

УТВЕРЖДАЮ

«_____» _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА

Дифференциальное исчисление М 1.1.2

ПРОФИЛИ ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ, ПРОГРАММА)

КВАЛИФИКАЦИЯ: **БАКАЛАВР**

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЕМА 2011г.

КУРС 1 СЕМЕСТР 1

КОЛИЧЕСТВО КРЕДИТОВ 6

ПРЕРЕКВИЗИТЫ нет

КОРЕКВИЗИТЫ Гуманитарный, социальный и экономический цикл дисциплин, физика, химия, экология, инженерная и компьютерная графика, информационные технологии, физическая культура

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

лекции 36 час.

практич. занятия 54 час.

АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ 90 час.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА 72час.

ИТОГО 162 час.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ **ОЧНАЯ**

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 1 семестр – экзамен

ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ кафедра ВМ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ - профессор В. П. Арефьев ВМ ФТИ

РУКОВОДИТЕЛЬ ОПП 1.Арляпов А.Ю. – зав.каф.ТАМП..

2. Буханченко С.Е. – зав. каф. АРМ.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ - проф.каф.ВМ ФТИ Ивлев Е.Т., доцент каф. ВМ ФТИ Лучинин А.А.

РАЗРАБОТЧИК - профессор каф. ВМ ФТИ Ивлев Е.Т.

1. Цели освоения модуля Дифференциальное исчисление М 1.1.2

Целями освоения модуля в области обучения, воспитания и развития, соответствующие целям ООП, являются:

- подготовка в области основ математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально-профилированного (на уровне бакалавра), углубленного профессионального (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями,
- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений,
- приобретение опыта построения математических моделей и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов,
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение общей культуры, готовности к деятельности в профессиональной среде

2. Место модуля в структуре ООП

Модуль Дифференциальное исчисление М 1.1.2 входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла объединенного блока образовательных программ М1-М4. Этот модуль дисциплины является необходимой для освоения остальных дисциплин математического и естественнонаучного цикла и дисциплин профессионального цикла ООП.

Для освоения модуля необходимо **знать**:

- курс средней общеобразовательной школы «Алгебра и начала анализа»,
- курс средней общеобразовательной школы «Геометрия»

Параллельно с данным модулем (дисциплиной) могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла и цикл «Физическая культура».

3. Результаты освоения модуля Дифференциальное исчисление М 1.1.2

Согласно декомпозиции результатов обучения по ООП в процессе освоения модуля дисциплины с учетом требований ФГОС, критериев АИОР, согласованных с требованиями международных стандартов *EURACE* и *FEANI*, а также заинтересованных работодателей планируются следующие результаты:

P1	Применять <i>глубокие</i> естественнонаучные, математические и инженерные <i>знания</i> для создания и обработки <i>новых</i> материалов
P5	Проводить теоретические и экспериментальные <i>исследования</i> в области современных технологий обработки материалов, нанотехнологий, создания <i>новых</i> материалов в <i>сложных</i> и <i>неопределенных</i> условиях
P11	<i>Самостоятельно учиться</i> и непрерывно <i>повышать квалификацию</i> в течение всего периода профессиональной деятельности

В результате освоения модуля **Дифференциальное исчисление М 1.1.2** студент должен будет:

Знать

- о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений;
- логическую символику, используемую в данной и последующих дисциплинах;
- понятие множеств и операциях над ними;
- функциональную связь переменных и её свойствах;
- основные положения теории пределов;
- нахождения производных от функций одной и нескольких переменных;
- исследование функций на экстремум и монотонность;
- применение методов, изученных в курсе «Дифференциальное исчисление» к решению физических задач;
- место дисциплины «Дифференциальное исчисление» среди других, изучаемых студентом дисциплин и её значение при изучении последующих курсов

