

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

- 6.** В кредитном отделе банка работают восемь человек. Сколько существует способов распределить между ними три премии: а) одинакового размера; б) разных размеров, известных заранее?
- 7.** Одна из воюющих сторон захватила в плен 12 солдат, а другая 15. Определить, сколькими способами стороны могут обменять семерых военнопленных.
- 8.** Петя и Маша коллекционируют видеокассеты. У Пети есть 30 комедий, 80 боевиков и 7 мелодрам, у Маши — 20 комедий, 5 боевиков и 90 мелодрам. Сколькими способами Петя и Маша могут обменяться тремя комедиями, двумя боевиками и одной мелодрамой?
- 9.** В сессию в течение 20 дней студенты одной группы должны сдать пять экзаменов. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов, если:
- а) запрещается сдавать два экзамена в один день; б) между двумя экзаменами должен пройти хотя бы один день для подготовки?
- 10.** В банке девять учредителей. Регистрационные документы хранятся в сейфе. Сколько замков должен иметь сейф, и сколько ключей к ним нужно изготовить, чтобы доступ к содержимому сейфа был возможен только тогда, когда соберётся не менее шести учредителей?
- 11.** Маша решила помириться с Петей и позвонить ему, но забыла две последних цифры его телефона и набирает их наудачу. Найти наибольшее возможное число неудачных попыток, которые сделает Маша, прежде чем дозвонится до Пети.
- 12.** Сколько автомобилей в одном городе можно обеспечить государственными регистрационными знаками, если каждый регистрационный знак состоит из кода города, трёх букв, имеющих одинаковое начертание как в русском, так и в латинском алфавите («А», «В», «Е», «К», «М», «Н», «О», «Р», «С», «Т», «У», «Х»), и трёх цифр?
- 19.** Определить, сколько существует вариантов опроса группы из десяти студентов на одном занятии, если ни один из студентов не будет подвергнут опросу дважды, и на занятии может быть опрошено любое число студентов (в том числе, ни один)?
- 22.** В конкурсе по трём номинациям участвуют десять кинофильмов. Вычислить число вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены: а) различные призы; б) одинаковые призы.
- 24.** Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в слове «математика»?
- ## Исчисление событий
- 26.** Привести примеры противоположных случайных событий.
- 27.** Привести примеры несовместных случайных событий.
- 29.** Установить, при каких условиях события A и $A \cap B$ являются эквивалентными.
- 30.** Пусть A, B, C — произвольные события. Найти выражения для событий, состоящих в том, что: а) произошло только A ; б) произошли A и B , но C не

произошло; в) все три события произошли; г) произошло хотя бы одно из этих событий; д) произошло хотя бы два события; е) ни одно из событий A , B и C не произошло; ж) произошло не более двух из событий A , B и C ; з) произошло ровно одно из этих событий; и) произошло ровно два из этих событий.

31. Пусть A , B , C — некоторые события, причём $A \subseteq B$. С помощью диаграмм Вьенна – Эйлера упростить выражения: а) $A \cap B$; б) $A \cup B$; в) $A \cap B \cap C$; г) $A \cup B \cup C$.

32. Проверить справедливость следующих утверждений, сравнивая диаграммы Вьенна – Эйлера для событий, стоящих в левых и в правых частях:

а) $(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C)$; б) $A \cap B \cap C = A \cap B \cap (C \cup B)$; в) $A \cup B \cup C = A \cup (B \setminus (A \cap B)) \cup (C \setminus (A \cap C))$; г) $A \cup B = (A \setminus (A \cap B)) \cup B$; д) $(A \cup B) \setminus A = B$; е) $(A \cup B \cup C) \setminus A = B \cup C$; ж) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$; з) $(A \cup B) \cap C = A \cap B \cap C$; и) $(A \cup B) \cap C = C \setminus (C \cap (A \cup B))$;

к) $A \cap B \cap C \subseteq (B \cap C) \cup (C \cap A)$; л) $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A) \subseteq A \cup B \cup C$; м) $A \cap B \cap C \subseteq A \cup B$.

35. Проверить, образуют ли события A , $A \cap B$, $A \cup B$ полную группу (A и B — произвольные события).

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

37. В корзине три красных и семь зелёных яблок. Из корзины вынули одно яблоко и отложили в сторону. Это яблоко оказалось зелёным. После этого из корзины берут ещё одно яблоко. Найти вероятность того, что оно будет красным.

41. В 80-е гг. XX в. в СССР была популярна игра «Спортлото». Игрок отмечал на карточке пять чисел от 1 до 36 и получал призы различного достоинства, если он угадал одно, два, три, четыре и пять чисел, объявленных тиражной комиссией. Найти вероятности следующих событий:

- не угадать ни одного числа из 36,
- угадать одно, два, три, четыре и пять чисел из 36.

