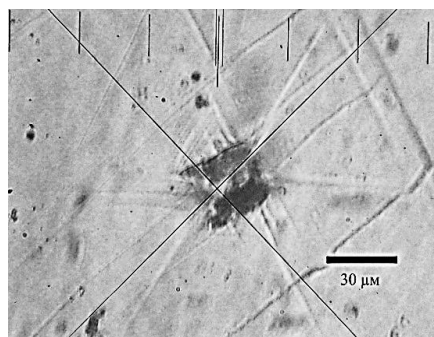


Рисунок 4. Микрофотография зоны пластической деформации при $P=35г$, $t=5мин$, $B=0,7Тл$.

Расчет показал: несмотря на частичное снижение средней длины и ширины двойников объем кристалла, охваченный двойникованием, растет – обнаруживается рост объема двойников, и площади границ раздела двойник-матрица. Последнему способствует увеличение числа двойников у отпечатка. Таким образом, можно сделать вывод, что приложение постоянного МП к кристаллам висмута интенсифицирует процесс пластической деформации двойникованием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин, Ю.И. Магнитопластичность твердых тел / Ю.И. Головин // ФТТ. – 2004. – Т. 46, вып. 5. – С. 769–803.
2. Пинчук, А.И. Магнитопластический эффект в случае двойникования кристаллов висмута под воздействием сосредоточенной нагрузки / А.И. Пинчук, С.Д. Шаврей // ФТТ. – 2001. – Т. 43, вып.1. – С. 39–41.
3. Шаврей, С.Д. Некоторые закономерности пластификации кристаллов сурьмы в постоянном магнитном поле / С.Д. Шаврей, А.И. Пинчук // Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам: материалы VI Междунар. науч.-практ. интернет-конф. – Мозырь, 25–28 марта 2014. – С. 225–226.

Ю. Л. ШЕВЧУК

БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

НАЗНАЧЕНИЕ И КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВСТРОЕННОГО ЯЗЫКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ УЧЕТА В РОЗНИЧНОЙ ТОРГОВЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛАТФОРМЫ 1С: ПРЕДПРИЯТИЕ

Разработка программ в настоящее время — это достаточно сложный процесс, она требует и знания систем программирования, и владения технологией программирования, и сознательного использования одной из парадигм программирования, в частности, объектно-ориентированного программирования.

Встроенный язык программирования "1С:Предприятие 8" — язык программирования, который используется в семействе программ "1С:Предприятие". Данный язык является предварительно компилируемым предметно-ориентированным языком высокого уровня, наиболее подобен по своему синтаксису языку Visual Basic.

Встроенный язык системы 1С: Предприятие предназначен для описания (на стадии разработки конфигурации) алгоритмов функционирования прикладной задачи и представляет собой предметно-ориентированный язык программирования, специально разработанный с учетом возможности его применения не только профессиональными программистами. В частности, все операторы языка имеют как русское, так и англоязычное написание, которые можно использовать одновременно в одном исходном тексте.

При своей относительной простоте язык обладает некоторыми объектно-ориентированными возможностями, например, правила доступа к атрибутам и методам специализированных типов данных (документам, справочникам и т.д.) подобны свойствам и методам объектов, используемых в других объектно-ориентированных языках. Однако специализированные типы данных не могут определяться средствами самого языка, а задаются в визуальном режиме конфигууратора.

Типизация переменных в языке не жесткая, т.е. тип переменной определяется ее значением. Переменные не обязательно объявлять в явном виде. Неявным определением переменной является ее первое упоминание в левой части оператора присваивания. Возможно также явное объявление переменных при помощи соответствующего оператора. Допускается применение массивов [1].

Формат описания элементов языка.

[] – в квадратных скобках заключаются необязательные синтаксические элементы.

() – круглые скобки заключают в себе список параметров.

| – вертикальной линией разделяются синтаксические элементы, среди которых нужно выбрать только один.

Информация по компонентам языка приводится в виде синтаксической диаграммы, подробного описания и примера исходного текста.