Уметь

- работать с учебной и справочной литературой;
- находить пределы;
- находить производные от функций одной и нескольких переменных;
- исследовать функций одного переменного и строить их графики;
- строить полные приращения;
- исследовать на экстремум функции нескольких переменных;
- применять методы, изученные в курсе «Дифференциальное исчисление» к решению физических задач;
- применять методы математического анализа к решению инженерных, исследовательских и других профессиональных задач ;
- использовать полученные знания при усвоении учебного материала последующих дисциплин

Владеть

- математической символикой для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- основными понятиями и методами дифференциального исчисления;
- математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических и химических систем, явлений и процессов, использования в обучении и профессиональной деятельности

В процессе освоения модуля дисциплины у студента развиваются следующие компетенции:

1. Универсальные (общекультурные)

- способностью владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);
- способностью логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК-2);
- Представляет современную картину мира на основе целостной системы естественнонаучных и математических знаний, ориентируется в ценностях бытия, жизни, культуры (ОК-3);
- способность к личностному развитию и повышению профессионального мастерства (ОК-4);

2. Профессиональные –

- способностью демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);
- способностью и готовностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ПК-2);
- способностью и готовностью анализировать научно-техническую информацию, изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования (ПК-3)
- способностью использовать методы анализа и моделирования линейных и нелинейных электрических цепей постоянного и переменного тока (ПК-4);
- способностью к обучению на втором уровне высшего профессионального образования, получению знаний по одному из профилей в области научных исследований и педагогической деятельности (ПК-5);
- способностью выполнять экспериментальные исследования по заданной методике, обрабатывать результаты экспериментов (ПК-6)
- использовать физико-математический аппарат для решения расчетно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-7)

Критерий 5 АИОР

1.1 Применять *базовые и специальные* математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания *в широком* (в том числе междисциплинарном) контексте в *комплексной* инженерной деятельности.

1.2 Ставить и решать задачи *комплексного* инженерного анализа с использованием *базовых и специальных* знаний, современных аналитических методов и моделей.

1.3 Выполнять *комплексные* инженерные проекты с применением *базовых и специальных* знаний, *современных* методов проектирования для достижения *оптимальных* результатов, соответствующих техническому заданию с *учетом* экономических, экологических, социальных и других ограничений.

1.4 Проводить *комплексные* инженерные исследования, включая поиск необходимой информации, эксперимент, анализ и интерпретацию данных с применением *базовых и специальных* знаний и *современных* методов для достижения требуемых результатов.

4. Структура и содержание модуля Дифференциальное исчисление М 1.1.2

4.1. Наименование разделов модуля:

4.1.1. Введение в анализ .

Понятие множества. Вещественные числа и их основные свойства. Логическая символика. Понятие функции: определение, четность, периодичность, монотонность, способы задания. Обратная функция. Классификация функций. Простейшие элементарные функции: свойства и графики. Числовые последовательности: определение, свойства, арифметические действия над ними. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности и его геометрическое истолкование. Свойства сходящихся последовательностей. Теорема о монотонной ограниченной последовательности. Число e . Предел функции. Односторонние пределы. Теоремы о свойствах функций, имеющих предел. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение, свойства и их взаимная связь. Первый и второй замечательные пределы. Сравнения бесконечно малых величин.

Свойства, таблица эквивалентно бесконечно малых величин и ее применение для вычисления пределов. Непрерывность функции: определение, геометрическая интерпретация. Непрерывность в точке и на интервале. Теорема об арифметических действиях над функциями, имеющими предел. Теорема о непрерывности элементарных функций. Теоремы о свойствах непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Схема исследования функции на непрерывность.

4.1.2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение и геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции. Связь дифференцируемых функций с функциями непрерывными. Определение и геометрический смысл дифференциала. Правила дифференцирования и таблица производных. Теорема о производной обратной и сложной функций. Дифференцирование показательной-степенной, неявно и параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Инвариантность. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталя, применение к раскрытию неопределенностей вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ и $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ и его использование при раскрытии

неопределенностей других видов. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.. Монотонность функции. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума. Схема исследования функций с помощью производных на экстремум. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная). Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба. Полная схема исследования функции и построения ее графика.

