

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ЕНМФ  
\_\_\_\_\_ Ю.И. Тюрин  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2006г.

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Методические указания и контрольные задания по высшей  
математике с элементами учебных исследований для  
студентов всех специальностей

Томск 2006

УДК 517

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. Методические указания и контрольные задания по высшей математике с элементами учебных исследований для студентов всех специальностей. – Томск: изд ТПУ, 2006 -34с.

Составители: Л.А.Беломестных, Н.Ф.Пестова, В.А.Пилипенко,  
С.Д.Заверткин

Рецензент доц., к.ф.-м.н. Э.Н.Подскребко

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры высшей математики 31 мая 2006г.  
(протокол №7)

Зав. Кафедрой ВМ, проф.

К.П.Арефьев

# НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

## Методические указания

Данные учебно-методические указания преследуют две основные цели: обучение алгоритмам применения основных методов интегрирования и развитие изобретательности при поиске наиболее эффективных методов.

Для дифференцирования функций достаточно механического следования правилам, а интегрирование функций требует проявления изобретательности, которая может быть достигнута только практикой. Для того, чтобы в дальнейшей работе успешно пользоваться справочниками для вычисления интегралов «не следует забывать, что надо искать, что можно найти и где это можно найти» (Л.Д.Кудрявцев, Мысли о современной математике и ее изучении, М. 1977).

Методические указания содержат теоретические вопросы и упражнения из 25 вариантов по 40 примеров в каждом. Структура индивидуальных заданий такова:

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

З а м е ч а н и е : Среди заданий могут встретиться «неберущиеся» интегралы:

$$\int e^{-x^2} dx, \int \sin x^2 dx, \int \cos x^2 dx, \int \frac{\sin x}{x} dx, \int \frac{\cos x}{x} dx, \int \frac{e^x}{x} dx, \int \frac{dx}{\ln x}, \dots,$$

либо интегралы, которые путем преобразований сводятся к ним.

Можно указать следующие элементы учебных исследований, проводимых студентами, при выполнении теоретических упражнений и индивидуальных заданий:

- 1) поиски ответа на нестандартно поставленные вопросы по теории;
- 2) выработка умения правильно классифицировать подинтегральную функцию;
- 3) выбор подходящего метода интегрирования;
- 4) реализация найденной идеи и составление плана решения примера;
- 5) умение следовать известному алгоритму, отработка вычислительных навыков;
- 6) внимание к таким вопросам, как – нельзя ли упростить полученное решение, не существует ли других методов решения задачи, какие сходные задачи можно решить тем же методом;
- 7) в случае, если допустимо применение нескольких методов, сравнить решения и выбрать наиболее эффективный метод.

Напомним основные методы интегрирования и дадим некоторые рекомендации по их применению.

**1. Непосредственное интегрирования** основано на знании таблицы интегралов и основных свойств неопределенного интеграла.

**2. Метод подведения под дифференциал** основан на теореме об инвариантности формул интегрирования

Проследим процесс применения теоремы об инвариантности формул интегрирования, который позволяет находить первообразные для многих элементарных функций. Рассмотрим один из табличных интегралов

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \quad x \in (-\infty, \infty)$$

Поставим вместо  $x$  любую функцию, имеющую непрерывную производную, например  $\varphi(t) = e^t$ . Тогда, по теореме, должно быть справедливо равенство

$$\int \sin e^t d(e^t) = -\cos e^t + C, \quad t \in (-\infty, \infty),$$

или

$$\int e^t \cdot \sin e^t dt = -\cos e^t + C, \quad t \in (-\infty, \infty).$$

Таким образом, если поставлена задача «Найти  $\int e^t \cdot \sin e^t dt$ », то нужно уметь понять структуру подынтегрального выражения, увидеть в нем функцию  $e^t$  и её дифференциал, т.е. заметить, что

$$e^t \cdot \sin e^t dt = \sin e^t (e^t dt) = \sin e^t \cdot d(e^t).$$

Умение видеть среди сомножителей подынтегрального выражения некоторую функцию  $\varphi(t)$  и её дифференциал, позволяющее свести данный интеграл  $\int f[\varphi(t)] d\varphi(t)$  к табличному  $\int f(x) dx$ , составляет необходимую, важнейшую часть искусства интегрирования. Приведем примеры.:

Найти интеграл  $\int \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x}$ . Так как  $\frac{dx}{x} = d(\ln x)$ , то мы имеем

$$\int \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x} = \int \ln^3 x \cdot d(\ln x) = \frac{1}{4} \ln^4 x + C.$$

Действительно, проверим

$$\left( \frac{1}{4} \ln^4 x + C \right)' = \frac{1}{4} \cdot 4 \ln^3 x \cdot (\ln x)' = \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x}.$$

Таким образом интеграл найден верно. Аналогично

$$\int \sin^3 x \cdot \cos x dx = \int \sin^3 x \cdot d(\sin x) = \frac{1}{4} \sin^4 x + C,$$

$$\int \frac{(2x+3)}{x^2+3x-7} dx = \int \frac{d(x^2+3x-7)}{x^2+3x-7} = \ln|x^2+3x-7| + C.$$

**3. Метод замены переменной.** Полагая  $x = \varphi(t)$ , где  $t$  – новая переменная, а  $\varphi(t)$  – непрерывно дифференцируемая функция, имеем

$$\int f(x) dx = \int f[\varphi(t)] \cdot d[\varphi(t)] = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt. \quad (1)$$

Функцию  $\varphi$  выбирают так, чтобы интеграл в правой части формулы (1) был проще исходного. Например, требуется найти  $\int x\sqrt{x-1} dx$ . Естественно положить  $t = \sqrt{x-1}$ , тогда  $x = t^2 + 1$ , и  $dx = 2tdt$ . Таким образом, имеем

$$\int x\sqrt{x-1}dx = \int (t^2 + 1) \cdot t \cdot 2tdt = 2\int (t^4 + t^2) dt = \frac{2}{5}t^5 + \frac{2}{3}t^3 + C.$$

Возвращаясь к исходной переменной, получаем

$$\int x\sqrt{x-1}dx = \frac{2}{5}(x-1)^{5/2} + \frac{2}{3}(x-1)^{3/2} + C.$$

Иногда интеграл удастся упростить заменой  $\varphi(x) = t$ . Например, найти

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}}.$$

Квадратный трехчлен, стоящий под знаком корня, дополним до

полного квадрата:

$$12 - 4x - x^2 = (x^2 + 4x - 12) = - (x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2 - 12) = -[(x+2)^2 - 16].$$

Сделаем подстановку  $x+2=t$ ,  $dx=dt$ ,  $x=t-2$ . Тогда

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}} = \int \frac{xdx}{\sqrt{16-(x+2)^2}} = \int \frac{(t-2)dt}{\sqrt{16-t^2}} = \int \frac{t dt}{\sqrt{16-t^2}} - 2\int \frac{dt}{\sqrt{16-t^2}}.$$

Второй интеграл – табличный:  $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$ . Первый интеграл

приводится к табличному  $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$  по теореме об инвариантности фор-

мул интегрирования  $-\frac{1}{2}\int (16-t^2)^{-1/2} d(16-t^2) = -(16-t^2)^{1/2} + C$ . Сделав пере-  
ход к старой переменной, получим

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}} = -\sqrt{12-4x-x^2} - 2\arcsin \frac{x+2}{4} + C.$$

**4. Метод интегрирования по частям** основан на применении формулы  $\int u dv = u \cdot v - \int v du$ . Для его применения подынтегральное выражение необходимо представить в виде произведения  $u dv$  таким образом, чтобы интеграл в правой части был проще исходного. Напомним некоторые примеры применения метода интегрирования по частям

Вид подынтегральной функции	Рекомендация	Ожидаемое упрощение подынтегрального выражения
Произведение многочлена $P_n(x)$ на показательную или тригонометрическую функцию	$U = P_n(x)$	Под интегралом степень многочлена уменьшится на единицу, т. к. $dU = P'_n(x)dx$
Произведение многочлена $P_n(x)$ на логарифмическую или обратную тригонометрическую функцию	$dV = P_n(x) dx$	Под интегралом вместо трансцендентной функции появится алгебраическая

Среди интегрируемых функций особое место занимают дробно-рациональные функции, интеграл от которых всегда может быть выражен через элементарные функции, а именно через степенные, логарифмические функции

и арктангенс. Алгоритм интегрирования дробно-рациональной функции состоит в следующем:

1. Проверяем, является ли рациональная дробь правильной. Если у нее степень многочлена в числителе не меньше степени многочлена знаменателя, то делением многочлена на многочлен выделяем целую часть и остаток, который является правильной дробью.

2. Раскладываем знаменатель на вещественные множители, линейные и квадратичные.

