

Глава 8. Квантовые свойства излучения

8.1 Фотоны

Согласно гипотезе Планка, электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии ε (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = \hbar\omega. \quad (1)$$

Планк высказал свою гипотезу применительно к излучению линейных осцилляторов в твердом теле, излучающих при нагревании тела.

В 1905 г. Эйнштейн обобщил гипотезу Планка на все явления испускания, поглощения и распространения света и ввел понятие **фотона** – частицы электромагнитного поля. Рассмотрим основные характеристики этой частицы.

Энергия фотона линейно зависит от частоты:

$$E_\gamma = \hbar\omega. \quad (2)$$

С другой стороны, согласно специальной теории относительности $E_\gamma = m_\gamma c^2$, где m_γ – релятивистская масса фотона. Следовательно масса фотона

$$m_\gamma = \hbar\omega/c^2. \quad (3)$$

Импульс фотона

$$\mathbf{p}_\gamma = m_\gamma c \mathbf{e}_\gamma = \hbar\omega \mathbf{e}_\gamma / c = \hbar\mathbf{k}, \quad (4)$$

где \mathbf{e}_γ – единичный вектор, направленный по направлению движения фотона, $k = \omega/c$ – волновое число; $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_\gamma$ – волновой вектор. В формулах (2), (4) слева стоят характеристики частицы (энергия, импульс), а справа – характеристики волны (частота, волновой вектор). Это следствие **корпускулярно-волновой двойственности фотонов**.

Каждый объект (прежде всего микрочастицы) имеет противоречивый набор свойств: **волновые** (объект ведет себя как волна) и **корпускулярные** (объект ведет себя как частица). Эти свойства не могут проявляться одновременно. Например, к волновым относят *интерференцию*, *дифракцию*. К корпускулярным – *фотоэффект*, *эффект Комптона*.

8.2 Фотоэффект

Фотоэффектом называют явление испускания электронов веществом под действием света. Это явление было открыто в 1887 г. Г. Герцем, который заметил, что проскакивание искры в между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить УФ. Фотоэффект был подробно изучен в работах А. Столетова, В. Гальвакса, П. Ленарда и др.

Схема установки для исследования фотоэффекта приведена на рис. 1. Electroда катод K и анод A находятся в вакуумированном баллоне. Свет через кварцевое окно $Kв$ попадает на катод K , изготовленный из исследуемого вещества. Электроны, испущенные катодом K , перемещаются

под действием электрического поля к аноду A . В результате в цепи прибора течет ток, измеряемый гальванометром Γ . Напряжение между анодом и катодом можно регулировать с помощью потенциометра Π .

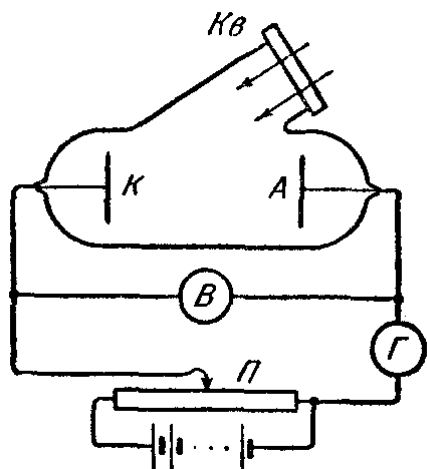


Рис. 1 Схема установки для исследования фотоэффекта

Характерная вольт-амперная характеристика – зависимость фототока от анодного напряжения – приведена на рис. 2. Фототок не равен нулю при нулевом анодном напряжении. Отрицательное напряжение U_3 , при котором фототок исчезает, называется *задерживающим*. При росте анодного напряжения фототок достигает значения насыщения i_n и далее не растет.

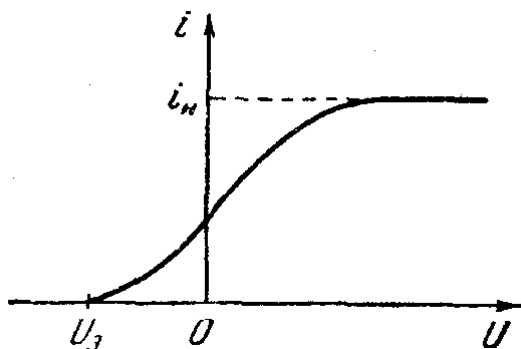


Рис. 2 Вольт-амперная характеристика фотоэффекта – зависимость фототока i от анодного напряжения U

Анализ экспериментальных фактов позволил сформулировать следующие **законы фотоэффекта**.

