

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е.В. Белоенко, Т.Ю. Дайнатович

**ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК ПОВЕРХНОСТЕЙ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ**

*Рекомендовано в качестве методического пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2012

УДК 681.327.1

0-46

**Белоенко Е.В., Дайнатович Т.Ю.**

0-46 Построение разверток поверхностей геометрических тел : методическое пособие / Белоенко Е.В., Дайнатович Т.Ю.; Томский политехнический университет. - Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. - 16 с.

В пособии изложен теоретический и практический материал для изучения раздела курса «Инженерная графика» по теме «Построение разверток поверхностей геометрических тел вращения». При этом особое внимание уделено наклонным и усеченным поверхностям. Описаны правила построения сечений поверхностей вращения и принципы нахождения полученных сечений на развертках рассмотренных тел вращения.

Предназначено для студентов, обучающихся по техническим специальностям, и соответствует содержанию государственного образовательного стандарта.

**УДК 681.327.1**

ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2012

Белоенко Е.В., Дайнатович Т.Ю., 2012

Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2012

## ВВЕДЕНИЕ

На практике часто приходится иметь дело с телами, усеченными плоскостями, и с построением разверток этих тел. Всем известно, что при пересечении тел плоскостями образуются фигуры, форма которых зависит от формы тела и направления секущих поверхностей. Изображения таких фигур называются сечениями.

Простой пример – колено водосточной трубы. Для его изготовления нужны две стальные заготовки – выкройки (развертки), ограниченные сверху кривыми линиями, форму и размеры которых определяют с помощью чертежа, в зависимости от диаметра трубы.

В слесарной мастерской можно видеть, как изготавливаются колена для соединения дымовых или водосточных труб. Сгибая листы, обрезанные по некоторой кривой (Рисунок 1 б), рабочий получает нужное ему колено (Рисунок 1 а). Умея строить развёртки, он сможет изготовить колено любого диаметра  $d$ , соединяющее трубы под любым углом  $\alpha$ .

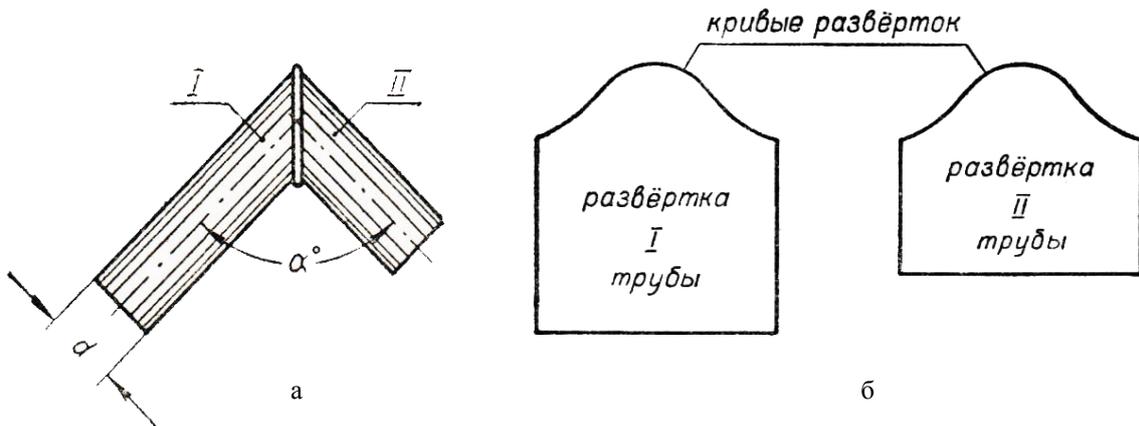


Рисунок 1

Это пример пересечения цилиндра наклонной плоскостью и построения развёртки усечённой его части. На рисунке 2 показан пример, когда цилиндрическая часть трубы переходит в конический отчёт (используется в водосточных системах наружного водоотвода для отвода воды от стены здания), при этом конус и цилиндр срезаны наклонной плоскостью. На чертеже помечены наиболее короткие образующие: цилиндра АВ и конуса ВС.

Развёртки широко применяются на машиностроительных заводах, обувных фабриках, в швейных мастерских и др.

При построении развёртки реальных объектов необходимо найти фигуру сечения, её натуральную величину, а также, в большинстве случаев, строить развёртку усечённой части тела.

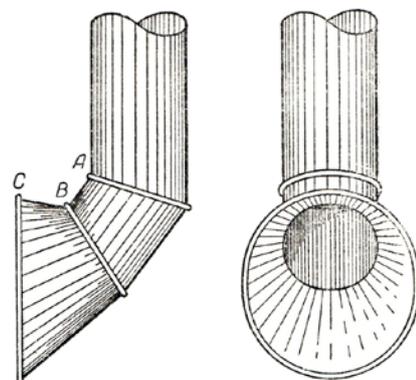


Рисунок 2

## Пересечение цилиндра проецирующей плоскостью и построение развертки

Рассмотрим все возможные варианты сечений цилиндра вращения плоскостью. При пересечении цилиндра плоскостью, параллельной оси вращения, в сечении получаются две прямые – образующие (Рисунок 3 а).

Если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения, в результате сечения получится окружность (Рисунок 3 б).

В общем случае, когда секущая плоскость наклонена к оси вращения цилиндра, в сечении получается эллипс (Рисунок 3 в).