3. Представим правильную рациональную дробь в виде суммы простых дробей, руководствуясь следующим правилом:

Множитель знаменателя	Сколько дробей ему соответствует	Простые дроби, соответствующие этому множителю
$(x - a)^k$	$k$	$\frac{A_1}{(x - a)^k} + \frac{A_2}{(x - a)^{k-1}} + \dots + \frac{A_k}{(x - a)}$
$(x^2 + px + q)^k$	$k$	$\frac{A_1x + B_1}{(x^2 + px + q)^k} + \frac{A_2x + B_2}{(x^2 + px + q)^{k-1}} + \dots + \frac{A_kx + B_k}{(x^2 + px + q)}$

4. Найдем неопределенные коэффициенты разложения.

5. Интеграл от рациональной дроби найдем по свойству линейности, как интеграл от суммы дробей.

### Вариант № 1

1.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}};$

2.  $\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx;$

3.  $\int \frac{2^{\operatorname{arctg} 2x} dx}{1+4x^2};$

4.  $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}};$

5.  $\int \sin(2x+3) dx;$

6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x};$

7.  $\int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)};$

8.  $\int \frac{3x-4}{x^2-4} dx;$

9.  $\int \operatorname{ctg}^2 2x dx;$

10.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}};$

11.  $\int x^2 \cos 3x dx;$

12.  $\int \cos(\ln x) dx;$

13.  $\int \arcsin x dx;$

14.  $\int x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx;$

15.  $\int \frac{(x+1) dx}{x^2+x+1};$

16.  $\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2+4x+6}};$

17.  $\int \frac{e^x-2}{e^{2x}+1} dx;$

18.  $\int \frac{(x-8) dx}{x(x-2)^2};$

19.  $\int \frac{(x^3-6) dx}{(x^2+2)(x^2+4)};$

20.  $\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-x+1} dx;$

21.  $\int \frac{dx}{1-\sin x};$

22.  $\int \sin 4x \cdot \cos 4x dx;$

23.  $\int \frac{dx}{3\sin^2 x+4\cos^2 x};$

24.  $\int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx;$

25.  $\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx;$

26.  $\int \operatorname{tg}^5 x dx;$

27.  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2-4}\sqrt{x}};$

28.  $\int \frac{(x+1) dx}{x \cdot \sqrt{x-2}};$

29.  $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx;$

30.  $\int \frac{\sqrt[3]{1+4\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$

31.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2-1}};$

32.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}};$

33.  $\int x \cdot e^{x^2} dx;$

34.  $\int x^2 \cdot e^{x^2} dx;$

35.  $\int x \ln^2 x dx;$

36.  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx;$

37.  $\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x};$

38.  $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^3 x}};$

39.  $\int \sin x \cos^3 x dx;$

40.  $\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}.$

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 2

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x}$ ;               | 2. $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$ ;      | 3. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5+x^6}}$ ;  |
| 4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ ;                      | 5. $\int \frac{xdx}{1+x^4}$ ;                         | 6. $\int \frac{xdx}{1+x^4}$ ;  |
| 7. $\int e^{\operatorname{tg} 2x} \frac{dx}{\cos^2 2x}$ ;     | 8. $\int \frac{1}{1+\cos x} dx$ ;                     | 9. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ ;  |
| 10. $\int \sin(3x-5) dx$ ;                                    | 11. $\int x^2 e^{-x} dx$ ;                            | 12. $\int x \cos 2x dx$ ;  |
| 13. $\int \ln(x+1) dx$ ;                                      | 14. $\int \sin 2x \cdot e^{-x} dx$ ;                  | 15. $\int \frac{(2x-1) dx}{\sqrt{x^2-4x+1}}$ ;                                     |
| 16. $\int \frac{(x+2) dx}{x^2+2x+2}$ ;                        | 17. $\int \frac{e^x}{e^x+e^{-x}} dx$ ;                | 18. $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)}$ ;   |
| 19. $\int \frac{(x^2 dx)}{(x^2+4)(x^2-4)}$ ;                  | 20. $\int \frac{x^3}{x^2+x+0,5} dx$ ;                 | 21. $\int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[4]{\cos x}}$ ;                                  |
| 22. $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$ ;                             | 23. $\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} dx$ ;       | 24. $\int \cos x \cdot \cos 3x dx$ ;   |
| 25. $\int \cos^4 2x dx$ ;                                     | 26. $\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx$ ;             | 27. $\int \frac{(\sqrt[6]{x}+1) dx}{\sqrt[6]{x^7}-\sqrt[6]{x^5}}$ ;                |
| 28. $\int \sqrt{2x-x^2} dx$ ;                                 | 29. $\int \frac{dx}{x^2(1+x^2)^{3/2}}$ ;              | 30. $\int x^{-2/3} (1+x^{1/3})^{1/2} dx$ ;   |
| 31. $\int \frac{dx}{\sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$ ; | 32. $\int \sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} dx$ ; | 33. $\int x \cdot \cos^{x^2} dx$ ;   |
| 34. $\int x^2 \cdot \cos^{x^2} dx$ ;                          | 35. $\int x^3 \cdot \cos^{x^2} dx$ ;                  | 36. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}}$ ;                                     |
| 37. $\int \frac{x^5 dx}{x^3-1}$ ;                             | 38. $\int \frac{x^4 dx}{x^3-1}$ ;                     | 39. $\int \frac{(e^{\sqrt{x}}+2)e^{\sqrt{x}} dx}{(e^x+4e^{\sqrt{x}}+1)\sqrt{x}}$ ; |
| 40. $\int e^{\sqrt{x}} dx$ .                                  |   |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
 15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
 18-20 – интегралы от рациональных функций,  
 21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
 27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.



### Вариант № 3

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$ ;  | 2. $\int \frac{dx}{\cos^2 x(2\operatorname{tg}x + 1)}$ ;               | 3. $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1 + x^2}$ ;       |
| 4. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1 - \ln^2 x}}$ ; | 5. $\int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}$ ;                               | 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2} \operatorname{arcsin} x}$ ; |
| 7. $\int \frac{1 - 2 \cos 2x}{\sin^2 2x} dx$ ;    | 8. $\int e^{x^5} \cdot x^4 dx$ ;                                       | 9. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1 + x^4}}$ ;                        |
| 10. $\int \cos(a - bx) dx$ ;                      | 11. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$ ;                          | 12. $\int x \cdot \cos^2 x dx$ ;                              |
| 13. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x^3}}$ ;          | 14. $\int e^x \cdot \sin 3x dx$ ;                                      | 15. $\int \frac{(2x - 8) dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}$ ;          |
| 16. $\int \frac{xdx}{x^2 - 4x + 5}$ ;             | 17. $\int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx$ ;                                 | 18. $\int \frac{(3x + 2) dx}{x(x + 1)^3}$ ;                   |
| 19. $\int \frac{(3x - 7) dx}{(x^2 + 4)(x + 1)}$ ; | 20. $\int \frac{2x^3 - 4x^2 - 16x - 12}{(x - 1)^2(x^2 + 4x + 5)} dx$ ; | 21. $\int \sin x \cdot \sin 5x dx$ ;                          |
| 22. $\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx$ ;         | 23. $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 x}$ ;                               | 24. $\int \sin^4 3x dx$ ;                                     |
| 25. $\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$ ;            | 26. $\int \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}$ ;                              | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 2} (1 + \sqrt[3]{x + 2})}$ ;    |
| 28. $\int \frac{\sqrt{9 + x^2} dx}{x}$ ;          | 29. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ;                             | 30. $\int \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}} dx$ ;                    |
| 31. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x}$ ;          | 32. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x^2}$ ;                             | 33. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{\sqrt[3]{x}}$ ;            |
| 34. $\int x^2 \cdot e^{2x} dx$ ;                  | 35. $\int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx$ ;                       | 36. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ ;                             |
| 37. $\int \frac{(x^3 + 1) dx}{x^2 - x}$ ;         | 38. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ ;                        | 39. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$ ;                             |
| 40. $\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos^2 x}$ .         |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
 15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
 18-20 – интегралы от рациональных функций,  
 21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
 27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

### Вариант № 4

1.  $\int (3-2x)^4 dx$ ;
2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5+3x}}$ ;
3.  $\int \frac{e^{2x} dx}{1+3e^{2x}}$ ;
4.  $\int \cos x \cdot \sin^{-4} x dx$ ;
5.  $\int e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2}$ ;
6.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8-1}}$ ;
7.  $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx$ ;
8.  $\int e^x \cdot \operatorname{ctg} e^x dx$ ;
9.  $\int \sin^3 x dx$ ;
10.  $\int \frac{dx}{9x^2+4}$ ;
11.  $\int x \cdot e^{-2x} dx$ ;
12.  $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$ ;
13.  $\int (4x+1) \cos 3x dx$ ;
14.  $\int e^{3x} \cdot \sin x dx$ ;
15.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ ;
16.  $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2-6x+10}$ ;
17.  $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$ ;
18.  $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2 (x+4)^2}$ ;
19.  $\int \frac{x^3 dx}{x^3-1}$ ;
20.  $\int \frac{x^5+3x^2-1}{x^2+x} dx$ ;
21.  $\int \frac{\sin^3 x dx}{1+\cos x}$ ;
22.  $\int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$ ;
23.  $\int \frac{dx}{\cos x \cdot (1-\cos x)}$ ;
24.  $\int \sin 4x \cdot \sin 6x dx$ ;
25.  $\int \operatorname{tg}^4 x \cdot \sec^4 x dx$ ;
26.  $\int \sin^7 x dx$ ;
27.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})}$ ;
28.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{1+x}}$ ;
29.  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$ ;
30.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ;
31.  $\int \frac{x \sin x dx}{\cos^2 x}$ ;
32.  $\int x \arccos x dx$ ;
33.  $\int \frac{x^4 dx}{x^2+1}$ ;
34.  $\int \sin^2 2x dx$ ;
35.  $\int \frac{1}{\sin^4 2x} dx$ ;
36.  $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1} dx$ ;
37.  $\int \frac{\sqrt{x^2+4} dx}{x}$ ;
38.  $\int \sqrt[3]{x^2+1} dx$ ;
39.  $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx$ ;
40.  $\int \operatorname{tg} x \cdot \ln \cos x dx$ .

