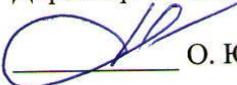


УТВЕРЖДАЮ  
Директор ФТИ ТПУ

 О. Ю. Долматов

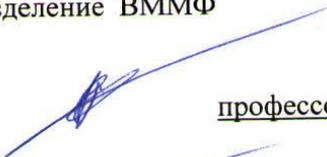
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2015 г.

**БАЗОВАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УНИФИЦИРОВАННОГО МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 3.5 \_**

Направление (специальность) ООП **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**  
Номер кластера (для унифицированных дисциплин) **5**  
Профиль(и) подготовки (специализация, программа) **Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач "Компьютерное моделирование"**  
Квалификация (степень) **бакалавр**  
Базовый учебный план приема **2015** г.  
Курс **II** семестр **3**  
Количество кредитов **6**  
Код дисциплины **ДИСЦ.Б15.1**

Виды учебной деятельности	Временной ресурс по очной форме обучения
Лекции, ч	32
Практические занятия, ч	48
Лабораторные занятия, ч	0
Аудиторные занятия, ч	80
Самостоятельная работа, ч	136
ИТОГО, ч	216

Вид промежуточной аттестации диф. зачет, ЭКЗАМЕН  
Обеспечивающее подразделение ВММФ

Заведующий кафедрой  профессор Трифонов А.Ю.

Руководитель ООП  профессор Трифонов А.Ю.

Преподаватель  доцент Зальмеж В.Ф.

2015 г.

## 1. Цели освоения дисциплины Математический анализ 3.5

### 1. Цели освоения дисциплины Математический анализ

В результате освоения данной дисциплины студент приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей Р1, Р2, Р3, Р7, Р8, Р9, Р10 и Р11 основной образовательных программ 010302 «Прикладная математика и информатика».

Основные цели преподавания курса математического анализа.

1. Изучение предусмотренных программой определений, теорем, их доказательств, связей между ними, формирование умения применять полученные знания при решении конкретных задач.

2. Создание отношения к математическому анализу как к инструменту исследования и решения прикладных задач. Эта цель достигается выработкой у студентов понимания сущности математической модели и умения моделировать некоторые наиболее доступные объекты, процессы и явления.

3. Развитие у студентов логического и алгебраического мышления, математической интуиции, точности и обстоятельности аргументации, т.е. воспитания математической культуры, которая способствовала бы включению будущих специалистов в процесс активного познания, в частности, обеспечивала бы им возможность самостоятельного овладения новым математическим аппаратом.

### 2. Место модуля в структуре ООП

Дисциплина относится к базовым дисциплинам математического и естественнонаучного цикла (ДИСЦ.Б). Коррективитами для дисциплины «Математический анализ 3.5» являются дисциплины «Теория вероятностей» и «Дифференциальные уравнения». Для освоения дисциплины необходимо **знать**:

- Курс «Математический анализ 2.5»
- Курс «Алгебра и геометрия 2.5»»,

Параллельно с данной дисциплиной могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла и цикл «Физическая культура»

### 3. Результаты освоения дисциплины Математический анализ 3.5.

При изучении дисциплины студенты должны получить представление: о значении математического анализа в математике, естествознании, инженерных дисциплинах и общественных науках; об индукции и дедукции, доказательных и правдоподобных рассуждениях, их роли в процессе научного познания; об условном суждении и эквивалентных ему утверждениях. Студенты должны будут уметь: грамотно применять основные понятия и методы математического анализа, представляя реальные границы их применения; проверять найденные решения; самостоятельно овладевать новыми математическими знаниями, опираясь на опыт, приобретенный в процессе изучения курса математического анализа.

После изучения данной дисциплины студенты приобретают знания, умения и опыт, соответствующие результатам основной образовательной программы: Р1, Р2, Р3, Р7, Р8, Р9, Р10 и Р11. Соответствие результатов освоения дисциплины «Математический анализ» формируемым компетенциям ООП представлено в таблице.

Формируемые компетенции в соответствии с ФГОС*	Результаты освоения дисциплины
З1.	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>знать</b>: основные положения теории пределов и непрерывных функций.</i>

	числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных
<b>У1.</b>	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>уметь:</b></i> определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа постановки и решения конкретных прикладных задач решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды
<b>В.1</b>	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>владеть:</b></i> навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке. стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины Математический анализ 3.5.

