


УТВЕРЖДАЮ  
Директор ФТИ ТПУ

 О. Ю. Долматов

« \_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

**БАЗОВАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УНИФИЦИРОВАННОГО МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 1.5 \_**

Направление (специальность) ООП **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**  
Номер кластера (для унифицированных дисциплин) **5**  
Профиль(и) подготовки (специализация, программа) **Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач "Компьютерное моделирование"**  
Квалификация (степень) **бакалавр**  
Базовый учебный план приема **2014** г.  
Курс **I** семестр **1**  
Количество кредитов **8**  
Код дисциплины **ДИСЦ.Б**

Виды учебной деятельности	Временной ресурс по очной форме обучения
Лекции, ч	64
Практические занятия, ч	64
Лабораторные занятия, ч	0
Аудиторные занятия, ч	128
Самостоятельная работа, ч	160
ИТОГО, ч	288

Вид промежуточной аттестации **ЭКЗАМЕН**  
Обеспечивающее подразделение **ВММФ**

Заведующий кафедрой  профессор Трифонов А.Ю.

Руководитель ООП  профессор Трифонов А.Ю.

Преподаватель  доцент Зальмеж В.Ф.

2015 г.

## 1. Цели освоения дисциплины Математический анализ 1.5

### 1. Цели освоения дисциплины Математический анализ

В результате освоения данной дисциплины студент приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей Р1, Р2, Р3, Р7, Р8, Р9, Р10 и Р11 основной образовательных программ 010302 «Прикладная математика и информатика».

Основные цели преподавания курса математического анализа.

1. Изучение предусмотренных программой определений, теорем, их доказательств, связей между ними, формирование умения применять полученные знания при решении конкретных задач.

2. Создание отношения к математическому анализу как к инструменту исследования и решения прикладных задач. Эта цель достигается выработкой у студентов понимания сущности математической модели и умения моделировать некоторые наиболее доступные объекты, процессы и явления.

3. Развитие у студентов логического и алгебраического мышления, математической интуиции, точности и обстоятельности аргументации, т.е. воспитания математической культуры, которая способствовала бы включению будущих специалистов в процесс активного познания, в частности, обеспечивала бы им возможность самостоятельного овладения новым математическим аппаратом.

### 2. Место модуля в структуре ООП

Дисциплина относится к базовым дисциплинам математического и естественнонаучного цикла (ДИСЦ.Б). Коррективом для дисциплины «Математический анализ 1.5» является дисциплина «Алгебра и геометрия 1.5». Для освоения дисциплины необходимо **знать**:

- курс средней общеобразовательной школы «Алгебра и начала анализа»,
- курс средней общеобразовательной школы «Геометрия»

Параллельно с данной дисциплиной могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла и цикл «Физическая культура»

### 3. Результаты освоения дисциплины Математический анализ 1.5.

При изучении дисциплины студенты должны получить представление: о значении математического анализа в математике, естествознании, инженерных дисциплинах и общественных науках; об индукции и дедукции, доказательных и правдоподобных рассуждениях, их роли в процессе научного познания; об условном суждении и эквивалентных ему утверждениях. Студенты должны будут уметь: грамотно применять основные понятия и методы математического анализа, представляя реальные границы их применения; проверять найденные решения; самостоятельно овладевать новыми математическими знаниями, опираясь на опыт, приобретенный в процессе изучения курса математического анализа.

После изучения данной дисциплины студенты приобретают знания, умения и опыт, соответствующие результатам основной образовательной программы: Р1, Р2, Р3, Р7, Р8, Р9, Р10 и Р11. Соответствие результатов освоения дисциплины «Математический анализ» формируемым компетенциям ООП представлено в таблице.

Формируемые компетенции в соответствии с ФГОС*	Результаты освоения дисциплины
З1.	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>знать</b>: основные положения теории пределов и непрерывных функций.</i>

	числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных
<b>У1.</b>	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>уметь:</b></i> определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа постановки и решения конкретных прикладных задач решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды
<b>В.1</b>	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>владеть:</b></i> навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке. стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач

#### **4. Структура и содержание дисциплины Математический анализ 1.5.**

##### **4.1. Наименование модулей дисциплины:**

##### **Модуль 1. Введение в анализ**

*Лекции. Практика.* Вводная лекция. Роль математики в изучении окружающей действительности. Математика как средство решения прикладных задач, универсальный язык науки и элемент общей культуры.

Понятие множества. Основные операции над множествами, их свойства. Логическая символика, некоторые свойства логических операций. Виды теорем. Условия необходимые, достаточные и существенные.