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 5

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $\int e^{x^2} x dx;$                               | 2. $\int \frac{dx}{\sin^2 3x};$                   | 3. $\int \operatorname{tg} 2x dx;$   |
| 4. $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx;$                      | 5. $\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt[3]{\cos 3x}};$   | 6. $\int \frac{e^x dx}{9 + e^{2x}};$   |
| 7. $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 9}} dx;$               | 8. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$      | 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 16x^2}};$   |
| 10. $\int e^{2x} \cdot \operatorname{ctg} e^{2x} dx;$ | 11. $\int x \cdot e^{-3x} dx;$                    | 12. $\int \ln(x^2 + 1) dx;$  |
| 13. $\int \frac{x \cdot \cos x dx}{\sin^2 x};$        | 14. $\int e^x \cdot \cos 4x dx;$                  | 15. $\int \frac{(3x - 6) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 10}};$                                     |
| 16. $\int \frac{(5x + 1) dx}{x^2 + 4x + 5};$          | 17. $\int \frac{e^x (e^x + 1)}{e^{2x} + 4} dx;$   | 18. $\int \frac{dx}{x^3 - x^2};$   |
| 19. $\int \frac{(x^2 - 3) dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)};$   | 20. $\int \frac{x^4}{x^4 - 1} dx;$                | 21. $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5};$   |
| 22. $\int \operatorname{tg}^4 x dx;$                  | 23. $\int \sqrt{\sin x} \cdot \cos^5 x dx;$       | 24. $\int \cos^7 x dx;$  |
| 25. $\int \sin 3x \cdot \cos 2x dx;$                  | 26. $\int \cos^4 2x dx;$                          | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 3} (1 + \sqrt[3]{x + 3})};$                                |
| 28. $\int x \cdot \sqrt{(1 + x)^3} dx;$               | 29. $\int \frac{\sqrt[3]{(1 + x^3)^2} dx}{x^2};$  | 30. $\int \frac{(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}(\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})} dx;$ |
| 31. $\int x \cdot \arcsin x dx;$                      | 32. $\int x \cdot \sin x^2 dx;$                   | 33. $\int x^2 \cdot \sin x^2 dx;$  |
| 34. $\int x^3 \cdot \sin x^2 dx;$                     | 35. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^4 - 2x^2 - 1}} dx;$ | 36. $\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$                                  |
| 37. $\int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx;$          | 38. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 2}};$             | 39. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}};$  |
| 40. $\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$   |   |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
 15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
 18-20 – интегралы от рациональных функций,  
 21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
 27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 6

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int \operatorname{tg} 3x dx;$                     | 2. $\int \frac{dx}{\cos^2 7x};$                           | 3. $\int \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{\cos^2 2x};$    |
| 4. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 4}};$               | 5. $\int e^{\cos 2x} \cdot \sin 2x dx;$                   | 6. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 - e^{2x}}};$             |
| 7. $\int \frac{1}{\sqrt{16x^2 + 9}} dx;$               | 8. $\int \frac{dx}{9x^2 + 4};$                            | 9. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx;$                |
| 10. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$                   | 11. $\int x \cdot e^{3x} dx;$                             | 12. $\int x^2 \cos x dx;$                               |
| 13. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}};$                  | 14. $\int e^x \cdot \sin 5x dx;$                          | 15. $\int \frac{(3 - x) dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}};$      |
| 16. $\int \frac{5dx}{x^2 - x - 2};$                    | 17. $\int \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} + 9} dx;$            | 18. $\int \frac{(2x + 7) dx}{x^3 + x^2};$               |
| 19. $\int \frac{4 + 9x^3 - x^5}{x^2 + 3x} dx;$         | 20. $\int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx;$ | 21. $\int \sqrt[3]{\sin^2 x \cdot \cos^3 x} dx;$        |
| 22. $\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x};$             | 23. $\int \cos x \cdot \cos 5x dx;$                       | 24. $\int \sin^4 \frac{x}{2} dx;$                       |
| 25. $\int \sin^{-4} \frac{x}{2} dx;$                   | 26. $\int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x};$            | 27. $\int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx;$    |
| 28. $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$ | 29. $\int \frac{\sqrt{(1 - x^2)^3}}{x^6} dx;$             | 30. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}};$              |
| 31. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx;$   | 32. $\int \frac{(3x + 2)}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}} dx;$      | 33. $\int x e^{-x^2} dx;$                               |
| 34. $\int x^2 e^{-x^2} dx;$                            | 35. $\int x^3 e^{-x^2} dx;$                               | 36. $\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$ |
| 37. $\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x dx;$                 | 38. $\int x^{-2/3} (1 + x^{1/3})^{-1} dx;$                | 39. $\int \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}};$                 |
| 40. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$              |   |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

### Вариант № 7

1.  $\int \operatorname{ctg}(2x + 3) dx;$
2.  $\int \frac{dx}{\sin^2 5x};$
3.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[4]{x^3 + 1}};$
4.  $\int \frac{\arccos^2 x dx}{\sqrt{1 - x^2}};$
5.  $\int (a^{5x} + e^{5x}) dx;$
6.  $\int \sqrt{\operatorname{tg}^3 x} \cdot \sec^4 x dx;$
7.  $\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2};$
8.  $\int \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln^2 x}};$
9.  $\int \frac{\cos x}{2 \sin x + 5} dx;$
10.  $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$
11.  $\int x \cdot e^{x/2} dx;$
12.  $\int \frac{x dx}{\sin^2 x};$
13.  $\int \operatorname{arctg} 2x dx;$
14.  $\int e^{3x} \cdot \cos x dx;$
15.  $\int \frac{(3x - 1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}};$
16.  $\int \frac{(4x + 1) dx}{x^2 - 2x + 2};$
17.  $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx;$
18.  $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2} dx;$
19.  $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 7}{(x + 1)(x - 2)^3} dx;$
20.  $\int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x - 1)(x^2 - 2x + 5)} dx;$
21.  $\int \operatorname{tg}^3 x dx;$
22.  $\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x};$
23.  $\int \cos^4 3x dx;$
24.  $\int \sin^{-3} \frac{x}{2} dx;$
25.  $\int \sin^5 x dx;$
26.  $\int \cos 2x \cdot \cos 3x dx;$
27.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(9 + x^2)^3}};$
28.  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} dx;$
29.  $\int \frac{\sqrt{(1 - x^2)^3}}{x^6} dx;$
30.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 2} + \sqrt[3]{x + 2}};$
31.  $\int x \cdot \ln(1 + x) dx;$
32.  $\int \frac{\operatorname{arctg} 3x + x}{1 + 9x^2} dx;$
33.  $\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx;$
34.  $\int \sqrt{1 - 2x - x^2} dx;$
35.  $\int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} dx;$
36.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}};$
37.  $\int \frac{dx}{x \ln x};$
38.  $\int e^{\sqrt{x}} dx;$
39.  $\int \frac{e^{3x} dx}{e^x + 2};$
40.  $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx.$