4.1.3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Определение функции двух переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные и полное приращение функции (геометрическая иллюстрация). Свойства непрерывных функций двух переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Полный дифференциал ФНП. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная сложной функции и функции заданной неявно. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Скалярное поле, линии и поверхности уровня. Градиент и производная по направлению. Свойства градиента. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремум функции нескольких переменных (необходимое и достаточное условие). Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум функции нескольких переменных.

4.2. Структура модуля дисциплины по разделам и формам организации обучения представлена в таблице 1.

Таблица 1.

Структура модуля Дифференциальное исчисление М 1.1.2 по разделам и видам учебной деятельности

Название раздела/ темы	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Колл, контр. р. (вкл. в практ. зан.)	Итого
	Лекции	Практ./сем. Занятия	Лаб. Зан.			
Введение в анализ	10	16	0	20	2	46
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	14	22	0	28	4	64

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	12	16	0	24	2	52
Итого	36	54	0	72	8	162

5. Образовательные технологии

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.
Таблица 2.

Методы и формы организации обучения

Методы \ ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк **	СРС
ИТ-методы				
Работа в команде		х		х
Case-study				
Игра				
Методы проблемного обучения		х	х,х	х
Обучение на основе опыта	х	х	х,х	х
Опережающая самостоятельная работа			х,х	х
Проектный метод				
Поисковый метод	х	х	х,х	х
Исследовательский метод	х	х	х,х	х

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах; качества.

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по модулю

6.2.1. Темы индивидуальных заданий:

1. Предел. Непрерывность.
2. Производные.
3. Приложения производной.
4. Функции многих переменных.

6.2.2 Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:

1. Производные основных элементарных функций.

6.3 Контроль самостоятельной работы

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг-плану освоения дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела 9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля

7.1. Текущий контроль. Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля являются:

7.1.1. Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Сформулируйте понятие предела числовой последовательности
- Сформулируйте понятие предела функции одной переменной
- Что такое односторонние пределы функции в точке?
- Сформулируйте понятия бесконечно малой и бесконечно большой при $x \rightarrow a$ функции.
- Первый и второй замечательные пределы
- Как сравниваются бесконечно малые величины? Что такое относительный порядок малости?
- Какие бесконечно малые называются эквивалентными? Приведите примеры эквивалентных бесконечно малых.
- Какими свойствами обладают функции, непрерывные на замкнутом промежутке?
- Что понимают под точкой разрыва функции? Какие разрывы различают?
- Как связаны понятия непрерывности и дифференцируемости функции в точке?
- Запишите правила дифференцирования обратной и сложной функций.
- Запишите правила дифференцирования неявно заданной функции и функции, заданной параметрически.
- Что такое дифференциал функции? Каков его геометрический смысл?
- Какими свойствами обладают дифференцируемые функции?
- Как находятся дифференциалы и производные высших порядков?
- Формула Тейлора

- Что такое точка экстремума функции? Какие точки экстремума бывают?
- Необходимое условие существования экстремума для дифференцируемой функции
- Достаточные условия существования экстремума
- Схема исследования на экстремум функции одного переменного
- Схема нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом промежутке.
- Дайте определение выпуклости и вогнутости кривой на промежутке.
- Какие точки называются точками перегиба?
- Что называется асимптотой графика функции? Какие асимптоты различают?
- В чем состоит правило Лопиталя? Для раскрытия каких неопределённостей оно применяется?
- Дайте определение предела функции нескольких переменных.
- Сформулируйте определение частных производных для функции нескольких переменных.
- Что называется дифференциалом функции нескольких переменных
- В чем состоят достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных?
- Как находятся частные производные высших порядков? Сформулируйте условия равенства смешанных производных.
- Как ищутся касательная плоскость и нормаль к поверхности?
- Сформулируйте определение экстремума для функции нескольких переменных. Каковы необходимые условия его существования?
- Сформулируйте достаточные условия существования экстремума для функции двух переменных
- Приведите схему нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.

