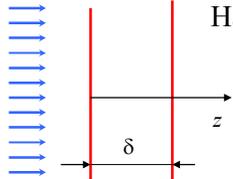


Лекция 9

ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1.а Нагрев тонкой пленки лазерным излучением



$$q(x, y, z) = Aq_0\sigma \exp[-\sigma z]$$

$A = 1 - f$ - поглощательная способность

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Aq_0\sigma \exp(-\sigma z) \quad (1)$$

$$z = 0, \delta: \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$t = 0: \quad T = T_0 \quad (3)$$

$\sqrt{\kappa_T t_*} > \delta$ проинтегрируем уравнение теплопроводности по толщине образца (пленки)

$$c_p \rho \delta \frac{dT}{dt} = Aq_0 [1 - \exp(-\sigma \delta)] \quad (4)$$

Поток, пропущенный пленкой:

$$\Phi = Aq_0 \exp(-\sigma \delta)$$

Радиационный поток тепла, поглощенный пленкой

$$q_a = Aq_0 [1 - \exp(-\sigma \delta)]$$

Взаимодействие лазерного излучения с веществом

В настоящее время лазеры перекрывают диапазон от ультрафиолета до субмиллиметровых волн, достигнуты первые успехи в создании рентгеновских лазеров, созданы перестраиваемые по частоте лазеры.

Мощность лазерного излучения в непрерывном режиме может быть порядка $10^5 - 10^6$ Вт, в импульсном - до $10^{12} - 10^{13}$ Вт, при этом удается достичь интенсивностей порядка $10^{12} - 10^{16}$ Вт/см². Существенно, что эти мощности могут быть сконцентрированы в чрезвычайно узких спектральных и временных интервалах.

Длительность импульса излучения в лазерах, работающих в режиме синхронизации мод, может составлять $10^{-12} - 10^{-13}$ с и специальными методами доводится до 10^{-15} с (за это время свет проходит всего $3 \cdot 10^{-5}$ см), то есть лазеры обладают удивительно высокой степенью концентрации энергии во времени. Высокая степень монохроматичности и когерентности делают лазеры уникальными источниками света и определяют возможность их многочисленных применений.

Основной процесс лазерного облучения представляет собой выделение теплоты в результате поглощения света. В гомогенной среде имеем:

$$I(x, t) = I_0(t)(1 - f) \exp(-\sigma x)$$

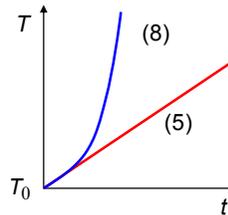
$$x_{*,1} = \sqrt{\frac{\lambda t_*}{c\rho}} \quad x_{*,2} = \sigma^{-1}$$

Показатель поглощения σ и коэффициент отражения f - функции температуры и состава

Задача имеет точное решение:

$$T = T_0 + Bt \quad (5)$$

$$B = A \frac{q_0}{c_p \rho \delta} [1 - e^{-\sigma \delta}] \quad (6)$$



Угол наклона прямой (5) зависит от теплоемкости, плотности, толщины пленки и эффективных оптических свойств

1.б

Усложним задачу: пусть поглощательная способность зависит от температуры

$$A = A_0 + A_1 T$$

$$\frac{dT}{dt} = B_0 [1 + \gamma T], \quad t = 0: \quad T = T_0 \quad (7)$$

$$\gamma = \frac{A_1}{A_0}$$

$$B_0 = A_0 \frac{q_0}{c_p \rho \delta} [1 - e^{-\sigma \delta}] \quad T = T_0 \exp(\gamma B_0 t) + \frac{1}{\gamma} [\exp(\gamma B_0 t) - 1] \quad (8)$$

Поток, поглощенный пленкой $Q_a = c_p \rho \delta B_0 (1 + \gamma T_0) \exp(\gamma B_0 t) \quad (9)$

2.а Лазерная резка полимерной пленки

Изменим задачу: пленка способна разлагаться при высокой температуре

Кoeffициент пропускания

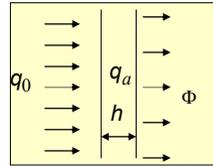
Пропускательная способность или показатель поглощения

$$\Pi = (1 - f) \exp(-\sigma h) \quad (10)$$

Кoeffициент отражения

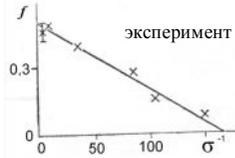
Поглощательная способность

$$A = 1 - f$$



Суммарная реакционная схема $A \rightarrow B$

$$C_A = \frac{\rho_A}{\rho_A + \rho_B}, \quad C_B = \frac{\rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \eta \quad \text{степень превращения}$$



$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_f - \sigma_0} = \frac{f - f_0}{f_f - f_0} = \eta \quad (11)$$

Степень превращения

Продукты реакции содержат поглощающие центры
Закон Ламберта – Бугера-Бэра: $\sigma \sim C_{ad}$
 σ_0, f_0 - оптические свойства исходного вещества
 σ_f, f_f - оптические свойства продукта

Скорость химической реакции

$$\varphi(T, \eta) = z(1 - \eta)^m \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