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 8

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2 \sin x + 3}};$                      | 2. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[3]{\operatorname{ctgx} + 1}};$ | 3. $\int \frac{(x+1) dx}{x^2 + 2x + 3};$                    |
| 4. $\int \frac{dx}{\arccos^3 x \cdot \sqrt{1-x^2}};$                  | 5. $\int \sin(\ln x) \cdot \frac{dx}{x};$                              | 6. $\int e^{x/2} dx;$                                       |
| 7. $\int \frac{dx}{1+2x^2};$  | 8. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}};$                                    | 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{b^2 + a^2 x^2}};$                  |
| 10. $\int \frac{x - (\operatorname{arctg} 2x)^2}{1+4x^2} dx;$         | 11. $\int x \cdot e^{3x} dx;$  | 12. $\int x \cdot \sin 5x dx;$                              |
| 13. $\int x^3 \cdot \ln x dx;$  | 14. $\int e^{2x} \cdot \cos x dx;$                                     | 15. $\int \frac{(6x+1) dx}{\sqrt{x-x^2}};$                  |
| 16. $\int \frac{(3x+2) dx}{x^2 + 8x + 17};$                           | 17. $\int \frac{(e^x + e^{2x})}{e^{2x} + 9} dx;$                       | 18. $\int \frac{(11x+16) dx}{(x-1)(x+2)^2};$                |
| 19. $\int \frac{dx}{x^3 - 8};$  | 20. $\int \frac{(x+1)^3}{x^2 - x} dx;$                                 | 21. $\int \frac{\cos^3 x dx}{1 + \sin x};$                  |
| 22. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx;$                                   | 23. $\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx;$                                 | 24. $\int \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x};$                  |
| 25. $\int \frac{dx}{\sin^4 x};$                                       | 26. $\int (\operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^7 x) dx;$         | 27. $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx;$                         |
| 28. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{(x^2 + 1)^3}};$                   | 29. $\int x^5 \cdot \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx;$                           | 30. $\int \frac{\sqrt{1+x^2} dx}{x^4};$                     |
| 31. $\int \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}};$                 | 32. $\int \arcsin^2 x dx;$   | 33. $\int \frac{x(2x^2 + 1) dx}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}};$     |
| 34. $\int \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \cdot \sin 2x};$      | 35. $\int e^{1/x} \cdot \frac{dx}{x^2};$                               | 36. $\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) e^x dx;$ |
| 37. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x} dx}{\sin x \cdot \cos x};$ | 38. $\int (x^2 - x) e^x dx;$   | 39. $\int \frac{x^4 dx}{x^{15} - 8};$                       |
| 40. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}.$                         |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 9

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1. $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 2x};$                        | 2. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot (3 + 2 \operatorname{tg} x)};$ | 3. $\int \cos \sqrt{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}};$  |
| 4. $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2};$               | 5. $\int x \cdot 3^{x^2} dx;$                                    | 6. $\int \frac{a^x}{1 + a^{2x}} dx;$                |
| 7. $\int (2 + 3x^2)^{-1/2} dx;$                                | 8. $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{1 - x^{10}}};$                      | 9. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^3}};$            |
| 10. $\int e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \frac{dx}{\sin^2 x};$ | 11. $\int x \cdot \cos 3x dx;$                                   | 12. $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$       |
| 13. $\int x^{-3} \cdot \ln x dx;$                              | 14. $\int \cos(\ln x) dx;$                                       | 15. $\int \frac{(5x + 4) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}};$ |
| 16. $\int \frac{(x + 3) dx}{x^2 - 2x + 2};$                    | 17. $\int \frac{e^{2x}}{e^x - 1} dx;$                            | 18. $\int \frac{(5x - 1) dx}{(x - 1)^2 (x - 2)};$   |
| 19. $\int \frac{(7x - 15) dx}{x^3 - 2x^2 + 5x};$               | 20. $\int \frac{(x^4 + 1) dx}{x^3 + x^2};$                       | 21. $\int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x};$            |
| 22. $\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx;$                         | 23. $\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x dx;$                           | 24. $\int \operatorname{ctg}^5 x dx;$               |
| 25. $\int \frac{\sin^2 x dx}{1 + \cos^2 x};$                   | 26. $\int \sin 3x \cdot \sin 5x dx;$                             | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}};$       |
| 28. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{(x^2 - 1)}};$                | 29. $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt[3]{2 - x^3}};$               | 30. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4 - x^2}};$           |
| 31. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}};$                     | 32. $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx;$                                   | 33. $\int \cos^{-4} x dx;$                          |
| 34. $\int \frac{dx}{e^{2x} + e^x};$                            | 35. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^2}};$                        | 36. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1 + x^2}};$        |
| 37. $\int \sin x \cdot e^{-\cos x} dx;$                        | 38. $\int (1 + e^{5x})^6 e^{5x} dx;$                             | 39. $\int \frac{1 + \cos x}{\sin^3 x} dx;$          |
| 40. $\int \frac{dx}{(x^2 - 3)(x^2 + 2)}.$                      |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 10

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $\int \frac{\sqrt{2\operatorname{tg}x+1}}{\cos^2 x} dx;$         | 2. $\int x(x^2+1)^4 dx;$  | 3. $\int \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} dx;$             |
| 4. $\int a^{x^5} \cdot x^4 dx;$                                     | 5. $\int e^{\sin 3x} \cdot \cos 3x dx;$                         | 6. $\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2};$ |
| 7. $\int \operatorname{tg} \sqrt{x-1} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1}};$ | 8. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-1}};$                       | 9. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}};$        |
| 10. $\int (1+4x^2)^{-1} \cdot \sqrt{\operatorname{arctg} 2x} dx;$   | 11. $\int x \cdot \sin 5x dx;$                                  | 12. $\int \arccos x dx;$                         |
| 13. $\int x \cdot e^{2x} dx;$                                       | 14. $\int e^x \cdot \sin 2x dx;$                                | 15. $\int \frac{(x-2) dx}{\sqrt{x^2+4x+6}};$     |
| 16. $\int \frac{(x-1) dx}{x^2+x+1};$                                | 17. $\int \frac{e^{2x}}{e^x+e^{-2x}} dx;$                       | 18. $\int \frac{(3x-4) dx}{x^3(x-2)};$           |
| 19. $\int \frac{(x+2) dx}{x(x^2+2x+2)};$                            | 20. $\int \frac{x^5+2x^3+4x+4}{x^4+2x^3+2x^2} dx;$              | 21. $\int \sin 3x \cdot \cos 7x dx;$             |
| 22. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx;$                              | 23. $\int (1+\cos x)^3 dx;$                                     | 24. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx;$         |
| 25. $\int \frac{dx}{\cos^4 x};$                                     | 26. $\int \frac{1+\sin x}{1+\cos x+\sin x} dx;$                 | 27. $\int \sqrt{4-x^2} dx;$                      |
| 28. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+1)^5}};$                         | 29. $\int \frac{2\sqrt[4]{x+1}}{\sqrt[4]{x^3}(\sqrt{x+4})} dx;$ | 30. $\int x^{1/3} \cdot (2+x^{2/3})^{1/4} dx;$   |
| 31. $\int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)} dx;$            | 32. $\int (1-x)^{100} \cdot x dx;$                              | 33. $\int \ln^2 x dx;$                           |
| 34. $\int \frac{dx}{\ln^2 x};$                                      | 35. $\int \frac{(1+\ln x) dx}{(x \ln x)^2};$                    | 36. $\int \frac{x^3 dx}{x^8-1};$                 |
| 37. $\int \frac{x dx}{x^2+1};$                                      | 38. $\int \frac{dx}{1+2\sin^2 x};$                              | 39. $\int (1+x^2)^{-3/2} dx;$                    |
| 40. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}.$                                 |   |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.



## Вариант № 11

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1. $\int \sqrt{a-bx} dx;$                                    | 2. $\int 4^{2-3x} dx;$                                     | 3. $\int \frac{3x+1}{\sqrt{5x^2+1}} dx;$          |
| 4. $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{2} dx;$                 | 5. $\int \cos \sqrt[3]{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}};$ | 6. $\int \operatorname{tg}^2 5x dx;$              |
| 7. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}};$                    | 8. $\int \frac{\cos 2x dx}{4-\sin 2x};$                    | 9. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x};$             |
| 10. $\int \frac{dx}{9x^2-4};$                                | 11. $\int x \cdot 2^{-x} dx;$                              | 12. $\int x \cos 3x dx;$                          |
| 13. $\int \operatorname{arctg} x dx;$                        | 14. $\int e^x \cdot \sin x dx;$                            | 15. $\int \frac{(x+4) dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$      |
| 16. $\int \frac{(3x-1) dx}{x^2+x+1};$                        | 17. $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{e^x+1}} dx;$              | 18. $\int \frac{(5x^2+6x+9) dx}{(x-3)^2(x+1)^2};$ |
| 19. $\int \frac{(3x-4) dx}{(x^2+2x+5)(x+2)};$                | 20. $\int \frac{x^7}{x^4-1} dx;$                           | 21. $\int \operatorname{ctg}^3 x dx;$             |
| 22. $\int \sin 4x \cdot \cos 2x dx;$                         | 23. $\int \cos^5 x dx;$                                    | 24. $\int \sin^4 3x dx;$                          |
| 25. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cdot \cos x};$                 | 26. $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx;$             | 27. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx;$           |
| 28. $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})};$ | 29. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}};$                     | 30. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}};$                |
| 31. $\int \frac{\sin x}{x^2} dx - \int \frac{\cos x}{x} dx;$ | 32. $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx;$                 | 33. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{4+x^2}};$     |
| 34. $\int \frac{(1-\cos x) dx}{(x-\sin x)^2};$               | 35. $\int \frac{x^2 dx}{x^3+1};$                           | 36. $\int \frac{x dx}{x^3+1};$                    |
| 37. $\int \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx}{\sqrt{1+x^2}};$    | 38. $\int \sqrt[3]{1+\sin^2 2x} \cdot \cos 2x dx;$         | 39. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x};$            |
| 40. $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}.$            |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 12

