

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой общей физики ФТИ
_____ А.М. Лидер
« ____ » _____ 2017 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ИЗ ИЗГИБА

Методические указания к выполнению лабораторной работы 1-41
по курсу «Общая физика» для студентов всех направлений и
специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2017

УДК 531
ББК 22.2

Определение модуля Юнга из изгиба: методические указания к работе 1-41 по курсу «Общей физики» для студентов всех направлений и специальностей / сост. Н.В. Чистякова, Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2017. – 12 с.

УДК 531
ББК 22.2

Методические указания рассмотрены и рекомендованы
к изданию методическим семинаром кафедры
Общей физики ФТИ
«_____» 2017 г.

Председатель
учебно-методической комиссии _____ *А.М. Лидер*

Рецензенты
Доктор педагогических наук,
профессор кафедры ОФ ФТИ НИ ТПУ
В.В. Ларионов
Старший преподаватель
кафедры ОФ ФТИ НИ ТПУ
Т.В. Смекалина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ИЗ ИЗГИБА

Цель работы: Экспериментальное определение модуля Юнга для стали.

Приборы и принадлежности: индикатор смещения часового типа (ИЧ), три стальных стержня разной ширины, три крепления для подвеса, подвес для грузов, грузы.

Теоретическая часть

Под действием внешних сил, тела испытывают деформацию. Деформация – изменение формы и размеров тела. Все виды деформаций можно представить с помощью двух типов элементарных деформаций – деформацию растяжения (сжатия) и деформацию сдвига.

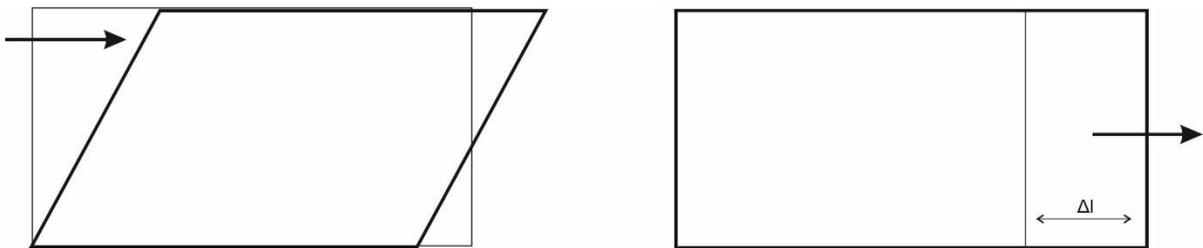


Рис. 1 Деформация сдвига, деформация растяжения.

В настоящей работе рассмотрена деформация изгиба. Изгиб представляет собой комбинацию деформации сдвига и деформации растяжения – сжатия.

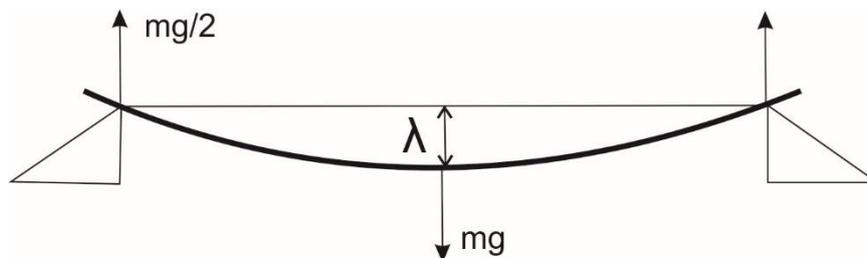


Рис. 2 Деформация изгиба, λ – стрела прогиба.

Связь между деформацией и приложенной силой определяется с помощью закона Гука. По закону Гука изменение длины (деформация) прямо пропорциональна приложенной силе.

$$|F| = k\Delta l \quad (1)$$

здесь F – растягивающая (сжимающая) сила, k – коэффициент пропорциональности, Δl – изменение длины.

Важно различать приложенную внешнюю силу и силу упругости, которая возникает внутри тела в результате деформации. Если к телу приложена внешняя сила, то в теле возникают деформации, а в результате деформаций, внутри тела появляется сила упругости. Сила упругости равна по модулю и противоположна по направлению внешней силе.

Для описания деформации в объемном теле, закон Гука удобно записать следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma \quad (2)$$

здесь E – модуль Юнга, величина, которая характеризует упругие свойства материала. Физический смысл модуля Юнга в том, что он равен силе, которая необходима для растяжения стержня единичного поперечного сечения на единицу длины. Модуль Юнга связан с коэффициентом пропорциональности k :

$$k = \frac{ES}{l}$$

здесь S – площадь поперечного сечения, l – длина недеформированного стержня.