Простейший вариант модели для тонкой пленки:

$$c\rho h \frac{dT}{dt} = q_a + Q_{ch} h \frac{d\eta}{dt} - \alpha(T - T_0) \quad (12)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = z(1 - \eta)^m \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (13)$$

$$\eta = T - T_0 = 0, \quad t = 0 \quad (14)$$

$$q_a = q_0 \{1 - \exp[-\sigma(\eta)h]\} [1 - f(\eta)]$$

Поток, поглощенный пленкой

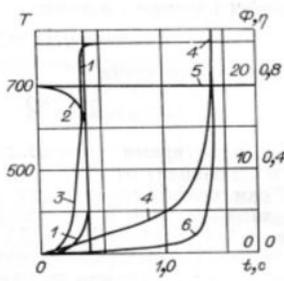
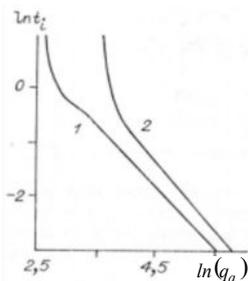
$$\Phi = q_0 \exp[-\sigma(\eta)h] [1 - f(\eta)]$$

Поток, пропущенный пленкой

Если нет химической реакции, задача имеет точное решение

$$(15) \quad T - T_0 = \frac{q_a}{\alpha} \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha t}{c\rho h}\right) \right] \quad \text{- температура на стадии инертного прогрева}$$

Если протекает суммарно экзотермическая реакция - на кривой $T(t)$ можно выделить отдельные участки, где основную роль играют разные процессы



Типичный вид показаний фотоприемника и термопары
эксперимент

- 1 - время «зажигания» пленки с меняющимися оптическими свойствами;
- 2 - время «зажигания» пленки с постоянными оптическими свойствами;
- 1,4 - температура;
- 3,6 - степень превращения;
- 2,5 - поток, пропущенный пленкой

t_i можно определять по скорости роста температуры, или по величине степени превращения

2,б Усложним задачу

Разложение полимеров, как правило, протекает в две основные стадии. Первая – эндотермическая. Именно она сопровождается образованием поглощающих центров. Вторая – экзотермическая, связана с превращением продукта первой стадии с участием газовой фазы

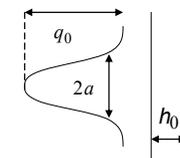
Две стадии разложения:

$$\frac{d\eta}{dt} = z(1 - \eta)^m \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) = \Phi_1 \quad (16)$$

Вторая стадия фактически приводит к изменению толщины пленки

$$\frac{dh}{dt} = \begin{cases} -\frac{k_2(T)\eta}{1 + k_2(T)\eta/\beta} = -\Phi_2, & h \neq 0; \\ 0, & h = 0, \end{cases} \quad (17)$$

$$q_s = q_0 \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right)$$



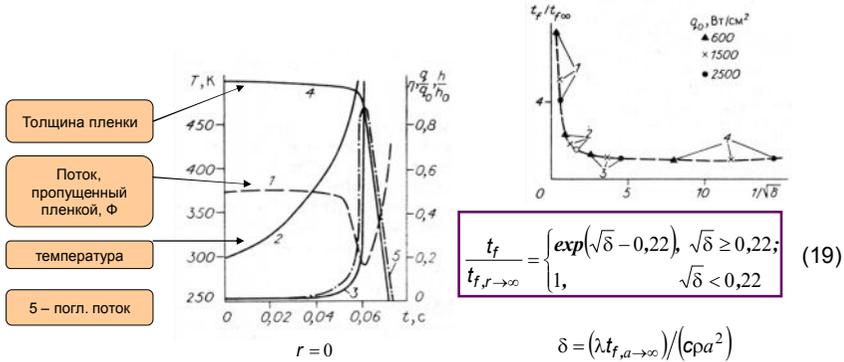
Поглощенный поток $q_a = q_s \{1 - \exp[-\sigma(\eta)h]\} [1 - f(\eta)]$

Пропущенный поток $\Phi = q_s \exp[-\sigma(\eta)h] [1 - f(\eta)]$

$$c\rho h \frac{\partial T}{\partial t} = h \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_a + Q_1 h \Phi_1 + 2Q_2 \Phi_2 - 2\alpha(T - T_0) \quad (18)$$

$$\eta = T - T_0 = 0, h = h_0, t = 0$$

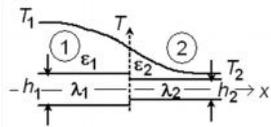
$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_f - \sigma_0} = \frac{f - f_0}{f_f - f_0} = \eta$$



$t_{i\infty}$ «время зажигания» широким потоком

Оболочка, охлаждаемая излучением, с режимом перепадом равновесных температур

Рассмотрим задачу о нахождении установившегося распределения температуры в окрестности стыка двух материалов (рисунок), которая возникает при изучении теплообмена оболочки летательного аппарата



Если условия теплообмена на поверхности тонкостенной оболочки изменяются медленно, то передачу тепла теплопроводностью вдоль нее можно не учитывать. В этом случае установившиеся температуры каждой части такой оболочки можно рассчитывать независимо

