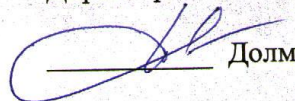


УТВЕРЖДАЮ
Директор ФТИ ТПУ

 Долматов О.Ю.
«__» _____ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)
НА 2015/2016 УЧЕБНЫЙ ГОД**

Алгебра и геометрия 1.5

Направление (специальность) ООП

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Номер кластера (для унифицированных дисциплин)

Профиль(и) подготовки (специализация, программа)

Применение математических методов к решению инженерных и
экономических задач

Квалификация (степень) бакалавр

Базовый учебный план приема 2015 г.

Курс I семестр 1

Количество кредитов 5

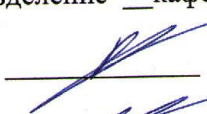
Код дисциплины Б1.БМ2.7

Виды учебной деятельности	Временной ресурс
Лекции, ч	40
Практические занятия, ч	40
Лабораторные занятия, ч	
Аудиторные занятия, ч	80
Самостоятельная работа, ч	100
ИТОГО, ч	180

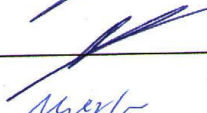
Вид промежуточной аттестации экзамен

Обеспечивающее подразделение кафедра ВММФ

Заведующий кафедрой

 д.ф.-м.н., проф. Трифонов А.Ю.
(ФИО)

Руководитель ООП

 д.ф.-м.н., проф. Трифонов А.Ю.
(ФИО)

Преподаватель

 к.ф.-м.н. Мягкий А.Н.
(ФИО)

2015 г.

1. Цели освоения модуля (дисциплины)

Целями освоения модуля в области обучения, воспитания и развития, соответствующие целям ООП по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», являются:

- подготовка в области основ математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально-профилированного (на уровне бакалавра), углубленного профессионального (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями,
- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений,
- приобретение опыта построения математических моделей и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов,
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение общей культуры, готовности к деятельности в профессиональной среде.

2. Место модуля (дисциплины) в структуре ООП

Дисциплина «Алгебра и геометрия 1.5» относится к базовым дисциплинам и входит в модуль естественнонаучных и математических дисциплин (М2). Эта дисциплина является необходимой для освоения дисциплин из модулей М4-М5.

Дисциплине «Алгебра и геометрия 1.5» предшествует освоение дисциплин (ПРЕРЕКВИЗИТЫ):

- курс средней общеобразовательной школы «Алгебра и начала анализа»
- курс средней общеобразовательной школы «Геометрия»

Содержание разделов дисциплины «Алгебра и геометрия 1.5» согласовано с содержанием дисциплин, изучаемых параллельно (КОРЕКВИЗИТЫ):

- «Математический анализ 1.5» (Б1.БМ2.6)
- «Информатика 1.2» (Б1.БМ2.1)

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

В соответствии с требованиями ООП освоение дисциплины направлено на формирование у студентов следующих компетенций (результатов обучения), в т.ч. в соответствии с ФГОС:

Таблица 1

Составляющие результатов обучения, которые будут получены при изучении данной дисциплины

Результаты обучения (компетенции из ФГОС)	Составляющие результатов обучения					
	Код	Знания	Код	Умения	Код	Владение опытом
РЗ (ОК-12)	31.1 31.2	применения математического аппарата для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую	У1.1 У1.2	Находить организационно-управленческие решения в нестандартных ситуациях и нести ответственность за них.	В1.1 В1.2	Кооперации с коллегами, работы в коллективе. Разработки оперативных планов работы первичных производственных

		процессу математическую модель и проверить ее адекватность.		Организовать работу малых коллективов исполнителей, планировать работу персонала и фондов оплаты труда.		подразделений.
--	--	---	--	---	--	----------------

В результате освоения дисциплины «Алгебра и геометрия 1.5» студентом должны быть достигнуты следующие результаты:

Таблица 2

Планируемые результаты освоения дисциплины

№ п/п	Результат
РД1	<i>В результате освоения дисциплины студент должен знать:</i> базовые понятия и методы матричной, векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств, спектральной теории
РД2	<i>В результате освоения дисциплины студент должен уметь:</i> применять математические методы к решению инженерных, экономических и других профессиональных задач
РД3	<i>В результате освоения дисциплины студент должен владеть:</i> математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования инженерных и экономических систем, явлений и процессов, использования в обучении и профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

Раздел 1. Матрицы и определители

Числовые поля. Поле комплексных чисел. Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Равенство матриц. Линейные операции. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Свойства операций над матрицами. Ортогональные и унитарные матрицы, их свойства. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке (столбцу). Обратная матрица и некоторые ее свойства. Решение матричных уравнений. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатой форме. Матрицы элементарных преобразований. Метод Гаусса-Жордана вычисления обратной матрицы. LU-разложение матрицы. Линейная зависимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы вычисления ранга матрицы.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители и их свойства.
3. Обратная матрица и ее свойства. Элементарные преобразования матриц.
4. Ранг матрицы и его свойства. Методы вычисления ранга матрицы.

