

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

А.Е. Гольдштейн, И.А. Абрашкина

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЛУЧЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ. МОДЕЛИРОВАНИЕ
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ И РЕШЕНИЕ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство Томского политехнического университета
2012

УДК 53.08:621.317

ББК

Г

Гольдштейн А.Е., Абрашкина И.А.

Физические основы измерительных преобразований. Моделирование измерительных преобразований и решение практических задач: Учебное пособие / А.Е. Гольдштейн, И.А. Абрашкина – Томск: Издательство томского политехнического университета, 2012. – 143 с.

В пособии в краткой форме изложены физические основы измерительных преобразований, используемых для получения информации о различных свойствах объектов, представлены темы практических и лабораторных занятий, сформулированы цели и программы занятий, а также методические рекомендации по выполнению практических и лабораторных работ. Целью пособия является углубление знаний, а также развитие навыков и умений их использования при решении практических задач измерительных преобразований. Предназначено для студентов направления 200100 «Приборостроение» в качестве дополнительного источника по дисциплине «Физические основы получения информации».

УДК 53.08:621.317

ББК

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета

Рецензенты

Доктор технических наук, директор АНО «НИИ интроскопии»

О.А. Сидуленко

Кандидат технических наук,
ведущий специалист по неразрушающему контролю ОАО «Дикон»

В.П. Ольшанский

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2012

© Гольдштейн А.Е., Абрашкина И.А., 2012

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ	6
1.1. Магнитное поле. Магнитные характеристики материалов и изделий	6
1.2. Основные уравнения электромагнитного поля	14
1.3. Индукционное измерительное преобразование	18
1.4. Электропотенциальное измерительное преобразование ...	22
1.5. Измерительное преобразование в полях вихревых токов	27
1.6. Электромеханическое измерительное преобразование	39
1.7. Измерительное преобразование в тепловых полях	43
1.8. Измерительное преобразование в акустических полях	46
2. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯХ	51
2.1. Исследование магнитных свойств ферромагнетиков	51
2.2. Исследование магнитного поля электрического тока с использованием индукционного преобразования	58
2.3. Исследование электропотенциального измерительного преобразования	63
2.4. Исследование измерительных преобразований в полях вихревых токов	69
2.5. Исследование электромеханического измерительного преобразования	74
2.6. Исследование измерительных преобразований в тепловых полях	79
2.7. Исследование измерительных преобразований в акустических полях	85
3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯХ	92
3.1. Решение научных и инженерных задач в среде МATHCAD	92
3.2. Математическое исследование магнитного поля электрического тока обмоток простейшей формы. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований	114
3.3. Решение обратной задачи определения расстояния до источника магнитного поля по результатам анализа топографии этого поля. Сравнение результатов математических и	

экспериментальных исследований	124
3.4. Аналитическое исследование распределения электрических потенциалов на поверхности пластины с электрическим током. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований	132
3.5. Представление функциональных зависимостей физических величин с помощью годографов. Годографы вносимого напряжения вихретокового преобразователя. Сравнение результатов математического и экспериментального исследований	135
3.6. Моделирование измерительных преобразований с помощью прикладных компьютерных программ	138
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	142

ВВЕДЕНИЕ

Предметом изучения дисциплины "Физические основы получения информации" являются физические основы измерительных преобразований, на которых строятся методы и средства измерения физических величин.

Целью настоящего пособия является углубление теоретических знаний физических основ измерительных преобразований в различных физических полях, а также развитие навыков и умений их использования при решении практических задач измерительных преобразований.

Пособие включает три главы. В первой главе рассматриваются физические основы отдельных измерительных преобразований, предлагаются контрольные вопросы. Во второй главе формулируются темы лабораторных занятий, а по каждой теме – цель занятия, его программа, приводятся описания объектов и средств измерения, краткие сведения из теории, методические рекомендации по выполнению программы лабораторного занятия и требования к отчету по лабораторной работе. В третьей главе формулируются темы практических занятий, а по каждой теме – цель занятия, его программа, приводятся краткие сведения из теории, методические рекомендации по выполнению программы практического занятия.

Лабораторные и практические занятия объединены как тематически, так и сущностью решаемых задач. Основная их цель – физическое и математическое моделирование измерительных преобразований в различных физических полях, анализ результатов этих преобразований с точки зрения применимости для решения конкретных измерительных задач, анализ адекватности теоретических моделей экспериментальным данным. Особое внимание обращается на возможность получения измерительной информации об объекте не только посредством измерения параметров физического поля и характеристик объекта в этом поле в фиксированной точке пространства и в фиксированный момент времени, но и с использованием результатов измерения пространственно-временного распределения параметров поля и характеристик объекта.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

1.1. Магнитное поле. Магнитные характеристики материалов и изделий

Магнитное поле – электромагнитное поле, характеризующееся его воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости.

По определению основной характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции* \vec{B} , который может быть определен по силе \vec{F} , с которой поле действует на заряд q , перемещающийся со скоростью \vec{V} :

$$\vec{F} = q[\vec{V} \times \vec{B}]. \quad (1.1)$$

Поскольку сила \vec{F} пропорциональна векторному произведению величин \vec{V} и \vec{B} , то ее направление для положительного заряда находится по правилу левой руки. Единицей измерения магнитной индукции является тесла (Тл).

Магнитное поле проявляется при его воздействии на движущиеся электрические заряды, вместе с тем и само магнитное поле порождается движением электрических зарядов (электрическим током). Способность электрического тока возбуждать магнитное поле, пространственное распределение которого определяется силой тока и геометрической структурой контура, характеризуется векторной величиной *магнитным моментом* электрического тока \vec{M} . Модуль вектора \vec{M} в простейшем случае равен произведению тока на площадь контура, а направление совпадает с нормалью к плоскости контура:

$$\vec{M} = I \times \vec{S}. \quad (1.2)$$

Единица измерения магнитного момента является ампер-квадратный метр $A \cdot m^2$.

Важное значение в теории электромагнетизма имеет величина Φ , называемая *магнитным потоком* вектора магнитной индукции \vec{B} через поверхность S :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (1.3)$$

Единицей измерения магнитного потока является вебер (Вб).

Сила взаимодействия магнитного поля и движущегося заряда зависит от среды. Для характеристики магнитного свойства среды усиливать или ослаблять это взаимодействие, а также для характеристики магнитного эффекта тока вне зависимости от среды используются соответственно величины *магнитной проницаемости материала* μ и *напряженности магнитного поля* \vec{H} :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}. \quad (1.4)$$

Единицей измерения напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м).

Физическая величина μ характеризует зависимость силы взаимодействия магнитного поля и движущегося заряда (электрического тока) от среды, в которой находится заряд (электрический ток). Для разных материалов характерны различные значения μ . Магнитная проницаемость вакуума – фундаментальная физическая постоянная, равная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Для других сред:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0, \quad (1.5)$$

где μ_r – относительная магнитная проницаемость.

Отличие относительной магнитной проницаемости среды от относительной магнитной проницаемости вакуума, равной единице, характеризуется величиной *магнитной восприимчивостью* χ_m :

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (1.6)$$

Если осуществить подстановку (1.6) с учетом (1.5) в выражение (1.4), получим:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \cdot \vec{H}) = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad (1.7)$$

Векторная величина $\vec{J} = \chi_m \cdot \vec{H}$, называемая *намагниченностью*, характеризует способность вещества при воздействии на него внешнего магнитного поля создавать собственное магнитное поле и равна магнитному моменту единицы объема вещества.

В зависимости от модуля и знака восприимчивости χ_m все вещества условно делят на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Диамагнетики имеют отрицательную магнитную восприимчивость порядка $\chi_m = - (10^{-5} \dots 10^{-7})$, т. е. эти вещества намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении, противоположном вектору напряженности внешнего поля. К диамаметикам относятся Si, P, Bi, Zn,

Cu и другие элементы, а также некоторые органические и неорганические соединения.

Парамагнетики имеют положительную магнитную восприимчивость порядка $\chi_m = + (10^{-5} \dots 10^{-1})$, т.е. эти вещества намагничиваются во внешнем магнитном поле по направлению поля. К ним относятся, например: Al, Li, Na, K, Ti, V, U, O₂, некоторые соли.

Специфические магнитные свойства диамагнетиков и парамагнетиков в средствах измерительных преобразований использования не нашли. Напротив, очень широкое применение, как для измерительных, так и для энергетических преобразований имеют магнитные свойства ферромагнитных материалов, поэтому остановимся на них более подробно.

Ферромагнетики – это вещества, в которых при температуре, меньшей точки Кюри, устанавливается состояние самопроизвольной намагниченности. Характерным признаком ферромагнетиков является высокое значение магнитной восприимчивости

$\chi_m = 1 \dots 10^5$ и ее сильная и неоднозначная зависимость от напряженности магнитного поля. Ферромагнитными свойствами обладают Fe, Co, Ni, редкоземельные металлы Cd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, многочисленные сплавы и соединения указанных металлов, а также соединения Cr и Mn.

Процесс установления намагниченности ферромагнетика при действии на него внешнего магнитного поля происходит следующим образом. В состоянии полного размагничивания ферромагнитный образец состоит из большого числа *доменов*, каждый из которых намагничен до насыщения, но при этом их векторы намагниченности \bar{J}_s направлены так, что суммарный магнитный момент образца $\bar{M} = \sum \bar{J}_s = 0$. Намагничивание состоит в переориентации векторов намагниченности доменов в направлении приложенного поля главным образом за счет процессов смещения и вращения.

Наличие в ферромагнетике областей спонтанной намагниченности обусловлено его кристаллическим строением из атомов с недостроенными внутренними электронными слоями, вследствие чего под действием сил обменного взаимодействия имеет место сильная ориентировка спиновых и орбитальных магнитных моментов электронных оболочек атомов. Разбиение же ферромагнетика на множество доменов с нулевым суммарным магнитным моментом происходит в соответствии со стремлением любой системы, в том числе и магнитной, к минимуму энергии.

Процесс смещения в многодоменном ферромагнетике заключается в перемещении границ между доменами. Объем доменов, векторы \bar{J}_s

которых составляют наименьший угол с направлением напряженности магнитного поля, при этом увеличивается за счет соседних доменов с энергетически менее выгодной ориентацией \bar{J}_S относительно поля.

Процесс вращения состоит в повороте векторов \bar{J}_S в направлении поля \bar{H} . Причиной возможной задержки или ускорения вращения является магнитная анизотропия ферромагнетика, что обусловлено наличием в ферромагнетике осей легкого намагничивания, в общем случае не совпадающих с \bar{H} .

Если ферромагнетик, находящийся в состоянии полного размагничивания ($J=0$), намагничивать в монотонно и медленно возрастающем поле, то получающуюся зависимость $J(H)$ называют *кривой первоначального намагничивания*. Эту кривую обычно подразделяют на пять участков (рис. 1.1).

Участок I – область начального, или обратимого намагничивания,

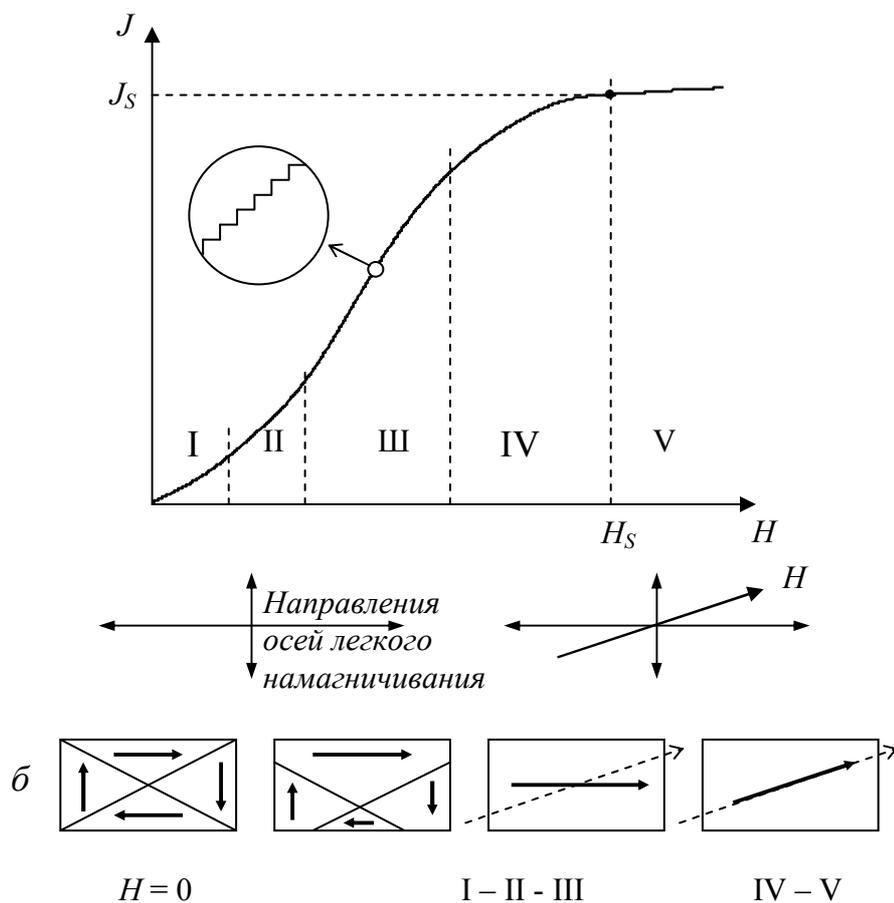


Рис. 1.1. Кривая первоначального намагничивания (а) и схематическое изображение процессов намагничивания в многодоменной ферромагнетике (б)

где $\bar{J} = \chi_a \cdot \bar{H}$. В этой области протекают главным образом процессы упругого смещения границ доменов при постоянстве начальной магнитной восприимчивости χ_a . Участок II – (область Рэлея) характеризуется квадратичной зависимостью J от H (в этой области χ линейно возрастает с H). В области Рэлея намагничивание осуществляется благодаря процессам смещения, как обратимым, линейно зависящим от H , так и необратимым, квадратично зависящим от H .

Область наибольших проницаемостей III характеризуется быстрым ростом J , связанным с необратимым смещением междоменных границ. На этом участке намагничивание происходит скачками (*скачки Баркгаузена*), что обусловлено задержками смещения границ доменов при встрече с какими-либо неоднородностями структуры ферромагнетика (атомами примесей, дислокациями, микротрещинами и т.п.). В области приближения к насыщению (IV) основную роль играет процесс вращения. После достижения магнитного насыщения, когда магнитные моменты всех доменов оказываются повернутыми в направлении \bar{H} , намагниченность ферромагнетика далее с ростом напряженности магнитного поля практически не меняется (область V).

Если после достижения состояния магнитного насыщения J_s в поле H_s начать уменьшать H , то будет уменьшаться и J , но по кривой, лежащей выше кривой первоначального намагничивания. Данное явление, заключающееся в том, что физическая величина, характеризующая состояние объекта, неоднозначно зависит от физической величины, характеризующей внешние условия, называется гистерезисом. В данном случае имеет место магнитный гистерезис. При уменьшении напряженности магнитного поля от H_s до нуля значение намагниченности будет уменьшаться за счет возникновения и роста доменов с магнитным моментом, направленным против поля (рис. 1.2), что обусловлено стремлением магнитной системы к минимуму энергии.

Рост доменов сопровождается движением доменных стенок, которое может тормозиться наличием различного рода неоднородностей. Поэтому при уменьшении H до нуля у ферромагнетика сохраняется так называемая *остаточная намагниченность* J_r . Образец полностью размагничивается лишь в достаточно сильном поле противоположного направления, называемом *коэрцитивным*, с напряженностью H_c , называемой *коэрцитивной силой*. При дальнейшем увеличении магнитного поля обратного направления образец вновь намагничивается вдоль поля до насыщения и т.д.

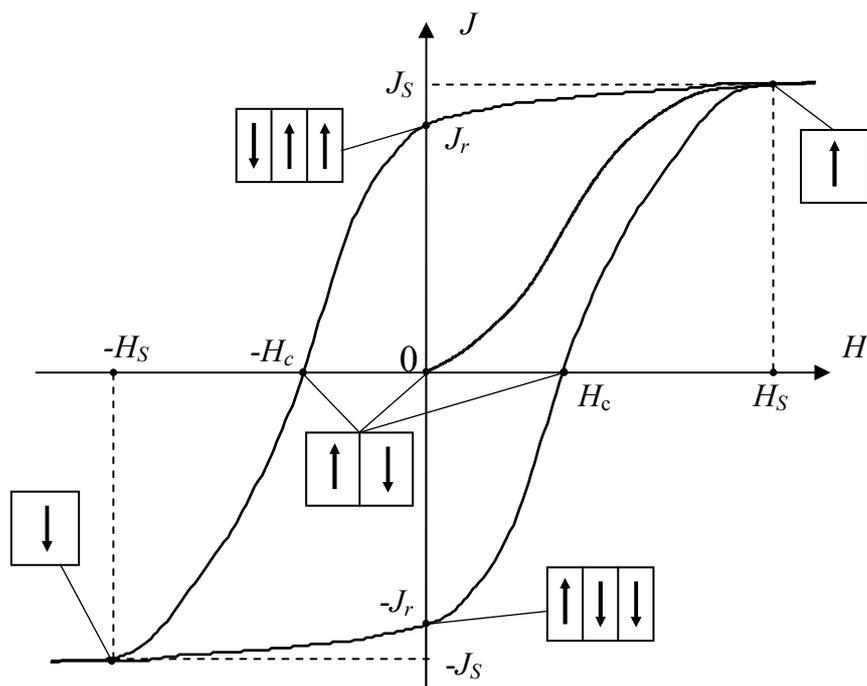


Рис. 1.2. Кривые намагничивания и размагничивания ферромагнетика при наличии гистерезиса

Таким образом, при циклическом изменении поля кривая, характеризующая изменение намагниченности образца, образует *петлю магнитного гистерезиса* (гистерезисный цикл). Различают предельный и частные гистерезисные циклы, симметричные и несимметричные петли гистерезиса.

Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, теряемой в образце за один цикл изменения поля. Эта энергия идет, в конечном счете, на нагревание образца. Такие потери энергии называются гистерезисными.

С ростом частоты переменного магнитного поля (числа циклов перемагничивания в единицу времени) к гистерезисным потерям добавляются другие потери, связанные с вихревыми токами и магнитной вязкостью. Соответственно площадь петли гистерезиса при высоких частотах увеличивается. Такую петлю называют *динамической*, в отличие от описанной выше *статической* петли. Соответственно и остальные магнитные характеристики веществ классифицируются на динамические и статические.

На практике для характеристики магнитных свойств ферромагнитных материалов чаще используют не намагниченность J , а индукцию B , которая в отличие от J может быть определена прямыми измерениями.

Соответственно вместо магнитной восприимчивости χ используется относительная магнитная проницаемость μ_r . Связь величин B и H , μ_r и χ определяется выражениями (1.6) и (1.7).

К основным статическим характеристикам ферромагнетика относятся следующие: *кривая первоначального намагничивания* – зависимость $B(H)$, получаемая для предварительно размагниченого образца при монотонном возрастании напряженности внешнего магнитного поля. *Статическая петля магнитного гистерезиса* (гистерезисный цикл) – зависимость $B(H)$, получаемая при плавном циклическом перемагничивании ферромагнетика в некотором диапазоне изменения поля от некоторого значения H_{mi} до H_{mj} . Различают симметричные гистерезисные циклы, если $H_{mi} = -H_{mj}$ и несимметричные, если $H_{mi} \neq -H_{mj}$ (рис. 1.3а).

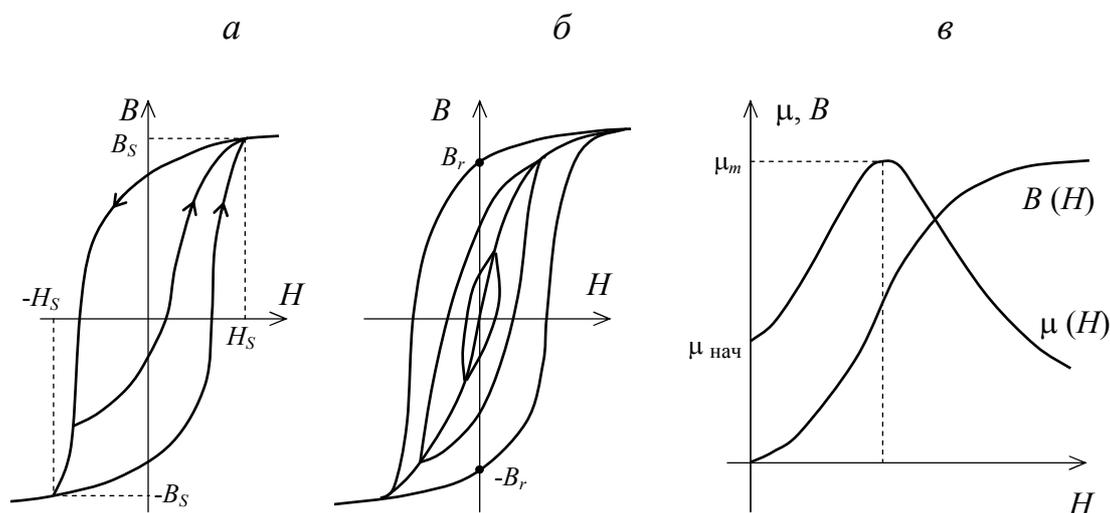


Рис. 1.3. Статические кривые намагничивания ферромагнетика:
 а – симметричные и несимметричные гистерезисные циклы;
 б – семейство симметричных частных гистерезисных циклов;
 в – кривая первоначального намагничивания

Начиная от некоторого значения напряженности магнитного поля в области, близкой к насыщению, форма и размеры петли гистерезиса при дальнейшем его увеличении не изменятся. Такая петля гистерезиса называется предельной. Все остальные – частные петли гистерезиса. На рис. 1.3б показано семейство симметричных частных и предельного гистерезисных циклов.

Основная кривая намагничивания – зависимость $B(H)$, представляющая собой геометрическое место вершин симметричных, устано-

вившихся частных циклов гистерезиса. Эта характеристика является основной паспортной характеристикой магнитного материала.

Точки пересечения петли гистерезиса с осями координат определяют остаточную индукцию B_r и коэрцитивную силу H_r . Полученные для предельного гистерезисного цикла эти значения вместе с индукцией насыщения B_S и напряженностью поля насыщения H_S относятся к основным параметрам магнитных материалов (рис. 1.3а, 1.3б).

Зная зависимость $B(H)$, можно определить значения различных видов магнитной проницаемости и их зависимости от напряженности намагничивающего поля.

Нормальная магнитная проницаемость

$$\mu_N = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (1.8)$$

Частными случаями ее являются начальная $\mu_{нач}$ и максимальная μ_{max} магнитные проницаемости (рис. 1.3в)

Для изучения поведения ферромагнетика при сложном перемагничивании (например, одновременно в постоянном и переменном магнитных полях) используется величина дифференциальная магнитная проницаемость

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}. \quad (1.9)$$

В зависимости от значений статических магнитных характеристик магнитные материалы подразделяются на магнитомягкие и магнитотвердые.

К магнитомягким относятся материалы, которые намагничиваются до насыщения и перемагничиваются в относительно слабых магнитных полях напряженностью $H \approx 10 \dots 10^3$ А/м. Для этих материалов характерны высокие значения относительной магнитной проницаемости – начальной $\mu_{нач} = 10^2 \dots 10^5$ и максимальной $\mu_{max} = 10^3 \dots 10^6$. Коэрцитивная сила H_c магнитомягких материалов составляет обычно от 1 до 10^2 А/м, а потери на гистерезис очень малы – $10^3 \dots 10^6$ Дж/м³ на один цикл.

К магнитотвердым относятся материалы, которые намагничиваются до насыщения и перемагничиваются в сравнительно сильных магнитных полях напряженностью $H \approx 10^3 \dots 10^5$ А/м. Магнитотвердые материалы характеризуются высокими значениями коэрцитивной силы $H_c \approx 10^3 \dots 10^5$ А/м и остаточной индукции $B_r \approx 0,5 \dots 1,5$ Тл.

Магнитные свойства материалов зависят не только от их химического состава, но в значительной мере от структурного состояния кри-

сталлической решетки, определяемого механической и термообработкой, а также от наличия дефектов кристаллической решетки.

Важное значение для технического использования ферромагнетиков имеет наблюдаемое при намагничивании ферромагнитных образцов изменение их формы и размеров, называемое *магнитострикцией* (от *magnum* и латинского *striktio* – сжатие, натягивание). Относительное удлинение таких образцов при перемагничивании $\frac{\Delta l}{l} \approx 10^{-5} \dots 10^{-2}$. Явление

магнитострикции обусловлено процессами смещения при намагничивании ферромагнетика границ между доменами и поворота магнитных доменов по полю. Оба эти процесса изменяют энергетическое состояние кристаллической решетки, что проявляется в изменении равновесных расстояний между ее узлами. В результате атомы смещаются, происходит деформация решетки. Такой механизм магнитострикции действует в диапазоне изменения магнитного поля от нуля до H_s и проявляется главным образом в изменении формы кристалла без изменения его объема (линейная магнитострикция). В полях, превышающих по напряженности H_s , проявляется обусловленная обменными силами объемная магнитострикция. Наблюдается и обратный магнитострикции магнитоупругий эффект (эффект Виллари), заключающийся в зависимости магнитных свойств ферромагнетиков от механических деформаций (растяжения, кручения, изгиба и т.п.). Магнитоупругий эффект в областях смещения и вращения объясняется тем, что при действии механических напряжений изменяется доменная структура ферромагнетика – векторы намагниченности доменов J_s меняют свою ориентацию, что может в одних случаях облегчать, а в других затруднять процесс намагничивания.

1.2. Основные уравнения электромагнитного поля

Электрические и магнитные поля – это две стороны проявления электромагнитного поля и соответственно электрические и магнитные физические явления тесно связаны друг с другом. Законы, связывающие электрические и магнитные величины в обобщенной форме представляются уравнениями Максвелла в интегральной форме.

Связь между напряженностью магнитного поля и электрическим током устанавливается законом полного тока:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{пл}} \quad (1.10)$$

где \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля; L – произвольный замкнутый контур; $d\vec{l}$ – элемент его длины; $i_{\text{пл}}$ – полный ток, охватываемый контуром L .

Это уравнение определяет магнитное поле, возникающее при движении заряженных частиц. Полный ток складывается из токов

$$i_{\text{пл}} = i_{\text{ст}} + i_{\text{пр}} + i_{\text{см}} + i_{\text{пер}}, \quad (1.11)$$

где $i_{\text{ст}}$ – сторонний ток (в частности, ток в обмотке); $i_{\text{пр}}$ – ток проводимости (вихревой ток); $i_{\text{см}}$ – ток смещения, обусловленный поляризационными эффектами; $i_{\text{пер}}$ – ток переноса, обусловленный движением объекта относительно источника магнитного поля (в частности, обмотки с током).

Связь между напряженностью электрического поля и скоростью изменения во времени магнитного потока устанавливается законом электромагнитной индукции:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.12)$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля; Φ – магнитный поток, проходящий сквозь поверхность, охватываемую контуром L .

Выражение (1.12) представляет собой наиболее общую запись закона электромагнитной индукции применительно к любой среде. Большое практическое значение имеет случай, когда контур L представляет собой реальный проводящий виток. В этом случае циркуляция вектора \vec{E} по контуру витка представляет собой эдс этого витка:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.13)$$

Связь вектора индукции электрического поля, создаваемого заряженными частицами, с их электрическим зарядом q определяется постулатом Максвелла:

$$\oiint \vec{D} d\vec{S} = q, \quad (1.14)$$

где \vec{D} – вектор электрической индукции; S – произвольная замкнутая поверхность; $d\vec{S}$ – элемент поверхности; q – свободный заряд в объеме, ограниченном поверхностью S .

Из (1.14) вытекает, в частности, что силовые линии электрического поля начинаются и заканчиваются на свободных электрических зарядах.

По аналогии с (1.14) для магнитных полей записывается второй постулат Максвелла:

$$\oiint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (1.15)$$

где \vec{B} – вектор магнитной индукции. Из (1.15) вытекает утверждение о непрерывности силовых линий магнитного поля. Рис. 1.4 иллюстрирует законы полного тока, электромагнитной индукции, первый и второй постулаты Максвелла.

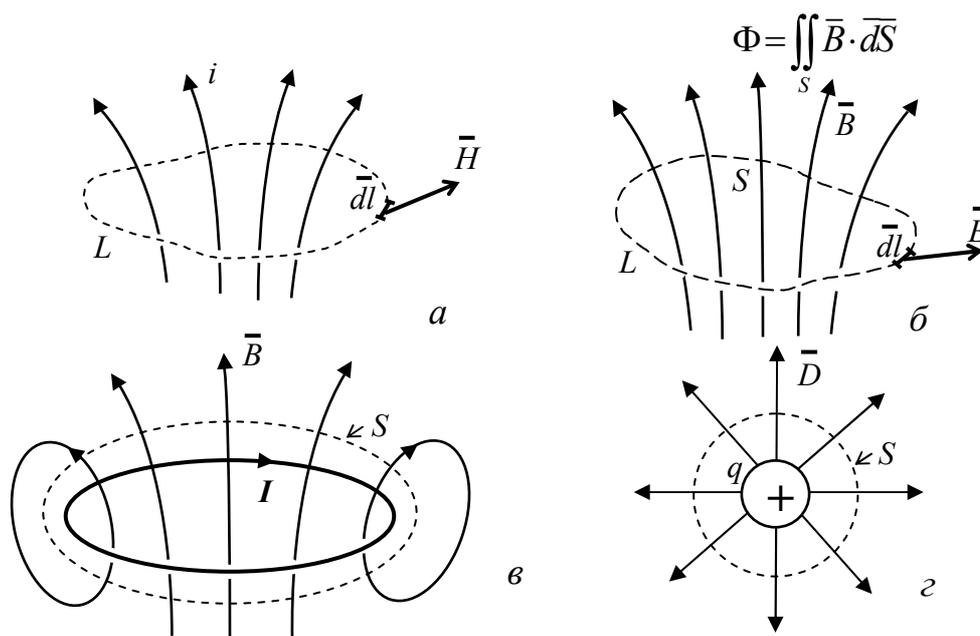


Рис. 1.4. Иллюстрация законов полного тока (а), электромагнитной индукции (б), первого (г) и второго (в) постулатов Максвелла

Физический смысл уравнений электромагнитного поля заключается в том, что электрическое и магнитное поле существуют не отдельно друг от друга, а только совместно. Изменение, а не просто наличие электрического поля, приводит к появлению вихревого магнитного поля, а изменение магнитного поля приводит к появлению вихревого электрического поля. Энергия одного поля может переходить в энергию другого при естественном условии, что сумма энергий остается постоянной. Кроме того, существуют необратимые потери (например, тепловые).

Для решения системы уравнений Максвелла необходимо знать свойства среды, в которой распространяется электромагнитное поле. Свойства объекта, находящегося в электромагнитном поле, характеризуются следующими зависимостями:

$$\bar{j}_{\text{пр}} = \sigma \bar{E}; \quad \bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E}; \quad \bar{B} = \mu_0 \mu_r \bar{H}. \quad (1.16)$$

Первые две зависимости характеризуют электрические, а третья – магнитные свойства. Если σ , ε_r , μ_r одинаковы во всех точках материала и не зависят ни от направления векторов \bar{E} и \bar{H} , ни от их модулей, то такие материалы называются однородными, изотропными и линейными.

В анизотропных материалах электрические и магнитные свойства зависят от направления, поэтому величины σ , ε_r , μ_r следует считать тензорами. В нелинейных материалах связь между индукцией и напряженностью поля $D(E)$ и $B(H)$ нелинейна, а в случае ферромагнетиков и сегнетоэлектриков неоднозначна, она имеет гистерезисный характер. В этих случаях μ_r , ε_r , а иногда и σ нельзя считать постоянными величинами.

Контрольные вопросы

1. Какими величинами характеризуется магнитное поле и свойства материалов в магнитном поле? Каковы единицы их измерений?
2. На какие группы делятся материалы по своим магнитным свойствам?
3. Что происходит при намагничивании ферромагнетиков в постоянном магнитном поле?
4. Что такое кривая первоначального намагничивания, петля гистерезиса, основная кривая намагничивания?
5. Дать определение явления гистерезиса.
6. Дать физическое объяснение нелинейным и гистерезисным свойствам ферромагнетиков.
7. В чем заключаются явления магнитоупругости и магнитоstriction?
8. Классификация гистерезисных циклов.
9. Какие уравнения описывают взаимосвязь электрического и магнитного полей?
10. Записать и дать физическое толкование закона полного тока (первого уравнения Максвелла) в интегральной форме.
11. Записать и дать физическое толкование закона электромагнитной индукции (второго уравнения Максвелла) в интегральной форме

1.3. Индукционное измерительное преобразование

Индукционное измерительное преобразование основано на явлении электромагнитной индукции, суть которого заключается в возникновении в замкнутом проводящем контуре, пронизываемом изменяющимся во времени магнитным потоком Φ , эдс индукции e :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.16)$$

Электрический ток, вызываемый этой эдс, называется *индукционным*. Электромагнитная индукция открыта английским ученым М. Фарадеем в 1831 г. и независимо американским ученым Дж. Генри в 1832 г.

Согласно (1.16) эдс индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока. Знак минус в правой части выражения определяет направление индукционного тока в соответствии с правилом Ленца, согласно которому индукционный ток в контуре направлен так, что создаваемый им магнитный поток стремится препятствовать тому изменению магнитного потока, которое вызывает данный ток (следствие закона сохранения энергии).

Для обмотки, имеющей w витков, вводится понятие потокосцепления $\Psi = w\Phi$. Соответственно эдс индукции для обмотки:

$$e = -w\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (1.17)$$

В общем случае магнитный поток Φ согласно (1.5) определяется интегрированием скалярного произведения векторов магнитной индукции \vec{B} и площади элементарной площадки $d\vec{S}$ по площади поверхности S , ограниченной контуром среднего витка. Направление вектора эле-

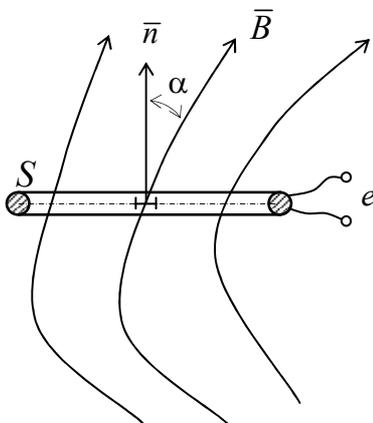


Рис. 1.5. Индукционная обмотка в неоднородном магнитном поле

ментарной площадки $d\bar{S}$ совпадает с нормалью \bar{n} к этой площадке (рис. 1.5).

Если принять магнитное поле в ограниченном пространстве, занимаемом обмоткой однородным, то магнитный поток может быть вычислен по формуле:

$$\Phi = \iint_S \bar{B} d\bar{S} = B S \cos \alpha, \quad (1.18)$$

где α – угол между направлениями векторов индукции магнитного поля и нормали к плоскости среднего витка обмотки.

Подстановкой (1.18) в (1.17) получаем:

$$e = -wS \frac{d(B \cos \alpha)}{dt}. \quad (1.19)$$

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся случаи индукционного преобразования.

Неподвижная индукционная обмотка в переменном гармоническом магнитном поле. В этом случае $\alpha = \text{const}$ и $B = B_m \sin \omega t$. Здесь B_m – амплитуда индукции магнитного поля; ω – угловая частота магнитного поля. Дифференцированием по формуле (1.19) получаем:

$$e = -wS \cos \alpha B_m \omega \cos \omega t. \quad (1.20)$$

Анализ этого выражения показывает, что эдс индукции в случае гармонического магнитного поля также изменяется по гармоническому закону. Амплитуда эдс равна произведению $wS \cos \alpha B_m \omega$, а фаза эдс отстает от фазы индукции на угол 90° . Зависимость амплитуды эдс индукции от параметров гармонического магнитного поля (амплитуды индукции, частоты, ориентации силовых линий относительно обмотки) и фазы эдс от фазы индукции магнитного поля позволяет на основе измерения эдс получать измерительную информацию об этих параметрах.

Если поместить индукционную обмотку в постоянное магнитное поле, то при отсутствии движения обмотки не будет изменения магнитного потока через обмотку (скорость изменения магнитного потока равна нулю) и соответственно эдс индукции в этом случае тоже будет равна нулю.

Вращающаяся обмотка в постоянном магнитном поле. При использовании индукционного измерительного преобразования для измерения постоянных магнитных полей применяется вращение индукционной обмотки относительно оси симметрии обмотки, лежащей в плоскости ее среднего витка (рис. 1.6).

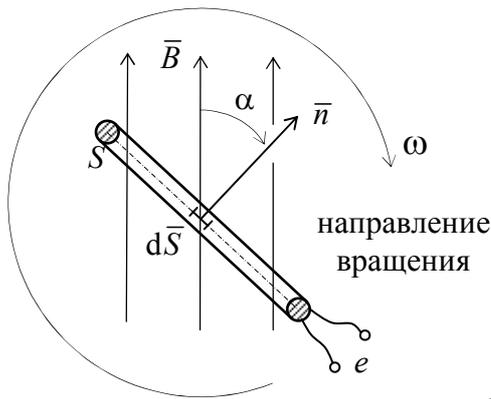


Рис. 1.6. Индукционная обмотка, вращающаяся в постоянном магнитном

В этом случае $B = B_0$, а $\alpha = \omega t$. Здесь B_0 – значение индукции магнитного поля; ω – угловая частота вращения. Используя (1.19) получаем:

$$e = wS B_0 \omega \sin \omega t. \quad (1.21)$$

Таким образом, эдс индукционной обмотки, вращающейся в постоянном магнитном поле с угловой частотой ω , имеет гармонический характер. Амплитуда эдс прямо пропорциональна индукции магнитного поля и частоте вращения, что дает возможность использовать индукционное измерительное преобразование для измерения характеристик постоянных магнитных полей (при известной частоте вращения), а также частоты вращения (при известной индукции магнитного поля).

Индукционная обмотка в магнитном поле, изменяющемся во времени по неизвестному закону. Причиной изменения значения индукции в зоне нахождения обмотки может быть как собственно изменение магнитного поля во времени, так и перемещение обмотки в неоднородном магнитном поле.

Предположим, что в интервале времени от t_1 до t_2 произошло изме-

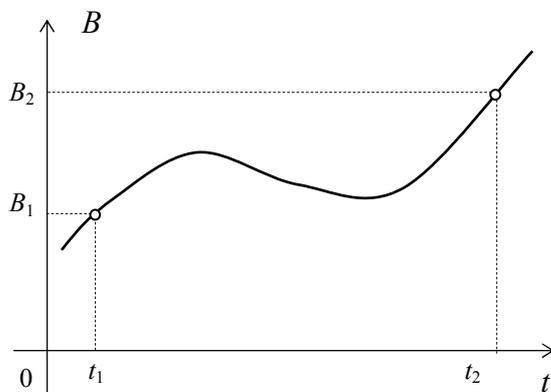


Рис. 1.7. Закон изменения индукции магнитного поля во времени

нение индукции магнитного поля от B_1 до B_2 (рис. 1.7). Если закон изменения индукции магнитного поля $B(t)$ неизвестен, то использование для определения характеристик магнитного поля описанного выше подхода для случая гармонического характера его изменения невозможно.

Для упрощения и большей наглядности результатов анализа будем считать, что силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости обмотки ($\cos \alpha = 0$). Поскольку эдс индукции согласно (1.19) является функцией производной от индукции, то нахождение индукции магнитного поля осуществляется интегрированием эдс в интервале времени от t_1 до t_2 :

$$\int_{t_1}^{t_2} e(t) dt = -wS \int_{B_1}^{B_2} dB = -wS(B_2 - B_1), \quad (1.22)$$

где $e(t)$ – закон изменения во времени эдс индукции.

Таким образом, значение определенного интеграла от эдс индукции $e(t)$ за временной промежуток от t_1 до t_2 прямо пропорционально изменению значения индукции магнитного поля за этот же промежуток времени.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность индукционного измерительного преобразования параметров постоянного и переменного магнитных полей в электрический сигнал?
2. При какой взаимной ориентации силовых линий магнитного поля и витков индукционной обмотки имеют место максимальное и минимальное значения эдс обмотки?
3. Как отличаются по фазе индукция синусоидального магнитного поля и эдс индукционной обмотки?
4. На чем основано индукционное преобразование скорости вращения в электрический сигнал?
5. Почему для определения индукции магнитного поля, изменяющегося во времени по неизвестному закону, следует интегрировать эдс индукционной обмотки?
6. Как экспериментально определить направление вектора напряженности магнитного поля?