- 1) Существует граничная частота света $\omega_{кр}$ – красная граница фотоэффекта – ниже которой для данного материала фотоэффект отсутствует, независимо от плотности светового потока.
- 2) Электроны покидают поверхность с энергиями от нуля до максимальной E_{max} , которая не зависит от плотности светового потока и линейно зависит от частоты.
- 3) При фиксированной частоте излучения число электронов, выбитых из катода в единицу времени, прямо пропорционально плотности светового потока.

Законы фотоэффекта находятся в резком противоречии с классической волновой теорией света. И если качественно явление фотоэффекта еще объяснимо с позиций классической теории, то объяснить количественные законы невозможно.

В 1905 г. Эйнштейн предположил, что при взаимодействии с веществом свет можно рассматривать как поток фотонов. Фотон, столкнувшись с электроном в металле, поглощается и

передает электрону всю свою энергию. Если электрон поглотил фотон в глубине металла, то часть этой энергии он потратит на случайные столкновения в веществе. Другая часть энергии, равная *работе выхода*, тратится на преодоление сил удерживающих электрон в веществе. Остаток энергии образует кинетическую энергию электрона. Эта энергия максимальна, если электрон не теряет энергию на случайные столкновения. Следовательно, для электрона должно выполняться соотношение:

$$\hbar\omega = A + T_{\max}, \quad (5)$$

где $\hbar\omega$ – энергия фотона, A – работа выхода, T_{\max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона. Выражение (5) называется **уравнением Эйнштейна**. Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить все законы фотоэффекта.

- 1) При частоте света меньшей $\omega_{кр} = A/\hbar$, электрон не может преодолеть силы, удерживающие его в веществе, следовательно фотоэффект не наблюдается.
- 2) Линейная зависимость T_{\max} от частоты прямо следует из (5).
- 3) Плотность светового потока энергии прямо пропорциональна плотности потока фотонов (число фотонов, проходящих через единицу площади за единицу времени). Число выбитых электронов прямо пропорционально числу фотонов.

8.3 Эффект Комптона

В 1923 г. А. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ , содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалось не зависящей от первоначальной длины волны λ и природы рассеивающего вещества.

Схема опыта Комптона приведена на рис. 3.

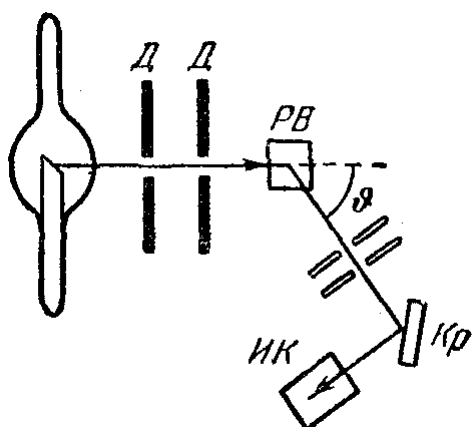


Рис. 3 Схема опыта Комптона

Выделяемый диафрагмами D узкий пучком монохроматического (характеристического) рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество $PВ$. Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла $Kр$ и ионизационной камеры $ИК$. Характерные результаты опытов приведены на рис. 4