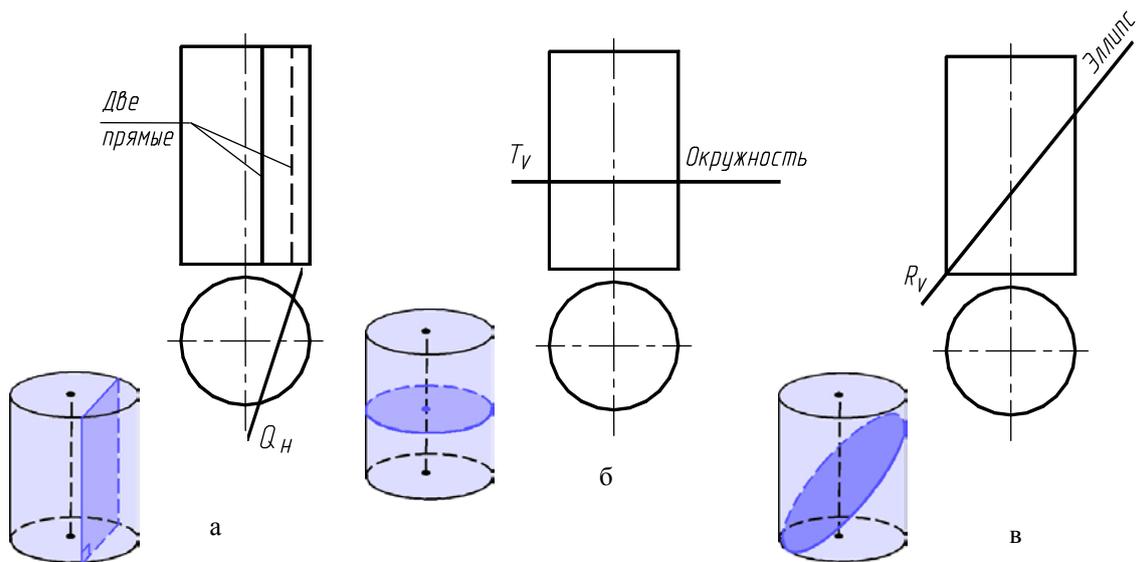


Рисунок 3

Требуется построить фигуру сечения для цилиндра вращения, пересеченного фронтально проецирующей секущей плоскостью, заданной своим следом  $P_v$  (рисунок 4) и показать сечение на развертке.

Строим три проекции характерных точек 1, 2, 3, 4 пересечения контурных образующих цилиндра с плоскостью  $P$  (Рисунок 5).

Строим три проекции дополнительных точек 5, 6, 7, ..., 12 пересечения промежуточных образующих с той же плоскостью (Рисунок 6).

Строим проекции линии 1 - 6 - 8 - 3 - 10 - 12 - 4 - 11 - 9 - 2 - 7 - 5 - 1 пересечения поверхности цилиндра плоскостью  $P$ .

Строим развертку поверхности цилиндра и наносим на нее выстроенную линию сечения 1 - 6 - 8 - 3 - 10 - 12 - 4 - 11 - 9 - 2 - 7 - 5 - 1. Натуральная величина сечения - эллипс, построена по его большой ( $1'-4'$ ) и малой ( $2-3$ ) осям (Рисунок 7).

Для этого делим горизонтальную проекцию (окружность) на 12 равных частей и проводят фронтальные проекции образующих. Фронтальная проекция  $P_v$  фронтально-проецирующей плоскости  $P$  пересекает фронтальные проекции образующих цилиндра в точках  $1', 2', 3', 4'$  и т. д.

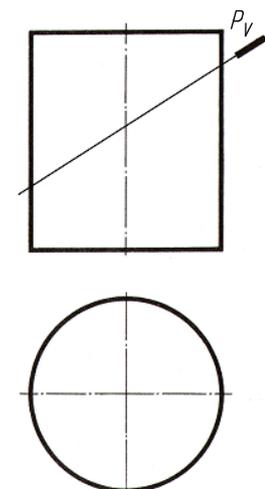


Рисунок 4

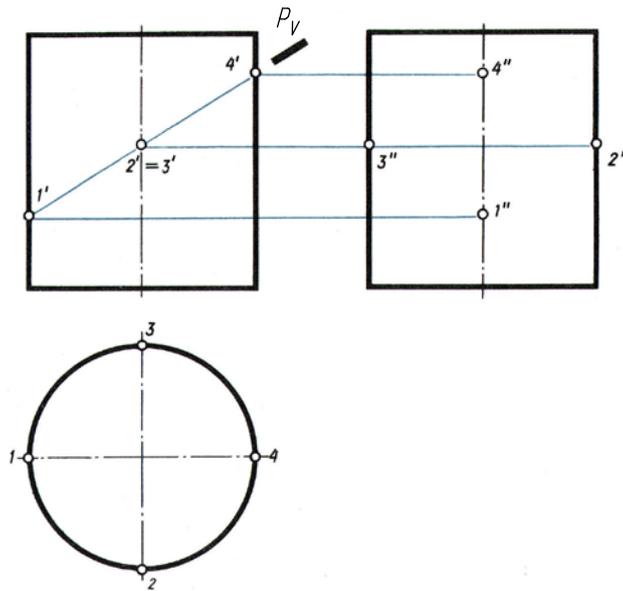


Рисунок 5

Горизонтальные проекции этих точек совпадут с проекциями окружностей цилиндра.

На двух плоскостях проекций задача решена. При построении третьей проекции цилиндра находят, в первую очередь, третьи проекции наиболее

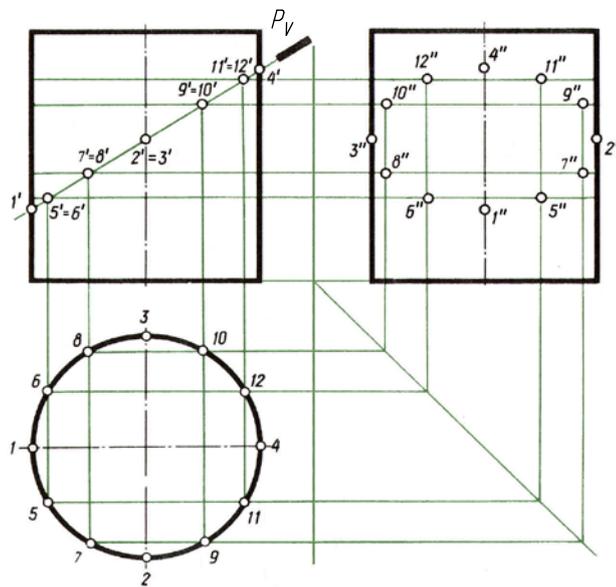


Рисунок 6

характерных точек кривой. Такими точками являются: 1 и 4, определяющие большую ось эллипса; 2 и 3, определяющие малую ось эллипса.