1.4. Электрoпoтенциальное измерительное преобразование

Электрoпoтенциальное измерительное преобразование основано на зависимости распределения электрического потенциала на поверхности объекта, по которому протекает электрический ток, от свойств этого объекта.

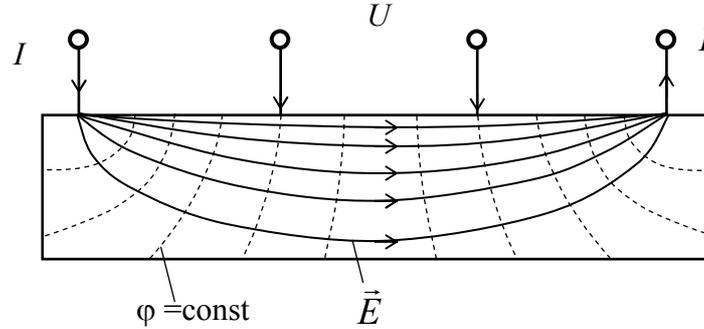


Рис. 1.8. Картина электрического поля при протекании постоянного электрического тока через электропроводящую пластину

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками на поверхности проводника, по которому протекает электрический ток I (рис. 1.8), равна интегралу по некоторому пути скалярного произведения векторов \vec{E} и элементарного перемещения $d\vec{l}$. Напряженность поля, таким образом, является взятым с обратным знаком градиентом скалярной величины разности потенциалов (напряжения).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}; \quad (1.23)$$

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dl} = -\text{grad}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Следует отметить, что разность потенциалов не зависит от выбранного пути перемещения из одной точки в другую. Поверхности, находящиеся под одним потенциалом, называются эквипотенциальными. Линии в электрическом поле, касательные ко всем точкам которых совпадают по направлению с вектором напряженности поля, называются силовыми. Силовые линии всегда ортогональны эквипотенциальным поверхностям (рис. 1.8). По густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить об интенсивности и однородности электрического поля.

Плотность электрического тока \vec{J} в проводнике прямо пропорциональна напряженности электрического поля (закон Ома):

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (1.24)$$

где σ – удельная электрическая проводимость.

Физические основы электропотенциального преобразования наиболее наглядно можно рассмотреть для случая протекания постоянного электрического тока по бесконечно длинному цилиндрическому проводнику с постоянной площадью поперечного сечения (рис. 1.9).

В этом случае плотность электрического тока по сечению проводника постоянна, линии напряженности электрического поля, обеспечивающего протекание тока, параллельны образующей цилиндрической поверхности, а эквипотенциальные поверхности представляют собой

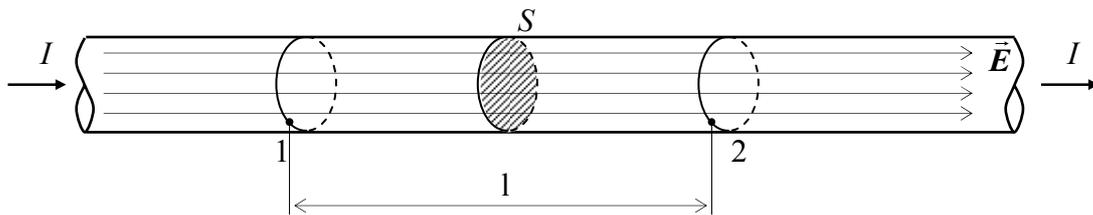


Рис. 1.9. Протекание постоянного электрического тока по бесконечно длинному проводнику постоянного сечения

плоские параллельные фигуры, перпендикулярные поверхности проводника. Зависимость разности потенциалов между двумя точками 1 и 2 на поверхности проводника от параметров проводника может быть получена с использованием выражений (1.23) и (1.24) для разности потенциалов между двумя точками пространства и плотности электрического тока:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = \frac{Il}{S\sigma}. \quad (1.25)$$

Таким образом, разность электрических потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между двумя точками на поверхности бесконечно длинного цилиндрического проводника постоянного сечения, по которому протекает постоянный электрический ток, прямо пропорциональна значениям тока I и расстояния между точками l и обратно пропорциональна значениям площади поперечного сечения S и удельной электрической проводимости σ материала проводника.

Данный вариант электропотенциального измерительного преобразования нашел использование главным образом для измерения удельной электрической проводимости материалов и построения, так называемых реостатных измерительных преобразователей перемещений, в которых

используется пропорциональная зависимость разности потенциалов или связанным с ней пропорциональной зависимостью электрическим сопротивлением от расстояния l .

Как было показано выше, вывод уравнения преобразования для случая протекания постоянного электрического тока через длинный проводник постоянного сечения не представляет каких-либо затруднений ввиду достаточно простой картины электрического поля в проводнике.

Значительно более сложное распределение электрического поля и соответственно большие затруднения представляет собой вывод уравнения электропотенциального преобразования для случая протекания постоянного электрического тока через электропроводящую пластину при относительно близком расположении токоподводящих электродов (рис. 1.8) и, в особенности, при наличии в ней каких-либо неоднородностей. В обоих случаях электрические поля в пластине неоднородны. Поэтому взаимозависимость величин разности потенциалов U , расстояния l между точками на поверхности пластины, в которых измеряются потенциалы, площадью S поперечного сечения пластины (толщины пла-

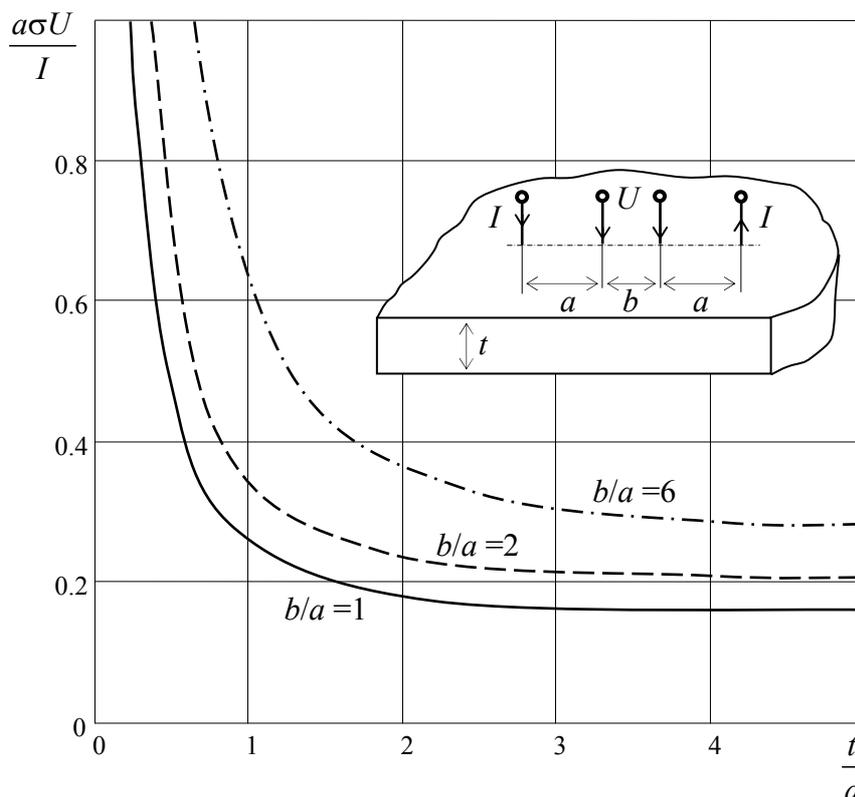


Рис. 1.10. Зависимость напряжения между потенциальными электродами электропотенциального измерительного преобразователя от толщины электропроводящей пластины

стины t) носит в отличие от предыдущего случая нелинейный характер.

Нахождение распределения плотности электрического тока в пластине осуществляется в этом случае на основе решения краевой задачи, описываемой уравнениями Максвелла и граничными условиями. Поэтому аналитическое решение большого числа имеющих практическую значимость задач представляет большие трудности и для вывода зависимостей широкое использование получили методы физического моделирования.

На рис. 1.10 представлена зависимость отношения $a\sigma U/I$ от изменения относительной толщины электропроводящей пластины t/a для различных значений отношения b/a . Здесь a – расстояние между токовым и потенциальным электродами; b – расстояние между потенциальными электродами; σ – удельная электрическая проводимость материала пластины; t – толщина пластины. С использованием этой зависимости при известных значениях тока I , межэлектродных расстояний a и b , удельной электрической проводимости материала σ на основе измерения разности потенциалов U может быть определено значение толщины пластины t . При известных значениях межэлектродных расстояний a и b , толщины пластины t , тока I по результатам измерения разности потенциалов U может быть определено значение удельной электрической проводимости материала σ .

Для $t/a \leq 1$ зависимости рис. 1.10 с погрешностью менее 10 % могут быть аппроксимированы функцией:

$$\frac{a\sigma U}{I} = \frac{a}{\pi t} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right). \quad (1.26)$$

Для значений $t/a > 2$ отношение $a\sigma U/I$ и соответственно значение разности потенциалов U (при неизменных значениях других влияющих параметров) мало зависят от изменения относительного значения толщины t/a , что обусловлено резким уменьшением плотности электрического тока в слоях пластины, удаленных от поверхности на глубину большую межэлектродных расстояний. Поэтому для получения достоверной информации о толщине и электрической проводимости материала пластины при больших значениях толщины должно быть обеспечено соответствующее увеличение межэлектродных расстояний a и b .

Здесь следует отметить, что как зависимости рис. 1.10, так и соотношение (1.26) получены для случая пластины бесконечной площади, т.е. в предположении, что края пластины находятся бесконечно далеко от точек установки электродов. В реальном же случае такое допущение

можно использовать при расстоянии точек установки электродов от края пластины превышающем расстояние между токовыми электродами. Причем наибольшее отличие реальных зависимостей от теоретических имеет место при расположении линии установки электродов параллельно краю пластины.

Контрольные вопросы

1. Почему эквипотенциальные линии и линии напряженности электрического поля всегда перпендикулярны друг другу?
2. Почему по густоте эквипотенциальных линий можно судить о напряженности электрического поля?
3. Что такое плотность тока?
4. Как влияет толщина пластины, по которой пропускается электрический ток, на картину электрического поля?
5. Зависит ли от расположения токоподводящих электродов на поверхности изделия картина электрического поля?
6. Как сказывается на картине электрического поля приближение электродов к краям пластины?
7. Почему влияние края пластины на результат преобразования больше для случая расположения линии установки электродов параллельно краю пластины по сравнению с ее расположением перпендикулярно краю?

1.5. Измерительное преобразование в полях вихревых токов

Измерительные преобразования в полях вихревых токов (вихретоковые измерительные преобразования) основаны на возбуждении в электропроводящих объектах переменным магнитным полем вихревых токов и зависимости параметров этих токов от свойств объекта.

В качестве источника переменного магнитного поля в большин-

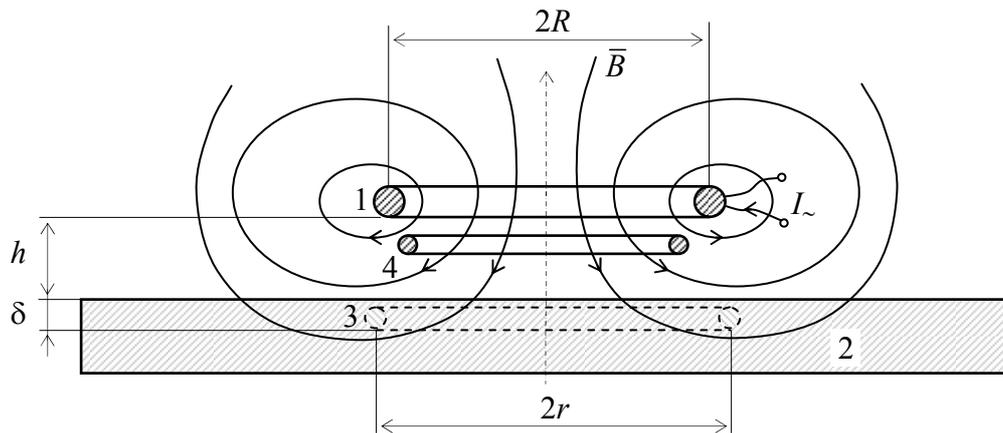


Рис. 1.11. Пример реализации вихретокового измерительного преобразования: 1 – обмотка с током; 2 – электропроводящая пластина; 3 – контур вихревого тока; 4 – измерительная обмотка

стве случаев используется обмотка с переменным электрическим током (обмотка возбуждения, ток возбуждения). Если такую обмотку поместить вблизи электропроводящего объекта, например пластины (рис. 1.11), то магнитное поле обмотки будет создавать в объекте переменный (изменяющийся во времени) магнитный поток. В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся во времени магнитный поток создает вихревое электрическое поле. Наличие электрического поля в электропроводящей среде приводит к появлению электрического тока. Этот электрический ток совпадает по направлению с линиями напряженности индуцируемого электрического поля и соответственно имеет также вихревой характер. Вихревые токи замыкаются непосредственно в электропроводящем объекте, образуя вихреобразные контуры, сцепляющиеся с индуктирующим их магнитным потоком.

Вихревые токи имеют собственное магнитное поле. Согласно закону Лоренца переменное магнитное поле вихревых токов стремится противодействовать изменениям магнитного потока, индуктирующего вихревые токи. В пластине магнитное поле вихревых токов и возбуждающее магнитное поле имеют противоположное направление, вследствие

чего результирующее магнитное поле достаточно резко затухает по глубине. Для приближенной оценки глубины δ проникновения электромагнитного поля в объект используется формула:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}}, \quad (1.27)$$

где ω – круговая частота тока возбуждения; μ – абсолютная магнитная проницаемость материала; σ – удельная электрическая проводимость материала.

Величина δ соответствует затуханию напряженности магнитного поля в e раз по сравнению со значением напряженности магнитного поля на поверхности объекта.

Таким образом, плотность вихревых токов максимальна на поверхности объекта. При этом протекающие на поверхности и вблизи ее токи характеризуются неравномерным радиальным распределением плотности. Плотность вихревых токов максимальна для контуров, радиус r которых при отсутствии зазора между обмоткой и поверхностью объекта ($h = 0$) равен радиусу обмотки R . С увеличением зазора радиус контура максимальной плотности r_m несколько возрастает.

Параметры вихревых токов – амплитуда, фаза, пространственное распределение зависят от геометрических размеров, формы и структурных особенностей электропроводящего объекта, электромагнитных характеристик материала, взаиморасположения объекта и источника возбуждающего магнитного поля, частоты и амплитуды тока возбуждения.

Измерительная информация о параметрах вихревых токов может быть получена путем измерения характеристик их магнитного поля с помощью дополнительной измерительной обмотки (*трансформаторное* или *взаимоиндуктивное измерительное преобразование*), либо с помощью той же обмотки, что используется для возбуждения магнитного поля (*параметрическое* или *индуктивное измерительное преобразование*).

В случае трансформаторного преобразования (рис. 1.11) выходным электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое напряжение \dot{U} измерительной обмотки. В случае параметрического преобразования электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое сопротивление \dot{Z} обмотки индуктивности (далее не рассматривается).

Очевидно, что напряжение измерительной обмотки при трансформаторном преобразовании \dot{U} обусловлено не только магнитным полем

вихревых токов, но и непосредственно возбуждающим магнитным полем обмотки возбуждения. Составляющая напряжения измерительной обмотки, обусловленная непосредственным действием возбуждающего магнитного поля, называется *начальным* напряжением вихретокового преобразователя \dot{U}_0 . Составляющая напряжения измерительной обмотки, обусловленная действием магнитного поля вихревых токов, называется *вносимым напряжением* вихретокового преобразователя $\dot{U}_{\text{вн}}$. Таким образом:

$$\dot{U} = \dot{U}_0 + \dot{U}_{\text{вн}}. \quad (1.28)$$

Отсчет сдвига фаз комплексных напряжений осуществляется от фазы тока возбуждения. Таким образом, вектор тока возбуждения на комплексной плоскости совпадает по направлению с действительной осью. Направление вектора начального напряжения \dot{U}_0 на комплексной плоскости для идеального трансформаторного вихретокового преобразователя и большинства реальных преобразователей совпадает с направлением мнимой оси.

Информативными параметрами выходного сигнала трансформаторного вихретокового преобразователя, отражающими свойства электропроводящего объекта и подлежащими измерению при реализации вихретокового измерительного преобразования, являются параметры $\dot{U}_{\text{вн}}$ (его активная и реактивная составляющие или амплитуда и фаза).

Для исключения влияния на результат трансформаторного преобразования амплитуды тока возбуждения величину $\dot{U}_{\text{вн}}$ нормируют по начальному напряжению:

$$\dot{U}_{\text{вн}}^* = \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} = \text{Re} \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} + j \text{Im} \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} = \text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^* + j \text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*, \quad (1.29)$$

где $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ – относительное вносимое напряжение.

Реакцию трансформаторного вихретокового преобразователя на возбуждаемые в электропроводящем объекте вихревые токи изображают на комплексной плоскости $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^* - \text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$ точкой, координаты которой соответствуют координатам конца вектора $\dot{U}_{\text{вн}}^*$, а проекции на оси координат – действительной $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$ и мнимой $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*$ составляющим относительного вносимого напряжения.

В случае необходимости комплексные составляющие относительного вносимого напряжения могут быть преобразованы в его амплитуду U_m^* и фазу φ :

$$U_m^* = \sqrt{(\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*)^2 + (\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*)^2}; \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*}{\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*}. \quad (1.30)$$

Зависимость комплексных составляющих относительного вносимого напряжения от геометрических и электромагнитных параметров проводящего объекта наиболее удобно представлять с помощью годографов.

Годограф относительного вносимого напряжения – линия на комплексной плоскости, вычерчиваемая концом вектора относительного вносимого напряжения при изменении какого-либо геометрического или электромагнитного параметра проводящего объекта, либо частоты тока возбуждения.

Годографы вносимого напряжения позволяют получить информацию о значениях параметров вносимого напряжения (активной и реактивной составляющих или амплитуде и фазе) при конкретных значениях электромагнитных и геометрических параметров электропроводящего объекта, характере зависимости вносимого напряжения от этих влияющих параметров (функции преобразования), выбрать оптимальные режимы возбуждения магнитного поля и значения конструктивных параметров вихретокового преобразователя.

На рис. 1.12 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим немагнитным полупространством (листом либо пластиной, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля) от изменения удельной электрической проводимости материала σ , частоты тока возбуждения ω , зазора h между обмотками и поверхностью объекта. При этом принималось, что обмотка возбуждения и измерительная обмотка имеют одинаковый радиус R , малое поперечное сечение и расположены настолько близко друг к другу, что можно считать расстояние от них до поверхности объекта одинаковым.

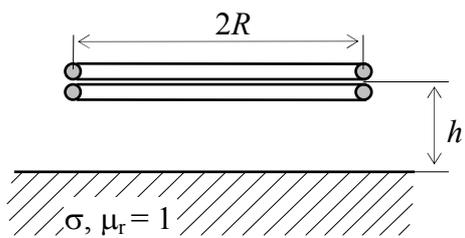
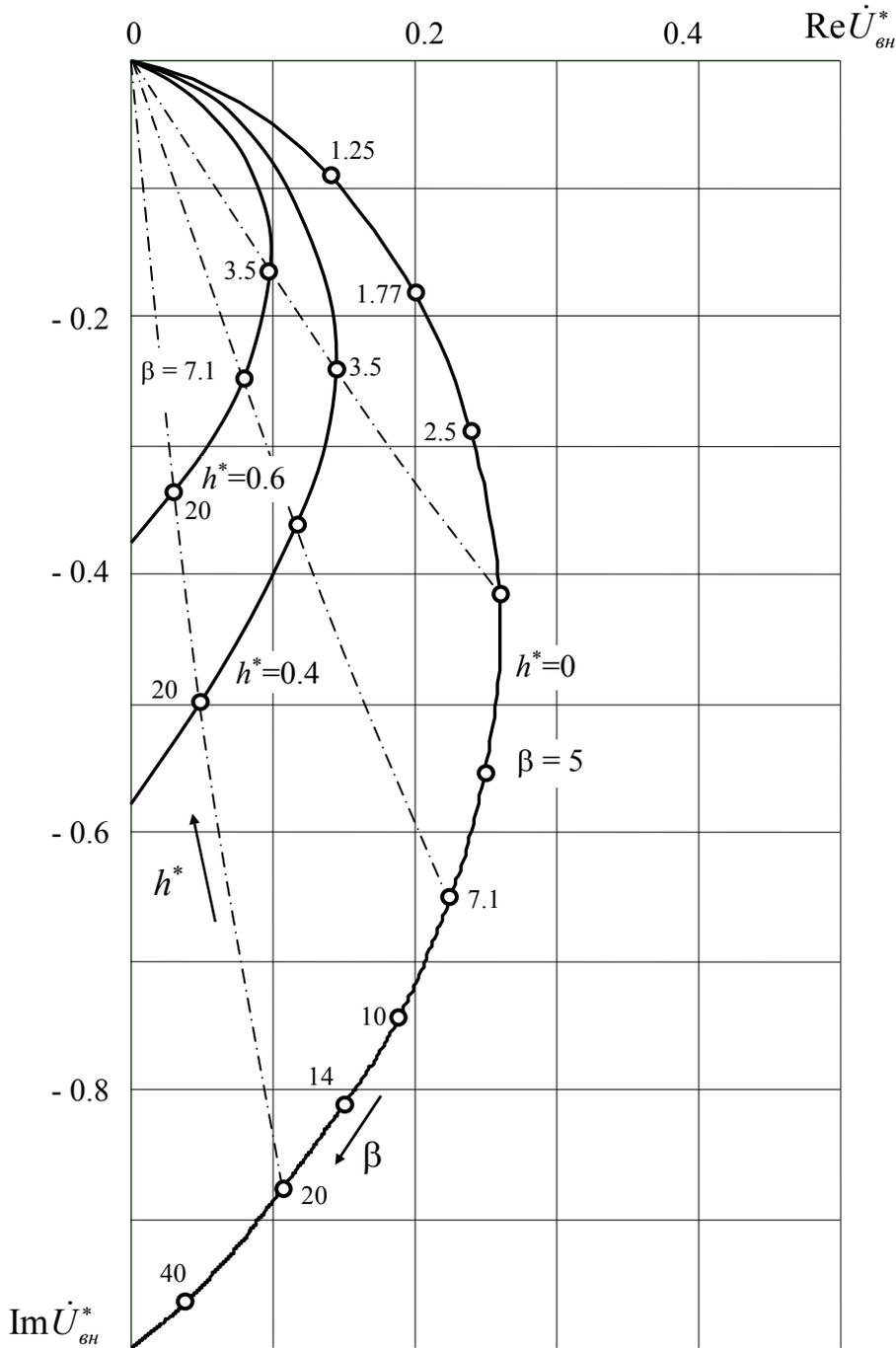


Рис. 1.12. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя над немагнитным электропроводящим полупространством от изменения обобщенного параметра $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ и зазора $h^* = h/R$

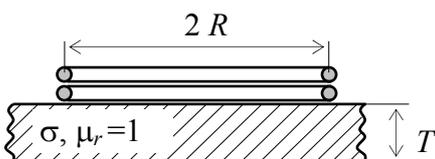
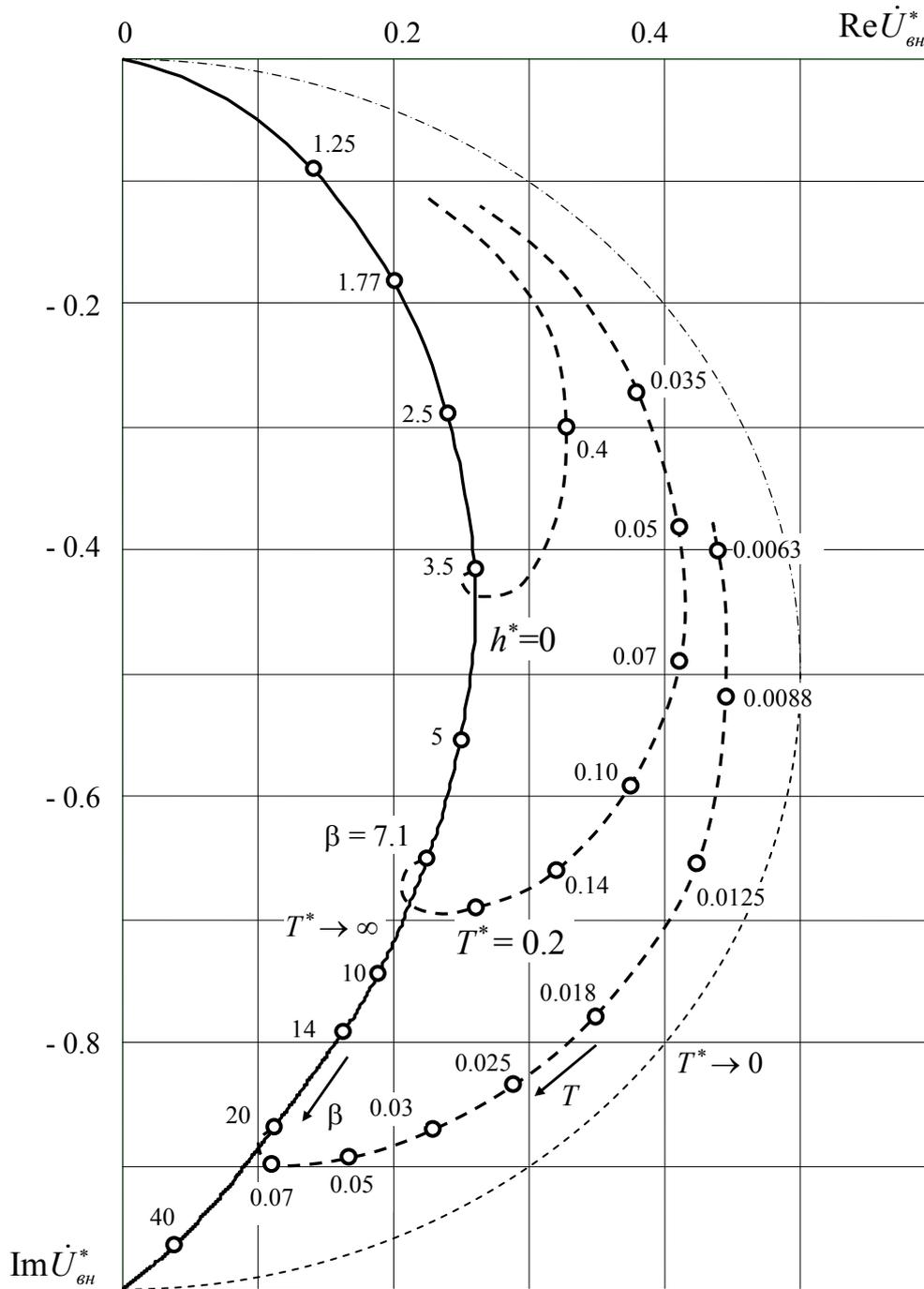


Рис. 1.13. Годографы относительного вносимого напряжения вихрекового преобразователя над немагнитной электропроводящей пластиной от изменения обобщенного параметра $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ и толщины $T^* = T/R$

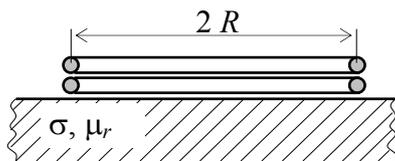
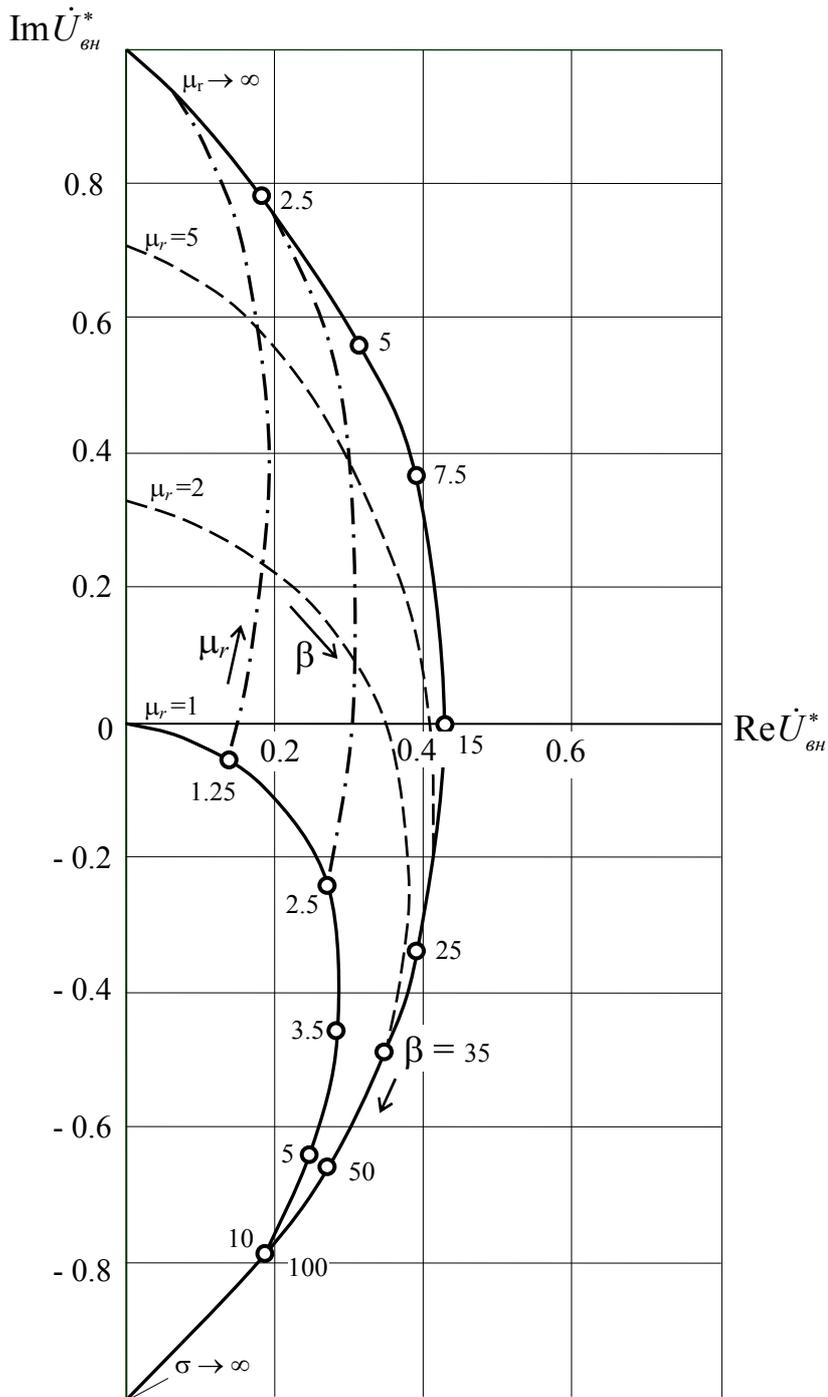


Рис. 1.14. Годографы относительно-
го вносимого напряжения вихрекового
преобразователя над ферромагнитным
электропроводящим полупространством:

$$\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$$

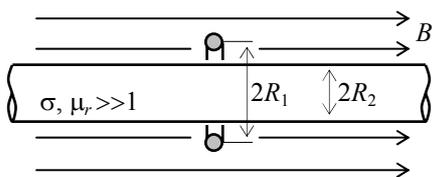
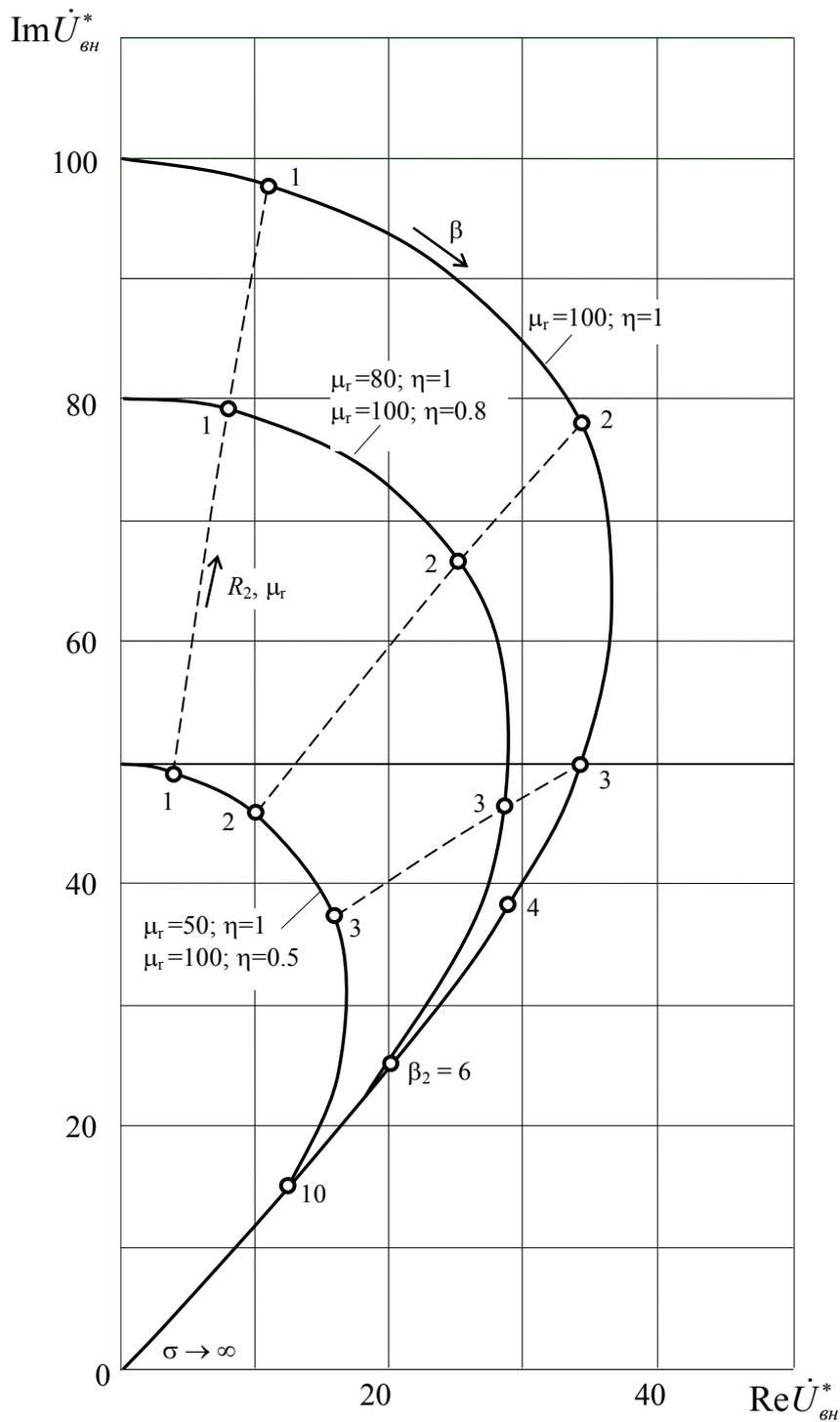


Рис. 1.15. Годографы относительного вносимого напряжения вихрекового преобразователя с ферромагнитным цилиндром в однородном магнитном поле:

$$\eta = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2; \quad \beta_2 = R_2 \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$$

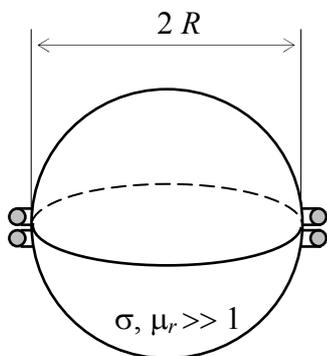
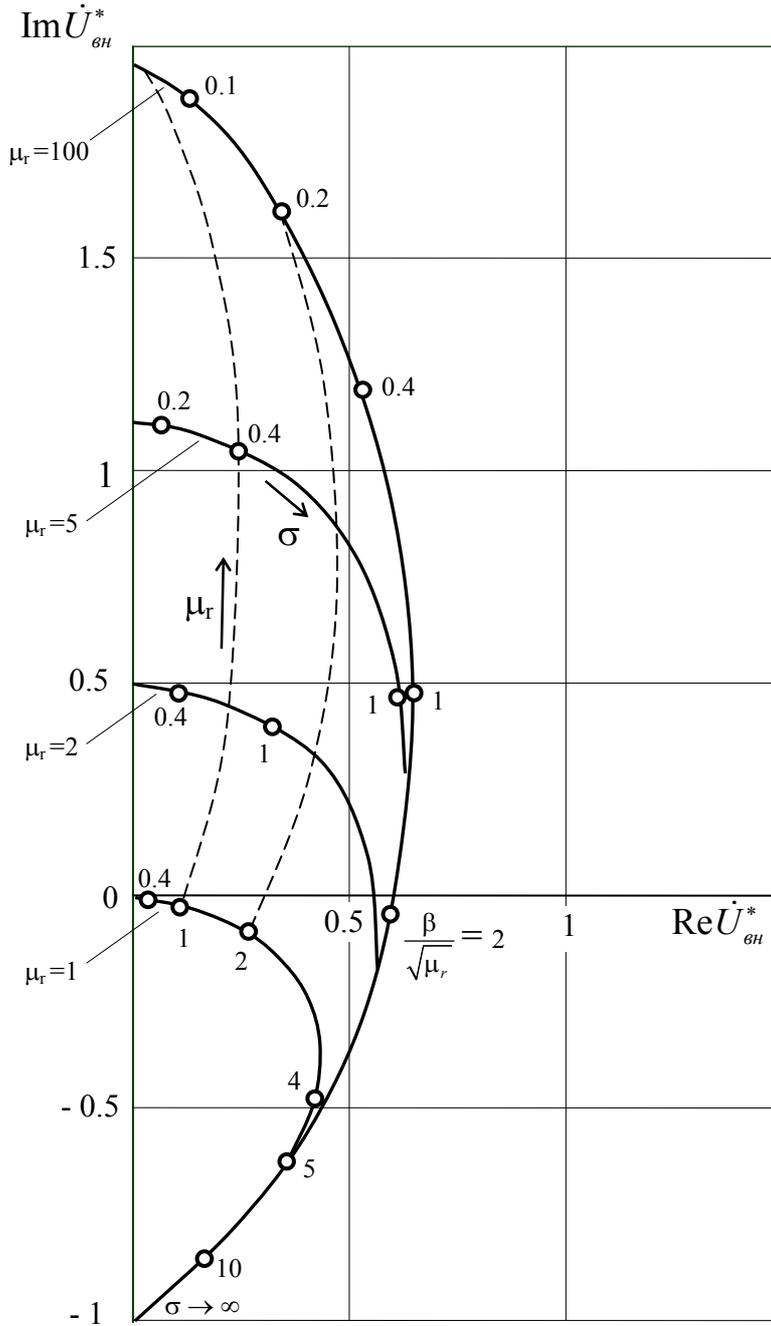
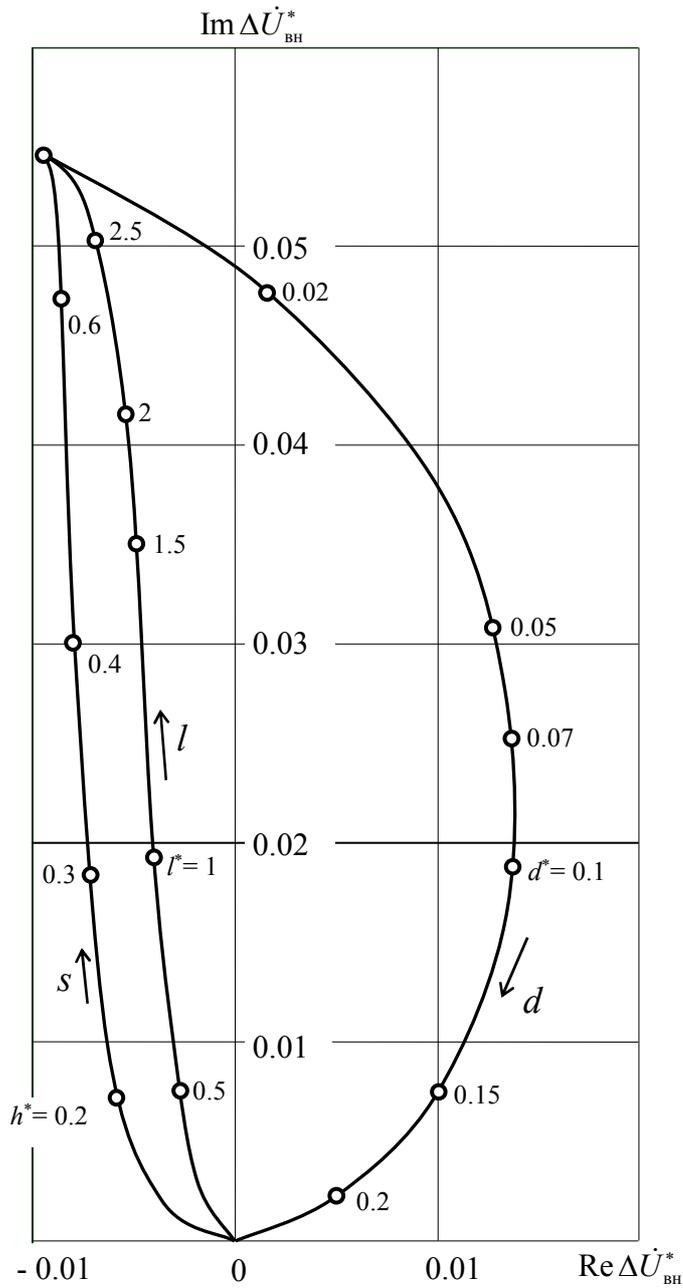


Рис. 1.16. Годографы относительного вносимого напряжения вихрекового преобразователя с ферромагнитным электропроводящим шаром:

$$\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$$



$$h = 0.75R;$$

$$l^* = \frac{l}{2R};$$

$$d^* = \frac{d}{2R};$$

$$s^* = \frac{d}{2R}$$

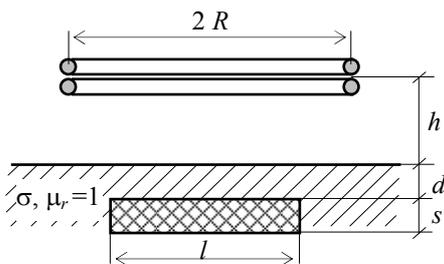


Рис. 1.17. Годографы приращения относительного вносимого напряжения вихревого преобразователя от изменения глубины, длины и глубины залегания плоского дефекта в поверхностном слое немагнитного полупространства:

$$\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0} = 3$$

Поскольку ряд влияющих параметров оказывает одинаковое влияние на величину $\dot{U}_{\text{вн}}^*$, то это дает возможность объединить их в один обобщенный параметр $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$. Годографы от изменения β для разных значений зазора h показаны на рисунке сплошными линиями, а годографы от изменения зазора h для разных значений β – штрихпунктирными линиями.