7.1.2. *Индивидуальные задания*

Пример варианта индивидуальных заданий.

1. Найти пределы

- | | |
|---|--|
| <p>1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n-1} - \sqrt[3]{64n^3+3n}}{\sqrt[4]{n} + n}$</p> | <p>9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$</p> |
| <p>2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + n + 1}{(3n^2 - 1)^2 - (3n^2 + 1)^2}$</p> | <p>10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{x^2 - x}$</p> |
| <p>3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \arcsin(5x/7)} - 1}{1 - \cos \sqrt{x}}$</p> | <p>11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x(e^x - 1)}$</p> |
| <p>4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 3n + 2} - 2n)$</p> | <p>12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{5 \operatorname{arctg}(x/3)}$</p> |
| <p>5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! n}{(n+1)! - n!}$</p> | <p>13. $\lim_{x \rightarrow 0.5} \frac{\cos(\pi x)}{2x - 1}$</p> |
| <p>6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n - 7^{n-1}}{3 \cdot 7^n + 4 \cdot 9^{n+1}}$</p> | <p>14. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\frac{1}{\sin 3x}}$</p> |
| <p>7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2} \right)$</p> | <p>15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 6}{3x + 11} \right)^{\frac{7}{x+3}}$</p> |
| <p>8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^3 + 3x - 2}{(5x - 4)(2x + 1)^2} - 3^{\frac{1}{x+2}} \right]$</p> | <p>16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n-6} \right)^{\frac{n}{6} + 1}$</p> |

2. Сравнить две бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \rightarrow 0$, если

- 1) $\alpha(x) = x^2 \sin x, \quad \beta(x) = x \arcsin^2 2x$
 2) $\alpha(x) = e^{\cos 3x} - e, \quad \beta(x) = \operatorname{arctg} x$

3. Для данных бесконечно малых при $x \rightarrow x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x - x_0)^k$

1. $\ln(1 - \sqrt[5]{x^2 \cdot \operatorname{tg} \sqrt{x}}), \quad x_0 = 0$ 3. $\sin^2 \left(3x + \frac{\pi}{2} \right), \quad x_0 = -\frac{\pi}{6}$
 2. $1 - \cos \frac{3x}{7}, \quad x_0 = 0$ 4. $\frac{(x^3 - 4x)^2}{3x + 5}, \quad x_0 = 2$

4. Исследовать на непрерывность функции

1. $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$ 3. $y = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ (x-1)^2, & -1 \leq x \leq 4 \\ \sqrt{8+2x}, & x > 4 \end{cases}$
 2. $y = 1 - 5^{\frac{1}{7-x}}$
-

1. Найти производные $y'(x)$ данных функций

$$1) \ y = \frac{\sqrt[3]{x^4 + 5x}}{2} + \frac{1}{\sqrt[5]{3x^2}}$$

$$2) \ y = x^3 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2} + 3^{\frac{\cos x}{\ln x}}$$

$$3) \ y = \frac{1 - e^x}{\sqrt{\sin 2x}} + (1 + 2x)^2 \cdot e^{-x^3}$$

$$4) \ y = \sin^5(x - \operatorname{tg} 2x)$$

$$5) \ y = \frac{1 + \operatorname{ch}^2 x}{1 - \operatorname{sh} 4x}$$

$$6) \ y = \sqrt[5]{\arccos x} - \frac{x}{(x^2 - 1)^3}$$

$$7) \ y = \ln \sqrt{\frac{(1 - \sin 4x)^5}{1 + \operatorname{tg} x}}$$

$$8) \ y = \frac{\ln^3(x - 1) \cdot \sqrt[5]{2x}}{(5x + 1)^4 \cdot \sqrt{\cos^3 x}}$$

$$9) \ y = (\cos 3x)^{x^2 - 1}$$

$$10) \ y = (\ln 2x)^{\operatorname{arctg} 4x}$$

$$11) \ \begin{cases} x = \frac{2 - t}{2 + t^2} \\ y = \frac{t^2}{2 + t^2} \end{cases}$$

$$12) \ \begin{cases} x = t \cdot \sqrt{t^2 + 1} \\ y = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \end{cases}$$

$$13) \ 4y = \cos(x + y) + \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$14) \ x \cdot y + \ln y - 2 \ln x = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x}}$$