42. На малом предприятии работают десять семейных пар. Чтобы никому не было обидно, на ежегодном собрании акционеров совет директоров, состоящий из восьми человек, выбирается случайным образом. Найти вероятности следующих событий: а) в совете директоров отсутствуют семейные пары; б) в совете директоров есть ровно одна семейная пара; в) в совете директоров есть ровно две семейных пары?

43. Найти вероятность того, что при раздаче колоды в 52 карты четырём игрокам первый из них получит ровно n пар «туз и король одной масти» ($n = 0, 1, 2, 3, 4$).

45. Петя и Маша приглашены на день рождения в компанию из десяти человек, включая их, но приходят на него порознь, причём, как и остальные гости, в случайное время. Найти вероятность того, что они будут сидеть за праздничным столом рядом, если хозяин рассаживает гостей случайным

образом, а стол, имеющий прямоугольную форму: а) стоит в середине комнаты; б) придвинут к стене.

46. Во время грозы на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Считая, что обрыв одинаково возможен в любой точке, найти вероятность того, что обрыв расположен между 40-м и 45-м километрами.

47. На 200-километровом участке газопровода между компрессорными станциями А и В происходит утечка газа, которая одинаково возможна в любой точке газопровода. Найти вероятности следующих событий: а) утечка расположена не далее 20 км от А или В; б) утечка расположена ближе к А, чем к В.

48. Радар автоинспектора имеет точность 10 км/ч и округляет свои показания в ближайшую сторону. Определить, что происходит чаще — радар округляет скорость «в пользу водителя» или «в пользу ГИБДД»?

49. При проведении инвентаризации для определения имеющегося на складе количества жидкого химического реактива используется измерительный прибор с ценой деления шкалы 0,2 л. Показания прибора округляются до ближайшего деления шкалы. Найти вероятность того, что ошибка округления не превысит 0,04 л.

50. Ёмкость цистерны для хранения бензина на автозаправочной станции равна 50 т. Найти вероятности событий, состоящих в том, что при случайной проверке в цистерне будет обнаружено: а) менее 5 т бензина; б) более 20 т бензина; в) хотя бы 1 т бензина.

51. Маша тратит на дорогу в институт от 40 до 50 мин, причём любое время в этом промежутке является равновероятным. Найти вероятность того, что в день экзамена она потратит на дорогу от 45 до 50 мин.

53. Петя и Маша договорились встретиться с 12 до 13 час. на станции метро «Выхино» у последнего вагона поезда, идущего в центр города, однако ни один из них не смог точно указать время своего прихода. Они договорились ждать друг друга в течение 15 мин. Найти вероятность их встречи.

54. Петя и Маша договорились встретиться с 12 до 13 час. на станции метро «Выхино» у последнего вагона поезда, идущего в центр города, однако ни один из них не смог точно указать время своего прихода. Они договорились ждать друг друга в течение 15 мин. Найти вероятность встречи Пети и Маши, если Петя ждёт уже 10 мин, а Маши всё ещё нет.

55. Петя, Маша и Вася договорились встретиться в большой перерыв, который длится час, около библиотеки. Никто из них не смог точно указать время своего прихода, поэтому они договорились ждать друг друга не более 10 мин. Найти вероятности следующих событий: а) они все встретятся; б) по крайней мере, двое из них встретятся.

57. Известно, что в среднем из 1 000 выданных кредитов примерно 12 не возвращаются в срок. В текущем году банк выдал 3 000 кредитов. Найти количество кредитов, которые не будут возвращены в срок.

58. Привести примеры событий, для вычисления вероятностей которых неприменим способ расчёта с помощью относительных частот.

АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

61. Петя ищет работу. Он побывал на собеседованиях в банке и страховой компании. Вероятность своего успеха в банке он оценивает в 0,5, а в страховой компании — в 0,6. Кроме того, он рассчитывает, что с вероятностью 0,3 ему поступят предложения от двух организаций сразу. Найти вероятность того, что Петя получит хотя бы одно предложение работы.

62. Менеджер по кадрам разместил в сети *Internet* объявление о том, что банку требуется начальник отдела долговых обязательств, и получил 300 резюме. Из прошлого опыта известно, что вероятность того, что претендент имеет высшее экономическое образование, равна 0,3, вероятность того, что претендент имеет опыт руководящей работы в банке, — 0,7, а вероятность того, что претендент имеет и высшее экономическое образование, и опыт руководящей работы, — 0,2. Оценить количество претендентов, имеющих опыт руководящей работы или высшее экономическое образование. Построить соответствующую диаграмму Вьенна – Эйлера.