1.  $\int \frac{\sqrt[4]{1+\ln x}}{x} dx;$
2.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx;$
3.  $\int \frac{dx}{\sin^2 3x \cdot (2 + \operatorname{ctg} 3x)};$
4.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln^2 x}};$
5.  $\int \operatorname{tg}^2 3x dx;$
6.  $\int \frac{3x-1}{\sqrt{1-4x^2}} dx;$
7.  $\int \frac{(2x+3)dx}{1+4x^2};$
8.  $\int (e^{2x})^3 dx;$
9.  $\int x^2 \cos(x^3 + 1) dx;$
10.  $\int \frac{dx}{9x^2 - 16};$
11.  $\int x \cdot e^{5x} dx;$
12.  $\int x^2 \sin 3x dx;$
13.  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx;$
14.  $\int e^x \cdot \cos 4x dx;$
15.  $\int \frac{(3x+1) dx}{x^2 + 2x + 3};$
16.  $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 6x + 2}};$
17.  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}} dx;$
18.  $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 6x + 2}};$
19.  $\int \frac{x^3 dx}{x^3 + 1};$
20.  $\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 4x - 3}{x^3 + 3x^2 + 3x} dx;$
21.  $\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x dx;$
22.  $\int \sin \frac{x}{3} \cdot \sin \frac{x}{2} dx;$
23.  $\int \frac{dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x};$
24.  $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x};$
25.  $\int \operatorname{tg}^4 2x dx;$
26.  $\int \sin^4 \frac{x}{2} \cdot \cos^4 \frac{x}{2} dx;$
27.  $\int \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{x^2} dx;$
28.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}}};$
29.  $\int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^2}};$
30.  $\int x^3 \cdot \sqrt[4]{1+x^2} dx;$
31.  $\int x \cdot \arcsin 2x dx;$
32.  $\int \frac{(5x-1)}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx;$
33.  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 16} dx}{x};$
34.  $\int \frac{dx}{x^4 - 16};$
35.  $\int \frac{x dx}{x^4 - 16};$
36.  $\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2};$
37.  $\int \frac{\cos x}{x^2} dx + \int \frac{\sin x}{x} dx;$
38.  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx;$
39.  $\int \cos^2 3x dx;$
40.  $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx.$

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

### Вариант № 13

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int \frac{x^2}{(3+2x^3)^4} dx;$                      | 2. $\int \frac{e^{3x}}{2e^{3x}+9} dx;$                         | 3. $\int (e^{x/a} + e^{-x/a}) dx;$             |
| 4. $\int \cos^{-2}(1-x) dx;$                              | 5. $\int \sin^2 3x \cdot \cos 3x dx;$                          | 6. $\int x^2 \cdot \sin(x^3) dx;$              |
| 7. $\int \frac{dx}{9x^2+16};$                             | 8. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}};$                           | 9. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{4+\cos^2 x}};$ |
| 10. $\int \frac{dx}{4x^2-1};$                             | 11. $\int x \cdot e^x dx;$                                     | 12. $\int x^2 \sin 5x dx;$                     |
| 13. $\int \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$     | 14. $\int e^{2x} \cdot \cos 3x dx;$                            | 15. $\int \frac{x dx}{x^2+4x+5};$              |
| 16. $\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}};$                    | 17. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx;$            | 18. $\int \frac{xdx}{(x-2)^2(x+2)};$           |
| 19. $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x+2)};$                       | 20. $\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1} dx;$                       | 21. $\int \cos^3 2x \cdot \sin 2x dx;$         |
| 22. $\int \sin^4 3x dx;$                                  | 23. $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^3 x};$                   | 24. $\int \sin x \cdot \sin 3x dx;$            |
| 25. $\int \cos^4 x \cdot \sin^2 x dx;$                    | 26. $\int \frac{dx}{5-3\cos x};$                               | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}};$        |
| 28. $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}};$ | 29. $\int x^3 \cdot \sqrt[4]{1+x^2} dx;$                       | 30. $\int \frac{dx}{x\sqrt{9-x^2}};$           |
| 31. $\int \ln x \cdot (1-x)^{-1/2} dx;$                   | 32. $\int \frac{(3x+5)}{\sqrt{x^2-6x+10}} dx;$                 | 33. $\int \frac{dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}};$       |
| 34. $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cdot \cos^4 x};$            | 35. $\int \frac{\cos^4 x + \sin^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} dx;$ | 36. $\int \frac{x^7 dx}{(1+x^4)^2};$           |
| 37. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}};$                       | 38. $\int \frac{\sin x}{(1-3\cos x)^2} dx;$                    | 39. $\int \frac{xdx}{\ln^2 x};$                |
| 40. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}.$                    |  |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 14

- |  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\int (3x + 2)^5 dx;$                           | 2. $\int \frac{x^2 dx}{8x^3 + 1};$                      | 3. $\int (x - 1) \cdot e^{x^2 - 2x} dx;$                 |
| 4. $\int \sin x \cdot \cos(\cos x) dx;$            | 5. $\int (\operatorname{tg} 2x - 1)^2 dx;$              | 6. $\int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt{1 + \sin 2x}};$         |
| 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + 9x^2}};$              | 8. $\int \frac{dx}{\sin^2(1 - x)};$                     | 9. $\int \frac{e^{3x} dx}{4 + e^{6x}};$                  |
| 10. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{9 - \ln^2 x}};$  | 11. $\int \cos x \cdot \ln(\sin x) dx;$                 | 12. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx;$           |
| 13. $\int e^{\cos x} \cdot \sin 2x dx;$            | 14. $\int e^{2x} \cdot \sin 3x dx;$                     | 15. $\int \frac{(x + 3) dx}{x^2 + 2x + 5};$              |
| 16. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 + 2x - x^2}};$         | 17. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 1}}{e^x + 2} dx;$ | 18. $\int \frac{(x^3 - 1) dx}{x^3 + 2x};$                |
| 19. $\int \frac{11x + 16}{(x - 1)(x + 2)^3} dx;$   | 20. $\int \frac{dx}{x^3 + 27};$                         | 21. $\int \cos^5 x dx;$                                  |
| 22. $\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2};$       | 23. $\int \cos 2x \cdot \cos 5x dx;$                    | 24. $\int (1 + \sin^2 x)^{-1} dx;$                       |
| <b>25.</b> $\int \operatorname{ctg}^3(3x + 2) dx;$ | 26. $\int \frac{dx}{\sin^4 2x};$                        | 27. $\int \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{\sqrt{x + 1} + 1} dx;$ |
| 28. $\int \frac{\sqrt{(16 - x^2)^3}}{x^6} dx;$     | 29. $\int x^3 \cdot \sqrt{9 + x^2} dx;$                 | 30. $\int x^{3/5} \cdot \sqrt{1 + x^{4/5}} dx;$          |
| 31. $\int \operatorname{tg}^4 x dx;$               | 32. $\int \frac{\sin^3 x dx}{4 \cos^2 x - 1};$          | 33. $\int \frac{e^{2x} dx}{(e^{2x} - 1)(e^{2x} + 4)};$   |
| 34. $\int (1 + x^6)^{-7/6} dx;$                    | 35. $\int \frac{x^7 dx}{\cos^2 x - \sin^2 x};$          | 36. $\int \frac{x^7 dx}{1 + x^4};$                       |
| 37. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x + 2};$              | 38. $\int \frac{x^7 dx}{1 + x^4};$                      | 39. $\int \ln(x^2 - 1) dx;$                              |
| 40. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx.$               |   |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 15

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int e^x (3e^x + 2)^5 dx;$                  | 2. $\int \frac{6x^5 + 4x^3}{\sqrt{x^6 + x^4 + 1}} dx;$ | 3. $\int x \cdot \operatorname{tg}(x^2) dx;$                |
| 4. $\int 4^{2-3x} dx;$                          | 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}};$                    | 6. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\ln \cos x};$        |
| 7. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^8}};$          | 8. $\int \frac{dx}{x \cdot (1 + \ln^2 x)};$            | 9. $\int \frac{x^2 dx}{\sin^2(x^3)};$                       |
| 10. $\int \sin^3 2x \cdot \cos 2x dx;$          | 11. $\int (x^3 + 1) \cdot \ln x dx;$                   | 12. $\int x^3 \cdot e^{x^2} dx;$                            |
| 13. $\int x \cdot \arcsin(x^2) dx;$             | 14. $\int e^{3x} \cdot \cos 4x dx;$                    | 15. $\int \frac{x dx}{\sqrt{6-x-x^2}};$                     |
| 16. $\int \frac{3x-4}{x^2+2x+2} dx;$            | 17. $\int \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+4} dx;$               | 18. $\int \frac{x-2}{x^3+x} dx;$                            |
| 19. $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx;$           | 20. $\int \frac{x^2 dx}{(x^2-4)(x+2)};$                | 21. $\int \cos^3 x dx;$                                     |
| 22. $\int \frac{dx}{2+3\cos x};$                | 23. $\int \operatorname{ctg}^4 2x dx;$                 | 24. $\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx;$                      |
| 25. $\int \frac{dx}{\cos^2 x + \sin 2x};$       | 26. $\int \sin 3x \cdot \cos 7x dx;$                   | 27. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x}} dx;$ |
| 28. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x-1}};$       | 29. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4+x^2)^5}};$            | 30. $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{x^3}} dx;$        |
| 31. $\int e^{x^2+\ln x} dx;$                    | 32. $\int \sqrt{9-x^2} dx;$                            | 33. $\int \frac{(3x+1) dx}{\sqrt[3]{2x+1}};$                |
| 34. $\int \sin^3 x \cdot \cos^5 x dx;$          | 35. $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^{x-1}}};$        | 36. $\int \frac{\cos^3 x}{4\sin^2 x + 1} dx;$               |
| 37. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{9+\cos^2 x}};$ | 38. $\int \sin^4 \frac{x}{2} dx;$                      | 39. $\int \frac{\cos x}{x} dx;$                             |
| 40. $\int \frac{x \cdot \cos x}{\sin^3 x} dx.$  |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 16