На рис. 1.13 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, имеющего такие же, как и в предыдущем случае обмотки и расположенного над электропроводящей немагнитной пластиной (листом) от изменения толщины пластины T . Зазор h между обмотками и поверхностью объекта принимался равным нулю. Сплошной линией показан годограф от изменения обобщенного параметра β для предельного случая $T \rightarrow \infty$, а штрихпунктирной – для случая $T \rightarrow 0$. Годографы от изменения T в интервале $0 \dots \infty$, показаны на рисунке пунктирными линиями.

На рис. 1.14 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим ферромагнитным полупространством, от изменения удельной электрической проводимости материала σ , частоты тока возбуждения ω , магнитной проницаемости материала μ_r . Сплошными линиями показаны годографы для предельных случаев $\mu_r=1$ (немагнитный материал) и $\mu_r \rightarrow \infty$ (материал с сильно выраженными магнитными свойствами). Годографы от изменения μ_r в интервале $1 \dots \infty$, показаны на рисунке штрихпунктирными линиями.

На рис. 1.15 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с круглым ферромагнитным цилиндром от изменения удельной электрической проводимости материала σ , частоты тока возбуждения ω , относительной магнитной проницаемости материала μ_r , радиуса цилиндра R_2 . Принималось, что возбуждающее магнитное поле является однородным (такое поле создается, в частности, внутри соленоида) и направлено вдоль оси цилиндра, а измерительная обмотка радиуса R_1 охватывает цилиндр.

Годографы от изменения обобщенного параметра $\beta_2 = R_2\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ для различных значений относительной магнитной проницаемости материала μ_r и радиуса измерительной обмотки показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости и радиуса цилиндра – пунктирными.

На рис. 1.16 представлены годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с ферромагнитным шаром от изменения удельной электрической проводимости материала σ , частоты тока возбуждения ω , относительной магнитной проницаемости материала μ_r , радиуса шара R . Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки равны радиусу шара R , имеют малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу и поверхности шара.

Годографы от изменения обобщенного параметра $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ для различных значений относительной магнитной проницаемости материала μ_r показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости – пунктирными.

На рис. 1.17 показаны годографы приращения относительного вносимого напряжения $\Delta\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения глубины s , длины l и глубины залегания d плоского прямоугольного дефекта (непроводящего включения) в поверхностном слое немагнитного полупространства (пластины, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля). Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки имеют одинаковый радиус R , малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу непосредственно над дефектом на расстоянии $h = 0.75R$ от поверхности пластины. Значение обобщенного параметра $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ принималось равным трем.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается причина возникновения и каков характер пространственного распределения вихревых токов в электропроводящем объекте, находящемся в переменном магнитном поле?
2. Каков характер зависимости амплитуды, фазы и пространственного распределения вихревых токов от частоты тока возбуждения, взаимного расположения обмотки и электропроводящего объекта, электромагнитных параметров материала объекта и особенностей его структуры?
3. Что такое начальное и вносимое напряжения трансформаторного вихретокового измерительного преобразователя? Что такое годографы вносимого напряжения?
4. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с плоским электропрово-

- дующим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?
5. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с протяженным цилиндрическим электропроводящим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?
 6. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с локальным электропроводящим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?
 7. Какова зависимость относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с электропроводящим объектом от дефектов поверхностного слоя объекта?
 8. Для решения каких измерительных задач может быть использовано вихретоковое измерительное преобразование?

1.6. Электромеханическое измерительное преобразование

Физической основой электромеханического преобразования является воздействие на объекты, находящиеся в электромагнитном поле, механических (пондеромоторных) сил. Возникновение этих сил обусловлено свойством электрической и магнитной компонент электромагнитного поля воздействовать на неподвижные и движущиеся (вторая компонента) электрически заряженные частицы. Для практических преобразований используются случаи взаимодействия электрически заряженных тел (электростатическое взаимодействие), контуров с токами (электродинамическое взаимодействие), постоянного магнита и контура с током (магнитоэлектрическое взаимодействие), контура с током и ферромагнитного тела (электромагнитное взаимодействие), контуров с токами и проводящего тела (индукционное взаимодействие). В общем случае для системы тел и контуров момент вращения M_v или сила F , действующие на любой объект этой системы, могут быть определены как производные электромагнитной энергии $W_{эм}$, сосредоточенной в системе взаимодействующих объектов, соответственно по углу поворота α или линейному перемещению x рассматриваемого объекта:

$$M_B = \frac{dW_{\text{эм}}}{d\alpha}; \quad F = \frac{dW_{\text{эм}}}{dx}. \quad (1.31)$$

Рис. 1.18 иллюстрирует электромагнитное взаимодействие обмотки с током I и ферромагнитного сердечника. В зависимости от взаиморасположения сердечника и обмотки, а также крепления сердечника (степени свободы) результатом взаимодействия может быть как линейное (рис. 1.18а, 1.18б), так и угловое (рис. 1.18в, 1.18г) перемещение сердечника. Обмотка выполняется неподвижной. Для усиления электромагнитного взаимодействия используется магнитопровод (рис. 1.18б, 1.18г).

Энергия электромагнитного поля обмотки с током определяется выражением:

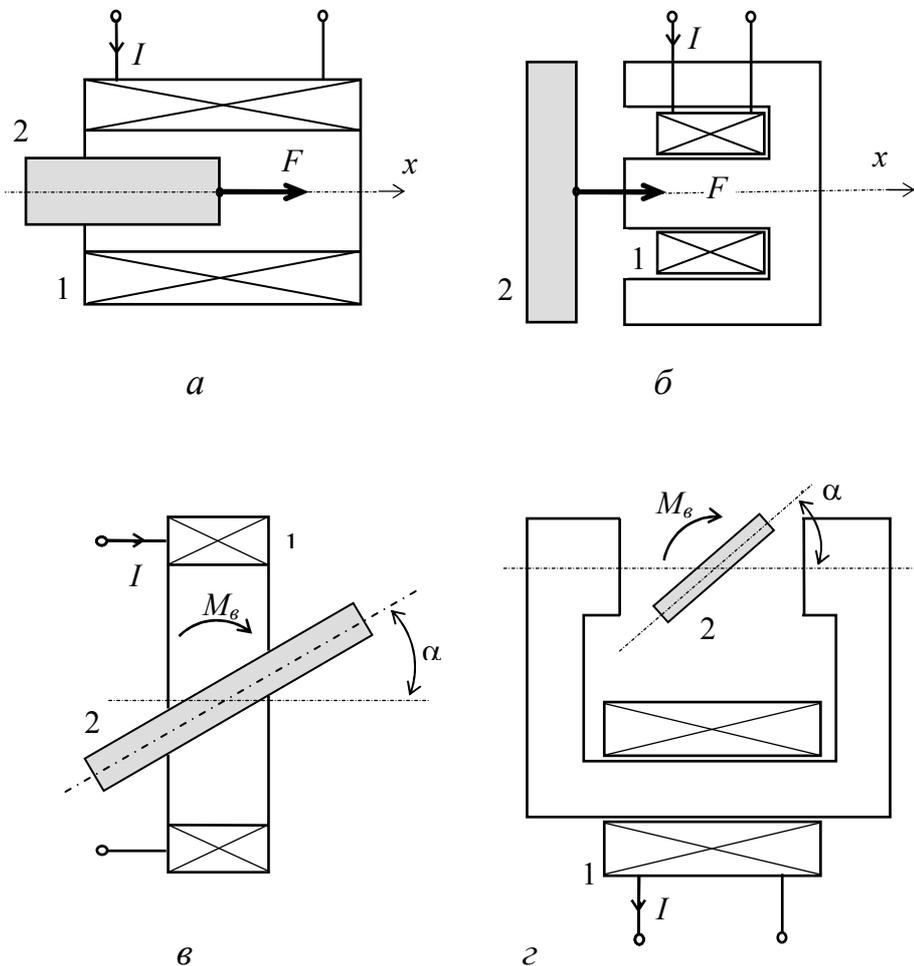


Рис. 1.18. Варианты электромагнитного взаимодействия:
 1 – обмотка; 2 – ферромагнитный сердечник

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2} L I^2, \quad (1.32)$$

где L - индуктивность обмотки; I - действующее значение тока.

В соответствии с (1.31) сила F и момент $M_{\text{в}}$ определяются следующим образом:

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx}; \quad M_{\text{в}} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (1.33)$$

Данные соотношения устанавливают зависимость величин I , L , x , α и могут быть использованы для измерительного преобразования последних в механические величины – силу и момент вращения. Наибольшее значение имеют используемые на практике зависимости $F(I)$, $M_{\text{в}}(I)$, $F(x)$.

Рис. 1.19 иллюстрирует электродинамическое взаимодействие двух обмоток с токами I_1 и I_2 . Аналогично предыдущему случаю возможны

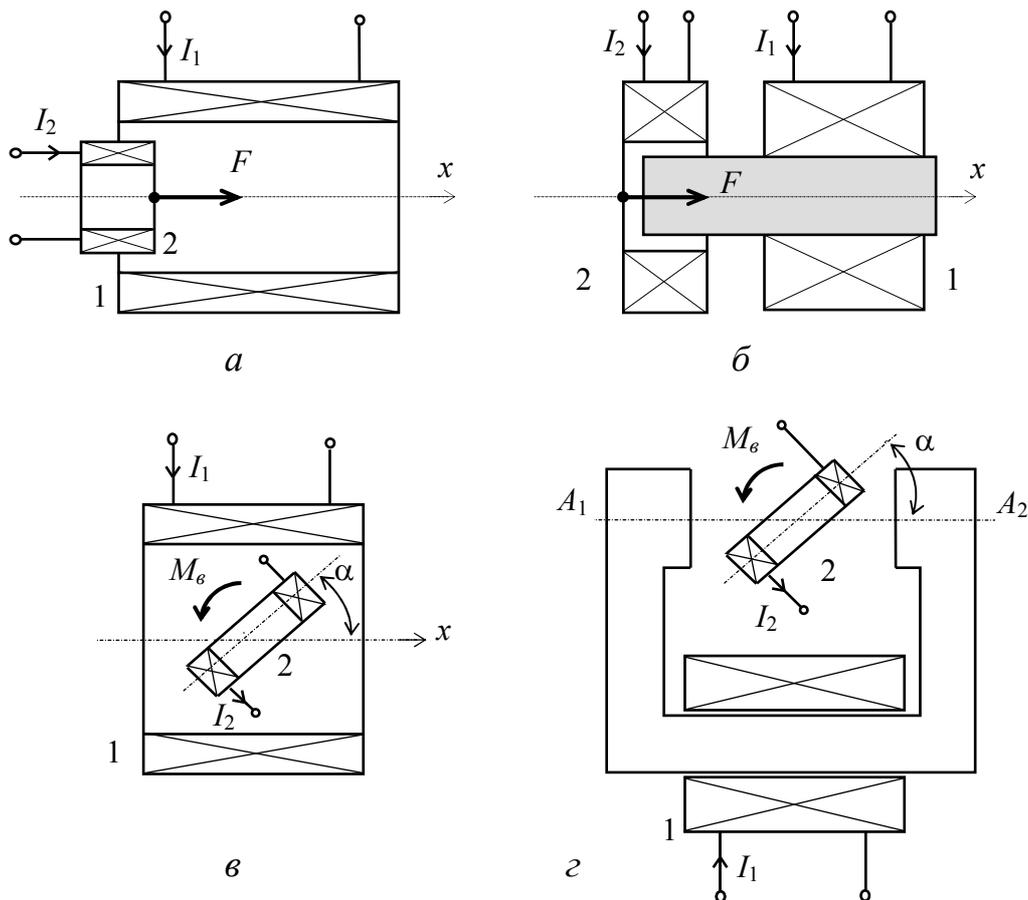


Рис. 1.19. Варианты электродинамического взаимодействия:

1 – неподвижная обмотка; 2 – подвижная обмотка

варианты линейного перемещения подвижной обмотки (рис. 1.19а, 1.19б) и вращения (рис. 1.19в, 1.19г). Для усиления электродинамического взаимодействия используются магнитопроводы (рис. 1.19б, 1.19г).

Энергия электромагнитного поля двух обмоток с токами определяется следующим образом:

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M_{12} I_1 I_2 \cos \varphi, \quad (1.34)$$

где I_1, I_2 - действующие значения токов; φ - фазовый сдвиг токов; L_1, L_2 - индуктивности обмоток; M_{12} - взаимная индуктивность обмоток (знак последнего слагаемого зависит от взаимноориентации магнитных моментов обмоток).

Первые два слагаемых выражения (1.34) практически не зависят от перемещения подвижной обмотки, поэтому дифференцирование по формулам (1.31) дает результаты:

$$F = \pm I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{dx} \cos \varphi; \quad M_{\text{в}} = \pm I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha} \cos \varphi. \quad (1.35)$$

Исключение составляет вариант 1.19б, где нужно учитывать изменение индуктивности подвижной обмотки, но данный случай имеет ограниченное практическое применение. Наибольшее применение для измерительных преобразований имеют зависимости $M_{\text{в}}(I_1 I_2)$, $M_{\text{в}}(\cos \varphi)$, $M_{\text{в}}(I_1 I_2 \cos \varphi)$.

Различные варианты магнитоэлектрического взаимодействия можно получить заменой постоянным магнитом ферромагнитного сердечника рис. 1.18 или одной из обмоток с током (электромагнита) рис. 1.19. На рис. 1.20 показан наиболее важный случай взаимодействия.

Выражение, описывающее данное взаимодействие, может быть получено из (1.35) формальной заменой $I_1 = I$; $I_2 \cdot dM_{12} = d\Psi$. Здесь Ψ - потокосцепление поля постоянного магнита с обмоткой. Обычно обес-

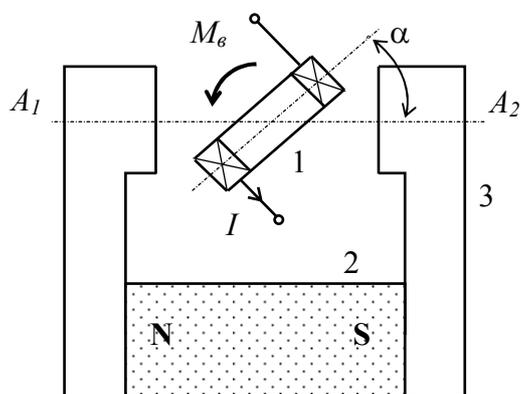


Рис. 1.20. Вариант магнитоэлектрического взаимодействия:
 1 - обмотка;
 2 - постоянный магнит;
 3 - магнитопровод

печивается однородность поля магнита в плоскости витков обмотки. В этом случае:

$$\Psi = wBS \sin \alpha; \quad M_B = \pm I \frac{d\Psi}{d\alpha} = \pm I wBS \cos \alpha, \quad (1.36)$$

где I , w , S – сила тока, число витков и площадь подвижной обмотки; B – индукция в воздушном зазоре магнитопровода; α – угол между плоскостью витков и линиями индукции (параллельны A_1A_2 – рис. 1.20).

Наибольшее значение для измерительных преобразований имеют зависимости $M_B(I)$, $M_B(B)$.

Контрольные вопросы

1. В чем общность физической сущности магнитоэлектрического, индукционного, электродинамического, электромагнитного взаимодействий?
2. Как определить направление силы и момента вращения?
3. Дать определение и физическое толкование величин L и M_{12} .
4. Почему магнитопровод увеличивает F и M_B ?
5. Какие из рассмотренных взаимодействий реализуются на постоянном, переменном, постоянном и переменном токах?
6. В каком положении подвижного элемента рис. 1.18, 1.19, 1.20 значения F и M_B максимальны (минимальны)?

1.7. Измерительные преобразования в тепловых полях

Основным уравнением измерительных преобразований в тепловых полях является уравнение теплового баланса, согласно которому подводимое к объекту количество теплоты $Q_{вн}$ равно сумме количества теплоты Q_p , отдаваемой им в среду, и количества теплоты Q_c , идущей на изменение его теплосодержания:

$$Q_{вн} = Q_p + Q_c. \quad (1.36)$$

Количество отдаваемой в единицу времени теплоты q_p (полный тепловой поток теплоотдачи) равно сумме тепловых потоков теплопроводности q_t , конвекции q_k и излучения q_l :

$$q_p = q_t + q_k + q_l. \quad (1.37)$$

Теплообмен посредством теплопроводности происходит путем взаимодействия частиц, находящихся в непосредственном соприкосновении друг с другом и имеющих различную температуру. Тепловой поток

теплопроводности в некотором объекте, создаваемый разностью температур $\Delta\theta$, определяется зависимостью:

$$q_T = \gamma_T \Delta\theta, \quad (1.38)$$

где γ_T – теплопроводность объекта.

По аналогии с электрической проводимостью тепловая проводимость стержня длиной l и сечением S может быть определена как

$$\gamma_T = \lambda \frac{S}{l}, \quad (1.39)$$

где λ – коэффициент теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности зависит от природы и физического состояния вещества. Теплопроводность твердых тел в большинстве случаев обусловлена двумя механизмами: движением электронов проводимости (доминирует в металлах) и тепловыми колебаниями атомов решетки (определяет теплопроводность неметаллов). Соответственно теплопроводность металлов пропорциональна их электрической проводимости.

Теплообмен посредством конвекции осуществляется за счет перемещения материальных частиц, имеющих разную температуру. Тепловой поток конвекции равен:

$$q_K = \gamma_K \Delta\theta = \alpha_K S_{\Pi} \Delta\theta, \quad (1.40)$$

где γ_K – проводимость теплоотдачи путем конвекции;

$\Delta\theta$ – разность температур окружающей среды и тела;

α_K – коэффициент конвективного теплообмена;

S_{Π} – площадь поверхности тела.

Коэффициент конвективного теплообмена зависит от размеров тела, формы поверхности, теплопроводности и вязкости взаимодействующей с телом среды, но главным образом от скорости V взаимного перемещения тела и среды. Можно ориентировочно принять, что α_K пропорционален $V^{0,4}$.

Сущность теплообмена посредством излучения заключается в излучении телом электромагнитных волн определенной длины. Тепловой поток излучения системы двух тел

$$q_L = \gamma_L \Delta\theta = \alpha_L S_{12} \Delta\theta, \quad (1.41)$$

где γ_L – проводимость теплоотдачи путем излучения ;

$\Delta\theta$ – разность температур двух тел;

α_L – коэффициент теплообмена излучением;

S_{12} – взаимная поверхность излучения тел.

Коэффициент теплообмена излучением зависит от формы, взаиморасположения, температуры взаимодействующих тел, от состояния и цвета их поверхностей. Взаимная поверхность излучения двух плоскопараллельных тел, квадрат расстояния между которыми меньше площадей их поверхностей, равна площади поверхности меньшего тела, обращенной к другому телу.

Тепловой поток изменения внутренней энергии (теплосодержания тела) описывается выражением:

$$q_c = \frac{dQ_c}{dt} = c m \frac{d\theta}{dt}, \quad (1.42)$$

где c , m , θ – теплоемкость, масса, температура тела.

Наличие теплового потока q_c обуславливает инерционность изменения температуры тела при изменении температуры окружающей среды или теплового потока $q_{вн}$, подводимого к телу. Если в момент времени $t = 0$ существовала разность $\Delta\theta_0$ температуры тела θ_T и температуры окружающей среды θ_c , то при отсутствии $q_{вн}$ и постоянстве θ_c уравнение температур θ_T и θ_c происходит по аperiodическому закону:

$$\theta_T = \theta_c + \Delta\theta_0 e^{-t/\tau}, \quad (1.43)$$

где τ – показатель тепловой инерции (постоянная времени аperiodического процесса).

Величина τ является функцией параметров тела и окружающей среды:

$$\tau = \frac{c m}{\gamma_\Sigma}, \quad (1.44)$$

здесь γ_Σ – полная тепловая проводимость окружающей среды.

Следует отметить, что начальный участок реального теплового процесса, называемый дорегулярным режимом, отличается от описываемого уравнением (1.43), что обусловлено перераспределением температур в толще самого тела. В нашем же случае будем считать, что весь тепловой переходный процесс протекает в регулярном режиме и описывается уравнением (1.43).

Контрольные вопросы

1. Какие тепловые потоки определяют энергетический баланс подводимой к объекту и расходуемой тепловой энергии?
2. В чем заключается физическая сущность теплообмена посредством теплопроводности, конвекции, лучеиспускания?

3. В чем заключается физическая сущность изменения теплосодержания тела?
4. Почему теплопроводность металлов пропорциональна их электрической проводимости?
5. Какие свойства окружающей среды влияют на инерционность изменения температуры тела при скачкообразном изменении температуры окружающей среды?
6. Зависит ли длительность теплового переходного процесса от начальной разности температур тела и окружающей среды?

1.8. Измерительное преобразование в акустических полях

Эти измерительные преобразования основаны на зависимости параметров распространяющихся в упругом теле механических возмущений (деформаций) – упругих волн от параметров тела.

Упругие или акустические волны – механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

При распространении акустических волн в среде частицы среды не переносятся, а лишь совершают колебания относительно точек равновесия. Распространение волн происходит от частицы к частице.

В зависимости от частоты f акустические волны подразделяются на инфразвуковые ($f < 20$ Гц), звуковые ($20 \text{ Гц} < f < 20 \text{ кГц}$), ультразвуковые ($20 \text{ кГц} < f < 10^9$ Гц) и гиперзвуковые ($f > 10^9$ Гц).

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения акустические волны различаются на продольные, поперечные (сдвиговые), поверхностные (Рэлея), нормальные (Лэмба). В продольной волне направление колебаний частиц совпадает с направлением распространения волны. Такая волна может быть возбуждена в твердой, жидкой и газообразной среде. В поперечной волне направление колебаний частиц перпендикулярно направлению распространения. Такая волна может быть возбуждена только в твердом теле, которое способно упруго сопротивляться деформации сдвига. На свободной поверхности твердого тела можно возбудить поверхностные волны, частицы в которых движутся по эллипсам. Такая волна локализована в тонком поверхностном слое. В плоских телах и телах постоянной толщины (листах, тонких пластинах, проволоке) можно возбудить нормальные волны. Нормальные волны связаны с волноводным механизмом распространения упругих колебаний в таких телах.

Скорость распространения упругих волн в изотропных средах зависит от их вида, плотности и упругих постоянных материала, а для нормальных волн от размеров тела, в котором волна распространяется.

Упругая волна в направлении распространения несет определенную энергию. *Плотность потока* энергии (интенсивность) акустической волны q' – энергия, переносимая волной в единицу времени через единицу площади малой площадки dS , определяется частотой ω и амплитудой A колебаний, плотностью среды ρ , скоростью распространения v и описывается уравнением:

$$q' = \frac{1}{2} \frac{\rho}{v} \omega^2 A^2 \cos \alpha, \quad (1.45)$$

где α – угол между направлением распространения волны z и нормалью к площадке.

По мере удаления от излучателя интенсивность волн падает, и амплитуда колебаний частиц постепенно убывает. Это обусловлено геометрическим расхождением лучей, что приводит к увеличению площади фронта волны, а также наличием потерь в среде, приводящих к постепенному затуханию колебаний при их распространении.

Затухание упругих волн происходит по экспоненциальному закону:

$$q'(z) = q'_0 \exp(-2\delta z), \quad (1.46)$$

где $q'(z)$ – плотность потока энергии в точке пространства, отстоящей от точки, в которой плотность потока энергии равна q'_0 , на расстояние z в направлении распространения волны; δ – коэффициент затухания.

С учетом квадратичной зависимости плотности потока энергии акустической волны от амплитуды колебаний (1) закон изменения амплитуды колебаний записывается следующим образом:

$$A(z) = A_0 \exp(-\delta z), \quad (1.47)$$

где $A(z)$ – амплитуда акустических колебаний в точке пространства, отстоящей от точки, в которой амплитуда колебаний равна A_0 , на расстояние z в направлении распространения волны.

Коэффициент затухания складывается из коэффициентов поглощения и рассеивания:

$$\delta = \delta_n + \delta_p. \quad (1.48)$$

При поглощении энергия акустической волны переходит в тепловую энергию, а при рассеянии остается энергией акустической волны, но уходит из направления распространения волны.

Рассеяние отсутствует в однородных аморфных твердых телах типа стекла и пластмассы. В гетерогенных материалах (чугун, бетон, гранит) рассеяние весьма велико. Большое рассеяние наблюдается в металлах

ввиду их поликристаллической структуры и наличия большого количества случайным образом ориентированных зерен (кристаллитов). Ослабление интенсивности акустической волны за счет расширения фронта зависит от его формы, определяемой, в свою очередь, характером источника волн. В случае волны с плоским фронтом, источником возбуждения которой может быть плоская поверхность, расширения фронта волны не наблюдается и ослабление интенсивности акустической волны происходит исключительно за счет затухания ее в материале среды распространения.

Отражение и преломление акустических волн на границе раздела двух сред. Падающая на границу двух полубезграничных сред акустическая волна частично проходит через границу, а частично отражается от нее. Доля отраженной энергии тем больше, чем больше разница акустических свойств сред. При угле падения, отличающемся от нулевого, может происходить трансформация типов волн. В наиболее общем случае границы двух твердых сред возникают две отраженные и две преломленные волны. Законы отражения и преломления упругих волн аналогичны законам геометрической оптики и описываются уравнениями Снелля.

Если продольная волна падает перпендикулярно (нулевой угол падения) на плоскую границу раздела двух сред с различными акустическими свойствами (плотность, упругие постоянные материала), то часть ее энергии переходит во вторую среду, а часть отражается в первую, причем проходящая и отраженная волны будут того же вида, что и волна падающая.

Для возбуждения и приема акустических волн в широком диапазоне частот (от 10^3 Гц до 10^{11} Гц) наибольшее применение получили *пьезоэлектрические измерительные преобразователи.*

Основным элементом электроакустического пьезоэлектрического преобразователя (рис. 1.21) является пластина 1 из материала, обладающего пьезоэлектрическими свойствами (кварц, пьезокерамика). При подаче на металлизированные обкладки пластины переменного напряжения, пластина начинает упруго деформироваться с частотой электрического сигнала (обратный пьезоэффект).

В конструкцию пьезоэлектрического преобразователя входят также демпфер 2, протектор 3 и корпус 4. Демпфер служит для ослабления свободных колебаний пьезопластины и устранения многократных отражений внутри преобразователя. Протектор служит для защиты пьезопластины от механических повреждений.

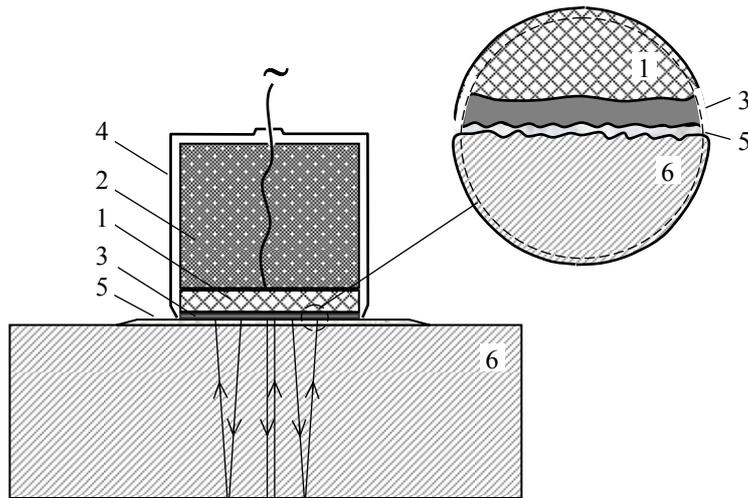


Рис. 1.21. Возбуждение и прием акустических волн с помощью пьезоэлектрического измерительного преобразователя:

- 1 – пластина из пьезоэлектрика с металлизированными обкладками;
 2 – демпфер; 3 – протектор; 4 – корпус; 5 – слой контактной жидкости;
 6 – объект измерительного преобразования*

На рис. 1.21 в качестве примера объекта измерительного преобразования показана металлическая пластина. Для ввода возбуждаемых акустических волн в объект пьезоэлектрический преобразователь прижимается к поверхности пластины. Однако, как бы плотно ни контактировал пьезопреобразователь с пластиной, из-за наличия шероховатости, как объекта преобразования, так и преобразователя, обычно присутствует некоторый воздушный зазор между контактирующими поверхностями (увеличенный фрагмент рис. 1.21). Несмотря на малую толщину этого воздушного слоя, он может являться непреодолимой преградой на пути акустической волны вследствие огромной разницы в плотностях материалов пьезопластины и объекта преобразования по сравнению с воздушной средой. Поэтому имеющийся зазор между пьезопластиной и объектом обычно заполняется некоторой промежуточной (контактной) средой, которая легко заполняет зазор и имеет соизмеримую плотность с материалами пьезопластины и объекта преобразования. В качестве такой среды чаще всего используется хорошо смачивающая жидкость (масло, глицерин, вода со смачивающими добавками), а в ряде случаев твердый эластичный материал (резина, полиуретан). Для исключения влияния контактной среды на результат преобразования толщина зазора, заполняемого этой средой, не должна превышать длину возбуждаемых акустических волн.

При необходимости обеспечения угла ввода акустических волн в объект, отличающегося от 0° , используют призмы.

Поскольку описанный выше эффект возникновения упругих деформаций пьезопластины под действием электрического сигнала является обратимым, то пьезопреобразователь рис. 1.21 может быть использован и для приема акустических волн (их преобразования в электрический сигнал). В этом случае пьезопреобразователь также как и ранее прижимается к поверхности объекта, в котором распространяются акустические волны, а для обеспечения надежного акустического контакта используется контактная среда. Проходящие в пьезопластину акустические волны вызывают ее упругую деформацию и соответственно возникновение переменной разности потенциалов на ее металлизированных обкладках (прямой пьезоэффект).

Основными влияющими на характеристики акустических волн параметрами объекта, в котором эти волны распространяются, являются плотность и упругие свойства материала, структурные особенности, наличие неоднородностей, геометрические параметры, механические напряжения в объекте. В соответствии с этим основные области использования измерительных преобразований в акустических полях: обнаружение и измерение параметров инородных включений, дефектов, коррозионных поражений; измерение толщины листов, труб, сосудов, других геометрических параметров изделий; контроль структуры; контроль физико-механических свойств материалов; измерение внутренних механических напряжений и исследование кинетики разрушения.

Контрольные вопросы

1. Физическая сущность акустических волн. Виды упругих волн.
2. Какова связь скорости распространения акустических волн со свойствами среды?
3. От каких еще факторов зависит скорость распространения акустических волн?
4. Чем определяется затухание акустических волн в среде? Поглощение и рассеяние акустических волн.
5. Какими факторами определяются отражение и преломление акустических волн?
6. Как осуществляется возбуждение и прием акустических волн с использованием пьезоэлектрического измерительного преобразования?
7. Какого влияние структурных особенностей среды на характеристики акустических волн?
8. Для решения каких измерительных задач может быть использовано измерительное преобразование в акустических полях?

2. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯХ

2.1. Исследование магнитных свойств ферромагнетиков

2.1.1. Цель работы

Ознакомиться с физическими величинами и основными соотношениями, описывающими магнитное поле и характеристики материалов в магнитном поле, а также с физическими основами индукционного измерительного преобразования. Экспериментально исследовать свойства ферромагнитных материалов в магнитном поле.

2.1.2. Программа работы

2.1.2.1. Экспериментально определить кривые первоначального намагничивания для различных ферромагнитных образцов.

2.1.2.2. Определить зависимости от напряженности магнитного поля нормальной $\mu_N(H)$ и дифференциальной $\mu_d(H)$ магнитных проницаемостей при начальном намагничивании ферромагнитных образцов.

2.1.2.3. Экспериментально определить предельные и частные петли гистерезиса для различных ферромагнитных образцов.

2.1.2.4. Определить зависимости $\mu_d(H)$ дифференциальной магнитной проницаемости ферромагнитных образцов от напряженности магнитного поля при перемагничивании образцов по предельным и частным гистерезисным циклам.

2.1.2.5. Определить статические магнитные характеристики ферромагнитных материалов B_S , H_S , B_r , H_c , $\mu_{нач}$, μ_{Nmax} , μ_{dmax} .

2.1.3. Объекты исследования и средства измерения

Определение статических магнитных характеристик ферромагнитных материалов удобнее всего проводить с использованием образцов, имеющих форму тороида. Создание в образце магнитного поля осуществляется пропусканием постоянного тока I через равномерно намотанную на тороид обмотку с числом витков w_1 (рис. 2.1.1), а измерение индукции магнитного поля в образце осуществляется путем индукционного преобразования с использованием аналогично намотанной обмотки с числом витков w_2 . Для тороидальных образцов при указанном способе намотки характерно следующее. Практически весь магнитный поток тока обмотки w_1 замыкается по магнитопроводу, роль которого выполняет тороидальный образец. Линии индукции и напряженности магнитного поля перпендикулярны поперечному сечению тороида, имеющему

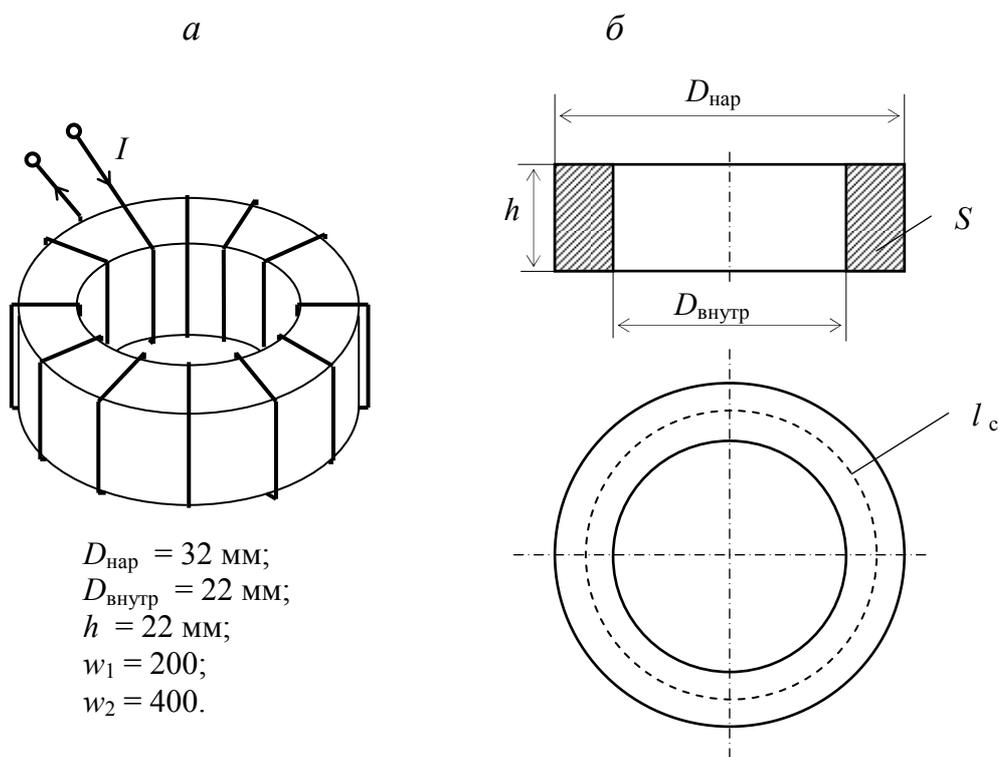


Рис. 2.1.1. Внешний вид (а) и геометрические размеры (б) тороидального образца из ферромагнитного материала

площадь S (рис. 2.1.1а). Магнитное поле в данном сечении однородно (значения H и B в любой точке сечения практически одинаковы). С учетом данных особенностей тороидальных образцов уравнения Максвелла – законы полного тока и электромагнитной индукции имеют достаточно простую запись:

$$\begin{aligned}
 I w_1 &= H l_c, \\
 e(t) &= -w_2 S \frac{dB}{dt},
 \end{aligned}
 \tag{2.1.1}$$

где l_c – длина средней силовой линии магнитного поля; $e(t)$ – эдс индукционной обмотки.

Особенностью использования для измерения индукции магнитного поля индукционного преобразования является то, что эдс возникает только при изменении магнитного потока (в данном случае за счет изменения индукции магнитного поля). Практически это реализуется при изменении тока I от одного значения I_i до другого I_{i+1} , происходящего в промежуток времени от t_i до t_{i+1} . При этом происходят соответствующие изменения напряженности магнитного поля от H_i до H_{i+1} и индукции от B_i до B_{i+1} . На основании (2.1.1) можно записать:

$$H_i = \frac{I_i w_1}{l_c}; \quad H_{i+1} = \frac{I_{i+1} w_1}{l_c},$$

$$\Delta B_{i+1} = B_{i+1} - B_i = -\frac{1}{w_2 S} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e(t) \cdot dt, \quad (2.1.2)$$

где ΔB_{i+1} – приращение индукции магнитного поля в образце.

Данные уравнения являются основными при определении статических характеристик ферромагнитных образцов.

Для исследования магнитных свойств ферромагнетиков используются образцы из разных материалов (магнитомягкой и магнитотвердой сталей), залитые эпоксидным компаундом и укрепленные на специальном планшете. На планшете указаны геометрические параметры тороидов, намоточные данные, обозначены входные и выходные гнезда для подключения обмоток к схеме исследования. Питание намагничивающей обмотки w_1 осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) – гнезда “ $I_{\text{намагн}}$ ” и “ \perp ”.

На этой же панели расположены переключатель и амперметр для изменения и измерения значения тока намагничивания I . Необходимое для измерения приращения индукции при изменении напряженности магнитного поля интегрирование эдс индукционной обмотки осуществляется электронным интегратором на основе операционного усилителя с RC -цепочкой в цепи отрицательной обратной связи (рис. 2.1.2).