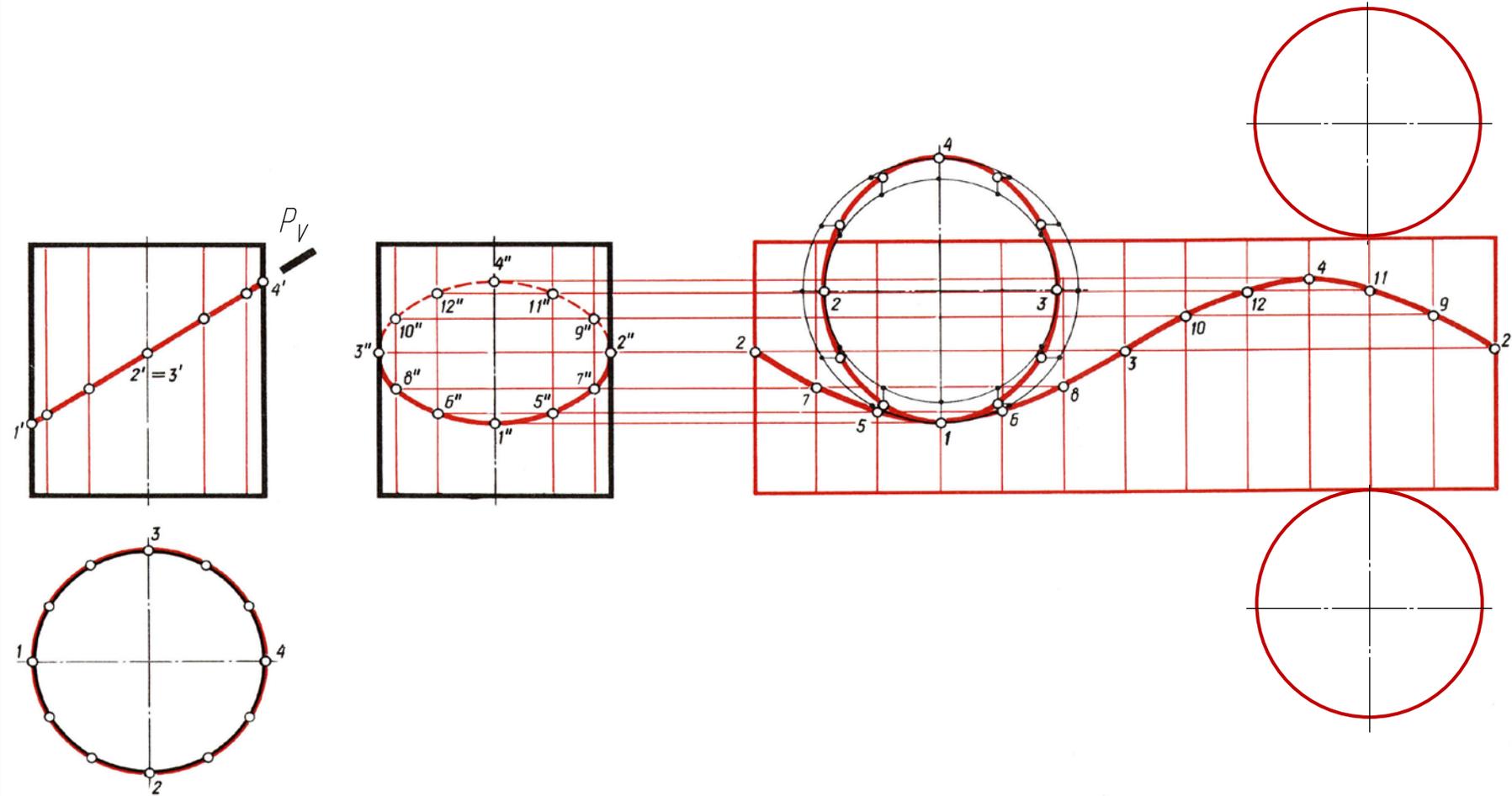


Рисунок 5

**Построение развертки** поверхности цилиндра начинаем с построения профильной очерковой образующей, на которой лежит точка 2. Вправо и влево от нее проведем другие образующие цилиндра. Расстояния между образующими берем равными  $1/12$  части длины окружности, а чаще берут их с горизонтальной проекции, заменяя длину дуги длиной хорды. К развертке боковой поверхности пристраиваем нижнее и верхнее основание, фигуру сечения (Рисунок 7).

Действительную форму фигуры сечения можно определить, пользуясь способом перемены плоскостей проекций.

На развертках всегда показывают наружную сторону заготовки. Это важно, чтобы избежать ошибок при раскрое материалов, имеющих лицевую и оборотную стороны (кожа и другие материалы).

### Пересечение наклонного цилиндра проецирующей плоскостью

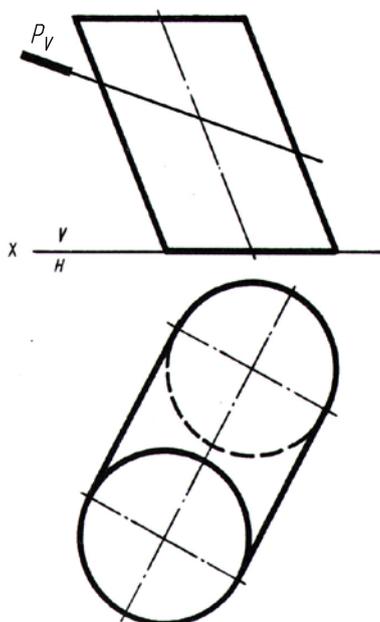


Рисунок 6

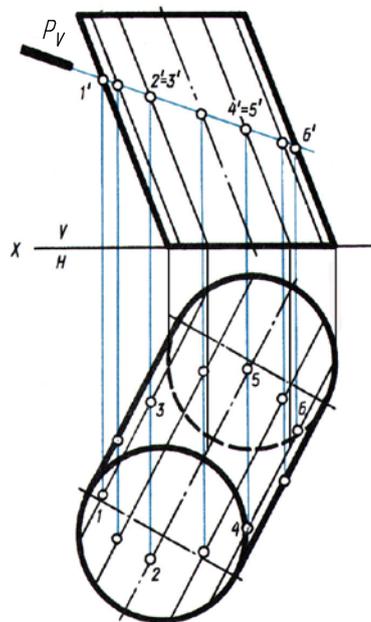


Рисунок 7

Определим проекции линии сечения наклонного цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью, заданной следом  $P_V$  (Рисунок 8), построим развертку поверхности цилиндра и нанесем линию сечения на развертке.

Делим основание цилиндра на 12 равных частей (обозначено 6 точек) и через полученные точки проводим образующие. Рассмотрим построение на примере пары точек 2 и 3. Обычным проецированием по линиям связи находим проекции точек, принадлежащих линии пересечения (Рисунок 9).