T_1, T_2 – равновесные температуры $T_2 < T < T_1$ - в окрестности стыка

Для каждой части оболочки

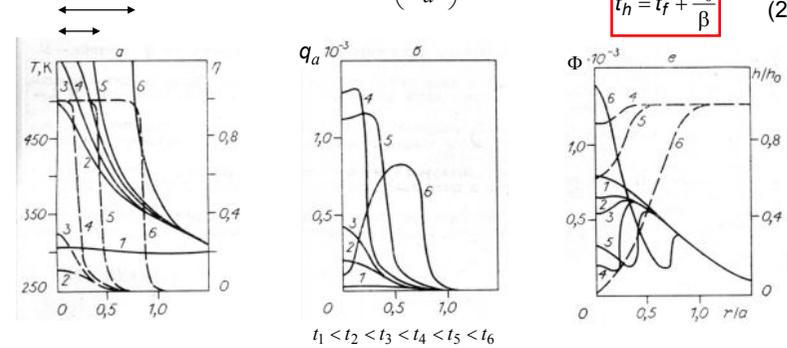
$$\begin{cases} \lambda_i \left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} \right] = 0 \\ y = 0 \quad \frac{\partial T_i}{\partial y} = 0 \\ y = h_i \quad -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = \varepsilon_i \sigma_0 [T_i^4 - T_{ie}^4] \end{cases}$$

Так как оболочки – тонкие, проинтегрируем уравнения теплопроводности по толщине с учетом граничных условий

$$q_a = q_s \{ 1 - \exp[-\sigma(\eta)h] \} [1 - f(\eta)]$$

$$q_s = q_0 \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right)$$

$$t_h = t_f + \frac{h_0}{\beta} \quad (20)$$



$\delta < 1$ Внутри пучка образуются «волновые структуры» («широкий пучок»). Вслед за фронтом превращения к границам пучка распространяются волны поглощения и просветления

Обнаружено явление **самофокусировки**, вызванное увеличением поглощения излучения в области с наибольшей степенью превращения в твердой фазе

В результате найдем:

$$\int_0^{h_i} \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} dy + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \Big|_0^{h_i} = \lambda_i h_i \frac{d^2 T_i}{dx^2} - \varepsilon_i \sigma_0 [T_i^4 - T_{ie}^4] = 0$$

Условиями к двум уравнениям теплопроводности будут:

$$x \rightarrow -\infty \quad T_1 = T_{1e} \quad \text{или} \quad dT_1/dx = 0$$

$$x \rightarrow +\infty \quad T_2 = T_{2e} \quad \text{или} \quad dT_2/dx = 0$$

$$x = 0 \quad T_1 = T_2 \quad \lambda_1 h_1 \frac{dT_1}{dx} = \lambda_2 h_2 \frac{dT_2}{dx}$$

Эта задача, не смотря на нелинейный характер, легко интегрируется

$$\text{Вводим обозначения } \frac{dT_i}{dx} = p_i \Rightarrow \lambda_i h_i \frac{dp_i}{dT_i} \frac{dT_i}{dx} = \varepsilon_i \sigma_0 [T_i^4 - T_{ie}^4] \quad \text{или}$$

$$\lambda_i h_i p_i dp_i = \varepsilon_i \sigma_0 [T_i^4 - T_{ie}^4] dT_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \lambda_i h_i p_i^2 = \varepsilon_i \sigma_0 \left[\frac{1}{5} T_i^5 - T_{ie}^4 T_i + D_i \right], \quad i = 1, 2$$

Постоянные интегрирования находим из граничных условий

$$D_1 = \frac{4}{5} T_{1e}^5, \quad D_2 = \frac{4}{5} T_{2e}^5$$

Из условия в нуле получим уравнения для определения температуры на контакте материалов

$$T_1 = T_2 = T_0$$

Так как

$$p_1 = \frac{\lambda_2 h_2}{\lambda_1 h_1} p_2, \quad p_1^2 = \left(\frac{\lambda_2 h_2}{\lambda_1 h_1} \right)^2 p_2^2$$

то найдем

$$2 \frac{\varepsilon_1 \sigma_0}{\lambda_1 h_1} \left[\frac{1}{5} T_0^5 - T_{1e}^4 T_0 + \frac{4}{5} T_{1e}^5 \right] = \left(\frac{\lambda_2 h_2}{\lambda_1 h_1} \right)^2 2 \frac{\varepsilon_2 \sigma_0}{\lambda_2 h_2} \left[\frac{1}{5} T_0^5 - T_{2e}^4 T_0 + \frac{4}{5} T_{2e}^5 \right]$$

или
$$\theta_0^5 [K_\varepsilon - 1] - 5\theta_0 [K_\varepsilon \theta_{21}^4 - 1] + 4 [K_\varepsilon \theta_{21}^5 - 1] = 0$$

$$K_\varepsilon = \frac{\lambda_2 h_2 \varepsilon_2}{\lambda_1 h_1 \varepsilon_1} \quad \theta_0 = \frac{T_0}{T_{1e}} \quad \theta_{21} = \frac{T_{2e}}{T_{1e}}$$

$$K_\varepsilon = 1: \quad \theta_0 = 0.8 \frac{1 - \theta_{21}^5}{1 - \theta_{21}^4}$$

После того как температура на контакте определена, уравнения теплопроводности решаются независимо

