ВАРИАНТ 11

1. Найти числа α, β, γ, если

$$\overline{AB} = 4\overline{p} + 2\beta\overline{q} + \gamma\overline{r}$$

$$\overline{CB} = \alpha\overline{p} - 9\overline{q} - 2\gamma\overline{r}$$

$$\overline{CA} = 3\alpha\overline{p} + \beta\overline{q} + 6\overline{r}$$

2. При каком α вектор $\overline{a} = \overline{p} + \alpha\overline{q}$ перпендикулярен вектору $\overline{b} = 5\overline{p} - 4\overline{q}$, если $|\overline{p}|=|\overline{q}|=3$, $(\widehat{p,q}) = 60^0$

3. Показать, что четырехугольник с вершинами A(4,0,8), B(5,2,6), C(3,1,4), D(2,-1,6) является квадратом.

4. Даны два вектора $\overline{a}=\{1,2,5\}$, $\overline{b}=\{3,-5,7\}$. Найти вектор $\overline{x}$ при условии, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяет условиям $(\overline{x},\overline{a})$=3, $(\overline{x},\overline{b})$= -2.

5. Найти $(\overline{a},\overline{b})$, если $|\overline{a}|=3$, $|\overline{b}|=26$, $|[\overline{a},\overline{b}]|=72$

6. Дано: B(6,3,3), C(6,4,2), D(4,1,4). Найти:
   a) $Пр_{\overline{BD}}[\overline{BC},\overline{CD}]$;
   b) центр тяжести треугольника BCD;
   c) высоту треугольника BCD, опущенную из вершины B

7. Дано: A(3,-2,3), B(1,2,-1), C(1,1,-3) и D(2,3,1). Найти:
   a) высоту пирамиды ABCD, опущенную из точки C
   b) синус внутреннего угла A в треугольнике ABC
   c) косинус внешнего угла B в треугольнике BDC

ВАРИАНТ 12

1. Даны середины сторон треугольника ABC: $M_1(2,4)$, $M_2(-3,0)$, $M_3(2,1)$. Найти его вершины
2. Единичные векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ образуют угол φ. Найти φ, если векторы $\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2$ и $5\mathbf{e}_1-4\mathbf{e}_2$ перпендикулярны.
3. Найти единичный вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a}=\{\frac{1}{4},-2,\frac{1}{3}\}$ и оси Oy
4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}=\{3,-2,1\}$ и $\overline{b}=\{1,2,-3\}$, $|\overline{x}|=\sqrt{5}$ и образует острый угол с осью Oy.
5. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $5\overline{a}+2\overline{b}$, $3\overline{a}+\overline{b}$, если $|\overline{a}|=2$, $|\overline{b}|=\sqrt{3}$, $(\overline{a},\hat{\ }\overline{b})=\frac{\pi}{3}$
6. Даны три силы $\overline{F}_1=\{-2,1,0\}$, $\overline{F}_2=4\mathbf{i}-5\mathbf{j}-\mathbf{k}$ и $\overline{F}_3=\{-1,1,3\}$, приложенные к точке C(3,-2,0). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки A(0,2,1).
7. Дано: A(2,-1,-2), B(1,2,1), C(2,3,4) и D(-5,0,-6). Доказать, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найти:
   a) $\textit{Пр}_{[\overline{AC},\overline{AD}]}\left(\overline{AB}\right)$
   b) угол между векторами $\overline{AB}+\overline{AC}, \overline{DA}$
   c) высоту треугольника ABC, опущенную из точки C

# ВАРИАНТ 13

1. Даны две вершины треугольника ABC: A(-4,-1,2), B(3,5,-16). Найти третью вершину C, зная, что середина стороны AC лежит на оси Oy, а середины стороны BC на плоскости Oxz.
2. Даны векторы $\bar{a} = 3\bar{m} - \bar{n}$, $\bar{b} = \bar{m} + \bar{n}$, $|\bar{m}|=2$, $|\bar{n}|=3$, $(\widehat{m,n}) = \dfrac{\pi}{3}$. Найти проекцию вектора $\bar{a}$ на вектор $\bar{b}$.
3. Доказать, что диагонали четырехугольника, заданного координатами своих вершин A(-4,-4,4), B(-3,2,2), C(2,5,1), D(3,-2,2) взаимно перпендикулярны. Найти
   a) внутренний угол при вершине A
   b) периметр этого четырехугольника
4. Найти вектор $\bar{x}$, зная, что он коллинеарен вектору $\bar{a}=\{3,0,4\}$, $|\bar{x}|= 5\sqrt{3}$ образует острый угол с осью Ox.
5. Вычислить $|\left[\bar{a} + 2\bar{b}, \bar{b} - \bar{a}\right]|$, если $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=4$, $(\widehat{a,b}) = \dfrac{\pi}{2}$
6. Даны три силы $\overline{F}_1$=2**i**-**j**-3**k**, $\overline{F}_2$={3,2,-1} и $\overline{F}_3$= -4**i**+**j**+3**k**, приложенные к точке A(-1,4,2). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки O(2,3,-1).
7. Дано: A(2,-1,-2), B(1,2,4), C(2,3,0) и D(5,0,-6). Показать, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Найти:
   a) высоту пирамиды ABCD, опущенной из вершины B
   b) угол между векторами $\left[\overline{AC}, \overline{AD}\right]$ *и* $\overline{DB}$