Вещественные числа, их свойства. Границы числовых множеств.

Понятие о числовой последовательности. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей. Критерий Коши сходимости последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число “ $\epsilon$ ” как предел монотонной последовательности.

Предельные точки (частичные пределы) последовательности и предельные точки числового множества. Теорема Больцано–Вейерштрасса о существовании частичного предела у ограниченной последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у числовой последовательности.

Понятие о функции. Способы задания функций. Предел (предельное значение) функции в точке – определения по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы. Расширенная числовая ось. Пределы функций в бесконечно удалённых точках и бесконечные пределы. Свойства функций, имеющих (конечные) пределы. Критерий Коши существования предела функции. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций. Символы  $o$ -малое,  $O$ -большое. Монотонные функции. Понятие об обратной функции. Существование односторонних пределов у монотонных функций. Условия существования и непрерывности обратной функции. Первый и второй замечательные пределы.

Свойства функций, непрерывных на множестве. Теоремы Больцано –Коши. Теоремы Вейерштрасса. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.

##### **Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

*Лекции. Практика.*

Определение и геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции. Связь дифференцируемых функций с функциями непрерывными. Определение и геометрический смысл дифференциала. Правила дифференцирования и таблица производных. Теоремы о производной обратной и сложной функций. Дифференцирование показательной-степенной, неявно и параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталья, применение к раскрытию неопределенностей вида  $\left(\frac{0}{0}\right)$  и  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$  и его использование при раскрытии

неопределенностей других видов. Формула Тейлора. Выражение остаточного члена в формуле Тейлора в формах Лагранжа, Коши и Пеано. Формула Маклорена. Примеры разложения по формуле Тейлора -Маклорена элементарных функций.

Монотонность функции. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума. Схема исследования функций с помощью производных на экстремум. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная). Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба. Полная схема исследования функции и построения ее графика.

### **Модуль 3. Неопределенный интеграл**

*Лекции.* Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных функций. Корни многочлена. Формулировка основной теоремы алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Простые рациональные дроби и их интегрирование. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простых дробей.

Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

### **Модуль 4. Определенный интеграл**

*Лекции. Практика.* Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интегральной суммы Римана. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл. Верхняя и нижняя суммы Дарбу, их свойства.

Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.

Связь определенного и неопределенного интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла.

Геометрические применения определенного интеграла. Длина дуги кривой и её вычисление. Вычисление объемов тел. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость.

Несобственные интегралы от неограниченных функций. Теорема сравнения. Абсолютная и условная сходимость

#### 4.2. Структура дисциплины по модулям, формам организации и контроля обучения 1 семестр

№	Название модуля	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Итого	Формы текущего контроля и аттестации
		Лекции	Практ./семинар	Лаб. зан.			
1	<b>Введение в анализ</b>	18	18		40	76	ИДЗ. Контрольные работы
2	<b>Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>	18	18		40	76	ИДЗ. Контрольные работы
3	<b>Неопределенный интеграл</b>	10	10		40	60	ИДЗ. . Контрольная работа
4	<b>Определенный интеграл</b>	18	18		40	76	ИДЗ. Контрольная работа
	Аттестация за семестр						Экзамен
	итого	64	64		160	288	

#### 5. Образовательные технологии

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.  
Таблица 2.

*Методы и формы организации обучения*

Методы	ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк**	СРС
IT-методы					
Работа в команде			x		x
Case-study					
Игра					
Методы проблемного обучения			x	x,x	x
Обучение на основе опыта		x	x	x,x	x
Опережающая самостоятельная работа				x,x	x
Проектный метод					
Поисковый метод		x	x	x,x	x
Исследовательский метод		x	x	x,x	x

#### 6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по данному модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- в изучении теоретического материала по теме курсовой работы, оформлении отчета и презентации доклада;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по модулю

6.2.1. *Темы индивидуальных заданий:*

1. Предел. Непрерывность.
2. Производные.
3. Приложения производной.
4. Неопределенный интеграл.
5. Определенный и несобственный интеграл.

6.2.2 *Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:*

1. Непрерывность основных элементарных функций
2. Производные основных элементарных функций.
3. Основные правила дифференцирования
4. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простых дробей.
5. Подстановки Эйлера
6. Годограф.
7. Верхняя и нижняя суммы Дарбу, их свойства.
8. Полярная система координат.