Находим натуральную величину образующих, заменив фронтальную плоскость проекций  $V$  на новую так, чтобы образующие цилиндрической поверхности были параллельны новой плоскости  $V_1$  проекций и спроецировались на нее в натуральную величину (Рисунок 10).

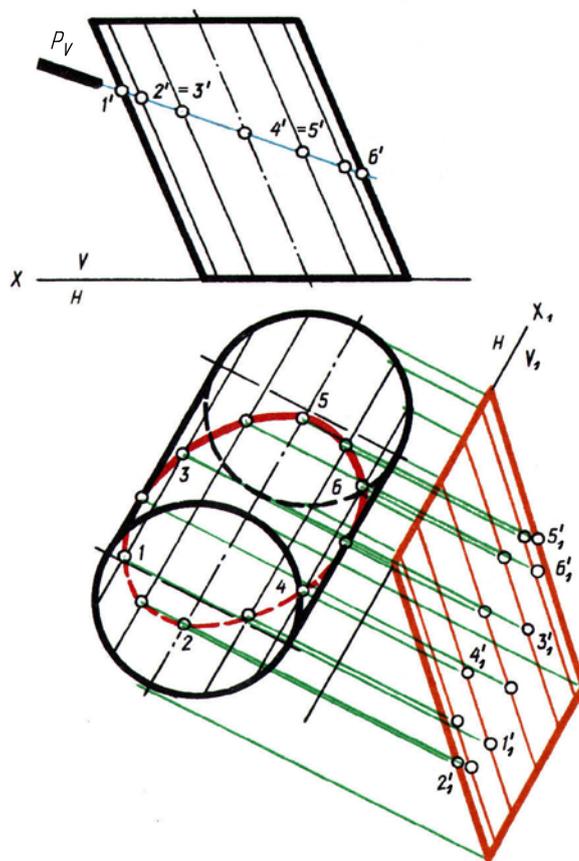


Рисунок 8

Соединив плавной кривой точки 1, 2, 3, ..., 6 получим искомые точки, принадлежащие линии пересечения.

В местах пересечения образующих с верхним и нижним основаниями возьмем дополнительные точки 7, 8, 9, обозначив таким образом образующие (7-7, 8-8, 9-9).

Для построения образующей 8-8 на развертке проводим из  $8_1$  линию связи перпендикулярно к оси X и отмечаем точку  $8'_1$ . Через  $8'_1$  проводим след плоскости вращения перпендикулярно к контурной образующей ( $7'_1 - 7'_1$ ), на котором из центра  $7'_1$  дугой радиуса 7 - 8 отмечаем точку 8. Через точку 8 параллельно контурной образующей проводим образующую 8 - 8. Остальные образующие на развертке находим аналогично.

Точки 5, 6, 4, 2, 1, 3, 5 найдены способом нахождения точек 7, 8, 9, ... развертки и принадлежат линии сечения.

В случае, когда основание цилиндра на одной из плоскостей проекций изображается в натуральную величину, то построение развертки можно осуществить более удобным способом, который можно назвать **способом раскатки**.

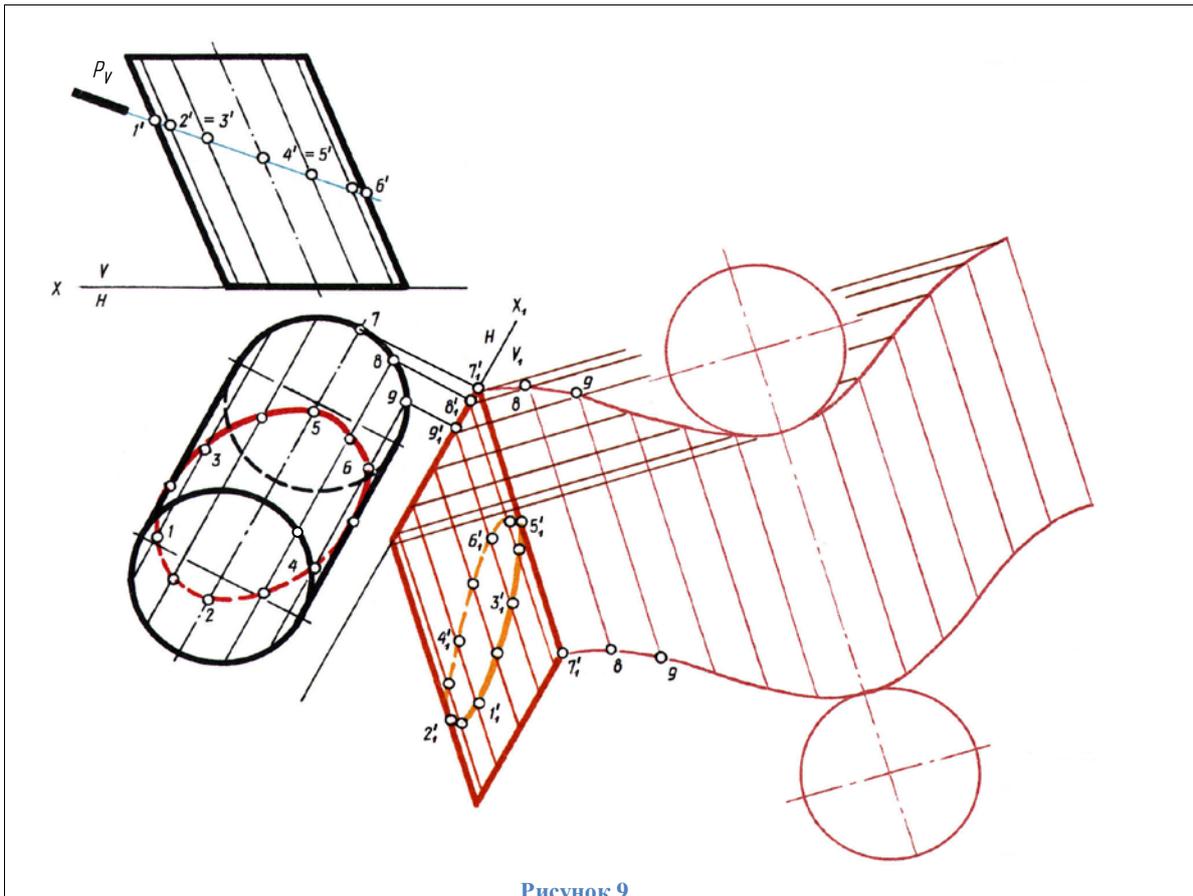


Рисунок 9

## Способ раскатки

Этот способ основан на совмещении боковой поверхности наклонного цилиндра с плоскостью.