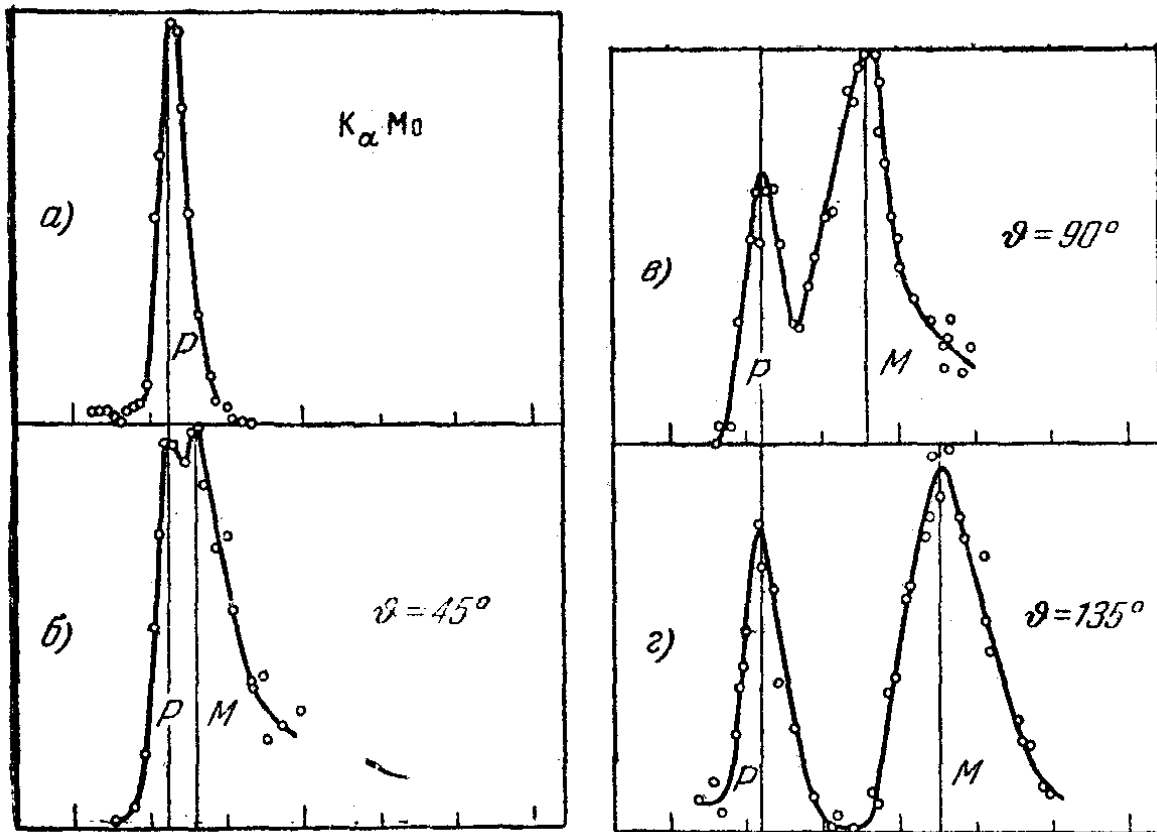


Рис. 4 Результаты опыта Комптона. По оси абсцисс отложена интенсивность излучения, по оси ординат – длина волны. Кривая а) соответствует первичному излучению, кривые б), в), г) соответствуют разным углам рассеяния

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, если рассмотреть процесс рассеяния рентгеновский лучей на веществе как упругое столкновение фотонов с первоначально покоившимися (практически) свободными электронами.

Рассмотрим столкновение фотона с частотой ω с первоначально покоившимся электроном. Запишем закон сохранения энергии:

$$E_\gamma + E_e = E'_\gamma + E'_e, \quad (6)$$

где E_γ , E_e – энергии фотона и электрона до столкновения, E'_γ , E'_e – энергии частиц после столкновения. Энергия фотона связана с частотой соотношением:

$$E_\gamma = \hbar\omega, \quad E'_\gamma = \hbar\omega'. \quad (7)$$

Полная энергия электрона до и после столкновения запишется следующим образом:

$$E_e = m_e c^2, \quad E'_e = m_e c^2 + T_e, \quad (8)$$

где m_e – масса покоя электрона, T_e – кинетическая энергия электрона после столкновения.

С учетом этих соотношений, закон сохранения энергии (6) можно переписать в следующем виде:

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + T_e. \quad (9)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{p}'_\gamma + \mathbf{p}_e, \quad (10)$$

где \mathbf{p}_γ , \mathbf{p}'_γ – импульсы фотона до и после столкновения, \mathbf{p}_e – импульс электрона после столкновения, а импульс электрона до столкновения равен нулю. Импульсная диаграмма приведена на рис. 5,

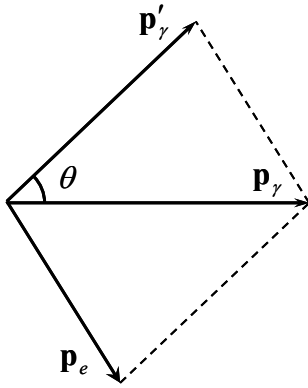


Рис. 5 Импульсная диаграмма при столкновении электрона и фотона

Для того, чтобы получить в явном виде угол θ , выразим импульс электрона:

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}'_\gamma. \quad (11)$$

Возведем (11) в квадрат:

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2p_\gamma p_\gamma' \cos \theta. \quad (12)$$

Импульс фотона связан с частотой соотношением:

$$p_\gamma = \hbar\omega/c, \quad p_\gamma' = \hbar\omega'/c. \quad (13)$$

Импульс электрона связан с кинетической энергией известным соотношением специальной теории относительности:

$$p_e^2 c^2 = T_e (T_e + 2m_e c^2) = T_e^2 + 2T_e m_e c^2. \quad (14)$$

Домножим (12) на c^2 и учтем (13) и (14):

$$T_e^2 + 2T_e m_e c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar^2 \omega \omega' \cos \theta. \quad (15)$$