Величина ε называется относительной деформацией и определяется как отношение изменения длины к первоначальной длине:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Величина σ называется напряжением и определяется как отношение силы, приложенной к площадке к ее площади:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

В данной работе необходимо определить модуль Юнга для стальных стержней разной ширины. Для этого стержень нагружают грузами известной массы и измеряют деформацию. Деформация измеряется вдоль оси y и называется стрелой прогиба (см. Рис. 2). Получим рабочую формулу для определения модуля Юнга.

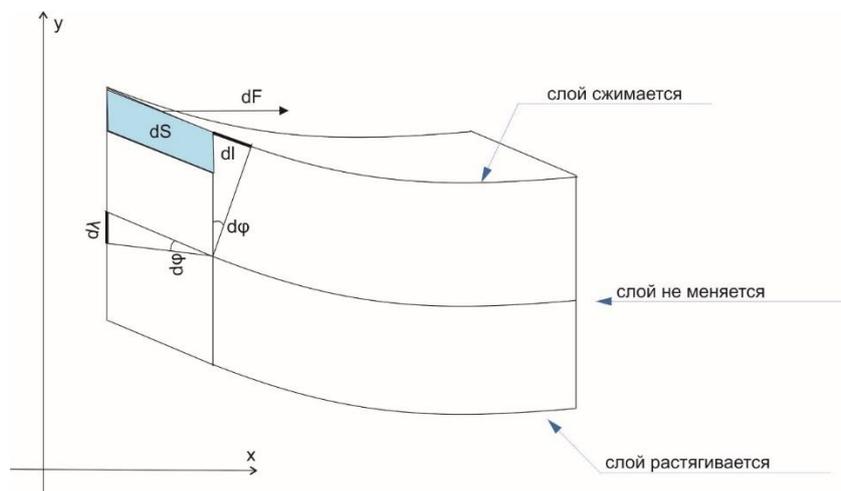


Рис. 3 Элемент изогнутого стержня.

На рисунке 3 представлен элемент изогнутого стержня. В результате изгиба, длина верхнего слоя уменьшается (сжатие), нижнего увеличивается (растяжение), а длина среднего слоя не меняется. Длина стержня – L , ширина стержня (вдоль оси z) – a , толщина стержня (вдоль y) – b .

Идея вывода формулы в том, чтобы получить выражение для момента внутренних сил упругости и приравнять его к моменту внешней растягивающей силы. Если моменты двух сил – внешней растягивающей и внутренней упругой равны, то элемент стержня находится в равновесии. Момент силы – это произведение силы на расстояние от оси

вращения до точки приложения силы. На рис. 3 сила dF действует вдоль оси x , расстояние до оси вращения измеряется вдоль оси y .

Определим внутренний момент.

По закону Гука:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \frac{dF}{dS}$$

Здесь элемент силы упругости dF направлен вдоль ось x перпендикулярно площади $dS = a dy$.

Обозначим $dl = y d\varphi$ – удлинение верхнего слоя вдоль оси x . Тогда относительная деформация:

$$\varepsilon = \frac{dl}{dx}$$

Здесь dx – длина элемента недеформированного слоя.

Выразим силу из закона Гука:

$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{E} \frac{dF}{dS}; dF = EdS \frac{dl}{dx} = Eady \frac{y d\varphi}{dx}$$

Элемент момента упругих сил:

$$dM = y dF$$

Суммарный момент внутренних сил упругости, определяется интегрированием по y от 0 до $b/2$ (т.к. ось вращения проходит через середину стержня). При этом, нужно учесть, что по верхнему слою действует сила сжатия, а по нижнему - растяжения. Две силы создают моменты, направленные в одну сторону поэтому момент нужно умножить на 2:

$$M_{\text{внутр.}} = 2Ea \frac{d\varphi}{dx} \int_0^{b/2} y^2 dy = \frac{1}{12} Eab^3 \frac{d\varphi}{dx}$$

Необходимо связать формулу для модуля Юнга со стрелой прогиба, определяемой в работе экспериментально. Выразим элемент прогиба через угол $d\varphi$ (см. рис. 3):

$$d\lambda = x d\varphi$$

Вес груза, подвешенного к середине стержня, создает момент внешних сил:

$$M_{\text{внеш}} = xP$$

Здесь $P = mg/2$ – сила, равная весу груза, деленному пополам, т.к. стержень лежит на двух опорах.

Приравняем внешний и внутренний моменты, учтя при этом выражение для стрелы прогиба $d\lambda$

$$Px = \frac{1}{12} Eab^3 \frac{d\lambda}{dx}$$

Разделим в этом выражении переменные и проинтегрируем:

$$\frac{mg}{2} \int_0^{L/2} x^2 dx = \frac{1}{12} Eab^3 \int_0^{\lambda} d\lambda; \frac{mg}{2} \frac{L^3}{24} = \frac{1}{12} Eab^3 \lambda$$

Отсюда получим выражение для определения модуля Юнга:

$$E = \frac{mgL^3}{4ab^3 \lambda} \quad (3)$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Установка для измерений представлена на рисунке 4а.