Практические занятия:

1. Матрицы. Операции над матрицами.
2. Определители. Методы вычисления определителей.
3. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.
4. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.

Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), основные понятия и определения. Теорема Кронекера-Капелли. Методы нахождения решения СЛАУ (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод). Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений. Теоремы о решениях однородных и неоднородных систем линейных уравнений.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера.
2. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
3. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Теоремы о решениях однородных и неоднородных систем линейных уравнений.

Практические занятия:

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
2. Однородная система линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
3. Контрольная работа «Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений».

Раздел 3. Векторная алгебра

Основные понятия векторной алгебры. Линейные операции над векторами в геометрической форме и их свойства. Векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Понятие базиса и размерности векторного пространства. Аффинная система координат. Декартов базис. Проекция вектора на ось. Расстояние между точками и длина вектора, направляющие косинусы вектора, деление отрезка в заданном отношении. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их основные свойства, геометрический и физический смысл. Координатное выражение произведений векторов. Двойное векторное произведение. Преобразование аффинной системы координат, ортогональные матрицы. Преобразование декартова базиса на плоскости и в пространстве. Полярные координаты.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
2. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора.
3. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
4. Преобразование аффинной системы координат. Преобразование декартова базиса на плоскости и в пространстве.

Практические занятия:

1. Линейные операции над векторами в геометрической и координатной формах. Разложение вектора по базису. Деление отрезка в данном отношении.
2. Скалярное произведение. Векторное произведение.
3. Смешанное произведение векторов. Преобразование прямоугольной системы координат.
4. Контрольная работа «Векторная алгебра».

Раздел 4. Линейные пространства

Множества. Отношение эквивалентности. Отображения. Алгебраические законы на множестве. Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел. Линейная зависимость. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Дополнительное подпространство. Линейное аффинное многообразие. Параллельные многообразия. Пресечение многообразий. Фактор-пространство. Геометрические свойства решений СЛАУ.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Множества и отображения.
2. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Замена базиса.
3. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.
4. Линейное аффинное многообразие. Пересечение многообразий. Фактор-пространство.

Практические занятия:

1. Операции над множествами. Отображения. Эквивалентность и алгебраические законы.
2. Линейные пространства. Базис. Преобразование базиса и координат вектора.
3. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.
4. Линейное аффинное многообразие.

Раздел 5. *Евклидовы и унитарные пространства*

Определение евклидова и унитарного пространства. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора и угол между векторами. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. QR-разложение матрицы. Матрица Грама и ее свойства. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Метрическое пространство. Расстояние между множествами в метрическом пространстве. Примеры метрик. Метрика в евклидовом (унитарном) пространстве. Расстояние в евклидовом (унитарном) пространстве. Линейные аффинные многообразия в евклидовом (унитарном) пространстве. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.
2. Ортогональные векторы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта.
3. Матрица Грама. Ортогональное дополнение.

Практические занятия:

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональность векторов.
2. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение. Ортогональное проектирование вектора на подпространство.
3. Контрольная работа «Линейные пространства».

Раздел 5. *Аффинные пространства*

Аффинные пространства. Плоскости в аффинном пространстве. Взаимное расположение плоскостей в аффинном пространстве. Системы линейных неравенств и многогранники. Симплексы. Аффинные пространства и задачи линейного программирования. Постановки задач линейного программирования. Графический метод решения. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

Виды учебной деятельности:

Лекции:

1. Аффинные пространства. Плоскости в аффинном пространстве и их взаимное расположение.
2. Системы линейных неравенств и многогранники. Симплексы. Задачи линейного программирования.

Практические занятия:

1. Задачи линейного программирования. Графический метод решения.
2. Задачи линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

5. Образовательные технологии

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно —

ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

При изучении дисциплины «Алгебра и геометрия 1.5» используются следующие образовательные технологии:

Таблица 3

Методы и формы организации обучения

Методы	Лекц.	Лаб. раб.	Пр. зан./ сем.,	Тр.*, Мк**	СРС	К. пр.***
ИТ-методы	х		х			
Работа в команде			х			
Case-study			х			
Игра						
Методы проблемного обучения					х	
Обучение на основе опыта			х			
Опережающая самостоятельная работа			х		х	
Проектный метод						
Поисковый метод	х		х			
Исследовательский метод					х	
Другие методы						

* – Тренинг, ** – мастер-класс, *** – командный проект

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Виды и формы самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов включает текущую и творческую проблемно-ориентированную самостоятельную работу (ТСР).