Выходной сигнал такого усилителя U_2 пропорционален интегралу в пределах от момента времени t_i до момента времени t_{i+1} выходного сигнала $e(t)$:

$$U_2 = -\frac{1}{RC} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e(t) \cdot dt \quad (2.1.4)$$

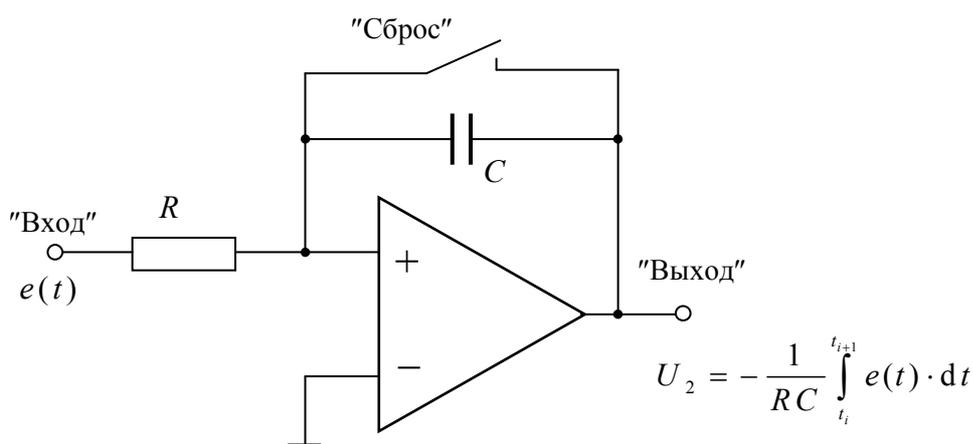


Рис. 2.1.2. Принципиальная схема электронного интегратора:
 $1/RC = 31,3 \text{ с}^{-1}$

Конструктивно электронный интегратор выполнен отдельным блоком (рис. 2.1.3), имеющим гнезда подключения индукционной обмотки – “Вход” и “⊥”, гнезда подключения измерителя выходного напряжения интегратора – “Выход” и “⊥”, шнур с разъемом для подключения цепей питания операционного усилителя к разъему КИП “Внешнее устройство”, кнопку сброса, которой осуществляется перед каждым новым измерением кратковременное закорачивание емкости C для сброса предыдущего результата (обнуление выхода). Значение постоянной интегрирования $\frac{1}{RC}$ приведено на лицевой панели блока интегратора. В качестве измерителя выходного напряжения интегратора используется цифровой мультиметр МУ 65.



Рис. 2.1.3. Внешний вид блока электронного интегратора.

Для начального размагничивания образцов используется размагничивающее устройство, выходным напряжением которого является регулируемое переменное напряжение частоты 50 Гц.

2.1.4. Методические рекомендации по выполнению работы

2.1.4.1. Для экспериментального определения кривой первоначального намагничивания испытываемый образец должен быть предварительно размагничен. Для этого намагничивающая обмотка образца w_1 подключается к выходным клеммам размагнивающего устройства, после чего производится плавное увеличение протекающего по обмотке переменного тока от нуля до максимального значения, а затем умень-

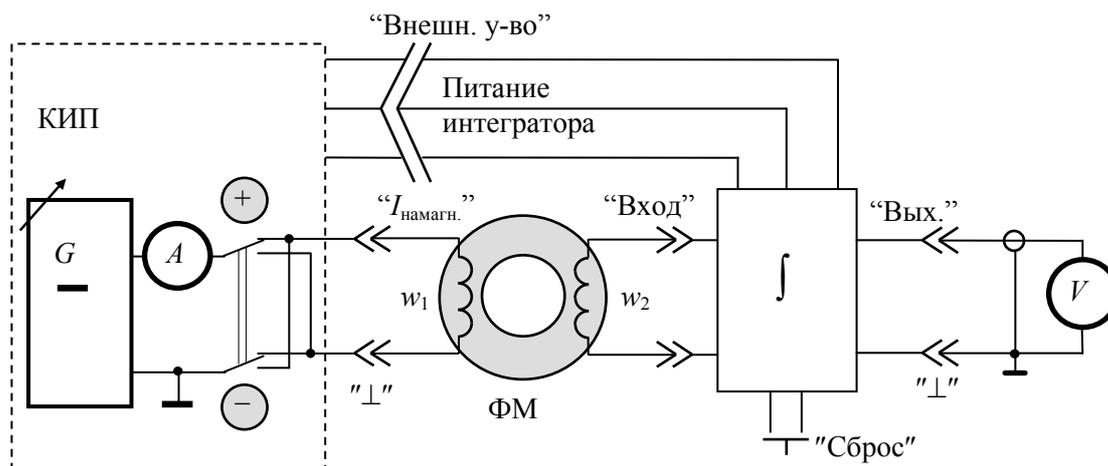


Рис. 2.1.4. Схема измерительной установки для исследования магнитных свойств ферромагнетиков:

КИП - контрольно-измерительная панель; G - регулируемый источник постоянного напряжения; V - вольтметр; A - амперметр; I - электронный интегратор; ФМ - ферромагнитный образец.

шение тока до нуля. Такое циклическое перемагничивание сначала возрастающим, а затем убывающим магнитным полем обеспечивает полное размагничивание образца.

Определение кривой первоначального намагничивания производится с использованием схемы рис. 2.1.4. Эксперимент начинается с исходного значения тока $I_0 = 0$, которому соответствуют значения $H = 0$; $B = 0$ (первая точка зависимости $B(H)$). Для определения следующей точки зависимости $B(H)$ следует установить переключатель полярности тока в положение “+” (положительная полярность). Далее, после нажатия кнопки “Сброс” интегратора, следует изменить переключателем установки тока на КИП намагничивающий ток с нулевого значения до значения I_1 . При этом произойдет изменение параметров магнитного поля в образце B и H . Изменение магнитного поля приведет к возникновению

эДС обмотки w_2 . Новое значение напряженности магнитного поля H_1 и приращение индукции ΔB_1 в данном случае равно $B_1 = \Delta B_1$.

Аналогичным образом определяется следующая точка кривой $B(H)$ с той лишь разницей, что производится изменение намагничивающего тока от значения I_1 до значения I_2 и т.д. (рис. 2.1.5).

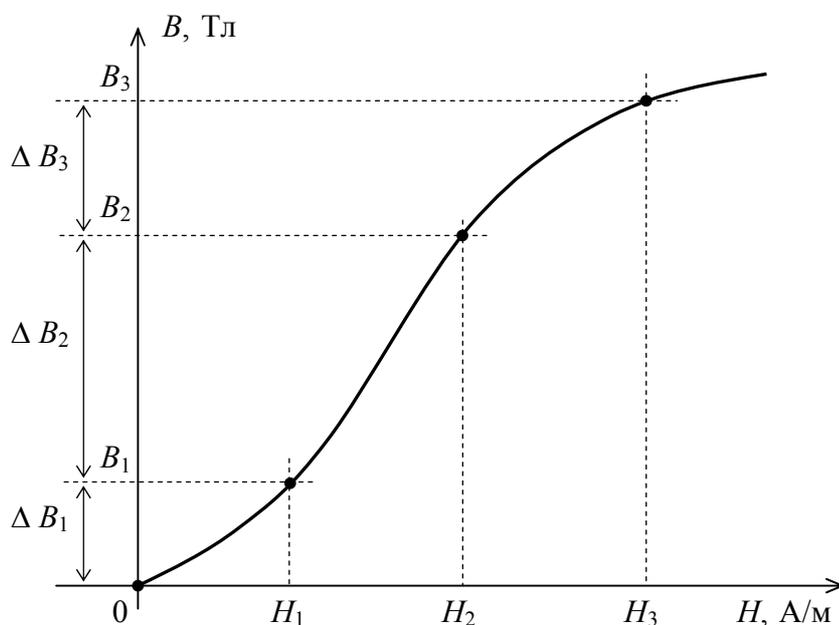


Рис. 2.1.5. Построение кривой первоначального намагничивания

Для записи данных экспериментов и расчетов рекомендуется использовать форму таблицы 2.1.1.

Таблица 2.1.1. Результаты измерений и расчетов

i	$I, \text{А}$	$H, \text{А/м}$	$U_2, \text{В}$	$\Delta B, \text{Тл}$	$B_i = B_{i-1} + \Delta B_i$
0	0	0	0	0	0
1	I_1	H_1	U_{21}	ΔB_1	B_1
2	I_2	H_2	U_{22}	ΔB_2	B_2
....
10	I_{10}	H_{10}	U_{210}	ΔB_3	B_{10}

2.1.4.2. Кривые зависимостей $\mu_N(H)$ и $\mu_d(H)$ строятся на основе кривой первоначального намагничивания и соотношений, приведенных в разделе 1.1. Производная $\frac{dB}{dH}$, значения которой необходимы при определении μ_d , может быть заменена в данном случае отношением $\frac{\Delta B}{\Delta H}$.

2.1.4.3. Экспериментальное определение предельных и частных петель гистерезиса производится с предварительно размагниченными образцами с использованием схемы и методики эксперимента, описанных в разделе 2.1.4.1. Переключение полярности намагничивающего тока осуществляется переключателем КИП “+ / -”.

2.1.4.4. Определение зависимости $\mu_d(H)$ при перемагничивании образцов по гистерезисным циклам производится на основе полученных петель гистерезиса.

Статические магнитные характеристики B_S, H_S, B_r, H_c определяются на основе полученных петель гистерезиса, а характеристики $\mu_{нач}, \mu_{Nmax}, \mu_{dmax}$ – на основе кривой первоначального намагничивания.

2.1.5. Содержание отчета

2.1.5.1 Название работы.

2.1.5.2 Цель работы.

2.1.5.3 Программа работы.

2.1.5.4 Схема экспериментальной установки.

2.1.5.5 Основные соотношения, примеры расчетов.

2.1.5.6 Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.

2.1.5.7 Графики зависимостей.

2.1.5.8 Выводы.

2.2. Исследование магнитного поля электрического тока с использованием индукционного преобразования

2.2.1. Цель работы

Исследование пространственного распределения напряженности магнитных полей различных по конфигурации обмоток с токами. Ознакомление с теоретическими основами и практическим применением для измерения напряженности магнитного поля индукционным измерительного преобразования.

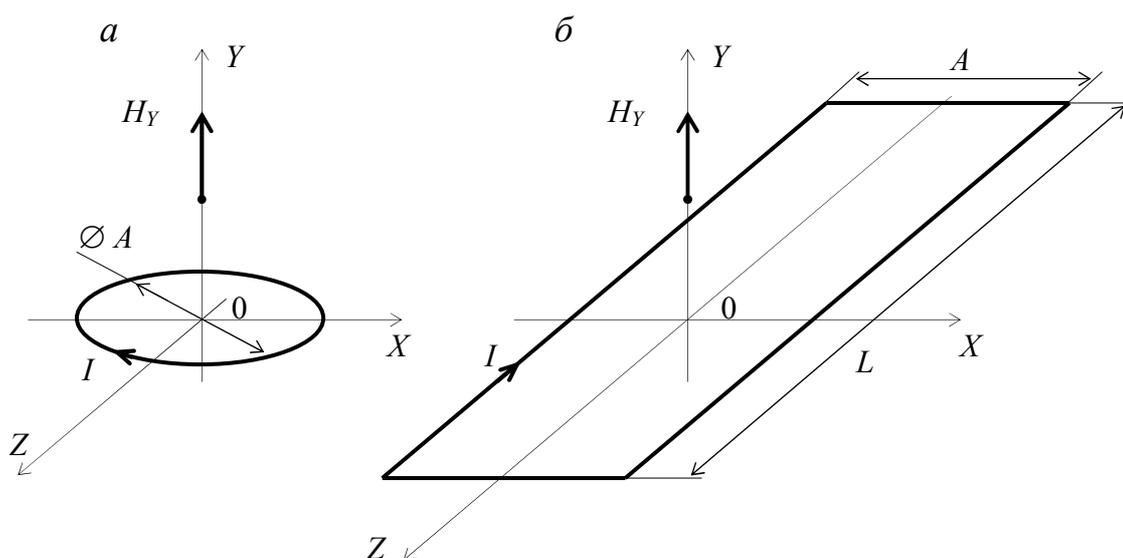


Рис. 2.2.1. Круглая (а) и прямоугольная (б) обмотки с током:

I – ток в обмотке; $\varnothing A$ – диаметр круглой обмотки;

$A \times L$ – размеры прямоугольной обмотки;

X, Y, Z – оси координат

2.2.2. Программа работы

2.2.2.1. Определить экспериментально зависимости относительных значений напряженностей магнитных полей круглой и прямоугольной обмоток (рис. 2.2.1) на оси OY от значения относительной координаты $y = Y / A$. Определить абсолютные значения напряженностей магнитных полей круглой и прямоугольной обмоток в точке $X = 0; Y = A; Z = 0$.

2.2.2.2. Определить экспериментально для круглой обмотки зависимости относительных значений напряженностей магнитных полей

$h_x(x)$ и $h_y(x)$ от значения относительной координаты $x = X / A$ при различных значениях y ($Z = 0$).

2.2.2.3. Определить экспериментально для круглой обмотки зависимости значений $x = x_0$, при которых функция $h_y(x)$ равна нулю, и значений $x = x_m$, при которых функция $h_x(x)$ достигает экстремальных значений, от координаты y .

2.2.2.4. Определить экспериментально для прямоугольной обмотки зависимости $h_x(x)$ и $h_y(x)$ при различных значениях y ($Z = 0$).

2.2.2.5. Определить экспериментально для прямоугольной обмотки зависимости значений $x = x_0$, при которых функция $h_y(x)$ равна нулю, и значений $x = x_m$, при которых функция $h_x(x)$ достигает экстремальных значений, от координаты y .

2.2.3. Объекты исследования и средства измерения

В настоящей работе исследуются магнитные поля двух обмоток – круглой и прямоугольной вытянутой. Диаметр круглой обмотки и ширина прямоугольной равны: $A = 50$ мм.

Для задания системы координат служит специальный планшет с прорезью для крепления той или другой обмотки. По осям координат планшета откладываются относительные значения пространственных координат $x = X/A$ и $y = Y/A$.

Питание обмоток переменным током частоты $f = 16$ кГц осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) коаксиальным кабелем.

Для измерения составляющих напряженности магнитного поля используется индукционная обмотка меньших размеров, имеющая площадку для установки на координатную сетку планшета. Ориентация индукционной обмотки осуществляется с помощью нанесенных на площадку ортогональных осей. Параметры обмотки: число витков $w = 300$; диаметр среднего витка $d = 30$ мм.

Используя уравнение индукционного измерительного преобразования (1.20) несложно получить выражение, связывающее амплитуду напряженности переменного магнитного поля H_m с амплитудой эдс индукционной обмотки E_m :

$$H_m = \frac{E_m}{\mu_0 w S \omega \cos \alpha}, \quad (2.2.1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

w – число витков индукционной обмотки;

S – площадь среднего витка индукционной обмотки, м^2 ;
 ω – угловая частота тока, $1/\text{с}$;
 α – угол между нормалью к плоскости витков обмотки и вектором \vec{H} ;
 H_m – амплитуда напряженности магнитного поля, А/м .

Благодаря зависимости сигнала индукционного преобразователя от ориентации в магнитном поле имеется возможность измерения пространственных составляющих вектора напряженности магнитного поля \vec{H} . Для измерения горизонтальной H_x и вертикальной H_y составляющих вектора напряженности магнитного поля индукционная обмотка ориентируется таким образом, чтобы направление нормали к плоскости витков совпадало с измеряемой пространственной составляющей напряженности магнитного поля.

При исследовании пространственного распределения магнитного поля осуществляется нормирование измеренных значений напряженности магнитного поля относительно значения напряженности магнитного поля в точке пространства с относительными значениями пространственных координат $x = X/A = 0, y = Y/A = 1$:

$$h_x = \frac{H_x}{H_A} = \frac{E_x}{E_A}; \quad h_y = \frac{H_y}{H_A} = \frac{E_y}{E_A}, \quad (2.2.2)$$

где E_x и E_y – амплитудные значения эдс индукционной обмотки при ориентации ее нормали соответственно вдоль осей OX и OY ; E_A – амплитудное значение эдс обмотки в точке $x = 0, y = A, z = 0$ при ориента-

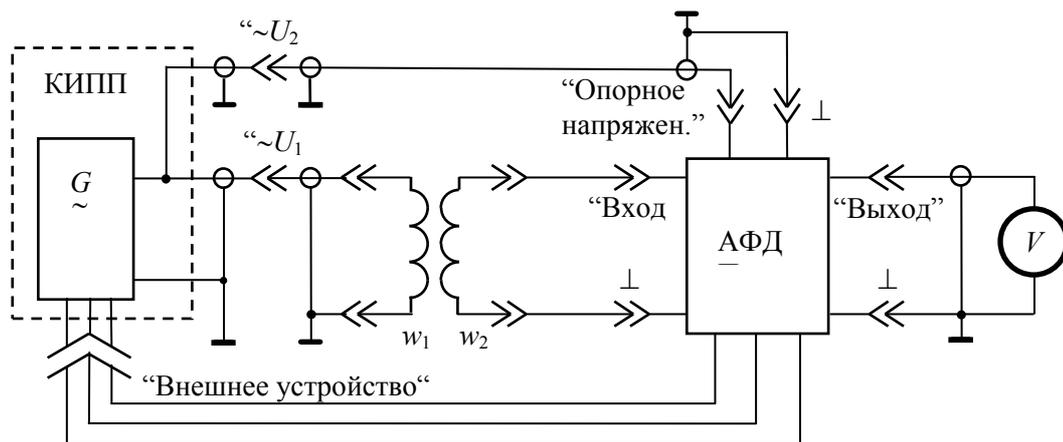


Рис. 2.2.2. Схема измерения напряженности магнитного поля:
 w_1 – обмотка с током; w_2 – индукционная обмотка; КИПП – контрольно-измерительная панель; АФД – амплитудно-фазовый детектор;
 G – источник переменного напряжения; V – вольтметр постоянного напряжения

ции нормали обмотки вдоль OY .

Измерение эдс измерительной обмотки осуществляется с использованием амплитудно-фазового детектора и вольтметра постоянного напряжения (рис. 2.2.2).

В качестве измерительного прибора используется мультиметр МУ65 в режиме измерения постоянного напряжения. Детектирование сигнала индукционной обмотки осуществляется электронным амплитудно-фазовым детектором (АФД).



Рис. 2.2.3. Внешний вид АФД

Конструктивно АФД выполнен отдельным блоком (рис. 2.2.3), имеющим гнезда подключения индукционной обмотки – "Вход" и "⊥", гнезда подключения измерительного прибора – "Выход" и "⊥", гнезда подключения опорного напряжения – "Опорное напряжение" и "⊥", шнур с разъемом для подключения цепей питания электронной схемы детектора к разъему КИП "Внешнее устройство" (на рисунке не показан). Как и в предыдущем варианте принимается, что для точки с координатами $X = 0$; $Y = A$; $Z = 0$, фаза эдс совпадает с фазой опорного напряжения. Показание мультиметра при этом должно иметь знак (+). В противном случае следует изменить полярность подключения индукци-

онной обмотки к соединительному кабелю. В дальнейшем результат измерения эдс берется с учетом знака показаний вольтметра. При этом знак (+) соответствует совпадению по фазе эдс и опорного напряжения, знак (-) соответствует их противоположности по фазе. Показания мультиметра соответствуют амплитудному значению измеряемой эдс.

2.2.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.2.4.1. При измерении напряженности магнитного поля на оси OY следует учитывать, что в этом случае вектор \vec{H} имеет только одну составляющую \vec{H}_y . Для измерения H_y плоскости витков индукционной обмотки должны быть перпендикулярны OY , а нормаль к плоскости витков должна быть ориентирована навстречу OY . Измерение нормирующего значения E_A производится при установке индукционной обмотки в точку с координатами $x = X/A = 0$, $y = Y/A = 1$. Для этой точки определяется абсолютное значение H по формуле (2.2.1). Для остальных точек определяется относительное значение h_y по формуле (2.2.2). Далее строится зависимость $h_y(y)$.

2.2.4.2. Для измерения составляющих вектора напряженности магнитного поля h_x и h_y в точке с координатами x , y центр основания индукционной обмотки совмещается с данной точкой на планшете. При измерении горизонтальной составляющей вектора напряженности магнитного поля нормаль к плоскости витков обмотки ориентируется параллельно OX , а при измерении вертикальной составляющей – параллельно OY . Стрелки осей, нанесенных на основание индукционной обмотки при этом ориентируются против положительных направлений осей координат планшета. Нормирование составляющих вектора напряженности магнитного поля производится по значению напряженности в точке с координатами $x = X/A = 0$, $y = Y/A = 1$. Для заданного значения y определяются зависимости $h_x(x)$ и $h_y(x)$.

2.2.4.3. Для определения местоположения на оси x экстремумов функции $h_x(x)$ и нулей функции $h_y(x)$ при фиксированном y производится перемещение индукционной обмотки вдоль оси x . Измерение каждой из ортогональных составляющих вектора напряженности магнитного поля производится по аналогии с 2.2.4.2. Таким образом находят значения x_0 и x_m для различных значений y . Далее строятся зависимости $x_0(y)$ и $x_m(y)$.

2.2.4.4. При выполнении п. 2.2.2.4 и 2.2.2.5 программы работы используются методические рекомендации 2.2.4.2 и 2.2.4.3.

2.2.5. Содержание отчета

- 2.3.5.1. Название работы.
- 2.3.5.2. Цель работы.
- 2.3.5.3. Программа работы.
- 2.3.5.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.3.5.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.3.5.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.3.5.7. Графики зависимостей.
- 2.3.5.8. Выводы.

2.3. Исследование электропотенциального измерительного преобразования

2.3.1. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами электропотенциального преобразования, экспериментально определить картину электрического поля на поверхности проводящей электрический ток пластины и влияние на топографию поля месторасположения токопроводящих электродов, наличия и ориентации несплошности (прорези) пластины.

2.3.2. Программа работы

2.3.2.1. Определить картины электрических полей (эквипотенциальные линии и линии напряженности) при пропускании постоянного электрического тока через пластину без прорези при различных расположениях токоподводящих электродов.

2.3.2.2. Определить картины электрических полей (эквипотенциальные линии и линии напряженности) при пропускании постоянного электрического тока через пластину с прорезью при различных расположениях токоподводящих электродов.

2.3.2.3. Определить распределение значений электрического потенциала и напряженности электрического поля вдоль отдельных линий напряженности поля.

2.3.2.4. Определить удельную электрическую проводимость материала пластин.

2.3.2.5. Определить значение плотности электрического тока в отдельных точках на поверхности пластин.

2.3.3. Объекты исследования и средства измерения

Токопроводящие электрический ток пластины без прорези и с прорезью расположены на специальном планшете. На этом же планшете

имеется полоска из того же материала с известными геометрическими параметрами (указаны на планшете), предназначенная для измерения удельной электрической проводимости материала. На пластинах имеются контактные штыри для подключения токопроводящих электродов и нулевого потенциального электрода. Для определения местоположения точек измерения на пластины нанесены координатные сетки. Питание постоянным электрическим током осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) – гнезда “ $I_{\text{пластин}}$ ” и “ \perp ”. Регулирование и измерение тока осуществляется переключателем и амперметром, расположенными на КИП. Измерение потенциалов точек поверхности пластин осуществляется мультиметром МУ 65 с помощью специального измерительного щупа.

2.3.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.3.4.1. Для экспериментального определения картины электрического поля при пропускании постоянного электрического тока через пластину без прорези используется схема рис. 2.3.1.

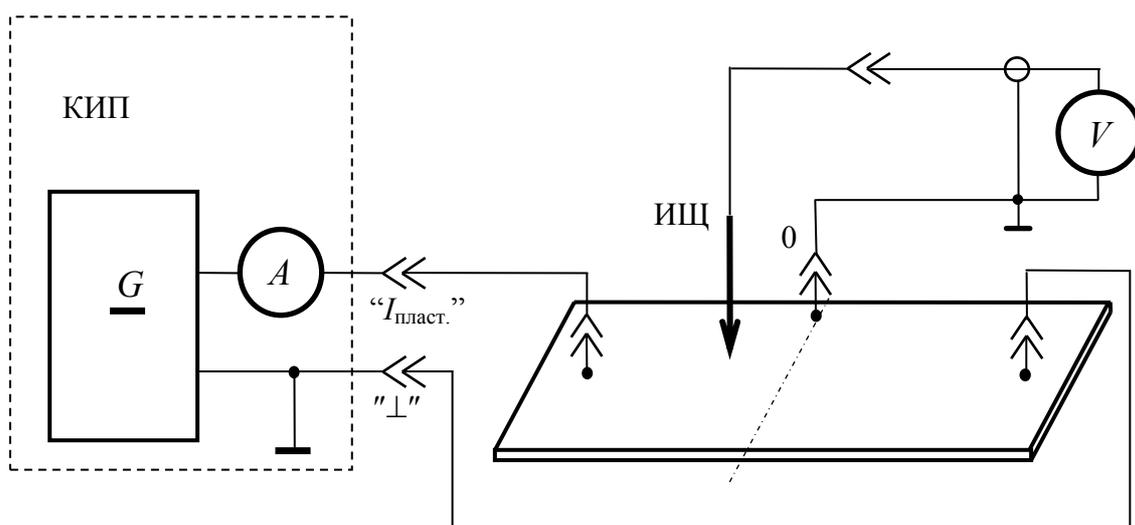


Рис. 2.3.1. Схема измерения электрических потенциалов на поверхности пластины с током: КИП – контрольно-измерительная панель; G – источник постоянного напряжения; V – вольтметр; A – амперметр; ИЩ – измерительный щуп

Значение питающего тока устанавливается равным 3А. Нулевой потенциальный электрод измерительного щупа подключается к контактному штырю, расположенному на поперечной оси симметрии пла-

стины. Определение эквипотенциальных линий на поверхности пластины можно осуществить двумя способами.

По первому способу сначала определяются координаты точек, имеющих нулевой потенциал. Далее определяются координаты точек, имеющих потенциалы относительно нулевого электрода $\pm 0,15$ мВ; $\pm 0,30$ мВ; $\pm 0,45$ мВ и т.д. Картина эквипотенциальных линий наносится на выполненный в масштабе 1:1 чертеж пластины (рис. 2.3.2). Далее строятся линии напряженности электрического поля (силовые линии

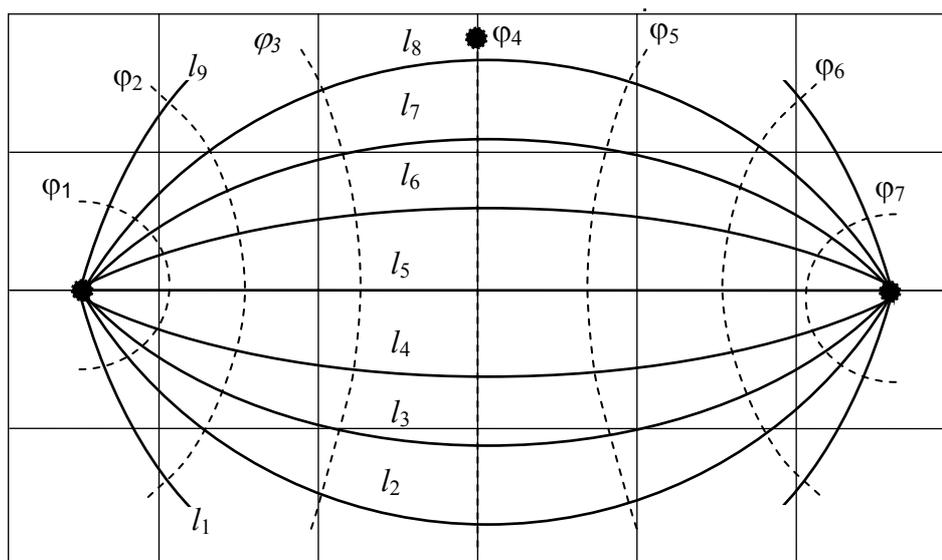


Рис. 2.3.2. Картина эквипотенциальных (φ_i) и силовых (l_i) линий на поверхности пластины с током

поля), пересекающие эквипотенциальные линии под углом 90° . Начальное направление силовых линий l_i от точек подключения токовых электродов удобно задавать через 20° , начиная от прямой, соединяющей токовые электроды.

По второму способу определяются потенциалы во всех узлах координатной сетки (рис. 2.3.3). Результаты измерений заносятся в таблицу 2.3.1. Картина эквипотенциальных линий находится с использованием математического редактора Mathcad (стандартная операция построения скалярных полей). Поскольку редактором Mathcad могут быть обработаны матрицы с результатами измерений с максимальным размером $n \times m = 100$, то измерение потенциалов осуществляется только на части пластины (для $0 \leq X \leq 90$ и $0 \leq Y \leq 90$).

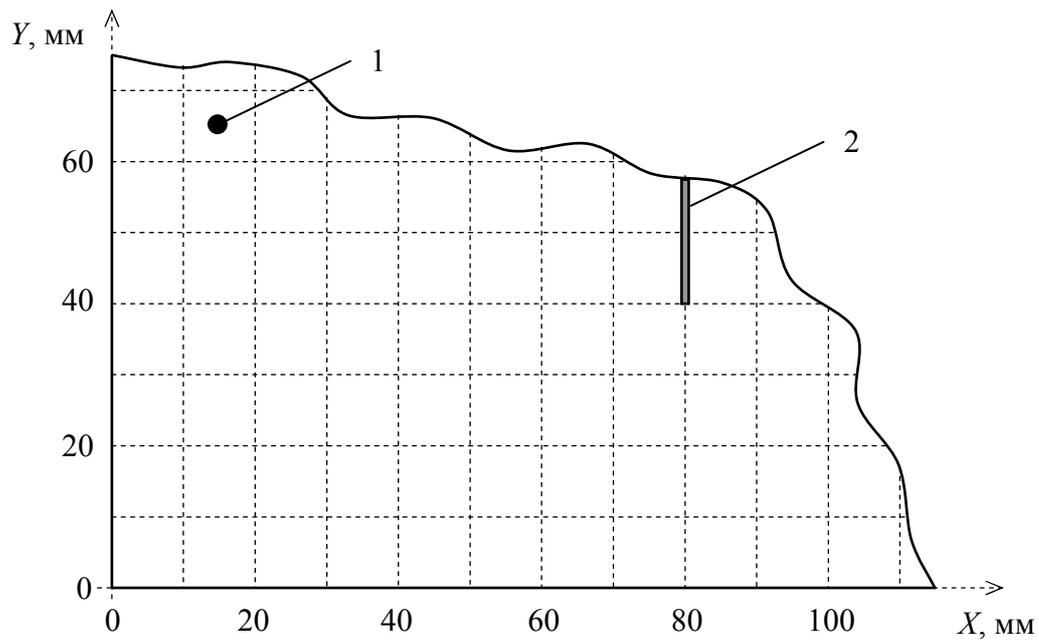


Рис. 2.3.3. Фрагмент пластины с координатной сеткой: 1 – токовый электрод; 2 – прорезь в пластине

Таблица 2.2.1. Результаты измерения электрических потенциалов в узлах координатной сетки

$Y, \text{ мм}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$X, \text{ мм}$										
0										
10										
20										
30										
40										
50										
60										
70										
80										
90										

Силовые линии проводятся в соответствии с рекомендациями предыдущего способа измерений.

2.3.4.2. Экспериментальное определение картины электрического поля при пропускании постоянного электрического тока через пластину с прорезью осуществляется аналогично 2.3.3.1.

2.3.4.3. Для определения распределения значений потенциала и напряженности электрического поля вдоль отдельных силовых линий используются результаты, полученные при выполнении разделов 2.3.3.1 и 2.3.3.2. Вначале строится график зависимости $\varphi(l_i)$ для отдельной силовой линии поля (рис. 2.3.4а), а далее на основе этой зависимости – график зависимости $E(l_i)$. При этом для выбранных интервалов Δl находятся соответствующие им приращения $\Delta\varphi$ (рис. 2.3.4б).

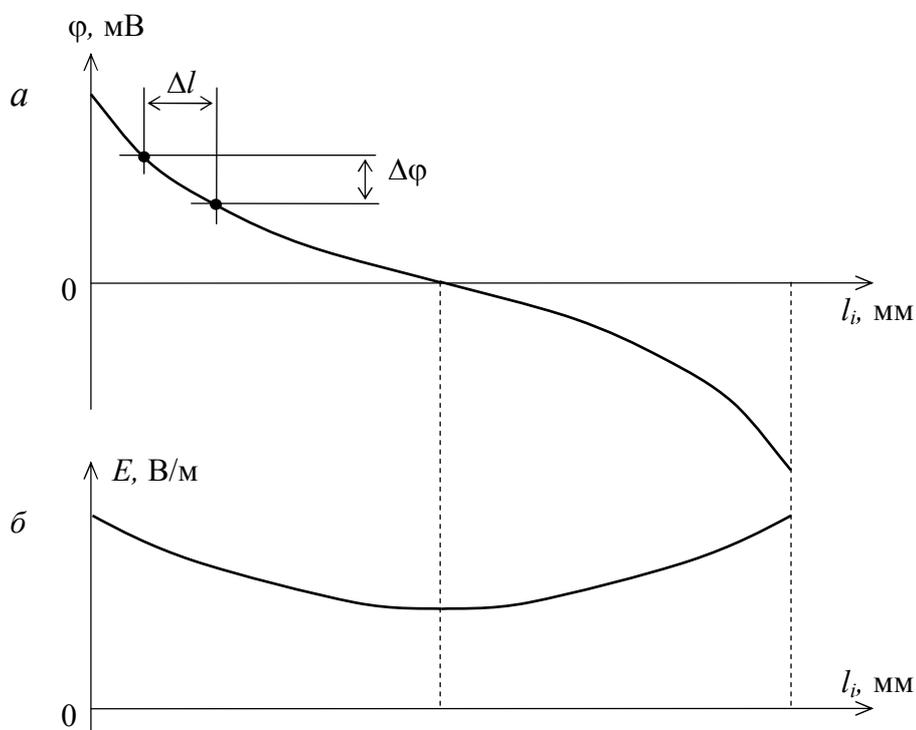


Рис. 2.3.4. Распределение электрических потенциалов (а) и напряженности (б) вдоль одной из силовых линий электрического по-

Значение E , соответствующее середине интервала Δl , находится по формуле:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \quad (2.3.1)$$

Значение Δl удобно выбрать равным 10 мм.

2.3.4.4. Определение удельной электрической проводимости σ материала пластин осуществляется путем измерения разности потенциалов U на участке полоски из того же материала с известными геометрическими параметрами при пропускании через полоску постоянного электрического тока известного значения $I = (3 \div 4) \text{ А}$. Если расстояние между токовыми электродами много больше ширины полоски d (что выполняется в нашем случае) и по крайней мере вдвое превышает расстояние между потенциальными электродами l можно считать распределение электрического тока по сечению полоски равномерным. В этом случае:

$$\frac{U}{I} = R; \quad R = \frac{l}{\sigma S} = \frac{l}{\sigma h d}, \quad (2.3.2)$$

где R – сопротивление участка полоски между потенциальными электродами; S , d , h – площадь поперечного сечения, ширина и толщина полоски ($h = 10 \text{ мм}$; $d = 0,3 \text{ мм}$).

Значение σ находится по результатам измерений U и I из уравнений (2.3.2).

2.3.4.5. Значение плотности электрического тока в отдельных точках на поверхности пластин находят на основании результатов, полученных при выполнении разделов 2.3.3.1 – 2.3.3.4 по формуле (1.24).

2.3.5. Содержание отчета

- 2.3.5.1. Название работы.
- 2.3.5.2. Цель работы.
- 2.3.5.3. Программа работы.
- 2.3.5.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.3.5.5. Основные соотношения, примеры расчета.
- 2.3.5.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде картин электрических полей и таблиц.
- 2.3.5.7. Графики зависимостей.
- 2.3.5.8. Выводы

2.4. Измерительные преобразования в полях вихревых токов

2.4.1. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами измерительных преобразований в поле вихревых токов. Определить экспериментально годографы относительного вносимого напряжения трансформаторного вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящей пластиной от изменения различных параметров пластины.

2.4.2. Программа работы

2.4.4.1. Определить зависимость амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от расстояния между обмотками и проводящей пластиной для случаев ферромагнитной и немагнитной пластин. Построить годографы относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

2.4.4.2. Определить зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от толщины немагнитной проводящей пластины. Построить годограф относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

2.4.4.3. Определить зависимость амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от удельной электрической проводимости проводящей немагнитной пластины. Построить годограф относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

2.4.3. Объекты исследования и средства измерения

В качестве проводящих объектов в данной работе используется набор пластинок из различных магнитных и немагнитных металлов. Изменение зазора между обмотками и проводящими пластинками осуществляется с помощью набора из непроводящих (стеклотекстолитовых) пластинок. Обмотка возбуждения и измерительная обмотки конструктивно объединены в блок (блок обмоток), залитый эпоксидным компаундом. При проведении всех экспериментов следует следить, чтобы блок обмоток устанавливался в центре проводящих пластинок.

Для исследования измерительных преобразований используется схема рис. 2.4.1.

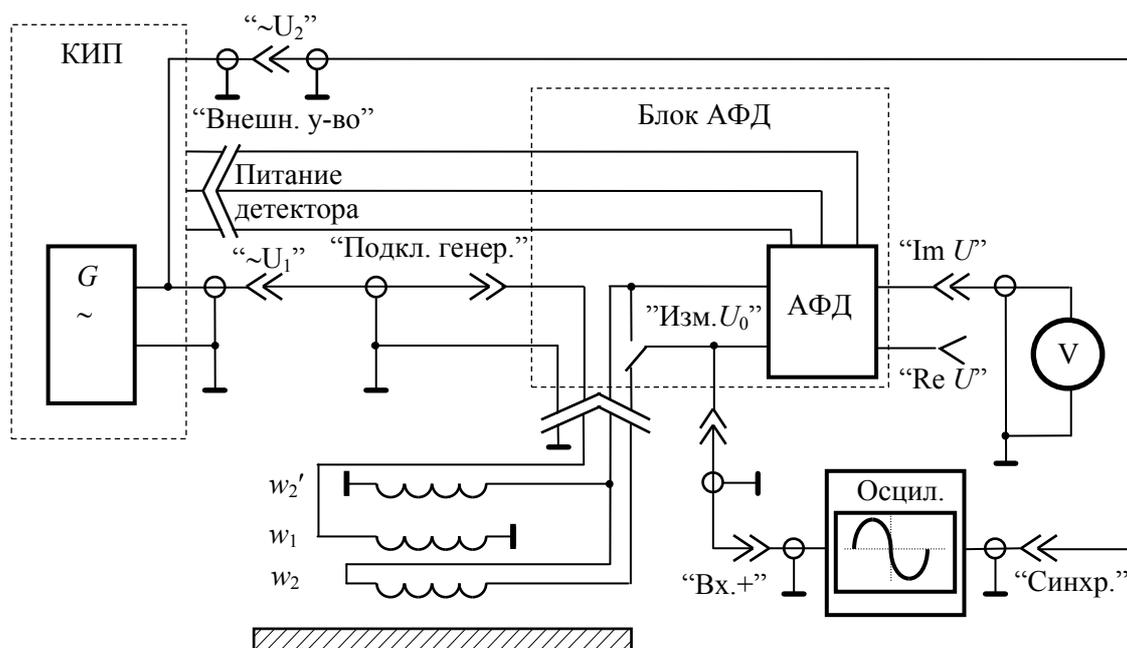


Рис. 2.4.1. Схема измерительной установки для исследования измерительных преобразований в полях вихревых токов:

w_1 – обмотка возбуждения; w_2 – измерительная обмотка;

w_2' – компенсационная обмотка; V – вольтметр;

КИП – коммутационно-измерительная панель; G – источник переменного напряжения; АФД – амплитудно-фазовый детектор

Измерение квадратурных составляющих вносимого и начального напряжений осуществляется с помощью блока амплитудно-фазового детектирования (АФД), внешний вид которого показан на рис. 2.4.2. Переменное синусоидальное напряжение подается в схему через гнезда блока АФД “Подключение генератора” с коммутационно-измерительной панели (выход “ $U_2 \sim$ ”).

Питание электронной схемы блока АФД осуществляется через кабель питания с разъема КИП “Внешнее устройство”. Для исключения из сигнала измерительной обмотки его неинформативной составляющей - начального напряжения предусмотрены следующие конструктивные и схемотехнические меры. В блоке обмоток кроме обмотки возбуждения w_1 и измерительной w_2 имеется дополнительная компенсирующая обмотка w_2' , идентичная w_2 и расположенная симметрично относительно w_1 (рис. 2.4.3).

Обмотки w_2 и w_2' включены последовательно встречено, их суммарное начальное напряжение равно нулю. Наличие проводящего объекта вызывает появление вносимого напряжения измерительной обмот-



Рис. 2.4.2. Внешний вид блока амплитудно-фазового детектора

ки и практически не изменяет сигнала компенсирующей обмотки, расположенной значительно дальше от объекта. Поэтому можно считать, что суммарное напряжение обмоток w_2 и w'_2 равно вносимому напряжению $\dot{U}_{\text{вн}}$ измерительной обмотки. Этот сигнал подается на вход блока АФД, выходными сигналами которого являются постоянные напряжения, равные амплитудам действительной $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}$ и мнимой $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}$ составляющих вносимого напряжения (гнезда “ReU” и “ImU”). Опорным сигналом АФД является напряжение компенсирующей обмотки \dot{U}_k , противофазное начальному напряжению \dot{U}_0 .