2. Найти вторую производную y'' функции

$$1) \ y = \ln \operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} 2x$$

$$2) \ \begin{cases} x = 5^{\ln t} \\ y = \ln^5 t \end{cases}$$

3. Вычислить значение производной функции в точке

$$1) \ y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad x_0 = 0$$

$$2) \ \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t) \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t) \end{cases} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}$$

4. Найти первый dy и второй d^2y дифференциалы функции

$$1) \ y = \frac{1}{\operatorname{ctg} (2x - 1)}$$

$$2) \ y = \ln \sin 5x$$

5 Доказать, что функция $y = \frac{\sin x}{x}$

удовлетворяет уравнению $xy' + y = \cos x$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) \ y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \qquad 2) \ y = x^{2/3} - (x^2 - 1)^{1/3}$$

$$3) \ y = e^{2x} - x^2$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) \ y = \sqrt[3]{1-x^3} \qquad 2) \ y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$$

$$3) \ y = x - 2 \ln x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) \ y = \frac{4x}{x^2 + 4} \qquad 2) \ y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}$$

$$3) \ y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$

$$1) \ y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x - 3) \qquad x_0 = 4$$

$$2) \ \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \qquad t_0 = -\pi/3$$

5. В круг радиуса R вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16 \quad \text{в интервале} \quad [1; 4]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \ \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{8 \cos^3 x - 1}{x/2 - \pi/6} \qquad 2) \ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{x/2}}{x + e^x}$$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \ z = 2y - x + \sqrt{4x^2 - y^2} \quad 2) \ z = \arcsin(1 - y) + \sqrt{x - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \ z = \arcsin \frac{y}{x} \cdot \arccos \frac{\sqrt{x}}{y} \quad 2) \ z = y^3 \cdot \sqrt{x} - \frac{4 - y}{\sqrt[3]{y^7}}$$

$$3) \ z = \frac{\sin x^3 y^2}{x - \ln y} + \operatorname{tg} \ln(x^2 - 1/y) \quad 4) \ z = \sqrt{2x - 3y} \cdot e^{x - y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \operatorname{ctg} \frac{u}{v}, \quad \text{где } u = \cos \sqrt{y^2 - x}, \quad v = \frac{3}{\ln(x - y^2)}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln \cos(x^3 - y), \quad \text{где } x = 5^{3t-2}, \quad y = \frac{4}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = 3^{x-y} + \frac{3x-y \ln x}{3}, \quad \text{где } y = 1 - e^{2\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ e^{x^2+1} - ye^{xy^3-7y} + 2x \ln y = 9$$

$$2) \ 2^{4x+y} - y \cos xy - x = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением $(\operatorname{ctg} x)^z = 2 - \operatorname{arctg}^5 \frac{x^2 z}{z - 5y}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = 3^{x\sqrt{y}}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 + 12yz - 3xy^2 + y^3 + z^2 - 44 = 0$ в точке $M_0(-1; 2; 1)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - 2x - 4\sqrt{xy} - 2y$

7.2. Рубежный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.
Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг-листе.