63. Событие A состоит в том, что потенциальный покупатель увидел рекламу товара по телевизору, а событие B — в том, что он увидел рекламу в газете. Известно, что $P\{A\} > 0,8$, $P\{B\} > 0,4$, Проверить справедливость следующих утверждений: а) A и B несовместны; б) A и B противоположны; в) $P\{A \cap B\} > 0,2$.

64. Известны вероятности дополнительной потребности фирмы в инженерах на предстоящие два года:

Число инженеров	< 100	100 – 199	200 – 299	300 – 399	400 – 499	≥ 500
Вероятность	0,10	0,15	0,30	0,30	0,10	0,05

Найти вероятности следующих событий: а) на протяжении предстоящих двух лет фирме дополнительно потребуется не менее 400 инженеров; б) на протяжении предстоящих двух лет фирме дополнительно потребуется по меньшей мере 200, но не более 399 инженеров.

66. Петя — староста группы. Когда деканат попросил его подать сведения о студентах своей группы, Петя по памяти составил следующую записку: «*В группе 45 студентов, в том числе 25 юношей; 30 студентов учатся на “хорошо” и “отлично”, в том числе 16 юношей; 28 студентов занимаются спортом, в их числе 18 юношей и 17 студентов, успевающих на “хорошо” и “отлично”; 15 юношей учатся на “хорошо” и “отлично” и занимаются спортом*». Сотрудники деканата сразу определили, что Петя ошибся, и попросили его более аккуратно подойти к выполнению поручения. Как сотрудникам деканата удалось «поймать» Петю?

67. Пусть A, B, C — произвольные события. Расположить следующие события в порядке возрастания их вероятностей:

$A \cup C, \emptyset, A \setminus B, A \setminus (B \setminus C), \Omega, A \cup B \cup C, A \setminus B \setminus C$.

68. Пусть $A \subseteq B \cup C$ и $B \cap C = \emptyset$. Проверить справедливость утверждений: а) а) $P\{A \cup B\} = P\{B\}$; б) $P\{A \cup B \cup C\} = P\{B\} + P\{C\}$; в) $P\{\bar{A}\} \geq P\{\bar{B}\}$; г) $P\{\bar{A}\} \geq P\{\bar{B}\} + P\{\bar{C}\}$.

69. В 80-е гг. XX в. в СССР была популярна игра «*Спортлото*». Играющий отмечал на карточке пять чисел от 1 до 36 и получал призы различного достоинства, если он угадал одно, два, три, четыре и пять чисел, объявленных тиражной комиссией. Найти вероятности следующих событий: а) угадать не менее трёх чисел; б) угадать хотя бы одно число.

УСЛОВНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ

76. На автомобиле «*Mercedes-600*», принадлежащем президенту банка и представляющем огромный интерес для угонщиков, установлены электронная сигнализация и механическая блокировка рычага переключения передач. Вероятность того, что угонщик справится с сигнализацией, составляет 0,2, а вероятность того, что он сломает блокиратор, равна 0,1. Сегодня президент, рискнув, отправился в гости без водителя и охраны. Найти вероятности следующих событий: а) автомобиль будет угнан; б) угонщик справится только с одной системой защиты.

78. Из корзины, содержащей три красных яблока и семь зелёных, вынимают сразу два яблока. Найти вероятность того, что оба они будут красными.

79. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что оба раза появится одно и то же число очков.

80. В группе из 1 000 человек 452 имеют текущие счета, 336 — депозитные счета, а 302 — и текущие, и депозитные. Определить, являются ли события «*обладание текущим счётом*» и «*обладание депозитным счётом*» независимыми?

81. Талантливый сантехник Миша обязательно раз в неделю напивается «*до чёртиков*» (только раз, но обязательно). Найти вероятности следующих событий: а) Миша напьётся во вторник, если он был трезв в понедельник; б) Миша будет трезв в среду и в четверг, если он не пил в понедельник и во вторник; в) Миша будет пьян в один день с электриком Колей, который ведёт себя так же, но независимо от Миши.

82. Жюри состоит из трёх судей, выносящих решение независимо друг от друга: двое из них, каждый с вероятностью 0,8, принимают правильное решение, а третий для вынесения решения подбрасывает монету. Окончательное решение принимается большинством голосов. Найти вероятность вынесения правильного решения.

83. Нефтедобывающая компания проводит буровые работы в трёх различных местах А, В и С. Вероятности успешного бурения в А, В и С равны соответственно 0,5, 0,4 и 0,1. Предположив, что события, заключающиеся в успешности бурения в местах А, В и С, независимы, вычислить вероятности следующих событий: а) хотя бы одно бурение окажется успешным; б) ровно одно бурение окажется успешным.