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx;$                    | 2. $\int x \cdot 2^{x^2} dx;$                              | 3. $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx;$                               |
| 4. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}};$                              | 5. $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{2 + \sin^4 x}};$          | 6. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot e^{1/x}};$                                |
| 7. $\int \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}};$ | 8. $\int x \cdot \operatorname{ctg}(x^2 + 1) dx;$          | 9. $\int \frac{e^x dx}{e^x - 1};$                                      |
| 10. $\int \frac{x^2}{x^3 + 1} \cdot \ln(x^3 + 1) dx;$           | 11. $\int x \cdot \sin x \cdot \cos x dx;$                 | 12. $\int x \cdot e^{-x} dx;$  |
| 13. $\int \arcsin^2 x dx;$                                      | 14. $\int e^{-x} \cdot \sin^2 x dx;$                       | 15. $\int \frac{(3x+5) dx}{x^2 + 2x + 2};$                             |
| 16. $\int \frac{8x-11}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx;$                    | 17. $\int e^{2x} (e^x - 1)^{-1/5} dx;$                     | 18. $\int \frac{8x-11}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx;$                           |
| 19. $\int \frac{5x^2 + 6x + 9}{(x+1)^2 (x-3)^2} dx;$            | 20. $\int \frac{(x^4 + 1) dx}{x^3 - x^2 + x - 1};$         | 21. $\int \frac{dx}{\sin^4 x};$  |
| 22. $\int \sin^5 x \cdot \sqrt[3]{\cos x} dx;$                  | 23. $\int \frac{\sin x}{1 - \sin x} dx;$                   | 24. $\int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} dx;$ |
| 25. $\int \sin \omega x \cdot \sin(\omega x + \omega_0) dx;$    | 26. $\int \cos^4 x dx;$                                    | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}};$                          |
| 28. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{(2+x^3)^5}};$               | 29. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx;$                    | 30. $\int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx;$                                  |
| 31. $\int (1 - \sqrt[3]{2x}) \cdot (\sqrt{2x})^{-1} dx;$        | 32. $\int (e^{2x} + e^x - 2)^{-1} dx;$                     | 33. $\int \sin^{-3} x dx;$   |
| 34. $\int x \cdot \cos^{-2} x dx;$                              | 35. $\int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx;$ | 36. $\int \frac{1 + \ln x}{x \sqrt{3 - \ln^2 x}} dx;$                  |
| 37. $\int x^7 (1 + 3x^4)^{-1/2} dx;$                            | 38. $\int \sin^5 x \cdot \cos^{-2} x dx;$                  | 39. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}};$                                |
| 40. $\int (1-x) \cdot \cos^2(1-x)^2 dx.$                        |  |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 17

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{1 + \ln x}}{x} dx;$$

$$2. \int x \cdot e^{-x^2} dx;$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{e^x}};$$

$$4. \int a^{\sin x} \cdot \cos x dx;$$

$$5. \int \operatorname{ctg}^2 ax dx;$$

$$6. \int \operatorname{tg} \sqrt{x-1} \frac{dx}{\sqrt{x-1}};$$

$$7. \int x \cdot 10^{1-x^2} dx;$$

$$8. \int \frac{2^x dx}{1-4^x};$$

$$9. \int \frac{dx}{(a+b) + (a-b)x^2};$$

$$10. \int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} \cdot \sec^2 \frac{x}{3} dx;$$

$$11. \int x^2 \cdot \sin 3x dx;$$

$$12. \int x \cdot \operatorname{tg}^2 2x dx;$$

$$13. \int e^{\sqrt{x}} dx;$$

$$14. \int e^{-x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx;$$

$$15. \int \frac{x dx}{x^2 - 6x + 10};$$

$$16. \int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx;$$

$$17. \int \frac{dx}{e^{2x} - e^x}.$$

$$18. \int \frac{dx}{x \cdot (x+1)^2};$$

$$19. \int \frac{x^4}{x^4 - 1} dx;$$

$$20. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x^2 - x - 12)} dx;$$

$$21. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x};$$

$$22. \int \sin 10x \cdot \sin 15x dx;$$

$$23. \int \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x};$$

$$24. \int \sin^4 \frac{x}{2} dx;$$

$$25. \int \frac{\sin^5 x}{\cos x} dx;$$

$$26. \int \cos^5 x dx;$$

$$27. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$28. \int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx;$$

$$29. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}};$$

$$30. \int x^3 \cdot (1+2x^2)^{-3/2} dx;$$

$$31. \int (1 - \sin x) \cdot \sec x dx;$$

$$32. \int \sqrt{a^2 + x^2} dx;$$

$$33. \int x \cdot \sin^2 x^2 dx;$$

$$34. \int e^{-x^2} dx;$$

$$35. \int \frac{x}{\sqrt[3]{ax+b}} dx;$$

$$36. \int \sqrt{e^x + 1} dx;$$

$$37. \int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^5 x}};$$

$$38. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}}};$$

$$39. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}};$$

$$40. \int \frac{5x^3 + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} dx /$$

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 18

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int \frac{dx}{7-5x^2};$                            | 2. $\int x \cdot e^{-x^2-1} dx;$                 | 3. $\int \frac{x - \sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx;$                          |
| 4. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-1}};$                  | 5. $\int \frac{x^2-5x+6}{x^2+4} dx;$             | 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)\ln(x+\sqrt{1+x^2})}};$                    |
| 7. $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx;$                | 8. $\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx;$      | 9. $\int \frac{x dx}{\sqrt{a^4 - x^4}};$                                   |
| 10. $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx;$                | 11. $\int \sqrt{1-x^2} dx;$                      | 12. $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx;$  |
| 13. $\int x \cdot \sin 2x dx;$                          | 14. $\int e^{-x} \cdot \sin 2x dx;$              | 15. $\int \frac{x dx}{x^2 - 7x + 13};$                                     |
| 16. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 2x + 1}};$             | 17. $\int e^{2x} (e^x + 1)^{-1/3} dx;$           | 18. $\int x^3 (4x^3 + x)^{-1} dx;$   |
| 19. $\int \frac{dx}{(x+1)^2 (x^2 + 5x + 6)};$           | 20. $\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx;$ | 21. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx;$                                   |
| 22. $\int \sin^4 x dx;$                                 | 23. $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x};$              | 24. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx;$                         |
| 25. $\int \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{2x}{3} dx;$ | 26. $\int \cos^3 x dx;$                          | 27. $\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx;$                                      |
| 28. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}};$      | 29. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{1+x^5}};$   | 30. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{9+x^2}};$                              |
| 31. $\int (1+x^2)^{-2} dx;$                             | 32. $\int \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x^3} dx;$        | 33. $\int \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) dx;$ |
| 34. $\int (2+3\cos^2 x)^{-1} dx;$                       | 35. $\int \frac{\sin x}{5-2\cos^2 x} dx;$        | 36. $\int \frac{e^x(3-e^x)}{1+e^{2x}} dx;$                                 |
| 37. $\int \operatorname{cth} x dx;$                     | 38. $\int \cos 2x \cdot (2-3\sin 2x)^{-1} x dx;$ |  |
| 39. $\int \frac{dx}{2^x - 1};$                          | 40. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{4-x^2}}.$      |  |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
 15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
 18-20 – интегралы от рациональных функций,  
 21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
 27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.



