

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ ТЕКУЧИХ СРЕДАХ

13.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Конвекция теплоты происходит за счет перемещения макрообъемов среды из области с одной температурой в область с другой температурой. Конвекция протекает совместно с процессом теплопроводности. Сочетание конвекции и теплопроводности, наблюдаемое в текучих средах, называют *конвективным теплообменом*. Поэтому плотность теплового потока при конвективном теплообмене рассчитывают по формуле:

$$\vec{q}_{\text{кто}} = \vec{q}_{\text{конд}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -\lambda_f \nabla T + \rho \vec{w} h, \quad (13.1)$$

где $q_{\text{кто}}$ – плотность теплового потока при конвективном теплообмене, Вт/м²;

$q_{\text{конд}}$ – плотность теплового потока при кондуктивном (за счет теплопроводности) теплообмене в текучей среде, Вт/м²;

$q_{\text{конв}}$ – плотность теплового потока за счет конвекции текучей среды (флюида), Вт/м²;

λ_f – коэффициент теплопроводности флюида, Вт/(м·К);

∇T – градиент температурного поля флюида, К/м;

ρ – плотность флюида, кг/м³;

$\vec{w}$ – скорость движения флюида, м/с;

$h = c_p \cdot T$ – удельная энтальпия флюида, Дж/кг;

c_p – удельная изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К);

T – температура, °С или К.

Анализ формулы показывает, что необходимо предварительно рассчитать не только температурное поле текучей среды, но поле скорости перемещения флюида.

В зависимости от *причины*, вызывающей перемещение в пространстве текучей среды, различают конвекцию при вынужденном движении или *вынужденную конвекцию* и конвекцию при свободном движении или *свободную конвекцию*.

При *вынужденной конвекции* движение текучей среды происходит под действием внешней силы – разности давлений в потоке, которую создает какое-либо транспортирующее флюид устройство, например, вентилятор, насос и т.п. При *свободной конвекции* движение среды происходит без приложения внешней силы к флюиду, а вследствие разности плотностей различных объемов среды, которая может возникать из-за переменного поля

Лекция 13

температуры, т.к. плотность зависит от температуры $\rho = f(T)$. Неравномерное поле температур создает переменное поле плотности и вследствие этого в поле земного тяготения происходит перемещение масс с разной плотностью (легкие слои поднимаются вверх, тяжелые – опускаются вниз). В этом случае говорят о *свободной тепловой* или *естественной* конвекции. Заметим, что переменная по объему плотность текучей среды может быть создана и путем механического перемешивания сред с различной плотностью (например, при продувке жидкой стальной ванны кислородом).

В зависимости от *интенсивности движения* флюида различают два основных режима течения: *ламинарный* и *турбулентный*. Для большинства флюидов существует и *переходный* от ламинарного к турбулентному режим течения.

Признаки ламинарного режима течения:

- ✓ частицы среды движутся по плавным взаимно непересекающимся траекториям;
- ✓ параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются гладкими функциями координат и времени;
- ✓ перенос субстанции (теплота, импульс и масса) происходит за счет взаимодействия *микрочастиц* среды (атомов, молекул, ионов и т. п.). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, кинематический коэффициент вязкости и коэффициент диффузии) являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты переноса субстанции для разных веществ определяют экспериментально и в зависимости от температуры приводят в справочниках.

Признаки турбулентного режима течения:

- ✓ – частицы среды движутся по сложным, ломаным, взаимно пересекающимся траекториям;
- ✓ параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются пульсирующими функциями координат и времени;
- ✓ перенос субстанции (теплота, импульс и масса) происходит за счет взаимодействия макрообъемов среды (турбулентных молей). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, кинематический коэффициент вязкости и коэффициент диффузии) зависят от самого режима движения и не являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты турбулентного переноса субстанции рассчитывают по так называемым *полуэмпирическим моделям турбулентности*.

Лекция 13

Существование *ламинарного* или *турбулентного* режимов течения зависит от соотношения силы инерции $f_{ин}$ и силы трения $f_{тр}$, действующих в текучей среде. При условии $f_{ин} \ll f_{тр}$ существует ламинарный режим течения флюида и соответственно, наоборот, при $f_{ин} \gg f_{тр}$ – турбулентный режим.

13.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В расчетах конвективного теплообмена для характеристики однофазной химически однородной текучей среды используют три параметра:

- ✓ поле температуры $T(x_i, \tau)$;
- ✓ поле скорости $\vec{w}(x_i, \tau) = w_x \vec{i} + w_y \vec{j} + w_z \vec{k}$;
- ✓ поле давления $p(x_i, \tau)$,

где x_i – ортогональная система координат (например, для декартовой системы координат $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$); τ – время. При этом физические свойства среды (плотность, теплоемкость, коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности) должны быть известны.

Для расчета температуры, давления и в общем случае трех составляющих вектора скорости необходимо решить пять дифференциальных уравнений конвективного теплообмена:

- ✓ дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде – уравнение Фурье–Кирхгофа;
- ✓ дифференциальное уравнение переноса импульса в текучей среде – уравнение Навье–Стокса для трех составляющих вектора скорости;
- ✓ дифференциальное уравнение неразрывности (сплошности).

13.2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ФУРЬЕ-КИРХГОФА

В векторной форме записи уравнение переноса энергии в текучей среде имеет вид

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T \right) = \text{div}[\lambda \text{grad}(T)] + q_v + \mu \Phi - p \text{div}(\vec{w}), \quad (13.2)$$

где $\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau}$ – слагаемое в правой части уравнения энергии, которое отражает нестационарность процесса конвективного теплообмена – изменение внутренней энергии элементарного объема текучей среды во времени;

$\rho c \vec{w} \nabla T$ – конвективный член уравнения энергии, учитывающий перенос теплоты за счет движения среды;

$\text{div}[\lambda \text{grad}(T)]$ – диффузионный член уравнения, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью;

q_v – источниковый член уравнения, учитывающий поступление или убыль энергии за счет действия внутренних источников или стоков теплоты;

Лекция 13

$\mu\Phi$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее нагрев текучей среды вследствие диссипации кинетической энергии движения за счет трения;

μ – динамический коэффициент вязкости;

Φ – диссипативная функция;

$p\text{div}(\vec{w})$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее изменение энергии флюида при его идеальном сжатии или расширении.

Последние два слагаемых в уравнении переноса энергии в значительной степени зависят от скорости движения среды и для скоростей менее 100 м/с, характерных для энергетических и теплотехнологических агрегатов, в расчетах теплообмена не учитываются в силу их малости.

Если принять допущение о независимости физических свойств среды от температуры и отсутствии внутренних источников теплоты, то уравнение Фурье–Кирхгофа примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w}\nabla T = a\nabla^2 T, \quad (13.2a)$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности текучей среды, м²/с;

ρ – плотность, кг/м³;

c – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг·К).

Замечание. Для неподвижной среды ($\vec{w} = 0$) уравнение Фурье–Кирхгофа переходит в дифференциальное уравнение теплопроводности – дифференциальное уравнение Фурье.

Для решения дифференциального уравнения Фурье–Кирхгофа требуется предварительно рассчитать поле скорости, решив уравнение Навье–Стокса.

13.2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕКУЧЕЙ СРЕДЫ (УРАВНЕНИЕ НАВЬЕ–СТОКСА)

Вывод уравнения Навье–Стокса основан на использовании закона сохранения количества движения (импульса) для фиксированной массы M текучей среды. Согласно этому закону изменение импульса во времени происходит из-за внешних сил, действующих на элементарный объем массой M :

$$\frac{d\vec{K}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \quad M \frac{d\vec{w}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \quad (13.3)$$

$$M\vec{a} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \quad M \frac{d\vec{w}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}, \quad (13.4)$$

где $\vec{K} = M\vec{w}$ – импульс, кг·м/с;

Лекция 13

$\vec{w}$ – скорость, м/с;

τ – время, с;

$\vec{f}_{\text{внешн}}$ – внешние силы, действующие на элементарный объем флюида, Н;

$a = \frac{d\vec{w}}{d\tau}$ – ускорение, м/с².

Уравнение Навье–Стокса решают совместно с уравнением неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \vec{w}) = 0, \quad (13.5)$$

где ρ – плотность текучей среды, кг/м³.

Запишем без вывода уравнение Навье–Стокса и уравнение неразрывности в векторной форме для текучих сред с постоянной плотностью

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{w}; \quad (13.6)$$

$$\text{div}(\vec{w}) = 0. \quad (13.7)$$

В уравнении движения текучей среды (13.6) все слагаемые имеют размерность $\left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \right]$ и представляют собой массовую плотность силы:

$-\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} \equiv f_{\text{лок}}$ – нестационарный член уравнения, характеризует изменение импульса элементарного объема во времени и имеет смысл локальной силы;

$-\vec{w} \nabla \vec{w} \equiv f_{\text{ин}}$ – конвективный член уравнения, характеризует силу инерции;

$-\vec{g} \equiv f_g$ – слагаемое, имеющее смысл объемной или массовой силы (силы тяжести);

$-\frac{1}{\rho} \nabla p \equiv f_p$ – слагаемое, которое характеризует силу давления;

$-\nu \nabla^2 \vec{w}$ – диффузионный член уравнения, характеризует силу трения.

Замечание. Знак « $\equiv$ » нужно читать, как «соответствует» или «характеризует».

13.2.3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Для выделения единственного решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена (13.2), (13.6) и (13.7) необходимо задать:

Лекция 13

- размеры расчетной области: ее геометрию и время процесса конвективного теплообмена;
- физические свойства текучей среды;
- закон изменения внутренних источников теплоты (в частном случае внутренние источники в текучей среде отсутствуют);
- начальные и граничные условия.

Начальные условия задают распределение температуры, скорости и давления в начальный момент времени процесса конвективного теплообмена во всей расчетной области

$$T(x_i, \tau = 0) = T_0(x_i); \quad (13.8)$$

$$\vec{w}(x_i, \tau = 0) = \vec{w}_0(x_i); \quad (13.9)$$

$$p(x_i, \tau = 0) = p_0(x_i). \quad (13.10)$$

Граничные условия необходимо задать на свободных (вход и выход потока) и твердых поверхностях для параметров, T , $\vec{w}$ и p , входящих в дифференциальные уравнения Фурье–Кирхгофа и Навье–Стокса.

Граничные условия для решения дифференциального уравнения энергии могут иметь вид граничных условий I, II, III и IV родов на твердых ограничивающих течение флюида поверхностях. Например, граничные условия IV рода в этом случае принимают вид

$$\lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma}, \quad (13.11)$$

где λ_w – коэффициент теплопроводности твердых ограждений;

λ_f – коэффициент теплопроводности флюида;

$\mathbf{n}$ – нормаль к твердой поверхности;

Γ – граница, разделяющая твердую стенку и текучую среду.

Скорость флюида на твердых, ограничивающих текучую среду поверхностях, равна нулю в силу условия прилипания

$$w|_{\Gamma} = 0. \quad (13.12)$$

Для расчета поля давления на твердых ограничивающих поверхностях, как правило, задают граничное условие вида

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (13.13)$$

На свободных поверхностях расчетной области (на участках входа и выхода потока флюида в заданный объем) температура, давление и скорость

Лекция 13

текучей среды должны быть, либо заданы, либо рассчитаны методом последовательных приближений.

13.2.4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена с соответствующими условиями однозначности в общем случае не получено.

В специальной литературе известны аналитические решения весьма ограниченного числа частных случаев конвективного теплообмена при ламинарном течении флюида. В настоящее время для моделирования теплообмена в текучих средах применяют численные методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, оформленные в виде вычислительных комплексов (пакетов прикладных программ), изучение которых выходит за рамки данного курса.

На сегодняшний день инженерные методы расчета конвективного теплообмена используют в основном информацию, полученную в результате проведения лабораторного или промышленного эксперимента. При этом при постановке опытов и математической обработке экспериментальных данных используют *теорию подобия* физических процессов, методологической базой для которой служит система дифференциальных уравнений конвективного теплообмена.

13.3. ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Основой инженерных методов расчета конвективного теплообмена служит экспериментальное исследование этих процессов. При этом для расчета температурных полей и тепловых потоков применяют методы аналогий, теорию планирования эксперимента и методы теории подобия.

13.3.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

При расчете и проектировании теплообменных устройств, как правило, требуется рассчитать тепловой поток при конвективной теплоотдаче от флюида к стенке или, наоборот, от стенки к флюиду по формуле

$$Q = \alpha \Delta T F \text{ или } q = \alpha \Delta T,$$

где $\Delta T = |T_w - T_f|$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °С (К);

T_w – температура поверхности теплообмена (стенки), °С (К);

T_f – температура текучей среды (флюида) вдали от стенки, °С (К);

Q – тепловой поток, Вт;

Лекция 13

q – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м²;

F – площадь поверхности теплообмена (площадь поверхности стенки), м²;

α – средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К).

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, температурах стенки и текучей среды задача расчета теплового потока сводится к определению коэффициента теплоотдачи α . Заметим, что коэффициент теплоотдачи α не имеет физического смысла и выступает в роли коэффициента пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона.

Коэффициент теплоотдачи находят, используя закон Ньютона, определив экспериментально тепловой поток при теплоотдаче и разность температур между стенкой и флюидом:

$$\alpha = \frac{Q}{\Delta T \cdot F}. \quad (13.14)$$

Для получения универсальной зависимости коэффициента теплоотдачи при конвективном теплообмене в сложных системах необходимо, в принципе, выполнить бесконечное множество экспериментов, поскольку коэффициент теплоотдачи зависит от многих параметров, таких как время, координаты, скорость, температура, физические свойства среды и т.д.:

$$\alpha = f(\tau, x_i, \vec{w}, T, v, \lambda, \rho, \dots). \quad (13.15)$$

Для уменьшения числа независимых переменных была разработана *теория подобия* процессов кондуктивного, конвективного и радиационного теплообмена, а также процессов массообмена. Теория подобия оперирует с безразмерными комплексами – *критериями* или *числами* подобия, которые получают на основе дифференциальных уравнений переноса энергии, импульса и массы.

Критерий подобия – безразмерный комплекс, который *характеризует* отношение физических эффектов. Другими словами, критерий представляет собой *меру* отношения физических эффектов.

Согласно теории подобия, экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи выполняют на физических моделях, в которых реализован процесс той же физической природы, что и в объекте моделирования (образце).

Поэтому теория подобия дает правила моделирования и позволяет распространить результаты ограниченного числа экспериментов на группу подобных явлений.

Теория подобия базируется на трех положениях теоремы Кирпичева–Гухмана:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу;

Лекция 13

2. В модели и объекте моделирования (образце) должно выполняться подобие краевых условий. Для процессов конвективного теплообмена это геометрическое подобие, кинематическое подобие (подобие скоростей), динамическое подобие (подобие сил), тепловое подобие (подобие температурных полей и тепловых потоков).
3. В модели и объекте моделирования (образце) определяющие критерии должны быть равны. В этом случае равны и определяемые критерии.

Все критерии подобия подразделяют на две основные группы: *определяемые* и *определяющие*. Определяемые критерии находят из эксперимента, результаты которого зависят от определяющих критериев. Существует и группа независимых критериев или параметров, к которым следует отнести безразмерные координаты и безразмерное время. Однако в обратных задачах конвективного теплообмена безразмерное время может быть определяемым критерием. *Определяемые* критерии подобия также называют *числами подобия*.

При моделировании процессов тепломассообмена часто используют два *свойства критериев* подобия:

- ✓ – любая комбинация критериев также является критерием;
- ✓ – если процесс течения и тепломассообмена не зависит от какого-либо критерия, то этот процесс называют *автомоделным* (независимым) по отношению к этому критерию.

13.3.2. ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ КРИТЕРИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Для расчета теплового потока по закону теплоотдачи Ньютона необходимо найти из эксперимента коэффициент теплоотдачи, поэтому к определяемым критериям подобия относят безразмерные коэффициенты теплоотдачи – критерий Нуссельта (Nu) и критерий Стантона (St).

Рассмотрим физический смысл данных критериев, используя схему конвективной теплоотдачи (рис. 13.1).

Пусть флюид (f) омывает стенку произвольной формы (w). Вблизи стенки существуют гидродинамический и тепловой пограничные слои. Внутри гидродинамического пограничного слоя скорость флюида уменьшается от скорости невозмущенного потока ($w = w_0$) до нуля на стенке ($w = 0$) в силу условия прилипания. В тепловом пограничном слое происходит изменение температуры флюида от $T = T_0$ – температуры за пределами пограничного слоя до $T = T_w$ – температуры стенки. Пограничный слой имеет сложную структуру, которая описана в специальной литературе. В непосредственной близости у поверхности стенки существует вязкий подслой флюида, через который теплота передается только теплопроводностью по закону Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_w, \quad (13.16)$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды.

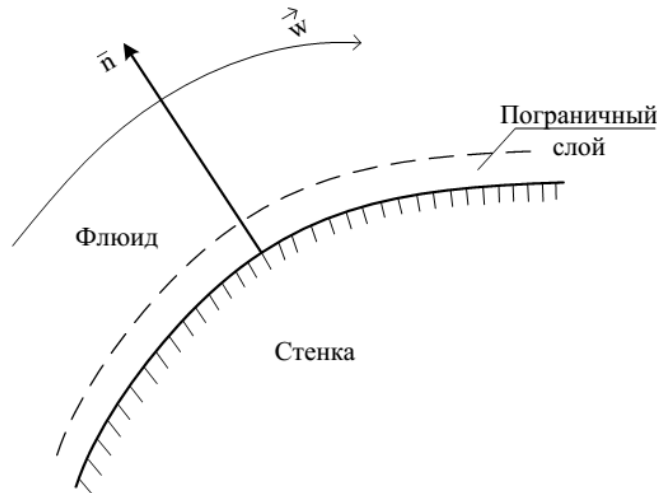


Рис. 13.1. К выводу критерия Нуссельта

Критерий Нуссельта (Нуссельт) характеризует отношение двух форм математического описания теплового потока, которым обмениваются флюид и стенка:

$$Nu \equiv \frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд},f}} = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}}, \quad (13.17)$$

где $q_{\text{конв}}$ – плотность теплового потока конвективной теплоотдачей, рассчитываемая по закону теплоотдачи Ньютона;

$q_{\text{конд},f}$ – плотность теплового потока кондукцией в теплопроводной части пограничного слоя, рассчитываемая по закону Фурье.

Учитывая, что градиент температурного поля флюида $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}$ прямо пропорционален отношению $\frac{\Delta T}{R_0}$, окончательно получим формулу критерия Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \frac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\frac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f}, \quad (13.18)$$

где R_0 – определяющий или характерный размер в системе конвективного теплообмена, м;

$\Delta T = |T_f - T_w|$ – перепад температур между флюидом и стенкой, К;

λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды, Вт/(м·К).

Лекция 13

Критерий Нуссельта характеризует отношение плотности теплового потока конвективной теплоотдачей к плотности теплового потока кондукцией в слое текучей среды вблизи стенки.

Без вывода запишем математическую формулировку критерия Стантона:

$$St = \frac{\alpha}{\rho c_p w_0} = \frac{Nu}{Pe}, \quad (13.19)$$

где ρ – плотность флюида, кг/м^3 ;

c_p – изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$;

Pe – критерий Пекле – критерий теплового подобия.

К группе определяемых критериев также относят критерий Эйлера (безразмерную силу давления) или Эйлер, который характеризует отношение силы давления к силе инерции или отношение энергии давления к кинетической энергии потока:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2}, \quad (13.20)$$

Замечание. Формально запись критерия Нуссельта $Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f}$ и запись критерия Био $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda_w}$ совпадают. Однако можно выделить три принципиальных отличия друг от друга этих критериев подобия:

– во-первых, Био относится к группе *определяющих* критериев, а Нуссельт – к группе *определяемых* критериев;

– во-вторых, в критерий Био входит коэффициент теплопроводности твердого тела, а в критерий Нуссельта коэффициент теплопроводности текучей среды;

– в-третьих, определяющие размеры R и R_0 , входящие в оба критерия, имеют разный смысл и разное значение, поскольку характеризуют разные расчетные области теплообмена.

13.3.3. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ КРИТЕРИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Определяющие критерии подобия конвективного теплообмена подразделяют на две группы: критерии теплового подобия и критерии гидродинамического подобия. Определяющие критерии теплового подобия получают, используя дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа, а определяющие критерии гидродинамического подобия – дифференциальное уравнение Навье–Стокса.

Лекция 13

Для вывода определяющих критериев конвективного теплообмена систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена удобно записать в векторной форме:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T = a \nabla^2 T;$$
$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{w}.$$

Далее задают *базовые* или *определяющие* параметры расчетной области конвективного теплообмена, которые характеризуют условия однозначности краевой задачи конвективного теплообмена:

- a) определяющий размер R_0 ;
- b) время процесса в нестационарных задачах конвективного теплообмена τ_0 ;
- c) определяющую температуру T_0 ;
- d) определяющую скорость w_0 ;
- e) базовое давление флюида p_0 ;
- f) физические свойства флюида, взятые из справочника при определяющей температуре: $\rho = f(T_0)$ – плотность, $a = f(T_0)$ – коэффициент температуропроводности, $\nu = f(T_0)$ – кинематический коэффициент вязкости.

Определяющие критерии *теплового подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Фурье–Кирхгофа к диффузионному члену уравнения, который моделирует перенос теплоты теплопроводностью или кондукцией.

Отношение локального теплового потока, который характеризует изменение энтальпии элементарного объема в единицу времени, к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{лок}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\frac{\partial T}{\partial \tau}}{a \nabla^2 T} \equiv \frac{\frac{T_0}{\tau_0}}{a \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{T_0 R_0^2}{a \tau_0} = \frac{1}{Fo}, \quad (13.21)$$

где $Fo = \frac{a \tau_0}{R_0^2}$ – критерий Фурье – безразмерное время в задачах теплообмена; a – коэффициент температуропроводности при определяющей температуре T_0 .

Физический смысл критерия Фурье состоит в том, что он характеризует отношение теплового потока за счет теплопроводности к локальному тепловому потоку, отражающему изменение внутренней энергии элементарного объема.

Отношение конвективного теплового потока к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\vec{w} \nabla T}{a \nabla^2 T} \equiv \frac{w_0 \frac{T_0}{R_0}}{a \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{w_0 T_0 R_0^2}{a T_0 R_0} = \frac{w_0 R_0}{a} = Pe, \quad (13.22)$$

где $Pe = \frac{w_0 R_0}{a}$ – критерий Пекле – безразмерный конвективный тепловой поток.

Физический смысл критерия Пекле – критерия теплового подобия – состоит в том, что он характеризует отношение теплового потока, переданного конвекцией к кондуктивному тепловому потоку в данной расчетной области теплообмена.

Определяющие критерии *гидродинамического подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Навье–Стокса к конвективному члену этого уравнения, который моделирует силу инерции.

Отношение локальной силы, которая характеризует изменение импульса элементарного объема в единицу времени, к силе инерции равно:

$$\frac{f_{\text{лок}}}{f_{\text{ин}}} = \frac{\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau}}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\frac{w_0}{\tau_0}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{w_0 R_0}{w_0^2 \tau_0} = \frac{R_0}{w_0 \tau_0} = \frac{1}{Ho}, \quad (13.23)$$

где $Ho = \frac{w_0 \tau_0}{R_0}$ – критерий гомохронности (однородности во времени) – безразмерное время в задачах механики жидкости и газа.

Физический смысл критерия гомохронности состоит в том, что он характеризует отношение силы инерции к локальной силе.

Отношение гравитационной силы (силы тяжести) к силе инерции равно:

$$\frac{f_g}{f_{\text{ин}}} = \frac{g}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{g}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{g R_0}{w_0^2} = Fr, \quad (13.24)$$

где Fr – критерий Фруда (Фруд) – безразмерная сила тяжести; g – ускорение свободного падения.

Физический смысл критерия Фруда состоит в том, что он характеризует отношение гравитационной силы (силы тяжести) к силе инерции.

Отношение силы давления к силе инерции равно:

$$\frac{f_p}{f_{ин}} = \frac{\frac{1}{\rho} \nabla p}{\vec{w} \cdot \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\frac{p_0}{\rho R_0}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{p_0 R_0}{\rho R_0 w_0^2} = \frac{p_0}{\rho w_0^2} = Eu, \quad (13.25)$$

где Eu – критерий Эйлера (Эйлер) – безразмерная сила давления; ρ – плотность флюида при определяющей температуре T_0 .

Физический смысл критерия Эйлера состоит в том, что он характеризует отношение силы давления к силе инерции. В энергетической трактовке Эйлер характеризует отношение потенциальной энергии давления к кинетической энергии движения потока.

Отношение силы трения к силе инерции равно:

$$\frac{f_{тр}}{f_{ин}} = \frac{\nu \nabla^2 \vec{w}}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\nu \frac{w_0}{R_0^2}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{\nu w_0 R_0}{w_0^2 R_0^2} = \frac{\nu}{w_0 R_0} = \frac{1}{Re}, \quad (13.26)$$

где Re – критерий Рейнольдса (Рейнольдс) – безразмерная сила инерции; ν – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре T_0 .

Физический смысл критерия Рейнольдса – критерия динамического подобия – состоит в том, что он характеризует отношение силы инерции к силе трения. По величине критерия Рейнольдса судят о режиме течения флюида при вынужденной конвекции.

В правой части уравнений Навье–Стокса стоят три критерия: Фруд (Fr), Эйлер (Eu) и Рейнольдс (Re), два из которых однозначно определяют третий критерий. При моделировании, как правило, считают Fr и Re определяющими критериями, а Eu – определяемым критерием.

При решении задач теплообмена при свободной конвекции скорость течения флюида определить довольно сложно, поэтому ее исключают из критериев подобия и учитывают косвенно, рассчитывая гравитационную силу, возникающую из-за переменного поля плотности в неоднородном поле температур. В этом случае в расчетах конвективного теплообмена используют критерий Галилея (Ga), критерий Архимеда (Ar), критерий Грасгофа (Gr) и критерий Рэлея (Ra).

Поскольку любая комбинация критериев тоже является критерием, можно записать:

$$Re^2 Fr = \frac{w_0^2 R_0^2}{\nu^2} \cdot \frac{g R_0}{w_0^2} = \frac{g R_0^3}{\nu^2} = Ga, \quad (13.27)$$

где Ga – критерий Галилея (Галилей);

Лекция 13

ν – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре T_0 .

Физический смысл критерия Галилея состоит в том, что он характеризует отношение силы тяжести к силе вязкого трения.

Для учета свободной конвекции, возникающей из-за переменной плотности в данном объеме, умножим критерий Галилея (Ga) на параметрический критерий $\Delta\rho/\rho$:

$$Ga \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = Ar, \quad (13.28)$$

Это критерий Архимеда (Архимед). Его физический смысл состоит в том, что он характеризует отношение подъемной силы, возникающей из-за разности плотностей текучей среды, к силе вязкого трения.

Переменная плотность текучей среды в заданном объеме может возникать путем механического перемешивания двух или нескольких флюидов с разной плотностью и вследствие переменного температурного поля, так как плотность зависит от температуры. Если переменная плотность среды возникает вследствие процесса конвективного теплообмена, то в этом случае справедливо равенство

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \beta\Delta T, \quad (13.29)$$

где ΔT – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °C (K);

β – коэффициент объемного расширения флюида, 1/K.

С учетом равенства (13.29) формулу для расчета критерия Архимеда записывают в виде

$$Ar = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \cdot \beta\Delta T. \quad (13.30)$$

Критерий Архимеда, выраженный в виде (13.30), называют критерием Грасгофа (Gr , Грасгоф).

Физический смысл критерия Грасгофа состоит в том, что он характеризует отношение термогравитационной подъемной силы к силе вязкого трения.

Коэффициент объемного расширения капельных жидкостей приведен в справочниках в зависимости от температуры флюида, а для газов его рассчитывают по формуле:

$$\beta = \frac{1}{T_0}, \quad (13.31)$$

Лекция 13

где T_0 – определяющая температура, К.

По величине критерия Грасгофа судят о режиме течения флюида в задачах теплообмена при свободной конвекции для заданной текучей среды.

Для обобщения экспериментальных данных о режиме течения флюидов разной физической природы в расчетах свободной конвекции используют критерий Рэлея

$$Ra \cdot Gr = Pr, \quad (13.32)$$

где Pr – критерий Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (13.33)$$

Физический смысл критерия Рэлея состоит в том, что он, как и критерий Грасгофа, характеризует отношение подъемной силы при тепловой (естественной) конвекции к силе трения, обусловленной вязкостью.

Критерий Прандтля представляет собой отношение двух характеристик молекулярного переноса импульса (ν) и теплоты (a) и является физическим параметром среды, значение которого приводят в справочниках в зависимости от температуры.

По величине критерия Прандтля (Pr) все текучие среды можно разделить на три группы:

$Pr \ll 1$ – жидкие металлы;

$Pr \approx 1$ – газы;

$Pr > 1$ – текучие среды (вода, минеральные масла и органические жидкости).