Рис. 4а Установка для измерения стрелы



Рис. 4б Система

прогиба	крепления подвеса
---------	-------------------

Перед проведением измерений, необходимо установить держатели для стержней 5. Крепления для подвеса 3 изготовлены в соответствии с шириной стержня. Измерения проводятся для трех стержней разной ширины ($L=10$ см, 15 см, 20 см) и для каждого стержня нужно установить собственное крепление подвеса.

Стрела прогиба измеряется с помощью индикатора смещения часового типа 1 (ИЧ). Цена деления ИЧ – 0.01 мм. Большая шкала содержит 100 делений. Малая шкала показывает число оборотов. Один оборот соответствует 100 делениям большой шкалы. Упор ИЧ должен быть установлен на середину подвеса для грузов. Ноль индикатора выставляется, когда подвес нагружен всеми 4-мя грузами. При последовательном снятии грузов, стержень выпрямляется и действует на упор индикатора. ИЧ показывает величину смещения. При установке нуля, ИЧ должен располагаться вертикально и между упором и подвесом был установлен контакт.

ХОД РАБОТЫ:

1. Установите на середине стержня крепление подвеса, соответствующее ширине стержня.
2. Установите стержень симметрично на опорах.
3. Установите на подвесе держатель с четырьмя грузами 2.
4. Установите ИЧ 1 так, чтобы упор индикатора приходился на середину подвеса 3 (см. рис. 4б). ИЧ должен быть установлен на ноль, когда в подвесе находятся все грузы.
5. Аккуратно снимайте грузы по одному и записывайте показания ИЧ в таблицу 1.
6. Для каждого стержня необходимо провести измерения три раза.

7. Замените стержень и повторите измерения 1-5.
8. Стрела прогиба для каждого веса определяется по формуле:
 $\lambda = \lambda_0 - \lambda_{cp}$, где λ_0 определяется как стрела прогиба для пустого подвеса (0 грузов).

Таблица 1

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_{cp}	λ	Е, ГПа
4 груза						
3 груза						
2 груза						
1 груз						
0 грузов						

Обработка результатов измерений.

1. Для трех стержней определите модуль Юнга по формуле 3.
2. Постройте график зависимости стрелы прогиба от ширины стержня при фиксированном весе груза. Проанализируйте полученную зависимость.
3. Рассчитайте погрешность измерения модуля Юнга.

Данные для расчета: Длина стержней $L=0.48$ см, ширина $a_1=10$ см, $a_2=15$ см, $a_3=20$ см, толщина $b = 1,5$ мм. Масса одного груза $m=50$ грамм.

4. Сделайте вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение момента силы относительно произвольной точки.
2. Что такое модуль Юнга?
3. Физический смысл модуля Юнга.
4. Как получить формулу 2 для закона Гука из формулы 1.
5. Что такое деформация?

6. Какая величина называется относительной деформацией?
7. Что такое механическое напряжение?
8. В каких единицах измеряется механическое напряжение?
9. От чего зависит модуль Юнга?
10. Что такое стрела прогиба?
11. Как стрела прогиба зависит от ширины стержня?
12. Какие виды деформаций вы знаете?
13. Что такое деформация сдвига?
14. Что такое деформация растяжения?
15. Что такое деформация изгиба?
16. Что такое деформация кручения?
17. Как формулируется закон Гука?
18. Как отличаются упругая и пластическая деформации?
19. Что такое пластическая деформация?
20. Дайте определение пределу текучести.
21. Определение механического гистерезиса.
22. Что такое упругая деформация?
23. В каких единицах измеряется модуль Юнга?
24. Зависит ли модуль Юнга от температуры?
25. Условия применения закона Гука.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Механика: в 3 т. / Д. В. Сивухин. М.: Физматлит, 2002. Т.1. С. 176-185, 193-199.
2. Стрелков С. П. Механика. / С. П. Стрелков М.: «Наука», 1965. С. 314-320.
3. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М.: Высшая школа, 2001. С. 34-38.

ГЛОССАРИЙ

Упругая деформация – вид деформации, при которой, после прекращения воздействия, тело принимает прежнюю форму и размеры.

Пластическая деформация – вид деформации, при которой, после прекращения воздействия, тело не возвращается в исходное состояние.

Закон Гука – закон, который описывает упругую деформацию. Согласно закону Гука изменение длины прямо пропорционально приложенной силе.

Модуль Юнга– физическая величина, которая характеризует упругие свойства тела.

Механическое напряжение – отношение силы, приложенной к плоскости к площади этой плоскости. Измеряется в паскалях, единицах давления.

Относительная деформация – отношение величины изменения длины тела при деформации к первоначальной длине.

Предел текучести – величина механического напряжения, выше которой начинается пластическая деформация.

Механический гистерезис – различие в зависимости деформации от приложенной нагрузки при нагружении и разгрузке.