84. Из корзины, содержащей три красных яблока и семь зелёных, вынимают по очереди все яблоки. Найти вероятность того, что вторым по счёту будет вынуто красное яблоко.

85. Из корзины, содержащей три красных яблока и семь зелёных, вынимают одно за другим все яблоки, кроме одного. Найти вероятность того, что последнее оставшееся в корзине яблоко будет зелёным.

- 86.** Петя знает не все вопросы программы. В каком случае вероятность вытащить неизвестный билет будет меньше: когда он тянет билет первым или последним?
- 87.** Студенты считают, что из 50 экзаменационных билетов 10 являются «хорошими». Петя и Маша по очереди тянут по одному билету. Найти вероятности следующих событий: а) Пете достался «хороший» билет; б) Маше достался «хороший» билет; в) им обоим достались «хорошие» билеты.
- 88.** Маша пришла на экзамен, зная ответы на 20 вопросов программы из 25. Профессор задаёт три вопроса. Найти вероятности следующих событий: а) Маша ответит на все три вопроса; б) Маша ответит на два вопроса; в) Маша ответит на один вопрос; г) Маша ответит хотя бы на один вопрос; д) Маша не ответит ни на один вопрос.
- 89.** Вероятность того, что кредитная карта находится в письменном столе, равна p , причём с равной вероятностью карта может находиться в любом из восьми ящиков стола. Её владелец осмотрел семь ящиков и пока не нашёл свою кредитную карту. Найти вероятность того, что она находится в восьмом ящике.
- 91.** Доказать, что из независимости событий A и B следует независимость событий: а) \bar{A} и B ; б) A и \bar{B} ; в) \bar{A} и \bar{B} .
- 94.** Доказать формулу $P\{A|B\} + P\{\bar{A}|B\} = 1$.
- 95.** Доказать, что равенства $P\{A|B\} + P\{A|\bar{B}\} = 1$ и $P\{A|B\} + P\{\bar{A}|\bar{B}\} = 1$ неверны.
- 97.** Пусть события A , B и C независимы в совокупности, причём каждое из них имеет вероятность, отличную от нуля и единицы. Проверить, могут ли события $A \cap B$, $B \cap C$ и $A \cap C$ быть: а) попарно независимыми; б) независимыми в совокупности.
- 98.** Подбрасываются три игральные кости. Событие A состоит в том, что на первой и второй костях выпало одинаковое число очков, событие B — в том, что на второй и третьей костях выпало одинаковое число очков, событие C — в том, что на первой и третьей костях выпало одинаковое число очков. Проверить, являются ли события A , B и C : а) попарно независимыми; б) независимыми в совокупности.
- 100.** Доказать, что из равенства $P\{A \cap B \cap C\} = P\{A\}P\{B\}P\{C\}$ не следует попарная независимость событий A , B и C .
- 102.** Пусть A , B — произвольные события. Проверить, образуют ли события A , $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$ полную группу.
- 106.** Вероятность того, что недельный оборот торговца мороженым превысит 2 000 руб., при солнечной погоде равна 80%, при переменной облачности — 50%, а при дождливой погоде — 10%. Найти вероятность того, что на следующей неделе оборот превысит 2 000 руб., если вероятность солнечной погоды в данное время года составляет 20%, вероятность переменной облачности и вероятность дождливой погоды — по 40%.
- 108.** В корзине три красных и семь зелёных яблок. Из корзины вынули одно яблоко и не глядя отложили в сторону. После этого из корзины достали ещё

одно яблоко, которое оказалось зелёным. Найти вероятность того, что первое яблоко, отложенное в сторону, также было зелёным.

109. Для принятия решений о покупке ценных бумаг была разработана система анализа рынка. Из данных за прошлые периоды известно, что 5% всех ценных бумаг являются «*плохими*» — не подходящими для инвестирования. Предложенная система определяет 98% «*плохих*» ценных бумаг как потенциально «*плохие*», но при этом 15% ценных бумаг, пригодных для инвестиций, также определяет как потенциально «*плохие*». Найти вероятность того, что ценная бумага подходит для инвестирования, при условии, что данной системой анализа рынка она была определена как потенциально «*плохая*».