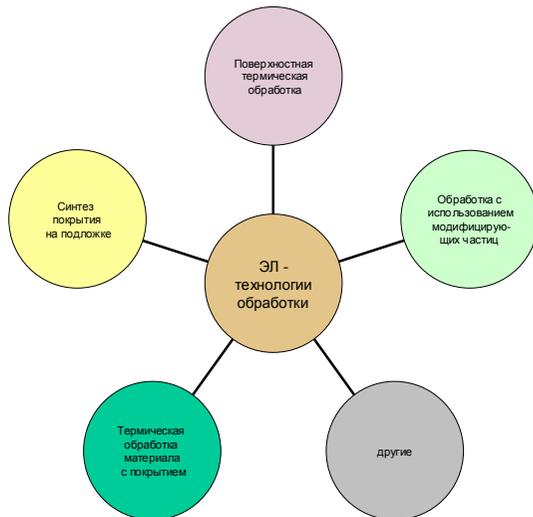
Можно построить приближенное решение, используя линеаризацию:

$$\frac{d^2 T_i}{dx^2} = \frac{\varepsilon_i \sigma_0}{\lambda_i h_i} [T_i^4 - T_{ie}^4] = \frac{\varepsilon_i \sigma_0}{\lambda_i h_i} (T_i - T_{ie}) [T_i^3 + T_i^2 T_{ie} + T_i T_{ie}^2 + T_{ie}^3] \approx \left(\frac{N_{i0}}{h_i} \right)^2 (T_i - T_{ie}),$$

$$N_{i0}^2 = \frac{\varepsilon_i \sigma_0 h_i}{\lambda_i} [T_0^3 + T_0^2 T_{ie} + T_0 T_{ie}^2 + T_{ie}^3]$$

$$\frac{T_i - T_{ie}}{T_0 - T_{ie}} = \exp \left[- \frac{N_{i0} x}{h_i} \right]$$

ЭЛ-технологии



Взаимодействие электронов с веществом

При взаимодействии потоков ускоренных электронов с поверхностью твердого тела происходит ряд процессов, которые могут быть использованы как для целей технологии, так и в методах анализа свойств твердого тела.

Эти процессы разделяются на упругие и неупругие. При упругих процессах не происходит изменение энергии электронов, а происходит лишь изменение импульса. При неупругом взаимодействии меняется и энергия электронов.

Нагрев образца используется при электронно-лучевой плавке, отжиге, сварке, испарении.

Стимуляция химических реакций, например, при реактивном электронно-лучевом осаждении пленок.

Ряд физических эффектов нашел применение в аналитических методах исследования твердых тел и их поверхностей.

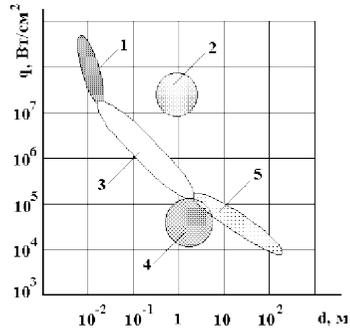
В случае электронного облучения поглощение энергии зависит только от энергии налетающих электронов E (кэВ) и атомного номера Z (от углерода до олова, т.е. от 6 до 50) вещества мишени. В первом приближении профиль поглощенной энергии может быть аппроксимирован распределением Гаусса

$$q = q_0 \exp \left(- (x - X_p)^2 / 2\sigma^2 \right)$$

$$X_p = (0,143Z + 0,633)r_0, \quad \sigma = (-0,0538 \ln Z + 0,374)r_0$$

$$r_0 = AE^\alpha, \quad \text{г/см}^2$$

Процессы, использующие нагрев материала электронным лучом

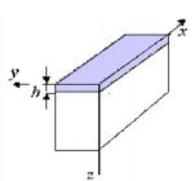


- 1 получение отверстий и пазов;
- 2 электронно- лучевое испарение;
- 3 электронно- лучевая сварка;
- 4 зонная очистка;
- 5 плавка.

Сущность процесса электронно- лучевого воздействия заключается в преобразовании кинетической энергии электронного пучка в тепловую энергию в зоне обработки. Главными особенностями электронно- лучевой обработки материалов являются:

- возможность выделения в малом объеме значительной энергии ($10^3 - 10^8$ Вт/см²);
- чистота воздействия, чему способствуют также и необходимые вакуумные условия;
- относительная простота управления параметрами пучка (существует возможность автоматизации процесса).

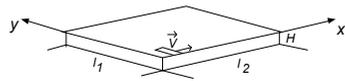
Движущиеся источники энергии



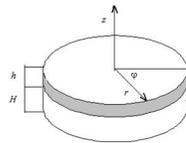
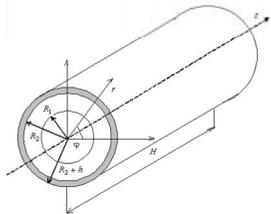
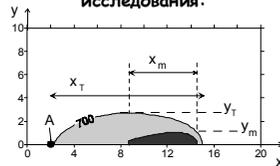
$$q = q_0 \exp\left(-\left(\frac{x-Vt}{R}\right)^2\right), \quad y \leq y_0$$

$$q = 0, \quad y > y_0$$

Такой источник соответствует пилообразным колебаниям сканирующего электронного луча



Традиционные исследования:



Простейшая постановка задачи

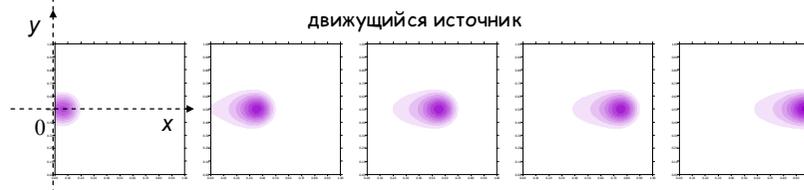
$$h \text{cp} \frac{\partial T}{\partial t} = h \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] + q_e(x, y, t), \quad (21)$$

$$x \rightarrow 0, h_x: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

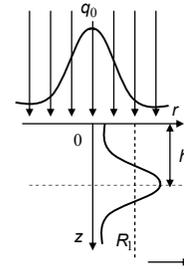
$$y \rightarrow \pm h_y: \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