В синтаксических диаграммах используются следующие символы:

ЭлементЯзыка

Синтаксис:

ЭлементЯзыка (<Параметр1>,<Параметр2>..) [ДобКлючевоеСлово]

Англоязычный Синтаксис: (в случае языковых конструкций)

Keyword (<Параметр1>,<Параметр2>..) [AddKeyWord]

Англоязычный синоним: (в случае описания методов, функций и процедур)

Keyword

Параметры:

<Параметр1> краткое описание <Параметра1>.

<Параметр2> краткое описание <Параметра2>.

[ДобКлючевоеСлово] краткое описание ДобКлючевоеСлово.

Преимущество примеров на встроенном языке "1С:Предприятие 8" в том, что все программы записываются на русском языке сродни школьному алгоритмическому языку, однако в отличие от последнего являются исполняемыми программами, при этом не требуются дополнительные пояснения, что означают те или иные выражения, функции или команды, которые записываются в других программах с помощью латиницы. В качестве других преимуществ данной программы заявлены простота и удобство разработки решений различного уровня сложности, а также режим справки на русском языке [2]. За счет своей универсальности система 1С: Предприятие может быть использована для автоматизации самых разных участков экономической деятельности Предприятия: учета товарных и материальных средств взаиморасчетов с контрагентами, расчета заработной платы и. т.д. Встроенный макроязык системы 1С позволяет реорганизовать самостоятельно практически все виды учета и отчетности по желанию пользователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьева, В.А. 1С: Предприятие. Управление торговлей / В.А. Григорьева. – СПб.: Фирма Альянс Плюс, 2010. 140 с.
2. Дубянский, В.М. Разработка конфигураций в среде 1С: Предприятие Самоучитель / В.М. Дубянский, Л.К. Скобликова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 448 с.

В.В. ШЕПЕЛЕВИЧ¹, А.В. МАКАРЕВИЧ¹, П.И. РОПОТ²

¹МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

²Институт физики НАН Беларуси (г. Минск, Беларусь)

ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПРЕДМЕТНОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОЛЩИНЫ ФОТОРЕФРАКТИВНОГО ПЬЕЗОКРИСТАЛЛА $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$

В связи с возможностью практического применения динамических голограмм, записанных в фоторефрактивных кристаллах, для усиления оптических пучков [1] в фильтрах новизны [2], а также в других важных приложениях и устройствах представляет интерес экспериментальное изучение коэффициента усиления предметной световой волны от толщины используемого кристаллического образца.

Для проведения этого исследования была применена трапециевидная геометрия перекрытия в кристалле световых пучков с плоским волновым фронтом из работ [3–5], в которых впервые были представлены экспериментальные и теоретические результаты по изучению коэффициента усиления предметной световой волны при двухволновом смешивании от толщины фоторефрактивных кристаллов семейства силленита $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) и $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO). Однако в этих работах проведение экспериментальных исследований осуществлялось только для двух взаимно перпендикулярных пространственных ориентаций кристаллов, при которых обратный пьезоэлектрический и фотоупругий эффекты (далее сокращенно «пьезоэффект») не проявляются ($\vec{K} \parallel [001]$, где \vec{K} – вектор голографической решетки) или их влиянием можно пренебречь ($\vec{K} \perp [001]$) [6]. Поэтому здесь мы демонстрируем результаты подобных исследований для кристалла BTO в случае, когда оба вышеуказанных

условия не выполняются, и при теоретической интерпретации экспериментальных данных обязательно учитываем пьезоэффект [6–8].

В эксперименте использовался кристаллический образец ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с толщиной d , равной 7.7 мм. Ориентационный угол кристалла θ составлял 17° . Исследование коэффициента усиления предметной световой волны осуществлялось для четырех азимутов линейной поляризации взаимодействующих в кристалле опорного и предметного световых пучков $\Psi_0 = 0, 45^\circ, 90^\circ$ и 135° . Угол Брэгга φ_0 вне кристалла составлял 25° . Отношение интенсивностей предметного и опорного световых пучков I_S/I_R было равно 0.26. Коэффициент усиления предметной световой волны определялся как $\gamma(d) = I_S(d)/I_{S0}(d)$, где $I_S(d)$ и $I_{S0}(d)$ – интенсивности предметного пучка на выходе из кристалла толщиной d в присутствии и в отсутствие опорного пучка (пучка накачки) соответственно.