Поскольку образующие цилиндра произвольно наклонены к плоскостям проекций V и H, сначала заменим фронтальную плоскость проекций V на новую,  $V_1$ , выбрав ее так, чтобы образующие цилиндра на новую плоскость проекций спроецировались в натуральную величину. Для этого новую ось проекций  $X_1$  проводим параллельно образующим цилиндра (Рисунок 11).

Для построения развертки всю боковую поверхность цилиндра разделяем образующими на 12 равных частей.

Развертку начинаем от прямой, проведенной параллельно проекциям образующих цилиндра на произвольном расстоянии от крайней образующей  $7'_1 - 7'_1$ . Дальнейшее построение развертки ничем не отличается от рассмотренного ранее, при условии, что это произвольное расстояние выбрано равным нулю.

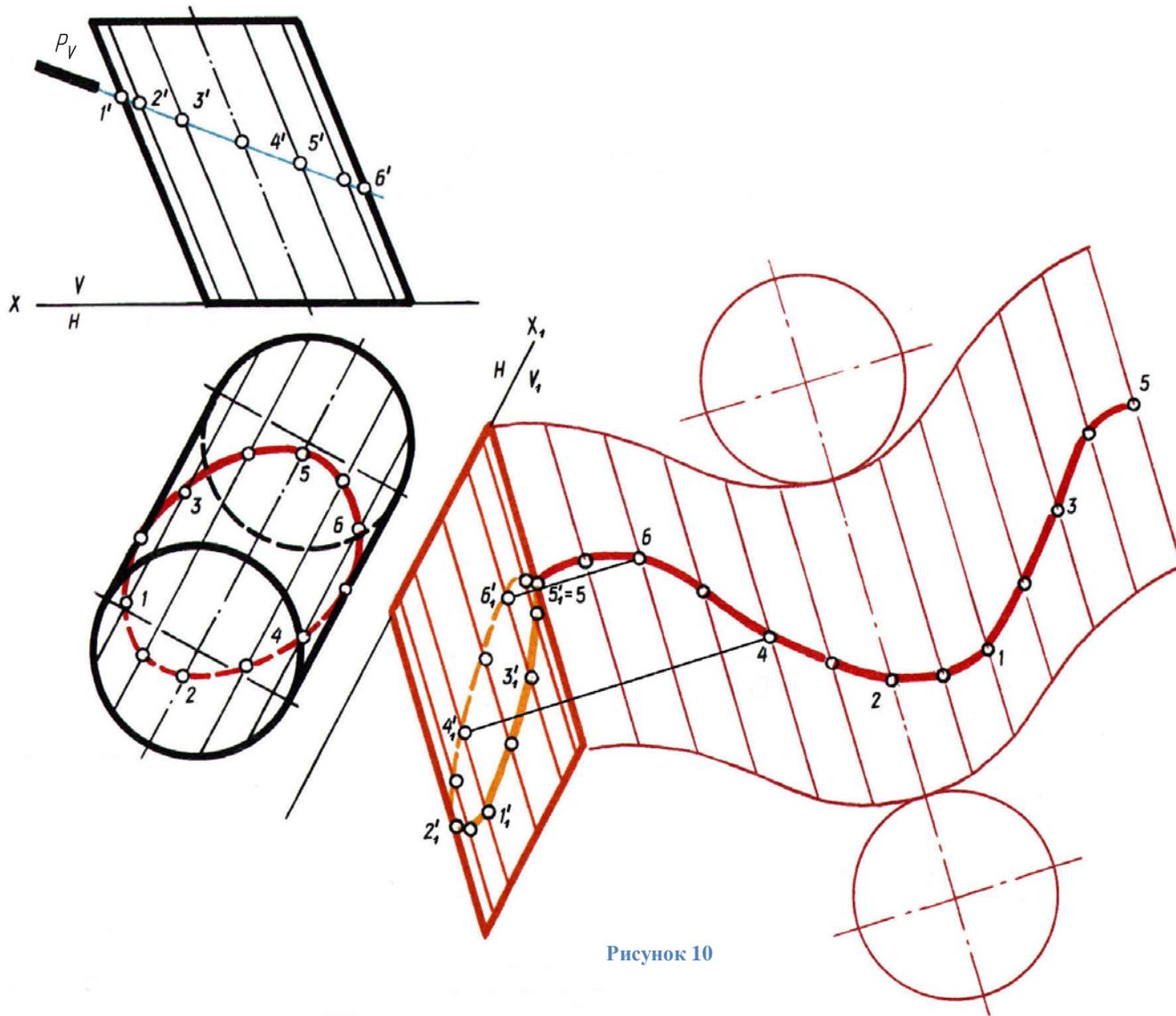


Рисунок 10

## Пересечение наклонного конуса проецирующей плоскостью и построение развертки

В зависимости от направления секущей плоскости в сечении конуса вращения могут получиться различные типы линий.

- Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, в его сечении получаются *две прямые* – образующие (треугольник) (Рисунок 13, а).

- В результате пересечения конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса, получается *окружность* (Рисунок 13, б).

Если секущая плоскость наклонена к оси вращения конуса и не проходит через его вершину, в сечении конуса может получиться эллипс (Рисунок 13, в), парабола или гипербола (Рисунок 14, а, б) – в зависимости от величины угла наклона секущей плоскости.

- *Эллипс* получается в том случае, когда угол  $\beta$  наклона секущей плоскости меньше угла наклона  $\alpha$  образующих конуса к его основанию ( $0 < \beta < \alpha$ ), т.е. когда плоскость пересекает все образующие данного конуса (Рисунок 13, в).

