

СПИСОК ВОПРОСОВ К КОЛЛОКВИУМУ №1

1. а) Определение матрицы. Размерность матрицы.

Приведите примеры квадратной матрицы, матрицы размерности (3×2) .

б) Найти область определения функции $y = \frac{4-x}{x} - \sqrt{16-x^2}$

2. а) Виды матриц.

Приведите пример единичной матрицы третьего порядка. Может ли единичная матрица иметь размерность (2×3) ?

б) Найти интервалы возрастания и убывания функции $y = 3x - x^2 - 2$

3. а) Линейные операции над матрицами и их свойства.

Найти $3A - 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

б) Найти наибольшее значение функции $y = x - 2x^2 - 1$ на отрезке $[-1; 2]$

4. а) Нелинейные операции над матрицами и их свойства.

Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

б) Является ли функция $y = x - x^2$ чётной?

5. а) Обратная матрица (определение, условие существования).

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ и сделать проверку.

б) Дана функция $y = \frac{|4-x|}{x+1}$. Найти $y(6)$.

6. а) Схема нахождения обратной матрицы.

Приведите пример матрицы, для которой не существует обратной.

б) Найти область определения функции $y = \sqrt{5-x} - \sqrt{4-x^2}$

7. а) Матричные уравнения и их решение

Решите матричное уравнение $XA = B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$.

б) Найти область определения функции $y = \frac{x}{x^2 - 9}$.

8. а) Определитель второго порядка.

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 11 & 15 \\ 22 & 225 \end{vmatrix}$

б) Построить график функции и указать интервалы возрастания и убывания функции $y = -3x^2 + 6x - 1$

9. а) Определитель третьего порядка и способы его вычисления

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ -4 & 0 & 3 \\ 6 & -3 & 1 \end{vmatrix}$

б) Построить график функции $y = -3x^2 + 6x - 1$ и указать наименьшее значение функции

10. а) Свойства определителей.

б) Дана функция $y = 2^{|x|-2}$. Найти $y(-3), y(0), y(-3)$.

11. а) Понятие линейного уравнения.

Приведите пример линейного уравнения. Приведите пример нелинейного уравнения. Приведите пример линейного однородного уравнения

б) Постройте прямые $y = x - 4, y = -5, x = 3$

12. а) Понятие системы линейных уравнений.

б) Найти область определения функции $y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt[3]{4+x}$

13. а) Понятия совместной и несовместной системы, определенной и неопределенной системы, однородной и неоднородной системы. Является ли

система уравнений $\begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ -6y + 2x = 5 \end{cases}$ совместной?

б) Имеет ли функция $y = x^2 + 1$ обратную?

14. а) Метод Крамера. Формулы Крамера. Решите систему уравнений

методом Крамера $\begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ -3y + x = 5. \end{cases}$

б) Имеет ли функция $y = 3x - 4$ обратную? Если да, то найдите её.

15. а) Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.

Укажите особенности в расположении прямых на плоскости

$2x - y = 0, 4x + 5 = 0$. Постройте эти прямые.

б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ -4x + 6y = 8 \end{cases}$$

16. а) Уравнение прямой с угловым коэффициентом (с выводом)

Чему равны угловые коэффициенты прямых $2x - y = 0, 4y + 5 = 0$?

б) Является ли функция $y = x^2(4 - x^4)$ нечётной?

17. а) Уравнение прямой, проходящей через две точки (с выводом).

б) Найти $A \cdot B^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

18. а) Расстояние между двумя точками на плоскости. Найти расстояние между точками $A(-2; 5)$ и $B(-3; -5)$

б) Доказать, что $F(a) = F(-a)$, если $F(x) = x^4 - 2x^2 + 5$

19. а) Исследование взаимного расположения прямых на плоскости.

Найти угол между прямыми $2x - y = 0, x - 4y + 5 = 0$

б) Найти область определения функции $y = \ln(x^2 - 10x + 24) + \frac{1}{x^2 + 4}$

20. а) Окружность (определение и вывод уравнения). Привести уравнение окружности к каноническому виду и построить $x^2 + y^2 + x - 2y = 0$

б) Найти матрицу обратную к матрице $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

21. а) Парабола (определение и вывод уравнения). Привести к каноническому виду уравнение параболы и построить $y^2 + x - 2y = 0$

б) Является ли функция $y = 2^{-x^2}$ нечётной?

22. а) Понятие функции (определение, $D(y), E(y)$). Найти область определения

функции $y = \frac{x}{2} - \sqrt{3x - x^2 - 2}$.

б) Найти угол между прямыми $y = 5, y = 2x - 4$

23. а) Основные характеристики поведения функции. Укажите интервалы возрастания и убывания функции $y = -x^2 + 4x$. Приведите пример чётной функции.

б) Чему равен определитель матрицы $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$?

24.а) Определение сложной функции и обратной функции. Приведите пример функции, которая не имеет обратной. Найти композицию функций

$$y = \ln u, u = \sqrt[3]{v}, v = \cos x$$

б) Найти $f(A)$, если $f(x) = 4x - 5$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

25.а) Основные элементарные функции (их графики и свойства)

б) Найти X , если $2X - A = 4B$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$