Теоретическая интерпретация экспериментальных данных проводилась на основании системы уравнений связанных волн из работы [9], в которой было показано, что в этом представителе силленитов формируются смешанные (амплитудно-фазовые) голографические решетки. При расчетах использованы параметры кристалла ВТО из [9; 10]. Направления отсчета ориентационного угла кристалла и азимутов линейной поляризации световых волн представлены в [8]. Амплитуда напряженности электрического поля пространственного заряда E_{sc} выбиралась равной 1.395 кВ/см и соответствовала наилучшей корреляции теории и экспериментальных данных.

Результаты выполненных экспериментальных и теоретических исследований, представлены на рисунке, из которого видно, что в случае пренебрежения пьезоэффектом экспериментальные данные и результаты теоретического анализа имеют хорошо наблюдаемое расхождение при $\Psi_0 = 0, 90^\circ$ (рисунок а)) и 135° (рисунок б)), которое может быть устранено путем «включения» в теоретической модели пьезоэффекта.

Что касается азимута линейной поляризации $\Psi_0 = 45^\circ$, то в этом случае при выбранных условиях проведения эксперимента расхождение теоретических кривых, полученных с учётом и без учёта пьезоэффекта, проявляется незначительно.

Следует отметить, что на рисунках а) и б) вертикальной штриховой линией отмечена граница между областью, в которой взаимодействие световых волн происходило при различных значениях эффективной толщины кристалла $0 \leq d \leq 7.7$ мм, и областью, в которой взаимодействие световых пучков происходило при фиксированной толщине кристалла $d_0 = 7.7$ мм (см. также [11; 12]).

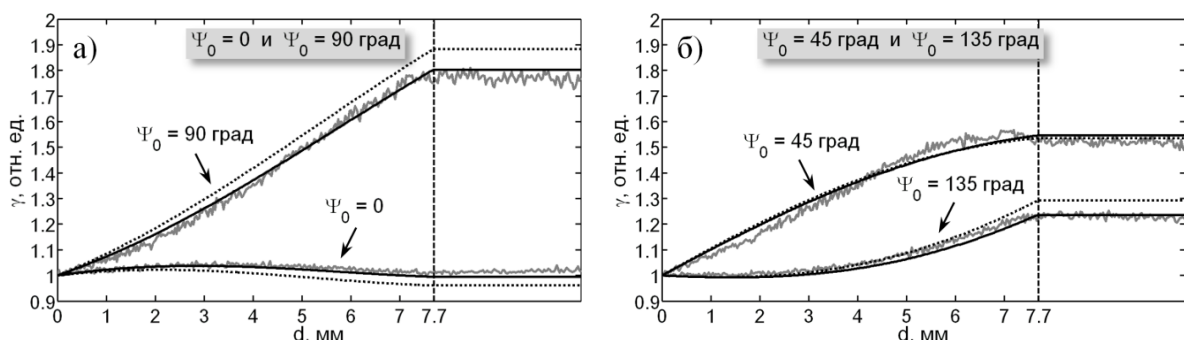


Рисунок – Зависимость коэффициента усиления предметной световой волны γ от толщины d кристалла ВТО среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с фиксированной толщиной $d_0 = 7.7$ мм при ориентационном угле $\theta = 17^\circ$: а) при $\Psi_0 = 0$ и 90° , б) при $\Psi_0 = 45^\circ$ и 135° ; черная сплошная линия – зависимость $\gamma(d)$ с учетом пьезоэффекта, черная пунктирная линия – зависимость $\gamma(d)$ без учета пьезоэффекта, серая (ломаная) линия – экспериментально полученная зависимость $\gamma(d)$