##### 4.1. Наименование модулей дисциплины:

##### Модуль 1. Элементы теории поля

*Лекции. Практика.* Векторное поле. Векторные линии. Ориентация поверхности. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Определение, свойства и вычисление поверхностного интеграла по координатам. Теорема и формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. и вычисление. Свойства дивергенции, векторная запись формулы Гаусса-Остроградского.

Соленоидальное поле. Векторная трубка. Основное свойство соленоидального векторного поля.. Теорема и формула Стокса. Циркуляция и ротор векторного поля. их свойства. Векторная запись формулы Стокса. Потенциальные и безвихревые поля. Теорема Гельмгольца.

Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка в скалярном и векторном полях. Дифференциальные операции второго порядка

##### Модуль 2. Числовые и функциональные ряды

*Лекции. Практика.*

Понятие числового ряда. Частичная сумма, остаток, сходимость. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.

Признаки сравнения сходимости знакоположительных рядов. Признак сравнения отношений. Гармонический ряд. Обобщённый гармонический ряд (ряд Дирихле). Признаки сходимости Даламбера и Коши, их сравнение между собой. Интегральный признак Коши-Маклорена.

Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда. Теорема Коши и теорема Римана о перестановке членов абсолютно и условно сходящихся числовых рядов. Признак Дирихле-Абеля. Признак Лейбница. Арифметические операции над сходящимися рядами.

Последовательности функций и функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости ряда. Мажорирующий ряд. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Определение степенного ряда. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена, условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды.

Ортогональные и нормированные системы функций. Тригонометрическая система функций. Понятие тригонометрического ряда Фурье. Теорема о коэффициентах ряда Фурье. Сумма ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на полуинтервале. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Сдвиг сегмента разложения. Интеграле Фурье. Преобразование Фурье.

#### 4.2. Структура дисциплины по модулям, формам организации и контроля обучения

№	Название модуля	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Итого	Формы текущего контроля и аттестации
		Лекции	Практ./семинар	Лаб. зан.			
1	Элементы теории поля	12	18		30	60	ИДЗ. Контрольная работа
2	Числовые и функциональные ряды	20	30		50	100	ИДЗ. Контрольные работы
3	Курсовая работа				56	56	Защита курсовой
	Аттестация за семестр						Экзамен
	итого	32	48		136	216	

#### 5. Образовательные технологии

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.  
Таблица 2.

*Методы и формы организации обучения*

Методы	ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк **	СРС
IT-методы					
Работа в команде			x		x
Case-study					
Игра					
Методы проблемного обучения			x	x,x	x
Обучение на основе опыта		x	x	x,x	x
Опережающая самостоятельная работа				x,x	x

Проектный метод				
Поисковый метод	х	х	х,х	х
Исследовательский метод	х	х	х,х	х

## **6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по данному модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- в изучении теоретического материала по теме курсовой работы, оформлении отчета и презентации доклада;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по модулю

6.2.1. *Темы индивидуальных заданий:*

1. Элементы теории поля.
2. Числовые и функциональные ряды.
3. Ряды Фурье

6.2.2 *Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:*

1. Операторы Гамильтона и Лапласа в цилиндрической и в сферической системах координат
2. Доказательство теорем о свойствах абсолютно сходящихся рядов.
3. Преобразование Фурье.

6.2.3 *Примерный перечень курсовых работ:*

- 1 Полиномы Лежандра.
- 2 Полиномы Эрмита.
- 3 Полиномы Лагерра.
- 4 Дельта функция Дирака и ее применение.
- 5 Уравнение Бесселя. Разложение решения в обобщенный степенной ряд.
- 6 Модифицированное уравнение Бесселя, его общее решение.
- 7 Классические ортогональные полиномы. Обобщенная формула Родрига.
- 8 Алгебраические свойства ортогональных полиномов..
- 9 Асимптотические ряды.
- 10 Метод Лапласа асимптотической оценки интегралов.
- 11 Лемма Ватсона.
- 12 Основные и обобщенные функции.