110. Чтобы поддержать позиции фирмы при заключении правительственного контракта, необходимы значительные инвестиции в определение стоимости первоначальных исследований и разработок. Если фирма А сделает эти инвестиции, а её основной конкурент этого не сделает, то вероятность заключения договора с фирмой А составит 0,8. Однако если конкурент также проведёт предварительные исследования и разработки, то вероятность заключения договора с фирмой А уменьшается до 0,4. Аналитическая служба фирмы А оценивает вероятность проведения конкурентом изысканий по предстоящему проекту в 0,3. Вычислить вероятности следующих событий: а) правительство устроит цена, предложенная фирмой А (т. е. контракт будет заключен), при отсутствии информации о решении конкурента; б) правительство не устроит цена, предложенная фирмой А (т. е. контракт не будет заключен), при условии, что конкурент предложит свою цену; в) конкурент представит свою цену при условии, что цена, предложенная фирмой А, принимается правительством; г) конкурент представит свою цену при условии, что цена, предложенная фирмой А, не принимается правительством.

111. Если предприниматель планирует существенное изменение в образце товара, то с вероятностью 0,7 он начнёт вносить изменения в технологию производства до 1 сентября, если же он не планирует существенной переделки, то вероятность изменения технологии составит 0,2. На основании предыдущего опыта вероятность существенной переделки образца составляет 0,2. Вычислить вероятности следующих событий: а) в технологию будут внесены изменения до 1 сентября; б) образец товара претерпит существенные изменения, если изменения в технологию начинают вноситься до 1 сентября; в) образец товара претерпит существенные изменения, если 1 сентября уже прошло, а изменений в технологии не произошло.

112. Магазин получает товар от трёх поставщиков: 55% товара поступает от первого поставщика, 20% от второго и 25% от третьего. Продукция, поступающая от первого поставщика, содержит 5% брака, поступающая от второго поставщика — 6% брака, а поступающая от третьего поставщика — 8% брака. Покупатель оставил в книге пожеланий покупателя жалобу о низком качестве приобретённого товара. Найти вероятность того, что плохой товар, вызвавший нарекания покупателя, поступил от второго поставщика.

113. При расследовании преступления, совершённого на автозаправочной станции (АЗС), было установлено, что поток автомобилей, проезжающих мимо АЗС, состоит на 60% из грузовых и на 40% из легковых автомобилей. По показаниям свидетелей, во время совершения преступления на АЗС находился автомобиль. Известно, что вероятность заправки грузового автомобиля равна 0,1, легкового автомобиля — 0,3. Найти вероятность того, что во время совершения преступления на АЗС находился: а) грузовой автомобиль; б) легковой автомобиль.

114. В каждой из трёх корзин находится по семь красных яблок и три зелёных. Из первой корзины наудачу достали одно яблоко и переложили во вторую, затем из второй корзины наудачу достали яблоко и переложили в третью. Найти вероятность того, что яблоко, наудачу извлечённое после этих манипуляций из третьей корзины, окажется красным.

119. ЗАДАЧА О РАЗБОРЧИВОЙ НЕВЕСТЕ. У одной из Машиных подруг есть достаточно большое число женихов. Заранее она ничего о своих женихах не знает, кроме их числа n . Расположившись в очередь в случайном порядке, женихи представляются разборчивой невесте один за другим, так что встречая очередного жениха, она знает всех предшествующих.

Представленный и отвергнутый жених больше не возвращается. Невеста решила избрать следующую стратегию выбора: она просматривает первых m женихов, никого из них не выбирая, а затем останавливает свой выбор на первом из оставшихся ($n - m$) женихов, который окажется лучше, чем любой из первых m женихов. Найти вероятность $P_m(A)$ сделать наилучший выбор при такой стратегии. Определить такое число m_n , чтобы вероятность $P_{m_n}(A)$ была максимальной среди всех $P_m(A)$, $m = 0, 1, 2, \dots, n$.

120. Шейх разгневался на звездочёта и приказал казнить его, но в последний момент передумал и решил дать звездочёту возможность спастись. Он взял два чёрных и два белых шара, отличающихся только цветом, и предложил звездочёту распределить их произвольным образом по двум одинаковым сундукам. Палач должен с завязанными глазами выбрать сундук и достать из него один шар. Если он достанет белый шар, шейх помиует звездочёта, в противном случае — казнит. Как звездочёт должен распределить шары по сундукам, чтобы иметь наибольшие шансы спастись?

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИСПЫТАНИЙ

123. Стоимость проезда в автобусе равна 3 руб., месячный проездной билет на автобус стоит 120 руб., а штраф за безбилетный проезд составляет 10 руб. Петя 24 раза в месяц ездит на автобусе в институт и обратно. Он не покупает проездного билета, никогда не платит за проезд и считает, что вероятность быть пойманным и заплатить штраф равна 0,05. Сравнить стоимость проездного билета с наиболее вероятной величиной штрафа за 48 поездок.