Образцы контрольных заданий

Контрольная работа по теме «Введение в анализ»

I. Вычислить пределы

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n}}{\sqrt[3]{2n^3 + 1}};$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}}{n-1};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2};$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x};$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}};$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2) - \ln 2}{x^2};$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x};$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{\sqrt{2x} - 2}.$$

II. Определить порядок б. м. $\alpha(x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно x :

$$1. \alpha(x) = \ln(1 + \sqrt[3]{x^2} \cdot \operatorname{tg} x),$$

$$2. \alpha(x) = \sqrt{2x+1} - 1.$$

III. Найти точки разрыва функции, указать их характер. Построить график функции в окрестности точек разрыва:

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x+2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \quad 2. y = \frac{\frac{1}{2^{1-x}}}{\frac{1}{1+2^{1-x}}}, \quad 3. y = \frac{1}{x^2 - 4}.$$

Контрольная работа №1 по теме «Дифференциальное исчисление функции одного переменного» ВАРИАНТ №1

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = (e^{\cos x} + 3x)^2; \quad 2. 3^x + 3^y = x - 2y; \quad 3. y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg}(\sqrt{\frac{x}{2}})};$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$1. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}, \quad 2. \begin{cases} x = \cos(t/2), \\ y = t - \sin t. \end{cases} \quad 3. y = \sin(x - y)$$

III. Найдите производную n -го порядка от функции $y = \ln(2 - 3x + x^2)$

IV. Пользуясь правилом Лопиталя найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1-0} (\sin \pi x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$$

Контрольная работа №2
по теме «Дифференциальное исчисление функции одного переменного»
ВАРИАНТ №1

1. Найдите интервалы возрастания и убывания функции $y = x^{2/3} e^{2x}$
2. Найдите интервалы выпуклости вогнутости $y = \frac{x^3}{x-1}$
3. Найдите все асимптоты графика функции $y = x \ln \left(\frac{2^x - 1}{2^x - 2} \right)$
4. Провести полное исследование функции $y = x e^{-\frac{1}{x}}$ и построить её график

Контрольная работа
по теме «Дифференциальное исчисление ФНП»
ВАРИАНТ №1

I. Найти и построить область определения функции:

$$z = \sqrt{x} \ln(1 - x - y);$$

II. Найти указанные производные

$$u = (xy)^{z+1}. \quad \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = ?$$

III. Проверить, удовлетворяет ли функция $u = x^2 F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{x}\right)$ уравнению

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 2u.$$

IV. Составить уравнение нормали к поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$ параллельно

$$\text{прямой } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}.$$

V. Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $z = 8x + y - xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, y = 0, x + y = 10$.

7.3 Промежуточный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче зачета или экзамена.

Образцы зачетных и экзаменационных материалов

ТПУ

Экзамен

Курс 1

Семестр I

1. Сформулировать и доказать теорему Лагранжа.
2. Найдите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x-2}}{2^{x-1} - 3^x}$. в) $\lim_{x \rightarrow +0} x e^{\frac{1}{x}}$.
3. Найдите а) производную функции $y = \ln \operatorname{tg}(5 \cdot 2^x)$.
в) все частные производные первого порядка функции $u = \sqrt{2x - 3y}$.
4. Определите точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости функции $y = x^{\frac{1}{5}} e^x$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $z = 6x + y - xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, y = 0, x + y = 12$.

8. Рейтинг качества освоения модуля (дисциплины)

Рейтинг-план освоения модуля

Дисциплина математика модуль	Дифференциальное исчисление М 1.1.2	Число недель - 18
Институт	НИТПУ	Число кредитов - 6
Кафедра	ВМ	Лекции -36 час
Семестр	1	Практ. занятия-54 час
Группы	8Л11, 8Л12, 8Ж10, 8Н10	Всего аудит.работы 90 час
Преподаватель	Ивлев Е.Т., Лучинин А.А.	Самост.работа - 72час
		ВСЕГО 162 час

Рейтинг-план модуля «Дифференциальное исчисление М 1.1.2»			
Недели	Текущий контроль		
	Теоретический материал	Практическая деятельность	Ито го