### **6.3 Контроль самостоятельной работы**

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг-плану освоения модуля дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

### **6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела **9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

## **7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля**

**7.1. Текущий контроль.** Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля дисциплины являются:

**7.1.1.** Пример перечня вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Сформулируйте определение предела числовой последовательности
- Сформулируйте определение предела функции одной переменной
- Что такое односторонние пределы функции в точке?
- Сформулируйте понятия бесконечно малой и бесконечно большой при  $x \rightarrow a$  функции.
- Первый и второй замечательные пределы
- Как сравниваются бесконечно малые величины? Что такое относительный порядок малости?
- Какие бесконечно малые называются эквивалентными? Приведите примеры эквивалентных бесконечно малых.
- Какими свойствами обладают функции, непрерывные на замкнутом промежутке?
- Что понимают под точкой разрыва функции? Какие разрывы различают?
- Как связаны понятия непрерывности и дифференцируемости функции в точке?
- Запишите правила дифференцирования обратной и сложной функций.
- Запишите правила дифференцирования неявно заданной функции и функции, заданной параметрически.
- Что такое дифференциал функции? Каков его геометрический смысл?
- Какими свойствами обладают дифференцируемые функции?
- Как находятся дифференциалы и производные высших порядков?
- Формула Тейлора
- Что такое точка экстремума функции? Какие точки экстремума бывают?
- Необходимое условие существования экстремума для дифференцируемой функции
- Достаточные условия существования экстремума
- Схема исследования на экстремум функции одного переменного
- Схема нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом промежутке.
- Дайте определение выпуклости и вогнутости кривой на промежутке.
- Какие точки называются точками перегиба?
- Что называется асимптотой графика функции? Какие асимптоты различают?
- В чем состоит правило Лопиталья? Для раскрытия каких неопределённостей оно применяется?
  - *Индивидуальные задания*

Пример варианта индивидуальных заданий.

**Вариант № 1**

1.1. Найти пределы

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!(n+3)}{(n+2)!-n!};$
2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+1}{\sqrt[3]{x \sin(\pi x/4)}};$
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-8x+15}{x^3-27};$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+3x^2-1}{2x^4+25};$
5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2-12}-2}{\sqrt{x^2-7}-3};$
6.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2+3}-2x);$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{\sin^2 x};$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x \operatorname{arctg} x};$
9.  $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin(x-\pi/3)}{\frac{1}{2}-\cos x};$
10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+2} \right)^{x+2};$
11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{x};$

1.2. Записать асимптотическую оценку функций

$$1) e^{\sqrt{x^3}} - 1; \quad 2) 1 - \cos 2x$$

при  $x \rightarrow 0$  и определить порядок первой бесконечно малой относительно второй.

1.3. Исследовать на непрерывность функции

$$1) y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0; \\ 1-x, & \text{если } 0 \leq x < 1; \\ \ln x, & \text{если } x \geq 1; \end{cases} \quad 2) f(x) = \frac{1}{1+3^{1/(2x-1)}}; \quad 3) y = \frac{1}{3x+4}.$$

1.4. Найти производные следующих функций:

- 1)  $y = \frac{3x^6+4x^4-2}{15\sqrt{1+x^2}};$
- 2)  $y = \ln \ln \operatorname{ctg} x;$
- 3)  $y = \frac{\sin(1-x)}{3 \cos 6x};$
- 4)  $y = x \arcsin \sqrt{1+x^2};$
- 5)  $y = (\operatorname{ctg} x)^{x+3};$
- 6)  $y = 7^{\cos(1-4x)};$
- 7)  $y = \frac{3}{2} \ln \operatorname{th} \frac{x}{2} + x - 3;$
- 8)  $y = (\operatorname{tg}^2 x)^{\ln 5x};$
- 9)  $y = x \ln(1+\sec x);$
- 10)  $\sin e^x + \sin e^y = e^{xy};$
- 11)  $3 \ln \frac{x}{y} + y^3 = 7;$
- 12)  $3^x + y^2 = \frac{y}{x};$
- 13)  $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t; \end{cases}$
- 14)  $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t + 5, \\ y = \sqrt{\frac{1+t^2}{1-t^2}}; \end{cases}$
- 15)  $\begin{cases} x = t - \frac{1}{t}, \\ y = \ln^2 t. \end{cases}$

1.5. Найти значения производной в точке  $x = x_0$ :

$$y = \ln \frac{\sqrt{e-x}-1}{\sqrt{e-x}+1}, x_0 = 0; \quad y = \arcsin e^{-2x} + \cos x, x_0 = 0.$$

1.6. Составить уравнения касательной и нормали к кривой

$$y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}}, x_0 = 1; \quad y = \operatorname{arctg}(\cos x) + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}, x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

в данной точке  $x_0$ .