Измерение амплитуды \dot{U}_0 осуществляется путем нажатия кнопки “Изм. U_0 ” на лицевой панели блока АФД. При этом на вход АФД согласно схеме рис. 2.4.1 подается $\dot{U}_k = -\dot{U}_0$. Следует обратить внимание на то, что это напряжение имеет только мнимую составляющую $\text{Im}\dot{U}_k = -U_0$.

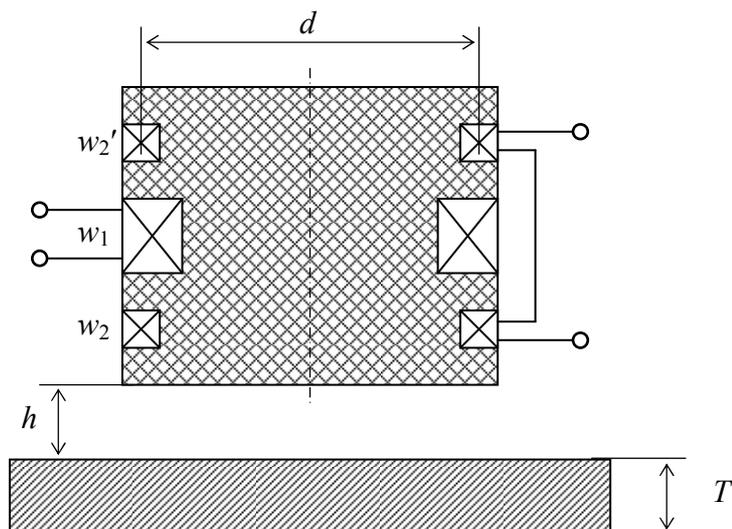


Рис. 2.4.3. Конструкция вихрекового преобразователя

Блок АФД непосредственно предназначен для детектирования сигналов частоты 4 кГц. Изменение рабочей частоты блока производится подключением к его гнездам “С” соответствующего конденсатора.

Входной сигнал схемы АФД $\dot{U}_{\text{вн}}$ или \dot{U}_k (в зависимости от положения кнопки “Изм. U_0 ”), выведенный на гнезда лицевой панели блока “ U_x ”, подается на вход осциллографа С1-70, работающего в режиме внешней синхронизации развертки. Опорный сигнал синхронизации подается на осциллограф с выхода “ $U_2 \sim$ ” КИП. Измерение $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}$ и $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}$ производится с помощью цифрового вольтметра.

2.4.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.4.4.1. При определении зависимостей амплитуды и фазы $\dot{U}_{\text{вн}}$ от расстояния h между блоком обмоток и проводящей пластиной и при построении годографа $\dot{U}_{\text{вн}}$ от изменения h , значения h задаются в диапазоне от 0 до 10 мм с помощью набора стеклотекстолитовых пластинок толщиной 0,8 мм. Для каждого значения h измеряются значения $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}$ и $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}$. Нормирующее значение U_0 определяется при отсутствии пластины путем нажатия кнопки “Изм. U_0 ” блока АФД. Далее вычисляются значения $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*$, амплитуды $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и фазы φ отно-

сительного вносимого напряжения, строятся зависимости $\dot{U}_{\text{вн}}^*(h)$, $\varphi(h)$, годограф $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения h .

2.4.4.2. При определении зависимостей амплитуды и фазы $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от толщины T проводящей пластины и при построении годографа $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения толщины T , значения T задаются в диапазоне от 1 до 6 мм с помощью набора немагнитных (дюралевых) пластинок толщиной 1 мм. Значение зазора h между блоком обмоток и проводящей пластиной устанавливается равным нулю. Измерения проводятся по методике, описанной в разделе 6.1. Строятся зависимости $\dot{U}_{\text{вн}}^*(T)$, $\varphi(T)$, годограф $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения T .

2.4.4.3. При определении зависимостей амплитуды и фазы $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от удельной электрической проводимости σ проводящей пластины и построении годографа $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения σ в качестве проводящих объектов с разными значениями σ используются пластины одной толщины $T = 1$ мм, но из немагнитных материалов с разными проводящими свойствами: дюралевая с $\sigma_1 = 16,7$ МСм/м; алюминиевая с $\sigma_2 = 32$ МСм/м и медная с $\sigma_3 = 52,3$ МСм/м. Значение зазора h между блоком обмоток и проводящей пластиной устанавливается равным нулю. Измерения проводятся по методике, описанной в разделе 6.1. Строятся зависимости $\dot{U}_{\text{вн}}^*(\sigma)$, $\varphi(\sigma)$, годограф $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от изменения σ . Для трех экспериментально найденных точек годографа вычисляются значения обобщенного параметра β .

2.4.5. Содержание отчета

- 2.4.5.1. Название работы.
- 2.4.5.2. Цель работы.
- 2.4.5.3. Программа работы.
- 2.4.5.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.4.5.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.4.5.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.4.5.7. Графики зависимостей и годографы.
- 2.4.5.8. Выводы.

2.5. Исследование электромеханического измерительного преобразования

2.5.1. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами электромеханических измерительных преобразований, вариантами их практической реализации. Экспериментально проверить функции преобразования для случаев электромагнитного, электродинамического, магнитоэлектрического взаимодействий.

2.5.2. Программа работы

2.5.2.1. Проверить экспериментально функцию преобразования (1.33), описывающую электромагнитное взаимодействие.

2.5.2.2. Проверить экспериментально функцию преобразования (1.35), описывающую электродинамическое взаимодействие.

2.5.2.3. Проверить экспериментально функцию преобразования (1.36), описывающую магнитоэлектрическое взаимодействие.

2.5.3. Объекты исследования и средства измерения

Основой лабораторного макета является электромагнит – неподвижная обмотка с магнитопроводом из феррита. Магнитопровод имеет воздушный зазор, в котором размещается или ферритовый сердечник (исследование электромагнитного взаимодействия) или подвижная обмотка (исследование электродинамического и магнитоэлектрического взаимодействий). Сердечник и подвижная обмотка закреплены на осях, вращающихся в специальных опорах с токосъемами для питания обмотки. На каждой из осей имеются стрелка для отсчета угла поворота и коромысло для крепления грузика, создающего противодействующий момент. На одной из боковых сторон корпуса макета расположены гнезда для подключения неподвижной обмотки w_1 , на другой - гнезда для подключения подвижной обмотки w_2 и потенциометр для регулирования тока этой обмотки I_2 . Необходимые для исследований преобразований постоянные и переменные питающие напряжения снимаются с выходных клемм коммутационно-измерительной панели (КИП). На этой же панели расположены переключатель и амперметр для регулирования и измерения тока неподвижной обмотки I_1 . Измерение I_2 , более точное измерение I_1 , а также необходимое по ходу исследований измерение напряжений осуществляется цифровым вольтметром МУ 65. При измерении тока вольтметром используется добавочный образцовый резистор

$R_0=1$ Ом. Измерение индуктивности осуществляется прибором Е7-2 (Е7-8).

2.5.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.5.4.1. Для экспериментальной проверки функции преобразования, соответствующей электромагнитному взаимодействию, используется схема рис. 2.5.1.

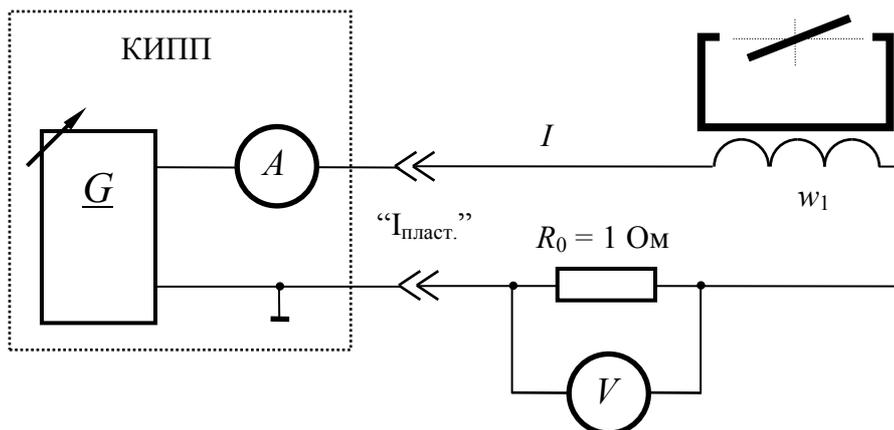


Рис. 2.5.1. Схема для исследования электромагнитного взаимодействия: G – регулируемый источник постоянного напряжения

Измерение M_B может быть осуществлено путем уравнивания его известным противодействующим моментом $M_{пр}$, создаваемым грузиком массой $m = (640; 670; 760; 910)$ мг на плече $l = 15$ мм. Изменение M_B для достижения равновесия осуществляется изменением тока I с помощью переключателя на КИП. В состоянии равновесия:

$$M_{пр} = m g l \cdot \cos \alpha , \quad (2.5.1)$$

где $g = 9,81$ м/с² – ускорение силы тяжести; α – угол по шкале макета.

Измерение I осуществляется по падению напряжения на образцовом резисторе. Для определения значения входящей в выражение (1.33) величины $dL/d\alpha$ сначала с помощью измерителя индуктивности снимается зависимость $L(\alpha)$ в интервале $\alpha = (-15...+15)^\circ$, а затем графически находится значение производной для значения α , соответствующего положению равновесия моментов. Далее по формуле (1.33) рассчитывается значение M_B и определяется относительная погрешность преобразования γ . В качестве действительного значения результата преобразования берется в данном случае значение $M_{пр}$:

$$\gamma = \frac{M_{\text{в}} - M_{\text{пр}}}{M_{\text{пр}}} \times 100\%. \quad (2.5.2)$$

2.5.4.2. Для экспериментальной проверки функции преобразования, соответствующей электродинамическому взаимодействию используется схема рис. 2.5.2.

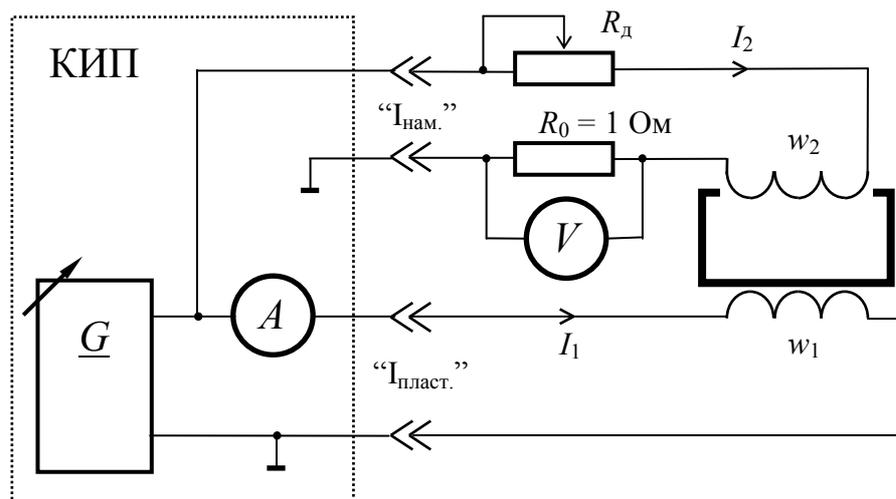


Рис. 2.5.2. Схема для исследования электродинамического взаимодействия:
G – регулируемый источник постоянного напряжения

Измерение $M_{\text{в}}$ может быть осуществлено путем уравнивания его известным противодействующим моментом $M_{\text{пр}}$, создаваемым грузиком массой $m = (640; 670; 760; 910)$ мг на плече $l = 15$ мм. Изменение $M_{\text{в}}$ для достижения равновесия осуществляется грубо изменением токов I_1 и I_2 переключателем на КИП и плавно – потенциометром $R_{\text{д}}$, расположенным на боковой стенке макета. Значение $M_{\text{пр}}$ в положении равновесия определяется по формуле (2.5.1). Значения токов I_1 и I_2 , необходимые для определения $M_{\text{в}}$ измеряются с помощью соответственно амперметра КИП и по падению напряжения на образцовом резисторе R_0 . Для определения значения входящей в выражение (1.35) величины $dM_{12}/d\alpha$ сначала снимается зависимость $M_{12}(\alpha)$ в интервале $\alpha = (-15...+15)^\circ$, а затем графически находится значение производной для значения α , соответствующего положению равновесия моментов. Схема измерения M_{12} представлена на рис. 2.5.3. В данном случае обмотка w_1 запитывается синусоидальным током частоты $f = 1$ кГц. Действующее

значение эдс E_2 второй обмотки w_2 связано при таком питании с M_{12} соотношением:

$$M_{12} = \frac{E_2}{\omega I_1}, \quad (2.5.3)$$

где $\omega = 2 \pi f$ – угловая частота тока.

Измерение I_1 осуществляется по падению напряжения на образцовом резисторе R_0 .

Рассчитанное по формуле (1.35) значение M_B сравнивается с действительным значением результата преобразования, в качестве которого берется значение $M_{пр}$, определяется погрешность преобразования по формуле (2.5.2).

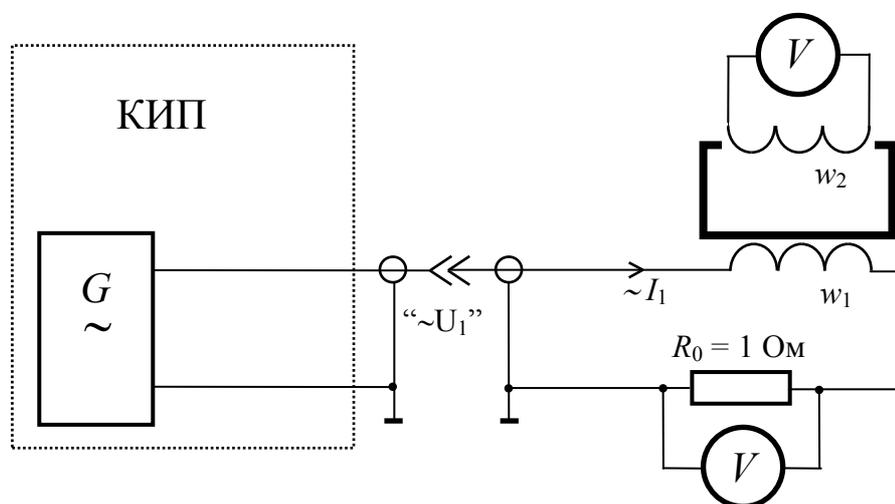


Рис. 2.5.4. Схема для измерения взаимной индуктивности:

$\sim G$ – регулируемый источник переменного напряжения
 $f = 1 \text{ кГц}$

2.5.4.3 Экспериментальную проверку функции преобразования, соответствующей магнитоэлектрическому взаимодействию, можно осуществить с использованием схем и методик измерения раздела 2.5.4.2, если условно считать поле постоянного тока обмотки w_1 эквивалентным полю некоторого постоянного магнита. В соответствии с этим, сначала по описанной в разделе 2.5.4.2 методике определяются $M_{пр}$, уравновешивающий M_B , а также значения токов I_1 и $I_2 = I$, соответствующие положению равновесия. Далее по формуле (1.36) находится расчетное значение M_B . Необходимые для расчета M_B параметры подвижной обмотки: число витков $w_2 = 250$; диаметр среднего витка $d_{ср} = 27 \text{ мм}$. Значение индукции B , входящей в выражение (1.36), может быть определе-

но с использованием схемы рис. 2.5.4 методом пропорционального пересчета, физической основой применения которого является линейная в диапазоне измерений зависимость индукции магнитного поля от напряженности поля (тока) создающей обмотки w_1 . Коэффициент пропорциональности между током I_1 и индукцией B удобно находить на переменном токе, поскольку в этом случае можно использовать индукционное преобразование. Роль индукционной обмотки выполняет подвижная обмотка w_2 , ориентируемая под некоторым углом $5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ к линиям индукции магнитного поля, параллельным A_1A_2 (рис. 1.20). В соответствии с функцией индукционного преобразования действующее значение индукции переменного магнитного поля B^* связано с действующим значением наводимой в обмотке эдс E_2 и параметрами обмотки следующим образом:

$$B^* = \frac{E_2}{\omega S_2 w_2 \sin \alpha} . \quad (2.5.4)$$

Искомое значение индукции B постоянного магнитного поля, создаваемого постоянным током I_1 , отличается от значения индукции B^* переменного магнитного поля, создаваемого переменным током I_1^* , во столько раз, во сколько отличаются токи:

$$\frac{B}{B^*} = \frac{I_1}{I_1^*} . \quad (2.5.5)$$

Отсюда определяется значение B , а далее по формуле (1.36) значение M_v . Погрешность результата электромеханического преобразования оценивается аналогично предыдущему случаю.

2.5.5. Содержание отчета

- 2.5.5.1. Название работы.
- 2.5.5.2. Цель работы.
- 2.5.5.3. Программа работы.
- 2.5.5.4. Схемы экспериментальных установок.
- 2.5.5.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.5.5.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.5.5.7. Графики зависимостей.
- 2.5.5.8. Выводы.

2.6. Исследование измерительных преобразований в тепловых полях

2.6.1. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами измерительных преобразований в тепловых полях, вариантами их практической реализации. Экспериментально оценить для разных условий значения тепловых проводимостей посредством теплопроводности, конвекции, лучеиспускания, а также значения показателей тепловой инерции. Экспериментально определить зависимость этих величин от свойств объекта и окружающей среды.

2.6.2. Программа работы

2.6.2.1. Определить экспериментально значения теплопроводности и коэффициента теплопроводности образцов из различных металлов.

2.6.2.2. Определить экспериментально зависимость проводимости теплоотдачи путем конвекции от скорости воздушного потока.

2.6.2.3. Сравнить экспериментально значения проводимости теплоотдачи путем лучеиспускания для объектов с разным цветом поверхности.

2.6.2.4. Определить экспериментально значения показателя тепловой инерции системы тело – окружающая среда для разных значений скорости движения среды.

2.6.3. Объекты исследования и средства измерения

Объектами исследований являются три одинаковые по размерам полоски из разного металла (сталь, дюраль, медь), две одинаковые по размерам дюралевые пластинки с разным состоянием поверхности (полированная и черненная), дюралевая пластина большего размера с черной поверхностью. В качестве нагревателя используется транзистор КТ818В. Для измерения температуры используется электронный преобразователь температура - напряжение, в котором в качестве чувствительных элементов используются диоды КД210.

Преобразователь конструктивно выполнен в отдельном корпусе с выносными термочувствительными элементами. Питание преобразователя осуществляется с коммутационно - измерительной панели (КИП). Кабель питания подключается к разъему КИП “Внешнее устройство”. На этой же панели расположены переключатель и амперметр для регулирования и измерения тока нагревателя I . Измерение напряжения нагревателя U , а также выходных напряжений электронного блока, про-

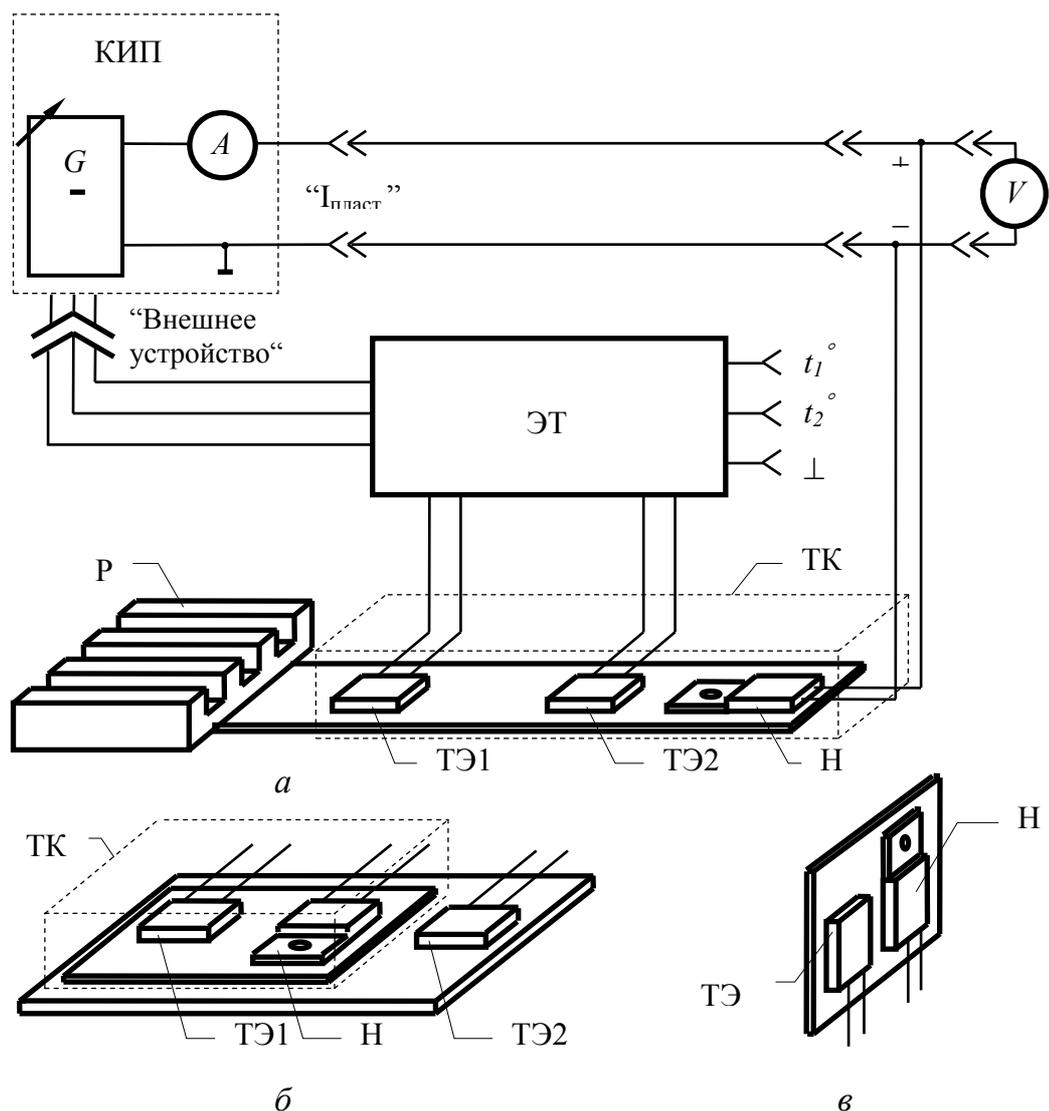


Рис.2.6.1. Схема измерения проводимости теплоотдачи путем теплопроводности (а), конвекции (б), лучеиспускания (в):
G - регулируемый источник постоянного напряжения;
ТЭ - термочувствительный элемент; *Н* - нагреватель;
ТК - теплоизолирующий кожух; *ЭТ* - электронный термометр;
P - радиатор

порциональных температурам чувствительных элементов (гнезда " $t_1 - \perp$ " и " $t_2 - \perp$ "), осуществляется с помощью цифрового вольтметра МУ 65. Крепление нагревателя и термочувствительных элементов на объектах исследования осуществляется с помощью имеющихся на последних пружинных зажимов.

Для создания высокого градиента температуры при исследовании тепловой проводимости металлических полосок используется радиатор с зажимом для крепления полоски. Для устранения паразитных тепло-

вых потоков при измерении тепловых потоков теплопроводности и лучеиспускания используются пенопластовые теплоизолирующие кожухи. При исследовании теплообмена посредством конвекции используется вентилятор, скорость воздушного потока которого регулируется путем изменения площади сечения всасывающих отверстий специальными шторками. Шкала угла поворота регулирующих шторок отградуирована в единицах скорости создаваемого вентилятором воздушного потока. Крепление объектов исследования осуществляется на специальных кронштейнах с помощью пружинных зажимов.

2.6.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.6.4.1. Для определения значений теплопроводности и коэффициента теплопроводности материала металлической полоски используется схема рис. 2.6.1*a*. Согласно выражению (1.38) теплопроводность участка образца между двумя его сечениями может быть определена следующим образом:

$$\gamma_T = \frac{q_T}{\Delta\theta}, \quad (2.6.1)$$

здесь q_T – тепловой поток теплопроводности через сечения образца; $\Delta\theta$ – разность температур в первом и втором сечениях.

Тепловой поток теплопроводности через металлическую полоску может быть создан с помощью нагрева одного конца полоски нагревателем и охлаждения другого конца полоски с помощью радиатора за счет естественной конвекции. Для исключения паразитных тепловых потоков объект исследования помещается в теплоизолирующий пенопластовый кожух. Благодаря этому можно условно принять, что при установившемся тепловом режиме весь тепловой поток $q_{вн}$, создаваемый нагревателем, передается радиатору за счет теплового потока теплопроводности металлической полоски:

$$q_T = q_{вн}. \quad (2.6.2)$$

Подводимый к объекту тепловой поток $q_{вн}$ равен мощности нагревателя и может быть определен путем измерения по схеме рис. 2.6.1 тока I и напряжения U нагревателя:

$$q_T = q_{вн} = I U. \quad (2.6.3)$$

При проведении данного эксперимента на нагреватель подается максимальная мощность. Температуры сечений образца могут быть измерены с помощью электронного термометра, выходные напряжения

которого прямопропорциональна температурам его термочувствительных элементов:

$$\theta^{\circ} = S U_{\text{вых}}, \quad (2.6.4)$$

где θ° – температура в градусах Цельсия; S – чувствительность преобразования, равная 100 град/В; $U_{\text{вых}}$ – выходное напряжение электронного термометра, В.

Следует обратить особое внимание на то обстоятельство, что используемое в расчетах соотношение (2.6.3) справедливо только в случае установившегося температурного режима (при отсутствии теплового потока изменения теплосодержания тела). В соответствии с этим следует, учитывая инерционность теплового процесса ($\tau \approx 3$ мин), проводить измерение разности температур $\Delta\theta$ не ранее 15 мин. после включения нагревателя. Значение теплопроводности γ_t участка пластин между центрами чувствительных элементов определяется по формуле (2.6.1), а коэффициент теплопроводности λ – из соотношения (1.39) при известных значениях геометрических параметров металлической полоски: $S = 12 \text{ мм}^2$; $l = 45 \text{ мм}$.

2.6.4.2. Для определения экспериментальной зависимости проводимости теплоотдачи путем конвекции от скорости воздушного потока используется электрическая схема рис. 2.6.1. Объектом исследования в этом случае является металлическая пластинка из полированного дюраля. Пластинка с закрепленными на ней нагревателем и термочувствительным элементом устанавливается на кронштейне вентилятора. Второй термочувствительный элемент крепится на пластинке из черного дюраля и служит для измерения температуры окружающей среды. Согласно выражению (1.40) проводимость теплоотдачи путем конвекции может быть определена по формуле:

$$\gamma_k = \frac{q_k}{\Delta\theta}. \quad (2.6.5)$$

В данном случае при установившейся температуре пластинки (отсутствии теплового потока изменения теплосодержания) можно принять, что практически весь подводимый к пластинке тепловой поток нагревателя расходуется на теплообмен с окружающей средой путем конвекции:

$$q_k = q_{\text{вн}} = I U. \quad (2.6.6)$$

Другими составляющими теплообмена ввиду крепления пластинки на теплоизолирующем кронштейне, относительно низкой ее температуры и полированной поверхности в данном случае можно пренебречь.

Как и в предыдущем случае на нагреватель подается максимальная мощность. Первое измерение температур нагреваемой пластинки и окружающей среды производится при скорости воздушного потока равной нулю (естественная конвекция). Следует учесть, что ввиду тепловой инерции стационарный тепловой режим устанавливается в данном случае через 12 минут после включения нагревателя.

Следующие измерения разности температур производятся для значений скорости V воздушного потока 0.3; 0.4; ..., 1.0 м/с через 2 минуты после изменения скорости.

На основе полученных данных строится зависимость $\gamma_k(V)$ в диапазоне скоростей 0 ... 1 м/с.

2.6.4.3. Измерение проводимости теплоотдачи путем лучеиспускания осуществляется с использованием электрической схемы рис.1. Объектами исследования в этом случае являются дюралевые пластинки с полированной и черненной поверхностями. При проведении эксперимента на одной из этих пластинок закрепляются нагреватель и чувствительный элемент. Второй термочувствительный элемент устанавливается на массивную дюралевую пластину большего размера (в дальнейшем основание), с которой и осуществляется теплообмен лучеиспусканием. Исследуемая пластинка помещается в теплоизолирующий кожух, уменьшающий паразитные тепловые потоки. Теплообмен с основанием осуществляется через отверстие в нижней части кожуха.

Согласно выражению (1.41) проводимость теплоотдачи путем лучеиспускания может быть определена по формуле:

$$\gamma_{\text{л}} = \frac{q_{\text{л}}}{\Delta\theta}, \quad (2.6.7)$$

здесь $\Delta\theta$ – разность температур пластинки и основания.

При установившемся тепловом режиме (отсутствии теплового потока изменения теплосодержания) можно принять, что основная часть теплового потока теплоотдачи пластинки обусловлена теплообменом нагреваемой исследуемой пластинки и основания путем лучеиспускания. И соответственно:

$$q_{\text{л}} = q_{\text{вн}} = I U. \quad (2.6.8)$$

Значения тока и напряжения нагревателя выбираются в данном случае порядка 1.4 А и 1.4 В (восьмое положение переключателя установки тока).

Измерение температур пластинки и основания для определения разности их температур $\Delta\theta$ с учетом тепловой инерции производится не ранее 15 минут после включения нагревателя. После проведения экспе-

риментов с полированной и черненной пластинками определяется соотношение тепловых проводимостей в том и другом случаях.

2.6.4.4. Значения показателя тепловой инерции при разных скоростях воздушного потока, обуславливающего теплообмен конвекцией, могут быть определены путем анализа кривой переходного процесса изменения температуры объекта при скачкообразном изменении температуры окружающей среды или теплового потока, подводимого к объекту нагревателем. В нашем случае удобнее использовать второе. При проведении эксперимента используются те же электрическая схема, объект исследования и дополнительное оборудование, что и в разделе 2.6.4.2. Методика проведения эксперимента по определению теплового переходного процесса заключается в следующем. На кронштейн вентилятора устанавливается полированная дюралевая пластинка с нагревателем и термочувствительным элементом. Черненная пластинка с другим термочувствительным элементом размещается вблизи вентилятора. При выключенном вентиляторе осуществляется нагрев пластинки в течении 15 минут до установившегося значения температуры. Режим нагрева: $I \approx 1.4$ А; $U \approx 1.4$ В (восьмое положение переключателя установки тока). Далее устанавливается фиксированная скорость воздушного потока и снимается кривая изменения температуры пластинки $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$. Значения времени, в которые производятся измерения, удобно брать равными 0; 1; 2; ..., 15 мин. Значение показателя тепловой инерции τ может быть определено на основе полученной зависимости $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$ двумя способами.

По первому способу в уравнение (1.43), описывающее апериодический тепловой процесс подставляется значение $t = \tau$. В этом случае получаем:

$$\theta_{\tau} = \theta_c + \frac{\Delta\theta_0}{e}, \quad (2.6.9)$$

здесь θ_{τ} – температура пластинки в момент времени $t = \tau$; θ_c – температура окружающей среды; $\Delta\theta_0$ – начальная разность температур пластинки и среды.

Таким образом, искомое значение τ равно значению времени t , при котором температура пластинки достигает значения $\theta_c + \Delta\theta_0 / e$.

По второму способу из графика зависимости $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$ определяются значения $\theta_{\tau}(t_1)$ и $\theta_{\tau}(t_2)$, соответствующие значениям времени t_1 и $t_2 = 2 t_1$. Искомое значение τ может быть найдено после некоторых математических преобразований (1.43) по формуле:

$$\tau = -\frac{t_1}{\ln[\theta_m(t_2)/\theta_m(t_1) - 1]}. \quad (2.6.10)$$

Соотношение показателей инерционности тепловых процессов при разных скоростях конвекционного потока должно соответствовать соотношению тепловых проводимостей теплообмена путем конвекции для этих же значений скоростей (см. результаты выполнения п. 2.6.2.2 программы экспериментов).

2.6.5. Содержание отчета

- 2.6.5.1. Название работы.
- 2.6.5.2. Цель работы.
- 2.6.5.3. Программа работы.
- 2.6.5.4. Схемы экспериментальных установок.
- 2.6.5.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.6.5.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.6.5.7. Графики зависимостей.
- 2.6.5.8. Выводы.

2.7. Исследование измерительных преобразований в акустических полях

2.7.1. Цель работы: ознакомление с физическими основами измерительных преобразований в акустических полях. Ознакомление с теоретическими основами и практическим применением для получения измерительной информации об объекте с использованием акустических волн пьезоэлектрического измерительного преобразователя.

2.7.2. Программа работы.

2.7.2.1. Экспериментальное определение скоростей распространения акустических волн в различных материалах. Определение времени запаздывания акустической волны в пьезоэлектрическом преобразователе.

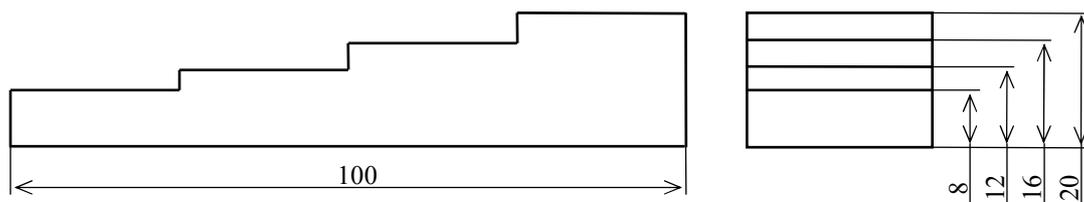
2.7.2.2. Экспериментальное определение значений коэффициента затухания акустических волн в различных материалах.

2.7.2.3. Экспериментальное определение зависимости параметров отраженной от дефекта акустической волны от параметров дефекта: поперечного размера и глубины залегания.

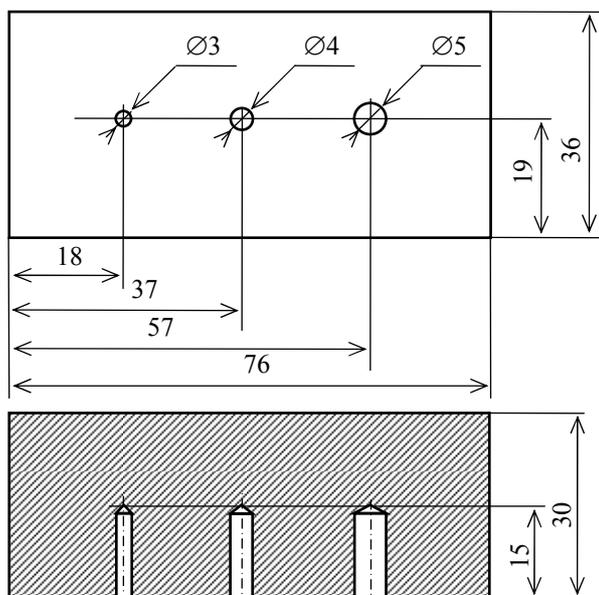
2.7.3. Объекты исследования и средства измерений.

Объектами исследований являются три образца (рис. 2.7.1) из разного материала:

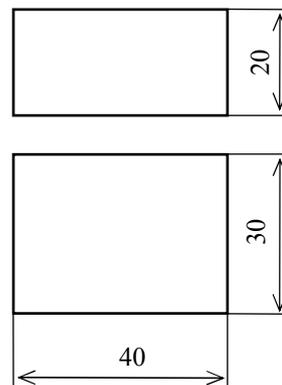
- ступенчатая деталь из оргстекла (образец 1);
- параллелепипед с тремя отверстиями разного диаметра из дюралья (образец 2);
- параллелепипед из стали (образец 3).



Образец 1. Материал: оргстекло



Образец 2. Материал: дюраль



Образец 3. Материал: сталь 45

Рис. 2.7.1. Объекты исследования

Для возбуждения и приема акустических волн в объектах используется пьезоэлектрический измерительный преобразователь ПИП), подключенный с помощью кабеля к выходу генератора коротких прямоугольных импульсов. Обеспечение акустического контакта с объектами контроля обеспечивается использованием в качестве контактной жидкости воды. Генератор конструктивно выполнен отдельным электронным блоком (ЭБ), размещенным в специальном корпусе (рис. 2.7.2). Питание

электронного блока осуществляется с коммутационно - измерительной панели (КИП). Кабель питания подключается к разъему КИП “Внешнее устройство”.

Измерение сигналов пьезоэлектрического измерительного осуществляется цифровым осциллографом (ЦО) с использованием делите-



Рис. 2.7.2. Внешний вид электронного блока

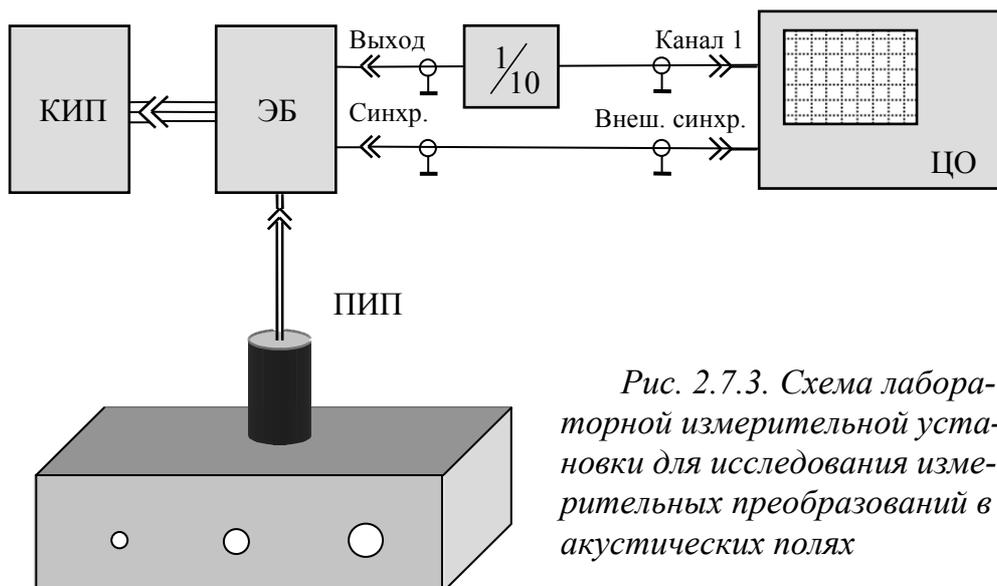


Рис. 2.7.3. Схема лабораторной измерительной установки для исследования измерительных преобразований в акустических полях

ля 1/10. На рис. 2.7.3 показана схема электрических соединений лабораторной измерительной установки.

2.7.4. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы.

2.7.4.1. Экспериментальное определение скоростей распространения акустических волн в различных материалах (образцы 1, 2, 3) осуществляется путем измерения времени t_x прохождения акустической волной известного расстояния d и нахождения скорости распространения по формуле:

$$v = \frac{d}{t_x}. \quad (2.7.1)$$

Время измеряется с помощью осциллографа (режим: внешняя синхронизация, курсорные измерения временных интервалов).

На рис. 2.7.4 показано типичное изображение сигнала ПИП на экране осциллографа. Возбуждение акустических колебаний пьезоэлектрического преобразователя осуществляется коротким отрицательным импульсом генератора. Подача такого электрического импульса на пьезопластину приводит к возникновению ее затухающих механических колебаний на собственной частоте приблизительно равной $f = 2,5$ МГц. Прохождение акустического импульса через упругую среду преобразователь-объект можно в первом приближении считать состоящим из следующих этапов:

- прохождение через элементы ПИП (пьезопластина, протектор, слой клея) за время t_3 – время задержки;
- прохождение через контактную жидкость за время t_k (можно пренебречь);
- прохождение от верхней поверхности объекта контроля до нижней поверхности за время t_x ;
- прохождение отраженного акустического импульса от нижней поверхности объекта контроля до верхней поверхности за время t_x ;
- прохождение отраженного акустического импульса через элементы ПИП (пьезопластина, протектор, слой клея) за время t_3 .