124. В брокерской конторе для стимулирования прибыльности торговли применяется следующая система премирования сотрудников. Если сотрудник не достигал установленного дневного уровня прибыли на протяжении более трёх дней за две недели (10 рабочих дней), он теряет свою премию. Вероятность того, что сотрудник выполнит требуемую норму

прибыли, составляет 0,85. Найти число премий, потерянных 100 сотрудниками этой брокерской конторы за год (50 рабочих недель).

125. Найти вероятность появления ровно 5 гербов при 10-кратном бросании монеты.

126. Среди 12 проверяемых ревизором договоров семь оформлены неправильно. Найти вероятность того, что среди пяти договоров, произвольно отобранных ревизором для проверки, окажутся неправильно оформленными: а) ровно три договора; б) не менее трёх договоров.

127. Что вероятнее: выиграть в бильярд у равносильного противника три партии из четырёх или пять партий из восьми?

128. Что вероятнее: выиграть в бильярд у равносильного противника не менее трёх партий из четырёх или не менее пяти партий из восьми?

129. В течение месяца данная акция может подорожать на 1% с вероятностью 0,7 и подешеветь на 1% с вероятностью 0,3. Предполагая ежемесячные изменения цены независимыми, рассчитать вероятности того, что за три месяца цена акции возрастет: а) в $(1,01)^3$ раза; б) в $0,99 \cdot (1,01)^2$ раза.

131. Среди билетов лотереи половина выигрышных. Найти минимальное число билетов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,99, быть уверенным в выигрыше хотя бы по одному билету.

132. В городе работают 1 000 коммерческих банков, из которых 330 допускают нарушения налогового законодательства. Определить число банков, которые должна отобрать для проверки налоговая инспекция, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,99, среди них оказался хотя бы один нарушитель законодательства.

133. В городе работают 1 000 коммерческих банков, из которых 330 допускают нарушения налогового законодательства. Налоговая инспекция проводит проверку 12 банков, выбирая их случайным образом. Выбранные банки проверяются независимо друг от друга. Допущенные в проверяемом банке нарушения могут быть выявлены инспекцией с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что в ходе этой проверки будет выявлен хотя бы один нарушитель налогового законодательства.

134. Банк имеет пять отделений. Ежедневно с вероятностью 0,3 каждое отделение, независимо от других, может заказать на следующий день крупную сумму денег. В конце рабочего дня один из вице-президентов банка знакомится с поступившими заявками. Найти вероятности следующих событий: а) поступили ровно две заявки; б) поступила хотя бы одна заявка; в) среди поступивших двух заявок есть заявка от первого отделения.

135. Игральную кость бросают пять раз. Найти вероятность того, что дважды появится число, кратное трём.

137. Петя играл с Васей (равносильным противником) в шахматы на приз в 100 руб.: каждый выигрыш приносил одно очко, ничьи не считались. Игра шла до 8 очков. Когда Петя выиграл пять партий, а Вася — три, внезапно погас свет, и игру пришлось прекратить. Как им разделить приз — 100 руб.?

143. На лекции присутствует 200 человек. Вероятность того, что день рождения случайно выбранного студента приходится на определённый день

года, составляет $1/365$. Найти вероятность того, что число родившихся 1 января и 8 марта не больше двух.

144. Владельцы кредитных карт ценят их и теряют весьма редко — вероятность потерять кредитную карту в течение недели для случайно выбранного вкладчика составляет 0,001. Банк выдал кредитные карты 2 000 клиентам. Найти: а) вероятность того, что за предстоящую неделю будет утеряна ровно одна кредитная карта; б) вероятность того, что за предстоящую неделю будет утеряна хотя бы одна кредитная карта; в) наиболее вероятное число кредитных карт, теряемых за месяц.

145. Один процент стодолларовых купюр составляют фальшивые, сделанные, однако, довольно искусно, так что операционист обменного пункта десятую их часть принимает за настоящие. Каждый день для обмена приносят примерно 200 стодолларовых купюр (всего — настоящих и фальшивых). Определить: а) вероятность того, что среди них есть хотя бы одна фальшивая; б) наиболее вероятное время, за которое оправдает себя детектор валюты, который стоит 100 долл. и определяет все фальшивые купюры как фальшивые.

146. На праздники Петя и Маша отправились в поход на байдарках. Известно, что при прохождении одного порога байдарка не получает повреждений с вероятностью 0,7, полностью ломается с вероятностью 0,1 или получает серьёзное повреждение с вероятностью 0,2. Два серьёзных повреждения приводят к полной поломке. Найти вероятность того, что при прохождении 10 порогов байдарка не будет полностью сломана.

ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ВАЖНЕЙШИЕ ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

158. В лотерее на каждые 100 билетов приходится 15 выигрышей. Количество и размеры выигрышей таковы:
Размер выигрыша, руб.