1.7. Найти первый  $dy$  и второй  $d^2y$  дифференциалы функций

$$y = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x}; \quad y = \sin \sqrt{2x-6}; \quad y = e^{\cos^3(1-2x)}.$$

1.8. Вычислить приближенно  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $x = 7,76$ .

1.9. Проверить, удовлетворяет ли функция  $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$  уравнению  $x^2 y'' + xy' + y = 0$ .



1.10. Найти производные указанных порядков:

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{1-x^2} + \frac{2}{3}\sqrt{x}, y'' = ?; \quad y = x - \arcsin \sqrt{x}, y''' = ?; \quad y = \log_3(x+5), y^{(n)} = ?;$$

$$\begin{cases} x = t^2 \ln t, \frac{d^2x}{dt^2} = ?; \\ y = t^2 - 1, \frac{dy^2}{dt^2} = ?; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \sin^3 t, \frac{d^2y}{dx^2} = ? \\ y = \cos^2 t, \frac{d^2y}{dx^2} = ? \end{cases}$$

1.11. Найти экстремумы функций

$$a) y = \frac{2}{3}x^2\sqrt[3]{6x-7}; \quad б) y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}; \quad в) y = \ln x + \frac{1}{x}.$$

1.12. Найти наибольшее и наименьшее значения функций в указанных интервалах:

$$a) y = x^4 - 2x^2 + 3 [-3;2]; \quad б) y = \frac{x-5}{x^2+11} [-3;7]; \quad в) y = \sqrt{4-x^2} [-2;2].$$

1.13. Исследовать функции и построить их графики:

$$a) y = x + \ln(x^2 - 4); \quad \acute{a}) y = \frac{x-1}{x^2-4}; \quad \hat{a}) y = x^2 e^{1/x}.$$

1.14. Найти радиус основания и высоту цилиндра с наибольшей боковой поверхностью, который можно вписать в шар радиуса  $R$ .

1.15. Вычислить указанные пределы, используя правило Лопитала:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^n \sin \frac{a}{x}); \quad \acute{a}) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos(\pi x/2)}; \quad \hat{a}) \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt[3]{(a+x)(b+x)(c+x)} - x].$$

1.16. Построить эскиз графика по известным результатам аналитического исследования:

- 1) область определения  $X = ]-2, \infty[$ ;
- 2) вертикальные асимптоты  $x = -2$ ;
- 3) горизонтальные асимптоты  $y = 2$  ( $x \rightarrow +\infty$ );
- 4) наклонные асимптоты ---;
- 5) стационарные точки  $-1, 1$ ;
- 6) точки, где  $y' = \infty$ :  $0; 2$
- 7) интервалы монотонности: а) возрастания:  $] -1; 0[$ ,  $] 1; 2[$ ,  $(2, \infty)$ ; б) убывания:  $] -2; -1[$ ,  $] 0; 1[$ ;
- 8) интервалы выпуклости и вогнутости: а) выпуклости:  $] 2, \infty[$ ; б) вогнутости:  $] -2; 0[$ ,  $] 0; 2[$ ;
- 9) значения функции в некоторых точках:  $y(-1) = -2$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y(1) = -2$ ;  $y(2) = 0$ .

**7.2. Рубежный контроль.** Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.  
 Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг-листе.

**Образцы контрольных заданий**  
**Предел последовательности.**  
**Вариант 1.**

1. По определению предела доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{(n+1)^2} = 2$ .
2. Найти следующие пределы: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - 3^{n-2}}{2^{2n-1} - 3^n}$ . в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^3 - (2n+1)^3}{(2n+1)^2 + (2n-1)^2}$ .
- с)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 2})$ . д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(1+3+5+\dots+(2n-1)) - (n+1)^2}{n} \right)$ .
- е)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{3n} \right)^{2n}$ .
3. Доказать, что последовательность  $x_n = \frac{4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{1 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (4n-3)}$  имеет предел и найти его.
4. Найти все частичные пределы и указать верхний и нижний пределы последовательности  
 $x_n = \cos^n(\pi/3)$

**ВАРИАНТ №1**

**Контрольная «Дифференциальное исчисление»**

**I. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = (e^{\cos x} + 3x)^2$ ;      2.  $3^x + 3^y = x - 2y$ ;      3.  $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg}(\sqrt{\frac{x}{2}})}$ ;