Таким образом, выполнено экспериментальное исследование зависимости коэффициента усиления предметной световой волны от толщины кристалла ВТО с использованием одного кристаллического образца среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с фиксированной толщиной 7.7 мм. Дана теоретическая интерпретация экспериментальных результатов на основании системы уравнений связанных волн, принимающей во внимание возможность формирования смешанных голограмм в этом кристалле, а также обратный пьезоэлектрический и фотоупругий эффекты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Analysis of output beam polarization in higher-order self diffraction via two-wave mixing in BSO crystal / Katyal N. [et al.] // *Optik*. – 2013. – Vol. 124, № 1. – P. 8–12.
2. Stepanov, S.I. Applications of photorefractive crystals / S.I. Stepanov // *Rep. Prog. Phys.* – 1994. – Vol. 57, № 1. – P. 39–116.
3. Dynamic holography with none plane waves in sillenites / E. Shamonina [et al.] // *Opt. Quant. Electron.* – 1996. – Vol. 28. – P. 25–42.
4. Investigation of two-wave mixing in arbitrary oriented sillenite crystals / E. Shamonina [et al.] // *Appl. Phys. B*. – 1997. – Vol. 64. – P. 49–56.
5. Optical activity in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ / E. Shamonina [et al.] // *Opt. Comm.* – 1998. – Vol. 146, № 1–6. – P. 62–68.
6. Gain optimization with respect to the thickness of a sillenite crystal / V.V. Shepelevich [et al.] // *Appl. Phys. B*. – Vol. 68, – P. 923–929.
7. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах: монография / С.М. Шандаров [и др.]. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 242 с.
8. Шепелевич, В.В. Голография в фоторефрактивных оптически активных кристаллах: монография / В.В. Шепелевич. – Минск: Изд. центр БГУ, 2012. – 254 с.
9. Шепелевич, В.В. Смешанные пропускающие голограммы в фоторефрактивном пьезокристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ / В.В. Шепелевич, А.В. Макаревич, С.М. Шандаров // *Письма в ЖТФ*. – 2014. – Т. 40, № 22. – С. 83–89.
10. Diffusion recording in photorefractive sillenite crystals: an analytical approach for engineering purposes / E. Shamonina [et al.] // *Opt. Comm.* – 2000. – Vol. 180, №1–3. – P. 183–190.
11. Экспериментальное исследование ориентационной зависимости дифракционной эффективности пропускающих голограмм от толщины кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ / А.В. Макаревич [и др.] // *Письма в ЖТФ*. – 2015. – Т. 41, № 19. – С. 46–54.
12. Экспериментальное исследование зависимости дифракционной эффективности фоторефрактивных голограмм от толщины образца и ориентационного угла в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ // В.В. Шепелевич [и др.] / *Известия вузов. Физика*. – 2015. – Т. 28, № 10. – С. 74–79.

У.А. ШЫЛІНЕЦ¹, І. М. ГУЛО²

Філіял БДУІР МРК, БДПУ імя М. Танка (г. Мінск, Беларусь)

РАШЭННЕ КРАЯВОЙ ЗАДАЧЫ ДЛЯ КВАТЭРНІЁННЫХ F-МАНАГЕННЫХ ФУНКЦЫЙ ЧАТЫРОХ РЭЧАІСНЫХ ЗМЕННЫХ

У дадзенай працы даследуюцца F-манагенныя кватэрніённыя функцыі [1] чатырох рэчаісных зменных. Для гэтых функцый атрымана інтэгральнае выяўленне і рэшана крайвая задача.

Няхай D – адназвязны абсяг чатырохмернай рэчаіснай эўклідавай прасторы $E^4(t, x, y, z)$. Разгледзім кватэрніённыя функцыі выгляду

$$f = f_1(t, x, y, z) + f_2(t, x, y, z)i + f_3(t, x, y, z)j + f_4(t, x, y, z)k,$$

$$p = \lambda_1 t + \lambda_2 xi + \lambda_3 yj + \lambda_4 zk,$$

дзе f_1, f_2, f_3, f_4 – рэчаісныя функцыі класа $C^1(D)$, $1, i, j, k$ – базіс алгебры кватэрніёнаў ($i^2 = -1, j^2 = -1, k^2 = -1, ij = k, ji = -k, jk = i, kj = -i, ki = j, ik = -j$), λ_n ($n = 1, 2, 3$) – такія рэчаісныя лікі, што $\lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2 = \lambda_1^2$.

Для любых пунктаў $M(t, x, y, z)$ і $M'(t', x', y', z')$ абсягу D мяркуем $\Delta f = f(M') - f(M)$, $\Delta p = p(M') - p(M)$.