## Вариант № 19

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{1 + \ln x}}{x} dx;$$

$$2. \int x \cdot e^{-x^2} dx;$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{e^x}};$$

$$4. \int a^{\sin x} \cdot \cos x dx;$$

$$5. \int \operatorname{ctg}^2 ax dx;$$

$$6. \int \operatorname{tg} \sqrt{x-1} \frac{dx}{\sqrt{x-1}};$$

$$7. \int x \cdot 10^{1-x^2} dx;$$

$$8. \int \frac{2^x dx}{1-4^x};$$

$$9. \int \frac{dx}{(a+b) + (a-b)x^2};$$

$$10. \int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} \cdot \sec^2 \frac{x}{3} dx;$$

$$11. \int x^2 \cdot \sin 3x dx;$$

$$12. \int x \cdot \operatorname{tg}^2 2x dx;$$

$$13. \int e^{\sqrt{x}} dx;$$

$$14. \int e^{-x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx;$$

$$15. \int \frac{x dx}{x^2 - 6x + 10};$$

$$16. \int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx;$$

$$17. \int \frac{dx}{e^{2x} - e^x};$$

$$18. \int \frac{dx}{x \cdot (x+1)^2};$$

$$19. \int \frac{x^4}{x^4 - 1} dx;$$

$$20. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x^2 - x - 12)} dx;$$

$$21. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x};$$

$$22. \int \sin 10x \cdot \sin 15x dx;$$

$$23. \int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x};$$

$$24. \int \sin^4 \frac{x}{2} dx;$$

$$25. \int \frac{\sin^5 x}{\cos x} dx;$$

$$26. \int \cos^5 x dx;$$

$$27. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$28. \int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx;$$

$$29. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}};$$

$$30. \int x^3 \cdot (1+2x^2)^{-3/2} dx;$$

$$31. \int (1 - \sin x) \cdot \sec x dx;$$

$$32. \int \sqrt{a^2 + x^2} dx;$$

$$33. \int x \cdot \sin^2 x^2 dx;$$

$$34. \int e^{-x^2} dx;$$

$$35. \int \frac{x}{\sqrt[3]{ax+b}} dx;$$

$$36. \int \sqrt{e^x + 1} dx;$$

$$37. \int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^5 x}};$$

$$38. \int \sqrt{e^x + 1} dx;$$

$$39. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}};$$

$$40. \int \frac{5x^3 + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} dx.$$

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 20

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1. $\int \frac{dx}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1-x^2}};$ | 2. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx;$                      | 3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3-x^4}};$              |
| 4. $\int \frac{x^2 dx}{1+x^6};$                  | 5. $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} 2x}}{\sin^2 2x} dx;$            | 6. $\int \sin(3-2x) dx;$                          |
| 7. $\int \frac{dx}{x \ln x};$                    | 8. $\int \cos^2 3x dx;$  | 9. $\int a^{1/x} x^{-2} dx;$                      |
| 10. $\int \cos(\ln x) \frac{dx}{x};$             | 11. $\int x^3 \cdot e^x dx;$   | 12. $\int \ln(x^2 + 1) dx;$                       |
| 13. $\int e^{2x} \cdot \cos 3x dx;$              | 14. $\int \frac{x dx}{\cos^2 2x};$                                   | 15. $\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}};$ |
| 16. $\int \frac{x-4}{x^2 - 4x + 2} dx;$          | 17. $\int \frac{e^x dx}{e^{-x} + e^x};$                              | 18. $\int \frac{x dx}{(x-1)^2 (x+2)};$            |
| 19. $\int x^4 (x^4 - 16)^{-1} dx;$               | 20. $\int \frac{x}{(x-1)(x+3)(x+5)} dx;$                             | 21. $\int \cos 3x \cdot \cos 7x dx;$              |
| 22. $\int \cos^6 x dx;$                          | 23. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{2} dx;$                       | 24. $\int \frac{dx}{1+3\sin^2 x};$                |
| 25. $\int \frac{1-\sin x}{1+\sin x} dx;$         | 26. $\int \cos^3 x \cdot (\sin^2 x + \sin x)^{-1} dx;$               |   |
| 27. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4}};$ | 28. $\int \frac{\sqrt[8]{x} + 2}{\sqrt[8]{x^5} + \sqrt[8]{x^3}} dx;$ | 29. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}};$           |
| 30. $\int x^{-3} \cdot (1+x^3)^{-4/3} dx;$       | 31. $\int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}};$                          | 32. $\int x^5 \cdot (x^3 + 1)^{-1} dx;$           |
| 33. $\int (1-x^2)^{-3/2} dx;$                    | 34. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$                    | 35. $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x - 5} dx;$      |
| 36. $\int x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx;$            | 37. $\int \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)^4};$                           | 38. $\int \frac{\sin x dx}{1-\sin x};$            |
| 39. $\int x^x (1 + \ln x) dx;$                   | 40. $\int \frac{dx}{\sin^5 x}.$                                      |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 21

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int (\cos x + 2)^{21} \cdot \sin x dx;$                             | 2. $\int \frac{dx}{x \cdot (5 - \ln x)};$               | 3. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x + 3}};$          |
| 4. $\int x \cdot e^{-x^2} dx;$   | 5. $\int \frac{3^x}{1 + 3^{2x}} dx;$                    | 6. $\int \sin x \cdot 2^{-\cos x} dx;$                    |
| 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}};$                                    | 8. $\int e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} \frac{dx}{\sqrt{x^3}};$ | 9. $\int \frac{\cos \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}};$              |
| 10. $\int (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 dx;$            | 11. $\int x \cdot \sin 3x dx;$                          | 12. $\int \ln x dx;$                                      |
| 13. $\int x^2 \cdot e^{2x} dx;$  | 14. $\int e^x \cdot \cos x dx;$                         | 15. $\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{1-x-x^2}};$               |
| 16. $\int \frac{3x-1}{x^2-x+1} dx;$                                      | 17. $\int \sqrt{e^x - 1} dx;$                           | 18. $\int \frac{dx}{x^3(x-1)};$                           |
| 19. $\int \frac{dx}{(x^2+2)(x-1)};$                                      | 20. $\int \frac{5x^3 + 9x^2 - 22x - 8}{x^3 - 4x} dx;$   | 21. $\int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx;$                 |
| 22. $\int \sin 5x \cdot \sin x dx;$                                      | 23. $\int \sin^4 x dx;$                                 | 24. $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x};$            |
| 25. $\int \frac{1}{1 - \cos^4 x} dx;$                                    | 26. $\int \cos^5 x dx;$                                 | 27. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+1}};$       |
| 28. $\int \frac{1}{x} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} dx;$             | 29. $\int \sqrt{x^2 - 9} dx;$                           | 30. $\int x^{-1} \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^{-3} dx;$        |
| 31. $\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{1-4x^2}};$                               | 32. $\int x^5 \cdot (x^3 + 1)^{-1} dx;$                 | 33. $\int (1 + x^2)^{-3/2} dx;$                           |
| 34. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$                        | 35. $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 5} dx;$            | 36. $\int x \cdot \sin x \cdot \cos x dx;$                |
| 37. $\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x \cdot \operatorname{ch}^2 x};$ | 38. $\int x \cdot \ln(1 + x^2) dx;$                     | 39. $\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2};$ |
| 40. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x-3}}.$                                  |   |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 22

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int (\operatorname{tg} x + 4)^{12} \cdot \cos^{-2} x dx;$ | 2. $\int \frac{e^{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}};$          | 3. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-2}};$                          |
| 4. $\int \sin(4x+5) dx;$                                       | 5. $\int \operatorname{ctg}(4x+1) dx;$                    | 6. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^8}};$                          |
| 7. $\int \frac{x^9-x^4}{x^{10}+9} dx;$                         | 8. $\int x^{-1/2} \cdot \cos^{-2} \frac{\sqrt{x}}{2} dx;$ | 9. $\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{4-9x^2}};$                       |
| 10. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\ln \cos x};$          | 11. $\int e^{\sqrt{x}} dx;$                               | 12. $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$                   |
| 13. $\int \cos(\ln x) dx;$                                     | 14. $\int x^2 \cdot \ln x dx;$                            | 15. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}};$                             |
| 16. $\int \frac{x}{29-10x-x^2} dx;$                            | 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}};$                    | 18. $\int \frac{(3x+2) dx}{x(x+1)^3};$                          |
| 19. $\int \frac{2x^3-3x+1}{x^3+1} dx;$                         | 20. $\int \frac{dx}{(x-1)(x-2)(x-3)};$                    | 21. $\int \sin 2x \cdot \sin 4x dx;$                            |
| 22. $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx;$                         | 23. $\int \frac{dx}{\sin^3 x};$                           | 24. $\int \cos^4 x dx;$   |
| 25. $\int \operatorname{tg}^5 x dx;$                           | 26. $\int \frac{dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x};$            | 27. $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2})};$                |
| 28. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}};$                        | 29. $\int x^{-1/2} (1+x^{1/3})^{-1} dx;$                  | 30. $\int \sqrt{1-x^2} dx;$                                     |
| 31. $\int \operatorname{th}^4 x dx;$                           | 32. $\int (\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})^{-1} dx;$                | 33. $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx;$               |
| 34. $\int \frac{\sin^2(\ln x)}{x} dx;$                         | 35. $\int x(1+2x^2) \operatorname{arctg} x dx;$           | 36. $\int \frac{a^2 + \sqrt{a^2 + b^2 x^2}}{a^2 + b^2 x^2} dx;$ |
| 37. $\int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx;$                         | 38. $\int \sqrt{1+\sin x} dx;$                            | 39. $\int \frac{x dx}{\operatorname{ch}^2(1+x^2)};$             |
| 40. $\int \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx.$                  |   |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