Таким образом, временной интервал t_1 между передним фронтом импульса генератора и передним фронтом первого отраженного импульса приблизительно равен:

$$t_1 = 2 t_3 + 2 t_x. \quad (2.7.2)$$

Кроме отражения акустической волны от нижней поверхности объекта имеет место отражение части энергии этой волны от верхней поверхности. Эта дважды отраженная волна испытывает затем и третье отражение от нижней поверхности. Если затухание акустической волны в среде относительно невелико (например, в случае дюралевого образца малой толщины), то на экране осциллографа можно наблюдать кроме первого отраженного импульса также второй, третий и т.д. отраженные импульсы. Временной интервал между соседними отраженными импульсами равен

$$t_2 = 2 t_x. \quad (2.7.3)$$

В случае наличия хорошо различимого на фоне помех второго отраженного импульса (при малых коэффициенте затухания материала и толщине образца) целесообразно для минимизации погрешности измерения определять время t_x путем измерения временного интервала t_2 :

$$t_x = 0,5 t_2. \quad (2.7.4)$$

В случае плохо различимого на фоне помех второго отраженного импульса (при больших коэффициенте затухания материала и толщине образца) определение времени t_x приходится производить путем измерения временных интервалов t_1 и t_3 , а далее находить временной интервал t_x из соотношения (2.7.2):

$$t_x = 0,5 (t_1 - 2 t_3). \quad (2.7.5)$$

Определение времени t_3 осуществляется с использованием образцов, для которых хорошо различимы на фоне помех второй и третий отраженные импульсы. В этом случае производится измерение временного интервала t_1 , а также временного интервала t_x между фронтами первого и второго отраженных импульсов. Далее из соотношения (2.72) находят время задержки

$$t_3 = 0,5 (t_1 - 2 t_x). \quad (2.7.6)$$

Определение скоростей распространения акустических волн в материалах образцов 1, 2 и 3 производится для разных значений расстояния d . Для этого возбуждение акустических волн для образцов 2 и 3 осуществляется в трех различных ортогональных направлениях. В образце 1 осуществляется возбуждение акустических волн поочередно для каждой ступеньки образца. В качестве результата измерений принимаются усредненные значения скоростей распространения.

2.7.4.2. Экспериментальное определение значений коэффициента затухания акустических волн в материалах образцов 1, 2, 3 осуществля-

ется путем определения соотношений амплитуд U_m импульсов отраженных сигналов для разных значений расстояния d , проходимого акустической волной в образце.

Если считать, что A_0 – амплитуда акустической волны, возбуждаемой пьезоэлектрическим преобразователем на поверхности объекта, то на основании (1.47) соотношение n амплитуд A_1 и A_2 акустических волн после прохождения плоского образца, отражения от его нижней поверхности и возвращения в поверхностный слой для расстояний d_1 и d_2 , равных двойной толщине образца, в первом приближении определяется следующим образом:

$$n = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_0 \exp(-\delta d_1)}{A_0 \exp(-\delta d_2)} = \exp[\delta (d_2 - d_1)]. \quad (2.7.7)$$

Откуда значение коэффициента затухания δ равно:

$$\delta = \frac{\ln(n)}{(d_2 - d_1)}. \quad (2.7.8)$$

Отношение n амплитуд акустических сигналов A_1 и A_2 с приемлемой степенью приближения можно считать равным отношению соответствующих им амплитуд U_1 и U_2 электрических сигналов пьезоэлектрического преобразователя:

$$n = \frac{A_1}{A_2} = \frac{U_1}{U_2}. \quad (2.7.9)$$

Измерения амплитуд импульсных сигналов осуществляется с помощью осциллографа (режим: внешняя синхронизация, курсорные измерения напряжений). Измеряется максимальный размах импульсного сигнала.

Определение коэффициентов затухания акустических волн в материалах образцов 1, 2 и 3 производится для разных пар расстояний d_1 и d_2 . Для этого возбуждение акустических волн для образцов 2 и 3 осуществляется в трех различных ортогональных направлениях (три варианта парных сочетаний расстояний). В образце 1 осуществляется возбуждение акустических волн поочередно для каждой из четырех ступенек образца (шесть вариантов парных сочетаний расстояний). В качестве результата измерений принимаются усредненные значения коэффициентов затухания.

2.7.4.3. Экспериментальное определение зависимости параметров отраженной от дефекта акустической волны от параметров дефекта осуществляется с использованием образца 2. Дефекты имитируются

просверленными на половину толщины образца отверстиями разного диаметра.

Зависимость амплитуды отраженного от дефекта сигнала от площади поперечного сечения дефекта исследуется путем измерения амплитуды сигнала при положении пьезоэлектрического преобразователя над отверстиями разного диаметра при двух вариантах ориентации продольной оси отверстия относительно продольной оси преобразователя – продольном и поперечном. В первом случае производится сканирование поверхности образца, противоположной поверхности, через которую просверлены отверстия. Во втором случае производится сканирование поверхностей образца, параллельных плоскости, проходящей через продольные оси отверстий. Измерения амплитуд импульсных сигналов осуществляется с помощью осциллографа (режим: внешняя синхронизация, курсорные измерения напряжений). Фиксируется максимальная амплитуда импульсного сигнала при перемещении преобразователя над дефектом.

Зависимость амплитуды отраженного от дефекта сигнала от глубины залегания дефекта исследуется путем измерения амплитуды сигнала при положении пьезоэлектрического преобразователя над отверстием наименьшего диаметра при поперечной ориентации продольной оси отверстия относительно продольной оси преобразователя. Производится сканирование поверхностей образца, параллельных продольной оси отверстий (три разных значения глубины залегания дефекта). Измерения амплитуд импульсных сигналов осуществляется с помощью осциллографа (режим: внешняя синхронизация, курсорные измерения напряжений). Фиксируется максимальная амплитуда импульсного сигнала при перемещении преобразователя над дефектом.

2.7.5. Содержание отчета

2.7.1. Название работы.

2.7.2. Цель работы.

2.7.3. Программа работы.

2.7.4. Схемы экспериментальных установок.

2.7.5. Основные соотношения, примеры расчетов.

2.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.

2.7.7. Графики зависимостей.

2.7.8. Выводы.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯХ

3.1. Решение научных и инженерных задач в среде MATHCAD

При проведении ряда экспериментов и решении измерительных задач зачастую необходимо производить обработку данных, полученных в ходе работы, облегчить которую в настоящее время позволяет ряд математических пакетов. Одним из таких пакетов в частности, является математический пакет MathCAD, который позволяет проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов.

Первоначальные навыки работы с пакетом MathCAD были получены ранее в курсе «Информатика» и частично в рамках ознакомительной учебной практики. Приобретенные знания и навыки предполагалось использовать далее в последующих курсах, в рамках которых требуется производить инженерные расчеты и решать физико-математические задачи.

Одной из таких дисциплин является курс «Физические основы получения информации», в программе которого присутствует изучение большого количества физических явлений и законов, положенных в основу измерительных преобразований, многие из которых рассматриваются в ходе лабораторных работ. Ряд физических явлений и закономерностей имеет достаточно сложный математический аппарат, а, следовательно, обработку полученных экспериментальных данных лучше всего производить с помощью современных математических пакетов, одним из которых, как уже упоминалось выше, является пакет MathCAD.

В ходе первого практического занятия по курсу «Физические основы получения информации» предлагается вспомнить ряд навыков полученных в курсе «Информатика», а также рассмотреть и научиться применять различные встроенные функции и возможности MathCAD, необходимые для более сложных инженерных расчетов.

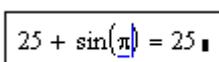
По итогам практического занятия с учетом первоначально полученного опыта предлагается выполнить небольшую зачетную работу.

3.1.1. Ввод и редактирование данных

Ввод и редактирование формул и текста

+ В MatCAD-документе курсор ввода имеет вид красного крестика. Этот крестик указывает, в каком месте рабочего листа будет произведено следующее действие.

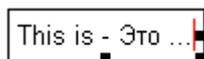
Установив указатель мыши в нужном месте документа и выполнив щелчок, вы перемещаете туда крестик (можно использовать стрелки, а не мышь). Указатель в виде крестика может принимать другие формы.



Он становится вертикальной чертой голубого цвета при вводе формулы в области формул или при выборе уже существующей формулы. Перемещать этот голубой курсор можно только с помощью клавиш-стрелок.

Для ввода и редактирования текстов служит текстовый редактор. Именно тексты делают документы MatCAD документами в общепринятом смысле этого слова. В простейшем случае для ввода текста достаточно ввести символ " в английском регистре.

Наиболее распространенная ошибка - это набор текстов без установки кавычек. MatCAD воспринимает такой набор как ввод математического выражения. Однако, нажав клавишу Пробел, можно тут же превратить набранный фрагмент в текстовый.



При вводе текстовой области (клавиша ["]) курсор-крестик имеет вид вертикальной красной черты. При этом текстовая область окружена черной рамкой.

Текст может состоять из слов, математических выражений и формул, специальных знаков. Русский текст вводится с помощью любого кириллического шрифта (*Courier*, *Times New Roman Cyr*, *Arial Cyr*). Для редактирования текста используются типовые средства редактирования (как в любых текстовых редакторах).

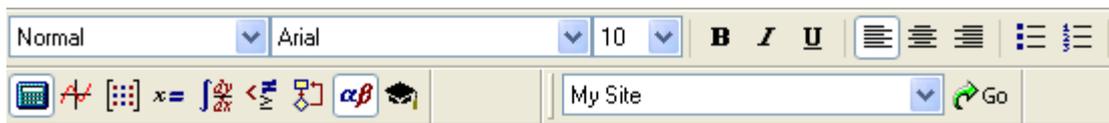
Присваивание переменным значений

В пакете MatCAD существуют два типа переменных – системные и обычные. Системные переменные – это небольшая группа особых объектов, имеющие predeterminedенные системой начальные значения. Это:

Объект	Назначение	Клавиши
π	Число “пи” (3.14)	Alt+Ctrl+P
e	Основание натурального логарифма (2.71)	E
ORIGIN	Нижняя граница индексации массивов(0)	
%	Процент (0.01)	%
TOL	Погрешность численных методов (0.001)	

И другие.

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем. В качестве оператора присваивания используется знак $:=$. Если переменной присваивается начальное значение с помощью оператора $:=$, такое присваивание называется локальным (рис. 3.1.1).



Простые переменные (локальное определение)

$a := 5$ $b := 5 \cdot a$ $b = 25$

$c := 6 \cdot x$ Выражение не имеет значение, т.к переменная x не определена

$VAR := 4$
 var Case sensitivity (прописные и строчные буквы в именах различаются)
переменная VAR не равна переменной var

$e := 6 \cdot d$
 $d := 4$ Логическая непоследовательность. в определении переменной e
используется переменная d , но определение e предшествует определению d .

Рис. 3.1.1 Локальное присвоение переменных

С помощью знака \equiv (три горизонтальные чёрточки, вводится клавишей [Shift+ ~] (тильда)) можно обеспечить глобальное присваивание (рис. 3.1.2), то есть оно может производиться в любом месте документа. Для вывода результата или для контроля значений переменных используется обычный знак равенства $=$ (если выводится численный результат) или знак символического равенства \rightarrow (стрелка), если вычисления производятся в символическом виде. Для ввода стрелки можно использовать

клавиши [Ctrl+.] или соответствующую кнопку наборной панели **Symbolic** (о символьных вычислениях более подробно будет сказано чуть позже).



Простые переменные
(глобальное определение)

u := 3·ga
u = 15
ga ≡ 5

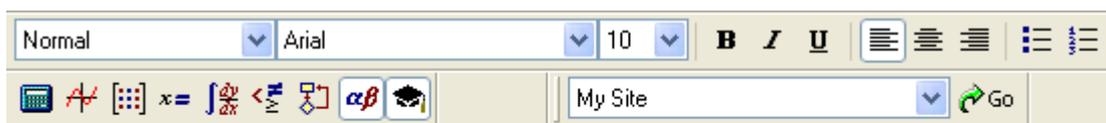
Определение глобальной переменной **ga** может находиться и под определением переменной **u**, в котором используется **ga**

Рис. 3.1.2. Глобальное присвоение переменных

Определение функций пользователя

При определении функций пользователя (рис. 3.1.3) могут быть использованы знаки локального и глобального присвоения.

Подсчет значений функций при любом значении аргумента может быть произведен как в числовом, так и символьном виде. Для этого как и при подсчете значений переменных необходимо в функцию вместо переменной поставить любое значение аргумента и нажать клавишу =, для вычисления в символьном виде необходимо использовать кнопку → используя панель символьной математики **Symbolic**.



$$f(x) := x^2 \quad f(\pi) \rightarrow \pi^2 \quad f(\pi) = 9.87$$

$$f1(x,y) := \sin(x) + \cos(y) \quad f1\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = 1.414$$

$$h(3) = 6$$

$$h(x) \equiv 2 \cdot x \quad f1\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow 2^{\frac{1}{2}}$$

Рис. 3.1.3. Определение функций

Ранжированные переменные

Ранжированные переменные – особый класс переменных, который в системе MathCAD может исполнять роль цикла. Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков.

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение: $X := X_{begin} (X_{begin} + Step).. X_{end}$. Где, X - имя переменной, X_{begin} - её начальное значение, X_{end} - конечное значение, $..$ - символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой ;), $Step$ - заданный шаг переменной.

Если $X_{begin} < X_{end}$, то шаг изменения переменной будет +1, в противном случае - (-1) по умолчанию.

Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода. Необходимо помнить, что **ранжированная переменная** - это **вектор** (рис. 3.1.4).

My Site Go

$a := -1..3$ $b := 3..-1$ $d := 1.7..5$

$a =$ $b =$ $d =$

-1
0
1
2
3

3
2
1
0
-1

1.7
2.7
3.7
4.7

Форма записи ранжированных переменных без указания шага

$a1 := 1$ $b1 := 2$
 $a2 := 2$ $b2 := 1$
 $n := 0.5$ $nn := -0.5$

Различные формы записи ранжированных переменных с указанием шага

$R1 := 1, 1.5..2$ $R2 := 3, 2.5..2$ $R3 := a1, a1 + n.. a2$ $R4 := b1, b1 + nn.. b2$

$R1 =$ $R2 =$ $R3 =$ $R4 =$

1
1.5
2

3
2.5
2

1
1.5
2

2
1.5
1

$i := 1..4$
 $f_1 := i^2$

$f =$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \end{pmatrix}$

Обратите внимание, что в приведенном примере ранжированная переменная i принимает значения 1,2,3 и 4. А вектор g , определенный через ранжированную переменную i , содержит 5 элементов. Это связано с тем, что по умолчанию началом отсчета индексов в MathCAD является ноль.

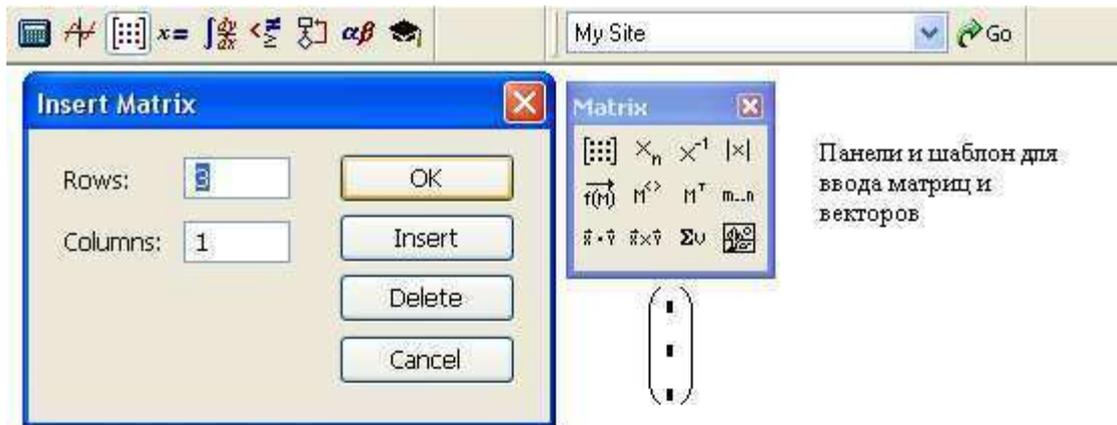
+

Рис. 3.1.4. Формы записи ранжированных переменных

3.1.2. Массивы (векторы, матрицы)

Не менее важным типом данных в системе MathCAD являются массивы. В системе MathCAD используются массивы двух типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы).

На рисунке 3.1.5 представлены формы представления матриц и векторов, а также способы их заполнения.



$$\begin{aligned}
 d_1 &:= 1 & D_{1,1} &:= 1 & D_{1,2} &:= 8 \\
 d_2 &:= 2 & D_{2,1} &:= 8 & D_{2,2} &:= 1 \\
 d_3 &:= 3
 \end{aligned}$$

$$d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

Массив можно определить вручную, поэлементно.

Для указания нижнего индекса используется клавиша [(квадратная скобка). Если индекс двойной (у матрицы), то индексы вводятся через запятую.

$$\begin{aligned}
 i &:= 1..2 & Q_i &:= 0.5 \cdot i \\
 j &:= 1..4
 \end{aligned}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{i,j} := i - j \quad M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Заполнение массивов может быть организовано с помощью ранжированных переменных и функций пользователя.

$$\begin{aligned}
 x_i &:= i + 0.5 & y_j &:= \frac{j}{2} \\
 f(x,y) &:= x \cdot y & f_{m_{1,j}} &:= f(x_i, y_j)
 \end{aligned}$$

$$f_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 1.5 & 2.25 & 3 \\ 0 & 1.25 & 2.5 & 3.75 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.1.5. Определение матриц и векторов

Операции с векторами и матрицами

Существует большое количество операций и действий с матрицами и векторами, многие из которых закреплены за панелью **Matrix**. Также существует большое количество встроенных функций MathCAD

для определения матриц и операций с блоками матриц, функции отыскания числовых характеристик матриц, и многое другое.

Рассмотрим лишь некоторые, необходимые для выполнения инженерных расчетов в рамках курса «Физические основы получения информации». За кнопками панели закреплены следующие функции:

 — определение размеров матрицы;

 — ввод нижнего индекса;

 — вычисление обратной матрицы;

 — определение столбца матрицы: $M^{<j>}$ — j -й столбец матрицы M ;

 — транспонирование матрицы: $M = \{m_{ij}\}$, $M^T = \{m_{ji}\}$;

 — определение диапазона изменения переменной;



3.1.3. Графики. Типы графиков. Двумерные и трехмерные графики

При осуществлении обработки результатов экспериментов зачастую требуется построение зависимости одной физической величины от другой.

MathCAD позволяет легко строить, двухмерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые, двух- и трехмерные гистограммы.

Все эти возможности в той или иной мере пригодятся в практических занятиях. Вспомним основные виды (типы) графиков.

 **X-Y Plot** (декартовы координаты) клавиша [**@**]

 **Polar Plot** (Полярные координаты) клавиши [**Ctrl+7**]

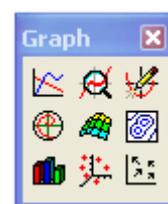
 **Surface Plot** (Поверхности) клавиши [**Ctrl+2**]

 **Contour Plot** (Контурный график)

 **3D Scatter Plot** (3D Точечный)

 **3D Bar Plot** (3D Диаграммы)

 **Vector Field Plot** (Поле векторов)



Двухмерные графики в декартовой системе координат

Самый простой способ построения графика типа X-Y, называемый быстрым построением графика, заключается во введении функции, например, у оси Y, а имени аргумента x — у другой оси (рисунок 3.1.6).

В результате MathCAD сам создает график функции в пределах значений аргумента, по умолчанию принятых равными от -10 до 10 (рис. 3.1.6а).

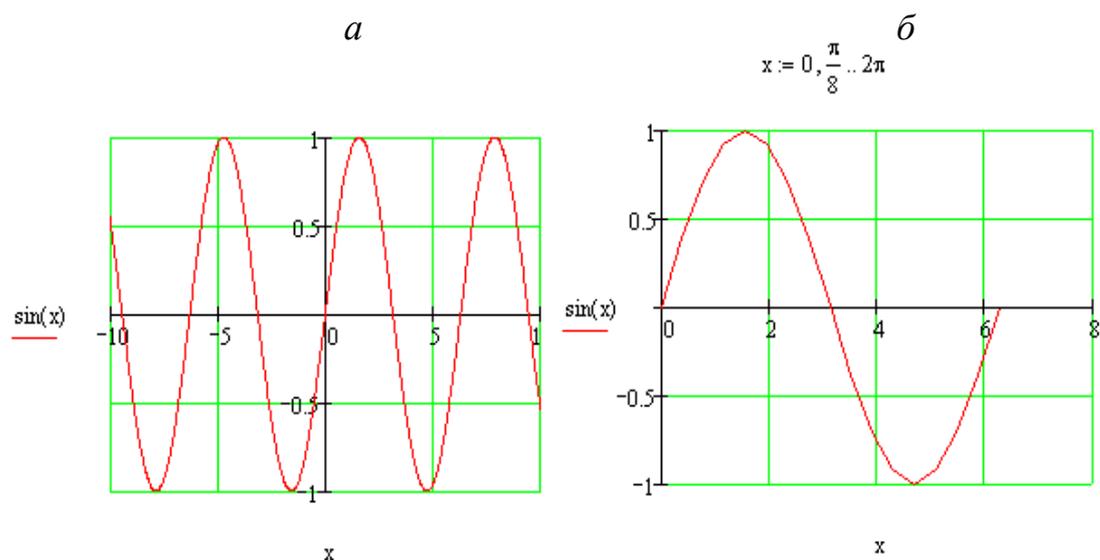


Рис. 3.1.6. Пример быстрого построения графика функции с фиксированным диапазоном изменения аргумента и по умолчанию

Разумеется, впоследствии можно поменять диапазон значений аргумента, и график автоматически подстроится под него (рис. 3.1.6б).

Графики типа X-Y могут также могут быть сформированы из двух векторов данных, которые будут отложены вдоль осей X и Y. В решении инженерных задач это один из самых распространенных способов построения зависимости изменения одной физической величины при изменении другой, когда имеется ряд данных. Например (рис. 3.1.7):

```

i := 0..10
xi := i*0.6   yi := sin(xi)

```

Векторы значений x и y

	0
0	0
1	0.6
2	1.2
3	1.8
4	2.4
5	3
6	3.6
7	4.2
8	4.8
9	5.4
10	6

	0
0	0
1	0.565
2	0.932
3	0.974
4	0.675
5	0.141
6	-0.443
7	-0.872
8	-0.996
9	-0.773
10	-0.279

График зависимости значений вектора y от значений вектора x

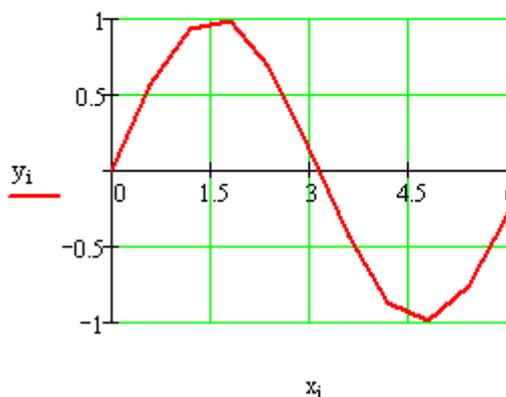


Рис. 3.1.7. График типа X-Y на основе значений двух векторов

Зачастую требуется представить значения векторов на графике в виде точек (или иных символов), это легко сделать во вкладке окна форматирования графика, где можно изменить число линий на сетке, организовать пересечение осей и установить необходимую для наглядности толщину линий и цвет графика (рис. 3.1.8а).

Также для сравнительного анализа данных часто требуется на одной координатной плоскости нескольких рядов данных, это несложно сделать, отделив одни значения от других запятой (рис. 3.1.8б).

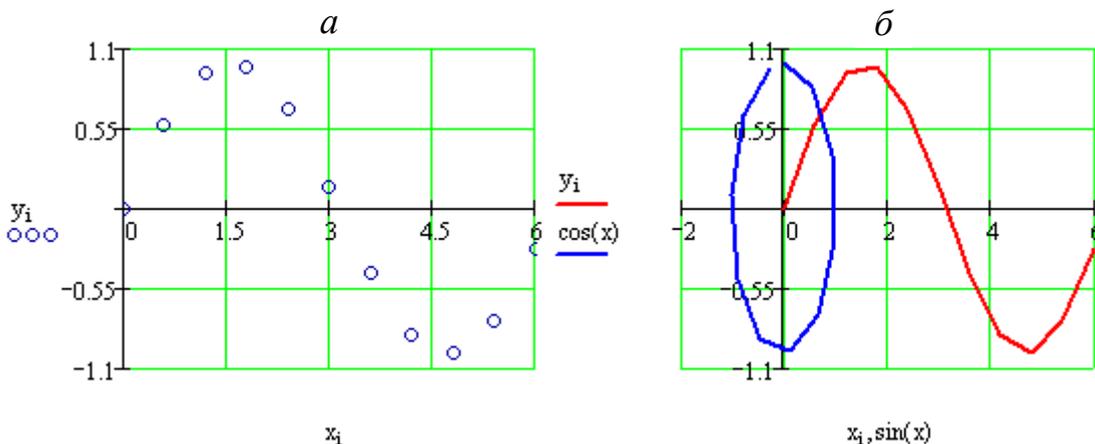


Рис. 3.1.8. Форматирование графика типа X-Y

При обработке экспериментальных данных часто требуется строить зависимости изменения физических величин не линейном отношении друг к другу, а например, в логарифмическом масштабе.

На шкале в логарифмическом масштабе длина отрезка шкалы пропорциональна логарифму отношения величин отмеченных на концах этого отрезка (в то время как на шкале в линейном масштабе длина отрезка пропорциональна разности величин на его концах).

Логарифмическая шкала исключительно удобна для отображения очень больших диапазонов значений величин. MathCAD позволяет легко строить графики в логарифмическом масштабе. Рассмотрим пример (рис. 3.1.9):

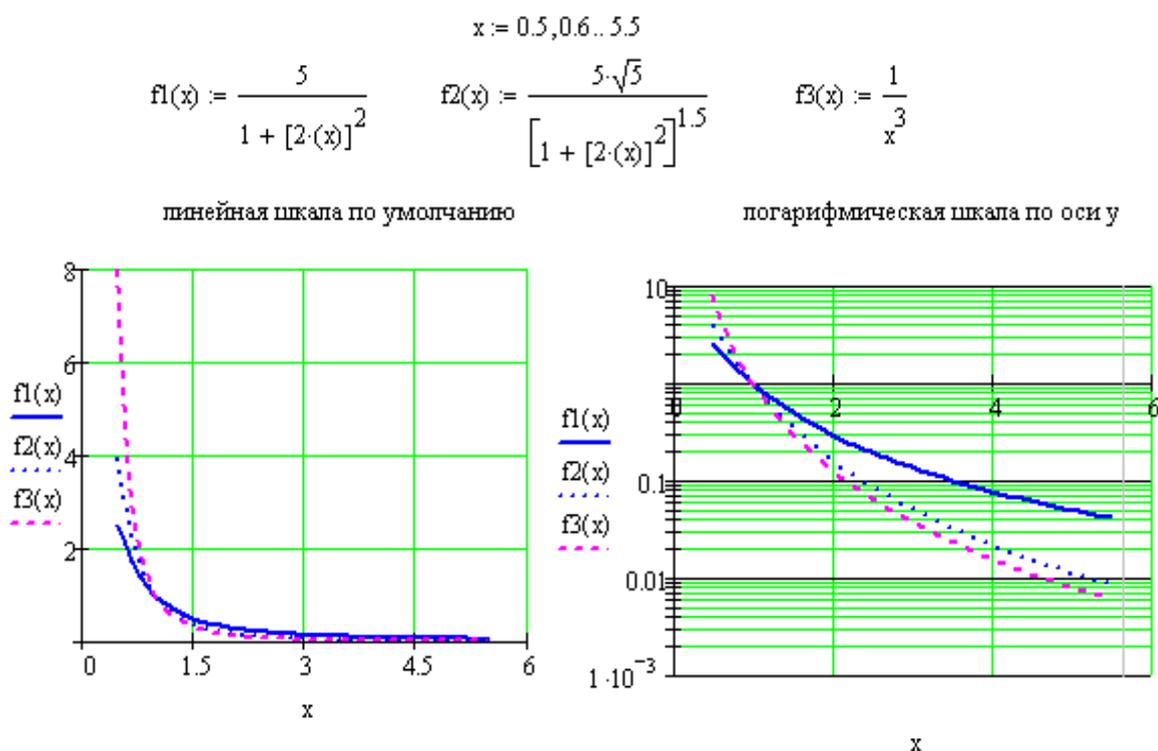


Рис. 3.1.9. Пример применения логарифмического масштаба для графика вида X-Y

Все вышеуказанные изменения вида и формы графика как уже упоминалось выше, легко осуществляются с помощью окна форматирования (рис. 3.1.10).

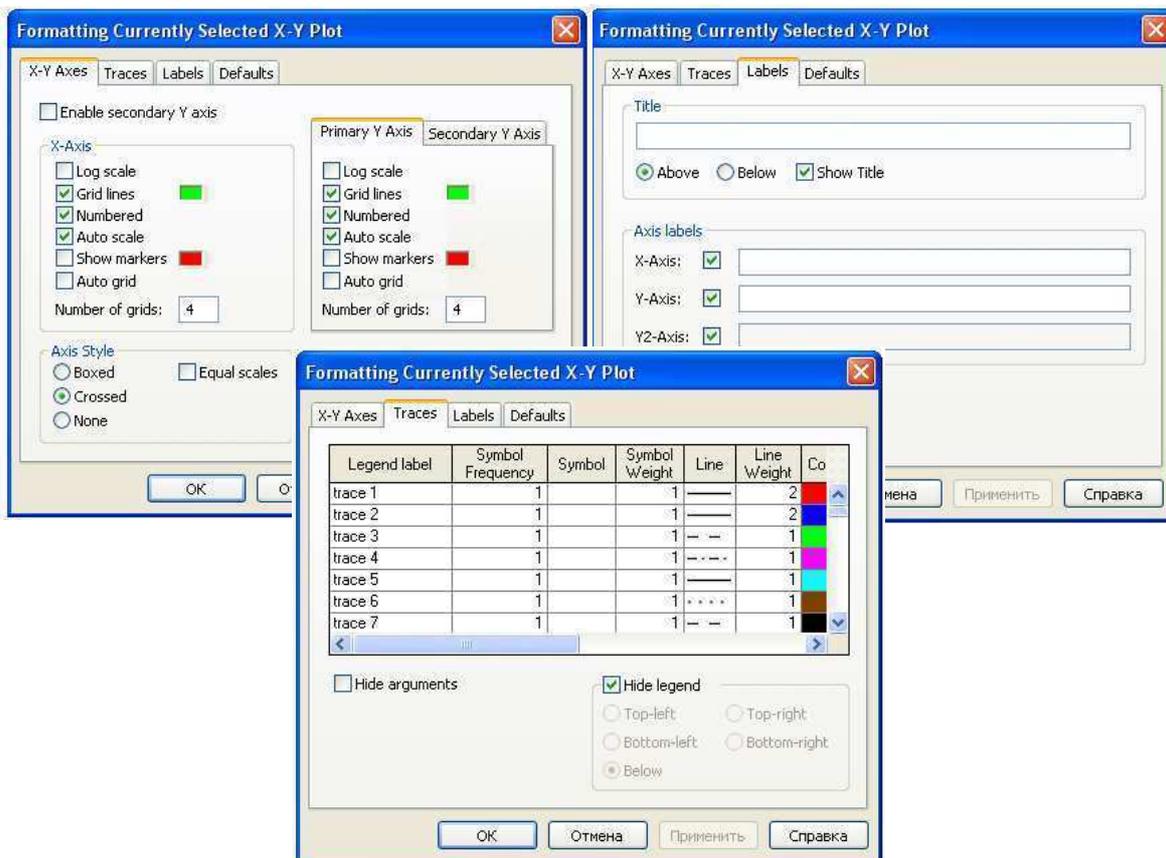


Рис. 3.1.10. Вкладки окна форматирования графика вида X-Y

Более подробное назначение каждого флажка вкладок панели форматирования рассматривалась в предыдущих курсах, поэтому останавливаться на них не имеет смысла. Вид панели форматирования может меняться исходя из версии пакета MathCAD, но основное назначение флажков остается без изменений. На рисунке представлена панель форматирования версии MathCAD 13.0.

Математический редактор MathCAD кроме двухмерных графиков в декартовых координатах, также позволяет строить графики в полярных координатах. Однако в области решения измерительных задач эти координаты применяются достаточно редко, поэтому в данном практическом курсе рассматривать их не будем. Познакомиться с ними была возможность в ранее изучаемом курсе «Информатика».

Построение графика функции $z=f(x,y)$ в виде поверхности
в декартовой системе координат

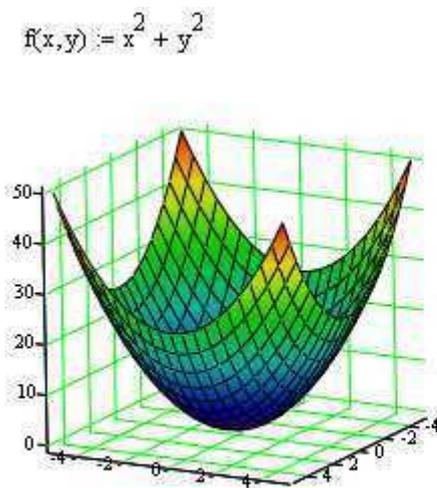
Достаточно часто физические величины имеют зависимость от двух переменных, и, следовательно, требуется представлять экспериментальные данные в пространстве (3D виде), или иными словами в виде графика поверхности.

Пакет MathCAD позволяет довольно просто справиться с данной задачей и представить зависимости функции двух переменных также в виде точечного графика поверхности, гистограммы (диаграммы), контурного графика.

Для построения графика поверхности можно воспользоваться двумя способами:

1. Если требуется только посмотреть общий вид поверхности, то MathCAD предоставляет возможность быстрого построения подобных графиков. Для этого достаточно определить функцию $f(x,y)$ и нажать соответствующую кнопку наборной панели **Graph** (сочетание клавиш [Ctrl+2]). В появившейся графической области под осями на месте шаблона для ввода надо указать имя (без аргументов) функции.

MathCAD автоматически построит график поверхности. Независимые переменные x и y принимают значения из интервала $[-5...5]$ (рис. 3.1.11).

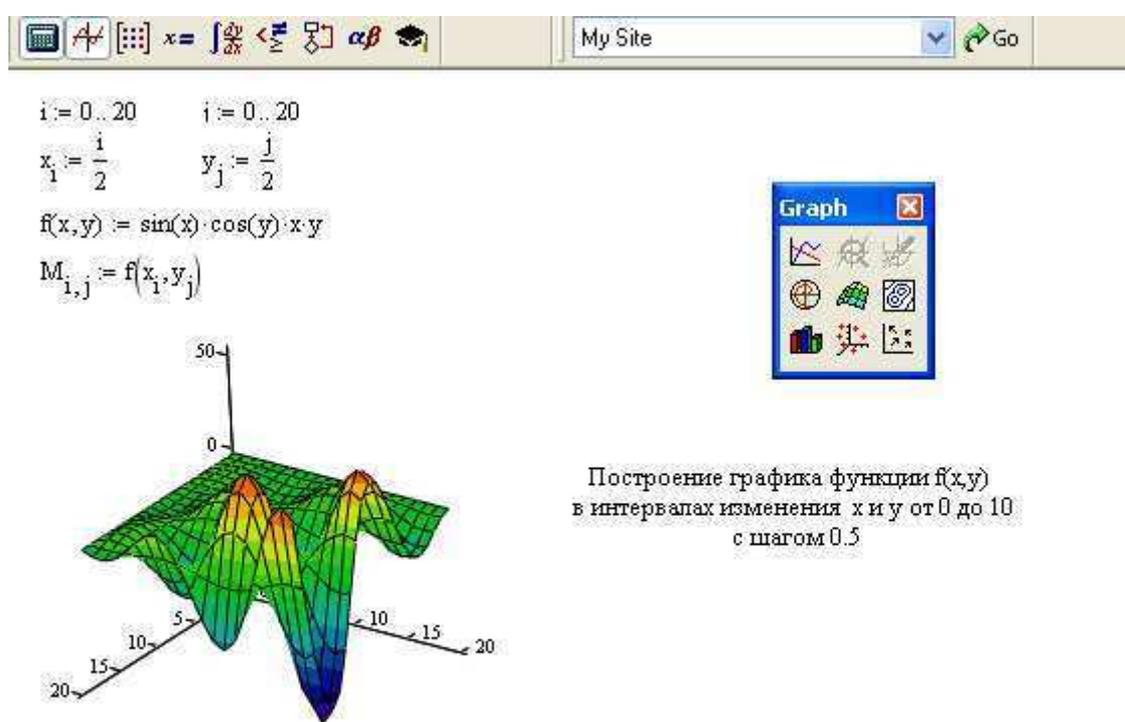


f

Рис. 3.1.11. Пример построения поверхности без указания области изменения переменных

При необходимости этот промежуток может быть уменьшен или увеличен. Для этого необходимо в окне форматирования трехмерного графика **Quick Plot Data** можно установить другие параметры изменения независимых переменных x и y .

Для построения графика поверхности в определенной области изменения независимых переменных или с конкретным шагом их изменения необходимо сначала задать узловые точки x_i и y_j , в которых будут определяться значения функции. После (а можно и до) этого надо определить функцию $f(x,y)$, график которой требуется построить. После этого необходимо сформировать матрицу значений функции в виде: $M_{i,j}=f(x_i,y_j)$. Рассмотрим пример (рис. 3.1.12).



М

Рис. 3.1.12. Построение графика поверхности в указанной области изменения переменных

Для построения графиков линий уровня данной функции необходимо вместо команды (Поверхности) выбрать команду **Contour Plot** (Контурный). Аналогично, при помощи команды **3D Bar Plot** (3D Диаграмма) можно построить трехмерный столбчатый график данной функции, при помощи команды **3D Scatter Plot** (3D Точечный) - трех-

мерный точечный график или использовать соответствующие кнопки на наборной панели **Graph** (рис. 3.1.13) .

Форматирование трехмерных графиков

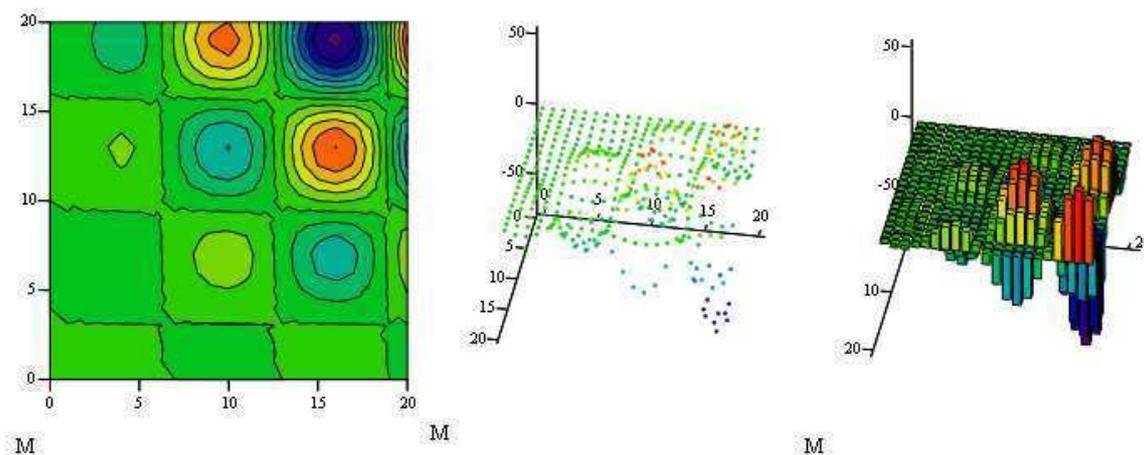


Рис. 3.1.13. Построение графиков линий уровня, точечного графика и трехмерной диаграммы в указанной области изменения переменных

Как и в случае построения двухмерных графиков при работе с трехмерными графиками есть возможность изменения внешнего вида созданного трехмерного графика.

Для этого необходимо выполнить двойной щелчок мышкой на графической области. В результате на экране появится диалоговое окно **3-D Plot Format**, позволяющее изменять параметры отображения графика.

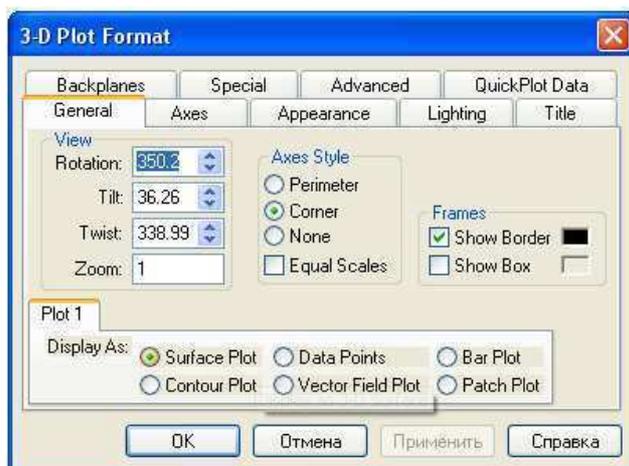
Кратко остановимся на основных опциях форматирования.

Диалоговое окно **3-D Plot Format** содержит несколько вкладок.

На вкладке **General** (Общие свойства)

Значение в поле **Rotation** определяет угол поворота вокруг оси **Z** в плоскости **X-Y**.