Текущая СРС направлена на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений и включает:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- опережающая самостоятельная работа;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, экзамену.

Творческая самостоятельная работа включает:

- поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

6.2. Содержание самостоятельной работы по дисциплине

Темы индивидуальных заданий:

- Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений;
- Векторная алгебра;
- Линейные пространства.

Темы, выносимые на самостоятельную проработку:

- Понятие числового поля. Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
- Матрицы элементарных преобразований.
- LU-разложение матрицы.
- Множества. Отношение эквивалентности. Отображение множеств. Алгебраические операции на множестве.
- Изоморфизм линейных пространств.
- Полярные координаты на плоскости. Полярные координаты в пространстве.
- Аффинные пространства. Плоскости в аффинном пространстве.
- Геометрические свойства решений системы линейных алгебраических уравнений.
- QR-разложение матрицы.
- Унитарные пространства.

6.3. Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- проверка индивидуальных домашних заданий;
- самоконтроль выполнения СРС со стороны студентов.

При выполнении самостоятельной работы рекомендуется использовать:

- материалы, размещенные на персональном сайте преподавателя:
<http://portal.tpu.ru/SHARED/s/...>
- ресурсы в LMS Moodle.

7. Средства текущей и промежуточной оценки качества освоения дисциплины

Оценка качества освоения дисциплины производится по результатам следующих контролирующих мероприятий:

Контролирующие мероприятия	Результаты обучения по дисциплине
Защита индивидуальных заданий	РД1, РД2, РД3
Контрольные работы	РД1, РД2, РД3
Экзамен	РД1, РД2, РД3

Для оценки качества освоения дисциплины при проведении контролирующих мероприятий предусмотрены следующие средства (фонд оценочных средств):

1. Вопросы для самоконтроля

- Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется
- В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?

- Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
- Как осуществляются линейные операции над матрицами?
- Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
- Какова схема нахождения обратной матрицы?
- Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
- Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
- Что называется рангом матрицы? Как он находится?
- Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
- При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
- Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
- Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
- Как строится фундаментальная система решений?
- Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
- Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
- Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
- Какой базис называют декартовым?
- Что такое координаты вектора?
- Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
- Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
- Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
- Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.

2. Индивидуальные задания

Образцы индивидуальных заданий

1. Вычислить определители

$$a) \begin{vmatrix} 12 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} -7 & -3 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу X из уравнения. Сделать проверку

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -15 \\ 2 & -8 & 3 \\ 11 & 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Решить системы линейных уравнений:

a) методом Крамера,

b) матричным методом

$$a) \begin{cases} 3x + 4y - 2z = 26 \\ x - y + 3z = -2 \\ 3x - 3y + 5z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 5y - z = 5 \\ 3x + 8y + z = 7 \\ 4x - 6y + z = 10 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса

$$a) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти собственные значения и собственные векторы матриц.

$$a) A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} \quad b) B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $|AB| = 6$, $|AD| = 2$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB , $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD . Разложить векторы сторон $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$, $\vec{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.
 2. Определить координаты точек C и D , лежащих на прямой, проходящей через точки A и B , если $A(2; -3; 1)$, $B(-2; 2; -4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 2 : 1$
 3. В треугольнике с вершинами $A(-1; 2; 4)$, $B(2; 0; -3)$, $C(4; -1; 2)$.
Найти: а) вектор медианы AM ,
б) вектор высоты BD ,
с) любой по модулю вектор биссектрисы угла C .
 4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
 $A(3; 0; -3)$, $B(-8; 2; 0)$, $C(0; 3; -4)$. Определить:
а) координаты четвертой вершины D ,
б) длину высоты, опущенной из вершины D на сторону AB ,
с) косинус острого угла между диагоналями AC и BD .
 5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$. Определить:
а) косинус тупого угла между диагоналями;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
 6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$ и $\vec{b} = \{0; 1; -2\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \geq \pi/2$.
 7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
 $A(4; 4; 5)$, $B(-5; -3; 2)$, $C(-2; -6; -3)$, $D(-2; 2; -1)$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC .
 8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1; 4; 1\}$, $\vec{q} = \{-3; -2; 0\}$, $\vec{r} = \{1; -1; 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5; -8; -3\}$ в этом базисе.
-

3. Контрольные работы

Образцы контрольных заданий

Контрольная работа по теме «Линейная алгебра»

ВАРИАНТ №1

1. Дан определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

- а) Запишите разложение данного определителя по четвёртому столбцу;
б) вычислите определитель, получив предварительно нули в какой – либо строке или столбце.

2. Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 3y - z = 1, \\ x + 4y + z = 5. \end{cases}$$

Значение x вычислить также методом Крамера.

3. Исследовать систему на совместность и решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Дана система однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

- а) Докажите, что система имеет нетривиальные решения;
б) Найдите общее решение системы;
в) найдите фундаментальную систему решений.

5. При каких значениях параметра λ система линейных уравнений

с расширенной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & \lambda & 1 & 3 \\ 1 & 2\lambda & 1 & 4 \end{pmatrix}$ совместна?

Контрольная работа по теме «Векторная алгебра»

ВАРИАНТ №1

I. Даны четыре вектора: $\vec{a} = \{4, 5, 2\}$; $\vec{b} = \{3, 0, 1\}$; $\vec{c} = \{-1, 4, 2\}$; $\vec{d} = \{5, 7, 8\}$.

1. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3. Найти длину вектора $\vec{g} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$.

II. Даны четыре точки: $A(1; 3; 0)$, $B(4; 1; 2)$, $C(3; 0; 1)$, $D(-4; 3; 5)$.

4. Найти объём пирамиды $ABCD$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC .

5. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось вектора $\overrightarrow{CD}$.

6. Найти координаты вектора $[(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}), \overrightarrow{CB}]$.

III. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{p} - \vec{q})$, где

$$|\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \wedge \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$$

Определить: а) косинус тупого угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторон

Контрольная работа по теме «Линейные пространства»

Контрольная работа Линейные пространства Вариант №1

1. Образуется ли множество L линейное пространство, если множество L состоит из упорядоченных троек чисел вида $\mathbf{x} = (x_1, x_2, 6)$, где x_1, x_2 – действительные числа, а сложение элементов и умножение элемента на действительное число λ заданы следующим образом:

$$\mathbf{x} \oplus \mathbf{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, 6), \quad \lambda \otimes \mathbf{x} = (\lambda x_1, \lambda x_2, 6).$$

2. Дана система векторов: $\mathbf{a}_1 = (6, 3, -7, 8, -6)$, $\mathbf{a}_2 = (4, 3, 6, 2, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (4, 1, 1, -5, 6)$, $\mathbf{a}_4 = (18, 12, 11, 14, -12)$. Будет ли эта система линейно зависимой? Найти ее ранг и какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему. Найти также какую-нибудь систему линейных уравнений, задающую линейное подпространство, порожденное данной системой векторов.

3. Пусть в линейном пространстве заданы базисы

$$\mathcal{E}: \quad \mathbf{e}_1 = (0, 1, 1), \quad \mathbf{e}_2 = (1, 0, 1), \quad \mathbf{e}_3 = (1, 0, 2);$$

$$\mathcal{E}': \quad \mathbf{e}'_1 = (1, 1, 1), \quad \mathbf{e}'_2 = (2, 1, 0), \quad \mathbf{e}'_3 = (1, -1, 3).$$

Найти:

- 1) матрицу перехода от базиса $\mathcal{E}$ к базису $\mathcal{E}'$;
 - 2) координаты вектора $\mathbf{x}$ в базисе $\mathcal{E}$, имеющего в базисе $\mathcal{E}'$ координаты $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$.
4. Найти базисы суммы и пересечения подпространств $M_1 = L(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $M_2 = L(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$, если

$$\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, -1), \quad \mathbf{a}_3 = (1, 3, 3),$$

$$\mathbf{b}_1 = (2, 3, -1), \quad \mathbf{b}_2 = (1, 2, 2), \quad \mathbf{b}_3 = (1, 1, -3).$$

5. Проверить ортогональность векторов

$$\mathbf{a}_1 = (1, 4, 0, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, -1, 1, 3)$$

и дополнить их до ортогонального базиса в $\mathbb{R}^4$.