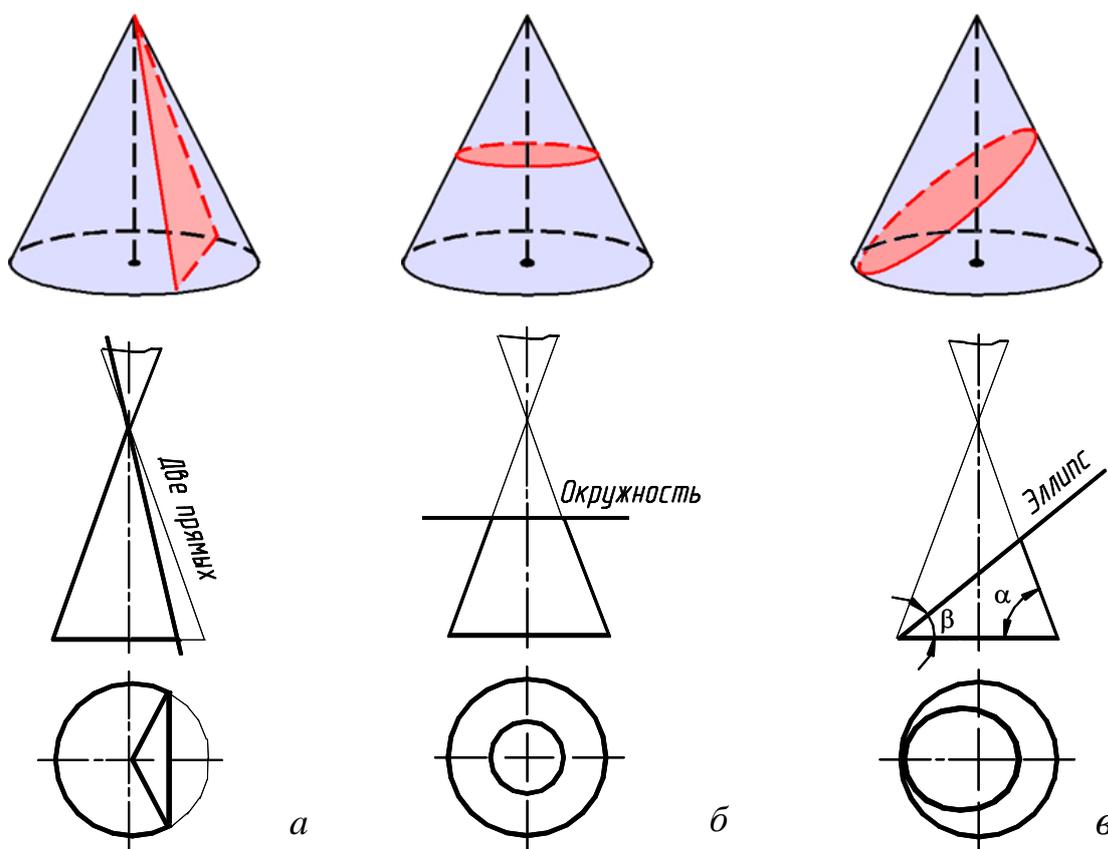


Рисунок 11

- Если углы  $\alpha$  и  $\beta$  равны (то есть секущая плоскость параллельна только одной из образующих конуса), в сечении получается парабола (Рисунок 14, а).

- Если секущая плоскость направлена под углом, который изменяется в пределах  $90^\circ \geq \beta > \alpha$ , то в сечении получается гипербола. В этом случае секущая плоскость параллельна одновременно двум образующим конуса. Гипербола имеет две ветви, так как коническая поверхность двухполостная (Рисунок 14, б).

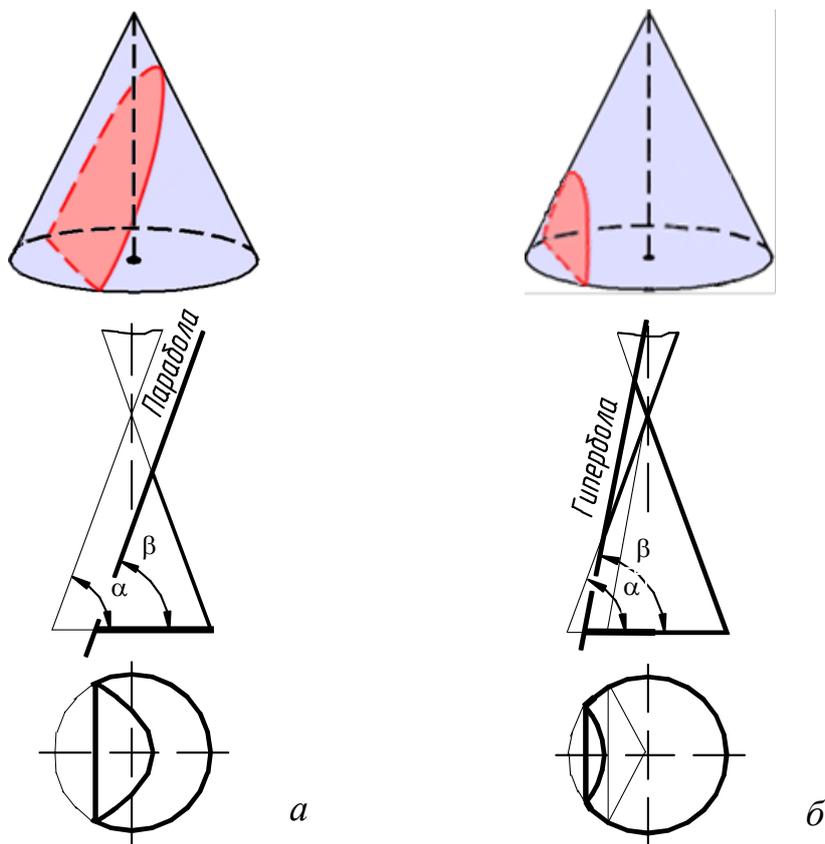


Рисунок 12

Построим развертку наклонного конуса, пересеченного фронтально-проецирующей плоскостью  $P$ , заданной следом  $P_V$  (Рисунок 15) и нанесем на развертку сечение.

Точки на поверхности конуса находят по признаку принадлежности некоторой линии, лежащей на поверхности. Обычно выбирают простые линии – прямые или окружности. Мы будем находить характерные точки, принадлежащие прямолинейным образующим конической поверхности.