Значение в поле **Tilt** задает угол наклона линии взгляда к плоскости **X-**



У. Поле **Zoom** позволяет увеличить (уменьшить) графическое изображение в число раз, равное цифре, указанной в поле.

В области **Axes Style** (Стиль оси) задать вид осей, выбрав селекторную кнопку **Perimetr** (Периметр) или **Corner** (Угол). В первом случае оси всегда находятся на переднем плане.

В области **Frames** опция **Show box** (Каркас) предназначена для отображения вокруг графика куба с прозрачными гранями, а опция **Show border** (Границы) позволяет заключить график в прямоугольную рамку.

В области **Plot 1** - имеются селекторные кнопки для представления графика в других видах (контурный, точечный, векторное поле и др.)

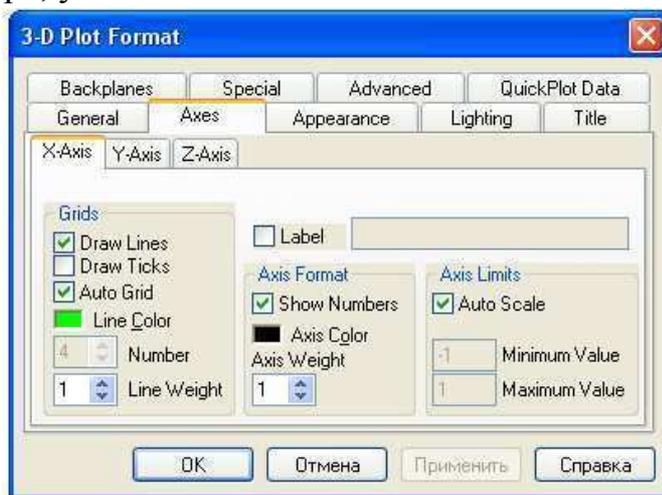
Элементы вкладки **Axes** (Ось) позволяют изменять внешний вид осей координат.

Посредством опций области **Grids** (Сетки) можно отобразить на графике линии, описываемые уравнениями $x, y, z = const$.

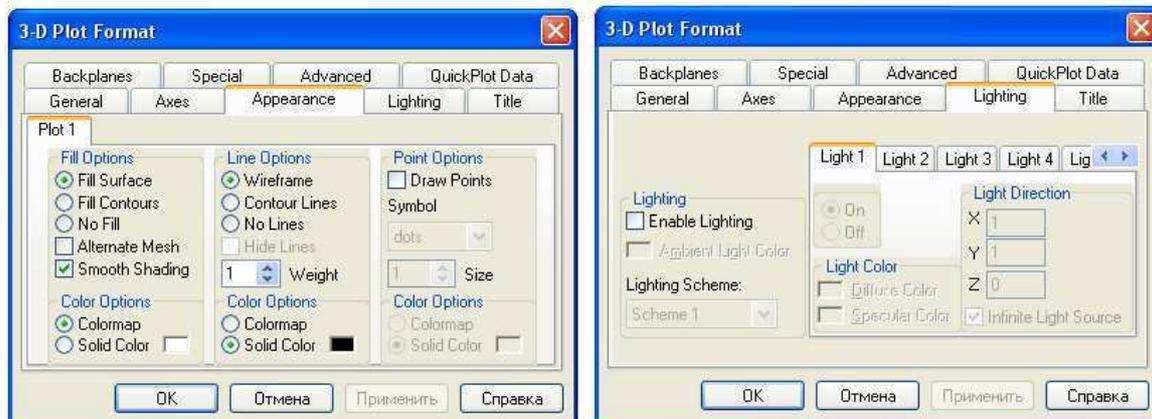
Если установлены опции **Show Numbers** (Нумерация), отображаются метки на осях и подписи к ним. При этом рядом с осями Ox и Oy указываются не значения узловых точек x_i, y_j , а значения индексов i и j , в то время как ось Oz размечается в соответствии с промежутком, которому принадлежат элементы матрицы значений $A_{i,j}$.

Если установлена опция **Auto Grid** (Автосетка), программа самостоятельно задает расстояние между соседними отметками на осях. Вы можете сами указать число линий сетки, если отключите указанную опцию.

Если установлена опция **Auto Scale** (Автошкала), то MathCAD сам определяет границы построения графика и масштабы по осям. Можно отключить данную опцию и для каждой оси самостоятельно задать пределы изменения переменных в полях **Minimum Value** (Минимум) и **Maximum Value** (Максимум).

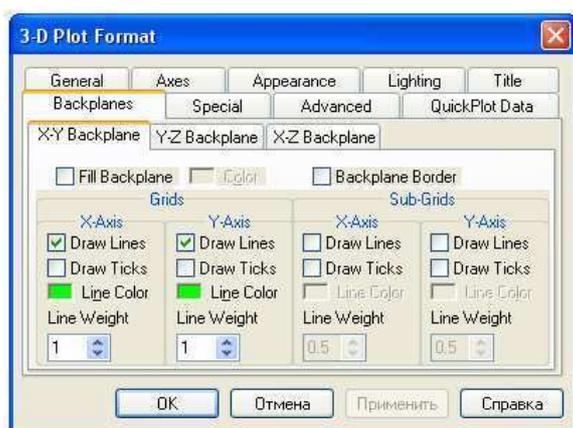


Вкладка **Appearance** (Внешний вид) позволяет изменять для каждого графика вид и цвет заливки поверхности (область **Fill Options**);



вид, цвет и толщину дополнительных линий на графике (область **Line Options**); наносить на график точки данных (опция **Draw Points** области **Point Options**), менять их вид, размер и цвет.

Вкладка **Lighting** (Освещение) при включении опции **Enable Lighting** (Наличие подсветки) позволяет выбрать цветовую схему для освещения, "установить" несколько источников света, выбрав для них цвет освещения и определив его направление.



Вкладка **Backplanes** (Задние плоскости) позволяет изменить внешний вид плоскостей, ограничивающих область построения: цвет, нанесение сетки, определение ее цвета и толщины, прорисовка границ плоскостей.

На вкладке **Special** (Специальная) можно изменять параметры построения, специфичные для различных типов графиков.

Вкладка **Advanced** позволяет установить параметры печати и изменить цветовую схему для окрашивания поверхности графика, а также указать направление смены окраски (вдоль оси Ox , Oy или Oz). Включение опции **Enable Fog** (Наличие Тумана) делает график нечетким, слегка размытым (полупрозрачным). При включении опции **Perspective** (Перспектива) появляется возможность указать в соответствующем поле расстояние до наблюдателя.

Вкладка **Quick Plot Data** обсуждалась ранее при построении графиков поверхности без указания диапазона изменения переменных.

Векторные и градиентные поля

Довольно часто для графического представления пространственного распределения физических величин используют понятие векторного поля. Для представления двумерных векторных полей $v=(v_x, v_y$ служит) кнопка на панели **Graph Vector Field Plot** (Поле векторов). При этом векторное поле необходимо вначале определить как вектор-функцию двух координат - x и y . Затем задаются векторы значений узловых точек x и y . При помощи этих векторов компоненты векторного поля $v_x(x,y)$ и $v_y(x,y)$ генерируются в виде матриц значений $v_{x_{i,j}}$ и $v_{y_{i,j}}$ (рис. 3.1.14).

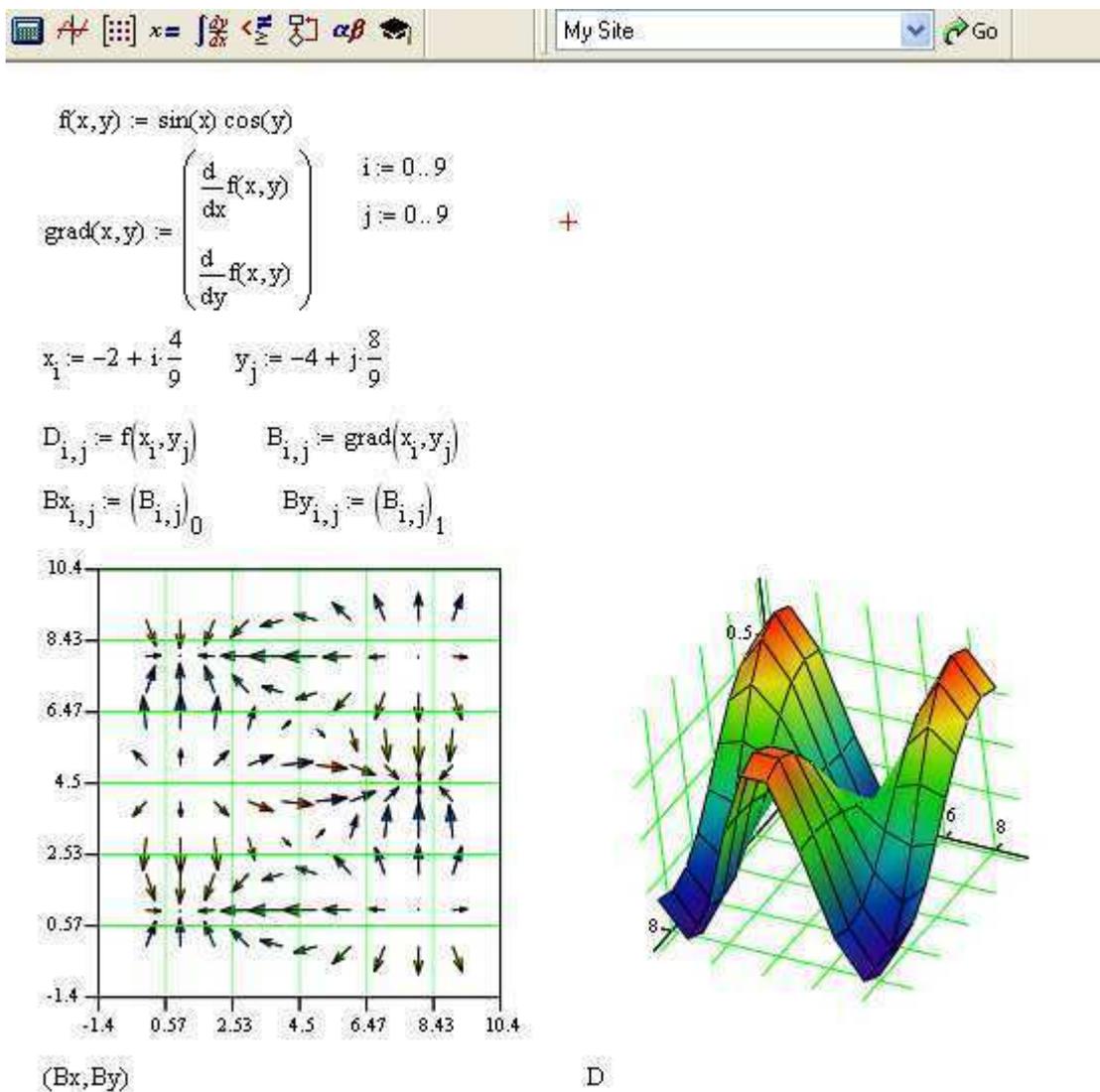


Рис. 3.1.14. Построение векторного поля в указанной области изменения переменных

Как и в остальных случаях, внешний вид изображения векторного поля можно легко изменить, выполнив двойной щелчок в области графика и изменив требуемые опции в открывшемся диалоговом окне **3-D Plot Format**.

3.1.4. Линейная и кубическая сплайн-интерполяция

При проведении ряда научно-технических расчетов часто используются зависимости вида $y(x)$, причем число точек этих зависимостей ограничено. Неизбежно возникает задача получения функций в промежутках между узловыми точками (*интерполяция*) и за их пределами (*экстраполяция*). Эта задача решается аппроксимацией исходной зависимости, т. е. ее подменой какой-либо достаточно простой функцией. Система MathCAD предоставляет возможность аппроксимации двух типов: кусочно-линейной и сплайновой.

Для построения интерполяции-экстраполяции в MathCAD имеется несколько встроенных функций, позволяющих "соединить" точки выборки данных (x_i, y_i) кривой разной степени гладкости. По определению интерполяция означает построение функции $f(x)$, аппроксимирующей зависимость $y(x)$ в промежуточных точках (между x_i). Поэтому интерполяцию еще по-другому называют аппроксимацией. В точках x_i значения интерполяционной функции должны совпадать с исходными данными, т. е. $f(x_i) = y(x_i)$.

При кусочно-линейной интерполяции, или аппроксимации, вычисления дополнительных точек выполняются по линейной зависимости. Графически это означает просто соединение узловых точек отрезками прямых.

Рассмотрим пример (рис. 3.1.15). Следует обратить внимание, что функция $f(t)$ на графике имеет аргумент t , а не x . Это означает, что функция $f(t)$ вычисляется не только при значениях аргумента (т. е. в десяти точках), а при гораздо большем числе аргументов в интервале $(0,9)$, что автоматически обеспечивает MathCAD. Просто в данном случае эти различия незаметны, т. к. при обычном построении графика функции $f(x)$ от векторного аргумента x MathCAD по умолчанию соединяет точки графика прямыми линиями (т. е. скрытым образом осуществляет их линейную интерполяцию).

```
x := (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)T
y := (4.1 2.4 3.0 4.3 3.6 5.2 5.9 6.1 6.8 7.2)T
```

```
f(t) := linterp(x,y,t)
```

Элементы вектора x должны быть определены в порядке возрастания, т. е. $X_1 < X_2 < X_3 < \dots < X_N$.

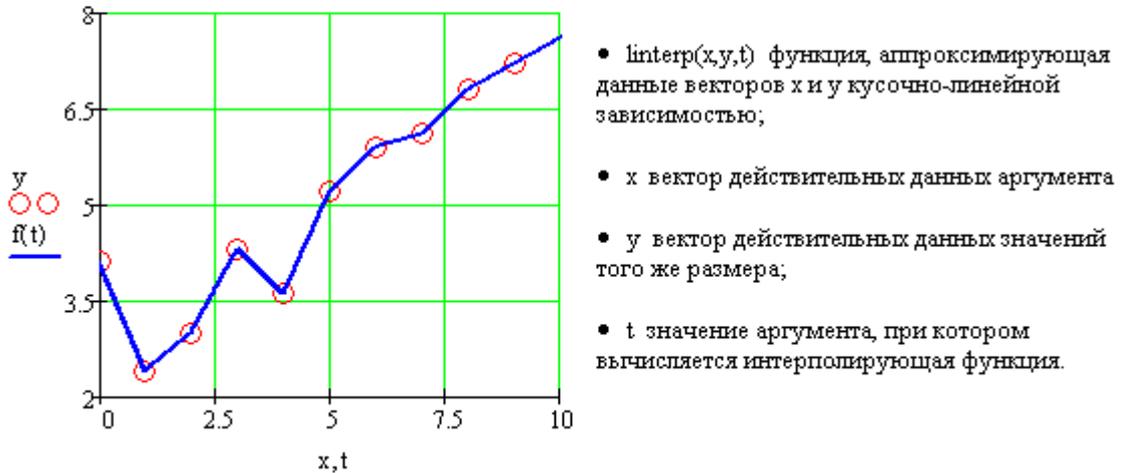


Рис. 3.1.15. Пример линейной интерполяции

При небольшом числе узловых точек (менее 10) линейная интерполяция оказывается довольно грубой.

В большинстве практических приложений желательно соединить экспериментальные точки не ломаной линией, а гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция кубическими сплайнами, т. е. отрезками кубических парабол. Рассмотрим пример (рисунок 3.1.16):

Сплайн-интерполяция в MathCAD реализована чуть сложнее линейной. Перед применением функции `interp` необходимо предварительно определить первый из ее аргументов — векторную переменную `ws`. Делается это при помощи одной из трех встроенных функций тех же аргументов (x, y - векторов данных.):

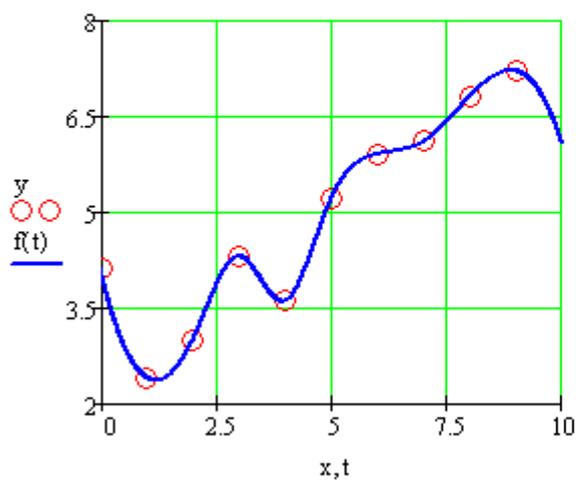
- **ispline** (x, y) — вектор значений коэффициентов линейного сплайна;
- **pspline**(x,y) — вектор значений коэффициентов квадратичного сплайна;
- **cspline** (x, y) — вектор значений коэффициентов кубического сплайна.

Выбор конкретной функции сплайновых коэффициентов влияет на интерполяцию вблизи конечных точек интервала.

```

x := (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)T
y := (4.1 2.4 3.0 4.3 3.6 5.2 5.9 6.1 6.8 7.2)T
ws := cspline(x,y)
f(t) := interp(ws,x,y,t)

```



- $\text{interp}(x,y,t)$ функция, аппроксимирующая данные векторов x и y кубическими сплайнами;
- ws вектор вторых производных, созданный одной из сопутствующих функций $cspline$, $rspline$ или $lspline$;
- x вектор действительных данных аргумента элементы которого расположены в порядке возрастания;
- y вектор действительных данных значений того же размера;
- t значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

Рис. 3.1.16. Пример кубической сплайн-интерполяции

3.1.5. Символьные вычисления. Решение уравнений

Нередко при проведении инженерных расчетов требуется решать различные уравнения, в том числе и системы уравнений. Пакет MathCAD позволяет решать подобные задачи с помощью встроенного символьного процессора.

Символьный процессор Mathcad умеет выполнять основные алгебраические преобразования, такие как упрощение выражений, разложение их на множители, символьное суммирование и перемножение.

Как и ранее описанные численные вычисления, символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух различных вариантах (рисунок 3.1.17):

- с помощью команд меню **Symbolics**;
- с помощью оператора символьного вывода \rightarrow , ключевых слов символьного процессора и обычных формул, находящихся на наборной панели **Symbolic**

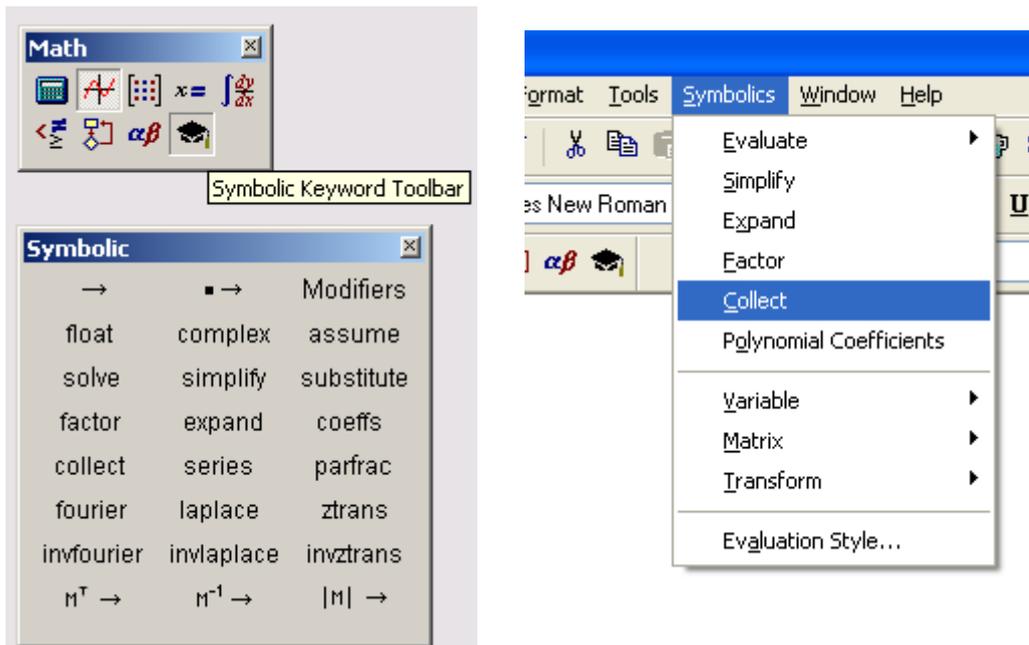


Рис. 3.1.17. Панель Symbolic и меню Symbolics

Применение оператора символьного вывода \rightarrow рассматривалось ранее при вычислении значений функций и переменных в разделе 1. Ее можно вызвать нажатием клавиш **Ctrl+.** (точка) или вызовом из палитры математических символов (для ввода отношений и символьных операций). Шаблон этого знака имеет вид $\blacksquare \rightarrow$, где на месте черного прямоугольника вводится подвергаемое символьному преобразованию исходное выражение.

Также помимо простого оператора символьного вывода существует расширенный оператор символьного вывода. Он задается нажатием клавиш **Ctrl+Shift+.** (точка) или выбором из палитры символьных операций. Этот оператор имеет вид $\blacksquare \rightarrow$. В первый шаблон-прямоугольник вводится исходное выражение, а во второй — директивы символьных преобразований. Задаются эти директивы или вводом соответствующих ключевых слов, или из палитры символьных операций.

Панель и меню символьного процессора MathCAD позволяют решать достаточно сложные инженерные задачи по фильтрации сигналов, производить преобразование Лапласа и z-преобразование, однако в курсе «Физические основы получения информации» нет необходимости решать подобные задачи, поэтому работу символьного процессора рассмотрим на несложных примерах (рисунок 3.1.18):



Вычисление производных и интегралов

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2xy}{2+x+y} \right) \rightarrow 2 \cdot \frac{y}{2+x+y} - 2x \cdot \frac{y}{(2+x+y)^2}$$

$$\frac{d^2}{dz^2} (z^2 + z + 6) \rightarrow 2$$

$$\int \sin^y dy \rightarrow \frac{1}{\ln(\sin)} \cdot \sin^y$$

Решение уравнений

$$\frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \quad \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot y \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot y \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot y \\ \left(\frac{1}{2} \right) \cdot y \\ \left(-2^{\frac{1}{2}} \right) \cdot y \end{array} \right)$$



Чтобы решить уравнение требуется:

1. Ввести уравнение (знак "=" вводится при помощи комбинации [Ctrl+=] или с панели **Boolean**).
2. Выделить курсором переменную, относительно которой должно быть решено уравнение.
3. Выбрать команду **Solve** (Вычислить) подменю **Variable** (Переменные) меню **Symbolics** (Символьный).

или

использовать кнопку **Solve** с наборной панели Symbolic

$$\frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot y \\ \left(\frac{1}{2} \right) \cdot y \\ \left(-2^{\frac{1}{2}} \right) \cdot y \end{array} \right) \quad \frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \text{ solve, } y \rightarrow \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot x \end{array} \right)$$

Рис 3.1.18. Работа символьного процессора MathCAD

3.2. Математическое исследование магнитного поля электрического тока обмоток простейшей формы. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований

3.2.1. Цель занятия

Приобретение практических навыков математического моделирования магнитных полей обмоток простейшей формы. Исследование пространственного распределения магнитных полей различных источников. Сравнение результатов математического и физического моделирования.

3.2.2. Программа занятия

3.2.2.1. Знакомство с математическими выражениями, описывающими магнитные поля простых геометрических форм: бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки.

3.2.2.2. Исследование пространственного распределения вдоль одной из осей координат магнитных полей бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки, их сравнительный анализ.

3.2.2.3. Знакомство с математическими выражениями, описывающими магнитное поле магнитного момента.

3.2.2.4. Сравнительный анализ пространственного распределения магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки и магнитного поля магнитного момента. Анализ погрешности замены при математическом моделировании магнитных полей реальных обмоток с электрическим током их магнитными моментами.

3.2.2.5. Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в двухмерной и трехмерной системах координат.

3.2.2.6. Сравнительный анализ результатов математического моделирования магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки с результатами экспериментальных исследований магнитного поля электрического тока с использованием индукционного измерительного преобразователя (Лабораторная работа 2.2).

3.2.3. Краткие сведения из теории

Для реализации многих измерительных преобразований требуется создавать в некоторой области пространства постоянное или переменное магнитное поле. Наибольшее распространение получил источник магнитного поля, представляющий собой обмотку с электрическим током.

При использовании магнитного поля для измерительных преобразований важно знать не только значения напряженности или индукции магнитного поля в некоторой точке пространства в определенный момент времени, но и пространственно-временное распределение этих величин, что дает возможность получать дополнительную информацию об объекте измерения.

В общем случае, для произвольной точки пространства с координатами X, Y, Z (рис. 3.2.1), вектор напряженности магнитного поля обмот-

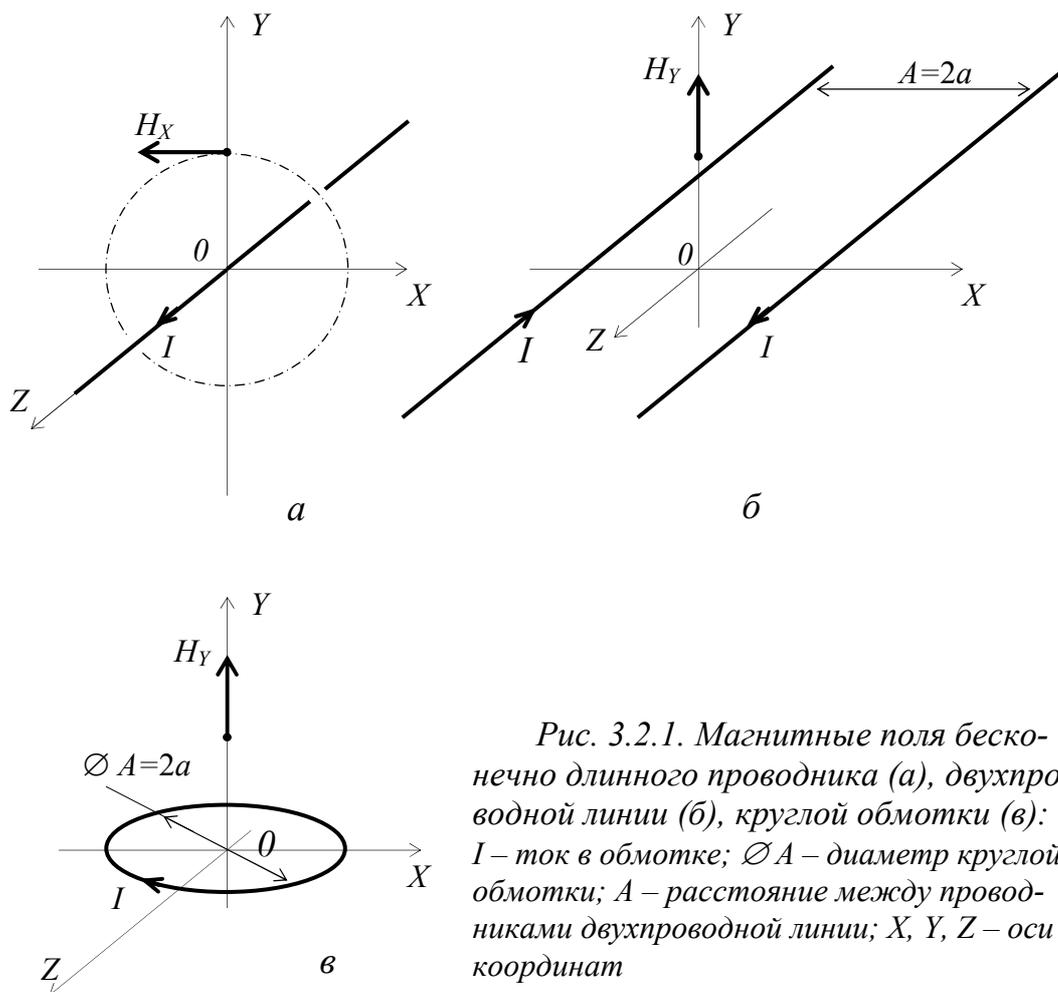


Рис. 3.2.1. Магнитные поля бесконечно длинного проводника (а), двухпроводной линии (б), круглой обмотки (в): I – ток в обмотке; $\varnothing A$ – диаметр круглой обмотки; A – расстояние между проводниками двухпроводной линии; X, Y, Z – оси координат

ки с током имеет три пространственные составляющие $\bar{H}_X, \bar{H}_Y, \bar{H}_Z$, описываемые достаточно сложными и громоздкими уравнениями даже для случаев магнитных полей обмоток простейшей формы. Однако в частных случаях, вдоль некоторых осей, распределение напряженности магнитного поля описывается относительно простыми выражениями, приводимыми ниже.

В случае протекания электрического тока по бесконечно длинному проводнику силовые линии магнитного поля представляют собой концентрические окружности с центром, лежащим на оси проводника (рис. 3.2.1а). Направление вектора \vec{H} совпадает с направлением касательной к силовой линии магнитного поля. На оси OY вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую \vec{H}_x . Модуль вектора напряженности магнитного поля для этого случая описывается выражением:

$$H_x = \frac{I}{2\pi Y}, \quad (3.2.1)$$

где I – сила тока в проводнике; Y – расстояние от оси проводника до точки на оси OY , где определяется напряженность магнитного поля.

В случае двухпроводной линии (рис. 3.2.1б) в точках, лежащих на оси OY , перпендикулярной плоскости проводников и пересекающей эту плоскость на равном удалении от них, вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую \vec{H}_y , направленную по оси OY , а модуль вектора описывается выражением:

$$H_y = \frac{I}{\pi} \frac{a}{a^2 + Y^2}, \quad (3.2.2)$$

где a – половина расстояния между проводниками (рис. 1б).

В случае протекания электрического тока по круглому витку (рис. 3.2.1в) на оси витка, совпадающей с осью OY , вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую \vec{H}_y , направленную по оси OY , а модуль вектора описывается выражением:

$$H_y = \frac{I}{\pi} \frac{a}{a^2 + Y^2}, \quad (3.2.3)$$

здесь a – радиус витка.

Для исключения влияния на значение напряженности магнитного поля тока и числа витков обмотки, возможности сравнения пространственного распределения магнитных полей различных обмоток, возможности сравнения результатов математического и физического моделирования будем определять не абсолютные значения напряженности магнитного поля обмотки, а нормированные относительные значения:

$$h = \frac{H}{H_A}, \quad (3.2.4)$$

где H_A – значение напряженности магнитного поля обмотки в некоторой точке пространства.

В качестве нормирующего значения напряженности H_A удобно использовать ее значение в точке с координатами $X = 0$; $Y = A$; $Z = 0$, где $A = 2a$ – диаметр круглой обмотки или расстояние между проводниками двухпроводной линии. Значение A будем использовать для нормирования значений координат:

$$x = X/A; \quad y = Y/A; \quad z = Z/A. \quad (3.2.5)$$

Подстановкой в (3.2.4) соответствующих выражений (3.2.1), (3.2.2) и (3.2.3) получаем формулы для определения относительных значений напряженностей h_1 , h_2 , h_3 магнитных полей на оси OY соответственно бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии и круглого витка:

$$h_1 = \frac{1}{y}, \quad h_2 = \frac{5}{1+(2y)^2}, \quad h_3 = \frac{5\sqrt{5}}{[1+(2y)^2]^{1.5}}. \quad (3.2.6)$$

Как уже отмечалось ранее, в общем случае, для произвольной точки пространства с координатами X , Y , Z , вектор напряженности магнитного поля обмотки с током имеет три пространственные составляющие $\vec{H}_X, \vec{H}_Y, \vec{H}_Z$, описываемые даже для случаев магнитных полей обмоток простейшей формы достаточно сложными и громоздкими уравнениями. Для удобства математического моделирования магнитных полей источников сложной формы в произвольной области пространства может быть использована замена контура с электрическим током вектором его магнитного момента \vec{M} . Модуль вектора \vec{M} в простейшем случае равен произведению тока I на площадь контура S , а направление совпадает с нормалью к плоскости контура:

$$\vec{M} = I \times \vec{S}. \quad (3.2.7)$$

Здесь следует отметить, что замена контура с током магнитным моментом обеспечивает приемлемую для инженерных расчетов точность определения напряженности магнитного поля только при условии, что расстояние до точки пространства, где определяется напряженность магнитного поля, значительно превышает любой из геометрических размеров этого контура. Другими словами такая замена может быть использована только для расчета магнитных полей локальных (точечных) источников магнитного поля и дает неприемлемо большую погрешность в случае источников, распределенных в обширной области пространства.

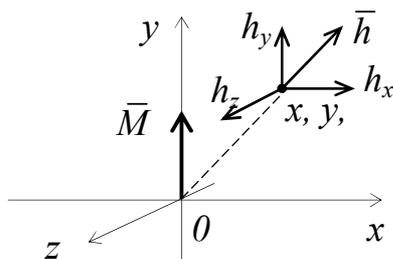


Рис. 3.2.2. Магнитное поле магнитного момента

Относительные значения пространственных составляющих вектора напряженности магнитного поля магнитного момента, расположенного в начале координат и направленного по оси OY , в точке с координатами x, y, z (рис. 3.2.2) описываются относительно простыми выражениями:

$$h_x = \frac{3xy}{2r^5}; \quad h_y = \frac{1}{2r^3} \left(\frac{3y^2}{r^2} - 1 \right); \quad h_z = \frac{3yz}{2r^5}, \quad (3.2.8)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – расстояние от точки, где определяется напряженность магнитного поля, до начала координат.

Для частного случая расположения точки на оси OY ($X = 0; Z = 0$) вектор напряженности магнитного поля магнитного момента имеет только одну пространственную составляющую, направленную по оси OY :

$$h_y = \frac{1}{y^3}. \quad (3.2.9)$$

Как и в предыдущих случаях, в выражении (3.2.9), отражающем координатную зависимость напряженности магнитного поля, использованы относительные значения напряженности магнитного поля и координаты.

3.2.4. Контрольные вопросы

3.2.4.1. От чего зависят модуль и направление вектора напряженности магнитного поля источников рис. 3.2.1 в конкретной точке пространства?

3.2.4.2. Почему относительное значение напряженности магнитного поля не зависит от силы тока и числа витков обмотки с током?

3.2.4.3. Как определить нормирующее значение H_A напряженности магнитного поля источников рис. 3.2.1?

3.2.4.4. Чему равно относительное значение напряженности магнитного поля источников рис. 3.2.1 в точке с координатами $X = 0; Y = A; Z = 0$?

3.2.4.5. От чего зависят модуль и направление вектора напряженности магнитного поля магнитного момента в конкретной точке пространства?

3.2.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

3.2.5.1. Повторите материал учебного пособия, касающийся магнитного поля (разделы 1.1, 1.2. Ознакомьтесь с краткими сведениями из теории, приведенными в настоящем разделе. Ответьте на контрольные вопросы.

3.2.5.2. Исследование пространственного распределения магнитных полей бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки осуществляется вдоль одной из осей координат OY (рис. 3.2.1). В этом случае координатная зависимость относительного значения модуля напряженности магнитного поля соответствующего источника описывается функциями (3.2.6) одной переменной y (относительного значения координаты Y).

Построение графиков координатных зависимостей напряженности магнитных полей бесконечно длинного проводника $h_1(y)$, двухпроводной линии $h_2(y)$, круглой обмотки $h_3(y)$ осуществляется с помощью стандартной опции построения графика функции одной переменной математического редактора MATHCAD. Диапазон изменения y целесообразно выбрать тот же, что и в случае физического моделирования магнитных полей: $y = 0,5 \dots 5,5$, а шаг изменения координаты $\Delta y = 0,05$.

Для удобства сравнения пространственных распределений магнитных полей различных источников рекомендуется осуществить построение всех трех графиков в одной координатной сетке. Ввиду большого диапазона изменения напряженностей магнитных полей целесообразно по оси напряженности (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о характере каждой из построенных зависимостей и результате их сравнения.

3.2.5.3. Ознакомьтесь с математическими выражениями (3.2.8) и (3.2.9), описывающими магнитное поле магнитного момента.

3.2.5.4. Сравнительный анализ пространственного распределения магнитных полей двухпроводной линии, круглой обмотки и магнитного момента осуществляется также как и в предыдущем случае при изменении расстояния от источника магнитного поля вдоль одной из осей координат – OY . Для удобства сравнения графики координатных зависимостей (3.2.8) и (3.2.9) напряженности магнитных полей двухпроводной

линии $h_2(y)$, круглой обмотки $h_3(y)$ и магнитного момента $h_4(y)$ строятся в одной координатной сетке. По аналогии с 3.2.5.2 диапазон и шаг изменения координаты целесообразно выбрать $y = 0,5 \dots 5,5$ и $\Delta y = 0,05$, а по оси напряженностей (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о результате их сравнения.

Для того чтобы результат анализа носил не только качественный, но и строго количественный характер следует оценить погрешности замены при математическом моделировании магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки магнитным полем магнитного момента. Относительные значения погрешности такой замены могут быть найдены следующим образом:

$$\gamma_{24} = \frac{h_4 - h_2}{h_2}; \quad \gamma_{34} = \frac{h_4 - h_3}{h_3}, \quad (3.2.10)$$

где γ_{24} – погрешность замены для двухпроводной линии; γ_{34} – погрешность замены для круглой обмотки.

Для удобства анализа графики зависимостей погрешностей $\gamma_{24}(y)$ и $\gamma_{34}(y)$ строятся в одной координатной сетке. Как и ранее, диапазон и шаг изменения координаты целесообразно выбрать $y = 0,5 \dots 5,5$ и $\Delta y = 0,05$, а по оси погрешности (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о том, какую из обмоток с током и в каком диапазоне изменения y с минимальной погрешностью можно заменить при математическом моделировании магнитным моментом.

3.2.5.5. Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в двухмерной системе координат – плоскости XOY , осуществляется с использованием соотношений (3.2.8). В результате подстановки в эти соотношения $z = 0$ получаем $h_z = 0$ и, следовательно, во всех точках плоскости XOY магнитное поле имеет только две пространственные компоненты:

$$h_x = \frac{3xy}{2(x^2 + y^2)^{2,5}}; \quad h_y = \frac{1}{2(x^2 + y^2)^{1,5}} \left(\frac{3y^2}{x^2 + y^2} - 1 \right). \quad (3.2.11)$$

Для анализа пространственного распределения магнитного поля в плоскости XOY и удобства графического представления координатных зависимостей пространственных составляющих магнитного поля строятся зависимости $h_x(x)$ и $h_y(x)$ при фиксированных значениях координат

ты $y = y_i$. В этом случае целесообразно выбрать диапазон изменения координаты $x = -5 \dots 5,5$ и $\Delta x = 0,05$, а фиксированные значения другой координаты $y_1 = 1$; $y_2 = 1,5$; и $y_3 = 2$. Для большей наглядности целесообразно построить обе зависимости $h_x(x)$ и $h_y(x)$ для одного фиксированного значения y в одной координатной сетке.

Проанализируйте полученные зависимости по следующим критериям: характер зависимостей, наличие экстремумов и нулей функций, значения координат x и y , соответствующих экстремумам и нулям функций.

С использованием имеющейся в математическом редакторе MATHCAD опции построения векторного поля может быть получена картина силовых линий магнитного поля магнитного момента. Для этого требуется сформировать массивы дискретных значений пространственных составляющих напряженности магнитного поля в исследуемой области пространства с дискретностью изменения координат, определяемой координатной сеткой размером 10×10 . Для рекомендуемой для исследования области пространства $x = -5 \dots 5$ и $y = -5 \dots 5$ координаты узлов сетки размером 10×10 описываются выражениями:

$$x_i = i - 5; \quad y_j = j - 5, \quad (3.2.12)$$

где $i = 0, 1, 2 \dots 10$ и $j = 0, 1, 2 \dots 10$.

Для определения пространственных компонент вектора напряженности магнитного поля в точке x_i, y_j целесообразно использовать не сами функции (3.2.11), а модифицированные функции вида:

$$h_x^* = \frac{3xy}{2(x^2 + y^2)}; \quad h_y^* = \frac{1}{2} \left(\frac{3y^2}{x^2 + y^2} - 1 \right), \quad (3.2.13)$$

получаемые умножением функций (3.2.11) на величину $r^3 = \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^3$ – возведенное в третью степень расстояние от рассматриваемой точки до начала координат.

Такое искусственное преобразование требуется по следующей причине. В среде MATHCAD векторное поле представляется совокупностью векторов, начало которых расположено в узлах сетки. Направление вектора определяется соотношением модулей и знаками его пространственных составляющих, а модуль пропорционален модулю результирующего вектора (в нашем случае вектора напряженности магнитного поля). В пределах исследуемой области пространства модуль вектора напряженности магнитного поля изменяется на несколько порядков, что невозможно отобразить графически. При умножении функ-

ций (3.2.11) на величину r^3 кратность изменения модуля вектора радикально уменьшается. При этом направление вектора и соответственно картина силовых линий не искажаются.