Выразим T_e из (9) и подставим в (15):

$$(\hbar\omega - \hbar\omega')^2 + 2(\hbar\omega - \hbar\omega')m_e c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar^2 \omega \omega' \cos \theta. \quad (16)$$

Раскроем скобки и поделим все на \hbar :

$$\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' + 2(\omega - \omega')\frac{m_e c^2}{\hbar} = \omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' \cos \theta. \quad (17)$$

Приведем подобные и перенесем члены с $\omega\omega'$ в одну часть уравнения:

$$(\omega - \omega')\frac{m_e c^2}{\hbar} = \omega\omega'(1 - \cos \theta). \quad (18)$$

Откуда получим:

$$\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega} = \frac{\hbar}{m_e c^2} (1 - \cos \theta). \quad (19)$$

Циклическая частота связана с длиной волны соотношением:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (20)$$

Перепишем (19) с учетом этого соотношения:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar c}{m_e c^2} (1 - \cos \theta). \quad (21)$$

Получим окончательно **формулу Комптона** для угла рассеяния:

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \Lambda(1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (22)$$

где $\Lambda = 2\pi\hbar/(m_e c) = 2,42 \cdot 10^{-10}$ см – длина волны Комптона.

Формула (22), связывающая угол рассеяния и изменение длины волны полностью согласуется экспериментальными результатами Комптона.

В экспериментах (рис. 4) наряду с излучением с длиной волны λ' , наблюдается также излучение с первоначальной длины волны λ . Это связано с тем, что не все электроны в атоме могут считаться свободными относительно падающего рентгеновского излучения. Если энергия фотона много больше энергии связи электрона, то электрон может считаться свободным и при рассеянии длина волны фотона изменится на $\Delta\lambda$. Если энергия связи электрона больше энергии, которую может ему передать фотон при столкновении, то рассеяние происходит без изменения длины волны.

8.4 Опыт Боте

Согласно гипотезе Эйнштейна, свет не только испускается и поглощается квантами, но и распространяется в виде квантов. Наиболее непосредственным подтверждением этой гипотезы стал опыт Боте. Схема опыта приведена на рис. 6.

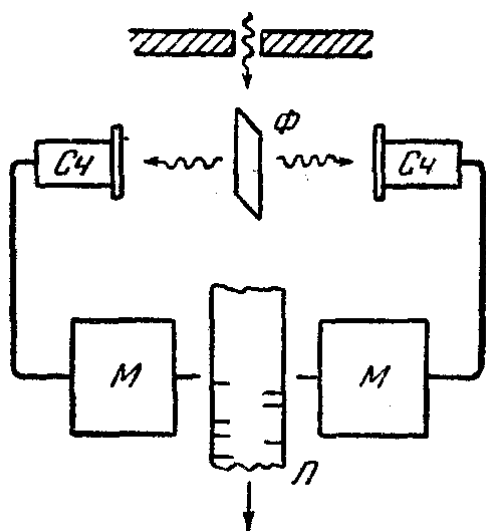


Рис. 6 Схема опыта Боте

Пучок рентгеновских лучей малой интенсивности падал на тонкую металлическую фольгу Φ . Фольга под действием рентгеновского излучения сама становилась источником рентгеновских лучей. Это явление называется *рентгеновской люминесценцией*. Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов света, излученных фольгой было невелико. Далее,

вторичные кванты попадали на два счетчика *Сч*. Счетчики были связаны с механизмами *М*, которые делали отметку на ленте *Л* при попадании в соответствующий счетчик кванта света.

Исходя из волновых представлений, вторичное излучение должно распространяться в виде сферической волны, счетчики должны срабатывать одновременно и на ленте должна быть последовательность рисок, расположенных одна напротив другой.

В действительности же последовательность рисок получилась хаотической. Это можно объяснить только тем, что вторичное излучение возникает в виде отдельных частиц, летящих то в одном, то в другом направлении.