Делим основание наклонного конуса на 12 частей (точки  $1_0, 2_0, 3_0, \dots, 11_0, 12_0$ ) и проводим проекции образующих поверхности (Рисунок 16). Очерковые образующие наклонного конуса на горизонтальной

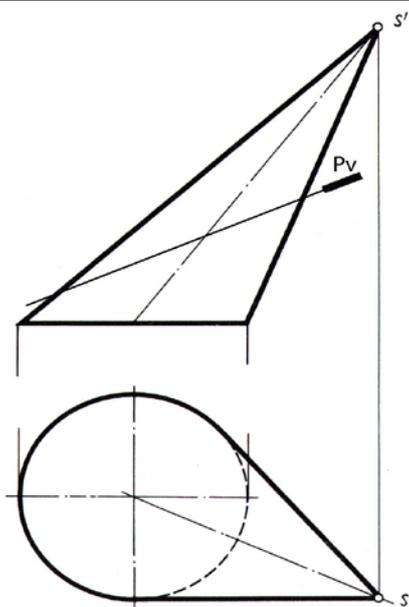


Рисунок 15

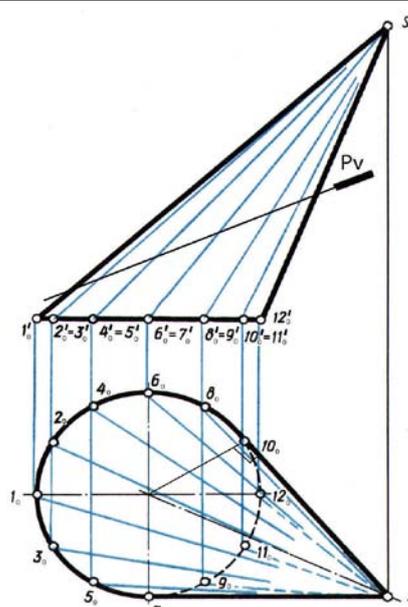


Рисунок 16

плоскости проекций строятся как касательные из проекции вершины конуса к окружности – проекции основания, перпендикулярные её радиусу, проведенному в точку касания.

Находим проекции сечения наклонного конуса плоскостью P (Рисунок 17).

На фронтальной плоскости проекций V фигура сечения — эллипс — изобразится в виде отрезка прямой, совпадающей со следом  $P_V$  секущей плоскости (Рисунок 17). Эта прямая будет большой осью эллипса.

Малая ось эллипса перпендикулярна большой и проходит через ее середину.

Для нахождения остальных характерных точек построим точки встречи выбранных нами образующих ( $S_{1_0}, S_{2_0}, \dots, S_{12_0}$ ) с секущей плоскостью P.

Например, точка 1 принадлежит очерковой образующей  $S_{1_0}$ . Точки 2 и 3 принадлежат соответственно образующим  $S_{2_0}$  и  $S_{3_0}$ . Аналогично находим остальные точки сечения.

Для построения развертки натуральную величину всех образующих с принадлежащими им характерными точками будем находить методом вращения. Ось вращения проведем вертикально через вершину наклонного конуса. Относительно

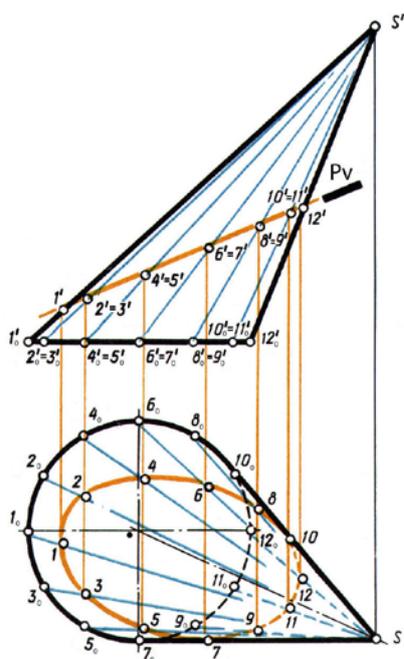


Рисунок 13

выбранной оси поворачиваем образующие до совпадения их с плоскостью, параллельной фронтальной плоскости проекций. На натуральных величинах образующих по линиям связи найдем проекции характерных точек 1, 2, ..., 12 (Рисунок 18).