(22)

$$q = q_0 \exp\left(-\left(\frac{y^2 + (x-Vt)^2}{R^2}\right)\right)$$



$$1. \quad q(x, y, z) = q_0 \exp\left[-(x^2 + y^2)k_1 - (z-h)^2 k_2\right], \quad k_1^{-2} = R_1$$



$$x_T = \sqrt{kt_*} \gg h$$

В этом случае источник можно считать поверхностным

$$q_0 > 10^7 \text{ Вт/см}^2$$

Скорость ввода энергии превышает скорость ее перераспределения за счет теплопроводности, и источник становится объемным; глубина проникновения электронов увеличивается

$$R_1 \gg \text{размера детали}$$

источник можно считать равномерно распределенным

$$R_1 \ll \text{размера детали}$$

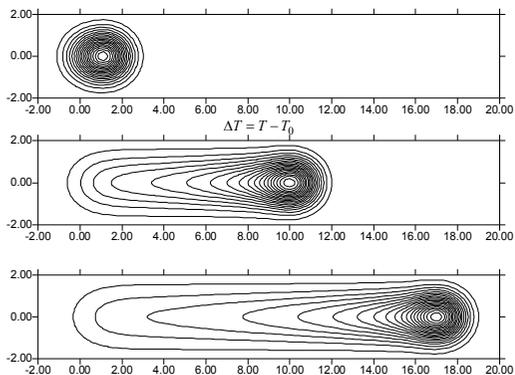
источник в первом приближении можно считать точечным

$$q(x, y, z) = q_0 \exp\left[-(x^2 + y^2)k_1 - \sigma z\right]$$

Принцип суперпозиции линейных решений позволяет построить точное аналитическое решение трехмерной задачи о нахождении поля температур в полубесконечном образце, по поверхности которого движется импульсный источник тепла с энергией, распределенной по закону Гаусса;

- длительность импульса и длительность паузы - известны;
- теплофизические свойства постоянны;
- фазовые переходы и гидродинамика не учитываются

Источник постоянной интенсивности



$$q = q_0 \exp\left(-\frac{y^2 + z^2 + (x - Vt)^2}{R^2}\right)$$

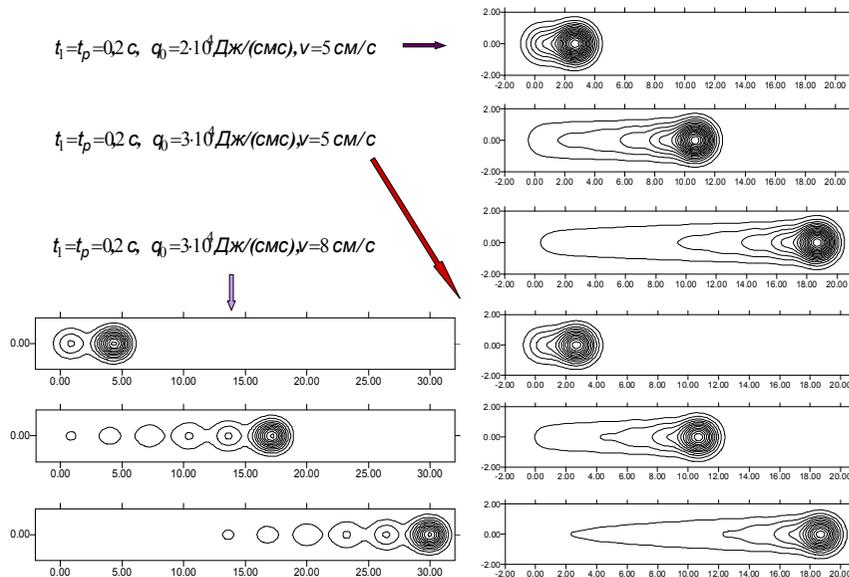
$$\Delta T = T - T_0$$

Импульсный источник

$$t_1 = t_p = 0,2 \text{ с}, \quad q_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ Дж/(смс)}, \quad v = 5 \text{ см/с}$$

$$t_1 = t_p = 0,2 \text{ с}, \quad q_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ Дж/(смс)}, \quad v = 5 \text{ см/с}$$

$$t_1 = t_p = 0,2 \text{ с}, \quad q_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ Дж/(смс)}, \quad v = 8 \text{ см/с}$$



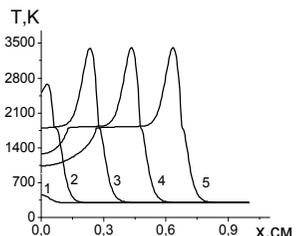
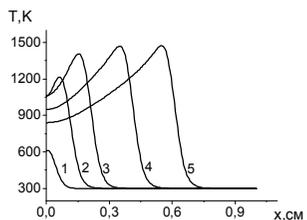
Роль плавления