8.5 Тормозное рентгеновское излучение

Рентгеновское излучение – электромагнитные волны, энергия фотонов которых лежит на шкале электромагнитных волн между ультрафиолетовым излучением и гамма-излучением, что соответствует длинам волн от 10^{-2} до 10^3 Å (от 10^{-12} до 10^{-7} м). Оно было открыто В. Рентгеном в 1895 г. Рентгеновское излучение возникает при воздействии на вещество быстрых электронов. Обычно источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка. Принцип ее действия остался неизменным со времен В. Рентгена. Трубка представляет собой электровакуумный прибор, включающий термокатод и массивный антикатод (рис. 7). К катоду и антикатоде прикладывается высокое напряжение. Электроны, вылетевшие из термокатада вследствие термоэлектронной эмиссии, разгоняются в промежутке между катодом и антикатодом и попадают на антикатод. При взаимодействии быстрых электронов с материалом антикатада (это обычно тяжелые металлы, например вольфрам) возникает рентгеновское излучение. Длина волны и интенсивность излучения зависит от энергии электронов бомбардирующих антикатод, которая в свою очередь зависит от ускоряющего напряжения. Для получения излучения с малой длиной волны и большой интенсивностью применяют ускорители электронов, например бетатроны, и направляются ускоренный пучок электронов на массивную металлическую мишень.

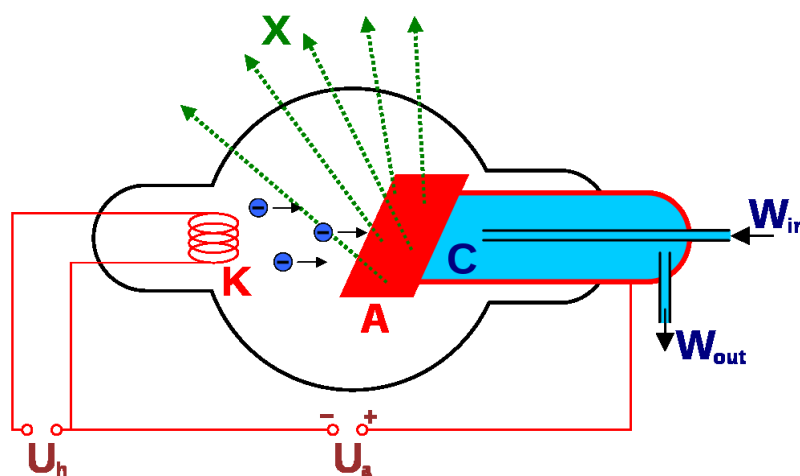


Рис. 7 Схема рентгеновской трубки

Различают два типа рентгеновского излучения: тормозное и характеристическое. При энергии падающих электронов меньше некоторой предельной, спектр излучения является непрерывным (рис. 8). Такое излучение называют *тормозным*. Если энергия падающих электронов становится больше предельной, то наряду с тормозным возникает *характеристическое излучение*. Это излучение имеет линейчатый спектр. Каждый элемент, входящий в состав антикатаода в чистом виде либо в составе соединения, дает свой, индивидуальный спектр.

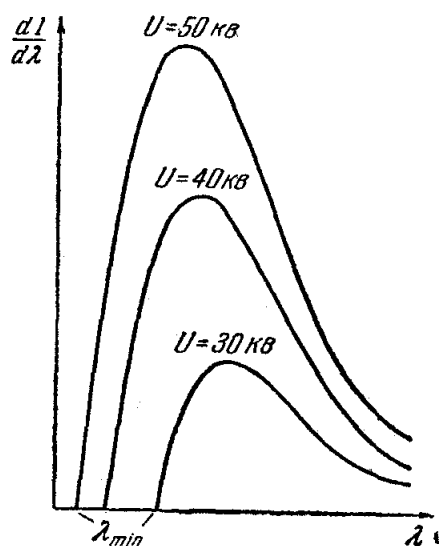


Рис. 8 Распределение интенсивности от длины волны (спектр) тормозного рентгеновского излучения для разных значений ускоряющего напряжения

Распределение интенсивности от длины волны (спектр) тормозного рентгеновского излучения представляет собой кривую с максимумом. В сторону длинных волн кривая спадает полого, асимптотически приближаясь к нулю при увеличении длины волны. В сторону коротких волн кривая спадает более круто, и спектр резко обрывается при некоторой граничной длине волны. Эта критическая длина волны – коротковолновая граница тормозного излучения – уменьшается с ростом ускоряющего потенциала.

С точки зрения корпускулярной теории, излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении. Тогда величина кванта излучения $\hbar\omega \leq eU$, где eU – энергия электрона. Следовательно, для длины волны должно выполняться неравенство $hc/\lambda \leq eU$. Таким образом, длины волны не может быть меньше, чем

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}. \quad (23)$$

Существование такой границы является одним из наиболее ярких проявлений квантовых свойств рентгеновского излучения. С позиции классической электромагнитной теории коротковолновой границы вообще не должно быть.

По измерению зависимости граничной частоты от ускоряющего напряжения можно с высокой точностью определить значение постоянной Планка. При этом получается хорошее согласие со значениями, полученными при изучении теплового излучения и фотоэффекта.