Размер выигрыша, руб.	2 000	500	100
Количество билетов	1	4	10

Случайная величина X описывает размер выигрыша на один случайно выбранный билет. Составить ряд распределения случайной величины X . Построить кривую распределения вероятностей. Найти функцию распределения $F_X(x)$ и построить её график. Найти $P\{X < 500\}$, $P\{X < 2 100\}$, $P\{-100 < X \leq 1 000\}$, средний выигрыш на один билет и дисперсию выигрыша.

159. В результате анализа счетов 400 инвесторов на фондовой бирже получена следующая информация о количестве сделок за последний месяц:

X , количество сделок	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество инвесторов	146	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2

Определить вероятности того, что случайно выбранный инвестор произвёл: а) ноль сделок; б) по крайней мере, одну сделку; в) более пяти сделок; г) менее шести сделок.

160. В результате анализа счетов 400 инвесторов на фондовой бирже получена следующая информация о количестве сделок за последний месяц:

X , количество сделок	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество инвесторов	146	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2

Найти математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа сделок.

161. Банк выдал ссуду в 510 000 руб. под 10% годовых сроком на один год под залог дома клиента. В случае, если дом сгорит, разрушится и т. п. (т. е. произойдёт страховой случай), клиент ничего не вернёт банку, поэтому для уменьшения риска банк обязал клиента приобрести страховой полис на 500 000 руб., заплатив за него 10 000 руб. Дом был оценён экспертами страховой компании в 500 000 руб., а вероятность наступления страхового случая с таким домом в течение года — в 0,001. Составить ряды распределения дохода банка X_b и дохода страховой компании X_c/k за год. Найти ожидаемые доходы банка и страховой компании.

162. Клиент должен вернуть банку кредит до сегодняшнего дня. Неделю назад он отправил денежный перевод из другого города, который до сих пор не дошёл. Время T прибытия денег оценивается клиентом так:

T	1	2	3	4	5
p	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

За каждый день опоздания возврата кредита клиент должен выплатить банку 3% от его суммы (проценты простые). Есть возможность обратиться к частному детективу, который обязуется за 5% от суммы разыскать её в течение дня. Определить, что клиенту выгоднее — обратиться к детективу или ждать прихода денег.

163. Вечером Пете понадобилось обменять валюту. Он знает, что из трёх пунктов обмена валюты, расположенных поблизости, в это время работает лишь один, но не помнит, какой именно. Составить ряд распределения числа N обменных пунктов, которые придётся посетить Пете, если считать, что каждый из пунктов может работать с вероятностью $1/3$. Оценить ожидаемое время T , которое Петя потратит на обмен валюты, если на каждое посещение уходит полчаса.

173. Начальный капитал торговца-«челнока» составляет 10 000 руб. Опытные коллеги сказали ему, что после каждой поездки капитал с вероятностью $1/2$ увеличивается в полтора раза, с вероятностью $1/4$ остаётся без изменений и с вероятностью $1/4$ уменьшается в полтора раза. Составить ряд распределения капитала торговца после двух поездок и найти его математическое ожидание.

174. Проект состоит из трёх этапов. Первый и второй этапы можно выполнять параллельно, а третий этап можно начинать только по завершении первых двух. Длительности этапов (в рабочих днях) описываются дискретными случайными величинами T_i ($i = 1, 2, 3$) с рядами распределения

T_1	2	3	4	T_2	2	3	4	T_3	2	3	4
p	0,1	0,8	0,1	p	0,4	0,4	0,2	p	0,2	0,3	0,5

Найти вероятность того, что от начала работ по проекту до его завершения пройдет более шести рабочих дней.

177. Петя поехал на каникулы на n дней и решил, что будет ежедневно тратить

соответствующую часть денег: в первый день — $\frac{1}{n}$, во второй день — $\frac{1}{n-1}$ и т. д. Пусть X_i — часть от остатка денег, которая отделяется на расходы в i -й день ($i = 1, 2, \dots, n$). Здравое понимая, что траты каждый день будут различными, Петя решил, что их можно описать независимыми случайными

величинами X_i с математическими ожиданиями $MX_i = \frac{1}{n-i+1}$. Найти математическое ожидание случайной величины $Y = (1 - X_1)(1 - X_2) \dots (1 - X_n)$, равной остатку денег к последнему дню.

Биномиальноераспределение

183. Абитуриент при поступлении в институт сдаёт четыре экзамена, вероятность успешно сдать каждый экзамен равна 0,8. Случайная величина X описывает число сданных абитуриентом экзаменов (в предположении, что различные экзамены представляют собой независимые испытания). Составить ряд распределения случайной величины X . Определить, каким будет ряд распределения, если место абитуриента займёт студент, сдающий четыре семестровых экзамена.