В уравнении (21):

$$(c_p) = (c_p)_{eff} + L_{ph} \rho_s \delta(T - T_{ph}), \quad (23)$$

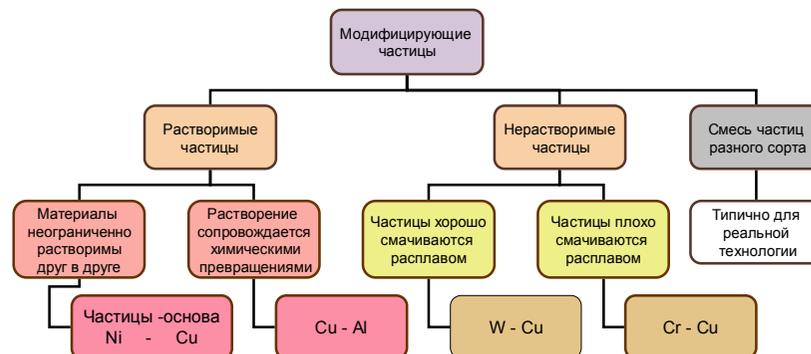
$$(c_p)_{eff} = \begin{cases} c_s \rho_s, & T < T_{ph}; \\ c_L \rho_L, & T \geq T_{ph}; \end{cases} \quad (24)$$

$$\delta(y) = \begin{cases} \infty, & y = 0; \\ 0, & y \neq 0. \end{cases} \quad (25)$$



Подобные модели нашли применение в проблемах сварки, наплавки, резки, термической обработки. Отличия имеются лишь в форме деталей, виде эффективного источника и т.д.

Обработка поверхности с использованием модифицирующих частиц

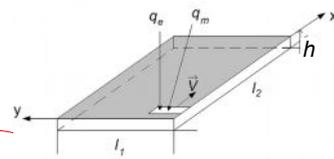


$$C_{eff} \rho_{eff} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q_p \varphi(T, \eta_p, \dots) - \frac{\varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) - q_e}{h} \quad (26)$$

$$q_e = \begin{cases} 0 & , |y| > y_0/2; \\ q_0 \exp(-((x-Vt)^2/a_t^2)) & , |y| \leq y_0/2. \end{cases} \quad (27)$$

Потери тепла излучением

$$q_m = q_{m0} \exp \left[- \frac{((x-x_a - Vt)^2 + y^2)}{a_p^2} \right] \quad (28)$$



В зависимости от условий частицы могут раствориться, но могут и не раствориться.

Источник частиц

«сток» частиц вследствие растворения

$$\frac{\partial \eta_p}{\partial t} = q_m - \varphi(T, \eta_p, \dots) \quad (29)$$

$$\varphi(T, \eta_p) = \varphi_1(\eta_p) \varphi_2(T) = \varphi_1(\eta_p) k_0 \exp(-E_a/RT) \quad (30)$$

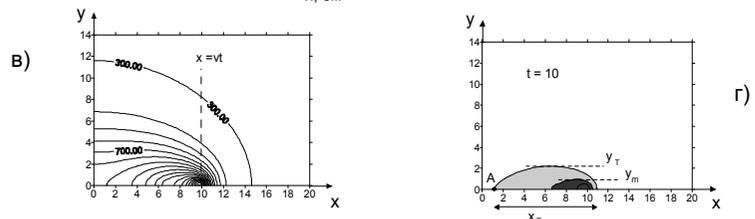
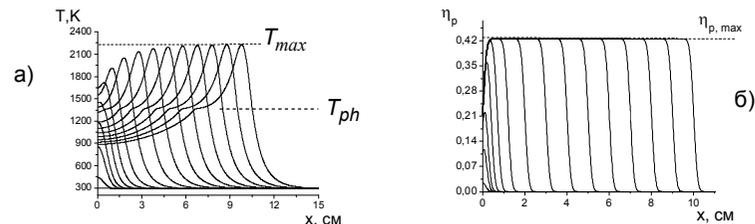
Определяется механизмом процесса на микроуровне

Зависит от гидродинамической картины течения

Энергия активации процесса, лимитирующего скорость растворения

НЕРАСТВОРИМЫЕ ЧАСТИЦЫ: W-Cu, Cr-Cu

$$c_p = (1 - \eta_p) L_{ph} \rho_{b-s} \delta(T - T_{ph}) + \begin{cases} (c_p)_{b-s} (1 - \eta_p) + c_p \rho_p \eta_p, & T < T_{ph} \\ (c_p)_{b-l} (1 - \eta_p) + c_p \rho_p \eta_p, & T \geq T_{ph} \end{cases} \quad (31)$$



$$q_0 = 7 \cdot 10^3 \text{ Вт/см}^2; V = 1 \text{ см/с}; q_{m0} = 0.3 \text{ 1/с}; x_a = 0$$

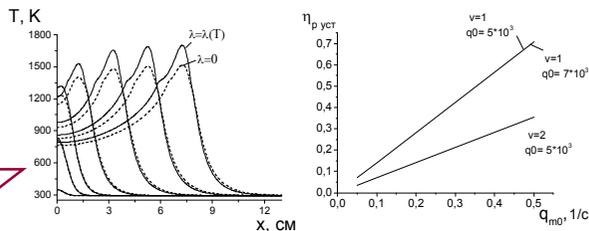
НЕРАСТВОРИМЫЕ ЧАСТИЦЫ: система W-Cu



Форма и размер ванны расплава и ЗТВ зависят от технологических параметров и доли частиц в расплаве и твердой фазе

В этом случае всегда образуется композиционное покрытие

Учет зависимости коэффициента теплопроводности от температуры меняет только численные значения