### Вариант № 23

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1. $\int (\operatorname{ctg} x - 10)^3 \cdot \sin^{-2} x dx$ ;                         | 2. $\int \cos(\ln x) \frac{dx}{x}$ ;                               | 3. $\int \frac{x^5 dx}{7x^{12} + 2}$ ;                        |
| 4. $\int \sin(2 - 7x) dx$ ;  | 5. $\int e^x \cdot \operatorname{tg} e^x dx$ ;                     | 6. $\int \frac{dx}{2 - 5x}$ ;                                 |
| 7. $\int \frac{x}{x^4 - 1} dx$ ;   | 8. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{3 \sin^5 x}}$ ;                 | 9. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2 - x^6}}$ ;                     |
| 10. $\int \cos x \cdot 3^{\sin x} dx$ ;  | 11. $\int x \cdot e^{2x} dx$ ;                                     | 12. $\int \operatorname{arctg} x dx$ ;                        |
| 13. $\int x^2 \ln x dx$ ;  | 14. $\int e^x \cdot \sin x dx$ ;                                   | 15. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 2}}{e^x - 3} dx$ ;      |
| 16. $\int \frac{(2x - 1)}{1 - 6x - x^2} dx$ ;  | 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$ ;                        | 18. $\int \frac{x^2 dx}{(x + 2)^2 (x - 4)^2}$ ;               |
| 19. $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 + 4x} dx$ ;   | 20. $\int \frac{x^3 - 2x + 2}{(x - 1)^2 (x + 2)^2} dx$ ;           | 21. $\int \cos x \cdot \sin 7x dx$ ;                          |
| 22. $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$ ;  | 23. $\int \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin x} dx$ ;                 | 24. $\int (\cos^4 x + \sin^4 x)^{-1} dx$ ;                    |
| 25. $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$ ;   | 26. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$ ;                                   | 27. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}$ ; |
| 28. $\int \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} dx$ ;                               | 29. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16 - x^2}}$ ;                        | 30. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{4 - x^3} dx$ ;                   |
| 31. $\int \sqrt{4 + x^2} dx$ ;   | 32. $\int x^5 \cdot \sqrt[3]{1 + x^3} dx$ ;                        | 33. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 1} dx$ ;      |
| 34. $\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx$ ;  | 35. $\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$ ;                          | 36. $\int \frac{dx}{2 + \cos x}$ ;                            |
| 37. $\int \left(3 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right) \cdot \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ; | 38. $\int \sqrt{2 + \operatorname{ch} x \operatorname{sh} x} dx$ ; | 39. $\int \frac{dx}{\sin \frac{\sqrt{x}}{2}}$ ;               |
| 40. $\int \operatorname{ch}^4 x dx$ .  |  |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,

11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,

15-17 - примеры на применение метода подстановки,

18-20 – интегралы от рациональных функций,

21-26 – интегралы от тригонометрических функций

27-30 – интегралы от иррациональных функций,

31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 24

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$                   | 2. $\int \frac{dx}{\cos^2 x(1+3\operatorname{tg} x)};$            | 3. $\int \frac{e^{2x} + 2}{e^x} dx;$                          |
| 4. $\int \cos \frac{2}{x} \cdot \frac{dx}{x^2};$                   | 5. $\int \operatorname{tg} \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}};$         | 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 3}};$                         |
| 7. $\int \frac{x-1}{\sqrt{7-9x^2}} dx;$                            | 8. $\int \frac{e^{3x} dx}{1+e^{6x}};$                             | 9. $\int (2x+1)(4x^2-1)^{-1} dx;$                             |
| 10. $\int x \cdot 8^{2-3x^2} dx;$                                  | 11. $\int x \cdot \ln(x+1) dx;$                                   | 12. $\int x^3 \cdot \sin(x^2) dx;$                            |
| 13. $\int \arcsin 5x dx;$  | 14. $\int e^{5x} \cdot \cos 2x dx;$                               | 15. $\int \frac{x dx}{4+6x-9x^2};$                            |
| 16. $\int \frac{(x+2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx;$                       | 17. $\int (e^x + 1)^{-2} dx;$                                     | 18. $\int \frac{x^5 dx}{x^4 - 1};$                            |
| 19. $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1};$                           | 20. $\int \frac{x dx}{(x-1)(x+2)^2};$                             | 21. $\int \sin 5x \cdot \sin 9x dx;$                          |
| 22. $\int \frac{dx}{1 + \sin x};$                                  | 23. $\int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2};$                        | 24. $\int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x};$                |
| 25. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cdot \cos x};$                       | 26. $\int \cos^5 3x dx;$  | 27. $\int \frac{\sqrt{x+2} dx}{1 + \sqrt[3]{x+2}};$           |
| 28. $\int \frac{dx}{2x + \sqrt[3]{x^2}};$                          | 29. $\int x^{-1/3} (1-x^{2/3})^{1/2} dx;$                         | 30. $\int (1+x^2)^{-5/2} dx;$                                 |
| 31. $\int \operatorname{tg} ax dx;$                                | 32. $\int \frac{x^2 dx}{\cos(x^3)};$                              | 33. $\int \frac{x e^{\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x^2-1}} dx;$        |
| 34. $\int \frac{(1 + \cos 2x)^3}{\cos 2x} dx;$                     | 35. $\int \operatorname{sh}^2 x \cdot \operatorname{ch}^2 x dx;$  | 36. $\int x \cdot e^{2x} dx;$                                 |
| 37. $\int x \cdot e^{-x^2} dx;$                                    | 38. $\int \frac{2 - \sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx;$ | 39. $\int \frac{1}{(1+x)^2} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx;$ |
| 40. $\int \frac{\ln x dx}{x \cdot \sqrt{6 + 4 \ln x - \ln^2 x}} .$ |   |   |

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
 15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
 18-20 – интегралы от рациональных функций,  
 21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
 27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

## Вариант № 25

1.  $\int \sin^3 5x \cdot \cos 5x dx$ ;
2.  $\int (\sin x - \cos x)^2 dx$ ;
3.  $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx$ ;
4.  $\int \frac{2x + 3}{x^2 - 5} dx$ ;
5.  $\int (1 - e^x)^2 dx$ ;
6.  $\int x \sin(1 - x^2) dx$ ;
7.  $\int a^{x^2} e^{x^2} x dx$ ;
8.  $\int \frac{dx}{(1 + x^2) \operatorname{arctg} x}$ ;
9.  $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{4^x - 1}}$ ;
10.  $\int e^{2/x} \cdot \frac{dx}{x^2}$ ;
11.  $\int \sin(\ln x) dx$ ;
12.  $\int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$ ;
13.  $\int x^2 \cdot \operatorname{arctg} x dx$ ;
14.  $\int e^x \cdot \cos x dx$ ;
15.  $\int \frac{(3x - 2) dx}{\sqrt{4x^2 - 4x + 5}}$ ;
16.  $\int \frac{x}{2 - 2x - x^2} dx$ ;
17.  $\int \frac{e^x(1 - e^x)}{3 + e^{2x}} dx$ ;
18.  $\int \frac{(2x + 3) dx}{x^3 + x^2 - 2x}$ ;
19.  $\int \frac{(x^2 - x) dx}{(x + 3)^5}$ ;
20.  $\int \frac{x^5 dx}{x^3 + 4x}$ ;
21.  $\int \cos 5x \cdot \cos 3x dx$ ;
22.  $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$ ;
23.  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ ;
24.  $\int \frac{dx}{\operatorname{ctg}^5 x}$ ;
25.  $\int \cos^5 3x dx$ ;
26.  $\int \cos^5 3x dx$ ;
27.  $\int \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x + 1}} dx$ ;
28.  $\int x^{-4} (1 + x^2)^{-1/2} dx$ ;
29.  $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{ax + b}}$ ;
30.  $\int \sqrt{1 - x^2} dx$ ;
31.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$ ;
32.  $\int \sqrt{e^x + 1} dx$ ;
33.  $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^5 x}$ ;
34.  $\int \operatorname{ch}^2 3x dx$ ;
35.  $\int \frac{\ln(1 + x + x^2)}{(1 + x)^2} dx$ ;
36.  $\int x^x \cdot (1 + \ln x) dx$ ;
37.  $\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x + \operatorname{ch}^2 x}$ ;
38.  $\int e^{\operatorname{arcsin} x} dx$ ;
39.  $\int e^{x^2 + \ln x} dx$ ;
40.  $\int \frac{(\operatorname{tg} x + 1) \cdot \sec^2 x dx}{5 + 2 \operatorname{tg}^2 x}$ .

1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,  
11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,  
15-17 - примеры на применение метода подстановки,  
18-20 – интегралы от рациональных функций,  
21-26 – интегралы от тригонометрических функций  
27-30 – интегралы от иррациональных функций,  
31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

# НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Методические указания и контрольные задания

Составители: Людмила Афанасьевна Беломестных  
Надежда Федосеевна Пестова  
Владимир Александрович Пилипенко  
Сергей Дмитриевич Заверткин

Подписано к печати  
Формат 60×84/16. Бумага офсетная  
Печать .RISO. Усл. печ.л.           , Усл.-изд.л.  
Тираж 300 экз. Заказ  
Изд-во ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.