**II. Найти вторую производную  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ :**

1.  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ,      2.  $\begin{cases} x = \cos(t/2), \\ y = t - \sin t. \end{cases}$       3.  $y = \sin(x - 2y)$

**III. Найдите производную n-го порядка от функции  $y = \ln(2 - 3x + x^2)$**

**IV. Пользуясь правилом Лопиталя найти пределы:**

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1-0} (\sin \pi x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$$

**Контрольная работа по теме  
«Определенный и несобственный  
интеграл»**

**Вариант 1.**

1. Вычислить среднее значение функции на указанном отрезке:

$$y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad x \in [0, a].$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установите их расходимость:

$$1) \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1-x^8}; \quad 2) \int_4^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}; \quad 3) \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+e^x}.$$

3. Исследовать на сходимость

$$1) \int_1^{\infty} \frac{\ln(x+1) dx}{x(\ln x^2 + 1)}; \quad 2) \int_0^3 \frac{x dx}{\cos x}; \quad 3) \int_1^{\infty} \sin(e^{4x}) dx.$$

4. Вычислить длины кривых:

$$1) \rho = \sin^4(\varphi/4) \quad 2) y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}.$$

5. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} y = \sin x, \\ y = 0. \end{cases} \quad x \in [\pi; 2\pi]$$

**7.3 Промежуточный контроль.**

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом на экзамене.

**Образцы экзаменационных материалов**

Экзаменационный билет №1  
Семестр I Курс I 2014/2015 уч. год.

1. Сформулировать и доказать критерий Коши сходимости последовательности. (7 баллов)
2. Сформулировать и доказать теорему Лагранжа (7 баллов)
3. Найдите предел:  $\lim_{x \rightarrow +0} x e^x$ . (5 баллов)
4. Найдите производную функции  $y = \ln \operatorname{tg}(5 \cdot 2^x)$ . (5 баллов)
5. Определите точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости функции  $y = \frac{(x+2)^3}{x-1}$ . (5 баллов)
6. Найдите  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3+8}}$  (5 баллов)
7. Найдите длину линии  $\rho = \sin^2(\phi/2)$  (6 баллов)

### 8. Рейтинг качества освоения дисциплины (модуля)

Оценка качества освоения дисциплины в ходе текущей и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с «Руководящими материалами по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации студентов Томского политехнического университета», утвержденными приказом ректора № 77/од от 29.11.2011 г.

В соответствии с «Календарным планом изучения дисциплины»:

- текущая аттестация (оценка качества усвоения теоретического материала (ответы на вопросы и др.) и результаты практической деятельности (решение задач, выполнение заданий, решение проблем и др.) производится в течение семестра (оценивается в баллах (максимально 60 баллов), к моменту завершения семестра студент должен набрать не менее 33 баллов)
- промежуточная аттестация (экзамен) производится в конце семестра (оценивается в баллах (максимально 40 баллов), на экзамене студент должен набрать не менее 22 баллов).

Итоговый рейтинг по дисциплине определяется суммированием баллов, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Максимальный итоговый рейтинг соответствует 100 баллам.

### 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение модуля дисциплины

#### 9.1. Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - Москва: Лань, 2009.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- Москва: Лань, 2008
3. В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов; Математический анализ: учебник: в 1,2 ч. / под ред. А. Н. Тихонова. — Москва: Проспект Изд-во МГУ, 2007.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - Екатеринбург: АТП, 2011.
5. Задачи и упражнения по математическому анализу (Под ред. Демидовича Б.П.) - Москва: АСТ Астрель, 2007.

### **9.2. Дополнительная литература**

1. Терехина Л.И., Фикс И.И. Учебное пособие., «Высшая математика»— Томск, Изд. ТПУ, 2004 – 2014 г.г.
2. Запорожец Г.Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. - СПб. Лань, 2010
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2009.
4. Задорожный В.Н. Зальмеж В.Ф. Трифонов А.Ю. Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. Часть III. Дифференциальное и интегральное исчисление. Часть III. 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. - Томск: Изд. ТПУ, 2013

### **9.3. Internet-ресурсы:**

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> —библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> — общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> —электронная библиотека механико-математического факультета

МГУ

### **10. Материально-техническое обеспечение модуля дисциплины**

Освоение модуля производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 010302 «Прикладная математика и информатика

Программа одобрена на заседании кафедры ВММФ ФТИ ТПУ (протокол №185от «17» марта 2015 г.).

Авторы доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Зальмеж В.Ф.

Рецензент доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Цехановский И.А.