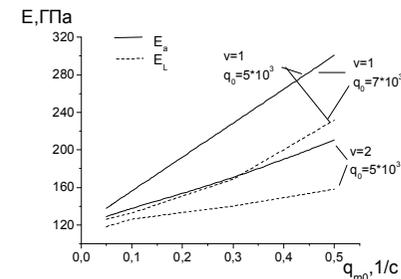
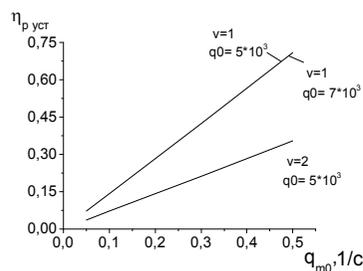
$$E_a = E_p \eta_p + E_b (1 - \eta_p), \quad (32)$$

↑
верхняя оценка

$$\frac{1}{E_l} = \frac{\eta_p}{E_p} + \frac{(1 - \eta_p)}{E_b}, \quad (33)$$

↑
нижняя оценка

$$E_W = 375 \text{ ГПа} \quad E_{Cu} = 120 \text{ ГПа}$$



Зависимость объемной доли частиц и модуля упругости от массового расхода для системы W-Cu

РАСТВОРИМЫЕ ЧАСТИЦЫ: система с неограниченной взаимной растворимостью элементов друг в друге (Ni (частицы) – Cu (основа))

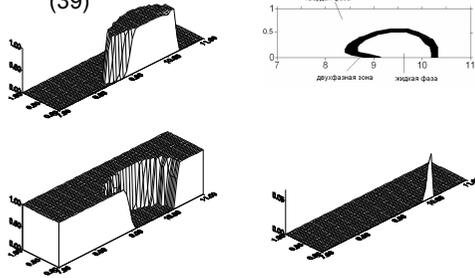
$$\varphi(T, \eta_p) = \varphi_1(\eta_p) k_0 \exp(-E_a / RT) \quad (30)$$

$$\eta_L(x, y) + \eta_S(x, y) + \eta_P(x, y) = 1 \quad (39)$$

В расчет эффективных свойств включаются частицы

Состав раствора - функция координат, следовательно:

$$(40) \quad \begin{cases} T_{liq} = T_{liq}(\xi, Ni) = T_{liq}(x, y) \\ T_{sol} = T_{sol}(\xi, Ni) = T_{sol}(x, y) \end{cases}$$



В результате наплавки образуется либо полностью однородное покрытие, представляющее собой твердый раствор; либо композит, в котором нерастворившиеся частицы внедрены в твердый раствор, состав которого определяется в процессе решения. В экспериментальных исследованиях (хотя и на более сложных системах) также обнаруживаются области технологических параметров, приводящие к полному или частичному растворению дисперсной фазы, что подтверждает адекватность модели.

Теплофизическая модель процесса кислородной резки

Кислородная резка основана на способности многих металлов воспламеняться при температуре, ниже температуры его плавления, и интенсивно сгорать с выделением значительного количества тепла. Важными параметрами технологического процесса являются скорость перемещения режущей струи по поверхности детали, скорость газа в струе, ее ширина, определяющая характерный размер области прогрева разрезаемого материала.

$$h_{cp} \frac{\partial T}{\partial t} = h\lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \alpha_{eff}(T - T_e) + q(t) \exp[-\alpha^2(y^2 + (x-lt)^2)] + Q \frac{\partial h}{\partial t} \quad (41)$$

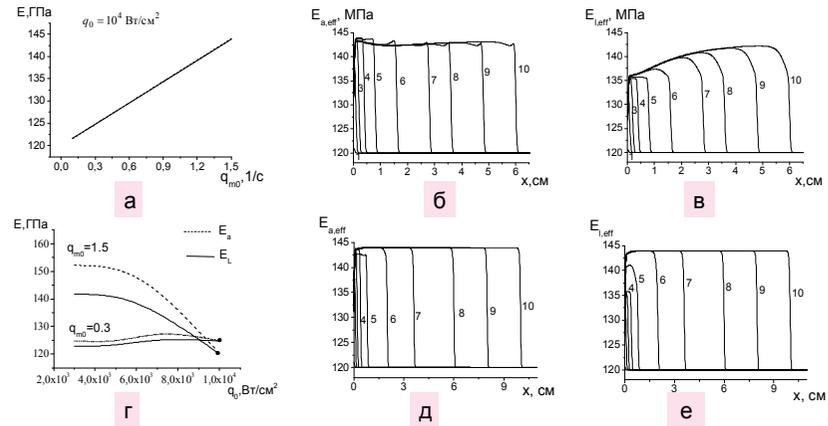
$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{k_0 \exp[-E/RT]}{1 + k_0 \beta_0^{-1} \exp[-E/RT]} \equiv -\frac{k\beta_0}{k + \beta_0} = -\varphi(T), \quad h \neq 0 \\ \frac{\partial h}{\partial t} = 0, \quad h = 0 \end{cases} \quad (42)$$

$$x = 0, h_x : \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad y = 0, h_y : \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (43)$$

$$t = 0: \quad T(x, y, 0) = T_0; \quad h(x, y, 0) = h_0 \quad (44)$$

При взаимодействии кислородной струи с разрезаемым материалом протекают сложные физико-химические, тепловые и механические процессы, определяющие форму и фазовый и химический состав края реза.

Следствием неоднородного состава является и неоднородность модуля упругости вдоль координат, неоднозначно зависящая от технологических параметров в случае растворимых частиц.