184. В группе из 16 человек 12 поддерживают некоторую правительственную программу. Из этой группы наудачу отбирают троих человек. Составить ряд распределения числа людей в выборке, поддерживающих программу, найти среднее число таких людей и дисперсию числа таких людей.

185. В банк поступило 30 авизо, среди которых пять фальшивых. Тщательной проверке (которая гарантированно выявляет фальшивые документы) подвергаются десять случайно выбранных авизо. Найти ожидаемое количество выявленных фальшивых авизо.

186. Финансовая операция *форвард* состоит в заключении сделки на продажу (или покупку) в будущем некоторого товара по цене, определяемой сторонами в настоящий момент времени. Фермер предполагает, что через месяц, когда он соберёт урожай, цена пшеницы в каждом из десяти регионов, куда он обычно её продаёт, может с вероятностью 0,9 понизиться и с вероятностью 0,1 повыситься. Поэтому он заключает с десятью мельниками в этих регионах десять форвардов на поставку им пшеницы через месяц по сегодняшней цене. Цены в регионах изменяются независимо. Найти математическое ожидание числа форвардов, которые окажутся выгодными для фермера и вероятность того, что все десять проданных форвардов окажутся для него выгодными (форвард окажется выгодным, если в данном регионе за месяц цена понизится).

190. Среди выпускаемых заводом автомобилей 80% некомплектны. Определить, сколько автомобилей должен в среднем осмотреть покупатель, чтобы выбрать комплектный автомобиль.

191. Петя захотел найти человека, день рождения которого совпадает с Петиным. Составить ряд распределения числа N незнакомцев, которых придётся опросить Пете, и найти среднее число опрошенных незнакомцев.

192. Заместитель председателя правления банка Аполлон Митрофанович очень любит ходить в казино, и если он туда зашёл, то не выходит, пока на рулетке не выпадет «зеро» (то есть число «ноль»). Каждый раз Аполлон Митрофанович ставит пять рублей на «зеро» и по одному рублю на «двадцать девять» и на «тридцать два». После этого крупье вращает колесо рулетки, и шарик указывает на одно из чисел от 0 до 36. В случае, когда шарик указывает на число, соответствующее некоторой ставке Аполлона Митрофановича, последний получает выигрыш, в 35 раз больший, чем эта ставка, а те ставки Аполлона Митрофановича, которые не соответствуют выпавшему числу, теряются. Сколько раз играет в среднем Аполлон Митрофанович? Каков его средний выигрыш?

Распределение Пуассона

195. Пивной завод отправил в магазин 400 ящиков пива. Вероятность того, что ящик будет разбит при транспортировке в данных условиях, равна 0,005. По приезде в магазин экспедитор, перевозивший груз, заявил, что семь ящиков с пивом были разбиты при транспортировке. Размышляя, можно ли доверять экспедитору, директор магазина хочет найти вероятность разбить семь ящиков, вероятность разбить не менее семи ящиков, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение количества ящиков, разбитых при транспортировке, чтобы оценить возможность потерь, заявленных экспедитором. Найти указанные величины.

196. В банк поступило 4 000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков, равна 0,0001. Найти: а) вероятность того, что при проверке будет обнаружен хотя бы один ошибочно укомплектованный пакет; б) вероятность того, что при проверке будет обнаружено не более трёх ошибочно укомплектованных пакетов; в) математическое ожидание и дисперсию числа ошибочно укомплектованных пакетов.

197. Для продвижения своей продукции на рынок фирма раскладывает по почтовым ящикам рекламные листки. Прежний опыт работы фирмы показывает, что примерно в одном случае из 2 000 следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении 10 000 рекламных листов поступит хотя бы один заказ, среднее число поступивших заказов и дисперсию числа поступивших заказов.

200. В диспетчерскую таксопарка поступает простейший поток заказов такси с интенсивностью $\mu = 1,2 \frac{\text{заказа}}{\text{мин}}$. Найти вероятности следующих событий: а) за две минуты не поступит ни одного заказа; б) за две минуты поступит ровно один заказ; в) за две минуты поступит хотя бы один заказ.

201. Магазин имеет два входа, потоки покупателей на этих входах независимы и являются простейшими. Через первый вход проходит в

среднем $\mu_1 = 1,5 \frac{\text{чел.}}{\text{мин}}$, а через второй вход $\mu_2 = 0,5 \frac{\text{чел.}}{\text{мин}}$. Определить вероятность того, что в наугад выбранную минуту хотя бы один человек посетит магазин.