В соответствии со сделанными замечаниями находятся дискретные модифицированные значения горизонтальной и вертикальной компонент вектора напряженности магнитного поля:

$$\left(h_x^*\right)_{i,j} = h_x^*(x_i, y_j); \quad \left(h_y^*\right)_{i,j} = h_y^*(x_i, y_j). \quad (3.2.14)$$

А далее для полученных массивов $\{h_x^*\}$ и $\{h_y^*\}$ значений горизонтальных и вертикальных компонент с использованием опции "Векторное поле" в меню "Графики" программы MATHCAD отображается картина магнитного поля (раздел 3.1).

Проанализируйте полученную картину магнитного поля магнитного момента, дайте ей физическое толкование.

Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в трехмерной системе координат осуществляется с использованием соотношений (3.2.8). Для графического представления пространственного распределения составляющих напряженности магнитного поля следует преобразовать функции трех переменных (3.2.8) в функции двух переменных зафиксировав значение одной из координат $y = y_k$ и далее воспользоваться имеющейся в программе MATHCAD опцией построения графика функции двух переменных x и y .

Как и в случае построения векторного поля для построения функции двух переменных требуется сформировать массивы дискретных значений пространственных составляющих напряженности магнитного поля в исследуемой области пространства с дискретностью изменения координат, определяемой координатной сеткой размером 20×20 . Для рекомендуемой для исследования области пространства $x = -2 \dots 2$ и $z = -2 \dots 2$ при $y_k = 1,5$ координаты узлов сетки размером 20×20 описываются выражениями:

$$x_i = i - 10/5; \quad z_j = j - 10/5, \quad (3.2.15)$$

где $i = 0, 1, 2 \dots 20$ и $j = 0, 1, 2 \dots 20$.

Далее с использованием выражений (3.2.8) задаются массивы значений одной из горизонтальных составляющих $\{h_x\}$, вертикальной составляющей $\{h_y\}$ и модуля результирующей горизонтальной составляющей $\{h_g\}$ вектора напряженности магнитного поля:

$$\begin{aligned} (h_x)_{i,j,k} &= h_x(x_i, z_j, y_k); & (h_y)_{i,j,k} &= h_y(x_i, z_j, y_k) \\ (h_g)_{i,j,k} &= \sqrt{h_x(x_i, z_j, y_k)^2 + h_z(x_i, z_j, y_k)^2} \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

А далее для полученных массивов $\{h_x\}$, $\{h_y\}$ и $\{h_g\}$ с использованием опции "График поверхности" в меню "Графики" программы MATHCAD строятся координатные зависимости пространственных компонент магнитного поля (раздел 3.1).

Проанализируйте полученную картину магнитного поля магнитного момента, дайте ей физическое толкование.

3.2.5.6. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений.

Для сравнительного анализа результатов математического и экспериментального исследований пространственного распределения магнитных полей вдоль оси координат OY вводятся матрицы значений координаты $\{y\}$ и соответствующие им экспериментальные значения напряженности магнитного поля прямоугольной $\{h_{2e}\}$ и круглой $\{h_{3e}\}$ обмоток. Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 3.1) задаются функциональные зависимости $h_{2e}(y)$ и $h_{3e}(y)$ напряженности магнитных полей прямоугольной и круглой обмоток от координаты y . Полученные зависимости строятся в одной координатной сетке с рассмотренными ранее теоретическими зависимостями $h_2(y)$ и $h_3(y)$ напряженности магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмоток от координаты y .

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

Аналогичным образом осуществляется сравнительный анализ полученных экспериментально зависимостей $h_{xe}(x)$ и $h_{ye}(x)$ пространственных составляющих напряженности магнитного поля круглой обмотки от координаты x при фиксированных значениях координаты y с аналогичными расчетными зависимостями $h_x(x)$ и $h_y(x)$ для магнитного поля магнитного момента.

3.3. Решение обратной задачи определения расстояния до источника магнитного поля по результатам анализа топографии этого поля. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований

1.3.1. Цель занятия

Иллюстрация возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения характеристик этого поля в фиксированных точках пространства, а также путем исследования его пространственного распределения. Сравнение результатов математического и физического моделирования.

1.3.2. Программа занятия

1.3.2.1. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в одной точке пространства.

1.3.2.2. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в двух точках пространства.

1.3.2.3. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем исследования координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля.

1.3.2.4. Сравнительный анализ полученных теоретически и экспериментально (Лабораторная работа № 1) уравнений преобразования расстояния между характерными точками координатных зависимостей пространственных составляющих напряженности магнитного поля в расстояние до источника магнитного поля.

1.3.3. Краткие сведения из теории

В ходе выполнения практического занятия 1.2 и лабораторной работы 2.1 было показано, что модуль и направление вектора напряженности магнитного поля любого источника в некоторой точке пространства зависят от координат этой точки. Это может быть использовано для решения целого ряда измерительных задач (выполнения конкретных измерительных преобразований). В качестве примера может быть рассмотрена задача определения расстояния до источника магнитного поля. На практике такая задача решается при необходимости определения координат в пространстве электропроводящего объекта, определения глубины залегания и местоположения электрического кабеля либо трубопровода. Во всех случаях объект, местоположение которого определяется, является источником магнитного поля. Это достигается либо

пропуская электрический ток через объект за счет включения его в электрическую цепь, содержащую источник постоянного либо переменного тока, либо за счет возбуждения в объекте вихревых (индукционных) токов расположенной вблизи объекта обмоткой возбуждения переменного магнитного поля.

В качестве реального примера рассмотрим задачу определения глубины залегания металлического трубопровода.

Будем считать, что трубопровод является источником магнитного поля, пространственное распределение которого близко пространственному распределению магнитного поля магнитного момента \bar{M} . На рис.

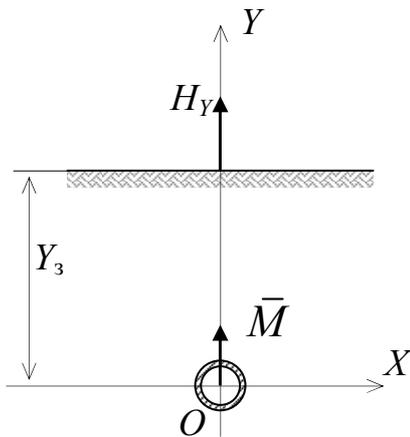


Рис. 3.3.1. Определение глубины залегания трубопровода путем измерения напряженности магнитного поля в одной точке пространства

3.3.1 показано поперечное сечение трубопровода, магнитный момент которого направлен вертикально по оси OY . Начало координат расположено на продольной оси трубопровода. В этом случае напряженность магнитного поля в точках пространства, лежащих на оси OY описывается выражением:

$$H_Y = \frac{M}{2\pi Y^3}. \quad (3.3.1)$$

Наиболее простой способ определения глубины залегания трубопровода Y_3 заключается в измерении напряженности магнитного поля H_{Y_3} на поверхности земли непосредственно над трубопроводом. Искомая величина Y_3 может быть легко найдена из выражения (3.1):

$$Y_3 = \left(\frac{M}{2\pi H_{Y_3}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.3.2)$$

Недостатками этого способа являются высокая степень нелинейности преобразования, но главным образом то, что в уравнение преобразования (3.3.2) входит величина M , значение которой в большинстве практических случаев невозможно найти ни путем измерения, ни расчетным путем.

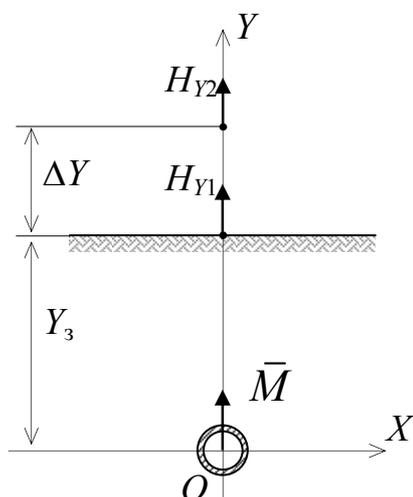


Рис. 3.3.2. Определение глубины залегания трубопровода путем измерения напряженности магнитного поля в двух точках пространства

От последнего недостатка свободен способ определения глубины залегания, основанный на измерении напряженности магнитного поля в двух точках пространства, лежащих на оси OY (рис. 3.3.2). Первая из этих точек расположена на поверхности земли, а вторая на высоте ΔY над поверхностью. В соответствии с (1.3.1) могут быть записаны выражения, определяющие напряженность магнитного поля в первой и второй точках:

$$H(Y_1) = \frac{M}{2\pi Y_3^3}; \quad H(Y_2) = \frac{M}{2\pi (Y_3 + \Delta Y)^3}. \quad (3.3.3)$$

Нетрудно заметить, что отношение значений напряженности магнитного поля

$$\eta = \frac{H(Y_1)}{H(Y_2)} = \left(\frac{Y_3 + \Delta Y}{Y_3} \right)^3 \quad (3.3.4)$$

не зависит от модуля магнитного момента.

Решая данную систему уравнение относительно Y_3 получаем:

$$Y_3 = \frac{\Delta Y}{\eta^{\frac{1}{3}} - 1}. \quad (3.3.5)$$

Недостатком данного способа определения глубины залегания является высокая степень нелинейности преобразования, что обуславливает, в свою очередь, низкую точность преобразования при больших значениях глубины. Кроме того, оба описанных способа имеют также существенный недостаток, заключающийся в том, что получение достоверной информации о глубине возможно только при условии, если априорно известно точное местоположение продольной оси трубопровода (значение координаты X).

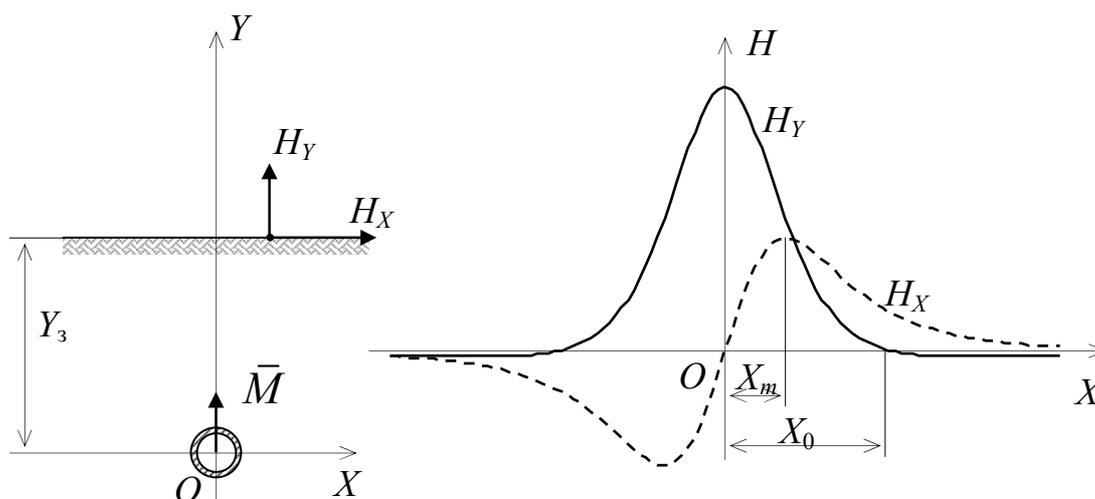


Рис. 3.3.3. Определение глубины залегания трубопровода путем исследования координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля

Третий из исследуемых способов определения глубины залегания, позволяющий также определять местоположение продольной оси трубопровода, заключается в нахождении местоположения характерных точек координатных зависимостей пространственных компонент вектора напряженности магнитного поля.

Горизонтальная H_X и вертикальная H_Y компоненты вектора напряженности магнитного поля магнитного момента в плоскости XOY (рис. 3.3.3) описываются следующими выражениями:

$$H_X = \frac{3XY}{4\pi(X^2 + Y^2)^{2,5}}M; \quad H_Y = \frac{1}{4\pi(X^2 + Y^2)^{1,5}} \left(\frac{3Y^2}{X^2 + Y^2} - 1 \right)M. \quad (3.3.6)$$

На рис. 3.3.3 показан примерный вид координатных зависимостей $H_X(X)$ и $H_Y(X)$ для некоторого значения Y . Как было установле-

но при выполнении практического занятия 3.2 и лабораторной работы 2.1, значение $X = X_0$, при котором функция $H_Y(X)$ равна нулю, и значение $X = X_m$, при котором функция $H_X(X)$ принимает экстремальные значения, являются функциями координаты Y , а соответственно координата Y может быть найдена, если известны значения X_0 или X_m .

Зависимость $Y(X_0)$ может быть получена путем приравнивания $H_Y = 0$ в выражении (3.3.5) и решения уравнения

$$\frac{1}{4\pi(X^2 + Y^2)^{1,5}} \left(\frac{3Y^2}{X^2 + Y^2} - 1 \right) M = 0 \quad (3.3.7)$$

относительно Y .

Зависимость $Y(X_m)$ может быть получена путем приравнивания $\frac{dH_X}{dX} = 0$, что является условием экстремума функции H_X в выражении (3.3.5) и решения уравнения

$$\frac{d}{dX} \left[\frac{3XY}{4\pi(X^2 + Y^2)^{2,5}} M \right] = 0 \quad (3.3.8)$$

относительно Y .

Таким образом, могут быть получены необходимые для определения глубины залегания уравнения преобразования:

$$Y_3 = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} X_0; \quad Y_3 = \pm 2 X_m. \quad (3.3.9)$$

Методика определения глубины залегания и местоположения оси трубопровода с использованием последнего способа заключается в следующем. Непосредственно по поверхности земли производится перемещение преобразователя магнитного поля в электрический сигнал (например, индукционного преобразователя) в направлении перпендикулярном продольной оси трубопровода. На поверхности земли отмечается местоположение характерных точек координатных зависимостей $H_X(X)$ и $H_Y(X)$. Глубина залегания находится с использованием соотношений (3.3.9), а местоположение продольной оси трубопровода определяется либо по местоположению на горизонтальной оси максимума функции $H_Y(X)$, либо по местоположению нуля функции $H_X(X)$.

3.3.4. Контрольные вопросы

3.3.4.1. Каков характер изменения напряженности магнитного поля магнитного момента при увеличении расстояния от магнитного момента в направлении его вектора?

3.3.4.2. Каков характер зависимости функции преобразования при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в одной точке, от модуля магнитного момента?

3.3.4.3. Каким образом может быть определено значение модуля магнитного момента источника магнитного поля?

3.3.4.4. Каков характер зависимости функции преобразования при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в двух точках пространства от расстояния между этими точками?

3.3.4.5. Почему при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в двух точках пространства, результат преобразования значений напряженности в значение глубины не зависит от модуля магнитного момента?

3.3.4.6. Почему местоположение характерных точек функций координаты $H_x(X)$ и $H_y(X)$ не зависит от модуля магнитного момента?

3.3.4.7. Зависят ли результаты определения глубины залегания при использовании трех описанных способов от направления вектора магнитного момента?

3.3.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

3.3.5.1. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в одной точке пространства, прежде всего, следует построить график зависимости $H_y(Y)$ напряженности магнитного поля от глубины залегания источника поля, описываемой выражением (3.3.1). При этом значение модуля магнитного момента целесообразно выбрать равным $M = 1 \text{ А} \times \text{м}^2$, диапазон изменения $Y = (0,5 \dots 2) \text{ м}$, а шаг изменения координаты равным $0,05 \text{ м}$. Постройте также график используемой для определения координаты Y обратной зависимости $Y(H_y)$. Проанализируйте характер построенных зависимостей.

Степень нелинейности функции преобразования глубины залегания в напряженность магнитного поля исследуемым способом может быть

оценена путем определения первой производной функции $H_Y(Y)$ по величине Y :

$$S(Y) = \frac{dH_Y(Y)}{dY}. \quad (3.3.10)$$

Постройте и проанализируйте зависимость $S(Y)$. При этом целесообразно использовать тот же диапазон и шаг изменения Y , что и в предыдущем случае.

Нелинейность функции преобразования в определенном интервале изменения Y от Y_1 до Y_2 может быть оценена путем определения погрешности замены функции $H_Y(Y)$ линейной зависимостью $H_n(Y)$, описываемой уравнением прямой, проходящей через точки на кривой $H_Y(Y)$, соответствующие границам интервала Y_1 и Y_2 (рис. 3.3.4).

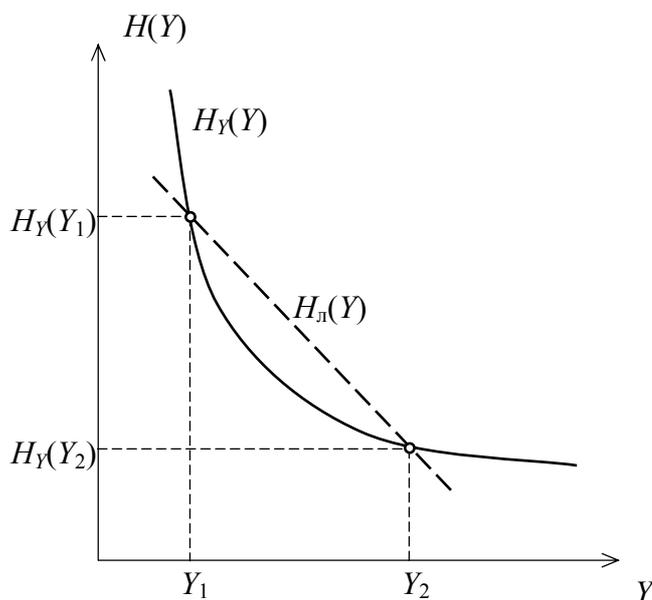


Рис. 3.3.4. Линейная аппроксимация функции преобразования $H_Y(Y)$

Уравнение прямой, проходящей через две точки, описывается известным выражением:

$$H_n(Y) = \frac{H(Y_2) - H(Y_1)}{Y_2 - Y_1}(Y - Y_1) + H(Y_1). \quad (3.3.11)$$

Относительная погрешность $\gamma(Y)$ замены функции $H_Y(Y)$ ее линейной аппроксимацией $H_n(Y)$ находится следующим образом:

$$\gamma(Y) = \frac{H_n(Y) - H_Y(Y)}{H_Y(Y)}. \quad (3.3.12)$$

Постройте зависимости $H_Y(Y)$, $H_n(Y)$, $\gamma(Y)$ в интервале изменения от $Y_1 = 0,6$ м до $Y_2 = 0,8$ м с шагом изменения координаты Y равным $0,01$ м (первые две зависимости целесообразно построить в одних координатных осях). Проанализируйте построенные зависимости.

3.3.5.2. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в двух точках пространства следует построить график зависимости $\eta(Y)$ отношения значений напряженности магнитного поля в этих точках от глубины залегания источника поля, описываемой выражением (3.3.4). С целью анализа влияния на результат преобразования расстояния между точками ΔY в выражение (3.3.4) подставляются два значения этого расстояния $0,5$ м и 1 м. При этом целесообразно использовать диапазон изменения $Y = (0,5 \dots 2)$ м с шагом изменения координаты $0,05$ м. Постройте также график используемой для определения координаты Y обратной зависимости $Y(\eta)$.

Проанализируйте характер построенных зависимостей, обращая внимание на влияние расстояния ΔY .

По аналогии с предыдущим разделом проанализируйте степень нелинейности функции преобразования $\eta(Y)$, построив зависимости первой производной функции $\eta(Y)$ от глубины залегания Y , а также оцените погрешность замены функции $\eta(Y)$ в ограниченном интервале изменения глубины от $Y_1 = 0,6$ м до $Y_2 = 0,8$ м линейной зависимостью $\eta_n(Y)$. Указанные зависимости строятся при используемых ранее двух значениях расстояния ΔY $0,5$ м и 1 м.

3.3.5.3. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем определения местоположения в пространстве характерных точек координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля с использованием программы МАТНСАД решите уравнения (3.3.7) и (3.3.8) относительно величины Y . Используя полученные решения, постройте графики зависимостей $Y(X_m)$ и $Y(X_0)$ глубины залегания от горизонтальных координат X_m местоположения экстремумов координатной зависимости $H_X(X)$ горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля и X_0 местоположения нулей координатной зависимости $H_Y(X)$ вертикальной составляющей напряженности магнитного поля. Сформулируйте выводы по полученным результатам.

3.3.5.4. Для сравнительного анализа полученных в предыдущем разделе работы теоретически и при выполнении лабораторной работы

2.1 экспериментально уравнений преобразования расстояния между характерными точками координатных зависимостей пространственных составляющих напряженности магнитного поля в расстояние до источника магнитного поля постройте графики теоретических и экспериментальных зависимостей

Результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Таким образом, должны быть заданы матрицы значений координат $\{X\}$ и $\{Y\}$. Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 3.1) задаются полученные экспериментально функциональные зависимости $Y_e(X_m)$ и $Y_e(X_0)$. Графики полученных зависимостей строятся в одной координатной сетке с рассмотренными ранее теоретическими зависимостями $Y(X_m)$ и $Y(X_0)$.

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

3.4. Математическое исследование распределения электрических потенциалов на поверхности пластины с электрическим током. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований

3.4.1. Цель занятия

Знакомство с физическими основами электропотенциального преобразования. Исследование уравнения преобразования для случая пропускания постоянного электрического тока через электропроводящую пластину малой толщины. Сравнение результатов математического и физического моделирования. Оценка влияния краевого эффекта.

3.4.2. Программа занятия

3.4.2.1. Знакомство с математическими выражениями, описывающими зависимость разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от свойств пластины.

3.4.2.2. Исследование зависимости разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от расстояния между потенциальными электродами при фиксированном расстоянии между токовыми электродами.

3.4.2.3. Сравнительный анализ результатов математического и физического моделирования, полученных при выполнении предыдущего пункта программы и лабораторной работы 2.3.

3.4.3. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

3.4.3.1. Повторите материал учебного пособия, касающийся электропотенциального измерительного преобразования (раздел 1.4). Ответьте на контрольные вопросы.

Используя выражение (3.4.3) постройте графики зависимости разности потенциалов от толщины пластины $U(t)$ при фиксированных значениях силы тока $I = 3 \text{ А}$; удельной электрической проводимости $\sigma = 7,5 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$; расстояния между токовым и потенциальным электродом $a = 10^{-2} \text{ м}$ и трех значениях расстояния между потенциальными электродами $b_1 = a$; $b_2 = 2a$; $b_3 = 4a$. Диапазон изменения толщины целесообразно выбрать $t = (0,1 \cdot 10^{-3} \dots 1 \cdot 10^{-3}) \text{ м}$ с шагом изменения $0,01 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Используя выражение (3.4.3) постройте графики зависимости разности потенциалов от удельной электрической проводимости пластины $U(\sigma)$ при фиксированных значениях силы тока $I = 3 \text{ А}$; толщины пластины $t = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; расстояния между токовым и потенциальным электродом $a = 10^{-2} \text{ м}$ и трех значениях расстояния между потенциальными электродами $b_1 = a$; $b_2 = 2a$; $b_3 = 4a$. Диапазон изменения удельной электрической проводимости в этом случае целесообразно выбрать $\sigma = (1 \cdot 10^6 \dots 10 \cdot 10^6) \frac{\text{См}}{\text{м}}$ с шагом изменения $0,1 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$.

Проанализируйте построенные графики. Дайте им физическое толкование.

3.4.5.2. Аналитическое исследование зависимости разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от расстояния между потенциальными электродами при фиксированном расстоянии между токовыми электродами осуществляется при тех же геометрических и электрических параметрах, что и в случае физического моделирования, осуществляемого при выполнении лабораторной работы 2.2 (рис. 3.4.3).

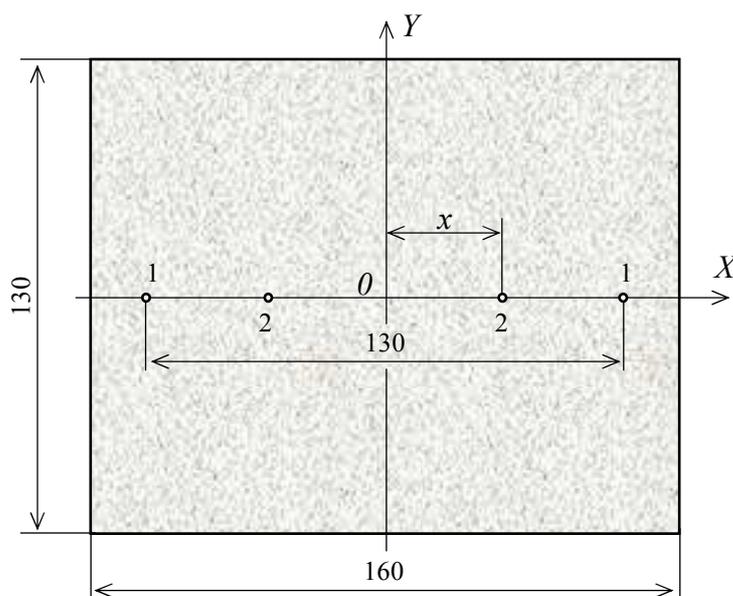


Рис. 3.4.3. Объект исследования: толщина $t = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м; удельная электрическая проводимость $\sigma = 7,5 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$; сила тока $I = 3$ А; 1-1 – токовые электроды; 2-2 – потенциальные электроды

Нетрудно заметить, что в используемой на рис. 3.4.3 системе координат расстояние между потенциальными электродами $a = 2x$, а расстояние между потенциальным и токовым электродом $b = 65 \cdot 10^{-3} - x$. Поскольку линия нулевого электрического потенциала совпадает с осью OY , то разность потенциалов (напряжение) между потенциальными электродами равно удвоенному потенциалу одного из электродов: $U = 2 \varphi_2$. Соответственно $\varphi_2 = \frac{1}{2}U$.

В результате несложных преобразований (3.4.3) с учетом приведенных выше соотношений получаем выражение, описывающее зависимость потенциала точек пластины, лежащих на оси OX , от координаты x :

$$\varphi(x) = \frac{I}{2\pi\sigma t} \ln\left(\frac{65 \cdot 10^{-3} + x}{65 \cdot 10^{-3} - x}\right). \quad (3.4.4)$$

Постройте график распределения потенциала $\varphi(x)$ вдоль оси OX , а также графики распределения значений напряженности электрического

поля $E(x) = -\frac{d\varphi(x)}{dx}$ и плотности электрического тока $J(x) = \sigma E(x)$. Все графики строятся для диапазона изменения $x = (-60 \cdot 10^{-3} \dots 60 \cdot 10^{-3})$ м с шагом изменения $0,1 \cdot 10^{-3}$ м.

Проанализируйте полученные зависимости. Дайте им физическое толкование.

3.4.5.3. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования, полученных при выполнении предыдущего пункта программы и лабораторной работы 2.2 результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATHCAD в формате матриц значений координаты $\{X\}$ и потенциала $\{\Phi\}$ с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 1.1) задается полученная экспериментально функциональная зависимость $\varphi_e(x)$ электрического потенциала на оси OX от координаты x . График полученной зависимости строится в одной координатной сетке с рассмотренной ранее теоретической зависимостью $\varphi(x)$.

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений, обусловленное влиянием краевого эффекта. Подберите поправочный множитель, позволяющий при подстановке его в выражение (3.4.3) использовать это выражение для случая пластины ограниченных размеров.

3.5. Представление функциональных зависимостей физических величин с помощью годографов. Годографы вносимого напряжения вихретокового преобразователя. Сравнение результатов математического и экспериментального исследований

3.5.1. Цель занятия

Знакомство с физическими основами измерительного преобразования в поле вихревых токов. Знакомство со способом представления результатов измерительного преобразования с помощью годографов и приобретение навыков их практического использования для исследования измерительных преобразований.

3.5.2. Программа занятия

3.5.2.1. Знакомство с физическими основами измерительных преобразований в поле вихревых токов, основными терминами и определениями.

3.5.2.2. Знакомство с годографами вносимого напряжения вихретокового преобразователя с различными электропроводящими объектами.

3.5.2.3. Построение с использованием годографов вносимого напряжения вихретокового преобразователя зависимостей параметров вносимого напряжения вихретокового преобразователя от основных влияющих параметров электропроводящего объекта.

3.5.2.4. Построение с использованием полученных при выполнении лабораторной работы экспериментальных результатов годографов вносимого напряжения вихретокового преобразователя от изменения влияющих параметров электропроводящего объекта. Сравнительный анализ результатов математического и физического моделирования.

3.5.3. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

3.5.3.1. Повторите материал учебного пособия [1], касающийся измерительных преобразований в полях вихревых токов (раздел 5 "Измерительные преобразования в полях вихревых токов"). Ознакомьтесь с краткими сведениями из теории, приведенными в настоящем пособии. Ответьте на контрольные вопросы.

3.5.3.2. Ознакомьтесь с годографами относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя для различных вариантов взаимодействия вихретокового преобразователя с электропроводящими объектами (рис. 1.12 ÷ 1.17).

3.5.3. Для определения амплитуды и фазы относительного напряжения вихретокового преобразователя, прежде всего определяется значение обобщенного параметра β , соответствующее заданным параметрам объекта и преобразователя (частоты тока возбуждения, удельной электрической проводимости материала, радиуса обмотки возбуждения либо поперечного сечения объекта). Далее для полученного значения обобщенного параметра и заданных значений влияющих параметров (зазора, магнитной проницаемости, толщины, коэффициента заполнения, параметров дефекта) находят соответствующую точку на комплексной плоскости с координатами равными действительной $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и мнимой $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ составляющим относительного вносимого напряжения. Амплитуду и фазу относительного вносимого напряжения определяют с использованием выражений (1.30).

Для определения зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от какого-либо влияющего параметра с использованием годографов находят значения действительной $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и мнимой $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ составляющих относительного вносимого напряжения, соответствующих отмеченным на соответствующем годографе точкам. Значения влияющего параметра и соответствующие им значения $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ вводятся в программу MATHCAD в виде матриц, имеющих один столбец и число строк равное числу дискретных значений влияющего параметра. С использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 3.1 настоящего пособия) массивы дискретных значений влияющего параметра и комплексных составляющих относительного вносимого напряжения преобразуются в непрерывные функциональные зависимости величин $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от влияющего параметра. Далее строятся графики зависимостей комплексных составляющих $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$, а также амплитуды и фазы $\dot{U}_{\text{м}}^*$ и φ относительного вносимого напряжения от влияющего параметра.

Проанализируйте полученные зависимости. Дайте им физическое толкование. Сформулируйте выводы.

3.5.4. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования вихретокового преобразования результаты экспериментальных исследований вводятся в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Для построения экспериментального годографа от изменения какого-либо влияющего параметра вводятся матрицы значений этого параметра, а также соответствующих им значений комплексных составляющих $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$. По аналогии с предыдущим разделом занятия массивы дискретных значений влияющей и измеряемых величин с помощью операции интерполяции преобразуются в непрерывные функциональные зависимости величин $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ и $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ от влияющего параметра. Далее с использованием опции программы MATHCAD построения графика функции одной переменной строятся экспериментальные годографы относительного вносимого напряжения от изменения влияющего параметра (величина $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ откладывается по горизонтальной оси, а величина $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ – по вертикальной).

Проанализируйте полученные экспериментальные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

3.6. Моделирование измерительных преобразований с помощью прикладных компьютерных программ

3.6.1. Цель занятия

Приобретение опыта использования для математического моделирования измерительных преобразований прикладных компьютерных программ.

3.6.2. Программа занятия

3.6.2.1. Знакомство с прикладной компьютерной программой LW Version 1.0 моделирования измерительных преобразований в поле вихревых токов.

3.6.2.2. Использование программы LW Version 1.0 для определения местоположения на комплексной плоскости проходного вихретокового преобразователя с немагнитным цилиндром местоположения конца вектора относительного вносимого напряжения при заданных значениях параметров цилиндра и частоты магнитного поля.

3.6.2.3. Определение с использованием программы LW Version 1.0 годографа относительного вносимого напряжения от изменения одного из влияющих параметров в заданном диапазоне.

3.6.2.4. Определение с использованием программы LW Version 1.0 области изменения относительного вносимого напряжения от изменения двух влияющих параметров в заданных пределах.

3.6.2.5. Построение с использованием программы LW Version 1.0 графиков зависимостей амплитуды, фазы, действительной и мнимой составляющих относительного вносимого напряжения от изменения заданного влияющего параметра.

3.6.2.6. Определение с использованием программы LW Version 1.0 на комплексной плоскости вихретокового преобразователя направления отстройки от влияния одного из влияющих параметров.

3.6.3. О программе LW Version 1.0

3.6.3.1. Введение

В курсе "Физические основы получения информации" для закрепления теоретических знаний используются лабораторные работы. Основная их цель – физическое моделирование измерительных преобразований в различных физических полях, анализ результатов этих преобразований с точки зрения применимости для решения конкретных измерительных задач, анализ адекватности теоретических моделей экспериментальным данным, приобретение навыков самостоятельного проведения физических экспериментов. Физическое моделирование позволя-

ет путем изменения параметров объекта исследовать их влияние на результат измерительного преобразования. Однако диапазон изменения параметров объекта и варианты взаимодействия физических полей с объектом ограничены. Кроме того, в некоторых случаях недостаточная наглядность результатов мешает лучшему пониманию сути эксперимента.

Применение математического моделирования с использованием ЭВМ в дополнение к физическому моделированию позволяет лучше усвоить теоретический материал и обойти указанные ограничения. Для углубленного изучения измерительных преобразований в полях вихревых токов требуется исследовать большой набор вариантов взаимодействий. При этом требуется изменение частоты тока возбуждения в диапазоне от единиц Гц до десятков МГц, удельной электрической проводимости от долей МСм/м до десятков МСм/м, относительной магнитной проницаемости от единиц до нескольких тысяч при всевозможных сочетаниях формы и размеров обмоток ВТП и объектов контроля. Понятно, что физическая реализация данных требований практически неосуществима ни с технической, ни со стоимостной точек зрения. Моделируя работу вихретокового преобразователя на ЭВМ можно изменять значения параметров объекта в любых пределах и представлять результаты в наиболее наглядном виде.

Для математического моделирования измерительных преобразований в полях вихревых токов требуется использование решений уравнений Максвелла для случая взаимодействия переменного магнитного поля ВТП с различными электропроводящими объектами. Имеющиеся решения получены с использованием достаточно сложного математического аппарата и представлены в справочной литературе громоздкими формулами, применение которых требует высокой математической квалификации пользователя и существенных временных затрат. Данные недостатки могут быть устранены использованием для математического моделирования специальных прикладных компьютерных программ, не требующих от пользователя специальных знаний. Одна из таких программ была разработана на кафедре ИИТ на основе языка программирования Visual C⁺⁺ и использована в данной работе.

3.6.3.2. Основные сведения для пользования программой

Для исследования измерительных преобразований используется специальная программа, моделирующая взаимодействие переменного магнитного поля проходного ВТП с немагнитным проводящим цилиндром.

Программа позволяет:

- по значениям параметров цилиндра и тока возбуждения получить комплексное значение вносимого напряжения и отобразить ее в виде точки на комплексной плоскости;
- построить годограф изменения вносимого напряжения при изменении различных параметров контроля;
- определить оптимальное направление отстройки от влияния изменения одного из параметров контроля при изменении другого;
- определить зависимости амплитуды, фазы, действительной и мнимой составляющих выходного сигнала от одного из изменяемых параметров

В процессе работы на экране отображаются:

- панель "параметры";
- панель "изменяемые параметры";
- панель "амплитудно-фазовая отстройка";
- панель "внешний вид";
- окно "графики";
- комплексная плоскость;
- строка состояния

Панель "параметры" позволяет вводить и изменять значения любых влияющих параметров. Для этого необходимо активизировать поле ввода необходимого параметра мышью или клавишей TAB, набрать необходимое значение и нажать клавишу ENTER. Для изменения значения на единицу можно нажать соответствующую "стрелку" мышью, или нажать стрелку "вверх"/"вниз" на клавиатуре после активизации соответствующего поля ввода.

Панель "изменяемые параметры" позволяет выбрать два изменяемых параметра и изменять диапазон их изменений.

Для выбора изменяемого параметра необходимо активизировать требуемый список параметров мышью или клавишей TAB и при помощи мыши или клавиш "вверх"/"вниз" на клавиатуре выбрать необходимый параметр.

Для изменения диапазона необходимо активизировать поле ввода необходимого параметра мышью или клавишей TAB, набрать необходимое значение и нажать клавишу ENTER. Для изменения значения на единицу можно нажать соответствующую "стрелку" мышью, или нажать стрелку "вверх"/"вниз" на клавиатуре после активизации соответствующего поля ввода.

3.6.3.3. Отображение информации

На комплексной плоскости отображаются: годографы вносимого напряжения при изменении в пределах от 0 до ∞ для трех значений коэффициента заполнения; точка, отображающая координаты конца век-

тора вносимого напряжения, при заданных параметрах цилиндра; область изменения вносимого напряжения при изменении одного или двух параметров и линия, показывающая направление отстройки.

Для увеличения/уменьшения масштаба используйте левую/правую кнопки мышки или клавиши "+" / "-" на клавиатуре.

В окне "графики" отображаются графические зависимости амплитуды, фазы, реальной составляющей или мнимой составляющей выходного сигнала от изменяемых параметров.

Для выбора необходимых аргумента и функции щелкните соответствующе кнопки мышью.

Строка состояния служит для отображения действительной и мнимой составляющих вносимого напряжения.

На панели "внешний вид" изображен внешний вид проходного вихретокового преобразователя.

Меню "Файл"

- Выход - завершение работы с программой

3.6.3.4. Описание меню

Меню "Вид"

- Параметры – вывод на экран или удаление панели “параметры”.
- Изменяемые параметры – вывод на экран или удаление панели “изменяемые параметры”.
- Амплитудно-фазовая отстройка – вывод на экран или удаление панели “амплитудно-фазовая отстройка”.
- Внешний вид – вывод на экран или удаление панели “внешний вид”.
- Графики – вывод на экран или удаление окна “графики”.

Меню "Помощь"

- Разделы – просмотр предметного указателя и содержания справки по программе.
- О программе – вывод номера версии программы и сведения об авторах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн А.Е. Физические основы получения информации: учебник Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 292 с.
2. Физические основы измерительных преобразований: Учебное пособие / А.Е. Гольдштейн. – Томск: Издательство томского политехнического университета, 2007. – 253 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. М.: Наука, 1977. – 416 с.
4. Гольдштейн А.Е. Электромагнитное поле. Электрические и магнитные свойства материалов: Учебное пособие. – Томск: ТПУ, 1999. – 20 с.
5. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 464 с.
6. Гончарский В.Г., Калашников Н.И., Кузовкин С.К. Технические основы аэроэлектроразведки (с гармоническим полем). – Киев: Наукова думка, 1969. – 380 с.
7. Винокуров Б.Б. Измерение параметров магнитных полей и характеристик ферромагнитных материалов. Учебн. пособие. Томск, ТПУ, 1990. – 112 с.
8. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. - 3-е изд. Л. : Энергоатомиздат, 1986. - 488 с.
9. Электрические измерения неэлектрических величин. /Под ред. П. В. Новицкого. - Изд. 5-е. Л.: Энергия, 1975 – 576 с.
10. Полищук Е. С. Измерительные преобразователи. Киев: Вища школа, 1981. – 296 с.
11. Неразрушающий контроль. В 5 кн., Кн. 3. Электромагнитный контроль. Под ред. В.В. Сухорукова. – М.: Высш. шк., 1991. – 312 с.
12. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник. В 2-х книгах. Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1986. – 840 с.
13. Неразрушающий контроль: Справочник. Под ред. В.В. Клюева. В 8 томах. Т 5: В 2-х кн. Кн. 1: Тепловой контроль. Кн. 2: Электрический контроль. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
14. Неразрушающий контроль: Справочник. Под ред. В.В. Клюева. В 8 томах. Т 2: В 2-х кн. Кн. 1: Контроль герметичности. Кн. 2: Вихре-токовый контроль. – М.: Машиностроение, 2003. – 688 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

ГОЛЬДШТЕЙН Александр Ефремович
АБРАШКИНА Ирина Андреевна

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЛУЧЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ. МОДЕЛИРОВАНИЕ
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ И РЕШЕНИЕ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Учебное пособие

Научный редактор *доктор технических наук,*
профессор А.Е. Гольдштейн
Редактор *И.О. Фамилия*
Компьютерная верстка *И.О. Фамилия*
Дизайн обложки *И.О. Фамилия*

Подписано к печати 05.11.2012. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл.печ.л. 9,01. Уч.-изд.л. 8,16.
Заказ . Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский поли-
технический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета серти-
фицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту
BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  тпу. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru