

**Волошенко А.В.**

**МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И  
СЕРТИФИКАЦИЯ  
(курс лекций)**

**2009**

# 1. Метрология, стандартизация и сертификация

## 1.1. Основные понятия

Теоретической основой любой измерительной техники является – метрология.

Метрология – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения заданного уровня точности. В переводе с греческого метрон – мера, логос – учение, понятие, т.е. учение о мерах.

Д. И. Менделеев, выполнивший исключительно важные работы в области метрологии, говорил – «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять». Организованная им в 1893 г. Палата мер и весов ныне является центральным метрологическим учреждением России и называется Всероссийским научно-исследовательским институтом метрологии (ВНИИМ) им. Д.И. Менделеева.

Метрология делится на три самостоятельных и взаимодополняющих раздела.

Теоретическая метрология, в которой излагаются общие вопросы теории измерений.

Прикладная метрология рассматривает комплексы общих правил, требований и норм, а так же другие вопросы, нуждающиеся в регламентации и контроле со стороны государства, направленные на обеспечение единства измерений и единообразия средств измерений.

Законодательная метрология рассматривает комплексы общих правил, требований и норм, а также другие вопросы, нуждающиеся в регламентации и контроле со стороны государства, направленные на обеспечение единства измерений и единообразия средств измерений (СИ).

К основным задачам метрологии относятся:

1. Общая теория измерений.
2. Единицы физических величин и их системы.
3. Методы и средства измерений.
4. Методы определения точности измерений.
5. Основы обеспечения единства измерений и единообразия СИ.
6. Эталоны и рабочие эталоны.
7. Методы передачи размеров единиц от эталонов или рабочих эталонов рабочим СИ.

Рассмотрим ряд понятий относящихся к измерениям, используемых в метрологии и измерительной технике.

Физической величиной (параметром) называют свойство, общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта.

Размер физической величины – количественное содержание в данном объекте свойства, соответствующего понятию физическая величина (ФВ).

Размер служит для отображения количественного различия между физическими объектами по рассматриваемому свойству. В результате формируется заключение о сравниваемых объектах: длиннее или короче, тяжелее или легче, теплее или холоднее и т.п.

Единица физической величины – это физическая величина, которой, по определению, приписано значение, равное единице. Единицу физической величины определяют путем пропорционального деления основного интервала шкалы физической величины.

$$[S] = (S_1 - S_0) / n, \quad (1.1)$$

где:  $[S]$  – некоторый размер ФВ, называемый единицей ФВ;

$S_1$  – верхний размер ФВ (конечный);

$S_0$  – нижний размер ФВ (начальный);

$n$  – доля интервала ФВ

$(S_1 - S_0)$  – интервал между размерами  $S_1$  и  $S_0$ , называемый основным интервалом шкалы ФВ.

Измеряемая величина – это ФВ, выбранная для измерения.

Измерение – это нахождение физической величины (ФВ) опытным путем с помощью специальных технических средств.

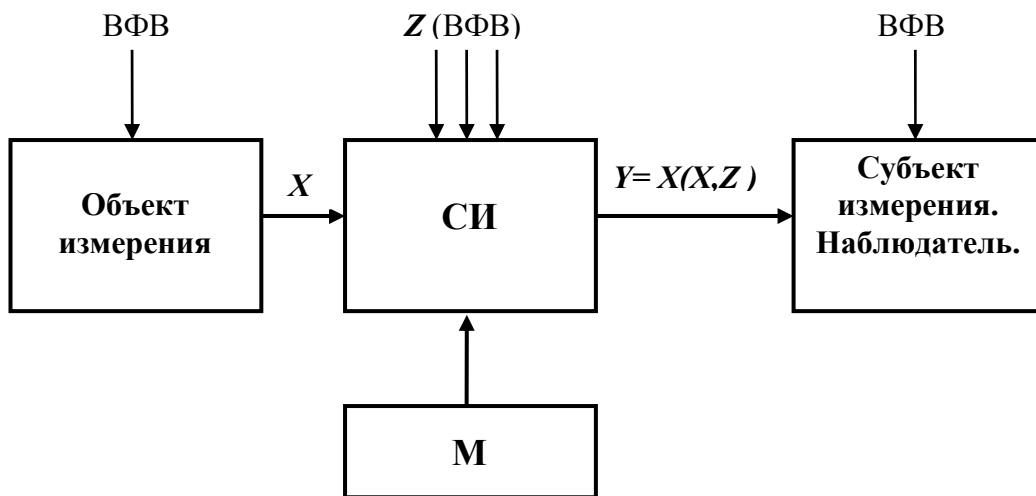
В более широком смысле измерение – это процесс приема и преобразования информации об измеряемой величине с целью получения сравнительного результата; сравнения её с принятой шкалой или единицей измерения и выдачи её в форме пригодной для дальнейшего использования человеком или ЭВМ.

Измерительное преобразование – отражение размера одной ФВ размером другой ФВ, функционально с ней связанной.

Процесс решения любой задачи измерения включает в себя три этапа: подготовку, проведение измерения (эксперимента) и обработку результатов.

Процесс измерения включает в себя ряд составных элементов, которые показаны на рис. 1.1.

Объект измерения – это сложное явление или процесс, характеризующийся множеством отдельных ФВ (параметров), каждая из которых



*Рис. 1.1. Структурная схема процесса измерения:  
 СИ – средство измерения; М – мера; Y – результат измерения;  
 X – измеряемая величина; Z – влияющая физическая величина (ВФВ)*

может быть измерена в отдельности, но в реальных условиях действует на измерительное устройство совместно со всеми остальными параметрами. В теплоэнергетике основными объектами измерения являются котел, турбина и их вспомогательное оборудование.

В процессе измерения на СИ, оператора и объект измерения воздействуют внешние факторы – влияющие физические величины ВФВ.

ВФВ называют ФВ, которая не измеряется данным СИ, но оказывает влияние на результат измерения, проведенным этим средством (температура окружающей среды, атмосферное давление, влажность и т.п.).

В общем случае СИ называется техническое средство (мера, измерительный прибор или преобразователь, измерительная система), используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики (класс точности, вариация и т.п.).

Мера – средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера.

Результат измерений величины  $X$  можно записать в виде формулы, называемой основным уравнением измерения:

$$X = Y [X], \quad (1.2)$$

где  $Y$  – отвлеченное число, называемое числовым значением ФВ;  
 $[X]$  – единица ФВ.

Результат измерения – это значение физической величины, найденное путём её измерения.

Различают истинное и действительное значение измеряемой величины.

Истинное значение ФВ – значение ФВ, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношениях соответствующее свойство объекта.

В философском аспекте истинное значение всегда остается неизвестным, а совершенствование измерений позволяет приближаться к истинному значению физической величины.  $T_{н.в.} = 100^{\circ}C = 99,974^{\circ}C$ .

В метрологическом аспекте истинным значением измеряемой величины называется её значение свободное от погрешности измерения, т.е. не содержащее погрешности:

$$Y_u = \varphi ( X_u ), \quad \text{если } M = M_u . \quad (1.3)$$

Истинное значение измеряемой величины практически получить невозможно, поэтому уравнение (1.3) перепишем следующим образом:

$$Y_u \pm \Delta Y = \varphi(X_u \pm \Delta X), \quad \text{если } M = M_u \pm \Delta M, \quad (1.4)$$

где  $\Delta Y$  – погрешность результата измерений;

$\Delta X$  – погрешность измеряемой величины;

$\Delta M$  – погрешность меры.

Если эти погрешности минимально возможные, которые можно получить при современном уровне измерительной техники, то данный результат измерений можно назвать действительным значением ФВ.

Действительное значение ФВ – это значение ФВ, найденное экспериментальным путём и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели может быть использовано вместо него.

Следовательно, для оценки точности измерения в практике принимается вместо истинного значения измеряемой величины действительное значение измеряемой величины, т.е. значение измеряемой величины, полученное с наибольшей точностью. Его получают в результате измерения с минимально допускаемой погрешностью, как правило, с помощью рабочих эталонов,

Чтобы составить представление о выполненном или предполагаемом измерении, необходимо знать его основные характеристики: принцип измерения, метод измерения и погрешность измерения.

Принцип измерения – совокупность физических явлений, на которых основано измерение.

Метод измерения – совокупность приёмов использования принципов и средств измерений.

Погрешность (или ошибка) измерения – отклонение результата измерения  $Y$  от истинного значения  $Y_u$  измеряемой величины:

$$\pm \Delta = Y - Y_u. \quad (1.5)$$

Погрешность, определяемая формулой (1.5), выражается в единицах измеряемой величины и называется абсолютной погрешностью.

Относительная погрешность измерения – отношение абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины:

$$\pm \delta = \Delta / Y_u. \quad (1.6)$$

Точность измерения – качество измерения, отражающее близость его результата к истинному значению измеряемой величины. Количественно точность может быть выражена величиной, обратной относительной погрешности, взятой по модулю:

$$\varepsilon = \left| Y_u / \Delta \right|. \quad (1.7)$$

При определении абсолютной и относительной погрешности, а также точности измерения, вместо истинного значения ФВ  $Y_u$  реально может быть использовано ее действительное значение  $Y_d$ .

## 1.2. Классификация измерений

Измерения классифицируются по нескольким признакам, наиболее важные из которых представлены в виде схемы на рис. 1.2.

По первому признаку измерения подразделяются на статические, при которых измеряемая величина (ИВ) остаётся постоянной во времени в процессе измерения, и динамические, при которых ИВ изменяется в процессе измерения.

Классификация по второму признаку является в большей степени условной, однако широко применяется в измерительной технике.

По третьему признаку измерения подразделяются на 3 класса:

Измерения максимально возможной точности, достижимой при современном уровне техники. Это измерения, связанные с созданием и воспроизведением эталонов.

Контрольно–поверочные измерения, погрешности которых не должны превышать заданного значения. Такие измерения осуществляются в основном государственными и ведомственными метрологическими службами и ремонтными организациями.

Технические измерения, в которых погрешность результата определяется метрологическими характеристиками средств измерения. Технические измерения являются наиболее распространёнными и выполняются во всех отраслях хозяйства и науки. К ним, в частности, относятся и теплотехнические измерения.

С четвёртым признаком всё ясно.

Под наблюдением понимают экспериментальную операцию, выполняемую в процессе измерения, в результате которой получают одно значение из серии значений величин, подлежащих совместной обработке для получения результата измерений.

По пятому признаку измерения подразделяются в зависимости от значения из серии значений величин, подлежащих совместной обработке для получения результата измерений.

По пятому признаку измерения подразделяются в зависимости от вида уравнения измерения, что и определяет способ получения результата.

Прямыми называют измерения, при которых искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных (по показаниям ИП). Математически прямое измерение описывается уравнением (1.2). Примером прямых измерений может служить: измерение длины линейкой, масса весами, температура термометром, давление – манометром.

Косвенными называют измерения, при которых искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, измеренными прямым методом.

$$Y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \tau), \quad (1.8)$$

где  $Y$  – искомая, косвенно измеренная величина;

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – величины, измеренные прямым методом;

$\tau$  – время.

Примером косвенных измерений может служить измерение расхода методом переменного перепада давления, электрического сопротивления по падению напряжения и силе тока и т.п.



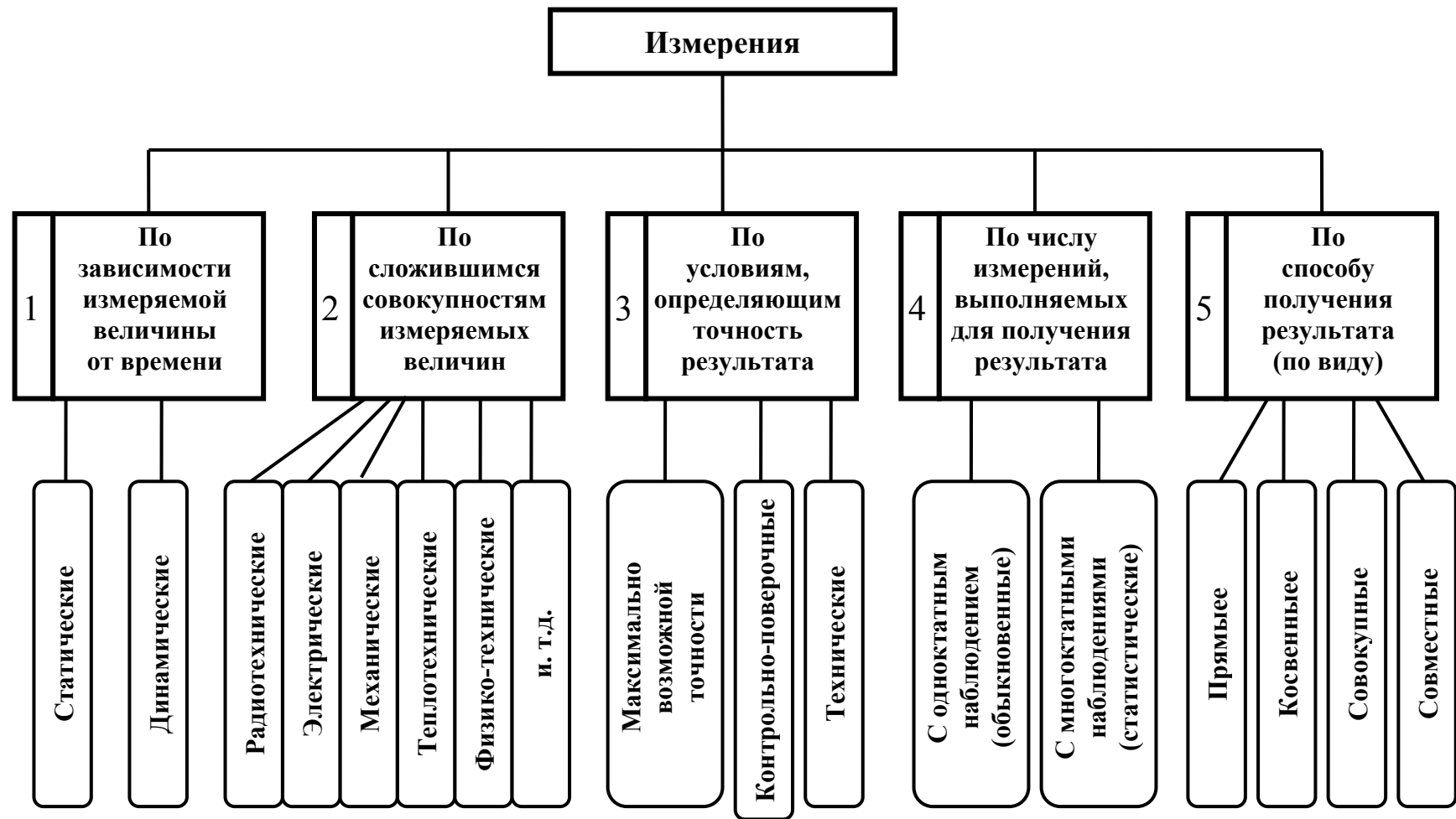


Рис. 1.2. Классификация измерений

Совокупными называют производимые одновременно измерения нескольких одноимённых величин, при которых искомые значения величины находят решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин или ряда других величин, функционально связанных с измеряемыми.

Совместными называют проводимые одновременно измерения двух или нескольких разноимённых величин для нахождения зависимости между ними. Примером совместных измерений может служить измерение тепловой энергии по температуре, давлению и расходу теплоносителя, определение удельного электрического сопротивления проводника по его сопротивлению, длине и площади поперечного сечения.

### 1.3. Методы измерений

Прямые измерения являются наиболее распространёнными и служат основой для более сложных видов измерений.

Различают два метода прямых измерений: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой.

Мера – средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера. Например: гиря – мера массы.

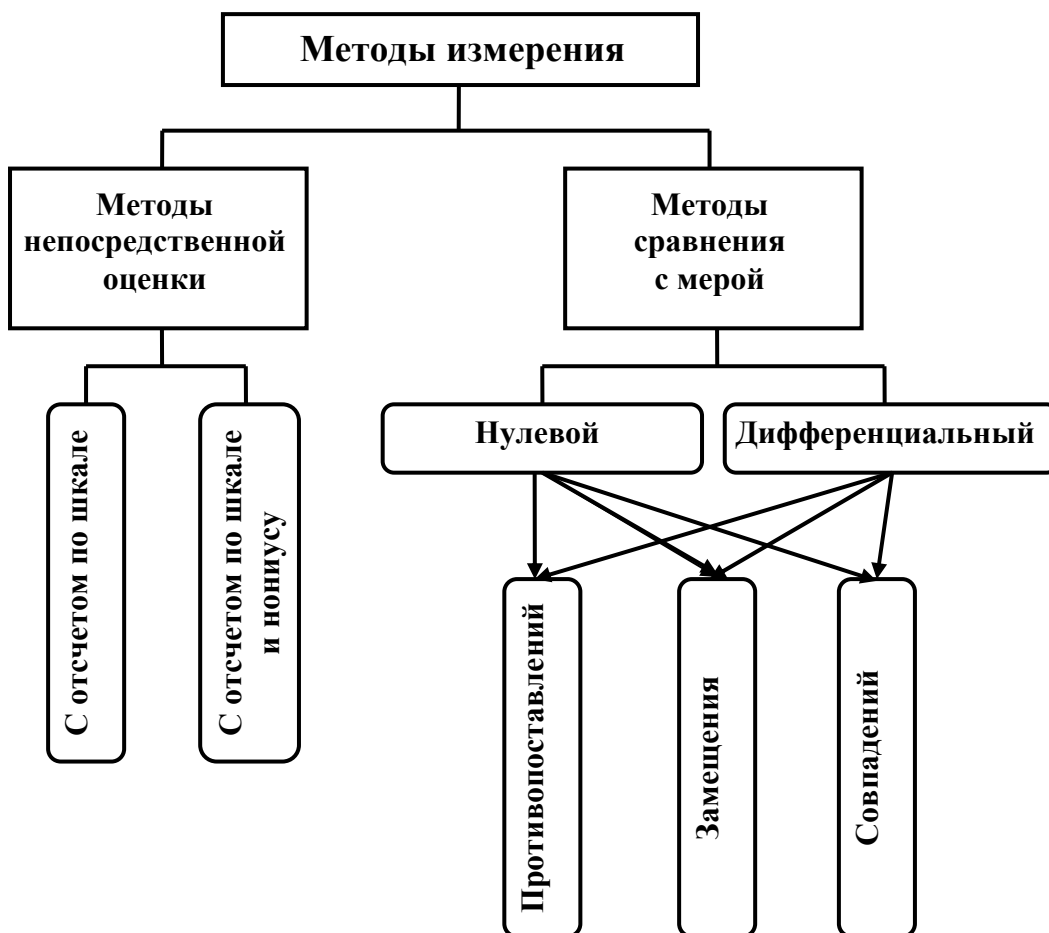
Метод непосредственной оценки (отсчёта) – метод измерений, в котором значение величины определяют непосредственно по отсчётному устройству ИП прямого действия. (Прибор прямого действия – ИП, в котором сигнал измерительной информации движется в одном направлении с входа на выход). Например: линейка, штангенциркуль, жидкостный манометр.

Метод сравнения с мерой – метод измерения, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой.

Метод сравнения с мерой подразделяют на нулевой и дифференциальный в зависимости от наличия или отсутствия при сравнении разности между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой.

Нулевой метод – это метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля.

К приборам, принцип работы которых основан на нулевом (компенсационном) методе относятся автоматические потенциометры, уравновешенные мосты и др. Простейший прибор сравнения – равноплечные весы.



*Рис. 1.3. Классификация методов измерения*

Дифференциальный метод – это метод сравнения с мерой, в котором на ИП воздействует разность между измеряемой величиной и известной величиной, воспроизводимой мерой (газоанализаторы, неуравновешенные мосты).

Как в нулевом, так и в дифференциальном методе могут быть выделены методы противопоставления, замещения и совпадения.

Метод противопоставления – метод, в котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами.

Метод замещения – метод, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой. (Измерение со-

противления методом замещения в лабораторной работе по поверке пирометрических милливольтметров).

Метод совпадений – метод, в котором разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, измеряют, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов (стрелочные весы).

#### 1.4. Погрешности измерений

Как показано в подразделе 1.1, истинного значения измеряемой величины получить невозможно и на практике приходится пользоваться её действительным значением. При этом разность между полученным и действительным значением измеряемой величины определяет погрешность измерения  $\pm\Delta$ .

В зависимости от причин возникновения, характера и условий появления принято выражать погрешность измерения  $\Delta$  суммой двух составляющих, называемых случайной ( $\psi$ ) и систематической ( $\theta$ ) погрешностями измерений:

$$\pm\Delta = \psi + \theta. \quad (1.9)$$

Классификация погрешностей измерений представлена на рис. 1.4.

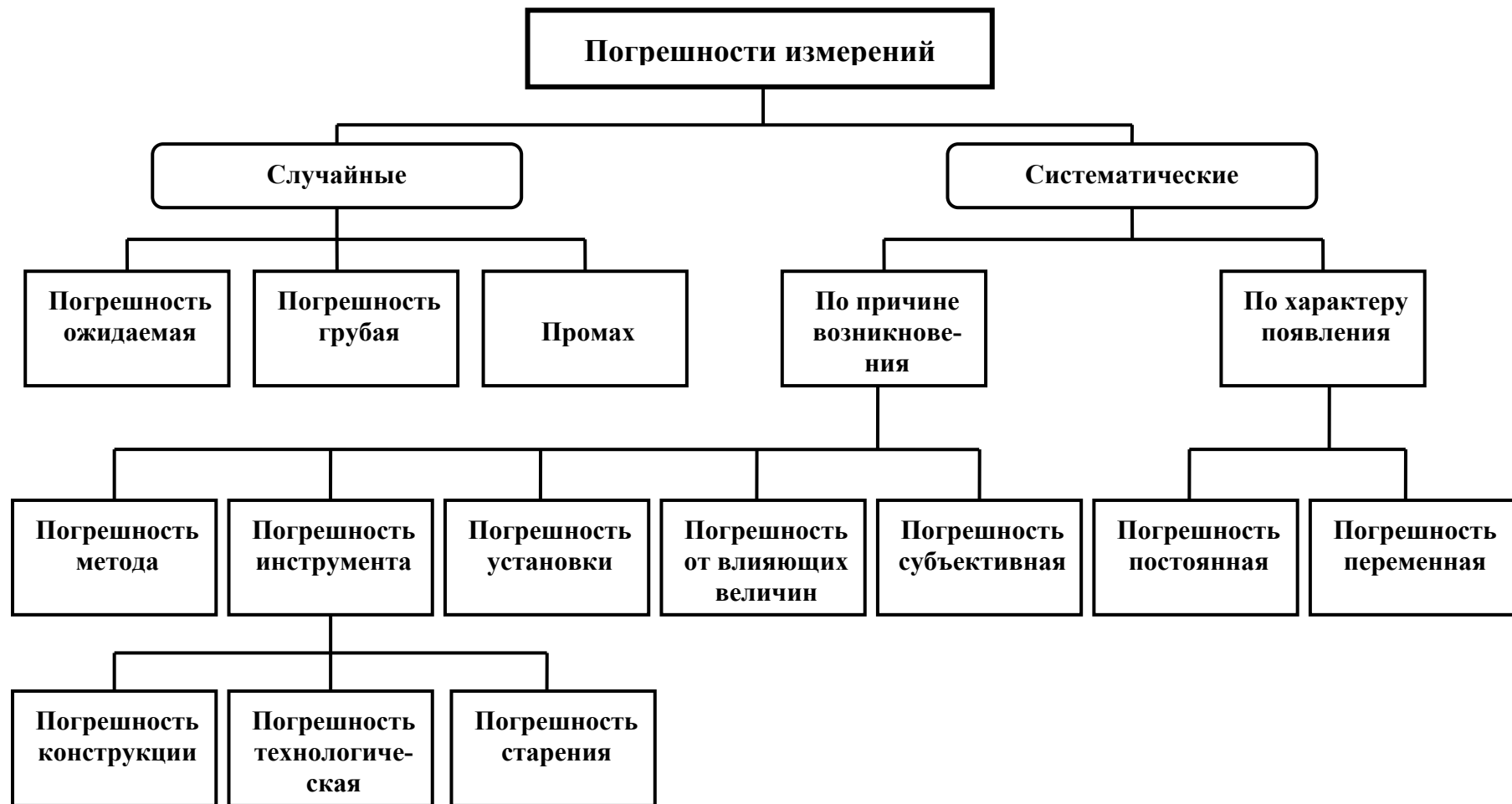
Случайная погрешность измерения – составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины.

Случайная погрешность определяется факторами, появляющимися нерегулярно с изменяющейся интенсивностью. Она не может быть исключена из результата измерений. Однако проведением ряда повторных измерений с использованием для их обработки методов математической статистики определяют значение измеряемой величины со случайной погрешностью.

Ожидаемая случайная погрешность – это погрешность, которая получается в результате специально созданных условий измерения, характеризующихся тем, что интенсивность всех действующих факторов доводится до некоторого уровня, обеспечивающего более или менее равное влияние на формирование погрешности.

Грубой случайной погрешностью называют погрешность измерения, существенно превышающую ожидаемую при данных условиях.

Причинами грубых погрешностей могут являться неисправность СИ, резкое изменение условий измерений и влияющих величин.



*Рис. 1.4. Классификация погрешностей измерений*

Промех – погрешность измерения, которая явно и резко искажает результат.

Промех является случайной субъективной ошибкой. Его появление – следствие неправильных действий экспериментатора.

Грубые погрешности и промехи обычно исключаются из экспериментальных данных, подлежащих обработке.

Систематическая погрешность – составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

Выявление и оценка систематической погрешности является наиболее трудным моментом любого измерения. Обнаруженная и оцененная систематическая погрешность исключается из результата измерения введением поправки.

Погрешность метода измерений – обусловлена несовершенством метода измерений.

Инструментальная погрешность измерения – зависит от погрешности применяемых СИ и состоит из трёх составляющих (погрешность конструкции, технологическая, старения).

Погрешность установки – является следствием неправильности монтажа средств измерения.

Погрешность от влияющих величин – является следствием воздействия на объект и СИ внешних факторов (тепловых и воздушных потоков, магнитных, электрических и других полей, атмосферного давления, влажности воздуха и т.п.).

По характеру проявления погрешности делятся на постоянные и переменные погрешности.

Постоянные погрешности – не изменяют своего значения при повторных измерениях. Например: неправильная установка начала отсчёта и т.п.

Переменные погрешности – при повторных измерениях могут принимать разные значения. Причина их появления – действие внешних факторов и особенности СИ.

Вышеперечисленные погрешности могут иметь место, как при статических, так и при динамических измерениях. Погрешности, возникающие при этих измерениях, принято называть статическими и динамическими.

## 1.5. Основные сведения о средствах измерений

### 1.5.1. Классификация средств измерений

В метрологии средства измерений принято классифицировать по виду и метрологическому назначению.

Различают следующие виды СИ: меры, измерительные устройства, измерительные установки и измерительные системы (рис. 1.5).

Мера – СИ, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера.

Самым многочисленным видом средств измерений являются измерительные устройства (ИУ), применяемые самостоятельно или в составе измерительных установок и измерительных систем.

В зависимости от формы представления сигнала измерительной информации ИУ подразделяют на измерительные приборы (ИП) и измерительные преобразователи (ИПр).

Измерительный прибор – СИ, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем, в установленном диапазоне и с установленной погрешностью.

Аналоговый ИП – ИП, показания которого являются непрерывной функцией измеряемой величины.

Цифровой ИП – ИП, автоматически вырабатывающий дискретные сигналы измерительной информации, показания которого представлены в цифровой форме.

Измерительный преобразователь – СИ, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для

дальнейшего преобразования, обработки и (или) хранения, но не поддающийся непосредственному восприятию наблюдателем.

Масштабный ИПр предназначен для изменения измеряемой величины в заданное число раз (усилитель).

Функциональный ИПр предназначен для формирования сигнала измерительной информации, связанного с измеряемой величиной некоторой заданной функцией.

Измерительная информация представляется ИПр обычно в виде сигналов постоянного или переменного тока или напряжения, последовательности прямоугольных импульсов, давления сжатого воздуха или жидкости и т.п.

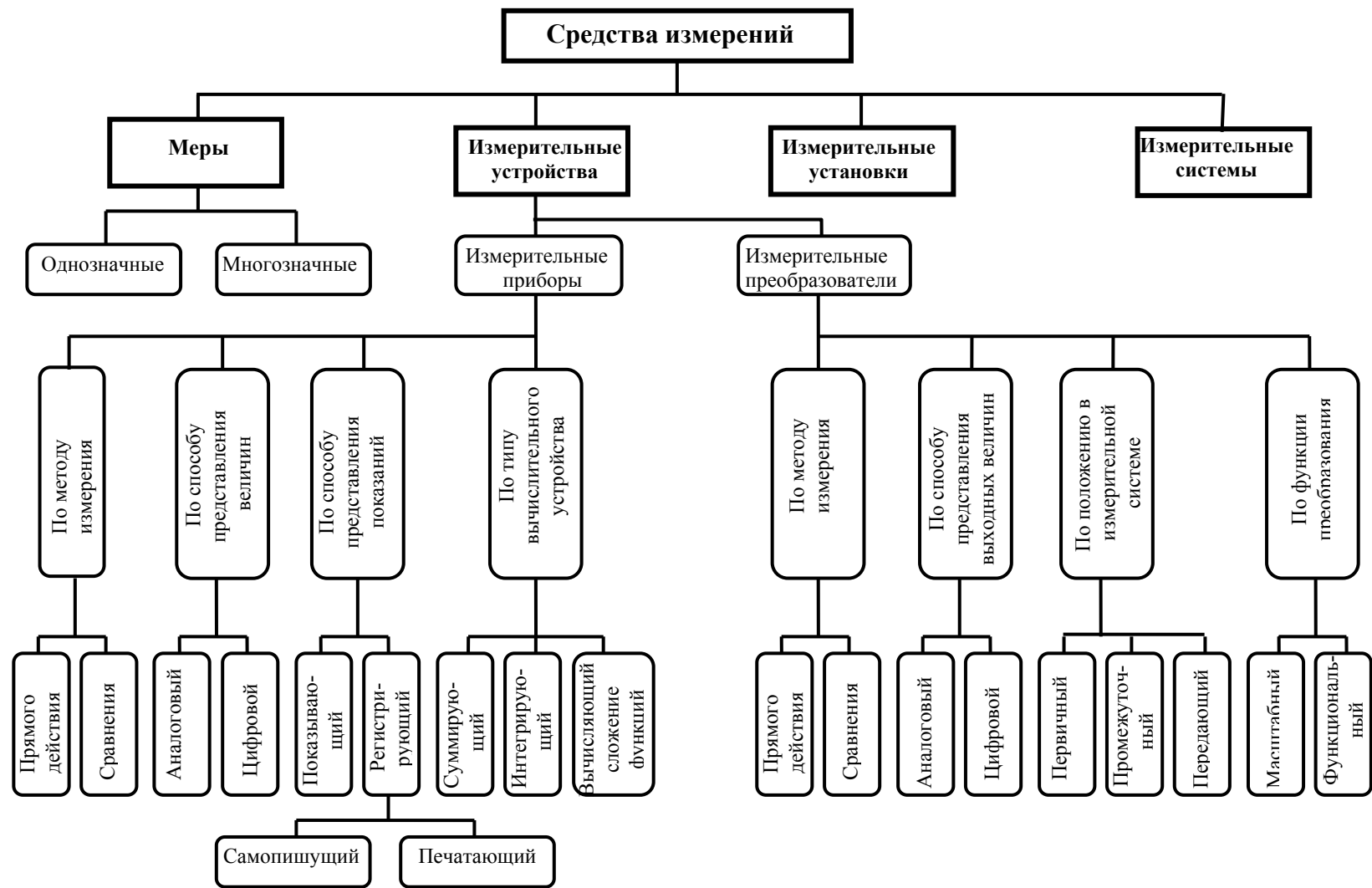


Рис. 1.5. Классификация средств измерений



Измерительная установка – совокупность функционально объединенных СИ и вспомогательных устройств, предназначенных для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для непосредственного восприятия наблюдателем.

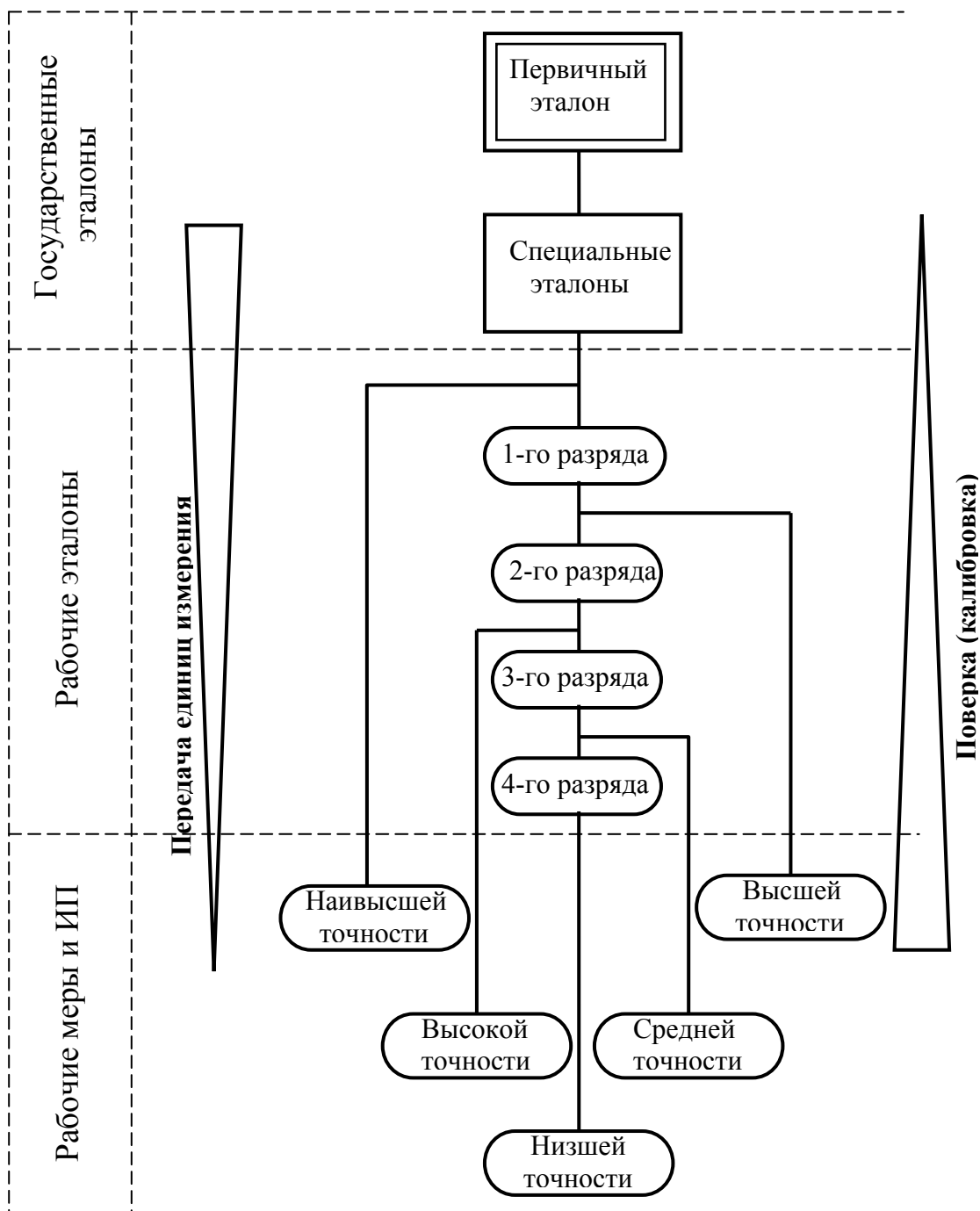


Рис.1.6. Обобщенная поверочная схема

Измерительная система – совокупность СИ и вспомогательных устройств, соединенных между собой каналами связи, предназначенная для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и (или) использования в автоматических системах управления, а также в форме удобной для восприятия наблюдателем.

Существенной с позиций метрологии является классификация СИ по метрологическому назначению, в соответствии с которой принято различать эталонные и рабочие СИ.

Эталон – это устройство, обеспечивающее воспроизведение и (или) хранение единиц с целью передачи информации о ее размере СИ, выполненное по особой спецификации и официально утвержденное в установленном порядке в качестве эталона.

Рабочее средство измерения – средство, применяемое для измерений, не связанных с передачей размера единиц – это все многообразие ИП, ИПр, измерительных установок и систем, применяемых во всех областях деятельности человека.

Рабочий эталон – средство, предназначенное для поверки (калибровки) по ним рабочих СИ и утвержденное в качестве рабочего эталона.

Закон РФ об обеспечении единства измерений трактует понятие поверки и калибровки СИ следующим образом.

Поверка СИ – совокупность операций, выполняемых органами государственной метрологической службы (другими уполномоченными на то органами, организациями) с целью определения и подтверждения соответствия метрологических характеристик СИ установленным техническим требованиям.

Калибровка СИ – совокупность операций, выполняемых с целью определения и подтверждения действительных значений метрологических характеристик и пригодности к применению СИ, не подлежащих государственному метрологическому контролю и надзору.

### **1.5.2. Статические характеристики и другие параметры измерительных устройств**

Поверка и калибровка всех измерительных устройств связаны с определением их реальных статических характеристик, под которыми понимается зависимость выходной величины от входной. В общем случае режим работы ИУ, при котором значение входного  $X$  и выходного  $Y$  сигналов не изменяются, называют статическим.

Статической характеристикой ИУ называют функциональную зависимость выходного сигнала  $Y$  от входного  $X$  в статическом режиме работы указанного ИУ. Статическая характеристика описывается в общем случае некоторым уравнением преобразования:

$$Y = f(X). \quad (1.10)$$

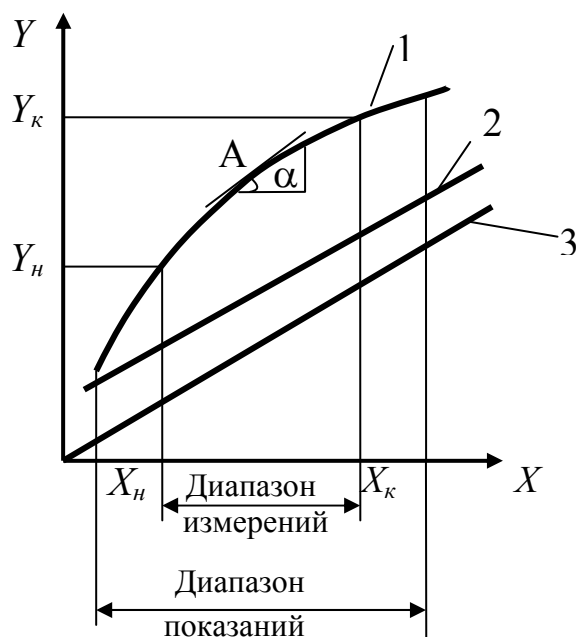


Рис. 1.7. Статические характеристики ИУ

На рис. 1.7 приведены различные статические характеристики ИУ. Основное требование, предъявляемое к статической характеристике ИУ, сводится к получению линейной зависимости между выходной и входной величинами. При нелинейной (1) статической характеристике чувствительность будет различной в разных точках, а шкала неравномерной. Приборы с линейной (2) или пропорциональной (3) статической характеристикой имеют неизменную в любой точке чувствительность и равномерную шкалу.

У измерительных преобразователей статическая характеристика, как правило, является линейной:

$$Y = \kappa \cdot X, \quad (1.11)$$

где  $K$  – коэффициент преобразования (в АСУ – коэффициент передачи), определяемый как отношение сигнала на выходе измерительного преобразователя, к вызывающему его сигналу на входе измерительного преобразователя.

Кроме статической характеристики для определения метрологических свойств ИУ используется ряд параметров и понятий.

Диапазон показаний – область значений шкалы, ограниченная конечным  $X_k$  и начальным значением шкалы  $X_n$ .

Диапазон измерений (рабочая часть шкалы) – область значений измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые погрешности ИП. В частном случае указанные диапазоны могут совпадать.

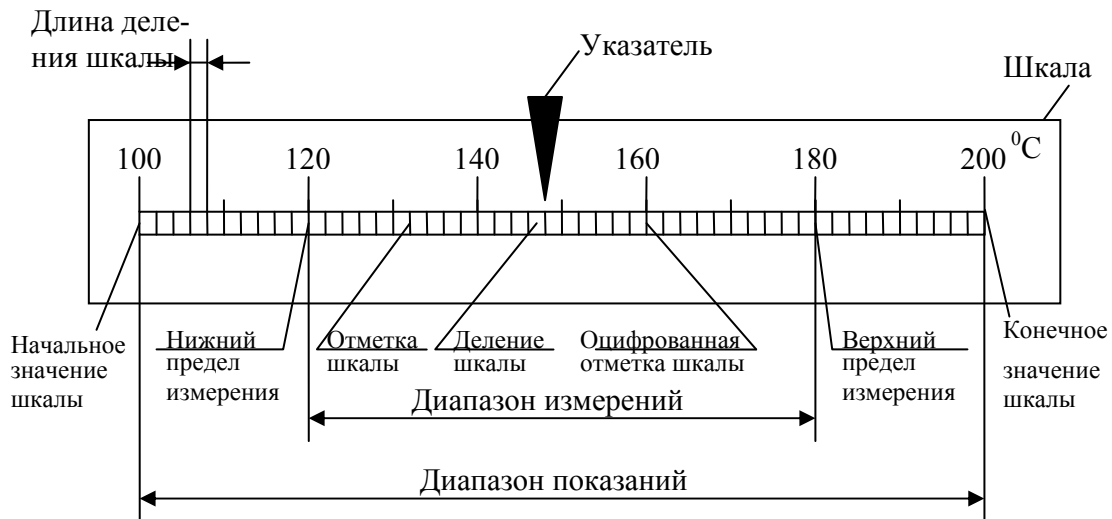


Рис. 1.8. Схема отсчетного устройства ИП

Для количественной оценки влияния на выходной сигнал ИУ входного сигнала в произвольной точке статической характеристики служит предел отношения приращения  $\Delta Y$  выходного сигнала к приращению  $\Delta X$  входного сигнала, когда  $\Delta X \rightarrow 0$ , т.е. производная в выбранной точке:

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX} \quad (1.12)$$

Применительно к ИП этот параметр называют чувствительностью прибора. Графически чувствительность определяется тангенсом

угла наклона  $\alpha$  касательной, проведенной к выбранной точке А статической характеристики.

Цена деления однозначно связана с числом делений « $n$ » шкалы ИП. Число делений связано с допускаемой погрешностью ИП, обычно представляемой его классом точности  $K$ . Число делений ИП, как правило, в первом приближении определяется из соотношения:

$$n \geq \frac{100}{2K}. \quad (1.13)$$

При выполнении данного условия « $n$ » выбирается таким образом, чтобы цена деления составляла целое число единиц измеряемой величины.

Под порогом чувствительности понимают то наименьшее значение входного сигнала, которое вызывает уверенно фиксируемое изменение выходного сигнала. Порог чувствительности  $\approx K$ .

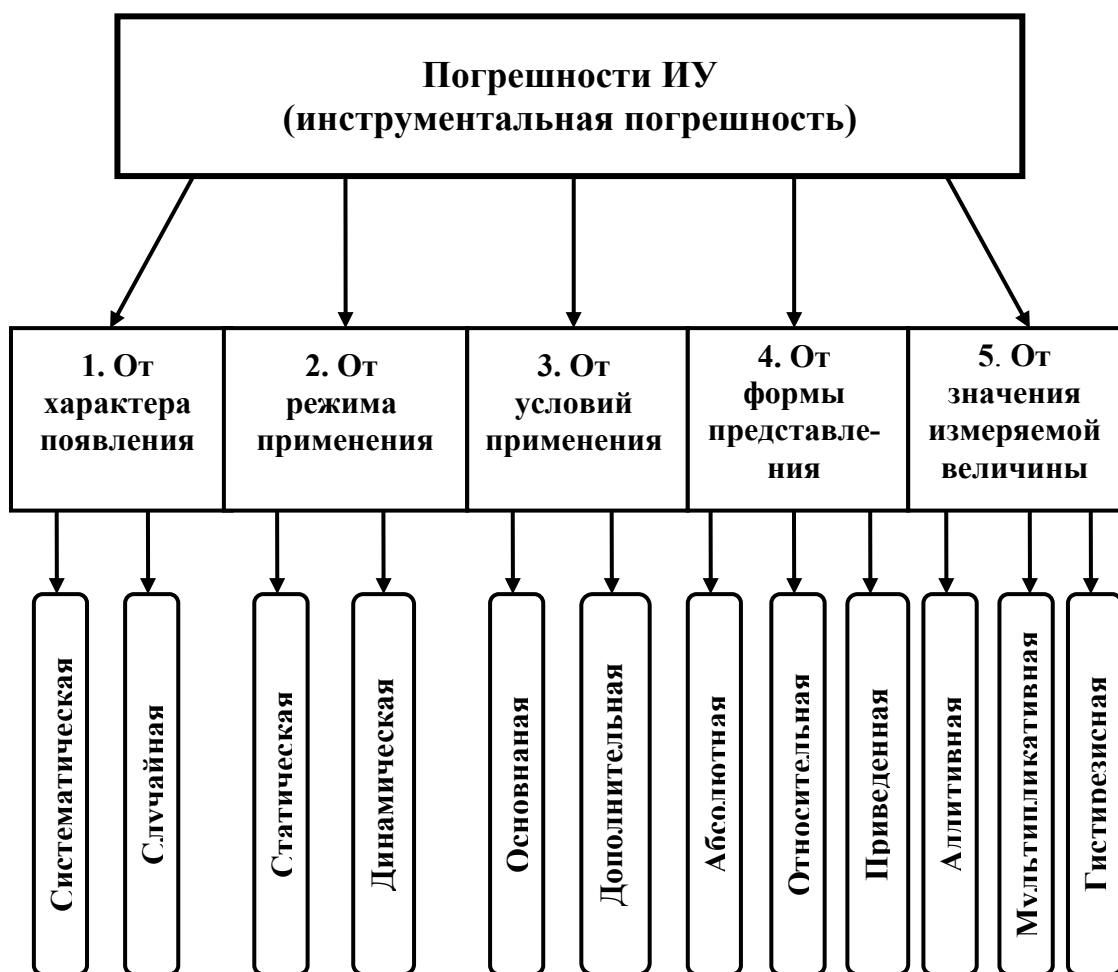
### 1.5.3. Погрешности измерительных устройств

Инструментальная погрешность (погрешность измерительного устройства) имеет определяющее значение для наиболее распространенных технических измерений. На рис. 1.9. приведена классификация погрешностей ИУ по ряду признаков.

В понятие систематической и случайной статической и динамической погрешности ИУ вложен тот же смысл, что и в понятия погрешностей измерения.

Основной погрешностью ИУ называют погрешность, которая получается при использовании его в нормальных условиях. Как правило, за нормальные условия принимают температуру окружающей среды равную  $t_{0C} = (20 \pm 2) ^\circ\text{C}$ ; атмосферное давление равное  $P_{AT} = 760$  мм. рт. ст.; заданное напряжение питания; нормальное рабочее положение и т.д. Нормальные условия применения указываются в стандартах или технических условиях на ИУ.

Дополнительной погрешностью ИУ называют изменение его погрешности, вызванной отклонением одной из влияющих физических величин от ее нормативного значения или выходом ее за пределы нормальной области значений.



*Рис. 1.9. Классификация погрешностей измерительных устройств*

Иными словами, дополнительная погрешность – это часть погрешности, которая добавляется (алгебраически складывается) к основной в случаях, когда ИУ применяется в рабочих (эксплуатационных) условиях. Например: температурная погрешность, вызванная отклонением температуры окружающего воздуха от нормального значения; погрешность установки, обусловленная отклонением положения прибора от рабочего, отклонение напряжения питания от его номинального значения и т.п.

В зависимости от формы представления погрешности измерительных устройств подразделяются на абсолютные, относительные и приведенные.

Абсолютной погрешностью измерительного прибора  $\Delta$  называют разность показаний прибора  $X_{II}$  и действительного значения  $X_D$  измеряемой величины:

$$\pm\Delta = X_{II} - X_D, \quad (1.14)$$

где  $X_{II} = X_H; X_1, X_2, \dots, X_m \dots X_K$  – показания прибора.

Действительное значение  $X_D$  определяется с помощью рабочих эталонов или по номинальным статическим характеристикам ИУ.

Относительной погрешностью ИП называют отношение абсолютной погрешности ИП к действительному значению измеряемой величины. Она выражается в %:

$$\pm\delta = \pm \frac{\Delta}{X_D} \cdot 100. \quad (1.15)$$

Так как абсолютная погрешность  $\pm\Delta \ll X_D$ ,  $X_D \approx X_{II}$ , то относительную погрешность можно рассчитать и по формуле:

$$\delta = \pm \frac{\Delta}{X_{II}} \cdot 100. \quad (1.16)$$

Приведенной погрешностью ИП называют отношение абсолютной погрешности ИП к нормирующему значению  $X_N$ . Приведенную погрешность также выражают в процентах:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{X_N} \cdot 100. \quad (1.17)$$

Нормирующее значение  $X_N$  – условно принятое значение, которое чаще всего равно диапазону показаний ИП  $X_N = X_K - X_H$ .

Суть погрешности в зависимости от формы представления для измерительных преобразователей та же, что и для ИП. Однако для определения их погрешности необходимо знать НСХ функции прямого и обратного преобразования (градуированную характеристику)  $Y = f(x)$ .

Для рассмотрения зависимости погрешности ИУ от значения измеряемой величины используются понятия номинальной и реальной функции преобразования ИУ.

Номинальной (или идеальной) функцией преобразования называют функцию преобразования, которая приписана ИУ данного типа,

указана в его паспорте и используется при выполнении измерений и проверке (калибровке).

Реальной функцией преобразования называют ту функцию преобразования, которой обладает конкретный экземпляр ИУ данного типа. Из-за несовершенства технологии они, как правило, отличаются друг от друга.

По принципу отклонения реальной характеристики от номинальной погрешности принято разделять на аддитивную, мультипликативную и гистерезисную.

Аддитивной или погрешностью нуля ИУ, называют погрешность, которая остается постоянной при всех значениях измеряемой величины. В этом случае (рис. 1.10, а) реальная функция преобразования  $Y = f_P(X)$  несколько смещена относительно номинальной  $Y = f_H(X)$ , т.е. выходной сигнал ИУ для всех значений измеряемой величины  $X$  будет больше (или меньше) на одну и ту же величину, чем он должен быть, в соответствии с номинальной функцией преобразования.

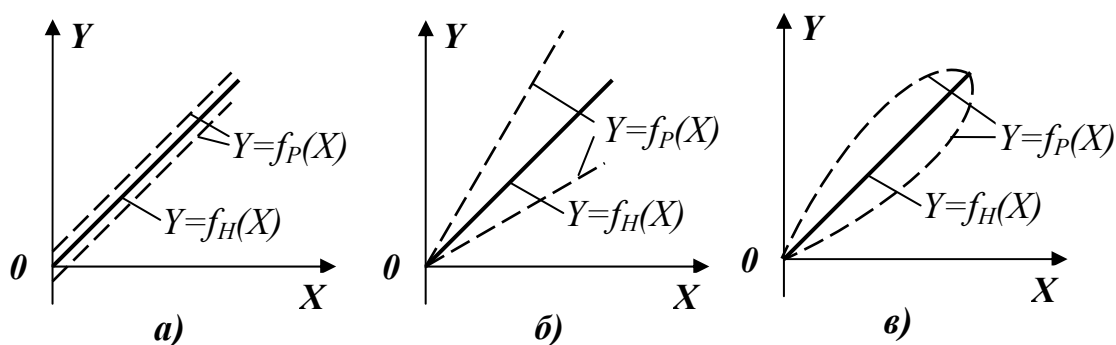


Рис. 1.10. Реальные и номинальные функции преобразования ИУ

Систематическая аддитивная погрешность устраняется с помощью специального корректора нуля. Случайную аддитивную погрешность исключить из результата измерения нельзя, но можно определить некоторую полосу, ширина которой остается постоянной при всех значениях измеряемой величины (рис. 1.10, а).

Возникновение случайной аддитивной погрешности вызывается трением в опорах, контактными сопротивлениями, дрейфом нуля, шумом и фоном измерительного устройства.

Мультипликативной или погрешностью чувствительности ИУ называют погрешность, которая линейно возрастает (или убывает) с увеличением измеряемой величины.



Графически появление мультипликативной погрешности интерпретируется (рис. 1.10, б) поворотом реальной функции преобразования  $Y_P = f_P(X)$  относительно номинальной  $Y=f_H(X)$ . Причиной возникновения случайной мультипликативной погрешности является изменение коэффициента преобразования отдельных элементов и узлов ИУ. Если мультипликативная погрешность является случайной, то реальная функция преобразования представляется полосой, ширина которой с увеличением измеряемой величины увеличивается (рис. 1.10, б).

Наиболее существенной и трудноустранимой систематической погрешностью ИУ является погрешность гистерезиса или погрешность обратного хода, выражающаяся в несовпадении (рис. 1.10, в) реальной функции преобразования ИУ при увеличении (прямой ход) или уменьшении (обратный ход) измеряемой величины.

Причинами гистерезиса могут быть люфт и сухое трение в механических передающих элементах, внутреннее трение в металлах пружин, явление упругого последействия в упругих чувствительных элементах, явление поляризации в электрических элементах и т.п.

Для количественной оценки погрешности гистерезиса используется понятие вариация.

Вариацией ( $V$ ) ИУ называют среднюю разность между значениями выходного сигнала, соответствующую одному и тому же значению измеряемой величины, полученную при многократном и двухстороннем подходе к этому значению, т.е. при прямом и обратном ходе указателя.

Разность показаний ИП в одной и той же точке при прямом и обратном ходе указателя называется вариацией.

Абсолютное значение вариации для измерительных приборов в единицах измеряемой величины  $V_X$  и преобразователей в единицах выходного сигнала  $V_Y$  определяется соответственно по формулам:

$$V_X = X_{np} - X_{obr} , \quad (1.18)$$

$$V_Y = Y_{np} - Y_{obr} , \quad (1.19)$$

где  $X_{np}$  и  $X_{obr}$  – показания измерительного прибора в одной и той же точке при прямом и обратном ходе указателя;

$Y_{np}$  и  $Y_{obr}$  – выходной сигнал измерительного преобразователя при прямом и обратном ходе в одной и той же точке.

Приведенное значение вариации для измерительных приборов  $W_X$  и преобразователей  $W_Y$  определяется соответственно по формулам:

$$W_x = \frac{V_x}{X_N} \cdot 100 = \frac{X_{np} - X_{обр}}{X_B - X_H} \cdot 100. \quad (1.20)$$

$$W_y = \frac{V_y}{X_N} \cdot 100\% = \frac{Y_{np} - Y_{обр}}{Y_B - Y_H} \cdot 100. \quad (1.21)$$

#### 1.5.4. Нормирование метрологических характеристик ИУ

Статические и динамические характеристики, а также погрешности ИУ принято называть метрологическими характеристиками, так как они влияют на точность измерений проводимых с помощью этих ИУ.

ИУ допускается к применению в том случае, когда нормированы их метрологические характеристики. Сведения о метрологических характеристиках приводятся в технической документации на ИУ.

Посредством нормирования метрологических характеристик ИУ обеспечивается взаимозаменяемость ИУ и единство измерений в государственном масштабе.

Нормируются следующие метрологические характеристики ИУ.

1. Характеристики, предназначенные для определения результата измерений: функция преобразования, коэффициент преобразования, цена деления, чувствительность, диапазон измерений, верхний и нижний пределы измерений, диапазон показаний, конечные и начальные значения шкалы.

2. Характеристики погрешности: систематическая погрешность, случайная погрешность, динамическая погрешность, мультипликативная погрешность, аддитивная погрешность, абсолютная, относительная и приведенная погрешность, а самое главное основная погрешность и вариация.

3. Характеристики чувствительности к влияющим величинам: изменение показаний, изменение коэффициента преобразования, функция влияния, дополнительная погрешность, иногда размах.

Выбор нормируемых метрологических характеристик из числа вышеперечисленных зависит от вида ИУ и осуществляется в процессе разработки, освоения производства и аттестации ИУ данного типоразмера.

Реальные значения метрологических характеристик ИУ определяются при их выпуске, а затем периодически проверяются в процессе

эксплуатации, т.е. ИУ проходят через определенный промежуток времени поверку или калибровку. При отклонении хотя бы одной метрологической характеристики от нормы ИУ ремонтируют или бракуют.

Основная погрешность измерительного устройства нормируется путем установления предела допускаемой основной соответственно абсолютной, относительной или приведенной погрешности:

$$\Delta_{\text{дон}} = \pm a, \quad (1.22)$$

$$\delta_{\text{дон}} = \pm \frac{\Delta_{\text{дон}}}{X_D} \cdot 100; \quad (1.23)$$

$$\gamma_{\text{дон}} = \pm \frac{\Delta_{\text{дон}}}{X_N} \cdot 100. \quad (1.24)$$

Значение предела допускаемой основной абсолютной, относительной или приведенной погрешностей определяется из ряда предпочтительных чисел:

$$(1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6) \cdot 10^n, \quad (1.25)$$

где  $n = +1, 0, -1, -2$  и т. д.

Обобщенной метрологической характеристикой ИУ является класс точности.

Класс точности ИУ – это обобщенная характеристика, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами ИУ, отражающими уровень их точности, значения которых устанавливаются в стандартах на отдельные виды ИУ.

Класс точности ИУ – это обобщенная характеристика ИУ, отражающая уровень их точности и представленная набором нормируемых метрологических характеристик. Например, пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами ИУ, влияющих на точность.

Класс точности ИУ – обобщенная характеристика ИУ определяемая пределом допускаемой основной погрешности, отражающая уровень их точности, при нормальных условиях эксплуатации.

Кроме класса точности, уровень точности ИУ представлен набором других нормируемых метрологических характеристик, связанных определенными соотношениями с классом точности, таких как: пределы допускаемых дополнительных погрешностей и вариация.

Если для ИУ погрешность не зависит от значения измеряемой величины, т.е. является аддитивной, то класс точности равен:

$$K = \pm \gamma_{\text{дон}} \% = \pm a \% . \quad (1.26)$$

В этом случае класс точности обозначается на шкале прибора 1,5 или 2,5, тогда шкала прибора неравномерна.

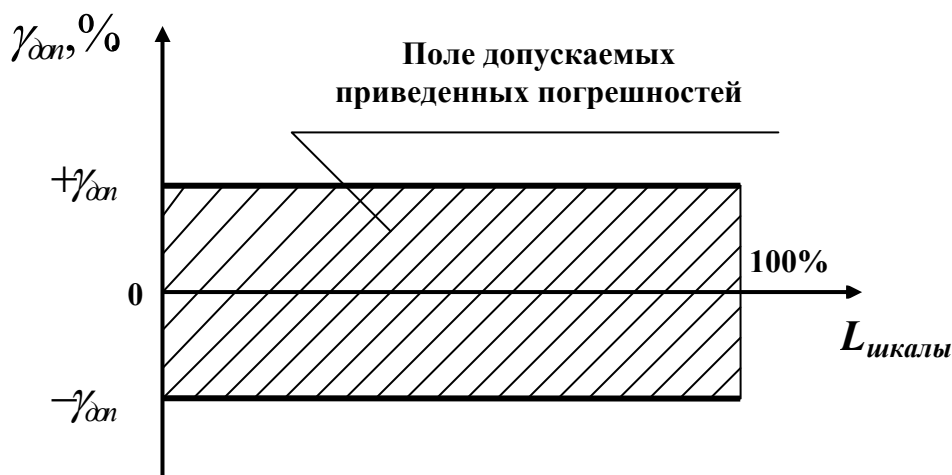


Рис. 1.11. Поле допускаемых приведенных погрешностей

Если погрешность ИУ является мультипликативной, т.е. зависит от значений измеряемой величины, то класс точности равен:

$$K = \pm \delta_{\text{дон}} \% = \pm b \% . \quad (1.27)$$

В этом случае класс точности обозначается на шкале прибора  $\textcircled{1.5}$ .

Если на измерительном приборе указан дробный класс точности, например  $K = 0,02/0,01 = (c/d)$ , то предел основной допускаемой абсолютной погрешности можно определить по формуле:

$$\Delta_{\text{дон}} = \pm (0,02 + 0,01 \cdot \left[ \frac{X_K}{X} - 1 \right]) \frac{X}{100}, \quad (1.28)$$

а предел допускаемой основной относительной погрешности по формуле:

$$\pm \delta_{\text{дон}} = \Delta / X = \pm (c + d \cdot \left[ \frac{x_n}{x} - 1 \right]), \quad (1.29)$$

где  $c$  и  $d$  – соответственно числитель и знаменатель в обозначении

класса точности;  
 $X_k$  – больший (по модулю) из пределов измерений  
(предел измерений);  
 $X$  – показание прибора.

Следовательно, класс точности ИУ характеризует предел допускаемой основной абсолютной, приведенной или относительной погрешности, но не характеризует точность измерения.

Дополнительная погрешность нормируется в тех случаях, когда при изменении влияющих величин в рабочей области, допускаемая основная погрешность превышает установленный для нее предел.

При нормировании стабильности показаний при прямом и обратном ходе для ИП и ИПр устанавливают предел допускаемой вариации, значение которого чаще всего численно равен половине или полному пределу допускаемой абсолютной или приведенной погрешности, т.е.

$$\begin{aligned} V_{дон} &= [(0,5 \div 1) \Delta_{дон}], \\ W_{дон} &= (0,5 \div 1) \gamma_{дон}, \end{aligned} \tag{1.30}$$

Допускаемая вариация, а равно и текущая, знака не имеет. Так как она в поле допускаемых погрешностей может располагаться в любом месте. Вариация для ряда измерительных приборов и преобразователей не всегда нормируется.

### 1.5.5. Структурные схемы измерительных устройств

Составление структурных схем необходимо для анализа работы измерительных устройств, для выяснения принципа действия и для синтеза построения измерительных устройств из отдельных измерительных преобразователей.

Существует множество разновидностей измерительных устройств. Все они состоят из простейших измерительных преобразователей, число которых ограничено несколькими десятками. Комбинируя их в разнообразном сочетании, можно создавать различную измерительную аппаратуру.

Все устройства в зависимости от соединения измерительных преобразователей можно разделить на устройства прямого и уравновешивающего преобразования.

*Устройство прямого преобразования* характеризуется тем, что преобразования выполняются последовательно одно за другим в одном

(прямом), направлении от входной величины  $X$  через посредство измерительных преобразователей ( $\Pi$ ), включенных последовательно, к выходной величине  $Y$ .

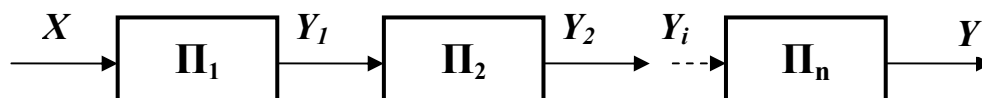


Рис. 1.12. Измерительное устройство прямого преобразования

Иначе входная величина  $X$ , проходя через цепочку последовательно соединенных преобразователей, преобразуется в выходную величину  $Y$  в одном (прямом) направлении.

Устройство уравнивающего (компенсирующего) преобразования характеризуется тем, что используется две цепи преобразования (прямая и обратная) роли которых различны.

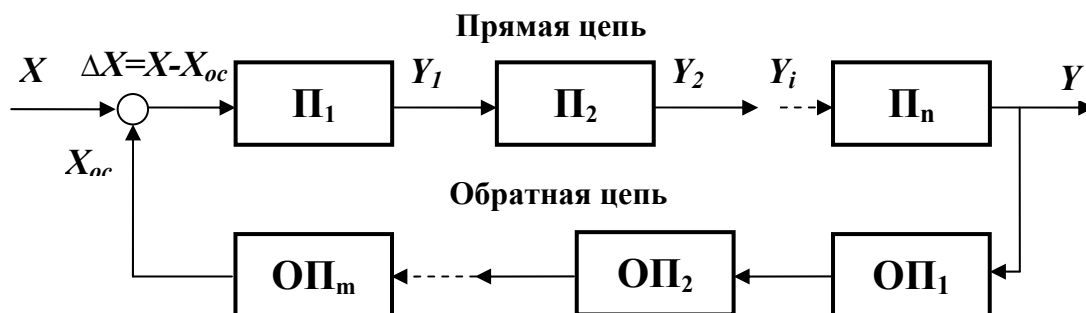


Рис. 1.13. Измерительное устройство уравнивающего преобразования

Обратная цепь преобразует выходную величину  $y$  в величину  $X_{oc}$ , однородную по своей физической природе с выходной величиной  $X$ , полностью или частично ее уравнивающую. В результате чего на вход  $\Pi_1$  поступает величина  $\Delta X = X - X_{oc}$ , которая в свою очередь прямой цепью преобразуется в выходную величину  $Y$ .

## 1.6. Схемы измерительных систем и их метрологические характеристики

Для производства измерений на реальных объектах ИУ располагаются в различных точках пространства и соединяются между собой соответствующими линиями связи. При измерении на расстоянии используются дистанционные измерительные системы, в которых расстояния между отдельными измерительными устройствами достигают нескольких десятков и даже сотен метров.

В общем случае структурную схему измерительной системы, можно представить в виде последовательной цепи нескольких ИУ (преобразователей). Структурные схемы различных измерительных систем приведены на рис.

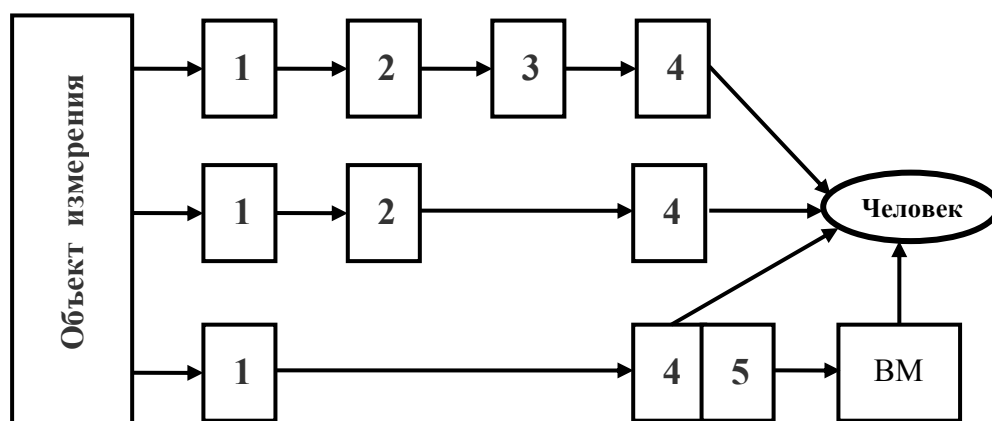


Рис. 1.14. Структурные схемы измерительных систем

В зависимости от типа измеряемой физической величины, принципа действия ПИП и расстояния, на которое необходимо передать информацию, в состав измерительной системы могут быть включены: первичный измерительный преобразователь (1); промежуточный преобразователь (2); функциональный преобразователь (3). Информация поступает по соответствующим каналам связи на измерительный прибор 4, который выдает информацию в форме удобной для восприятия человеком. Многие электронные измерительные приборы в своем составе содержат передающий преобразователь, предназначенный для передачи информации об измеренном параметре на другой измерительный прибор, VM или в схему АСУ и т. п.

В структурных схемах измерительных систем можно выделить цепочки, состоящие из измерительных преобразователей, каналов связи и

ИП. Таким образом, измерительная система рассматривается как последовательное соединение нескольких преобразователей.

Для измерительных систем, как и для измерительных устройств должны быть нормированы метрологические характеристики. Однако до сих пор не найдено теоретически обоснованное решение задачи нормирования метрологических характеристик измерительных систем.

При выполнении технических измерений имеется лишь информация о метрологических характеристиках измерительных устройств, входящих в измерительную систему. Измерительные преобразователи, ИП и некоторые каналы связи входящие в ИС, имеют нормированные метрологические характеристики.

Обычно эта информация предоставляется в виде предела допускаемой основной приведенной (абсолютной, относительной) погрешности. Поэтому для приближенной оценки приведенной погрешности ИС из  $n$  включенных последовательно преобразователей с линейными функциями преобразования можно использовать уравнение:

$$\gamma = \sum_{i=1}^n \gamma_i,$$

где  $\gamma_i$  – предел допускаемой основной приведенной погрешности  $i$ -го преобразователя ИС.

Эта оценка является максимальной, так как предполагает одновременное появление максимальных погрешностей одинакового знака.

Для получения более реальной погрешности измерительной системы рекомендуется суммирование допускаемых приведенных погрешностей ИУ входящих в ИС производить вероятностным методом, т.е. по уравнению:

$$\gamma_{\text{ис}} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \gamma_i^2} = \pm \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_n^2},$$

где  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  – предел допускаемой основной приведенной погрешности  $i$ -го преобразователя или канала связи.

При этом предполагается, что погрешности всех преобразователей независимы друг от друга, закон распределения погрешностей для всех преобразователей является нормальным, а значение предела допускаемой основной приведенной погрешности определяет границы этого распределения.



## 1.7. Оценка и учет погрешностей при точных измерениях

Основной постулат метрологии – отсчет является случайным числом.

При выполнении точных измерений пользуются средствами измерений повышенной точности, а вместе с тем применяют и более совершенные методы измерений. Во всяком измерении имеются случайные погрешности. Поэтому вместо истинного значения измеряемой величины, принимается некоторое среднее арифметическое значение (математическое ожидание). При большом числе измерений, как показывает теория вероятности и математической статистики, у нас есть обоснованная уверенность считать, что математическое ожидание является наилучшим приближением к истинному значению.

Теория случайных погрешностей основывается на двух аксиомах, базирующихся на опытных данных.

*Аксиома случайности* – при очень большом числе измерений случайные погрешности, равные по величине, но различные по знаку встречаются одинаково часто, т. е. число отрицательных погрешностей равно числу положительных.

*Аксиома распределения* – малые погрешности случаются чаще, чем большие. Очень большие погрешности не встречаются.

Пусть  $X$  неизвестное истинное значение некоторой неизвестной физической величины. При измерении этой величины получено  $n$  независимых друг от друга результатов наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Измерения выполнены одним и тем же прибором и с одинаковой тщательностью, т. е. одинаково точными и свободными от систематической погрешности. Предположим, что каждому измерению сопутствует случайная погрешность  $\overset{0}{\Delta}_1, \overset{0}{\Delta}_2, \dots, \overset{0}{\Delta}_n$  – различная по значению и по знаку. Следовательно:

$$\left. \begin{array}{l} \overset{0}{\Delta}_1 = x_1 - X \\ \overset{0}{\Delta}_2 = x_2 - X \\ \dots\dots\dots \\ \overset{0}{\Delta}_n = x_n - X \\ \hline \sum_{i=1}^n \overset{0}{\Delta}_i = \sum_{i=1}^n x_i - n \cdot X \end{array} \right\} \quad (1.31)$$

где  $\overset{0}{\Delta}$  – случайная величина погрешности, среднее значение которой равно нулю.

На основании аксиомы случайности можно предположить, что в выполненных измерениях число, сумма и числовые значения положительных случайных погрешностей приблизительно равны числу, сумме и значениям отрицательных погрешностей. Другими словами; распределение случайных погрешностей – равностороннее по отношению к среднему значению измеряемой величины  $X$ . Таким образом, по предположению,

$$\sum_{i=1}^n \overset{0}{\Delta}_i = 0 ,$$

Отсюда

$$\sum_{i=1}^n x_i - n \cdot X = 0 , \quad (1.32)$$

и поэтому

$$X \approx \overline{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = M. \quad (1.33)$$

Это равенство позволяет считать, что среднее арифметическое значение  $\overline{X}$  (математическое ожидание  $M$ ) является наиболее близким к истинному значению измеряемой величины  $X$ . Чем больше число измерений  $n$  тем больше  $M$  приближается к истинному значению.

Наиболее полно свойства случайной величины описываются функцией распределения. Она устанавливает связь между возможными значениями случайной погрешности и вероятностью появления этих значений. Распределение случайных погрешностей при практических расчетах чаще всего аппроксимируют нормальной функцией, т.е. наиболее часто на практике применяется нормальный закон распределения (распределение Гаусса).

Закон нормального распределения случайных погрешностей выражается следующей функцией распределения:

$$f(\overset{0}{\Delta}) = \frac{1}{\sigma_n \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{\overset{0}{\Delta}^2}{2 \cdot \sigma_n^2}} , \quad (1.34)$$

где  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  – функция распределения плотности вероятностей случайной погрешности;

$\sigma_n$  – среднее квадратическое отклонение результата наблюдений при большом числе измерений ( $n \rightarrow \infty$ );

$e = 2,7183$  – основание натурального логарифма;

Графически закон распределения случайных погрешностей, выраженный уравнением (1.34), представляется в виде симметричной кривой, которую называют кривой нормального (Гауссовского) распределения случайных погрешностей (рис.1.15).

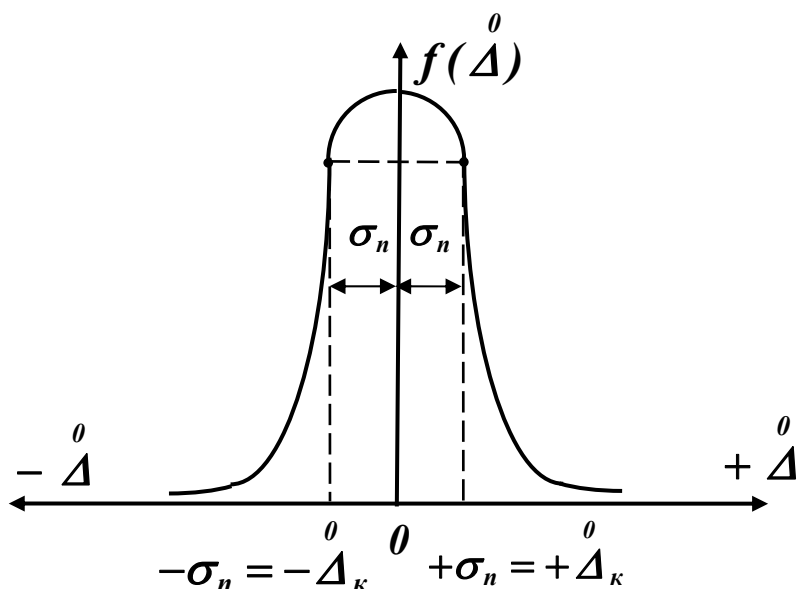


Рис. 1.15. Кривая нормального распределения случайных погрешностей

Если через  $m_i$  обозначить частоту появления значения погрешности  $\overset{\circ}{\Delta}_i$  при общем их числе  $n$ , то отношение  $\frac{m_i}{n}$ , есть относительная частота появления значения  $\overset{\circ}{\Delta}_i$ .

При неограниченно большом числе наблюдений ( $n \rightarrow \infty$ ) это отношение равнозначно понятию вероятности  $P_i$ , т.е. может рассматриваться

как статистическая вероятность ( $P_i = m_i / n$ ), но явления погрешности  $\Delta_i$  при повторении измерений в неизменных условиях.

Доверительная вероятность того, что погрешности не превосходят численно некоторого значения  $|\Delta|$ , т. е. лежат в пределах от  $-\Delta$  до  $+\Delta$ , может быть найдена (учитывая симметричность кривой нормального распределения) путем интегрирования уравнения (1.34):

$$P = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^{\Delta} e^{-\frac{\Delta^2}{2 \cdot \sigma_n^2}} \cdot \frac{d\Delta}{\sigma_n}. \quad (1.35)$$

Произведя замену переменной  $\frac{\Delta}{\sigma_n} = t$ , получим:

$$P = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 2 \cdot \Phi(t). \quad (1.36)$$

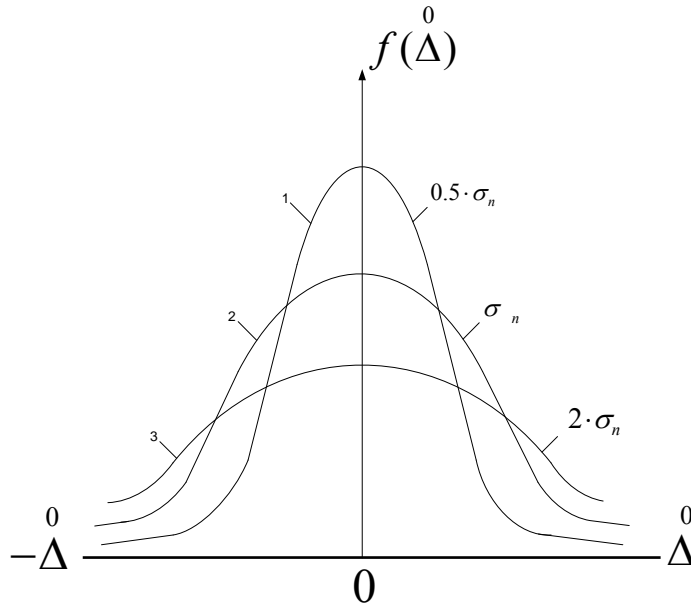
Отсюда нормальная функция распределения

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1.37)$$

Для облегчения расчетов для  $\Phi(t)$  составлены таблицы для различных значений  $t$  ( $-0 < t < -3,8$ ;  $-3,8 < t < 3,8$ ).

На кривой нормального распределения найдем точки перегиба и соответствующие им значения  $-\Delta_k$  и  $+\Delta_k$ . Для этого приравняем вторую производную уравнения (1.34) нулю и найдем, что перегиб кривой происходит в двух точках. Симметрично расположенных по обе стороны оси ординат  $f(\Delta)$  при значениях  $\pm \Delta_k = \pm \sigma_n$ . Точки перегиба разделяют области часто встречающихся случайных погрешностей от области редко встречающихся.

Для неограниченно большого ряда измерений 68,3% всех случайных погрешностей ряда лежит ниже данного значения  $\sigma_n$  и 31,7% выше его.



Параметр  $\sigma_n$  однозначно характеризует форму кривой распределения случайных погрешностей. Ордината  $f(\Delta)$  кривой распределения, соответствующая  $\Delta = 0$  обратно пропорциональна  $\sigma_n$ . Площадь под кривой всегда равна 1. Следовательно, при увеличении  $\sigma_n$  получим кривую 3, при уменьшении – 1.

Конечная цель анализа выполненных измерений состоит в определении погрешности результата наблюдения для ряда значений измеряемой величины  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и погрешности их среднего арифметического значения (т.е. результата измерения), принимаемого как окончательный результат измерения, с заданной вероятностью.

### 1.8. Оценка точности результата наблюдения

Для оценки точности результата наблюдения служит среднее квадратическое отклонение результата наблюдения  $\sigma_n$ . Квадрат этой величины, т.е.  $\sigma_n^2$  называется рассеянием или дисперсией результата наблюдения и обозначается обычно символом  $D$ .

Так как число наблюдений, конечно, то можно найти только приближенное значение  $\sigma_{x_i}$  или оценку этого отклонения по формуле:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}, \quad (1.38)$$

где  $n$  – число наблюдений;

$x_i$  – значение величины, полученное при  $i$ -м наблюдении;

$\bar{X}$  – результат измерения (среднее арифметическое значение, математическое ожидание).

Для получения полного представления о точности и надежности оценки случайного отклонения результата наблюдения должны быть указаны доверительные границы, доверительный интервал и доверительная вероятность.

При известном  $\sigma_{x_i}$  доверительные границы указывают следующим образом: нижняя граница  $-\sigma_{x_i}$  или  $\bar{X} - \sigma_{x_i}$ , верхняя граница  $+\sigma_{x_i}$  или  $\bar{X} + \sigma_{x_i}$  (сокращено  $\pm \sigma_{x_i}$ ;  $\bar{X} \pm \sigma_{x_i}$ ), за пределы которых с вероятностью  $P = 0,683$  (или 68.3%) не выйдут значения случайных отклонений  $x_i - \bar{X}$  или результатов отдельных наблюдений  $x_i$  ряда измерений. Доверительный интервал выражается в виде:

$$I_p = (\bar{X} - \sigma_{x_i}; \bar{X} + \sigma_{x_i}).$$

В зависимости от целей измерения могут задаваться и другие доверительные границы:  $-t_p \sigma_{x_i}$  или  $\bar{X} - t_p \sigma_{x_i}$  и  $+t_p \sigma_{x_i}$  или  $\bar{X} + t_p \sigma_{x_i}$ .

Значения  $t_p$  для наиболее употребительных доверительных вероятностей при  $n \rightarrow \infty$  приведены в таблице 1.

Таблица 1.1 – Значения  $t_p$  для различных вероятностей при  $n \rightarrow \infty$

Доверительная вероятность	$P_\delta$	0,683	0,9	0,95	0,98	0,99	0,9973
Значение $t_p$	$t_p$	1,000	1,645	1,960	2,330	2,580	3,000

В инженерной практике предпочтение отдается доверительной вероятности  $P_0 = 0,95$  или  $0,9973$ , т.е. для интервалов  $\pm 2 \cdot \sigma_{x_i}$  или  $\pm 3 \cdot \sigma_{x_i}$ .

### 1.9. Оценка точности результата измерения

Для оценки достоверности результата измерения, принимаемого равным среднему арифметическому значению  $\bar{X}$ , применяют показатель точности, аналогичный показателю точности результата наблюдения. При этом согласно теории погрешностей оценка среднего квадратического отклонения результата измерения  $\sigma_{\bar{X}}$  в  $\sqrt{n}$  раз меньше оценки среднего квадратического отклонения результата наблюдения (1.38). Таким образом, при числе измерений  $n$  оценка среднего квадратического отклонения результата измерения (среднего арифметического) будет равна:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}, \quad (1.40)$$

где  $\sigma_{\bar{X}}$  – среднее квадратическое отклонение результата измерения (среднего арифметического).

При известном  $\sigma_{\bar{X}}$  доверительные границы указывают следующим образом: нижняя граница  $-\sigma_{\bar{X}}$  или  $\bar{X} - \sigma_{\bar{X}}$ , верхняя граница  $+\sigma_{\bar{X}}$  или  $\bar{X} + \sigma_{\bar{X}}$  (сокращено  $\pm \sigma_{\bar{X}}$ ;  $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$ ), за пределы которых с вероятностью  $0,683$  не выйдут погрешности результата измерения или среднее арифметическое значение  $\bar{X}$ . Доверительный интервал результата измерения выражается в виде:

$$I_p = (\bar{X} - \sigma_{\bar{X}}; \bar{X} + \sigma_{\bar{X}}) \quad \text{или} \quad I_p = (\bar{X} - t_p \cdot \sigma_{\bar{X}}; \bar{X} + t_p \cdot \sigma_{\bar{X}}).$$

### 1.10. Оценка точности результата измерения при малом числе наблюдений

На практике в большинстве случаев число измерений не превышает 15 – 20 отдельных наблюдений. Для оценки точности результата измерения при малом числе наблюдений ( $n \leq 20$ ) и условии, что распределение погрешностей отдельных измерений следуют, нормальному закону пользуются  $t_p$ -таблицей основанной на распределении Стьюдента.

Распределение Стьюдента учитывает то, что при малом числе наблюдений и при одинаковой доверительной вероятности получается уменьшенное значение средней квадратической погрешности по сравнению с погрешностью при  $n$  наблюдениях.

При практическом применении распределения Стьюдента погрешность  $\Delta_p$  среднего арифметического значения (результаты измерения) при  $n \leq 20$  и заданной доверительной вероятности  $P_\delta$  определяется из значений  $\sigma_{x_i}$  или  $\sigma_{\bar{X}}$  по выражению:

$$\Delta_p = \sigma_{x_i} \cdot \frac{t_p}{\sqrt{n}} = t_p \cdot \sigma_{\bar{X}}. \quad (1.41)$$

Таблица 1.2 – Значения  $t_p$  и  $t_p/\sqrt{n}$  в зависимости от доверительной вероятности  $P_\delta$  и  $k = n-1$

$P_\delta$	0,683		0,9		0,95		0,997	
$k$	$t_p$	$\frac{t_p}{\sqrt{n}}$	$t_p$	$\frac{t_p}{\sqrt{n}}$	$t_p$	$\frac{t_p}{\sqrt{n}}$	$t_p$	$\frac{t_p}{\sqrt{n}}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
10	1,05	0,32	1,81	0,55	2,23	0,67	3,90	1,18
11	1,05	0,30	1,80	0,52	2,20	0,65	3,80	1,10
12	1,05	0,29	1,78	0,49	2,18	0,60	3,80	1,05
...	...	...	...	...	...	...	...	...
20	1,03	0,23	1,72	0,38	2,09	0,47	3,40	0,76
...	...	...	...	...	...	...	...	...
200	1,00	0,07	1,65	0,12	1,97	0,14	3,04	0,22
$\infty$	1	0,00	1,64	0,00	1,96	0,00	3,00	0,00

Для оценки среднеарифметического значения **Ошибка! Закладка не определена.**  $\bar{X}$ , принимаемого как окончательный результат изме-



рения, указываются доверительные границы и доверительный интервал при выбранной доверительной вероятности. Доверительные границы  $\bar{X} \pm \Delta_p$ , нижняя  $\bar{X} - \Delta_p$ , верхняя  $\bar{X} + \Delta_p$ . Доверительный интервал  $I_p = (\bar{X} - \Delta_p, \bar{X} + \Delta_p)$ ,

где  $\Delta_p$  определяется по формуле (1.41) и выражается в единицах определяемой величины.

Пример: Произведено 12 измерений ТЭДС термоэлектрическим преобразованием градуировки (с НСХ – номинальная статическая характеристика) ПП (платинородий – платина). Условия измерения: температура рабочего спая равна  $419,58^\circ\text{C}$ , а свободных концов  $0^\circ\text{C}$ . Результаты измерений не содержат систематической погрешности. Базовые значения результатов измерений, случайные погрешности результатов наблюдений и их квадраты приведены в табл. 4.3.

Определить действительное значение ТЭДС и температуры, доверительные границы и интервал при доверительной вероятности 0,95.

Таблица 1.3 – Данные измерения ТЭДС при  $t = 419,58^\circ\text{C}$  и  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , случайные погрешности результатов наблюдений и их квадраты

<i>i</i>	ТЭДС, мкВ $x_i$	Случайные погрешности и их квадраты	
		$\Delta_i = x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
1	3436,8	+0,4	0,16
2	3435,8	-0,6	0,36
3	3437,0	+0,6	0,36
4	3436,1	-0,3	0,09
5	3436,7	+0,3	0,09
6	3437,2	+0,8	0,64
7	3436,0	-0,4	0,16
8	3436,1	-0,3	0,09
9	3436,7	+0,3	0,09
10	3436,7	+0,3	0,09
11	3435,8	-0,8	0,64
12	3436,1	-0,3	0,09
	3436,4	0	$\Sigma$ 2,86

Определим среднее арифметическое значение ТЭДС

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 3436,4 \text{ мкВ.}$$

Средние квадратические отклонения результатов наблюдения и измерения:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{2,86}{11}} = 0,5 \text{ мкВ.}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{n}} = \frac{0,5}{\sqrt{12}} = 0,14 \text{ мкВ.}$$

Истинное значение ТЭДС  $X$  можно приближенно положить равным среднеарифметическому значению ТЭДС  $X \approx \bar{X} = 3436,4 \text{ мкВ.}$

Для оценки достоверности этого равенства задана доверительная вероятность  $P = 0,95$ . Найдем доверительные границы, соответствующие этой вероятности. По таблице 1.2 для  $P = 0,95$  и  $k = n - 1 = 11$  находим  $t_p = 2,2$ .

Согласно выражению (1.41) получим:

$$\Delta_p = t_p \cdot \sigma_{\bar{x}} = 2,2 \cdot 0,14 = 0,308 \approx 0,3 \text{ мкВ,}$$

$$\Delta_p = \frac{t_p}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_{x_i} = 0,65 \cdot 0,5 = 0,325 \approx 0,3 \text{ мкВ.}$$

В соответствии с вероятностью 0,95 мы можем утверждать, что истинное значение ТЭДС заключено между доверительными границами:

$$\bar{X} - \Delta_p = 3436,4 - 0,3 = 3436,1 \text{ мкВ,}$$

$$\bar{X} + \Delta_p = 3436,4 + 0,3 = 3436,7 \text{ мкВ,}$$

или

$$X \approx \bar{X} = 3436,4 \pm 0,3 \text{ мкВ,}$$

т.е. результат измерения с вероятностью 95% попадет в эти границы.