6. Построить ортогональный базис подпространства, порожденного данной системой векторов

$$\mathbf{a}_1 = (1, -1, 1, 0), \quad \mathbf{a}_2 = (4, -2, 0, 3), \quad \mathbf{a}_3 = (5, 3, -2, 1).$$

4. Вопросы и задания, выносимые на экзамен/зачет

Образцы экзаменационных билетов

Томский политехнический университет Экзаменационный билет №1

дисциплина	Алгебра и геометрия
институт	ФТИ
курс	первый (1 семестр)

1. Преобразование аффинной системы координат. Матрица перехода между базисами аффинной системы координат. Доказать, что матрица перехода C от одного базиса аффинной системы координат к другому ортогональна тогда и только тогда, когда C является матрицей перехода между ортонормированными базисами.
2. Матрица Грама системы векторов. Определитель Грама и его геометрический смысл. Доказать, что определитель Грама линейно независимой системы векторов в евклидовом пространстве положителен.
3. Используя свойства определителя доказать тождество (определители не разворачивать)

$$\begin{vmatrix} a_1 + b_1x & a_1x + b_1 & c_1 \\ a_2 + b_2x & a_2x + b_2 & c_2 \\ a_3 + b_3x & a_3x + b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (1 - x^2) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для однородной системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

5. Даны три компланарных единичных вектора $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{p}$, причем $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \pi/6$ и $(\widehat{\mathbf{n}, \mathbf{p}}) = \pi/3$. Вычислить модуль вектора $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n} - 3\mathbf{p}$.
6. Применить процесс ортогонализации к системе векторов

$$\mathbf{a}_1 = (2, -1, -1, -1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, 0, 1, 0), \quad \mathbf{a}_3 = (-1, 2, 2, 1).$$

8. Рейтинг качества освоения дисциплины (модуля)

Оценка качества освоения дисциплины в ходе текущей и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с «Руководящими материалами по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации студентов Томского политехнического университета», утвержденными приказом ректора № 77/од от 29.11.2011 г.

В соответствии с «Календарным планом изучения дисциплины»:

- текущая аттестация (оценка качества усвоения теоретического материала (ответы на вопросы и др.) и результаты практической деятельности (решение задач, выполнение заданий, решение проблем и др.) производится в течение семестра (оценивается в баллах (максимально 60 баллов), к моменту завершения семестра студент должен набрать не менее 33 баллов);
- промежуточная аттестация (экзамен, зачет) производится в конце семестра (оценивается в баллах (максимально 40 баллов), на экзамене (зачете) студент должен набрать не менее 22 баллов).

Итоговый рейтинг по дисциплине определяется суммированием баллов, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Максимальный итоговый рейтинг соответствует 100 баллам.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с.
2. *Гельфанд И.М.* Лекции по линейной алгебре. - М.: КДУ, 2009. – 320 с.
3. *Головина Л.И.* Линейная алгебра и некоторые её приложения. - М.: Наука, 1985. – 392 с.
4. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. - М.: Физматлит, 2007. – 280 с.
5. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. - М.: Физматлит, 2009. – 224 с.
6. *Умнов А.Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра (в 2-х частях). – М.: Изд-во МФТИ, 2006.
7. *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. - СПб.: Лань, 2010. – 476 с.
8. *Привалов И.И.* Аналитическая геометрия — СПб.: Лань, 2008. — 299 с.
9. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Высшая математика. Т1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - М.: Дрофа, 2006. - 284 с.
10. *Клетеник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии. – СПб.: Лань, 2010. – 224 с.
11. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Лань, 2009. – 512 с.
12. *Александров П.С.* Лекции по аналитической геометрии. – М.: Лань, 2008. – 911 с.
13. *Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В.* Высшая математика для технических университетов. Ч.1. Линейная алгебра. - Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 310 с.
14. *Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В.* Высшая математика для технических университетов. Ч.2. Аналитическая геометрия. - Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 398 с.

Дополнительная литература:

1. *Беклемешева Л.А., Беклемешев Д.В., Петрович А.Ю.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – Москва: Лань, 2008. – 496 с.

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2013. – 431 с.
3. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Проспект Изд-во МГУ, 2014. – 393 с.
4. Терехина Л.И., Фикс И.И. Высшая математика. Ч 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. — Томск: Дельтаплан, 2013 - 240 с.
5. Терехина Л.И., Фикс И.И. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике в 4 ч. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011.
6. Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. Численные методы линейной алгебры. - М.: Финансы и статистика Инфра-М Магистр, 2011. – 495 с.
7. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. - СПб.: Лань, 2007. – 336 с.

Internet–ресурсы:

<http://www.edu.ru/> - Федеральный портал «Российское образование»;
<http://www.lib.mexmat.ru> - Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета;
<http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru — это современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России;
<http://www.benran.ru/> - Библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий кафедры ВММФ ФТИ (ауд. 307, 412, 421) 10 учебного корпуса ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием (компьютер, видеопроектор), позволяющим проводить лекционные и практические занятия на высоком профессиональном уровне.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению и профилю подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Программа одобрена на заседании кафедры
_____ВММФ ФТИ ТПУ_____

(протокол № 177 от «12» мая 2015 г.).

Автор(ы) __Мягкий А.Н._____

Рецензент(ы) ____Цехановский И.А._____