	Название модуля	Темы лекций	Баллы	Название практических занятий	Баллы	Индивидуальные задания по разделам дисциплины	Баллы	
1	Введение в анализ	Введение в анализ. Понятие функции		Входной контроль		Предел. Непрерывность		
2		Числовая последовательность и её предел.		Основные элементарные функции и их свойства		Предел. Непрерывность		
2				Вычисление пределов последовательности		Предел. Непрерывность		
3		Предел функции. Основные теоремы о пределах		Предел функции.		Предел. Непрерывность		
4		Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых		Первый и второй замечательные пределы		Предел. Непрерывность		
4				Соотношения эквивалентности Сравнение бесконечно малых		Предел. Непрерывность		
5		Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях		Непрерывность функции. Классификация точек разрыва		Предел. Непрерывность		
6				Контрольная работа по пределам		Предел. Непрерывность		
	Итого				20		10	30
Всего по контрольной точке № 1								30
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие дифференцируемости функции. Правила дифференцирования Дифференциал		Правила и техника дифференцирования		Производные		
7		Производные и дифференциалы высших порядков		Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Дифференциал		Производные		

8		Основные теоремы дифференциального исчисления		Геометрический и физический смысл производной.		Производные		
8				Производные и дифференциалы высших порядков		Производные		
9		Правило Лопиталя Формула Тейлора		Правило Лопиталя и его применение к вычислению пределов		Производные		
10		Разложение элементарных функций		Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций		Производные		
10				Контрольная работа №1 по диф. исчислению функции одного переменного	15	Производные	5	
11		Монотонность функции. Точки экстремума. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба		Возрастание и убывание функций; точки экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке		Приложение производной		
12		Асимптоты. Полная схема исследования функции.		Выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба; асимптоты		Приложение производной		
12				Полное исследование и построение графиков функций		Приложение производной		
13				Контрольная работа №2 по диф. исчислению функции одного переменного	15	Приложение производной	5	20
	Итого				30		10	40
Всего по контрольной точке № 2								70
13	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Предел и непрерывность функции двух переменных				Функции нескольких переменных		
14		Частные производные и дифференциал функций нескольких переменных		Область определения, предел функции двух переменных		Функции нескольких переменных		

14			Частные производные первого и высших порядков для функции нескольких переменных		Функции нескольких переменных		
15		Формула Тейлора Производная по направлению. Градиент и его свойства		Дифференцирование сложных функций, функций заданных неявно		Функции нескольких переменных	
16		Касательная плоскость и нормаль к поверхности		Градиент.		Функции нескольких переменных	
16				Касательная плоскость и нормаль к поверхности		Функции нескольких переменных	
17		Экстремум функции нескольких переменных		Экстремум функции нескольких переменных.		Функции нескольких переменных	
18		Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области		Наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области Условный экстремум		Функции нескольких переменных	
18		.		Контрольная работа по функциям нескольких переменных	20	Функции нескольких переменных, защита ИДЗ	10
	Итого				20		10 30
Всего по контрольной точке № 3							100
Промежуточная аттестация Экзамен							100
		Зав.кафедрой Арефьев К.П.					
		Преподаватели Ивлев Е.Т., Лучинин А.А.					

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление (в 2-х томах) - М. Наука, Математический анализ:1967, 1978, 1985, 1986 гг.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа (в 2-х томах).- М. Наука, 1975, 1983, 1990 гг..
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М. Наука, 1980,1984,1988 гг.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3-х томах).- М. Наука, 1970, 1981, 1988 гг.
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М. Наука, 1972, 1975, 1977, 1985 гг.
6. Задачи и упражнения по математическому анализу (Под ред. Демидовича Б.П.) - М. Наука, 1972, 1978, 1990 гг.

9.2. Дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - М. Наука, 1962, 1970 гг.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- М. Наука, 1960, 1968 гг
3. Запорожец Г.Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. - М. Высшая школа, 1966 г.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. - М. Высшая школа, 1980, 1986 г.

9.3. Internet-ресурсы:

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> –электронная библиотека механико-математического факультета МГУ

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение модуля производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 1. Машиностроение – 150100; 2. Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств – 151900; 3. Технология художественной обработки материалов – 261400.

Программа одобрена на заседании кафедры ВМ ФТИ ТПУ (протокол № от « » 2011 г.).

Автор - профессор каф. ВМ ФТИ Ивлев Е.Т.