Азначэнне. Кватэрніённая функцыя f называецца манагеннай у сэнсе У.С. Фёдарова (F-манагеннай) [2] па кватэрніённай функцыі p у абсягу D , калі існуе такая кватэрніённая функцыя

$$\theta = \theta_1(t, x, y, z) + \theta_2(t, x, y, z)i + \theta_3(t, x, y, z)j + \theta_4(t, x, y, z)k$$

($\theta_i(t, x, y, z)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) – адназначныя рэчаісныя функцыі пункта (t, x, y, z) абсягу D), што для любога фіксаванага пункта $M \in D$ і любога зменнага пункта $M' \in D$ маем $\Delta f = \Delta p \theta(M) + \alpha(M, M')$, дзе $\frac{\alpha(M, M')}{\rho} \rightarrow 0$ пры $\rho \rightarrow 0$, $\rho = |MM'|$. Лёгка

паказаць, што калі функцыя f – F-манагенная па функцыі p у абсягу D , то існуюць частковыя вытворныя $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial f}{\partial t}$, і пры гэтым

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \theta, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} \theta, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \theta, \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \theta.$$

Разгледзім наступную крайвую задачу.

Задача. Няхай V – чатырохмерны абмежаваны абсяг з граніцай σ ($\sigma \subset D, V \subset D$). Мяркуем далей, што p і функцыя f , F-манагенная па p , вызначаны на замкнутай трохмернай паверхні σ , гомеаморфнай сферы канечнага дыяметра і дастаткова гладкай для магчымасці скарыстаць формулу Астраградскага.

Патрабуецца знайсці ў любым унутраным пункце абсягу V значэнне функцыі f , F-манагеннай па p , калі вядомы яе значэнні на паверхні σ .

Для функцыі

$$f = f_1(t, x, y, z) + f_2(t, x, y, z)i + f_3(t, x, y, z)j + f_4(t, x, y, z)k$$

і адвольнага пункта $M(t_0, x_0, y_0, z_0) \notin \sigma$ лічым:

$$I_{\sigma} = \int_{\sigma} \{ \alpha_1 (\lambda_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda_2 i \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \lambda_3 j \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \lambda_4 k \frac{\partial \varphi}{\partial z}) + \alpha_2 (\lambda_2 i \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}) + \alpha_3 (\lambda_3 j \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi}{\partial y}) + \alpha_4 (\lambda_4 k \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi}{\partial z}) \} f d\sigma, \quad (1)$$

дзе $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – кіроўныя косінусы вонкавай нармалі да паверхні σ у яе бягучым

пункце $P(t, x, y, z)$, $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 + (t - t_0)^2}$,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{x - x_0}{r^4}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{y - y_0}{r^4}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{z - z_0}{r^4}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{t - t_0}{r^4}.$$

Былі даказаны наступныя тэарэмы.

Няхай M – любы дадзены пункт абсягу D , $M \notin \bar{V}$.

Тэарэма 1. Для любой кватэрніённай функцыі f , F-манагеннай па кватэрніённай функцыі P у абсягу D , маем $I_{\sigma} = 0$, дзе I_{σ} вызначаецца роўнасцю (1).

Тэарэма 2. Калі кватэрніённая функцыя f з'яўляецца F-манагеннай па кватэрніённай функцыі p у абсягу D , то для любога пункта M , які ляжыць унутры V , маем

$$f(M) = \frac{1}{2\pi^2 \lambda_1} \int_{\sigma} \{ (\alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \alpha_3 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \alpha_4 \frac{\partial \varphi}{\partial z}) \lambda_1 + (\alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}) \lambda_2 i + (\alpha_3 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial y}) \lambda_3 j + (\alpha_4 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi}{\partial z}) \lambda_4 k \} f d\sigma.$$

Пры дапамозе гэтага інтэгральнага выяўлення і рашаецца сфармуляваная краявая задача.

ЛІТАРАТУРА

1. Гусев, В. А. О кватернионных функциях, моногенных в смысле В.С.Фёдорова / В. А. Гусев // Успехи математических наук. –1965.– Т. 20.– Вып. 1(121).– С. 203–208.

2. Фёдоров, В. С. Основные свойства обобщённых моногенных функций / В. С. Фёдоров // Известия вузов. Математика. –1958. – № 6. – С. 257–265.