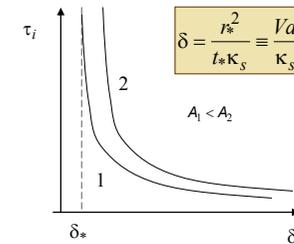


Зависимость объемной доли частиц и модуля упругости от массового расхода и плотности мощности потока для системы Ni-Cu

В общем случае требуется определить условия, необходимые для начала процесса резки, и исследовать возможные режимы процесса после его выхода на квазистационарный режим, что может быть использовано в дальнейшем для постановки задачи оптимизации.

$$T_* = T_0 + q_1 \int_0^{t_*} f(\theta) d\theta, \quad (45)$$

$$\frac{Q}{cph} \cdot \frac{k_1 \exp[-E/RT_*]}{1 + k_1 \beta_1^{-1} \exp[-E/RT_*]} = q_1 f(t_*)$$



$$q_1 = \frac{q_0}{4k\lambda h}; \quad f(\theta) = \frac{1}{\theta + t_0} \exp\left[-\frac{(x+l\theta)^2}{4\kappa(\theta+t_0)} - b\theta\right]$$

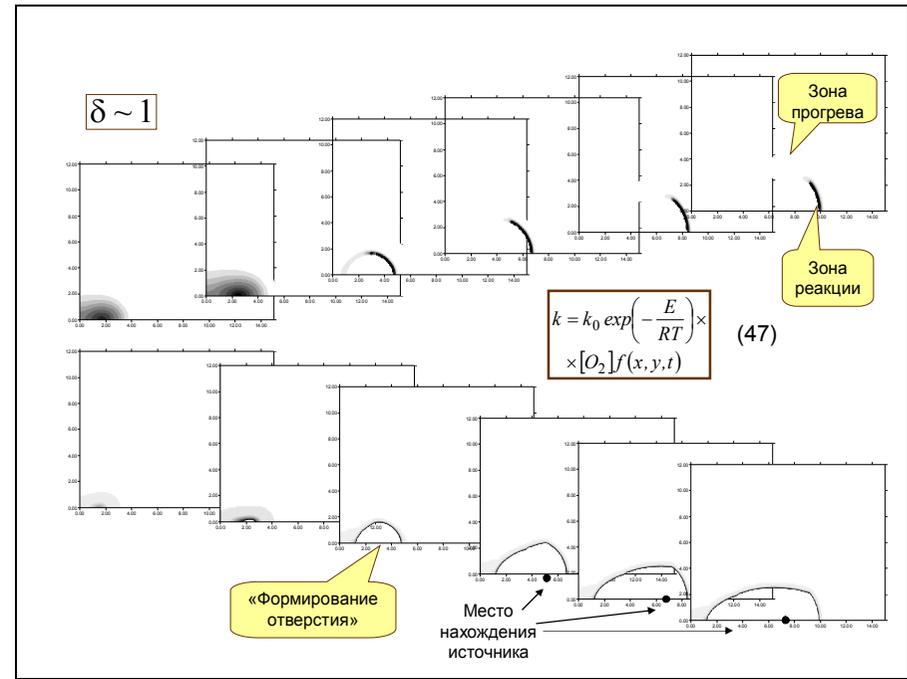
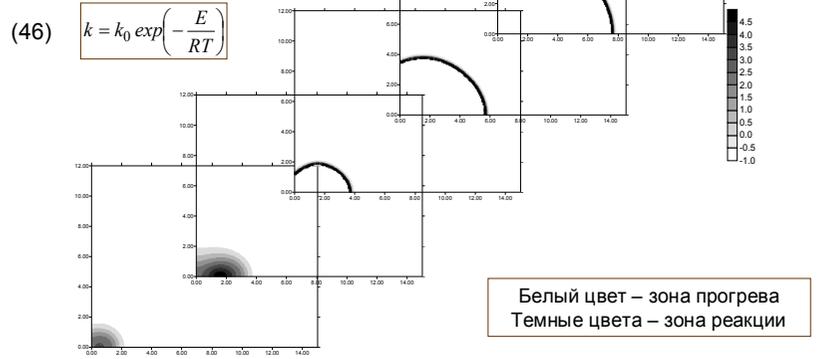
$$A = \frac{t_* \alpha_{eff}}{h_0 c_s \rho_s}$$

Задача представляет собой типичную задачу теории зажигания под действием движущегося источника тепла с энергией, распределенной по заданному закону.

$$(42) \begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{k\beta_0}{k+\beta_0}, & h \neq 0 \\ \frac{\partial h}{\partial t} = 0, & h = 0 \end{cases} \quad \beta \gg k \quad \delta = \frac{r_w^2}{t_* \kappa_s} \equiv \frac{Va}{\kappa_s} \sim 1$$

Диффузионный режим

Результат зависит от кинетики химической реакции



$\delta \gg 1$

Кинетический режим $\gamma_1 = 0.0001$

Диффузионный режим $\gamma_1 = 0.1$

$\gamma_1 = k_0 \beta_0^{-1} \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \equiv \gamma \frac{1/a V}{h_0 \beta_0}$ Отношение скорости реакции в кинетическом режиме к скорости реакции в диффузионном режиме

$\gamma = k_0 t_* h_0^{-1} \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) = \frac{t_*}{t_{ch}}$ отношение времени за которое струя пройдет расстояние h_0 (равное начальной толщине пластины) к характерному времени химической реакции