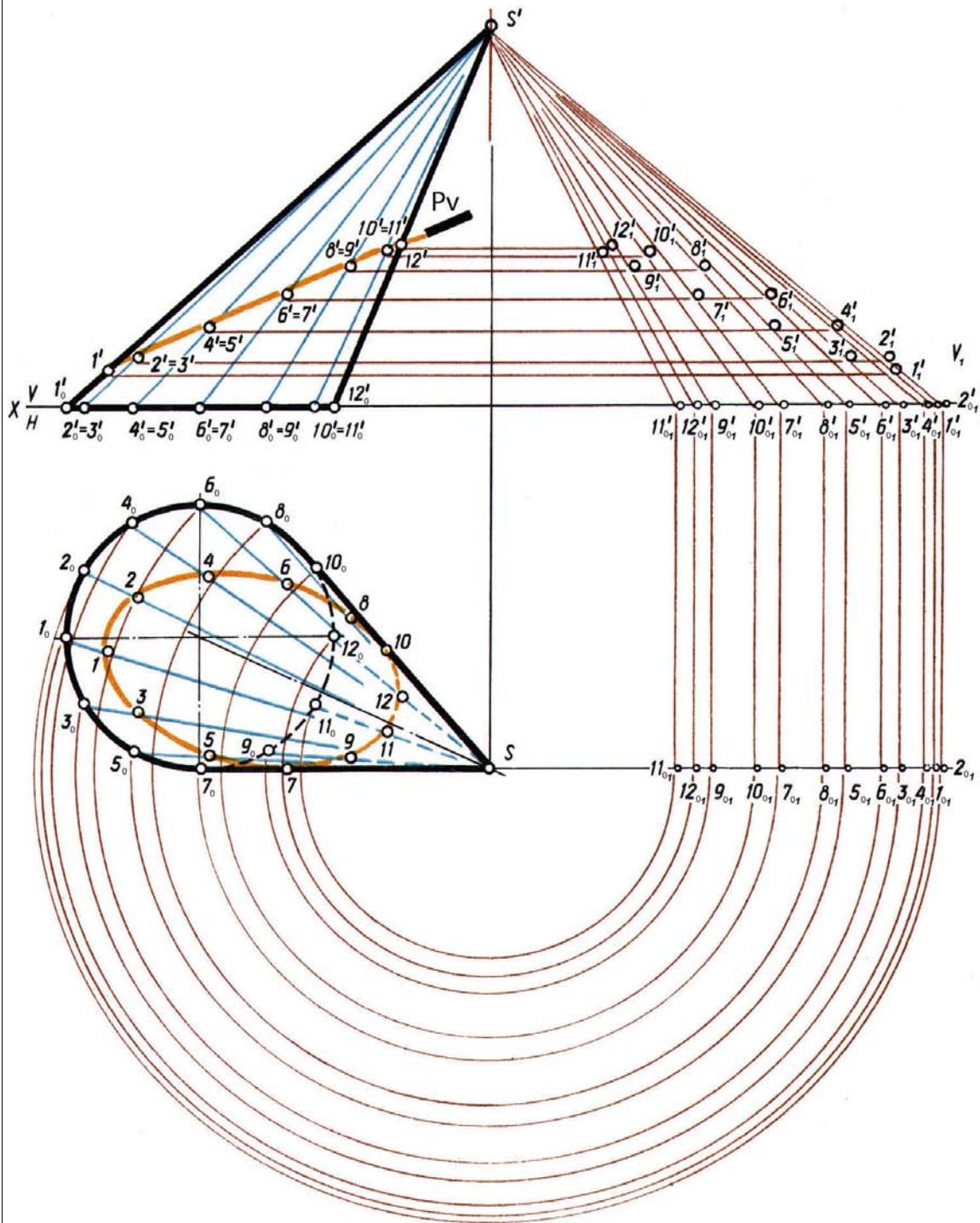


Рисунок 14

На натуральной величине, например образующей  $1_0S$ , строим развертку. От точки  $1_0$  радиусом  $1_01_1$  (Рисунок 18) проводим дугу, а из точки  $S$  радиусом  $S2_1$  отмечаем на дуге точку  $2_0$ . Аналогично находим остальные точки основания конической поверхности на развертке и соединяем их плавной кривой.

Отмечаем на соответствующих образующих развертки точки  $1, 2, 3, \dots$  и соединяем их плавной кривой.

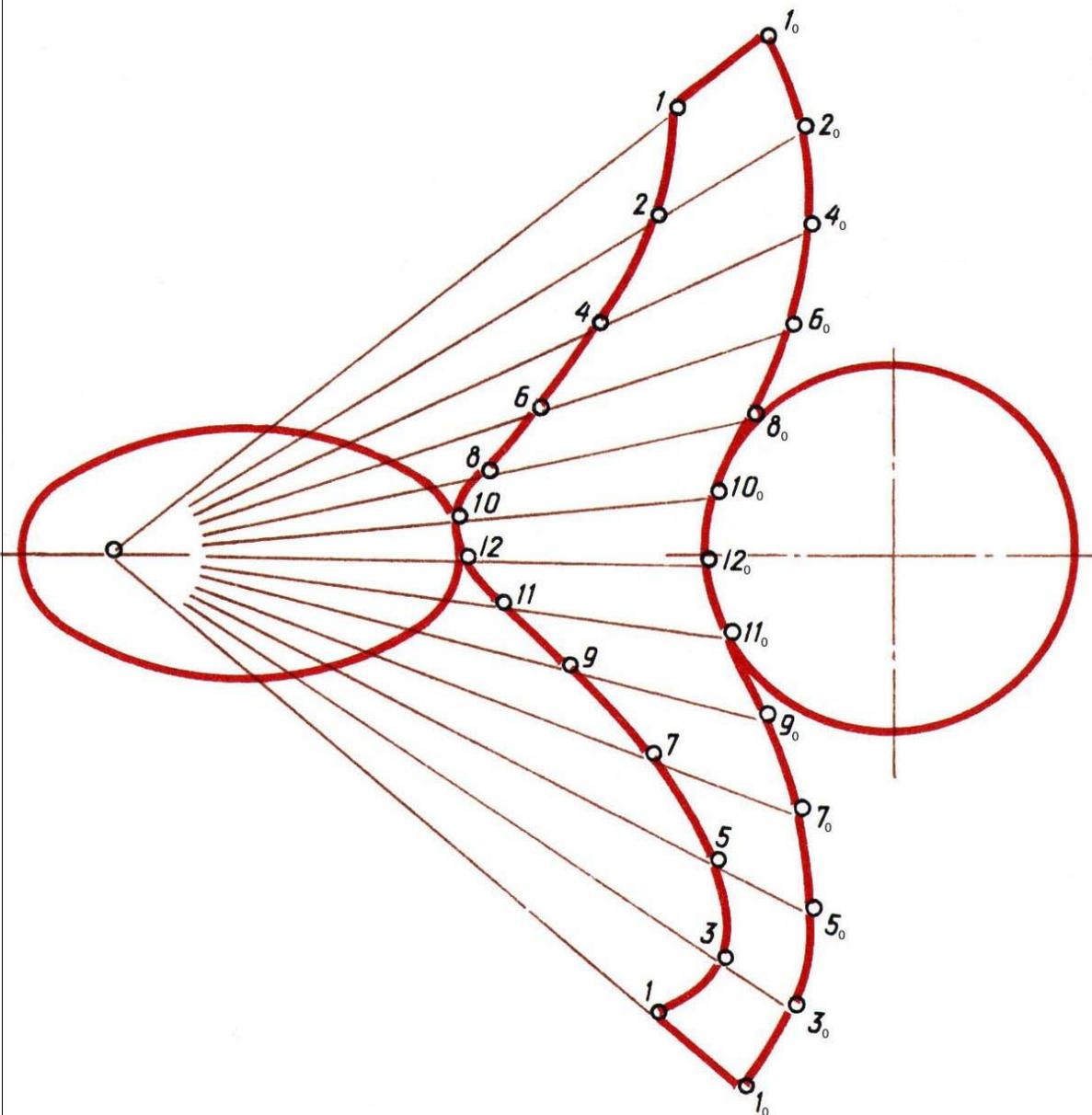


Рисунок 19

Методическое издание

БЕЛОЕНКО Елена Владимировна,  
ДАЙНАТОВИЧ Татьяна Юрьевна

**ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК ПОВЕРХНОСТЕЙ**

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ**

Методическое пособие

**Издано в авторской редакции**

Научный редактор  
*кандидат технических наук,  
доцент Б.А. Франковский*

Подписано к печати . Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».  
Печать XEROX. Усл. печ. л. . Уч.-изд. Л .  
Заказ . Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества

Издательства Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)