### **6.3 Контроль самостоятельной работы**

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг-плану освоения модуля дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

### **6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела 9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

## **7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля**

**7.1. Текущий контроль.** Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля дисциплины являются:

**7.1.1.** Пример перечня вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Скалярное поле. Производная по направлению.
- Градиент, его свойства. Инвариантное определение градиента.
- Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность, его физический смысл.
- Формула Остроградского.
- Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Инвариантное определение дивергенции. Свойства дивергенции.
- Соленоидальное поле, его основные свойства.
- Криволинейный интеграл по длине дуги, его свойства и физический смысл.
- Криволинейный интеграл по координатам, его свойства и физический смысл
- Циркуляция векторного поля, ее гидродинамический смысл.
- Формула Стокса.
- Ротор векторного поля, его свойства. Инвариантное определение ротора.
- Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
- Потенциальное поле. Условия потенциальности.
- Приведите определение сходящегося и расходящегося числового ряда и основные теоремы о свойствах сходящихся рядов.
- Сформулируйте достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, признаки сравнения.
- Знакопеременные ряды: понятие условной и абсолютной сходимости.
- Сформулируйте теорему Лейбница и признак Дирихле
- Дайте определения функционального ряда и области его сходимости. Что такое сумма и  $n$ -частичная сумма функционального ряда?
- В чем состоит понятие равномерной сходимости?
- Сформулируйте признак Вейерштрасса.
- Перечислите свойства равномерно сходящихся рядов
- Сформулируйте теорему Абеля.
- Перечислите основные свойства степенных рядов

- Какие ряды называют рядами Тейлора и Маклорена?
- Ортогональные и нормированные системы функций
- Понятие тригонометрического ряда Фурье.
- Сформулируйте теорему Дирихле

▪ *Индивидуальные задания*

Пример варианта индивидуальных заданий.

**Вариант № 1**

1. Вычислить интеграл

$$\int_L ydx + zdy + ydz$$

по контуру  $L: x = 2t \cos t, y = 2t \sin t, z = 2t, 2\pi \leq t \leq 4\pi$ .

2. Вычислить

$$\int_{(1,0)}^{(1,2)} x \left( 1 + \frac{1}{x^2 + y^2} \right) dx + y \left( 1 + \frac{1}{x^2 + y^2} \right) dy$$

вдоль кривых, для которых интеграл не зависит от пути интегрирования.

3. Найти площадь части поверхности  $S: z = xy$ , вырезанную поверхностями  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $|x| = |y|$  ( $|x| \leq |y|$ ).

4. Вычислить

$$\iint_S (x - y + 2z) dS,$$

где  $S: z^2 + x^2 + y^2 = 4$  ( $z \geq 0$ ).

5. Найти

$$\iint_S xdydz - ydxdz + (z+1)dydz,$$

где  $S$  – часть плоскости  $x + y + z = 1$ , лежащая в первом октанте ( $z > 0$ ).

6. Вычислить

$$\iint_S xydydz + (x+y)dxdz + (z-x)dydx,$$

где  $S$  – замкнутая поверхность  $z^2 = xy, x^2 + y^2 = 4$ . Нормаль внешняя.

7. Вычислить

$$\iint_S 2xdydz + y^4dxdz - (z-x)dydx, \text{ где } S \text{ – часть поверхности } x^2 + y^2 + z^2 = 4z, \text{ отсекаемая}$$

плоскостью  $x = 0$  ( $x > 0$ ). Нормаль внешняя к замкнутой поверхности.

8. Вычислить  $\left| \int_{\Gamma} \vec{A} d\vec{r} \right|$ , где  $\vec{A} = \{x^3 + y, -x + y, z\}$ ,

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

9. Записать оператор Гамильтона в полярных координатах (базисные орты  $e_\rho, e_\varphi$ ).

10. Найти  $\text{rot}[\vec{c}, \vec{r}f(r)]$ .

11. Найти циркуляцию  $\vec{r}$  вдоль  $L: x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ).

12. Найти поток поля  $\vec{r}$  через поверхность  $S: x = (5 + 2 \cos u) \cos v, y = (5 + 2 \sin u) \sin v, z = 2 \sin u$  ( $u, v \in [0, \pi/2]$ ).

13. Равен ли нулю интеграл

$$\int_{\gamma} \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2},$$

если  $\gamma$ : а)  $x^2 - (y-5)^2 = 9$ ; б)  $x^2 + y^2 = 25$ ?

14. Найти работу поля  $\vec{F} = (1 + 2xy^3, 3x^2 - y^2)$  вдоль кривой  $L$ :  $x = 3 + \cos^7 t$ ,  $y = \sin^5 t + \cos^3 t$ ,  $0 \leq t \leq \pi/2$ .

15. Найти поток поля  $\vec{F} = (xz^2 - xy^2, xy - yz^2, y^2z - xz)$  через поверхность  $S$ :  $(x-1)^2 + y^2 + 5(z-4)^2 = 25$ .

**7.2. Рубежный контроль.** Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.

Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг-листе.