# ВАРИАНТ 14

1. Подобрать число $\alpha$ так, чтобы векторы $\overline{a} = 2\overline{p} + 3\overline{q} + \alpha\overline{r}$, $\overline{b} = \overline{p} + \alpha\overline{q} + 3\overline{r}$, $\overline{c} = \overline{p} + 9\overline{q} - 11\overline{r}$ были линейно зависимы.
2. Определить длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = 2\overline{m} - \overline{n}$ и $\overline{b} = \overline{m} + 3\overline{n}$, если $|\overline{m}|$=2, $|\overline{n}|$=3, $(\widehat{m,n}) = 30^0$.
3. Даны три вектора $\overline{a}$={1,-4,8}, $\overline{b}$={4,4,-2}, $\overline{c} = \{2,3,6\}$. Найти
   a) проекцию вектора $(2\overline{b} + \overline{c})$ на вектор $\overline{a}$
   b) угол между векторами $2\overline{a} - \overline{b}$, $3\overline{b} - \overline{c}$
4. В плоскости YoZ найти единичный вектор, перпендикулярный вектору $\overline{a}$={-5,3,2} и образующий острый угол с осью Оу.
5. Доказать, что $(\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}) \le |\overline{a}|\,|\overline{b}|\,|\overline{c}|$. В каком случае имеет место знак равенства?
6. Дано A(-2,1,1), B(0,-3,-3), O(-2,-5,-2). Найти:
   a) высоту треугольника ABC, опущенную из вершины C
   b) вектор, коллинеарный биссектрисе внутреннего угла A
7. Дано: A(1,2,3), B(9,5,4), C(3,0,4) и D(5,2,6). Найти:
   a) длину высоты пирамиды, проведенной из вершины C
   b) угол между векторами $\left[\overline{AB}, \overline{AC}\right]$ и осью Оу

ВАРИАНТ 15

1. Может ли вектор образовывать с осями координат углы $\alpha=\frac{\pi}{3}$, $\beta=\frac{\pi}{4}$, $\gamma=\frac{\pi}{6}$.
2. Найти угол между векторами $\overline{a}=3\overline{m}-\overline{n}$ и $\overline{b}=\overline{m}+2\overline{n}$, если $|\overline{m}|=3$, $|\overline{n}|=2$, $(\overset{\wedge}{m,n})=30^0$. Единичные векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ образуют угол $\varphi$. Найти $\varphi$, если векторы $\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2$ и $5\mathbf{e}_1-4\mathbf{e}_2$ перпендикулярны.
3. Даны векторы $\overline{a}=\{2,1,2\}$, $\overline{b}=\{1,-3,2\}$, $\overline{c}=\{3,2,-1\}$. Найти:
   a) проекцию вектора $\left(2\overline{a}+\overline{b}-3\overline{c}\right)$ на вектор $\overline{a}$
   b) единичный вектор биссектрисы угла между угол между $\overline{b}$ и $\overline{c}$
4. Найти единичный вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a}=\{3,-6,-1\}$ и оси Oy и образующий острый угол с осью Oz
5. Вычислить $\left|[\overline{a},\overline{b}+\overline{a}]\right|$ если $\overline{a}=4\overline{m}+\overline{n}$, $\overline{b}=3\overline{m}+\overline{n}$, $|\overline{m}|=1$, $|\overline{n}|=\sqrt{3}$, $(\overset{\wedge}{m,n})=\frac{\pi}{3}$.
6. Дано: A(1,-3,-3), B(1,-2,-4), C(-1,-5,-2) и D(-1,1,1). Найти:
   a) косинус угла, образованного векторами $\overline{DA}$ *и* $\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]$;
   b) высоту треугольника ABC, опущенную из вершины B
7. Дано: A(2,-1,-1), B(5,-1,2), C(3,0,-3) и D(13,-1,-1). Найти:
   a) высоту пирамиды, опущенную на грань ABC
   b) центр тяжести треугольника ABC
   c) $(\overline{AB},\overline{AC}+\overline{AD},\overline{CD})+(\frac{1}{3}\overline{AB},\overline{BC})$