### Образцы контрольных заданий

#### Контрольная работа по теме «Элементы теории поля»

1. Вычислить работу силового поля.

$$\int_{(L)} (xy - 1)dx + x^2y^2 dy, \quad \text{где } L: AB; A(1,0); B(0,2).$$

2. Проверить будет ли потенциальным

$$\text{поле } \vec{a}(m) = (2xy - 2z^2)\vec{i} + (2yz + x^2)\vec{j} + (-4xz + y^2)\vec{k}.$$

В случае потенциальности поля найти его потенциал.

3. Найти  $\text{rot}(\vec{c}f(r))$

4. Найти поток векторного поля  $\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$  через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения  $y = x^2 + z^2$ , ограниченного плоскостью  $y = 4$ .

5. Вычислить  $\left| \oint_{\Gamma} \vec{A} d\vec{r} \right|$ , где  $\vec{A} = \{x, y + yz, z - x\}$ ,  
 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

#### Контрольная работа по теме Ряды

1. Найти сумму ряда  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k!}$

2. Исследовать на сходимость ряды  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3k+1)!}{(k!)^3 2^{2k}}$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} (k^{k^2+1} - 1)$ ,

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{3k} \frac{3^{(-1)^k}}{k}.$$

3. Найти области сходимости рядов

- $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^k$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n} n!}{n^n}$

4. Разложить в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0 = 2$  функцию  $\frac{x+1}{x^2}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

### 7.3 Промежуточный контроль.

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом на экзамене.

### Образцы экзаменационных материалов

Учебная дисциплина  
Мат. анализ 3.5



Ф ТПУ 7.1-21/01

Экзамен

Курс 2

ФТИ

- а) Сформулируйте и докажите признак Лейбница  
в) Сформулируйте и докажите теорему Гаусса - Остроградского
- Исследовать на сходимость ряды:

$$a. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{(n+3)^2 4^n}, \quad b. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!}$$

- Разложить в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0$  функцию  $f(x)$ :

$$f(x) = xe^{-2x+3}; \quad x_0 = 1.$$

- Найти модуль циркуляции векторного поля  $\mathbf{a}$  вдоль контура  $\Gamma$ .

$$\mathbf{a} = (x^2 - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k},$$

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$$

## **8. Рейтинг качества освоения дисциплины (модуля)**

Оценка качества освоения дисциплины в ходе текущей и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с «Руководящими материалами по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации студентов Томского политехнического университета», утвержденными приказом ректора № 77/од от 29.11.2011 г.

В соответствии с «Календарным планом изучения дисциплины»:

- текущая аттестация (оценка качества усвоения теоретического материала (ответы на вопросы и др.) и результаты практической деятельности (решение задач, выполнение заданий, решение проблем и др.) производится в течение семестра (оценивается в баллах (максимально 60 баллов), к моменту завершения семестра студент должен набрать не менее 33 баллов)
- промежуточная аттестация (экзамен) производится в конце семестра (оценивается в баллах (максимально 40 баллов), на экзамене студент должен набрать не менее 22 баллов).

Итоговый рейтинг по дисциплине определяется суммированием баллов, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Максимальный итоговый рейтинг соответствует 100 баллам.

## **9. Учебно-методическое и информационное обеспечение модуля дисциплины**

### **9.1. Основная литература**

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - Москва: Лань, 2009.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- Москва: Лань, 2008
3. В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов; Математический анализ : учебник: в 1,2 ч. / под ред. А. Н. Тихонова. — Москва: Проспект Изд-во МГУ, 2007.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - Екатеринбург: АТП, 2011.
5. Задачи и упражнения по математическому анализу (Под ред. Демидовича Б.П.) - Москва: АСТ Астрель, 2007.

### **9.2. Дополнительная литература**

1. Терехина Л.И., Фикс И.И. Учебное пособие., «Высшая математика»— Томск, Изд. ТПУ, 2004 – 2014 г.г.
2. Терёхина Л.И., Фикс И.И., Сборник индивидуальных заданий, «Высшая математика», части 1,2
3. Запорожец Г.Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. - СПб. Лань, 2010
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2009.
5. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. IV. Ряды.- Томск: Изд. ТПУ, 2006, 2011

### **9.3. Internet-ресурсы:**

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> —библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> –электронная библиотека механико-математического факультета МГУ

### **10. Материально-техническое обеспечение модуля дисциплины**

Освоение модуля производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 010302 «Прикладная математика и информатика»

Программа одобрена на заседании кафедры ВММФ ФТИ ТПУ (протокол №185от «17» марта 2015 г.).

Авторы доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Зальмеж В.Ф.

Рецензент доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Цехановский И.А.